JAHRESBERICHT

der

k. k. Ober-Realschule

in

LAIBACH,

veröffentlicht

am Schlusse des Schuljahres 1866

vom k. k. Direktor

THOMAS SCHREY.

Laibach.

Gedruckt bei Jos. Blasnik. — Verlag der k. k. Realschule.

Konstruction der Krümmungslinien
auf gewöhnlich vorkommenden Flächen.

Von

A. J. Opl.

Bevor man über die Konstruktion der Krümmungslinien Regeln aufstellen kann, muss man mit dem Wesen und den Eigenschaften derselben vollkommen vertraut sein. Es ist daher nöthig, den Begriff von Krümmungslinien festzustellen, woraus dann die weiteren Eigenschaften derselben gefolgert werden können.

Nach „Monge" sind die Krümmungslinien irgend einer krummen Fläche die stetige Aufeinanderfolge von unendlich nahen Punkten, deren Normalen an der Fläche sich schneiden. Ist also eine Krümmungslinie einer Fläche bekannt, so ist es nicht nöthig, dass die Normalen zweier beliebigen Punkte sich schneiden, aber es wird gefordert, dass die Normalen von zwei unendlich nahen Punkten der Linie zum Schnitte kommen.

Will man überhaupt irgend eine krumme Fläche in Bezug auf ihre Krümmung in einem angenommenen Punkte untersuchen, so wird man durch diesen Punkt verschiedene Normalebenen legen, die Durchschnittskurven bestimmen, und die Krümmung dieser unter einander vergleichen. Diese Kurven gehen alle durch den angenommenen Punkt und werden daselbst im Allgemeinen eine verschiedene Krümmung besitzen. Die Fläche hat nun in jener Richtung die stärkste Krümmung, in welcher die zugehörige Normalebene die stärkst gekrümmte Durchschnittskurve gibt, sie ist am wenigsten in jener Richtung gekrümmt, in der die Durchschnittskurve die schwächste Krümmung unter allen anderen hat. Diejenigen zwei Normalebenen nun, welche die für den angenommenen Punkt am stärksten und schwächsten gekrümmten Schnitte liefern, heissen „Hauptnormalebenen", und die Konstruktion würde zeigen, dass dieselben aufeinander senkrecht stehen.

Sind aber alle Normalschnitte eines Punktes in eben diesem Punkte gleich stark gekrümmt, so nennt man einen solchen Punkt einen „Nabelpunkt."

Es wird nun in der analytischen Geometrie nachgewiesen, dass es für jeden Punkt einer krummen Fläche zwei solche Krümmungslinien gibt, die sich räumlich unter rechten Winkeln schneiden, und deren Richtungen genau mit den Schnitten der Hauptnormalebenen, den sogenannten Hauptschnitten zusammenfallen. Die Krümmungslinien eines Punktes geben daher auf der Fläche jene Richtungen an, in denen stets die Krümmung der Fläche die grösste oder kleinste ist. Es sei aber bemerkt, dass nur die Elemente der Krümmungslinien und der Hauptschnitte eines Punktes um den Punkt herum zusammenfallen, im übrigen Verlauf aber sich dieselben trennen können, da die Krümmungslinien gerade nicht ebene Kurven sein müssen, wie es die Hauptschnitte sind.

Die Differenzialgleichung der Krümmungslinien einer krummen Fläche ist:

$$\left[\frac{dy}{dx}\right]^2 \left\{s(1+q^2) - pqt\right\} + \frac{dy}{dx}\left\{(1+q^2)\,r - (1+p^2)\,t\right\} - \\ - \left\{(1+p^2)\,s - pqr\right\} = 0,$$

worin p und q die bekannten ersten, r, s, t die zweiten partiellen Ableitungen bedeuten.

Diese Gleichung ist in Bezug auf $\frac{dy}{dx}$ des zweiten Grades, und weil $\frac{dy}{dx}$ eine Richtungskonstante $=$ tgw ist, so kann man in der horizontalen Ebene von einem Punkte aus zwei Richtungen einschlagen, für welche die auf der Fläche entsprechenden Punkte Normalen geben, die sich schneiden. Zur Bestimmung des Winkels soll die Coordynatenebene so gelegt werden, dass sie Berührungsebene ist im angenommenen Punkte; und offenbar wird der Winkel des Durchschnittes der Krümmungslinien durch den Winkel ihrer Tangenten gemessen.

Diese Versetzung der Ebene xy ändert die Richtung der Tangenten oder die Richtung der Elemente der Krümmungslinien nicht, aber man hat dabei den Vortheil, dass die Elemente mit ihren Projektionen parallel werden, somit die Projektion des Winkels dem wirklichen Winkel gleich wird. Kann man nun zeigen, dass der Winkel der Projektionen ein Rechter ist, so schneiden sich auch die Elemente unter rechten Winkeln. Die Gleichung der Tangente im Elemente ist: $Z - z = p\,(X - x) + q\,(Y - y)$, wo Z, X, Y die laufenden Coordynaten sind. Im Falle der Versetzung der xyEbene ist $Z = z = 0$, somit $0 = p\,(X - x) + q\,(Y - y)$. Da aber für einen beliebigen Punkt die Differenzen nicht $= 0$ sein müssen, so kann die Gleichung nur bestehen, wenn $p = o$, $q = o$ wird.

Setzt man diese Werthe in die allgemeine Differenzialgleichung, so erhält man nach gehöriger Reduktion:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \frac{r-t}{s} \cdot \frac{dy}{dx} - 1 = 0.$$

Sind die beiden Wurzeln dieser Gleichung m und m′, so muss $m . m' = -1$. und $m = -\frac{1}{m'}$, woraus zu ersehen ist, dass die Krümmungslinien in ihrem Durchschnitte aufeinander senkrecht stehen. Diese Eigenschaft der Krümmungslinien kann dazu dienen, die zweite Gruppe derselben zu konstruiren, wenn die erste sich auf eine einfache Weise bestimmen lässt.

In allen jenen Fällen, wo die Gleichung der Fläche des zweiten Grades ist, lassen sich die Gleichungen der Krümmungslinien aus der allgemeinen Differenzialgleichung bestimmen, und dann die Linien selbst darnach konstruiren. Wenn aber die Gleichung einer Fläche eines höheren Grades ist, so kann man nicht mehr die Gleichung der Krümmungslinien zur Konstruktion derselben benützen, sondern man muss dann andere Verfahren einschlagen.

Ein solches Verfahren besteht in der Aufsuchung der Hauptschnitte des angenommenen Punktes durch Anwendung von oskulirenden Ellipsoiden und Hyperboloiden.

Von den gefundenen Hauptschnitten nimmt man dann nur Elemente, d. h. kleinere oder grössere Stücke der krummen Linien als Krümmungslinien an, je nachdem die Konstruktion genauer oder nur annähernd sein soll. Diese oskulirenden Flächen sind auf folgende Art zu bestimmen.

Ist die Fläche um den Punkt M, dessen Krümmungslinien bestimmt werden sollen, konvex, so denke man sich ein Ellipsoid konstruirt, dessen Scheitel in dem angenommenen Punkte ist, und dessen Axe mit der Normale des Punktes zusammenfällt. Verschiedene durch die Normale gelegte Ebenen müssen nun beide Flächen in Curven schneiden, welche im gegebenen Punkte dieselbe Krümmung oder auch den gleichen Krümmungsradius haben. Diese Krümmungsradien werden aus den Normalschnitten der krummen Fläche zu konstruiren sein. Hat man nun in der Normale einen beliebigen Punkt O als Mittelpunkt des Ellipsoides angenommen, so kennt man bereits eine Axe MO von der Ellipse, welche die Normalebene mit dem Ellipsoid zum Schnitte gibt. Zur Bestimmung der Ellipse ist noch der Krümmungsradius ϱ bekannt. Aus diesen beiden

Stücken lässt sich nun auch die zweite auf diese Normale senkrechte Axe der Schnittellipse finden, welche in der im Mittelpunkt des Ellipsoids auf die Normale senkrechten Ebene sich befindet. Diese Ebene würde das Ellipsoid in einer Ellipse schneiden, und obige aufgefundene zweite Axe wäre in dieser Ellipse ein Radius.

Heisst MO $=$ c, und die zweite Axe $=$ d, so ist $\varrho = \frac{d^2}{c}$ und d $= \sqrt{\varrho c}$.

Sucht man auf gleiche Weise mehrere solcher Radien d, die man von einem Punkte O aus unter denselben Winkeln, die von den aufeinanderfolgenden Normalebenen gebildet werden, aufträgt, und verbindet dann alle Endpunkte dieser Radien durch eine kontinuirliche Krumme, so erhält man eine Ellipse, welche der Schnitt des Ellipsoids mit der durch den Mittelpunkt auf die Normale senkrecht gelegten Ebene ist. Man nennt diese Ellipse Anzeige-Ellipse.

In dieser Ellipse hat man dann die Axen zu bestimmen, und dann durch die Normale und die beiden Axen Ebenen zu legen, welche die Hauptschnitte des Ellipsoids sowie auch der krummen Fläche geben werden.

Es war hier als bekannt vorausgesetzt, dass im Scheitel eines Ellipsoids die Krümmungslinien mit den Hauptschnitten zusammen fallen, was auch leicht nachgewiesen werden kann.

Um die Krümmungslinien im weiteren Verlaufe zu erhalten, nimmt man in einiger Entfernung von M in den Hauptschnitten zwei Punkte an, und sucht für diese wieder durch Anwendung des oskulirenden Ellipsoids die Hauptschnitte. Auf diese Weise würde man freilich mit grosser Mühe die Krümmungslinien der Fläche konstruiren können.

Ist die Fläche um den angenommenen Punkt M herum nicht konvex, so erhält man die Hauptschnitte durch Anwendung eines oskulirenden Hyperboloides, dessen Scheitel in M, und die Normale eine Axe desselben ist. Alle durch die Normale gelegten Ebenen schneiden die krumme Fläche in Curven, welche im Punkte M dieselbe Krümmung haben, wie die Schnitthyperbeln oder Schnittellipsen des Hyperboloides. Ist wieder in der Normale ein Punkt O angenommen und MO $=$ c, so wird die durch O auf die Normale senkrechte Ebene das Hyberboloid in einer Hyperbel schneiden, und die zweiten Axen der oben erwähnten Schnittellipsen sind in dieser Hyperbel Radien. Zwischen diesen Radien, welche mit d bezeichnet sein sollen, der Axe c und dem Krümmungsradius herrscht die Beziehung $d = \sqrt{\varrho c}$.

Würde man oberhalb M einen Punkt O' so annehmen, dass MO = MO', so würde eine durch O' senkrecht auf die Normale gelegte Ebene das Hyperboloid in einer Hyperbel schneiden, welche die entgegengesetzte Lage von der früheren hätte. Die reellen Axen der oben erwähnten Schnitthyperbeln wären für diese Radien, welche aus der Gleichung $d = \sqrt{-\varrho c}$ gefunden werden.

Die Normalschnitte der krummen Fläche werden zum Theil positive Krümmungsradien, zum Theil negative geben. Verbindet man nun die Endpunkte aller jener $d = \sqrt{\varrho c}$, welche unter denselben Winkeln, die die Normalebenen bilden, von einem Punkte O aus aufgetragen werden, für sich allein, so erhält man eine Hyperbel. Ebenso erhält man eine Hyperbel, wenn man alle $d = \sqrt{-\varrho c}$ verbindet. In diesen Anzeige-Hyperbeln sucht man die Axen, welche bekanntlich in dem Hauptschnitte des Hyperboloids gelegen sind. Führt man dann durch die Normalebenen, welche dieselben Winkel mit einer früheren Normalebene bilden, wie die Axen mit dem zugehörigen d, so erhält man die Hauptschnitte der Fläche im Punkte M. — Wäre $\varrho = \infty$ so würde auch $d = \infty$ und dieser Werth des Radius entspricht genau den Asymptoten der Hyperbel.

Der Krümmungsradius der Normalschnitte ist positiv und negativ, und der Uebergang ist durch $+ \infty$. Jene Normalebenen, deren Schnitte einen unendlich grossen Krümmungsradius besitzen, nennt man desshalb G r e n z n o r m a l e b e n e n.

Legt man an das Oskulations-Hyperboloid in M eine Berührungsebene, so schneidet diese dasselbe in zwei geraden Linien, die sich in M schneiden. Jene Normalebenen nun, die durch diese beiden Geraden gehen, würden eben mit dem Hyperboloide Schnitte geben, deren Krümmungsradien ∞ gross wären. Auch würde die krumme Fläche von diesen zwei Ebenen in solchen Curven geschnitten werden müssen, deren Krümmungsradien unendlich gross sind. Wenn nun der Fall einträte, dass eine Berührungsebene im Punkte M die krumme Fläche in 2 Graden oder in einer geraden und einer krummen Linie schneiden würde, so könnte man daraus immer schliessen, dass durch die Gerade und dann durch die Tangente an die Krumme die beiden Grenznormalebenen gehen müssen. Da diese Gerade und die Tangente den durch M gehenden Erzeugenden des Hyperboloids (Schnittlinien der Berührungsebene) entsprechen, so wird man einfach die Hauptnormalschnitte finden, wenn man die Winkel der beiden halbirt.

Diese Konstruktion kann bei allen windschiefen Flächen umsomehr Anwendung finden, als bei denselben eine Berührungsebene immer eine Erzeugende in sich enthält, und die Schnittkurve gerade um den Berührungspunkt herum sehr wenig gekrümmt ist, so dass die Tangente sich leicht bestimmen lässt.

Das wäre somit ein kürzeres Verfahren, ohne Anwendung der Anzeigekurven die Hauptschnitte aufzufinden. Freilich kann es nur bei jenen Flächen angewendet werden, wo die Berührungsebene eine Gerade und eine Curve zum Schnitte gibt.

Nach diesen allgemeinen Vorbemerkungen soll nun zur Konstruktion der Krümmungslinien einzelner Flächen geschritten werden.

1. Krümmungslinien auf Umdrehungsflächen.

Betrachtet man irgend einen Meridian einer Umdrehungsfläche, so wird eine Normale dieser Curve nicht nur in der Ebene des Meridians liegen, sondern auch Normale an der Fläche selbst sein. Die Normalen des Meridians schneiden sich somit in der Evolute desselben, und es bildet der Meridian einer Umdrehungsfläche die Krümmungslinien „erster Art."

Die Krümmungslinie der zweiten Art ist offenbar der Parallelkreis. Denn eine jede Normale der Fläche schneidet die Axe in einem Punkte, und es können sich nur die Normalen eines Parallelkreises in demselben Punkte der Axe begegnen.

Da aber die Konstruktion der Meridiane und Parallelkreise durchaus nichts neues bietet, so wird die Darstellung der Krümmungslinien auf Umdrehungsflächen hier nicht durchgeführt. Die Hauptschnitte eines Punktes der Umdrehungsfläche sind der Meridian und der Schnitt einer auf den Meridian senkrechten, durch die Normale gehenden Ebene mit der Umdrehungsfläche. Letzterer Hauptschnitt hat mit dem Parallelkreis nur ein Element gemein.

2. Krümmungslinien auf Cylinderflächen.

Für den Cylinder von beliebiger Leitlinie ist die geradlinige Erzeugende die erste Krümmungslinie; denn eine Berührungsebene hat mit dem

Cylinder eine Erzeugende gemein, und alle Normalen an den Cylinder längs einer Erzeugenden stehen auf der Berührungsebene senkrecht, liegen daher in einer Ebene, und schneiden sich in unendlicher Entfernung. Die Erzeugende ist zugleich der erste Hauptschnitt, und die Krümmung der Fläche ist in dieser Richtung gleich Null.

Legt man durch den angenommenen Punkt eine Ebene senkrecht auf die Erzeugende desselben, so ist der Schnitt die zweite Krümmungslinie, weil alle Normalen an den Cylinder in Punkten des senkrechten Schnittes in der Ebene desselben liegen, und sich in der Evolute schneiden. Dieser senkrechte Schnitt ist auch zugleich der zweite Hauptschnitt des Punktes und in dieser Richtung ist die Krümmung der Fläche am grössten. Man sieht, dass hier die Hauptschnitte mit den Krümmungslinien im ganzen Verlaufe zusammenfallen.

