

O TEMPERATURI LEDU NA VODI

JOŽE RAKOVEC

Fakulteta za matematiko in fiziko

Univerza v Ljubljani

PACS: 05.70.Np, 44, 92.10 Rw

Opisana je temperatura površine ledu na vodi, kot sledi iz izmenjave toplote med vodo, ledom in zrakom nad njim: prevajanje iz vode skozi led in naprej v zrak nad njim, infrardeče sevanje s površine ledu navzgor in infrardeče sevanje iz ozračja navzdol in poraba toplote ob sublimaciji vodne pare s površine ledu v nenasičen zrak nad njim. Vertikalna konvekcija, horizontalna advekcija ter turbulentno mešanje zraka nad ledom so obravnavani samo kvalitativno, sončno obsevanje ledu pa je zaradi beline ledu zanemarjeno.

ON TEMPERATURE OF ICE ON THE WATER

The temperature of the surface of ice on the water is described as follows from heat exchanges between water, ice and air: the heat conduction from the water through the ice and further into the air above it, the upwards infrared radiation from the surface of the ice and the downwards infrared radiation from the atmosphere and the latent heat needed for the sublimation of water vapor from the ice surface into the non-saturated air above it. Vertical convection, horizontal advection and turbulent mixing in the air above the ice are considered only qualitatively, while solar irradiation of the ice is neglected due to ice's whiteness.

Uvod

Jožef Stefan je seveda najbolj poznan po svojem zakonu o sevanju črnega telesa. Ukvarjal pa se je še z marsičim, npr. tudi z debeljenjem ledu na vodni površini [3]. Gre za nalogo o t. i. premični meji, ki se pogosto imenuje kar po njem (npr. Stefanova naloga na Wikipediji). Stefan je debeljenje ledu opisal z enačbo, ki pove, da se toplota, ki se ob nastanku nove plasti ledu debeline dh v času dt ob zmrzovanju vode v led sprosti na spodnji strani ledu (latentna toplota zmrzovanja/taljenja q_t), prevaja skozi led proti površini ledu. Zato mora biti temperatura ob površini ledu za ΔT nižja od tiste na meji z vodo. Skoraj vse oznake za količine, ki opisujejo dogajanje, so danes standardno drugačne od Stefanovih – on v tej objavi npr. označi latentno toploto zmrzovanja vode s σ – dandanes je σ skoraj izključno »rezervirana« za njegovo in Boltzmannovo konstanto. Stefanova izhodiščna enačba, prepisana z danes običajnimi oznakami, je $q_t \rho_l dh = \lambda_l \Delta T / h dt$ (ρ_l in λ_l sta

gostota in toplotna prevodnost ledu, h pa njegova debelina). Stefan se ni spraševal o tem, kaj je s toploto, ko skozi led pride na površje (čeprav je seveda poznal pomembnost sevanja, pa tudi latentne toplote izhlapevanja ali sublimacije – npr. [4, 2]). Upošteval je samo, da se ob zmrzovanju na spodnji meji ledu toplota sprošča in da se ta toplota skozi led prevaja navzgor. Ker se led debeli (spodnja meja se premika), postane od kraja in od časa odvisna naloga kar zapletena.

Ob 150. obletnici Stefanovega rojstva in 100. obletnici smrti je o Stefanovi nalogi za Obzornik pisal tudi prof. Janez Strnad [6], kasneje pa o ledu na vodi na preprostejši način tudi v Preseku [5]. V Preseku je npr. razložil, da za obstoj življenja v vodi pod ledom ni predvsem »zaslužna« zanimiva lastnost vode, ki je najgostejša pri 4 °C. Pojasnil je, da je glavni razlog za to, da je led na jezerih in mirnih rekah le ob površini, ne pa tudi ob dnu, ta, da je led redkejši od vode in zato plava ob gladini. Držal se je Stefanovega načina zgolj s prevajanjem toplote, dodal pa je še prevajanje skozi tanko laminarno mejno plast zraka nad ledom, da je lahko v obravnavo vključil tudi temperaturo zraka T_z tik nad to plastjo. Toliko toplote, kot je pride do površine ledu s prevajanjem skozi trdno snov (led) $j = -\lambda_l \frac{T_l - T_v}{h}$, je prehaja tudi navzgor skozi mejno plast zraka tik nad ledom $j = K(T_l - T_z)$. Tu so λ_l toplotna prevodnost ledu (vzel je 2,3 W/mK) in h njegova debelina, T_v in T_l sta temperaturi ledu na meji z vodo (T_v spodaj, enaka temperaturi vode) in na površini ledu (T_l zgoraj na meji z zrakom), K je koeficient prehajanja toplote skozi mejno plast zraka (Strnad je uporabil oznako α in za brezvetrje je npr. vzel 5,6 W/m²K) in T_z je temperatura zraka na vrhu mejne plasti zraka. Glede na relativno toplejšo vodo je zato, da toplota vedno teče navzgor, spodaj toplo, zgoraj pa hladno: $T_v > T_l > T_z$.