3. Krümmungslinien auf Kegelflächen.

Ein Kegel von beliebiger Grundfläche wird von einer Berührungsebene längs einer Erzeugenden berührt, und alle Normalen an die Kegelfläche längs dieser Erzeugenden stehen auf der Berührungsebene senkrecht, liegen daher in einer Ebene und schneiden sich in unendlicher Entfernung. Es ist somit bei Kegelflächen die Erzeugende stets die erste Krümmungslinie. Zugleich ist die Erzeugende auch der erste Hauptschnitt, und die Krümmung der Fläche in dieser Richtung gleich Null. — Legt man durch die Kegelspitze als Mittelpunkt verschiedene konzentrische Kugeln, so werden die Erzeugenden des Kegels auf der Durchschnittslinie als Kugelradien senkrecht stehen.

Somit erfüllen die Schnittlinien zwischen den Kugeln und dem Kegel die Bedingung, dass sie auf den Krümmungslinien der ersten Art senkrecht stehen, und sind daher die zweiten Krümmungslinien. Der zweite Hauptschnitt eines Punktes ist der Schnitt einer auf die Erzeugende senkrechten Ebene, und in dieser Richtung ist die Krümmung des Kegels am grössten.

4. Krümmungslinien auf entwickelbaren Flächen.

Wird in einem beliebigen Punkte an eine entwickelbare Fläche eine berührende Ebene gelegt, so liegt die Erzeugende des Punktes ganz in der Berührungsebene. Die Normalen der Fläche längs dieser Erzeugenden liegen in einer auf die Berührungsebene senkrechten Ebene und schneiden sich in unendlicher Entfernung. Die Erzeugende ist daher bei entwickelbaren Flächen stets die erste Krümmungslinie, sowie auch der erste Hauptschnitt, in dessen Richtung die Krümmung der Fläche die kleinste ist. Die Erzeugenden einer entwickelbaren Fläche schneiden sich bekanntlich in der Wendekurve der Fläche.

Und während eine Gerade sich an der Wendekurve ohne zu gleiten so fortbewegt, dass sie stets Tangente an die Curve bleibt, die Gerade selbst die Fläche durchläuft, beschreibt jeder Punkt der Geraden eine Evolvente der Wendekurve. Die Erzeugenden stehen daher auf dieser Evolvente senkrecht und sie muss die zweite Krümmungslinie sein. Nimmt man als Beispiel die entwickelbare Schraubenfläche, so sind die Horizontalprojektionen der zweiten Krümmungslinien Evolventen desjenigen Kreises, als welcher sich die Schraubenlinie horizontal projizirt. Die wirkliche Konstruktion der Krümmungslinien aller obgenannten Flächen wurde nicht ausgeführt, weil sie aus dem Gesagten klar genug erhellt.

Krümmungslinien auf den übrigen Flächen des 2. Grades.

a) Die zentrischen Flächen des 2. Grades.

Bei allen Flächen des zweiten Grades sind die Projektionen der Krümmungslinien auch Linien des zweiten Grades, welche am bequemsten aus ihren Axen konstruirt werden können. Man hat daher getrachtet, durch Anwendung der höheren Analysis die Konstruktion der Krümmungslinien der Flächen des zweiten Grades auf die höchst einfache Konstruktion der Kegelschnittslinien zurückzuführen, welches auch vollständig gelungen ist.

Bei den zentrischen Flächen scheint mir folgende Art interessant genug zu sein, um hier mitgetheilt zu werden.

Wird die Lage eines Punktes im Raume dadurch bestimmt, dass man durch denselben nicht drei auf den Coordynatenaxen senkrechte Ebenen, sondern drei zu den Axen rechtwinkliche Flächen des zweiten Grades, nämlich ein Ellipsoid, ein einmantliges und ein zweimantliges Hyperboloid legt, so ist das die Bestimmung des Punktes durch elliptische Coordynaten. Werden diese Flächen der Kürze halber mit (ϱ), (μ) und (ν) bezeichnet, so sind ihre Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{x^2}{\varrho} + \frac{y^2}{\varrho^2 - b^2} + \frac{z^2}{\varrho^2 - c^2} &= 1 \\ \frac{x^2}{\mu^2} + \frac{y^2}{\mu^2 - b^2} - \frac{z^2}{c^2 - \mu^2} &= 1 \\ \frac{x^2}{\nu^2} - \frac{y^2}{b^2 - \nu^2} - \frac{z^2}{c^2 - \nu^2} &= 1 \end{aligned}\right\} \text{I.}$$

worin b und c gegebene konstante Grössen bezeichnen.

Vergleicht man diese Gleichungen mit der gewöhnlichen Form, so muss:

fürs Ellipsoid,	fürs einmantl. Hyp.,	fürs zweimantl. Hyp.
$\varrho^2 = A^2$	$\mu^2 = A^2$	$\nu^2 = A^2$
$\varrho^2 - b^2 = B^2$	$\mu^2 - b^2 = B^2$	$b^2 - \nu^2 = B^2$
$\varrho^2 - c^2 = C^2$	$c^2 - \mu^2 = C^2$	$c^2 - \nu^2 = C^2$ gleich sein.

Daraus findet man:

$\varrho = A$	$\mu = A$	$\nu = A$
$b = \sqrt{A^2 - B^2}$	$b = \sqrt{A^2 - B^2}$	$b = \sqrt{A^2 + B^2}$
$c = \sqrt{A^2 - C^2}$	$c = \sqrt{A^2 + C^2}$	$c = \sqrt{A^2 + C^2}$.

Daraus sieht man, dass ϱ, μ, ν die Axen der drei Flächen in der Richtung der X-axe, b die Exzentrizitäten der xy Hauptschnitte, c die Exzentrizitäten der yz Hauptschnitte sind.

Wenn die Gleichungen unter obiger Form richtig bleiben sollen, so findet man leicht, dass $A > B > C$ sein muss. Da die Exzentrizitäten der Hauptschnitte gleich sind, so haben die Flächen dieselben Brennpunkte, und man nennt sie deshalb homofokal.

Es ist nun klar, dass ein Punkt im Raume bestimmt ist, wenn die drei grossen Halbaxen ϱ, μ, ν der durch ihn gelegten zentrischen Flächen bekannt sind. Man bezeichnet den Punkt mit $(\varrho\ \mu\ \nu)$ ähnlich wie bei rechtwinklichen Coordynaten mit $(x\ y\ z)$.

Nach einem Satze von Dupin schneiden sich die homofokalen zentrischen Flächen des zweiten Grades in ihren Krümmungslinien. Man kann somit die Krümmungslinien als Durchschnittslinien dieser drei Flächen untereinander auffassen.

Um den Durchschnitt zu finden, eliminirt man aus allen drei Gleichungen der Gruppe I. u. z. aus je zweien das x, y, z. Man erhält:

$$\left.\begin{array}{ll}
\dfrac{x^2}{\dfrac{\varrho^2\mu^2}{c^2}} + \dfrac{y^2}{\dfrac{(\varrho^2-b^2)(\mu^2-b^2)}{c^2-b^2}} = 1 \ldots\ldots & \ldots\alpha \\[2ex]
\dfrac{x^2}{\dfrac{\varrho^2\mu^2}{b^2}} + \dfrac{z^2}{\dfrac{(\varrho^2-c^2)(c^2-\mu^2)}{c^2-b^2}} = 1 \ldots\ldots & \qquad\beta \\[2ex]
\dfrac{-y^2}{\dfrac{1}{b^2}(\varrho^2-b^2)(\mu^2-b^2)} + \dfrac{z^2}{\dfrac{1}{c^2}(\varrho^2-c^2)(c^2-\mu^2)} = 1 & \ldots\gamma
\end{array}\right\} \text{II.}$$

$$\left.\begin{array}{ll}
\dfrac{x^2}{\dfrac{\varrho^2\nu^2}{c^2}} - \dfrac{y^2}{\dfrac{(\varrho^2-b^2)(b^2-\nu^2)}{c^2-b^2}} = 1 \ldots\ldots & \ldots\alpha' \\[2ex]
\dfrac{x^2}{\dfrac{\varrho^2\nu^2}{b^2}} + \dfrac{z^2}{\dfrac{(\varrho^2-c^2)(c^2-\nu^2)}{c^2-b^2}} = 1 \ldots\ldots & \qquad\beta' \\[2ex]
\dfrac{y^2}{\dfrac{1}{b^2}(\varrho^2-b^2)(b^2-\nu^2)} + \dfrac{z^2}{\dfrac{1}{c^2}(\varrho^2-c^2)(c^2-\nu^2)} = 1 & \ldots\gamma'
\end{array}\right\} \text{III.}$$

$$\left.\begin{array}{ll}
\dfrac{x^2}{\dfrac{\mu^2\nu^2}{c^2}} - \dfrac{y^2}{\dfrac{(\mu^2-b^2)(b^2-\nu^2)}{c^2-b^2}} = 1 \ldots\ldots & \ldots\alpha'' \\[2ex]
\dfrac{x^2}{\dfrac{\mu^2\nu^2}{c^2}} + \dfrac{z^2}{\dfrac{(c^2-\mu^2)(c^2-\nu^2)}{c^2-b^2}} = 1 \ldots\ldots & \qquad\beta'' \\[2ex]
\dfrac{y^2}{\dfrac{1}{b^2}(\mu^2-b^2)(b^2-\nu^2)} - \dfrac{z^2}{\dfrac{1}{c^2}(c^2-\mu^2)(c^2-\nu^2)} = 1 & \ldots\gamma''
\end{array}\right\} \text{IV.}$$

welches die drei Projektionen der Krümmungslinien der drei Flächen sind.

Dabei beziehen sich II und III auf die drei Projektionen der Krümmungslinien des Ellipsoides, II und IV auf die des einmantligen Hyperboloides, III und IV auf die des zweimantligen Hyperboloides.

Ferner ist II α die Horizontalprojektion, und II, β die vertikale Projektion der ersten Krümmungslinien; III α' die horizontale und III β' die vertikale Projektion der zweiten Krümmungslinien des Ellipsoids.

Man sieht ferner, dass die horizontalen Projektionen der Krümmungslinien Ellipsen und Hyperbeln, die vertikalen Projektionen nur

Ellipsen sind u. s. f. Die Halbaxen derselben, welche mit den Koordynatenaxen zusammenfallen, sind für Gruppe II, wenn sie mit X, Y, X′ Z, Y′ Z′ bezeichnet werden:

$$X^2 = \frac{\varrho^2\mu^2}{c^2} \qquad Y^2 = \frac{(\varrho^2 - b^2)\,(\mu^2 - b^2)}{c^2 - b^2}$$

$$X_1{}^2 = \frac{\varrho^2\mu^2}{b^2} \qquad Z^2 = \frac{(\varrho^2 - c^2)\,(c^2 - \mu^2)}{{}^2c - b^2}$$

$$Y_1{}^2 = \frac{1}{b^2}\,(\varrho^2 - b^2)\,(\mu^2 - b^2) \qquad Z_1{}^2 = \frac{1}{c^2}\,(\varrho^2 - c^2)\,(c^2 - \mu^2).$$

Eliminirt man aus diesen Gleichungen das μ, so erhält man:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{X^2}{\dfrac{\varrho^2\ b^2}{c^2}} - \frac{Y^2}{\dfrac{\varrho^2 - b^2}{c^2 - b^2}\cdot b^2} = 1 \ldots\ldots \\
&\frac{X_1{}^2}{\dfrac{\varrho^2\ c^2}{b^2}} + \frac{Z^2}{\dfrac{\varrho^2 - c^2}{c^2 - b^2}\cdot c^2} = 1 \ldots\ldots \\
&\frac{Y_1{}^2}{\dfrac{(\varrho^2 - b^2)\,(c^2 - b^2)}{b^2}} + \frac{Z_1{}^2}{\dfrac{(\varrho^2 - c^2)\,(c^2 - b^2)}{c^2}} = 1
\end{aligned}\right\}\ \mathrm{V.}\ \begin{aligned}&\ldots\ldots\,\alpha\\ &\ldots\ldots\,\beta\\ &\ldots\ldots\,\gamma\end{aligned}$$

Diese Elimination von μ hat die Bedeutung, dass man ein gegebenes Ellipsoid (ϱ) mit verschiedenen homofokalen einmanteligen Hyperboloiden schneidet. Die Durchschnittslinien sind die Krümmungslinien erster Art, ihre horizontalen Projektionen sind Ellipsen. Die Axen dieser Ellipsen sind in V, α als Funktion von einander dargestellt, welche Gleichung einer Hyperbel zugehört. Das bedeutet soviel: Jedes X dieser Hilfshyperbel (V α) gibt die grosse Axe und jedes Y gibt die kleine Axe einer Ellipse als Horizontalprojektion der ersten Krümmungslinie. Die vertikalen Projektionen der ersten Krümmungslinien sind ebenfalls Ellipsen; ihre Axen sind als Funktion von einander in Gleichung (V, β) dargestellt. Diese bedeutet eine Ellipse mit bestimmten Axenlängen, und jedes X dieser Hilfsellipse gibt wieder die grosse und jedes Z die kleine Axe derjenigen Ellipse, in welcher sich die erste Krümmungslinie vertikal projizirt.

Diese Hilfskurven nennt Monge hyperboles et ellipses auxiliares, und es ist dabei zu bemerken, dass dieselben Gleichungen auch zu den Axenbestimmungen der Hilfskurven bei den andern zwei Flächen dienen, nur muss man die gehörige Substitution machen: für das einmantelige Hyperboloid ist $-C^2$ statt C^2, für das zweimantlige ist $-B^2$ statt B^2 und $-C^2$ statt C^2 zu setzen.

Untersucht man die Projektionen der zweiten Krümmungslinien (Schnitt $\varrho\,\nu$), so findet man bezüglich der Axenlängen der Hilfskurven, dass nur die Grösse μ durch ν ersetzt ist. Somit werden diese Hilfskurven, weil ja ν elimirt wird, dieselben Axenlängen haben; der Karakter kann jedoch ein anderer werden.

Wird nun dieses durchgeführt, so findet man folgende Resultate, die ich in einer Tabelle zusammenstelle.

Fläche	Projektionen d. Krümmungsl.			Hilfskurv. d.		Länge der Axen d. Hilfsk.
		1. Art	2. Art	1. Art	2. Art	
Ellipsoid	horizontale	Ellip.	Hyp.	Hyp.	Ellip.	$\mathfrak{A} = A\sqrt{\frac{A^2 - B^2}{A^2 - C^2}}$, $\mathfrak{B} = B\sqrt{\frac{A^2 - B^2}{B^2 - C^2}}$
	vertikale	Ellip.	Ellip.	Ellip.	Ellip.	$\mathfrak{A}' = A\sqrt{\frac{A^2 - C^2}{A^2 - B^2}}$, $\mathfrak{C} = C\sqrt{\frac{A^2 - C^2}{B^2 - C^2}}$
1 mantl. Hyperbol.	horizontale	Ellip.	Hyp.	Hyp.	Ellip.	$\mathfrak{A} = A\sqrt{\frac{A^2 - B^2}{A^2 + C^2}}$, $\mathfrak{B} = B\sqrt{\frac{A^2 - B^2}{B^2 + C^2}}$
	vertikale	Ellip.	Hyp.	Hyp.	Ellip.	$\mathfrak{A}' = A\sqrt{\frac{A^2 + C^2}{A^2 - B^2}}$, $\mathfrak{C} = C\sqrt{\frac{A^2 + C^2}{B^2 + C^2}}$
2 mantl. Hyperbol.	horizontale	Hyp.	Hyp.	Hyp.	Hyp.	$\mathfrak{A} = A\sqrt{\frac{A^2 + B^2}{A^2 + C^2}}$, $\mathfrak{B} = B\sqrt{\frac{A^2 + B^2}{C^2 - B^2}}$
	vertikale	Ellip.	Hyp.	Hyp.	Ellip.	$\mathfrak{A}' = A\sqrt{\frac{A^2 + C^2}{A^2 + B^2}}$, $\mathfrak{C} = C\sqrt{\frac{A^2 + C^2}{C^2 - B^2}}$

Diese Resultate sollen nun zur Konstruktion der Krümmungslinien auf den einzelnen Flächen angewendet werden.

5. Krümmungslinien des Ellipsoides.

Es sei in Fig. I. ein Ellipsoid mit den Halbaxen $O'A = A$, $O'B = B$ und $O''C = C$ dargestellt. So konstruire man zuerst über die Axen $\mathfrak{A} = A\sqrt{\frac{A^2 - B^2}{A^2 - C^2}} = O'\alpha = O'\beta$ und $\mathfrak{B} = B\sqrt{\frac{A^2 - B^2}{B^2 - C^2}} = O'E$ die Hilfshyperbel $\alpha m'H$ und Hilfsellipse $\alpha m E$. In der vertikalen Ebene konstruire man über die Axen $\mathfrak{A}' = A\sqrt{\frac{A^2 - C^2}{A^2 - B^2}} = O''\varphi$ u. $\mathfrak{C} = C\sqrt{\frac{A^2 - C^2}{B^2 - C^2}} = O''\psi$ die Hilfsellipse. Nachdem man den Umfang des Yz Hauptschnittes, welcher in $BS'''C'''$ umgelegt ist, in eine beliebige Anzahl gleicher Theile eingetheilt hat, projizire man diese Theilpunkte auf BB', wie z. B. S''' in S' und beziehe diese Punkte auf die Hilfshyperbel, so dass $O'S' = m'r$ ist. Es ist nun $S'm' = O'r$ die grosse und $O'S' = m'r$ die kleine Axe einer Ellipse, in welcher sich die erste durch den Punkt $(S'S'')$ des Ellipsoides gehende Krümmungslinie projizirt. Auf gleiche Weise erhält man die übrigen Ellipsen.

Um die zugehörige Vertikalprojektion zu finden, trage man die Höhe des Punktes $(S'S'') = S'S'''$ von O'' nach S'' auf, ziehe die $S''M \,//\, O''\varphi$, so sind dann die Coordynaten des Punktes M der Hilfsellipse die Axen der Vertikalprojektion (Ellipse).

Die zweiten Krümmungslinien projiziren sich horizontal als Hyperbeln. Nimmt man n z. B. als Scheitelpunkt der Hyperbel an, so findet man aus der Hilfsellipse $O'n = mp$ als reelle und $nm = O'p$ als imaginäre Axe der Hyperbel. Auf gleiche Weise erhält man die Axen der anderen Hyperbeln, welche die Horizontalprojektionen der zweiten Krümmungslinien sind. Die entsprechenden Vertikalprojektionen (Ellipsen) findet man, wenn man den Punkt f', wo die Hyperbel den XY Hauptschnitt trifft nach f'' projizirt und diesen Punkt f'' weiter auf die Hilfsellipse bezieht. Es ist dann $O''f''$ die eine, und $f''M' = O''P'$ die zweite Axe der Ellipse. Ist die Konstruktion richtig, so muss diese Ellipse den XZ Hauptschnitt in einem Punkt n'' treffen, welcher die vertikale Projektion von n' dem Scheitel der Hyperbel sein muss.

Da die Hauptschnitte des Ellipsoides ebenfalls Krümmungslinien sind, so wird man gut thun, zuerst zu untersuchen, ob dieselben aus den Hilfskurven zu erhalten sind, was man als Probe für die Richtigkeit der Hilfskurven nehmen kann. Für die horizontale Projektion entspricht genau der Punkt l der Hilfshyperbel, für die vertikale der Punkt k der Hilfsellipse, welche Punkte k und l in einer senkrechten auf die Axe liegen müssen.

6. Krümmungslinien des einmanteligen Hyperboloides.

In Fig. 2 ist das einmantelige Hyperboloid dargestellt, dessen Axen O'A, O'B und O''C sind.

Um nun dessen Krümmungslinien zu erhalten, konstruire man in der horizontalen Projektionsebene die Hilfsellipse und Hilfshyperbel aus den Axen $O'\alpha = \mathfrak{A} = A\sqrt{\frac{A^2-B^2}{A^2+C^2}}$ und $O'\beta = \mathfrak{B} = B\sqrt{\frac{A^2-B^2}{B^2+C^2}}$

Die Coordynaten eines Punktes m' der Hyperbel nämlich m'r und m'S' geben nun die Axen einer Ellipse als ersten Krümmungslinie; ebenso geben die Coordynaten eines Punktes der Ellipse z. B. m die Axen O'n und mn einer Hyperbel als horizontale Projektion einer zweiten Krümmungslinie.

Um die vertikale Projektion der Krümmungslinien zu erhalten, konstruire man aus den Axen $O''\varphi$ und $O''\psi$ wieder die Hilfsellipse und Hilfshyperbel, wo $O''\varphi = \mathfrak{A}' = A\sqrt{\frac{A^2+C^2}{A^2-B^2}}$ u. $O''\psi = \mathfrak{C} = C\sqrt{\frac{A^2+C^2}{B^2+C^2}}$

Die in der Senkrechten auf die Axe liegenden Punkte k und l geben genau wieder die Coordynaten für die Hauptschnitte. Bestimmt man nun die Höhe des Punktes (S'S'') durch die Linie S'S''', welche man von O'' nach S'' aufträgt, und bezieht diesen Punkt auf die Hilfshyperbel, so geben die Coordynaten des Punktes M: MP und MS'' die Axen einer Ellipse, welche die entprechende Vertikalprojektion der ersten Krümmungslinie ist. Diese Ellipse muss den vertikalen Hauptschnitt in einem Punkt r'' schneiden, welcher genau die vertikale Projektion des Punktes r' sein muss.

Die zweiten Krümmungslinien projiziren sich vertikal als Hyperbeln, deren Scheitelpunkte im horizontalen Hauptschnitte sich befinden. Man hat daher zuerst N' nach N'' zu projiziren, und diesen Punkt N'' auf die Hilfsellipse zu beziehen, wo man dann die Axen der Hyperbel: $O''N''$ und $N''M''$ erhält.

7. Krümmungslinien des zweimanteligen Hyperboloides.

Dieses ist in Fig. 3 dargestellt und seine Halbaxen sind $O'A$, $O'B$ und $O''C$. für die horizontale Projektion der Krümmungslinien erhält man die Hilfshyperbel mit den Halbaxen $O'\alpha = \mathfrak{A} = A\sqrt{\frac{A^2+B^2}{A^2+C^2}}$ und $O'\beta = \mathfrak{B} = B\sqrt{\frac{A^2+B^2}{C^2-B^2}}$, für die vertikale Projektion erhält man die Hilfsellipse und Hilfshyperbel mit den Halbaxen $O''\varphi = \mathfrak{A}' = A\sqrt{\frac{A^2+C^2}{A^2+B^2}}$ und $O''\psi = \mathfrak{C} = C\sqrt{\frac{A^2+C^2}{C^2-B^2}}$.

Irgend ein Punkt M dieser Hyperbel gibt die Axen MP'' und MR einer Ellipse als Vertikalprojektion der ersten Krümmungslinie. Die horizontale Projektion derselben ist eine Hyperbel, deren Scheitel im XZ Hauptschnitte ist. Projizirt man daher r'' nach r', so ist in r' der Scheitel der Hyperbel gefunden. $O'r$ ist dann die reelle und $r'm = O'n$ die immaginäre Halbaxe der Hyperbel, welche den XY Hauptschnitt in einem Punkte P' schneidet, der die horizontale Projektion von P'' sein muss. Die in einer Senkrechten auf die Axe liegenden Punkte geben die Halbaxen der Hauptschnitte. Die vertikale Projektion der zweiten Krümmungslinien sind Hyperbeln, deren Scheiteln alle zwischen A und φ liegen müssen. Irgend ein Punkt der Ellipse zwischen k und φ gibt durch seine Coordynaten die Axen der Hyperbel. Die horizontale Projektion davon kann gefunden werden, wenn man den Scheitel auf den XY Hauptschnitt projizirt und ausserdem noch die Vertikaldistanz eines Punktes, z. B. w oder v bestimmt.

b) Krümmungslinien der Paraboloide.

Da die Gleichungen $z = \frac{x^2}{2a} + \frac{y^2}{2b}$ und $z = \frac{x^2}{2a} - \frac{y^2}{2b}$ derselben den zweiten Grad nicht übersteigen, so kann man die Projektionen der Krümmungslinien aus ihren Gleichungen konstruiren. Bestimmt man die partiellen Ableitungen p, q, r, s und t und substituirt in die allgemeine Differenzialgleichung der Krümmungslinien, so erhält man nach zweimaliger Integration die Gleichung: $y^2 = \alpha x^2 + \beta$, wo $\beta = \frac{B\alpha}{A\alpha + 1}$ und $A = \frac{a}{b}$, $B = a(a - b)$.

Somit ist die endliche Gleichung der Horizontalprojektionen der Krümmungslinien: (n) . . . $y^2 = \alpha x^2 + \frac{ab(a-b)\alpha}{a\alpha + b}$, worin α eine willkührliche Konstante ist.

Will man diese Konstante α bestimmen, so dass die Gleichung (n) einer Krümmungslinie angehört, welche durch einen gegebenen Punkt der Fläche geht, dessen Coordynaten $x'y'$ sind, so setze man in dieser Gleichung $x = x'$ und $y = y'$ und löse sie in Bezug auf α auf. Man erhält auf diese Weise:

$$\alpha = -\frac{c}{2ax_1^2} \pm \sqrt{\left(\frac{c^2}{2ax_1^2}\right) + \frac{by_1^2}{ax_1^2}}, \text{ wo } c = bx_1^2 - ay_1^2 + ab(a-b).$$

Man findet sonach für die Konstante α immer zwei reelle Werthe, von denen der eine positiv, der andere negativ ist. Und diese Werthe geben, wenn man sie in die Gleichung (n) substituirt, resp. die Gleichungen der Projektionen der beiden Systeme von Krümmungslinien, welche durch den angenommenen Punkt $(x'y')$ gehen.

Der positive Werth von α liefert Hyperbeln:

$y^2 = \alpha x^2 + \frac{ab(a-b)\alpha}{a\alpha + b}$, wo die reelle Halbaxe $\mathfrak{B} = \sqrt{\frac{ab(a-b)\alpha}{a\alpha + b}}$

die immaginäre Halbaxe $\mathfrak{A} = \sqrt{\frac{ab(a-b)}{a\alpha + b}}$ ist.

Der kleinste Werth, den diese reelle Halbaxe annehmen kann, ist Null, wenn $x' = \infty$ und $y' = 0$ ist. Die beiden Aeste der Hyperbel fallen dann mit der Axe der X zusammen; denn es wird dafür $\alpha = o$ somit $\mathfrak{B} = 0$.

Wird $x = o$, $y' = \infty$ so wird $\alpha = \infty$ und dann ist $\mathfrak{B} = \sqrt{b(a-b)}$. Wenn man somit auf der Axe der Y eine Länge $= \sqrt{b(a-b)}$ zu beiden Seiten aufträgt, so erhält man zwei Punkte, über welche hinaus die Scheitel der Hyperbeln (ersten Krümmungslinien) nicht liegen können. Seien die Axen der Hyperbeln mit X und Y bezeichnet, so ist:

$$X^2 = \frac{ab(a-b)}{a\alpha + b}, \quad Y^2 = \frac{ab(a-b)\alpha}{a\alpha + b}.$$

Eliminirt man aus beiden Gleichungen α, so bringt man die Grössen X und Y in eine Wechselbeziehung, welche von α, somit auch von x' und y' unabhängig ist. Man erhält nach gehöriger Reduktion:

$$Y^2 + \frac{b}{a} X^2 = b\,(a-b),$$

welche Gleichung einer Ellipse mit den Halbaxen $\mathfrak{A} = \sqrt{a\,(a-b)}$ und $\mathfrak{B} = \sqrt{b\,(a-b)}$ zugehört. Die Coordynaten dieser Hilfsellipse geben sonach die Halbaxen derjenigen Hyperbeln, in welchen sich die ersten Krümmungslinien horizontal projiziren, und zwar gibt jedes x die immaginäre, jedes y die reelle Halbaxe.

Der negative Werth von α liefert als Projektionen des zweiten Systems der Krümmungslinien Ellipsen, deren beide Axen in die Richtungen der X und Y fallen, und deren Gleichungen sind:

$$y^2 = -\alpha x + \frac{ab\,(a-b)\,\alpha}{a\,\alpha - b}$$

Die Halbaxe in der Richtung der X ist $X = \sqrt{\frac{ab\,(a-b)}{a\alpha - b}}$

" " " " " " Y ist $Y = \sqrt{\frac{ab(a-b)\,\alpha}{a\alpha - b}}$

so dass das Verhältniss der beiden Axen so wie früher $\sqrt{\alpha}$ ist.

Eliminirt man aus X und Y die Grösse α, so findet man:

$$Y^2 = \frac{b}{a} X^2 + b\,(a-b). \text{ (Hilfshyperbel.)}$$

Die Lage der Hyperbel ist so, dass die reelle Axe mit der OY zusammen fällt, die Halbaxen der Hilfshyperbel haben dieselbe Länge wie die der Hilfsellipse.

Die Coordynaten der Hilfshyperbel geben somit die Halbaxen jener Ellipsen an, in welchen sich horizontal die zweiten Krümmungslinien projiziren.

Würde man oben, indem man die partiellen Ableitungen in die allgemeine Differenzialgleichung substituirt entweder x oder y eliminiren, so erhielte man dann die Gleichungen für die zweite oder dritte Projektion der Krümmungslinien, welche immer Parabeln sind. Die Projektionen der Krümmungslinien auf die durch die Axe der z gehenden Coordynatenebenen sind Parabeln.

8. Krümmungslinien des elliptischen Paraboloides.

Bei der ganzen Entwickelung ist $a > b$ vorausgesetzt. Sei in Fig. 4 ein elliptisches Paraboloid dargestellt. Der Brennpunkt des vertikalen Hauptschnittes sei F, der des umgelegten YZ Hauptschnittes sei f, somit ist $O''F = \frac{a}{2}$ und $O'f = \frac{b}{2}$. Das Paraboloid sei nach oben durch den Schnitt einer horizontalen Ebene abgegränzt.

Um nun die Krümmungslinien durch ihre Projektionen darzustellen, trage man zuerst $O'\alpha = \mathfrak{A} = \sqrt{a\,(a-b)}$ und $O'\beta = \mathfrak{B} = \sqrt{b\,(a-b)}$ auf, und konstruire über diese Halbaxen die Hilfshyperbel und Hilfsellipse.

Die Coordynaten eines beliebigen Punktes m der Hyperbel geben die Halbaxen $mr' = O'S'$ und $mS' = O'r'$ der Ellipse (zweite Krümmungslinie).

Die dazugehörige Vertikalprojektion ist eine Parabel, deren Scheitelpunkt $(S'S'')$ auf dem YZ Schnitte liegt. Bestimmt man die Höhe dieses Scheitels durch die Linie $S'S''$, und trägt diese von O'' nach S'' auf, so ist S'' der Scheitel für die Vertikalprojektion. Projizirt man ferner den Punkt r' nach r'' im XZ Schnitte, so hat man für die Parabel im ganzen drei Punkte gefunden. Aus dem umschriebenen Rechtecke kann man dann beliebig viele andere Punkte der Parabel finden. Irgend ein Punkt M der Hilfsellipse gibt durch seine Coordynaten die Axen der Hyperbel, in welcher sich horizontal eine erste Krümmungslinie projizirt. $O'N'$ ist die reelle und $N'M$ die immaginäre Halbaxe. Diese Hyperbel schneidet die Kontour in einem Punkt f'. Die entsprechende Vertikalprojektion findet man, indem man die Höhe des Scheitels N' bestimmt, und diese Höhe von O'' nach N'' aufträgt, dann den Punkt f' vertikal nach f'' projizirt, und durch ein umschriebenes Rechteck noch andere Punkte der Parabel bestimmt.

Zugleich wird man die Höhe des Punktes β bestimmen, und diese von O'' nach β'' auftragen. Ueber den Punkt β'' können die Scheitel der Parabeln nicht hinausfallen.

9. Krümmungslinien des hyperbolischen Paraboloids.

Man erhält alle Formeln für dieses aus dem elliptischen Paraboloid, wenn man statt $b \ldots -b$ setzt. Diese Substitution bewirkt aber in den Gleichungen für die Hilfskurven, dass in der Hilfshyperbel die Glieder mit X und Y die Zeichen wechseln. Die Folge davon ist die, dass also beim hyperbolischen Paraboloid die Hilfshyperbel die gewöhnliche Lage hat, wo die reelle Axe mit der Axe der X zusammenfällt. Die Gleichungen sind:

$$Y^2 + \frac{b}{a} X^2 = b\ (a + b) \text{ und } \frac{b}{a} X^2 - Y^2 = b\ (a + b).$$

Die Halbaxe in der Richtung 0x ist $\mathfrak{A} = \sqrt{a\ (a + b)}$

„ „ „ „ „ 0y ist $\mathfrak{B} = \sqrt{b\ (a + b)}$.