Prevajanje toplote skozi led ne potrebuje kake dodatne razlage, za prehajanje toplote skozi mejno plast zraka pa utegne biti koristno kratko pojasnilo. Gre pravzaprav za prevajanje skozi zelo tanko plast zraka (debeline δ samo nekaj milimetrov), ki je nekako »prilepljena« ob površino in zato zrak v njej povsem miruje – torej prevajanje toplote. Čeprav je prevodnost λ_z zraka zelo majhna, pa so skozi mejno plast temperaturne razlike zelo velike, pa tudi razdalja δ je zelo majhna. Torej je $K \approx \lambda_z/\delta$ in iz podatka o uporabljeni vrednosti za K in za $\lambda_z = 0,025$ W/m²K, lahko ocenimo δ na približno 4 mm.

Niti Stefan niti Strnad v obravnavo nista vključila še drugih možnih izmenjav toplote med ledom in ozračjem – za njuni obravnavi to ni bilo potrebno. Prvi je namreč za zgornji robni pogoj predpisal temperaturo

površine ledu, drugi pa temperaturo zraka ob vrhu mejne plasti. Poglejmo, kateri so še možni načini izmenjave toplote in kaj doprinesejo k temperaturi površine ledu. Telesa med seboj izmenjujejo toploto na več načinov. Ponavadi naštevamo tri: poleg prevajanja še sevanje in konvekcijo. Pa to še ni vse: kaj pa morebitno izhlapevanje vode? Za izhlapevanje je potrebna toplota. Torej se površina, s katere izhlapeva voda, s porabo toplote za izhlapevanje hladi – izhlapevanje odnaša toploto proč od nje. Ta toplota je potem »skrita« v zraku (zato ji rečemo tudi latentna toplota) ob dejstvu, da je izhlapela voda sedaj v zraku kot para z višjo entalpijo. Nasprotno kondenzacija pomeni sproščanje latentne toplote (para se spreminja nazaj v vodo ali v led – npr. rosa ali slana na tleh). Pri izhajanju pare z ledu ne rečemo, da para izhlapeva iz ledu, temveč, da sublimira – poseben izraz uporabimo zato, da poudarimo, da ne gre za spremembo iz tekoče vode v paro, ampak iz ledu v paro; obratni pojav je depozicija pare. Toplotne izmenjave so torej: poleg že obravnavanega prevajanja še sevanje, sublimacija vodne pare iz ledu, konvekcija. A še vedno to ni vse: kaj pa mešanje zraka nad ledom? Ob vetru se v zraku pojavlja turbulenca, ki premika in meša dele bolj hladnega in bolj toplega zraka. To pomeni turbulentni prenos toplote od tam, kjer je temperatura višja, tja, kjer je nižja. Torej: če je led toplejši od zraka nad njim, turbulentna difuzija lahko znižuje temperaturo zraka ob mejni plasti, kar lahko vpliva tudi na temperaturo površine ledu. Obratno velja ob toplejšem zraku – toda v takih primerih stabilne zračne plasti (spodaj hladno, zgoraj topleje) je turbulenca dušena in zato le šibka.

Samo prevajanje toplote

Če upoštevamo samo prevajanje toplote skozi led in njeno prehajanje skozi mejno plast zraka, potem mora ob zelo počasnem spreminjanju razmer (skoraj stacionarno stanje) toliko toplote preiti s površine ledu v zrak nad njim, kot je do površine pride iz globin:

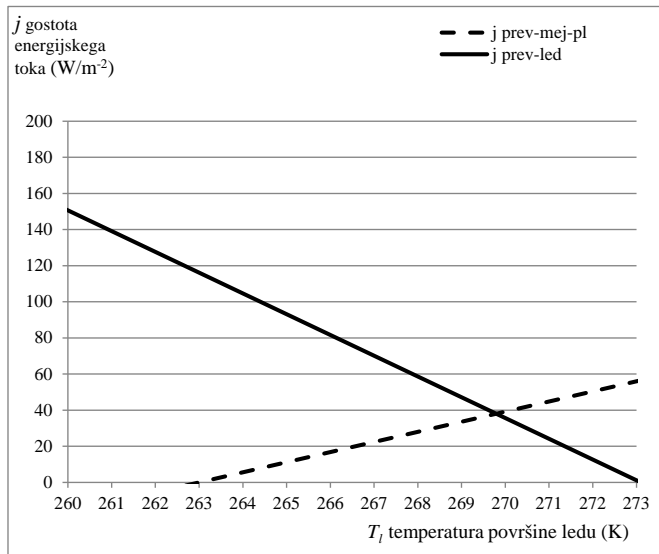
$$K(T_l - T_z) = \lambda_1 \frac{T_v - T_l}{h}. \quad (1)$$

Od tod izvemo, da je temperatura ledu na površini T_l uteženo povprečje med temperaturo vode in temperaturo zraka in odvisna od debeline ledu – čim debelejši je led, tem manj njegova površina »čuti« vodo pod njim in tem bolj zrak nad njim:

$$T_l = \frac{\frac{\lambda_1}{h} T_v + K T_z}{\frac{\lambda_1}{h} + K}. \quad (2)$$

O temperaturi ledu na vodi

Če izberemo za temperaturo vode pod ledom $0\text{ }^{\circ}\text{C} = 273\text{ K}$, za temperaturo zraka ob vrhu mejne plasti $-10\text{ }^{\circ}\text{C} = 263\text{ K}$ in za debelino ledu 20 centimetrov, dobimo pri izbrani vrednosti za K (torej ob brezvetrju) za temperaturo površine ledu $269,8\text{ K} = -3,4\text{ }^{\circ}\text{C}$.