In Fig 5 ist ein hyperbolisches Paraboloid dargestellt. Der Brennpunkt des XZ Hauptschnittes ist F, der des umgelegten YZ Schnittes ist f; somit ist $O''F = \frac{a}{2}$ und $O'f = \frac{b}{2}$ und wieder $a > b$.

Trägt man die Längen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ auf die Axen OX und OY auf, so erhält man die Punkte α und β. Sodann honstruire man die Hilfshyperbel und Hilfsellipse. Jeder Punkt m der Hyperbel giebt durch seine Coordynaten mr′ und mS′ die Halbaxen einer Ellipse, in welcher eine erste Krümmungslinie horizontal projizirt erscheint.

Um die dazugehörige Vertikalprojektion zu finden, projizire man den Punkt r′ nach r″ in den XZ Hauptschnitt. Sodann suche man den Punkt S″ als vertikale Projektion von S′ durch die Höhe S′S‴ des Punktes (S′S″). In S″ ist der Scheitel der Parabel, welche die vertikale Projektion der ersten Krümmungslinie ist. Die Parabel wird wieder leicht durch das umschriebene Rechteck vollendet.

Ein beliebiger Punkt M der Hilfsellispe giebt durch seine Coordynaten die Halbaxen O′N′ und N′M der Hyperbel, in welcher eine zweite Krümmungslinie projizirt erscheint. Diese Hyperbel schneidet die Spur des Paraboloids auf einer oberhalb O″ befindlichen Horizontalebene in dem Punkte f′.

Die vertikale Projektion dieser Krümmungslinie findet man, indem man f′ nach f″ und N′ nach N″ vertikal projizirt. Andere Punkte der Parabel findet man, wenn man die Durchschnittspunkte der Hyperbel mit den Ellipsen vertikal projizirt. Zuletzt sei noch bemerkt, dass in der Figur auch die zwei Lagen der Erzeugenden in $O'T'_1$ und $O'T'_2$ und O″T″, dann die Leitlinien A′B′, A″B″ und C′D′ C″D″, sowie die Spuren des Hyperboloids auf zwei Horizontalebenen dargestellt sind.

10. Krümmungslinien des geraden Konoides.

Die Gleichung des Konoides ist $\frac{l^2x^2}{y^2} + z^2 = r^2$, wenn die gerade Leitlinie desselben zugleich Axe der Z, die Ebene des Kreises parallel zur Ebene XZ dessen Entfernung von ihr $= l$, der Radius des Kreises $= r$ ist.

Da die Gleichung des vierten Grades ist, so ist keine Hoffnung vorhanden, die Krümmungslinien durch ihre Gleichungen, welche höheren Grades sein werden, konstruiren zu können. Folgende Betrachtung liefert nun ein Verfahren, durch welches die Krümmungslinien auf ziemlich einfache Weise erhalten werden können:

Jede Normale, welche sich längs einer Erzeugenden des Konoids fortbewegt, so dass sie stets normal auf der Fläche ist, beschreibt ein hyperbolisches Paraboloid. Nimmt man nun eine bestimmte Zahl solcher Erzeugenden am Konoide an, so erhält man eine Reihe von hyp. Paraboloidien, die sich unter einander schneiden werden. Längs jener Erzeugenden des Konoids, welche in der horizontalen Ebene liegen, beschreibt die Normale statt des hyp. Paraboloids die horizontale Ebene selbst, sowie diejenige Normale, welche sich längs der Erzeugenden, die sich in der YZ Ebene befinden, bewegt, die YZ Ebene selbst beschreibt. Das ganze Konoid wird daher durch die vier genannten Erzeugenden in vier kongruente Theile zerlegt; und wenn man die Krümmungslinien auf einem solchen Theil konstruirt hat, kann man sie auf die andern einfach übertragen.

Nimmt man von der horizontalen Ebene angefangen die Erzeugenden des Konoids 1, 2, 3, 4, 5 an, so erhält man ebenso viele hyperbolische Paraboloide: I, II, III, IV . . . .

Das hyperbolische Paraboloid I ist die horizontale Ebene und wird geschnitten von II in einer Hyperbel Hy_1, II wird von III in der Hyperbel Hy_2, III von IV in der Hyperbel Hy_3 . . . . . geschnitten.

Nimmt man nun in Hy_1 eine Reihe von Punkten ($a_1, b_1, c_1, d_1 \ldots$) an, und führt von diesen Senkrechte zurück auf die Erzeugenden 1 und 2 des Konoids, so erhält man dort zwei Reihen von Fusspunkten A_1, B_1, C_1, ... A_2, B_2, C_2, . . ., welche Punkte A_1 und A_2, B_1 und B_2 in einer Krümmungslinie liegen, da ihre Normalen sich in den Punkten a_1, b_1, c_1 . . . der Hyperbel Hy_1 schneiden. Diese letzteren Senkrechten schneiden auch die Hyperbel Hy_2 in den Punkten a_2 b_2 c_2 ... Führt man von diesen Senkrechte zurück auf die Erzeugende 3 des Konoids, so erhält man die Fusspunkte A_3, B_3, C_3 ... Die Elemente A_2 A_3, B_2 B_3 .... liegen offenbar wieder in Krümmungslinien, da ihre Normalen sich in den Punkten a_2, b_2 ... schneiden. Geht man nun auf die angedeutete Weise weiter, so findet man zu gleicher Zeit die ersten Krümmungslinien A_1 A_2 A_3 ..., B_1 B_2 B_3 .... —

Der Vortheil dieser Konstruktion gegen die allgemeine Methode durch die oskulirenden Ellipsoide und Hyperboloide oder durch den Schnitt der Berührungsebenen springt klar in die Augen, ohne dass man darüber das Nähere sagen müsste. —

Die Normalen an das Konoid längs einer Erzeugenden können leicht mit Hilfe des berührenden Paraboloids gezeichnet werden. —

Es sei in Fig 6 ein gerades Konoid dargestellt, die horizontale Ebene gehe durch die Mitte des Konoids. Soll nun in dem Punkte (M' M'') der Erzeugenden 4 die Normale an das Konoid konstruirt werden, so geschieht das folgender Weise: Man bestimme zuerst das Berührungsparaboloid der Erzeugenden 4. Die horizontale Spur desselben ist die Gerade $T'G'$, die Erzeugenden desselben sind parallel zur vertikalen Ebene.

Zieht man nun $M'P$ // zur Axe, so ist diese Linie die horizontale Projektion der Erzeugenden des Berührungsparaboloids, welche durch den Punkt ($M'M''$) geht. Durch diese Erzeugende und durch die Erzeugenden 4 des Konoid geht nun die Berührungsebene des Punktes ($M'M''$). Die horizontale Traçe dieser Ebene geht durch P und parallel zur Erzeugenden 4. Errichtet man nun auf die Berührungsebene aus ($M'M''$) die Senkrechte Mo, so ist diese die Normale des Punktes ($M'M''$). Man sieht sonach, dass die horizontalen Projektionen der Normalen senkrecht sind auf den horizontalen Projektionen der zugehörigen Erzeugenden des Konoids.

Wäre die Normale aus einem Punkte des Kreises zu errichten, so müsste die vertikale Projektion durch den Mittelpunkt des Kreises gehen, die horizontale Projektion aber senkrecht sein auf der zugehörigen Erzeugenden.

Der horizontale Durchschnittspunkt fällt somit in den vertikalen Durchmesser des Kreises. Von dieser Bemerkung wird später Anwendung gemacht. —

Um noch einmal auf die horizontale Spur des Normalenparaboloides zurückzukommen, bemerke man, dass die erzeugende Normale während ihrer Bewegung längs der Erzeugenden des Konoids stets ihren horizontalen Neigungswinkel ändert. Der Winkel wird immer kleiner, je mehr sich die Normale vom Kreise gegen die gerade Leitlinie des Konoids entfernt, und ist endlich Null, wenn sie in diese Leitlinie selbst gekommen ist. Somit muss die Spur des Normalenparaboloids einen unendlichen Ast haben, wozu die horizontale Projektion dieser letzten Lage der Normalen Asymptote ist. Der horizontale Neigungswinkel der Normale wird immer grösser, je mehr sich diese in der entgegengesetzten Richtung entfernt, und wird in unendlicher Entfernung gleich 90^0.

Dann aber fiele der horizontale Durchschnittspunkt der Normalen in die horizontale Projektion der Erzeugenden des Konoids. Man sieht somit, dass die horizontale Spur des Normalenparaboloids auch noch einen zweiten unendlichen Ast hat, wozu die horizontale Projektion der Erzeugenden Asymtote ist. Die Curve muss somit eine Hyperbel sein, was noch mathematisch nachgewiesen werden soll. Da aber die beiden Asymptoten auf einander senkrecht stehen, so ist diese Hyperbel eine gleichseitige, wo die Axen a und b einander gleich sind. —

Aus einer einfachen Betrachtung findet man, dass die Z Axe auch die Axe des Paraboloids ist. Dann ist die Gleichung desselben:

$$\frac{x^2}{2a} - \frac{y^2}{2b} = z + m.$$

Setzt man nun, um den horizontalen Schnitt zu erhalten, $Z = 0$, so hat man $\dfrac{x^2}{2am} - \dfrac{y^2}{2bm} = 1.$

Und da ferner leicht beurtheilt werden kann, dass die Parameter 2a und 2b der beiden erzeugenden Parabeln für diesen Fall einander gleich sind, so ersieht man aus obiger Gleichung, dass die horizontale Spur richtig eine gleichseitige Hyperbel ist. Die Axen der Hyperbel wird man am einfachsten durch Halbirung der rechten Winkel finden, die die Asymptoten bilden. Um nun noch die Länge der Axen zu erhalten, nehme man einen bekannten oder leicht zu findenden Punkt zu Hilfe. Solche Punkte sind eben jene Fusspunkte von Normalen, welche aus Punkten des Kreises errichtet wurden. Bezieht man einen solchen bekannten Punkt auf die Axe der Hyperbel, so kennt man sein x und y, und dann kann die Länge der Axe gefunden werden. Denn wenn die Gleichung der gleichseitigen Hyperbel: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$ ist, so ist $x^2 - y^2 = a^2$, woraus a sehr leicht konstruirt wird. —

Um nun diese Resultate in der Zeichnung zu erklären, bemerke man, dass von G' aus die auf den horizontalen Projektionen der Erzeugenden senkrechten Asymptoten gezeichnet sind. Es sind das die Linien As_1, As_2, As_3, As_4, . . .

Nach Halbirung der zusammengehörigen rechten Winkel erhielt man die Richtungen der reellen Axen durch die Linien: $G'\alpha_1$, $G'\alpha'$, $G'\alpha''$, $G'\alpha'''$, welche letzteren 3 Linien fein punktirt erscheinen, weil sie nur einen nebensächlichen Werth haben. Um an einem Beispiele die Konstruktion durchzuführen, betrachte man $G'\alpha_1$ als Axe der ersten Durchschnittshyperbel und den Punkt f als den horizontalen Durchschnittspunkt der zugehörigen Normalen. Fällt man von f auf $G'\alpha_1$ die Senkrechte fl, so ist G'l die Abszisse und fl die Ordinate des Punktes f; somit $G'\alpha_1 = x$, $fl = y$. Beschreibt man nun über x einen Halbkreis und trägt dann das y von l nach m auf, so ist dann die Länge $G'm = \sqrt{x^2 - y^2}$, welche man noch nach α_1 aufzutragen hat. In der Figur wurden die übrigen Konstruktionen nicht ausgeführt; doch sind die Axenlängen durch die Punkte α_1, α', α'', α''' bestimmt.

Wie bekannt wird ein hyperbolisches Paraboloid auch dadurch erzeugt, dass von zwei in aufeinander senkrechten Ebenen befindlichen und sich berührenden Parabeln, sich die eine längs der zweiten so fortbewegt, dass sie stets ihrer ursprünglichen Lage parallel bleibt. Die Parameter dieser zwei Parabeln kommen in den Gleichungen des Paraboloids vor, weshalb man sie kennen muss, wenn man weitere Konstruktionen zu machen hat. Vorläufig handelt es sich darum, die Hauptschnitte zu finden. Ohne in das Nähere einzugehen, wird man mit Hilfe des in der Einleitung über die Hauptschnitte bemerkten erkennen, dass die Hauptschnitte durch die Z-Axe (Leitlinie des Konoids) und die Axen der Hyperbel gehen müssen. Die Hauptschnitte geben eben die zwei erzeugenden Parabeln. Von einer derselben kennt man den Scheitel und jene zwei Punkte, wo ihre Aeste auf der horizontalen Ebene aufstehen. Diese Punkte sind die Scheitel der Hyperbel. Diese Stücke reichen hin, um die Parabel zu konstruiren, oder auch ihren Parameter zu finden.

Bei der Betrachtung des Ganzen bemerkt man, dass die Axe der

Hyperbel eine Ordinate und die Scheitelhöhe eine Abszisse der Parabel ist. Wenn nun $y^2 = 2px$ ist, so ist $2p : y = y : x$ sehr leicht aufzulösen, indem man einfach den Proportionalwinkel benützt. — Es wurde schon bemerkt, dass beide erzeugende Parabeln gleiche Parameter haben. Diese Parameter verschaffe man sich von allen Hyperboloiden I, II, III . . . ., und bezeichne dieselben.

Nun kann der Durchschnitt von je zwei aufeinander folgenden Paraboloiden gefunden werden. Ueberhaupt haben alle dieselbe Z-Axe, nur liegen die Scheitel in verschiedenen Höhen. Die Axen der x und y aber bilden einen Winkel φ, welcher auch von den horizontalen Projektionen derjenigen Erzeugenden des Konoids gebildet wird, zu denen eben die beiden Paraboloide gehören.

Es sollen die beiden Paraboloide IV und V besonders betrachtet werden. Ihre Scheitel stehen um ein Stück m von einander ab, welches m gleich ist der Entfernung der Erzeugenden 4 und 5. Das Coordynatensystem sei in den höheren Scheitel des V verlegt, so ist dann der Winkel $\varphi = \sphericalangle\, \alpha'' G' \alpha''' = As_3 G' As_4$.

Die Gleichung von V ist: $\dfrac{x^2}{p} - \dfrac{y^2}{p} = z.$

Die Gleichung von IV ist: $\dfrac{{x_1}^2}{P} - \dfrac{{y_1}^2}{P} = z - m.$

Wo $x_1 = x \cos\varphi - y \sin\varphi$

$y_1 = y \sin\varphi + y \cos\varphi$; substituirt, erhält man

$\dfrac{(x \cos\varphi - y \sin\varphi)^2}{P} - \dfrac{(x \sin\varphi + y \cos\varphi)^2}{P} = z - m.$ als Gleichung des IV. Paraboloids.

Bringt man nun beide zum Durchschnitt, so ist:

$$\frac{x^2 \cos^2\varphi - 2xy \sin\varphi \cos\varphi + y^2 \sin^2\varphi}{P} - \frac{x^2 \sin^2\varphi - 2xy \sin\varphi \cos\varphi + y^2 \cos^2\varphi}{P}$$

$= \dfrac{x^2}{p} - \dfrac{y^2}{p} - m.$ und reduzirt, ist schliesslich die Gleichung der Horizontalprojektion des Durchschnittes:

$$(x^2 - y^2)\left[\frac{1}{mp} - \frac{\cos 2p}{mP}\right] + \frac{2xy \sin 2\varphi}{mP} = 1,$$

welche Gleichung einer gleichseitigen Hyperbel angehört.

Der Koeffizient des ersten Gliedes bleibt stets positiv, weil

$\cos 2\varphi < 1$, $p < P$, somit $\frac{1}{mp} > \frac{\cos 2\varphi}{mP}$, daher die horizontale Projektion immer eine Hyperbel sein muss. Um die Axen dieser Hyperbel der Richtung und Grösse nach zu finden, muss man ihre Gleichung mit der allgemeinen Form vergleichen. Bilden die Axen mit den Coordynatenaxen einen Winkel ψ, so ist die Gleichung der Hyperbel:

$$(x^2 - y^2) \frac{\cos 2\psi}{A^2} - \frac{2xy \sin 2\psi}{A^2} = 1.$$

Es folgt nun:

$$\frac{\sin 2\psi}{A^2} = - \frac{\sin 2\varphi}{mP}$$

$$\frac{\cos 2\psi}{A^2} = \frac{1}{mp} - \frac{\cos 2\varphi}{mP}.$$ Daraus ist

$$\operatorname{tg} 2\psi = - \frac{\sin 2\varphi}{P\left(\frac{1}{p} - \frac{\cos 2\varphi}{P}\right)} = \frac{- p \sin 2\varphi}{P - p \cos 2\varphi}$$

Da $P > p$, so wird $\operatorname{tg} 2\psi$ stets negativ, daher der Winkel ψ sowie dann auch $\sin 2\psi$ negativ. Somit ist dann:

$$- \frac{\sin 2\psi}{A^2} = - \frac{\sin 2\varphi}{mP} \text{ und } A^2 = \frac{mP \sin 2\psi}{\sin 2\varphi}.$$

Beide Werthe lassen sich nun leicht konstruiren: Man mache Fig. 7 vorerst den Winkel $fab = 2\varphi$, wo der Winkel φ entweder durch den Bogen zwischen den Asymptoten oder den Erzeugenden zu nehmen ist. Dann nehme man $ab = \frac{P}{4}$, $ac = \frac{p}{4}$. Die Senkrechte $ch = \frac{p}{4} \sin 2\varphi$ und $ah = \frac{p}{4} \cos 2\varphi$ und $bh = \frac{P}{4} - \frac{p}{4} \cos 2\psi$. Verbindet man den Punkt c mit b, so ist der Winkel $cba = 2\psi$ denn $\operatorname{tg} 2\psi = \frac{ch}{hb} = \frac{p \sin 2\varphi}{P - p \cos 2\varphi}$. Somit wäre der neue Winkel gefunden. Halbirt man dessen Bogenmass, und trägt die Hälfte von der Axe $G'\alpha'''$ nach unten, also negativ auf, so erhält man die Richtung der Axe der Hyperbel, in welcher sich horizontal der Durchschnitt von IV und V projizirt. Diese Axe ist $G'\alpha_1$.

Da die Hyperbel eine Gleichseitige ist, so könnte man auch die imaginäre Axe sowie die Asymptoten ohne weiteres angeben. —

Beschreibt man aus b mit der Länge $ab = \frac{P}{4}$ einen Bogen, welcher den Schenkel des Winkels 2ψ in dem Punkte d schneidet, so ist $bd = \frac{P}{4}$. Die Senkrechte aus d auf $ab = \frac{P \sin 2\psi}{4}$. Zieht man durch den Punkt d die Linie $de // ab$, so wird der Schenkel des Winkels 2φ in e geschnitten. Die Senkrechte $ek = ae \sin 2\varphi = \frac{P \sin 2\varphi}{4}$ u. $ae = \frac{P \sin 2\psi}{4 \sin 2\varphi}$. Aus der Vergleichung mit den oben bestimmten Ausdrücken folgt, dass: $\frac{A^2}{4} = m\ ae$.

Trägt man nun von e weiter ein Stück $ef = m$ auf, und beschreibt über af einen Halbkreis, so ist die Senkrechte eg die mittlere geometrische Proportionale zwischen ae und ef, somit ist $eg = \frac{A}{2}$ der Länge der halben Axe der Hyperbel. Diese Länge eg ist nur noch von G' weiter doppelt nach α_4 aufzutragen, so dass $G'\alpha_4 = 2.\ eg$.

Es sei noch bemerkt, dass nur die vierten Theile der Parameter von den erzeugenden Parabeln der Paraboloide konstruirt wurden, weil die ganzen Parameter zu lang werden. Auf den Winkel 2ψ hat das gar keinen Einfluss, wie aus der Formel zu ersehen ist, auf die Länge der Axe jedenfalls. Nimmt man $\frac{P}{4}$, so erhält man auch nur $\frac{A^2}{4}$, und die Länge der mittleren geometrischen Proportionalen ist dann $\frac{A}{2}$.

Sodann wurde die Hyperbel wirklich konstruirt. Auf gleiche Weise erhielt man die Hyperbeln mit den Scheiteln α_3, α_2; die mit dem Scheitel α_1 ist die horizontale Spur des II.

Man hat somit zur Konstruktion des ersten Systems der Krümmungslinien folgende Vorbereitungen nöthig:

1. Die Richtungen der Axen von den horizontalen Spuren der Normalenparaboloide;
2. Die Scheitelpunkte α_1 α' α'' α''' auf jeder dieser Richtungen;
3. Die Scheitelhöhen der Paraboloide, woraus durch Zuhilfenahme der zugehörigen Axenlänge der Hyperbel die Parameter gefunden werden;
4. Die Richtung und Grösse der Axen der horizontalen Projektionen der Durchschnittshyperbeln.

Nun kann man in der Hyperbel mit dem Scheitel α_1 die Punkte a_1, b_1, c_1, d_1, . . . annehmen, die Senkrechten auf die Erzeugenden

1 und 2 zurückführen, und die oben bereits besprochene Operation ausführen. Auf diese Weise erhält man die horizontale Projektion so vieler Krümmungslinien, als man Punkte in der Hy_1 angenommen hat. Daraus kann nun ohne weiteres die vertikale und Kreuzrissprojektion bestimmt werden. —

Diese Senkrechten, welche aus den Punkten: a_1, a_2, a_3, ... zurückgeführt werden, sind die Erzeugenden einer entwickelbaren Fläche, welche von der Normalen gebildet wird, wenn sie sich längs einer Krümmungslinie fortbewegt.

Was die Konstruktion der Krümmungslinien zweiter Art anbelangt, so wird man diese aus der Eigenschaft ableiten können, dass sie auf den ersten Krümmungslinien im Durchschnitte senkrecht stehen. Zu diesen zweiten Krümmungslinien gehören jene vier Erzeugenden des Konoids, die dasselbe in vier kongruente Theile zerlegen. Denn während die Erzeugende über das Element E oder F des Kreises sich hinbewegt, geht sie über zwei parallele Linien; somit ist ein Elementarstreifen des Konoids hier eben. Alle Normalen längs der Erzeugenden der Punkte E und F werden somit in einer Ebene liegen und sich in unendlicher Entfernung schneiden. Die Erzeugenden der Punkte E und F sind daher Krümmungslinien. —

Bewegt sich die Erzeugende über das höchste oder tiefste Element des Kreises, so geht sie einen Augenblick horizontal nach der Tangente fort, während der Theil in der geraden Leitlinie seine Höhe nicht ändert. Die Erzeugende ist gleichsam in einem Punkt festgehalten und bewegt sich über eine Gerade; sie beschreibt daher auch hier ein ebenes Elementarstreifchen.

Die Normale wird längs der höchsten und tiefsten Erzeugenden wie schon erwähnt die YZEbene selbst beschreiben. Es sind daher diese beiden Erzeugenden ebenfalls Krümmungslinien zweiter Art. Die übrigen Krümmungslinien können nun folgendermassen gefunden werden:

Soll die zweite Krümmungslinie durch den Punkt $(M'M'')$ gehen, so muss sie senkrecht sein auf die erste Krümmungslinie. Zieht man daher an die letzte eine Tangente in $(M'M'')$, so muss diese in der Berührungsebene des Punktes M liegen. Diese Berührungsebene ist durch das Berührungsparaboloid bestimmt worden. Um nun eine Senkrechte auf die Tangente zeichnen zu können, lege man die Berührungsebene sammt der Tangente in die horizontale Projektionsebene nieder. Punkt M kommt nach M_0, die umgeklappte Tangente ist SM_0; die darauf Senkrechte M_0R, welche die Traçe der Berührungsebene eben in R schneidet. Die zurückgeführte Senkrechte ist RM' und von dieser nimmt man nun ein längeres oder kürzeres Stück um den Punkt M herum als Krümmungslinie an. Hier würde man jenes Stück derselben anzunehmen haben, welches immer zwischen zwei ersten Krümmungslinien sich befindet. An den Endpunkten der zweiten Krümmungslinie hätte man dann dieses Verfahren nur zu wiederholen, um sie zu verlängern. Werden die Punkte a_1, b_1, c_1 in Hy_1 nahe aneinander angenommen, so wird man der Wahrheit ziemlich nahe kommen.

Zum Schlusse erlaube ich mir die Hoffnung auszusprechen, dass dieser Beitrag zur Konstruktion der Krümmungslinien, welcher sich nach dem beschränkten Raume richten musste, meinen geehrten Kollegen und Fachmännern nicht unwillkommen sei, da gerade dieses Kapitel in Werken über darstellende Geometrie ziemlich vernachlässigt erscheint. Ausser Leroy ist mir kein Werk bekannt, welches wie dieses auch nur dürftige Andeutungen über die Konstruktion der Krümmungslinien brächte.

Zur Construction von Krümmungslinien.

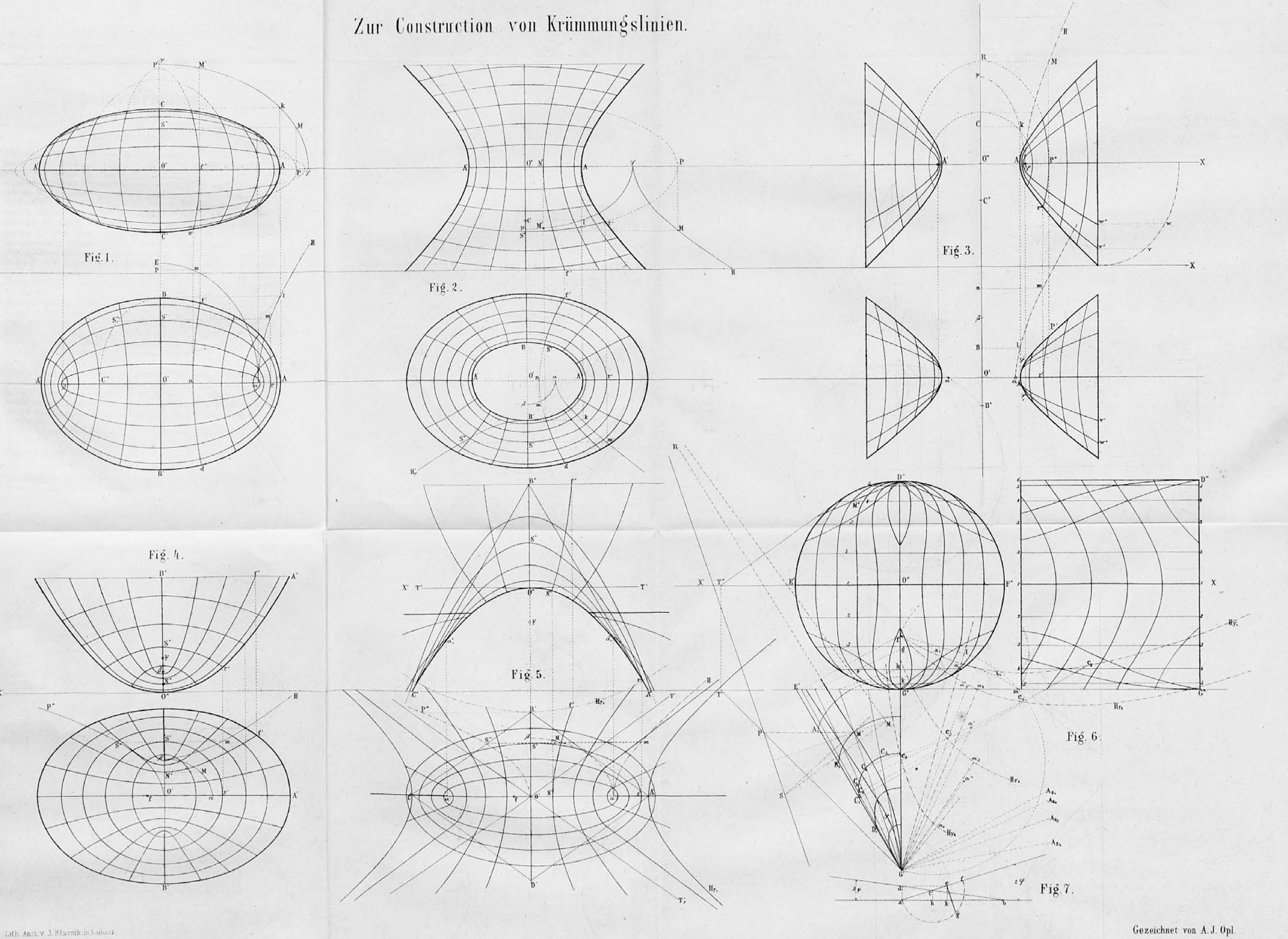

Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6. Fig. 7.

Lith. Anst. v. J. Blasnik in Laibach

Gezeichnet von A. J. Opl

Schulnachrichten.

I. Der Lehrkörper.*)

1. **Thomas Schrey,** wirklicher Direktor, lehrte die Physik in der 1., 5. und 6. Klasse, wöchentlich 10 Stunden. An der sonntäglichen Gewerbeschule ertheilte er den Unterricht in der Physik.
2. **Johann Drizhal,** Professor, lehrte im 1. Semester die Mathematik in der 4., 5. und 6. Klasse, und Naturgeschichte in der 4. und 5. Klasse, wöchentlich 20 Stunden; im 2. Semester die Mathematik in der 4., 5. und 6. Klasse, wöchentlich 16 Stunden. Vorstand der 5. Klasse.
3. **Philipp Fröhlich,** wirklicher Lehrer, lehrte das Freihandzeichnen in der 4., 5. und 6. Klasse, wöchentlich 16 Stunden. An der sonntäglichen Gewerbeschule ertheilte er den Unterricht im Freihandzeichnen.
4. **Franz Globočnik,** provisorischer Lehrer, lehrte das Freihandzeichnen in der 2. und 3. Klasse, und die Kalligraphie in der 1. und 2. Klasse. Im 2. Semester ertheilte er auch in der 3. Klasse den kalligraphischen Unterricht; im 1. Semester wöchentlich 16, im 2. Semester wöchentlich 18 Stunden.
5. **Mathias Hainz,** wirklicher Lehrer, lehrte die Chemie in der 3., 4., 5. und 6. Klasse, die Arithmetik in der 2. Klasse und im 1. Semester auch die Naturgeschichte in der 6. Klasse; im 1. Semester wöchentlich 18, im 2. Semester wöchentlich 16 Stunden; leitete die praktisch-analytischen Arbeiten der Schüler im Laboratorium. An der sonntäglichen Gewerbeschule ertheilte er den Unterricht in der Chemie. Vorstand der 4. Klasse.
6. **Georg Kozina,** wirklicher Lehrer, lehrte im 1. Semester die Geographie und Geschichte in der 1., 4., 5. und 6. Klasse, und die deutsche Sprache in der 2. Klasse, wöchentlich 19 Stunden; im 2. Semester die Geographie und Geschichte in der 1., 3., 4., 5. und 6. Klasse, wöchentlich 18 Stunden. An der sonntäglichen Gewerbeschule ertheilte er den Unterricht in der Geographie.
7. **Anton Lesar,** Weltpriester und Professor, lehrte die Religionslehre in allen 6 Klassen und die slovenische Sprache in der 5. und 6. Klasse, wöchentlich 16 Stunden.

---

*) Die Namen der Professoren, der wirklichen und provisorischen Lehrer sind in alphabetischer Ordnung angeführt.

8. **Michael Peternel**, Weltpriester und Professor, lehrte im 1. Semester die slovenische Sprache in der 1., 2., 3. und 4. Klasse, Naturgeschichte in der 1. und 2. Klasse, Geographie und Geschichte in der 2. und 3. Klasse, wöchentlich 18 Stunden; im 2. Semester die slovenische Sprache in der 1., 2., 3. und 4. Klasse, die Naturgeschichte in der 1. Klasse, Geographie und Geschichte in der 2. Klasse, wöchentlich 13 Stunden. Vorstand der 2. Klasse.
9. **Raimund Pirker**, Professor, lehrte die deutsche Sprache in der 3., 4., 5. und 6. Klasse, und die Arithmetik in der 3. Klasse; im 1. Semester auch in der 1. Klasse die deutsche Sprache; im 1. Semester wöchentlich 20, im 2. Semester wöchentlich 16 Stunden. Vorstand der 3. Klasse. An der sonntäglichen Gewerbeschule ertheilte er den Unterricht in der deutschen Aufsatzlehre und im Rechnen.
10. **Franz Wastler**, wirklicher Lehrer, war im 1. Semester an der k. k Oberrealschule in Troppau, im 2. Semester lehrte er die Naturgeschichte in der 4., 5. und 6. Klasse, die deutsche Sprache in der 1. und 2. Klasse, und die Arithmetik in der 1. Klasse, wöchentlich 18 Stunden.
11. **Josef Winter**, Professor, war für das ganze Schuljahr beurlaubt.
12. **Emil Ziakowski**, wirklicher Lehrer, lehrte die darstellende Geometrie in der 4. und 6. Klasse, die Maschinenlehre in der 6. Klasse, Baukunst und Bauzeichnen in der 3. Klasse, die Geometrie und das geometrische Zeichnen in der 2. Klasse, und die Kalligraphie in der 4. und 5. Klasse; im 1. Semester auch den letztern Gegenstand in der 3. Klasse. Im 1. Semester wöchentlich 20, im 2. Semester wöchentlich 18 Stunden. Vorstand der 6. Klasse. An der sonntäglichen Gewerbeschule ertheilte er den Unterricht im geometrischen Zeichnen.
13. **Josef Opl**, supplirender Lehrer, lehrte die darstellende Geometrie in der 5. Klasse, das geometrische Zeichnen in der 1. Klasse und die Physik in der 2. Klasse; im 1. Semester auch die Arithmetik in der 1. Klasse. Im 1. Semester wöchentlich 20, im 2. Semester wöchentlich 18 Stunden. Vorstand der 1. Klasse.