Slika 1. Gostoti toka prevajanja toplote skozi led in skozi laminarno mejno plast zraka nad njim. Čim toplejša je površina ledu, tem manj se razlikuje od temperature vode pod ledom in tem bolj od temperature zraka nad mejno plastjo: zato ena krivulja upada, druga pa narašča s temperaturo ledu. Križata se pri $269,8\text{ K} = -3,4\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Led bi bil pri tej debelini ob upoštevanju samo prevajanja toplote za $6,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ toplejši od zraka nad laminarno mejno plastjo. Ko poznamo T_l , poznamo gostoto toplotnega toka: okrog 38 W/m^2 .

Sevanje

Lotimo se še sevanja. Površina ledu namreč tudi seva. Zanimivo je, da v območju infrardečega sevanja (IR), torej pri temperaturi okrog $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ (okrog 273 K) led seva skorajda kot črno telo – po Stefanovem zakonu. Led je v infrardečem torej črn! (Kdo bi si mislil? Pa je tako – praktično vse snovi okrog nas so v infrardečem sevalno črne – izjeme so le izglajene kovine, kot so nanosi na ogledala. Črn tudi ni zrak nad nami.) Torej led sevalno oddaja

toploto navzgor z gostoto energijskega toka

$$j_{\uparrow} = \varepsilon_l \sigma T_l^4.$$

Tu je ε_l emisivnost ledu – če je led res skorajda »črn«, je ta praktično enaka ena (recimo med 0,95 in 1), σ pa Stefan-Boltzmannova konstanta ($5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$). Kam gre to sevanje? Seveda navzgor. Koliko ga absorbira zrak in koliko ga gre skozi ozračje še naprej v vesolje? To je odvisno od absorptivnosti zraka. Če bi zrak absorbiral kot črno telo, bi vse to sevanje segrevalo zrak. Pa ni tako. Zrak v infrardečem ni črn, ampak nekatere njegove sestavine absorbirajo v posameznih pasovih v infrardečem. Temu rečemo učinek tople grede, ki je zelo pomemben za klimo na Zemlji. Ker se tukaj s klimo ne ukvarjamo, povejmo samo, da sta glavna absorberja v zraku vodna para (okrog 60 % učinka tople grede) in ogljikov dioksid (okrog 26 %) in ta dva, skupaj s še nekaterimi plini v zraku (preostalih 14 %), ob jasnem nebu absorbirajo okrog 70 %-IR sevanja; preostalih 30 % pa gre v vesolje. Snov, ki absorbira (lastnost, da energijo sevanja lahko sprejme), ima tudi lastnost, da sevanje tudi oddaja: sposobnost absorpcije sevanja (absorptivnost α) je enaka sposobnosti oddajanja sevanja (emisivnost ε). Za emisivnost zraka nad ledom torej predpišimo vrednost ε_{zr} .

Sedaj moramo še izbrati primerni vrednosti za ε_{zr} in za temperaturo zračne plasti, ki seva. Čim bolj je zrak suh (čim manj je v njem vodne pare), tem debelejša plast zraka je potrebna, da je v njej dovolj pare, da opravi svojo celotno »sevalno nalogo«. Ponavadi je ta debelina nekaj deset metrov, morda tudi sto metrov. Tako debela plast pa nima nujno vsa enake temperature. Ponavadi je podnevi najtopleje pri tleh, ponoči in zjutraj pa je pri tleh najbolj mraz. No, če se zadovoljimo z zelo grobim približkom (samo zato, da je obravnava preprostejša), potem vzamemo, da ima celotna plast, ki absorbira in seva, kar enako temperaturo, kot je tik nad mejno plastjo zraka nad ledom, torej $T_{zr} = T_z$. Kaj pa emisivnost ε_{zr} ? Vemo, da se ob jasnih, suhih nočeh močno ohladi, kar privede npr. do jutranje rose (pozimi pa slane), ob vlažnih ali celo oblačnih jutrih pa se ohladi dosti manj – npr. da na tleh sploh ni rose (ali slane). Torej tudi emisivnost zračne plasti ni kar konstantna. Spet zaradi preprostosti vzemimo kar že omenjenih 70 % – torej $\varepsilon_{zr} = 0,7$. Tedaj zrak seva navzdol proti površini ledu:

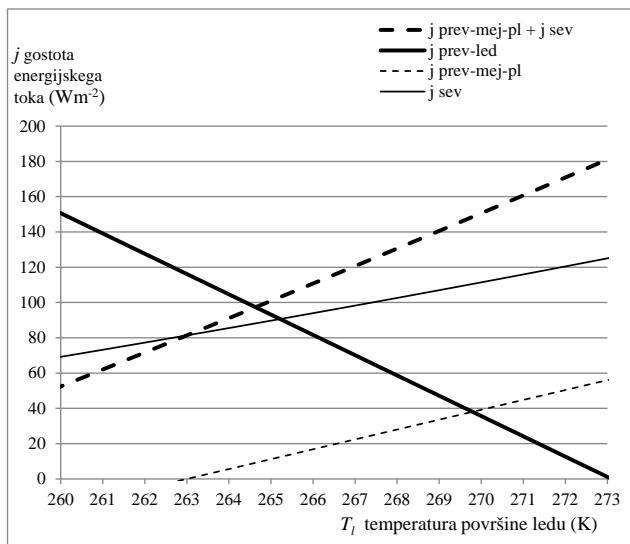
$$j_{\downarrow} = \varepsilon_{zr} \sigma T_{zr}^4.$$