Assistent:

Franz Tomšič, Assistent beim Zeichnungsunterrichte.

Dienerschaft:

Andreas Kokail, Schuldiener.

II. Lehrplan für die obligaten Lehrgegenstände.

1. Klasse.

Religion: Abriss der hl. Geschichte zum Verständniss des göttlichen Heilplanes. Christkatholische Glaubenslehre. Hoffnung. — Religionslehre von Zenner, bibl. Geschichte von Schuster, Katekizem und Zgodbe starega in novega zakona, von Lesar. — 2 Stunden.

Deutsche Sprache: Sachliche und sprachliche Erklärung der Lesestücke. Memoriren. Die Lehre vom Haupt-, Bei-, Für- und Zeitworte. Orthographische Uebungen. — Schul- und Hausaufgaben. — Lesebuch von Vernaleken, I. Theil, und Sprachlehre von Becker. — 4. Stunden.

Slovenische Sprache: Sprachliche und sachliche Erklärung des Gelesenen. Memoriren. Die Formenlehre. Der einfache Satz. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. — Sprach- und Lesebuch von Janežič. — 2 Stunden.

Geographie und Geschichte: Grundbegriffe aus der astronomischen und physikalischen Geographie. Politische Geographie der europäischen Staaten und das Wichtigste über die übrigen Welttheile. Historische Bemerkungen bei passender Gelegenheit. Nach Klun's Leitfaden für den geographischen Unterricht an Mittelschulen. — 3 Stunden.

Arithmetik: Die Grundoperationen sammt Abkürzungen. Gemeine und Dezimalbrüche. Oesterr. Masse, Münzen und Gewichte. Reduziren und Resolviren. Rechnen mit mehrnamigen Zahlen. Wälsche Praktik. Verhältnisse, einfache Proportionen. Monatlich 2 Schul- und 2 Hausaufgaben. Nach Močnik's Lehrbuch für die 1. und 2. Realklasse. — 4. Stunden.

Geometrisches Zeichnen: Lehre von den geraden und krummen Linien, von den Winkeln und ebenen Figuren. Das Zeichnen der Geraden in verschiedenen Lagen und der krummen Linien wurde zuerst einzeln und dann in Zusammensetzungen geübt. Uebungen im Anlegen verschiedener geometrischer Figuren mit verschiedener Farbe. Die wichtigsten Regeln über Perspektive und Schattenlehre wurden auf dem Wege der Anschauung den Schülern beigebracht, und auf das Zeichnen nach Draht- und Körpermodellen angewendet. — Močnik's Geometrie für Unterrealschulen. — 10 Stunden.

Naturgeschichte: Zoologie und Botanik nach dem Lehrbuche von Pokorny. — 2 Stunden.

Physik: Allgemeine Eigenschaften. Die wichtigsten Grundstoffe. Wärme. Statik der festen Körper. Nach Vorschule der Physik von Pick. — 2. Stunden.

Kalligraphie: Elementar-Unterricht der deutschen und englischen Kurrentschrift. Nach Pokorny's Schreibbücher. — 2 Stunden.

2. Klasse.

Religion: Von der christlichen Liebe, Gebote Gottes und der Kirche; Gnade, Sakramente, christliche Gerechtigkeit. Nach Religionslehre und kurze Kirchengeschichte von Zenner und Katekizem von Lesar. — 2 Stunden.

Deutsche Sprache: Lektüre und Erläuterungen. Der einfache Satz im besondern und dessen Wortfolge. Neben-, Vor- und das Zahlwort. Rektion und Kongruenz. Eliptischer Satz. Wortbildung, Wortfamilien, verschiedene Bedeutung der Zeitwörter, sinnesverwandte Wörter. Aufgaben wie in der 1. Klasse. — Vernaleken's Lesebuch. II. Theil. — Grammatik von Heyse. — 4 Stunden.

Slovenische Sprache: Ergänzung der Formenlehre mit besonderer Berücksichtigung des Zeitwortes. Gebrauch der Modi, Tempora. Zusammengesetzter und abgekürzter Satz. Lesen, Vorträge, mündliche Uebungen. Aufgaben und Lehrbuch wie in der 1. Klasse. — 2 Stunden.

Geographie und Geschichte: Mittel-Europa mit besonderer Rücksicht auf den österr. Staat. Geschichtliche Daten werden an geeigneten Orten beigefügt. Lehrbuch wie in der 1. Klasse. — 3 Stunden.

Arithmetik: Ketten- und Näherungsbrüche. Ausländische Masse und Gewichte. Potenziren, Ausziehen der 2. und 3. Wurzel. Zusammengesetzte Proportion. Interessenrechnung, Terminrechnung, Kettensatz, Gesellschafts- und Vermischungsrechnung. Aufgaben und Lehrbuch wie in der 1. Klasse. — 4 Stunden.

Geometrie: Die Kongruenz, Aehnlichkeit und Flächenberechnung geradliniger Figuren mit praktischen Uebungen. Vom Kreise und den Kegelschnitten. Stereometrie. Nach Močnik's Geometrie für Unterrealschulen. — 2 Stunden.

Geometrisches Zeichnen: Allgemeine Bemerkungen über den Gebrauch der Zeichnungsrequisiten und über die Ausführung der Zeichnungen. Zeichnen von ebenen Figuren anschliessend an den Unterricht in der Geometrie. Darstellung und Netzbestimmung der einfachen geometrischen Körper. Elemente des Situationszeichnens. — Lehrbuch wie in der 1. Klasse. — 2 Stunden.

Naturgeschichte: Im 1. Semester Mineralogie nach Fellöcker's Lehrbuche. — 2 Stunden.

Physik: Hydrostatik. Aerostatik. Dynamik. Das Wichtigste aus dem Magnetismus, der Elektrizität, dem Schalle und dem Lichte. Lehrbuch wie in der 1. Klasse. — Im 1. Semester 2, im 2. Semester 4. Stunden.

Freihandzeichnen: Es wird mit den einzelnen Gesichts- und Kopftheilen nebst den leichtesten Ornamenten in Kontur begonnen, und bei steter Hinweisung auf die richtigen Verhältnisse mit schattirten Köpfen und Ornamenten geschlossen. — 6 Stunden.

Kalligraphie: Uebungen in der deutschen und englischen Kurrentschrift. 2 Stunden.

3. Klasse.

Religion: Kultus der katholischen Kirche nach dem Lehrbuche von Wappler und Lesar. — 2 Stunden.

Deutsche Sprache: Lektüre und Erläuterungen. Rezitationen. Zusammengesetzter Satz. Bedeutung und Gebrauch der Bindewörter. Die Periode. Erklärung homonimer Wörter. Die wichtigsten Geschäftsaufsätze. Wöchentlich eine Schul- oder Hausaufgabe. Vernaleken's Lesebuch, 3. Theil; Grammatik von Heyse. — 3 Stunden.

Slovenische Sprache: Gelegenheitliche Wiederholung der Formenlehre. Satzverbindungen. Lautlehre und das Wichtigste aus der Wortbildungslehre. Lesen. Vorträge. Aufgaben und Sprachbuch wie in der 1. Klasse. Berilo za III. gimnazijalni razred. — 2 Stunden.

Geographie und Geschichte: Ergänzung der Geographie der europäischen Länder. Jene aussereuropäischen Länder, welche für den Handel und die Industrie wichtig sind. Geschichtliche Bemerkungen an geeigneten Stellen. Lehrbuch wie in der 1. Klasse. — 3 Stunden.

Arithmetik: Interessenrechnung für kaufmännische Geschäfte. Staatspapiere, Aktien. Wechselberechnung und Wechselgeschäft. Warenpreisberechnung. Die einfache Buchführung nebst Anwendung. Das Wichtigste der Zoll- und Staatsmonopolsordnung. Monatlich 2 Haus- und 2 Schulaufgaben. Nach Močnik's angewandter Arithmetik und Blodig's Zollordnung. — 3 Stunden.

Chemie: Anfangsgründe der unorganischen und organischen Chemie nach Berr's Lehrbuch für Unterrealschulen. — 6 Stunden.

Baukunst: Feststellung der allgemeinen Bedingungen, denen ein vollkommener Bau entsprechen soll. Lehre über die Baumaterialien. Von der Konstruktion und der Ausführung einzelner Gebäudetheile. Ueber die Vorarbeiten bei der Anlage eines Gebäudes und über die Ausführung desselben. Einiges über die Verfassung von Vorausmassen, Kostenausweisen und Bauüberschlägen. Nach Schnedar's Baukunst. — 2 Stunden.

Bauzeichnen: Parallel mit dem mündlichen Unterrichte läuft der Zeichnungsunterricht. Die während des mündlichen Unterrichtes von den Schülern skizzirten und kotirten Detailkonstruktionen werden beim Zeichnungsunterrichte vollständig ausgeführt. — 2 Stunden.

Freihandzeichnen: Wiederholungsweise wird mit einfacheren Konturen der Anfang gemacht. Später werden theils halb, theils ganz schattirte Köpfe und Ornamente in Bleistift, Kreide und Farben ausgeführt. Zeichnen nach dem Runden. — 6 Stunden.

Kalligraphie: Dieselben Uebungen, wie in der 1. und 2. Klasse. Anleitung zur Fraktur- und Lapidarschrift. 2 Stunden.

4. Klasse.

Religionslehre: Die katholische Glaubenslehre nach Dr. Martin's Lehrbuch II. — 2 Stunden.

Deutsche Sprache: Griechische und römische Mythologie. — Zergliederung von Satzgefügen, Perioden und grössern Stylganzen. Lesebuch: Vernaleken's Literaturbuch. I. Theil. — Monatlich 1 Schul- und 1 Hausarbeit. — 3 Stunden.

Slovenische Sprache: Systematische und vollständige Lautlehre; systematische Bildung des Haupt-, Bei-, Zahl- und Fürwortes. Memoriren und Vortragsübungen. — Lehrbuch: Slovenska slovnica von Janežič und Berilo za V. gimnazijalni razred. — Monatlich 2 Aufgaben. — 2 Stunden.

Geographie: Geographie von Asien, Afrika und Süd-Europa nach Klun's Allg. und Handelsgeographie — 1 Stunde.

Geschichte: Geschichte des Alterthums nach Gindely's Lehrbuch. I. Theil. — 3 Stunden.

Mathematik: Die vier Grundoperationen, das grösste gemeinschaftliche Mass und das kleinste gemeinsame Vielfache; Gemeine-, Ketten- und Dezimalbrüche, Potenzen, Wurzeln, Proportionen, Logarithmen, Gleichungen des ersten und des zweiten Grades, letztere mit einer Unbekannten. — Planimetrie mit Inbegriff der Haupteigenschaften der Kegelschnittslinien. Stereometrie. Nach Salomon's Elementar-Mathematik. — Monatlich 2 Aufgaben. — 9 Stunden.

Naturgeschichte: Allgemeine Einleitung in die Naturgeschichte. Zoologie mit Rücksicht auf den innern Organismus der Thiere und ihre geographische Verbreitung. — Nach Giebel's Zoologie. — 2 Stunden.

Chemie: Allgemeine Chemie. Metalloide und ihre wichtigsten Verbindungen. Metalle der Alkalien und Erdalkalien. Besondere Beschreibung der Eigenschaften, Darstellung und Prüfung der für die Gewerbe wichtigsten Verbindungen. Nach Quadrat's Lehrbuch der Chemie. I. — 2 Stunden.

Darstellende Geometrie: Begriff der darstellenden Geometrie. Projektionsmethoden. Beziehungen des Punktes, der Geraden und der Ebene in den verschiedensten Lagen. Drehung. Sätze über die Gerade und die Ebene. Neigungswinkel der Geraden und der Ebenen. Verschiedene Aufgaben. Nach Schnedar's Lehrbuche. — 2 Stunden.

Freihandzeichnen: Uebungen im Konturenzeichnen von Köpfen, Händen, Füssen und anderen Theilen der menschlichen Figur. Dann Schattiren. Allmäliger Uebergang zur Ausführung von halben und ganzen Köpfen in straffirter Manier, mit Blei, schwarzer und weisser Kreide. — 4 Stunden.

Kalligraphie: Die egyptische und römische Lapidar-Schrift in ihrer Anwendung zu Aufschriften, und Cursiv-Schrift zur Beschreibung von technischen Zeichnungen und Situationsplänen. — 2 Stunden.

5. Klasse.

Religionslehre: Die katholische Sittenlehre. Nach Dr. Martin's Lehrbuch. II. Theil, 2. Abthl. — 2. Stunden.

Deutsche Sprache: Die Lesestücke des Literaturbuches von Vernaleken, II. Theil, waren zu gelegentlichen grammatischen Uebungen, zu Entwickelungen ästhetischer Begriffe und dazu benützt, um auf Grundlage derselben die deutsche Literaturgeschichte des Mittelalters zu behandeln. Die Lehre von der Metrik und Poetik. — Monatlich 1 Schul- und 1 Hausarbeit. — 3 Stunden.

Slovenische Sprache: Systematische und vollständige Bildung des Zeit-, Neben-, Vor-, Binde- und Empfindungswortes. Slovenische Syntax, Vortragsübungen. Lehrbuch Slovenska slovnica von Janežič und Berilo za VI. gimn. razred. — Monatlich 2 Aufgaben. — 2 Stunden.

Geographie: Mittel- und Nord-Europa (mit Ausnahme von Oesterreich). Lehrbuch wie in der 4. Klasse. — 1. Stunde.

Geschichte: Geschichte des Mittelalters und der Neuzeit bis zum Ausbruche der französischen Revolution mit steter Berücksichtigung der Kulturgeschichte. Gindely's Lehrbuch der Weltgeschichte. 2. Theil. — 3 Stunden.

Mathematik: Auflösung der bestimmten Gleichungen des 2. Grades mit mehreren Unbekannten und der unbestimmten Gleichungen des 1. und 2. Grades. Arithmetische und geometrische Progressionen nebst ihrer Anwendung. Elemente der Kombinationslehre, Permutiren, Kombiniren, Variiren. Binomischer und polynomischer Lehrsatz. — Ebene Trigonometrie. Als Einleitung zur analytischen Geometrie die Anwendung der Algebra auf Geometrie (Konstruktion bestimmter Gleichungen). Analytische Geometrie in der Ebene. — Monatlich 2 Aufgaben. Lehrbuch wie in der 4. Klasse. — 5 Stunden.

Naturgeschichte: Botanik. Anatomie, Chemie und Morphologie der Pflanzen. Spezielle Botanik mit besonderer Berücksichtigung der Nutzpflanzen. — Nach Bill's Botanik. — 2 Stunden.

Physik: Allgemeine Eigenschaften der Körper. Statik und Dynamik fester, tropfbar- und ausdehnsamflüssiger Körper. Sämmtliche Theile werden mit Rücksicht auf Maschinen behandelt und auf Elementar-Mathematik gegründet. Nach Kunzek's Physik mit mathematischer Begründung. — 4 Stunden.

Chemie: Aluminium, Antimon, Arsen, Chrom, Molybdän, Tellur, Titan, Vanadin, Wolfram, Mangan, Zink, Uran, Cadmium, Eisen, Kobalt, Nickel, Wismuth, Blei, Zinn, Kupfer, Quecksilber, Silber, Gold, Platin. Spezielle Beschreibung der Gewinnung der Metalle. Lehrbuch wie in der 4. Klasse. — 2 Stunden.

Darstellende Geometrie: Das körperliche Dreieck. Darstellung der Polyeder, ebene Schnitte und Durchdringung derselben. Krumme Linien, krumme Flächen. Erzeugung, Darstellung, ebene Schnitte, Berührungen und Durchdringungen derselben. — Lehrbuch wie in der 4. Klasse. — 4 Stunden.

Freihandzeichnen: Zeichnen von Köpfen nach schwierigern Originalien, dann Konturenzeichnen ganzer Figuren und Ausführung derselben; ferner Ausführen von Köpfen und Ornamenten in verschiedenen Manieren. — 6 Stunden.

Kalligraphie: Wie in der 4. Klasse. — 2 Stunden.

6. Klasse.

Religionslehre: Die Kirchengeschichte nach dem Lehrbuche von Robitsch. — 2 Stunden.

Deutsche Sprache: Lektüre; an diese wurden die vorzüglichsten Momente der deutschen Literaturgeschichte der neuern Zeit, sowie biographische Skizzen der vorzüglichsten Dichter angeknüpft. Ausführliche Erklärung der epischen, lyrischen und dramatischen Dichtung. Rezitationen. — Vernaleken's Literaturbuch. III. Theil. — Monatlich 1 Schul- und 1 Hausarbeit. — 4 Stunden.

Slovenische Sprache: Verslehre. Literaturgeschichte des Alt- und Neuslovenischen. — Berilo za VIII. gimnazijalni razred. — Monatlich 2 Aufgaben. — 2 Stunden.

Geographie und Statistik: Geographie und Statistik der österreichischen Monarchie. Nach Schmitt's Statistik Oesterreichs. — 1 Stunde.

Geschichte: Geschichte Oesterreichs nach Tomek's Lehrbuch. — 3 Std.

Mathematik: Auflösung der höhern Gleichungen nach der Methode vom falschen Satz; ferner höhere Gleichungen, wo sich das bekannte Glied in Faktoren theilen lässt. Wiederholung des Wichtigsten aus dem mathematischen Lehrstoffe der vorigen Klassen. Lehrbuch wie in der 4. Klasse. — 2 Stunden.

Naturgeschichte: Mineralogie mit Rüchsicht auf chemische Zusammensetzung. Geognosie. Nach Fellöcker's Lehrbuch. — 2 Stunden.

Physik: Akustik. Magnetismus. Elektrizität. Licht und Wärme. Begründung der vorgenommenen Lehren durch Elementar-Mathematik. Lehrbuch wie in der 5. Klasse. — 4 Stunden.

Chemie: Organische Chemie mit besonderer Behandlung des technischen Theiles. Chemie von Quadrat. II. Theil. — 2 Stunden.

Darstellende Geometrie: Schattenbestimmung. Perspektive und perspektivische Schatten. Das Wichtigste über Parallelperspektive. Lehrbuch wie in der 4. und 5. Klasse. — 4. Stunden.

Maschinenlehre: Ergänzungen zur Statik. Die Festigkeit. Widerstand der Bewegung. Von den Wirkungen und Effekten der Kräfte. Motoren. Bewegungsmechanismen. Vorrichtungen zum Moderiren, Egalisiren und zur Regulirung der rotirenden Bewegung. Das Wichtigste von den Kraft- und Arbeitsmaschinen. — Maschinenlehre von Burg. — 2 Stunden.

Freihandzeichnen: Zeichnen von Köpfen und Ornamenten nach Vorlagen und Modellen in verschiedenen Manieren. Zeichnen von Landschaften nach Vorlagen. Wahl der Vorlagen frei. — 6 Stunden.

III. Freie Lehrgegenstände.

1. Italienische Sprache wurde in drei Abtheilungen durch 6 Stunden wöchentlich für 62 Realschüler gelehrt vom Herrn Dr. Karl Ahn, k. k. Gymnasialprofessor.
2. Französische Sprache lehrte in 3 Abtheilungen durch 6 wöchentliche Stunden für 12 Realschüler Herr Karl Schmiedl, Sprachmeister.
3. Analytische Chemie. Am Unterrichte in der analytischen Chemie nahmen 16 Schüler Theil, und zwar, 7 aus der vierten, 5 aus der fünften und 4 aus der sechsten Klasse. Diesen Unterricht und die Arbeiten im chemischen Laboratorium leitete in wöchentlichen 6 Std. der wirkliche Lehrer Herr Mathias Hainz.
4. Gesangsunterricht mit besonderer Berücksichtigung des Kirchengesanges ertheilte in wöchentlichen 2 Stunden für Realschüler der Musiklehrer Herr Karl Frühling.

IV. Statistik der Oberreal-Schule.

A. Lehrkörper.

Kathegorie	geistlich	weltlich	zusammen
Direktor	—	1	1
Professoren	2	3	5
Wirkliche Lehrer	—	5	5
Provisorische Lehrer	—	1	1
Supplirende Lehrer	—	1	1
Nebenlehrer	—	3	3
Assistent	—	1	1
Zusammen	2	15	17

B. Schülerzahl.

Klasse	Stand der Schüler im vorigen Schuljahre	Stand der Schüler zu Anfang dieses Schuljahr.	davon waren			Im 1. Sem.		Stand der Schüler am Schlusse des 1. Semest.	Im 2. Sem.		Stand der Schüler am Schlusse des 2. Semest.
			aufgestiegen	Repetenten	neu aufgenommen	aufgenommen	ausgetreten		aufgenommen	ausgetreten	
I.	95	90	—	7	83	—	5	85	—	6	79
II.	47	74	64	6	4	1	3	72	2	4	70
III.	32	36	27	2	7	1	—	37	—	1	36
IV.	20	22	13	3	6	—	1	21	—	3	18
V.	13	15	10	2	3	—	1	14	—	1	13
VI.	—	15	13	—	2	—	—	15	—	—	15
Zusammen	207	252	127	20	105	2	10	244	2	15	231

Am Schlusse des Schuljahres 1866 beträgt die Schülerzahl 231
„ „ „ „ 1865 betrug „ „ 207

Es ergibt sich somit eine Zunahme um . . 24.

C. Schüler nach Religion und Nationalität.

Klasse	Religion				Nationalität											
	Katholisch		Evangelisch		Slovenen		Deutsche		Italiener		Kroaten		Polen		Zusammen	
	Semester															
	1.	2.	1.	2.	1.	2.	1.	2.	1.	2.	1.	2.	1.	2.	1.	2.
I.	84	78	1	1	53	49	23	21	5	5	3	3	1	1	85	79
II.	72	70	—	—	48	45	20	21	4	4	—	—	—	—	72	70
III.	36	35	1	1	19	18	15	15	3	3	—	—	—	—	37	36
IV.	21	18	—	—	10	7	8	8	3	3	—	—	—	—	21	18
V.	13	13	1	—	4	4	9	8	1	1	—	—	—	—	14	13
VI.	15	15	—	—	3	3	8	8	4	4	—	—	—	—	15	15
Zus.	241	229	3	2	137	126	83	81	20	20	3	3	1	1	244	231

D. Schüler hinsichtlich der Ansässigkeit der Eltern, der Zahlung des Unterrichtsgeldes und der bezogenen Stipendien.

Klasse	Heimat				Schulgeld				Eingehobener Schulgeldbetrag		Stipendisten	Stipendienbetrag	
	in Laibach ansässig		fremd		zahlende		befreite		Gulden				
	Semester												
	1.	2.	1.	2.	1.	2.	1.	2.	1.	2.		fl.	kr.
I.	41	37	44	42	84	52	1	27	420	260	—	—	—
II.	33	32	39	38	40	34	32	36	200	170	—	—	—
III.	17	17	20	19	25	23	12	13	125	115	1	300	—
IV.	9	8	12	10	16	12	5	6	128	96	—	—	—
V.	7	7	7	6	9	8	5	5	72	64	—	—	—
VI.	7	7	8	8	7	6	8	9	56	48	—	—	—
Zusam.	114	108	130	123	181	135	63	96	1001	753	1	300	—

E. Schüler nach dem Alter beim Schlusse des Schuljahres.

Klasse	Altersjahre 10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	24	25	Zusammen
I.	3	12	15	24	13	9	2	1	—	—	—	—	—	—	79
II.	1	3	14	19	13	8	9	—	1	—	1	—	—	1	70
III.	—	—	—	11	8	7	6	1	—	1	1	—	1	—	36
IV.	—	—	—	—	3	6	4	3	2	—	—	—	—	—	18
V.	—	—	—	—	—	1	4	4	1	1	1	1	—	—	13
VI.	—	—	—	—	—	—	1	3	5	4	2	—	—	—	15
Zus.	4	15	29	54	37	31	26	12	9	6	5	1	1	1	231

V. Andachtsübungen.

Das Schuljahr wurde mit einem heil. Geistamte in der Domkirche eröffnet; das I. Semester wurde am 28. Februar, und das II. am 21. Juli mit einem feierlichen Dankamte, dem sämmtliche Schüler und der Lehrkörper beiwohnten, geschlossen.

Der sonn- und feiertägige Gottesdienst mit den Erbauungsreden und österlichen Exerzitien fand in der St. Florianskirche, der wochentägige Gottesdienst, mit Ausnahme der strengen Winterszeit, in der Domkirche Statt. Den Kirchengesang an Sonn- und Feiertagen leitete der Musiklehrer Karl Frühling. Die Honorirung des Gesangslehrers wurde aus freiwilligen Beiträgen der Realschüler bestritten.

An den Bitt-Tagen, dem heil. Markus-Tage und dem heil. Frohnleichnamsfeste wohnten sämmtliche Schüler den feierlichen Bitt- und Umgängen bei, und wurden zum fünfmaligen würdigen Empfange der heil. Sakramente der Busse und des Altars angeleitet.

Am 21. Juni wurde durch Anhörung einer vom Herrn Katecheten Anton Lesar in der St. Florians-Kirche celebrirten heil. Messe, welcher sämmtliche Realschüler und der Lehrkörper beiwohnten, das Fest des Patrons der studirenden Jugend, des heil. Aloisius, begangen.

VI. Unterstützung dürftiger Schüler.

Im abgelaufenen Schuljahre genoss 1 Schüler eine böhmische, gräflich Straka'sche Stiftung im Betrage von 300 fl.

Ein ungenannt sein wollender Wohlthäter „ein im Jahre 1804 in Graz befindlich gewesener Hörer der Rechtswissenschaft I. Jahrgang" hat zur Unterstützung armer Schüler 15 fl. ö. W. der Direktion übermittelt; ferner hat Herr E. Terpin, Kaufmann in Laibach, eine ansehnliche Menge Schreib- und Zeichnungsrequisiten zur Vertheilung an minder bemittelte

Schüler übersendet. Sämmtliche Gaben wurden dem edlen Zwecke gemäss verwendet.

Mehrere Realschüler fanden ferner in den hiesigen Klosterkonventen und bei Privatfamilien edelmüthige Unterstützung.

Indem die Direktion im Namen der Unterstützten allen P. T. Wohlthätern den wärmsten Dank abstattet, erfüllt sie nur eine angenehme Pflicht.

VII. Unterrichtsgeld.

Das eingehobene Unterrichtsgeld betrug im 1. Semester

von 181 öffentlichen Schülern	1001 fl.
im 2. Semester von 136 öffentlichen Schülern	753 „
Zusammen . .	1754 fl.

Hievon wurde die Hälfte pr. 877 fl. in den Studienfond, die andere Hälfte in den Realschulfond abgeführt.

Die Aufnahmstaxen, welche ebenfalls dem Realschulfonde zugewendet werden, betrugen 228 fl. 90 kr., somit sind im verflossenen Jahre 1105 fl. 90 kr. in den Realschulfond eingeflossen.

Das Schulgeld an den 3 untern Realklassen beträgt in Folge h. Erlasses des k. k. Unterrichtsministeriums vom 21. August 1860 Z. 16690 jährlich 10 fl. ö. W.; an den 3 obern Realklassen in Folge h. Erlasses des k. k. Staatsministeriums vom 14. Oktober 1863 Z. 11015/C. U. jährlich 16 fl. ö. W.

VIII. Zuwachs an Lehrmitteln.

Die Lehrmittelsammlungen erhielten im abgelaufenen Schuljahre folgenden Zuwachs:

Die Realschulbibliothek erhielt als Geschenk von dem hiesigen historischen Vereine den Jahrgang 1866 seiner „Mittheilungen"; vom Geschicht-Vereine für Kärnten das „Archiv für vaterländische Geschichte und Topographie," IX. Jahrgang; vom hiesigen Museal-Vereine für Krain seine „Mittheilungen" I. Jahrgang; vom Verein „Mittelschule" in Wien ein Heft Verhandlungen; von der k. k. Direktion für administrative Statistik in Wien die Tafeln der Statistik der österreich. Monarchie III. und IV. Band, dann die Mittheilungen aus dem Gebiete der Statistik IX. u. X. Jahrgang; vom Herrn Max Ritter v. Premerstein, Beamten beim k. k. städt. del. Bezirksgerichte in Laibach, 7 Werke; vom Herrn Franz Wastler, Realschulprof., 1 Werk; vom Herrn Philipp Fröhlich, Realschulprofessor, 1 Werk. Durch Ankauf wurde eine ansehnliche Zahl Werke, sowohl wissenschaftlichen als belehrenden Inhaltes angeschafft. Das physikalische Kabinet wurde mit einem Elektromagnete, mit einem Schirm zum Auffangen der optischen Bilder, mit einem Kästchen für das Sonnenmikroskop und mit einem Apparat zur Demonstration der Reflexion elastischer Kugeln bereichert. Die Zeichnungsschule erhielt vom k. k. Staatsministerium 96 Blätter der von den Zöglingen der Architekturschule bei der k. k. Akademie der bildenden Künste in Wien nach Aufnahmen während ihrer Studienreise im Jahre 1865 ausgeführten Authographien als Geschenk. Ferner wurden angeschafft 57 Stück Gypsmodelle, 29 Stück Ornamente in Gyps, 12 Blätter Ornamente in zwei Kreiden von Carot, 17 Blätter Lecon de Calome, 1 Heft Renaissance-Ornamente, 11 Blätter Figuren von Julien; ferner Bossirstühle, Modellirbretter, Sturzkisten und Wandpostamente. — Die geographische Sammlung erhielt als Zuwachs: Petermann's Mittheilungen pro 1866, und 4 Stück Scheda's Karten. — Für das chemische Laboratorium wurde angeschafft: ein Platintiegel, Platinblech, ein Trockenapparat mit einfachen Wänden nach Rammelsberg, ein Trockenapparat von Weissblech für Trockenröhren nach Liebig, ein Thermometer mit schmalem, cylindrischem Quecksilbergefäss und Röhre (360 ° C.), ein Kalliapparat nach Liebig, zwei Apparate zur Bestimmung der Kohlensäure nach Fresenius und nach Mohr, ein Alkalimeter nach Decroicilles, sechs Büretten nach Mohr mit Quetschhähnen, eine Bürette in englischer Form mit polirtem Holzfuss, eine Bürette für die Analyse mit Chamäleon mit Glashahn, ein Büretten-Etagere nach Mohr von polirtem Holz, ein Bürettenhalter von Holz und Stativ, ein Bürettenschwimmer, ein Kölbchen mit Kautschukventil zur Lösung der Eisenerze, eine Pipette mit Quetschhahn nach Mohr, Vollpipetten und Messpipetten, massive und durchbohrte Kautschukstöpsel, Eprouvetten, vier Kochbrenner, ein Blasetisch und Reagention.

Allen Spendern wird hiemit der verbindliche Dank ausgesprochen.

IX. Wichtige Verordnungen der hohen Unterrichts-Behörden.

1. Mit h. Erlasse der k. k. Landesbehörde vom 2. Oktober 1865, Z. 11098, wurde die Eröffnung des Schuljahres 1865/6 auf den 3. November festgesetzt, da am hiesigen Lyzealgebäude noch mehrere Bauherstellungsarbeiten ausgeführt werden mussten.

2. Zu Folge hohen Erlasses der k. k. Landesbehörde vom 20. August 1865, Z. 8303, kann der stenographische Unterricht nur den von der hiezu aufgestellten Prüfungs-Commission geprüften Lehrern anvertraut werden.

3. Mit h. Erlasse der k. k. Landesbehörde vom 14. August 1865, Z. 8334, wurde die hohe Verordnung des k. k. Staatsministeriums vom 25. Juni 1865, betreffend die Einführung von Lehrbüchern und Lehrmitteln an den Mittelschulen bekannt gemacht.