Sedaj ima enačba za izmenjavo toplote dva dodatna sevalna člena:

$$K(T_l - T_z) + \sigma \varepsilon_l T_l^4 - \sigma \varepsilon_{zr} T_{zr}^4 = +\lambda_l \frac{T_v - T_l}{h}. \quad (3)$$

O temperaturi ledu na vodi

Vnaprej predvidevamo, da bo sedaj led hladnejši, saj sam seva skoraj kot črno telo (skoraj »stoodstotno«) in z višjo temperaturo, zrak proti njemu pa manj – samo okrog 70-odstotno in z nižjo temperaturo (privzeli smo, da je led toplejši od zraka). Ker enačba vsebuje četrto potenco temperature ledu, bo najlažje, če za izbrane vrednosti koeficientov v njej poiščemo rešitev kar z risanjem. Spet vzemimo za temperaturo vode pod ledom $0\text{ °C} = 273\text{ K}$, za temperaturo zraka $-10\text{ °C} = 263\text{ K}$ in za debelino ledu 20 centimetrov. Za ε_l vzamemo kar vrednost 1 in za ε_{zr} vrednost 0,7. Če uporabimo izbrane vrednosti, risba pokaže rešitev enačbe pri $T_l = 264,5\text{ K} = -8,7\text{ °C}$. Sevanje torej za privzete vrednosti (npr. jasno nebo, miren zrak) zniža temperaturo površine ledu od prejšnjih $-3,4\text{ °C}$ za dodatnih $5,3\text{ °C}$ na $-8,7\text{ °C}$. Vsi pa vemo, da se ob oblačnih nočeh manj ohladi – oblaki sevajo proti tlam kot črno telo s svojo temperaturo. Kaj pa sončno obsevanje podnevi? Če je led zelo bel, je segrevanja od sonca manj, starejši, temnejši led pa sončno obsevanje lahko čez dan segreva.



Slika 2. Prevajanje toplote skozi mejno plast in sevanje; presečišče debelejše neprekinjene krivulje (prevajanje skozi led) in debelejšo črtkano krivulje (prevajanje skozi mejno plast in sevanje) je pri $T_l = 264,5\text{ K} = -8,7\text{ °C}$.

Ko poznamo temperaturo ledu, lahko (pri privzeti temperaturi plasti zraka, ki seva navzdol $T_{zr} = T_z = -10\text{ °C}$), ocenimo neto sevalni tok (navzgor) na malo manj kot 90 W/m^2 . Več kot dvakrat toliko, kot s prevajanjem toplote! Sevanja torej nikakor ne smemo zanemariti!

Sublimacija – s površine ledu izhaja para

Tudi v krajih, kjer je pozimi mraz, je treba posušiti perilo. Ljudje vedo, da se posuši tudi, če potem, ko ga obesijo na prosto, najprej zmrzne. Odvisno od temperature in vetra pač malo dlje traja, da je perilo suho. Ko ga obesijo na sušilno vrv, naprej iz njega voda izhlapeva, ko pa se ohladi pod $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, pa seveda zmrzne. Iz njega še vedno izhaja (sublimira) vodna para – je pa sušenje počasnejše, ker je za pretvorbo tekoče vode v paro potrebna toplota izhlapevanja $q_i = 2,5\text{ MJ/kg}$ toplote, za pretvorbo iz ledu v paro pa je sublimacijska toplota za $0,3\text{ MJ/kg}$ večja – torej $q_s = 2,8\text{ MJ/kg}$ za vsak kilogram.¹

Skozi laminarno mejno plast so po Reynoldsovi analogiji prenosi zaznavne toplote, pare, gibalne količine podobni (glej npr. [12]). Torej bi lahko tudi za gostoto toka vodne pare zapisali $j_{\text{para}} = K_{\rho}(\rho_{v,l} - \rho_{v,\delta})$, kjer je $K_{\rho} = D/\delta$, D je difuzivnost za vodno paro skozi miren zrak, $\rho_{v,l}$ in $\rho_{v,\delta}$ pa sta gostoti vodne pare tik ob ledu in na vrhu laminarne mejne plasti. Temu ustrezen tok sublimacijske toplote je torej

$$j_s = q_s \frac{D}{\delta} (\rho_{v,l} - \rho_{v,\delta}).$$

Za paro skozi miren zrak je pri temperaturi nekoliko pod $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ difuzivnost D okrog $2 \cdot 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$ (npr. [10]), debelino δ pa smo že ocenili na okrog 4 mm . Torej je tok sublimacijske toplote navzgor odvisen samo še od razlik gostot vodne pare. Kakšni sta ti dve gostoti? Tik nad ledom je stanje nasičeno, ob vrhu mejne plasti pa je vodne pare ob suhem vremenu manj, ob bolj vlažnem pa več. Do sedaj smo prišli do dveh ocen za temperaturo površine ledu: okrog $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ in okrog $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$; torej za prvo oceno vzemimo, da ima površina ledu temperaturo $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$. (Bolj natančna ocena upošteva, da je $\rho_{v,l}$ funkcija temperature ledu T_l ; o tem malo kasneje). Pri tej temperaturi je nasičena gostota vodne pare nad ledom $\rho_{v,l} = 0,0032\text{ kg/m}^3$ (npr. iz kakšnih tabel za nasičeno stanje nad ledom). Gostota ob vrhu mejne plasti ρ_{δ} pa je odvisna od tega, kako je zrak suh in kako učinkovito veter odnaša

¹Večina ljudi misli oz. je naučena v šoli, da se voda spreminja v paro pri $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Toda – skoraj vsa para na svetu izhlapi pri temperaturah okrog 15 do $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ – taka je namreč temperatura oceanov in večinoma tudi tal, iz katerih izhlapeva voda. Seveda para izhaja tudi iz ledu – torej pri še nižjih temperaturah. Spreminjanje v paro pri $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ je torej izjema – npr. v domači kuhinji in pri tej temperaturi je izparilna toplota $2,3\text{ MJ/kg}$. Pri še višjih temperaturah voda izpareva npr. v industriji ali v termoelektrarnah. Torej: voda na naši Zemlji se spreminja v paro predvsem pri temperaturah, ki vladajo v zraku pri tleh in le neznamen del se je spremeni v paro pri temperaturah okrog $100\text{ }^{\circ}\text{C}$.

paro iznad njega. Če je ledena površina majhna, morda veter prinaša nad led iz suhe okolice suh zrak. Če pa je ledena površina velika, potem velja horizontalna homogenost in veter neposredno na odnašanje pare ne vpliva (pač pa vpliva na turbulenco in s tem na prenos navzgor – a o tem kasneje pri vplivu turbulentnega mešanja). Vzemimo, da je pri temperaturi zraka $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ zrak precej suh, npr. z relativno vlažnostjo 30 %. To pri $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ pomeni gostoto vodne pare okrog $\rho_{v,\delta} = 0,0006\text{ kg/m}^3$. Torej je ocenjena razlika gostot $0,0026\text{ kg/m}^3$.

Izračunajmo gostoto toka sublimacijske toplote: okrog 36 W/m^2 – približno toliko, kot pri prevajanju skozi led in skozi mejno plast. Vpliv izhajanja pare iz ledu je približno tolikšen, kot prevajanje skozi mejno plast! Ob upoštevanju samo prevajanja in sublimacije bi toplota, ki od spodaj pride skozi led na njegovo površino, približno zadostovala za sublimacijo v paro!

Naredimo oceno znižanja temperature, ko prevajanju zaznavne toplote dodamo samo tok latentne (sublimacijske) toplote, pri istih T_z in T_v kot prej:

$$K(T_l - T_z) + j_s = +\lambda_l \frac{T_v - T_l}{h}, \quad (4)$$

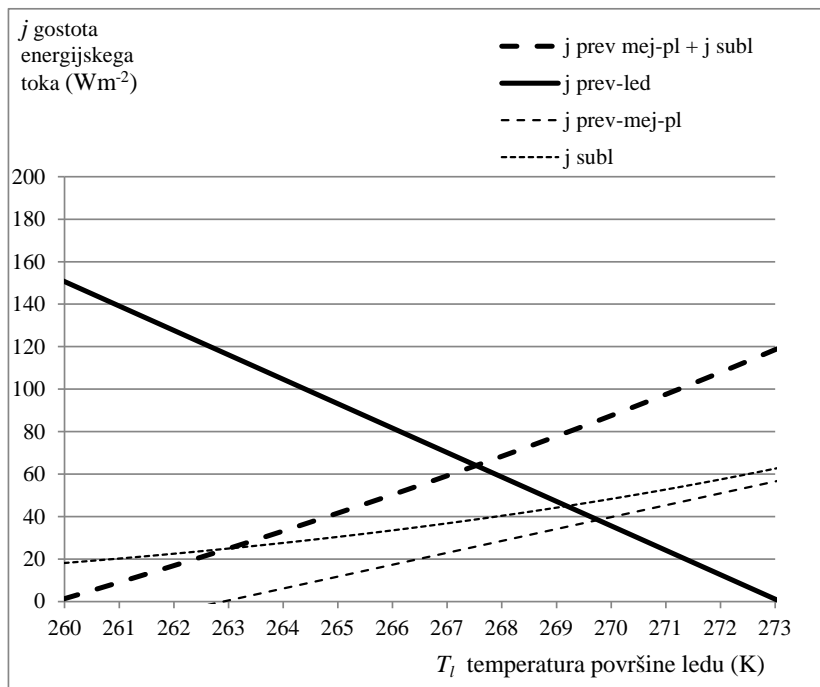
oziroma

$$T_l = \frac{\frac{\lambda_l}{h} T_v + K T_{zr}}{\frac{\lambda_l}{h} + K} - \frac{j_s}{\frac{\lambda_l}{h} + K}. \quad (5)$$

Znižanje temperature za $j_s / \left(\frac{\lambda_l}{h} + K \right)$ je spet odvisno od debeline ledu; ponovno izberimo debelino 20 cm in dobimo znižanje temperature samo zaradi sublimacije za nekaj več kot $2\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Natančnejšo oceno vpliva sublimacije dobimo, če nasičeno gostoto vodne pare preko Clausius-Clapeyronove enačbe $p_{nas}(T) = p_{nas,0} e^{\frac{q_s}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$ izrazimo s temperaturo. Tu je $p_{nas}(T)$ nasičeni parni tlak vodne pare (v tem primeru nad ledom) pri temperaturi T , $p_{nas,0}$ je izhodiščna vrednost pri izhodiščni temperaturi: $p_{nas,0}(T_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}) = 6,1\text{ hPa}$, q_s je že večkrat omenjena sublimacijska toplota in $R_v = 461\text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ specifična plinska konstanta za vodno paro. Ker velja tudi $\rho_{nas} = \frac{p_{nas}}{R_v T}$, lahko zapišemo vrednost nasičene gostote vodne pare tik nad ledom v odvisnosti od temperature površine ledu kot $\frac{p_{nas,0}}{R_v T_l} e^{\frac{q_s}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_l} \right)}$. Enačbo prepisemo v obliko, ki omogoča risanje križanja dveh krivulj, ki pove, kakšna je T_l :

$$\left(K + \frac{\lambda_l}{h} \right) T_l + q_s \frac{D}{\delta} \left(\frac{p_{nas,0}}{R_v T_l} e^{\frac{q_s}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_l} \right)} - \rho_{v,z} \right) = +\lambda_l \frac{T_v - T_l}{h}. \quad (6)$$



Slika 3. Če prevajanju skozi mejno plast dodamo gostoto toka sublimacijske toplote, je temperatura površine ledu (križišče debelejše neprekinjene in debelejše prekinjene črte) $T_i = 267,5$ K = $-5,7$ °C – v primerjavi z zgolj prevajanjem skozi mejno plast za $2,3$ °C nižja. Pri prejšnji grobi oceni o $T_i = -5$ °C torej nismo bili daleč od natančneje določene vrednosti.

Izhlapovanje poleti lahko močno hladi – pri višjih temperaturah je pač razlika gostot vodne pare večja (pri višjih temperaturah je Clausius-Clapeyronova krivulja »bolj strma«). A tudi pozimi in tudi z ledu je izhajanje pare očitno pomembno. Je pa tu treba poudariti še en pogoj: jakosti prehajanja v paro ne določa zgolj razlika gostot vodne pare, ampak tudi (in pogosto predvsem) količina toplote, ki je na razpolago za izhlapevanje ali za sublimacijo. Včasih toplote pač ni dovolj in zato je celo poleti, ko je razpoložljive energije za izhlapevanje več, izhlapevanje dosti manjše od maksimalno možnega glede na razliko gostot. In še: saj tla niso vedno povsem mokra in zato tik nad njimi ni nasičenja. Pa še ni konec: tla so (vsaj pri nas) pokrita z vegetacijo – ta pa predvsem podnevi deluje kot črpalka za vodno paro. Zato meteorologi računajo potencialno evapotranspiracijo PE: potencialna bi veljala za primer povsem mokrih tal, transpiracija pa opozarja na dodaten

vpliv vegetacije. PE je po dogovorjeni metodi [11] računana količina, saj jo je meriti precej težko. Računi povedo, da pri nas poleti v povprečju izhlapi kakih 150 kg/m^2 v celem mesecu, kar je okrog $0,2 \text{ kg/m}^2$ na uro, pozimi pa v povprečju med 10 in 20 kg/m^2 v celem mesecu oz. $0,02 \text{ kg/m}^2$ na uro (glej npr. [7, 8]), čemur bi ustrezala gostota toka sublimacijske toplote j_s okrog 15 W/m^2 . V mesečnem povprečju so zajeti suhi pa tudi vlažni dnevi, ko izhlapevanja ali sublimacije skoraj ni. Če pa vzamemo neki zelo suh dan (in morda še nekaj vetra), pa bi morda prišli na kakih 50 W/m^2 . Ne glede na vse negotovosti pri računanju EP, ki se jih meteorologi zavedajo, pa smo spoznali, da hlajenja z izhlapevanjem (v toplem delu leta) ali s sublimacijo (ko je mraz) ni pametno zanemariti!

Konvekcija in turbulentno mešanje

Za izhlapevanje ali za sublimacijo v zrak pri tleh ni pomembna samo tanka laminarna plast: če sta nad njo veter in s tem turbulenca, sta izhlapevanje ali sublimacija seveda močnejši. Kajti veter npr. lahko odnaša paro in tako vzdržuje nizko gostoto vodne pare nad laminarno plastjo, poleg tega pa izhlapevanje ali sublimacija hladita in je spodaj zato »hladno«.

Konvekcija je močna v labilnem ozračju, v močno stabilnem pa lahko povsem zadušena. Stabilnost je odvisna od spremembe temperature z višino $\partial T/\partial z$ v primerjavi z adiabatno spremembo temperature nenasičenega zraka ob njegovem morebitnem dviganju (proti nižjemu tlaku) ali spuščanju (proti višjemu tlaku) $dT/dz = -g/c_p$. V primeru, ki ga privzame Strnad, je led toplejši od zraka, tako da bi se morda lahko pojavilo kaj konvekcije. Toda vsako gibanje zraka navzgor zahteva tudi kompenzacijska spuščanja. Zato se nad homogeno površino proži konvekcija celičnega tipa, ki pa se pojavi le nad izrazito toplo podlago (kot npr. v segretem olju v ponvi – Bénardova konvekcija, glej npr. [9]). Kadar pa je pri tleh mraz, nekoliko višje pa nekaj topleje, imamo t. i. temperaturno inverzijo (inverzija – obratno kot običajno, ko je spodaj topleje, zgoraj pa hladneje). Znano je, da so plasti s temperaturno inverzijo močno hidrostatično stabilne – v njih so vertikalna premikanja zraka močno dušena (razlika med vzgonom in težo pri morebitnem premiku dela zraka le-tega vedno sili nazaj v izhodiščno lego). Torej nad ledom konvekcije ni ali pa je morda le šibka.

Kaj pa horizontalna izmenjava z vetrom? Meteorologi horizontalnemu prenosu lastnosti z vetrom ponavadi rečemo advekcija (da poudarimo, da ne gre za konvekcijo v vertikalni smeri – čeprav sta izraza konvekcija in

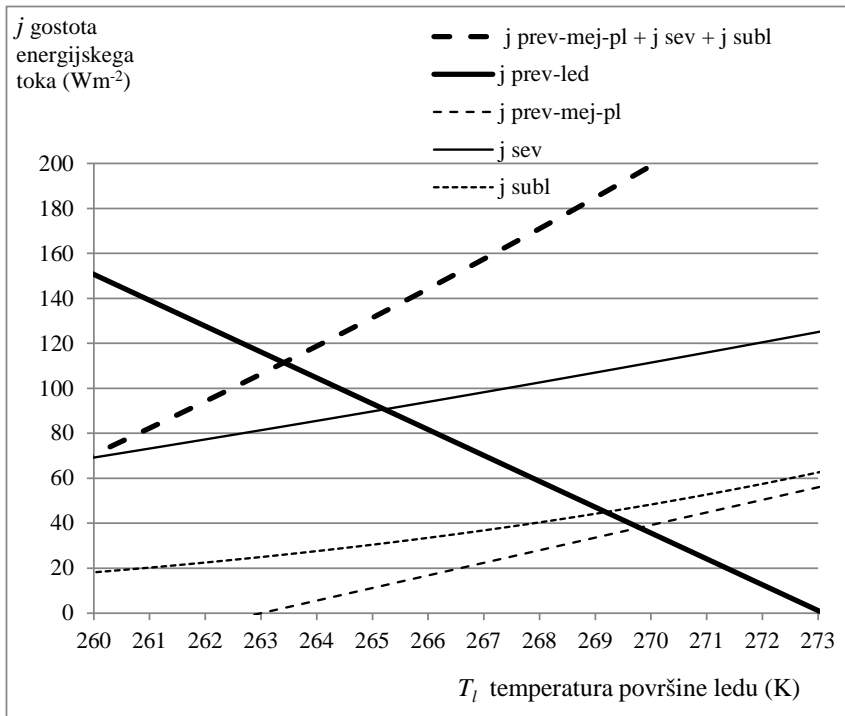
advekcija v resnici sinonima). Tu pa je možno, da nad led veter ali sapica prinašata iz okolice ali toplejši ali še hladnejši zrak. Toplo advekcijo lahko pričakujemo npr. podnevi iznad okolišnjega kopnega brez ledu, ki je temnejše in se zato od sonca bolj segreje kot led. V takem primeru bi advekcija pomenila lokalno ogrevanje nad ledom. Hladno advekcijo pa bi npr. povzročil mrzel veter, pri nas npr. pozimi od severovzhoda. Kaj bi lahko povzročila advekcija? To, da bi se temperatura zraka na vrhu laminarne mejne plasti spremenila. S tem se tukaj ne ukvarjamo: T_z smo mi (pa tudi Strnad) privzeli kot eno od vhodnih konstant, »konstantni robni pogoj«.

In turbulenca? Turbulentni vrtinci so 3D-izotropno neurejeno gibanje sem in tja – torej tudi neurejena dviganja in spuščanja zraka. Turbulenco v ozračju vsako striženje vetra (pri tleh je to predvsem sprememba hitrosti u z višino $\partial u/\partial z$) pospešuje. Stabilnost turbulenco duši: ker so v stabilnem zraku vertikalna gibanja dušena in zato zrak ne more gor-dol, se zaradi 3D-izotropnosti v stabilni zračni plasti ne more premikati in mešati niti horizontalno. V stabilnem ozračju torej turbulence ni ali pa je le zelo šibka. Labilnost pa turbulenco pospešuje. Razmerje med pospeševanjem zaradi vetrovnega striženja in med dušenjem/pospeševanjem podaja brezdimenzijsko Richardsonovo število $Ri = \frac{g}{T} \frac{\partial T}{\partial z} / \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2$. (Točneje: ne T , ampak potencialna temperatura Θ , ki bi jo imel zrak, če bi ga adiabatno stisnili na tlak 1000 hPa; pri tleh pa razlika med njima ni pomembna). Pa še tole: kvadrat pri spremembi hitrosti z višino $\partial u/\partial z$ pove, da je vseeno, ali z višino hitrost narašča – kot je po navadi pri tleh, ali pa pada – kot je npr. pri turbulenci v višinah nad jet-streamom.

Kriterij za turbulenco v zraku v naravi torej ni Reynoldsovo število Re (to je v ozračju predvsem zaradi nizke viskoznosti zraka povsem neuporaben kriterij), ampak je to ali Richardsonovo število Ri ali pa parameter stabilnosti ζ po Moninu in Obuhovu. Močno negativna Richardsonova števila pomenijo močno turbulenco, pri vrednosti okrog $Ri \approx 0,25$ pa turbulenca že zamre in je pri še večjih Ri v ozračju ni. Veliko se uporablja tudi kriterij ζ po Moninu in Obuhovu, ki sta na osnovi eksperimentalnih podatkov (glej npr. [1]) teoretično potrdila podobnosti med vertikalnimi turbulentnimi prenosi toplote, vlage, gibalne količine – če jih ustrezno normiramo s parametrom ζ . Povezave med ζ in Ri so empirično določene.

Nekaj primerov vertikalnih turbulentnih prenosov: ker ob vetru močnejše piha višje nad tlemi kot pri tleh, turbulentno mešanje prenaša gibalno količino navzdol. Podnevi so po navadi tla topla in iz njih izhlapeva voda – turbulenca tedaj nosi toploto in vlago (z njo pa tudi latentno toploto) nav-

O temperaturi ledu na vodi



Slika 4. Upoštevanje prevajanja, sevanja in sublimacije. Debelejša neprekinjena krivulja (gostota energijskega toka skozi led) in debelejša prekinjena krivulja (vsota gostot tokov s prevajanjem, sevanjem in sublimacijo) od površine ledu navzgor) se sekata pri temperaturi 263,5 K = -9,7 °C, torej zelo blizu temperaturi zraka na vrhu mejne plasti.

zgor. Ponoči je večinoma pri tleh hladno, pojavi se temperaturna inverzija in turbulenca zamre: četudi v višini morda piha, prenosa gibalne količine navzdol ni in zamre tudi veter pri tleh.

Opisi vertikalnih prenosov s turbulentno difuzijo so zapleteni (kot vse v zvezi s turbulenco). Za vertikalni turbulentni prenos vodne pare npr. velja za $j_{\text{vert,turb}} = -\alpha_v \frac{ku_* z}{\Phi_v(\zeta)} \frac{\partial \rho_v}{\partial z}$. Tu so α_v turbulentna analogija Schmidtovemu številu, u_* je Prandtlova torna hitrost (to so povezave – statistične korelacije – med turbulentnimi fluktuacijami horizontalne hitrosti u' in fluktuacijami vertikalne hitrosti w' : $u_* = \sqrt{-\overline{u'w'}}$), k je von Kármánova konstanta in $\Phi_v(\zeta)$ funkcija, ki opisuje, da je v stabilni atmosferi turbulentni prenos šibkejši, v labilni pa močnejši. Torej je obravnava turbulence zapletena reč. Ampak – res smo se že preveč oddaljili od naše teme – temperature površine plavajočega ledu.

Sklep

Za razlago zgolj tega, zakaj je pod ledom v jezerih in mirnejših rekah voda v tekočem stanju, resda zadošča zgolj obravnavna prevajanja toplote iz globin skozi led in naprej skozi mejno plast v zrak nad ledom. Za obravnavo temperature površine ledu pa je skoraj nujno upoštevati vsaj še vpliva sevanja in prehajanja vodne pare iz ledu v zrak nad njim, ki sta pomembna tudi ob brezvetrju.

Na koncu ocenimo še temperaturo zaradi skupnega vpliva prevajanja skozi laminarno mejno plast, sevanja in sublimacije – slika 4 (ne upoštevamo pa konvekcije, advekcije in turbulence).

Led ima torej ob privzetih pogojih skoraj enako temperaturo kot zrak na tej višini in prevajanje toplote skozi njega v tem primeru ne prenaša skoraj nič toplote navzgor. Še malo bolj suh zrak – pa bi bila temperatura ledu nižja od temperature ob vrhu mejne plasti – tedaj bi bilo prevajanje navzdol.

Vplivov morebitne konvekcije (in advekcije) ter turbulence kvantitativno nismo vključili, ampak smo jih opisali samo kvalitativno. Zanimarili smo tudi sončno obsevanje, kajti led je precej bel.

LITERATURA

- [1] J. A. Businger, J. C. Wyngaard, Y. Izumi in E. F. Bradley, *Flux Profile Relationships in the Atmospheric Surface Layer*, *J. Atmos. Sci.* **28** (1971), 181–189.
- [2] J. Stefan, *Theorie des Psychrometers (nach Maxwell und Stefan)*, *Zeitschrift der österr. Gesellschaft für Meteorologie* **16** (1981), 177–182.
- [3] J. Stefan, *Über die Theorie der Eisbildung, insbesondere über die Eisbildung im Polarmeere*, *Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien – SAW* 98, II a, 1889, 965–983.
- [4] J. Stefan, *Versuche über die Verdampfung*, *Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien – SAW, Philosophisch-Historische Klasse*, **68** (1873), 385–423.
- [5] J. Strnad, *Led in voda*, *Presek* **19** (1992), 204–208.
- [6] J. Strnad, *Stefanova naloga (Stefan's task)*, *Obzornik mat. fiz.* **34** (1987), 207–210.
- [7] ARSO, dostopno na www.arso.gov.si/o_agenciji/knjiznica/mesečni_bilten/, ogled 6. 12. 2018.
- [8] ARSO, dostopno na meteo.arso.gov.si/met/sl/agromet/data/month/, ogled 6. 12. 2018.
- [9] Bénardova konvekcija, dostopno na en.wikipedia.org/wiki/Rayleigh-Bénard_convection, ogled 6. 12. 2018.
- [10] Difuzivnost vodne pare skozi zrak, dostopno na www.thermopedia.com/content/696/, ogled 6. 12. 2018.
- [11] FAO, dostopno na www.fao.org/docrep/X0490E/X0490E00.htm, ogled 6. 12. 2018.
- [12] Reynoldsova analogija, dostopno na en.wikipedia.org/wiki/Reynolds_analogy, ogled 6. 12. 2018.