4. Mit h. Erlasse der k. k. Landesbehörde vom 25. August 1865, Z. 9674, wurde das Verzeichniss der an österr. Mittelschulen zulässigen Lehrbücher und Lehrmittel zur Darnachachtung überschickt.

5. Mit h. Erlasse des h. k. Staatsministeriums vom 18. September 1865, Z. 5111/C. U., und h. Erlasse der k. k. Landesbehörde vom 2. Oktober 1865, Z. 10924, wurden die Uebergangsbestimmungen über die

Bildung von Lehramtskandidaten für zwei- und dreiklassige Unterrealschulen, welche mit Hauptschulen vereinigt sind, ausser Kraft gesetzt.

6. Zu Folge h. Erlasses der k. k. Landesregierung vom 20. November 1865, Z. 8304, hat das h. k. k. Handelsministerium mit Erlasse vom 13. Juli 1865, Z. 8733/934, im Einvernehmen mit dem h. k. k. Staatsministerium die definitive Betrauung der k. k. Oberrealschule mit der Vornahme der Prüfung jener Individuen, welche zur Bedienung oder Ueberwachung einer Dampfmaschine oder eines Dampfkessels, sowie zur Führung einer Lokomotive oder eines Dampfschiffes verwendet werden, auszusprechen befunden.

7. Mit h. Erlasse der k. k. Landesbehörde vom 18. November 1865, Z. 12962, wird über die eifrige und erspriessliche Berufsthätigkeit des Lehrkörpers im Schuljahre 1865 die hochortige Anerkennung ausgesprochen.

8. Zu Folge h. Erlasses der k. k. Landesbehörde vom 9. Februar 1866, Z. 1497, werden die Uebergangsbestimmungen zu der h. Unterrichts-Ministerial-Verordnung vom 24. April 1853, Z. 3676, womit eine provisorische Vorschrift über die Prüfung der Kandidaten des Lehramtes an selbstständigen Realschulen hinausgegeben wurde, mit h. Staatsministerial-Erlasse vom 30. Jänner 1866, Z. 12332/C. U., ausdrücklich ausser Wirksamkeit gesetzt.

9. Se. k. k. apost. Majestät haben mit Allerhöchster Entschliessung vom 6. Februar 1866 allergnädigst zu genehmigen geruht, dass allen Lehrern an öffentlichen Gymnasien, selbstständigen Realschulen und Real-Gymnasien, welche auf Grundlage der vollständig abgelegten Lehramtsprüfung und der Erfüllung der gesetzlichen, auf ihre lehrämtliche Stellung bezüglichen Bedingungen im Lehramte definitiv bestätiget werden, der Titel „Professor" zuerkannt werde.

10. Mit h. Erlasse des k. k. Staatsministeriums vom 2. März 1866, Z. 4634, werden Weisungen betreffend die Klassifikations-Normen gegeben. Nach diesen hat für die Klassifikation vom künftigen Schuljahre 1867 angefangen folgende Notenskala zu gelten:

Für die Sitten: musterhaft, lobenswerth, entsprechend, minder entsprechend, nicht entsprechend.

Für den Fleiss: ausdauernd, befriedigend, hinreichend, ungleichmässig, gering.

Für den Fortgang: ausgezeichnet, vorzüglich, lobenswerth, befriedigend, genügend, nicht genügend, ganz ungenügend.

11. Se. k. k. apostol. Majestät haben mit Allerhöchster Entschliessung vom 23. Februar 1866 allergnädigst zu bewilligen geruht, dass die erste Gehaltsstufe per 630 fl. der an den selbstständigen Realschulen bestehenden dritten Gehaltskathegorie für die wirklichen Lehrer und Professoren auf 735 fl. — unbeschadet ihrer allfälligen Einrückung in die höhere Gehaltsstufe per 840 fl. derselben Kathegorie und ihres Anspruches auf die Dezennalzulage von je 210 fl. nach zurückgelegter zehn- beziehungsweise zwanzigjähriger Dienstzeit in dieser Diensteigenschaft — vom 1. Jänner 1867 angefangen erhöhet wird.

12. Mit h. Erlasse des k. k. Staatsministeriums vom 17. März 1866, Z. 1922/C. U., werden Bestimmungen über die Zuerkennung von Dezennalzulagen und bezüglich der Remunerationen für Mehrleistungen erlassen.

13. Zu Folge h. Erlasses des k. k. Staatsministeriums vom 17. März 1866, Z. 1923/C. U., haben sich die Professoren der Hochschule oder der Mittelschulen, wenn sie öffentliche, nicht in ihrem Aufenthaltsorte sich befindliche Bibliotheken zu benützen wünschen, an die Länderstellen derjenigen Kronländer, in welchen die Entlehner den bleibenden Aufenthalt haben, zu wenden.

14. Mit h. Erlasse des k. k. Staatsministeriums vom 22. März 1866, Z. 1356, werden Weisungen den slovenischen Sprachunterricht betreffend ertheilt.

15. Mit h. Erlasse des k. k. Landespräsidiums vom 26. Mai 1866, Z. 1227/Pr., wird auf Grund des h. Staatsministerial-Erlasses vom 23. Mai 1866, Z. 4524/C. U., die Direktion ermächtiget, solchen Schülern, welche sich über die Realisirung ihres Eintrittes als Freiwillige in die k. k. Armee oder in gesetzlich bewilligte Freikorps ausweisen, mit Nachsicht des fernern Schulbesuches im Studienjahre 1866 Semestralzeugnisse auf Grundlage ihrer Leistungen in den einzelnen Lehrgegenständen auszufertigen.

16. Zu Folge h. Erlasses des k. k. Staatsministeriums vom 29. Mai 1866, Z. 18/P., können diejenigen Schüler, welche freiwillig in die k. k. Armee oder in gesetzlich bewilligte Freikorps treten, ihre Stipendien während der hierdurch entstandenen Unterbrechung und nachheriger Fortsetzung ihrer Studien geniessen, wenn nicht die zulässige Genussdauer des Stipendiums den Fortbezug beschränkt.

17. Mit h. Erlasse des k. k. Staatsministeriums vom 9. Juni 1866, Z. 4698/C. U., wird angeordnet, dass im nächsten Schuljahre ein gesonderter Lehrkurs der slovenischen Sprache in 2 Abtheilungen mit wöchentlich je 2 Stunden für Schüler nicht slovenischer Nationalität an der Realschule als unobligater Lehrgegenstand zu errichten ist.

18. Se. k. k. apostol. Majestät haben mit Allerhöchster Entschliessung vom 5. Juni 1866 das Staatsministerium zu ermächtigen geruht, dass zu Gunsten derjenigen Studirenden, welche freiwillig in die k. k. Armee oder gesetzlich bewilligte Korps eintreten, bei berücksichtigungswürdigen Fällen Ausnahmen von bestehenden Gesetzen und Vorschriften ertheilt werden können.

X. Chronik der Realschule.

Da die Bauherstellungsarbeiten am hiesigen Lycealgebäude eine bedeutende Zeit über die gesetzlichen grossen Ferien hinaus zur vollständigen Ausführung in Anspruch genommen haben; so wurde die Eröffnung des Schuljahres 1865/6 zu Folge h. Erlasses der k. k. Landesbehörde vom 2. Oktober 1865, Z. 11098, auf den 3. November verlegt.

Das eben abgelaufene Schuljahr wurde mit einem von Sr. Hochwürden dem Canonicus und Domdechant Herrn Joh. Chris. Dr. Pogačar celebrirten feierlichen Gottesdienste in der Domkirche, welchem der Lehrkörper und die sämmtlichen Realschüler beigewohnt haben, eröffnet.

Mit Beginn des Schuljahres 1865/6 wurde die hiesige Realschule in Folge der successiven Erweiterung derselben vervollständiget, indem die sechste Realklasse eröffnet wurde.

Für die Lokalitäten zur vollständigen Unterbringung der drei oberen Klassen der Realschule wurde im Mahr'schen Hause, welches an das Lycealgebäude anstosst, wo sich die Lokalitäten der Unterrealschule befinden, miethweise Sorge getragen. Es wurden im genannten Hause folgende Lokalitäten, als: drei Lehrzimmer, zwei geräumige und lichte Zeichnungssäle, das chemische Laboratorium, bestehend aus einem Lehrzimmer für Chemie, dem Schülerlaboratorium und dem chemischen Kabinet, dann das physikalische Kabinet, das Konferenz-Zimmer und die Direktions-Kanzlei untergebracht und entsprechend eingerichtet.

Die Lokalitäten der Unterrealschule im Lycealgebäude wurden bei den in den Ferien vorgenommenen Bauarbeiten einer eingehenden Herstellung unterzogen, insbesondere wurden die im Zeichnungssaal bestandenen Uebelstände behoben, und es wurde derselbe in einer dem Schulzwecke entsprechenden Weise hergestellt; doch die innere Einrichtung desselben lässt noch vieles zu wünschen übrig.

Da das Schuljahr erst am 3. November v. J. eröffnet werden konnte, und das 1. Semester nach den gesetzlichen Bestimmungen mit dem Fasching, also dieses Jahr am 10. Februar geschlossen werden sollte, so hätte das 1. Semester nur $3\frac{1}{3}$ Monate gedauert. Es wurde daher das 1. Semester, um die Schulzeit unter die beiden Semester gleichmässiger zu vertheilen, mit h. Bewilligung der k. k. Landesbehörde am 28. Februar geschlossen.

Am 18. August und 4. Oktober, als den Tagen des Allerhöchsten Geburts- und Namensfestes, wohnte der Lehrkörper dem um 10 Uhr in der Domkirche abgehaltenen feierlichen Gottesdienste bei, um Heil und Segen vom Allmächtigen für Se. k. k. apostol. Majestät Franz Josef I. zu erflehen.

Am 7. Dezember v. J. hatte der Lehrkörper die grosse Ehre Sr. Exzellenz dem Herrn Statthalter Eduard Freiherr v. Bach bei deren Uebernahme der Leitung der k. k. Landesbehörde in Krain vorgestellt zu werden.

Der hochw. Herr Probst und Schulrath Theol. Dr. Anton Jarz beehrte am 5. Jänner d. J. die Lehranstalt mit einem Besuche, unterzog die Lokalitäten der Oberrealschule und die Lehrmittelsammlungen einer eingehenden Besichtigung und fand sich bewogen seine Zufriedenheit auszusprechen. Am 17. Jänner d. J., als am Tage seines Namensfestes, brachte ihm der Lehrkörper seine ehrfurchtsvollsten Glückwünsche persönlich dar.

Der fürstbischöfliche Commissär der hochw. Herr Joh. Christ. Theol. Dr. Pogačar wohnte zu wiederholten Malen dem Unterrichte an dieser Realschule bei.

Am 8. Jänner d. J. fand das Leichenbegängniss zweier sehr gesitteter Realschüler, des Josef Wannisch aus der ersten und des Julius Sandriaus der zweiten Klasse statt. Die sämmtliche Realschuljugend begleitete den Leichenzug ihrer Mitschüler bis St. Christof.

Bei der am 31. Jänner l. J. stattgefundenen Bestattung des verstorbenen, um den Schulunterricht vielfach verdienten und mit dem goldenen Verdienstkreuz mit der Krone dekorirten pens. Gymnasial-Professors Johann Pogorelc wohnte der Lehrkörper und die Schüler dieser Lehranstalt bei. Ebenso betheiligten sich die Realschüler an dem am 10. März d. J. stattgefundenen Leichenbegängnisse des hochw. Herrn Josef Poklukar, Domherrn, fürstbischöflichen Konsistorialrathes und emer. Professors der Theologie.

Am 6. April d. J. haben Se. Exzellenz der Herr Statthalter Eduard Freiherr v. Bach in Begleitung des hochw. Herrn Probstes und Schulrathes Dr. Anton Jarz die hiesige Ober-Realschule mit einem Besuche beehrt. Se. Exzellenz haben die sämmtlichen Lehrzimmer, Zeichnungssäle, sowohl im Mahr'schen Hause als im Schulgebäude, dann das physikalische Kabinet und das chemische Laboratorium in Augenschein genommen und sich über die lichten und luftigen Lokalitäten im Mahr'schen Hause, insbesonders über die in dem neuen Zubaue desselben sich befindlichen, sehr günstig geäussert. Hochdieselben geruheten dem Unterrichte in einigen Klassen beizuwohnen und in anerkennender Weise sich über diese Lehranstalt auszusprechen.

Im Stande des Lehrkörpers kamen im Laufe des Schuljahres folgende Veränderungen vor:

Zur Ergänzung des hiesiegen Lehrkörpers, der jetzt vollzählig ist, wurde mit h. Erlasse des k. k. Staatsministeriums vom 28. Oktober 1865, Z. 8163, der gewesene Supplent Herr Franz Wastler zum wirklichen Lehrer und der Privatmaler Herr Franz Globočnik zum provisorischen Lehrer an dieser Lehranstalt ernannt.

Se. k. k. apostol. Majestät haben mit Allerhöchster Entschliessung vom 9. September 1865 dem hiesigen Professor Herrn Josef Winter den für die Dauer des Schuljahres 1865/6 erbetenen Urlaub allergnädigst zu bewilligen geruhet.

Zur Supplirung des eben genannten Professors wurde zu Folge h. Erlasses des k. k. Staatsministeriums vom 13. September 1865, Z. 8684 C. U., der schon im vorigen Schuljahre an dieser Lehranstalt thätige supplirende Lehrer Herr Josef Opl aufgenommen.

Mit h. Erlasse des k. k. Staatsministeriums vom 20. April d. J., Z. 2388, wurde der provisorische Lehrer Herr Georg Kozina zum wirklichen Lehrer an dieser Lehranstalt ernannt.

XI. Prüfungs-Commission für angehende Lokomotivführer, Dampfmaschinenwärter und Dampfkesselheizer.

Das h. k. k. Handelsministerium hat laut Erlasses vom 13. Juli 1865, Z. 8733/934, im Einvernehmen mit dem h. k. k. Staatsministerium die definitive Betrauung der hiesigen k. k. Oberrealschule mit der Vornahme der Prüfung jener Individuen, welche zur Bedienung oder Ueberwachung einer Dampfmaschine oder eines Dampfkessels, sowie zur Führung einer Lokomotive oder eines Dampfschiffes verwendet werden, auszusprechen befunden.

Die Prüfungs-Commission, welche zu Folge h. Erlasses der k. k. Landesbehörde vom 20. November 1865, Z. 8304, mit 1. Jänner 1866 ins Leben getreten ist, besteht aus dem Oberrealschul-Direktor und aus dem von der k. k. Landesbehörde als Prüfungs-Commissär bestätigten Lehrer der hiesigen Lehranstalt Emil Ziakowski.

Die Kandidaten haben um Zulassung zur Prüfung bei der Prüfungs-Commission einzuschreiten und hierbei die Nachweisung zu liefern, dass sie sich die zur Bedienung oder Ueberwachung einer Dampfmaschine oder eines Dampfkessels, und rücksichtlich die zur Führung einer Lokomotive oder eines Dampfschiffes je nach ihrer Eigenschaft erforderlichen Kenntnisse und praktische Fertigkeiten in einem wenigstens sechsmonatlichen Dienste bei einer Lokomotive, einer Schiffs- oder stationären Dampfmaschine oder bei einem Dampfkessel erworben haben.

Ueberdiess muss der Kandidat über das zurückgelegte 20. Lebensjahr und mittelst eines Zeugnisses des Gemeindevorstandes, in dessen Bezirk derselbe das letzte Jahr seinen Wohnsitz hatte, über seine Nüchternheit und Moralität sich ausweisen.

Die Dampfschiffmaschinisten, die Lokomotivführer und die Wärter stationärer Dampfmaschinen haben eine Prüfungstaxe von 4 Gulden, die Dampfkesselheizer und die Gehilfen eine solche im Betrage von 2 Gulden zu entrichten.

XII. Die sonntägliche Gewerbeschule.

Mit der Realschule in Verbindung steht die Sonntagsschule für Handwerker, an welcher der Unterricht an Sonn- und Feiertagen durch die Lehrer der Realschule ertheilt wird.

Die im abgelaufenen Schuljahre behandelten Unterrichtsgegenstände waren:

1. Das Freihandzeichnen von 8 — 10 Uhr Vormittags.
2. „ geometrische Zeichnen von 8 — 10 Uhr Vormittags.
3. Die deutsche Aufsatzlehre und das Rechnen von 11 — 12 Uhr Vormittags.
4. „ Geographie von 10 — 11 Uhr Vormittags.
5. „ Physik „ 10 — 11 „ „
6. „ Chemie „ 11 — 12 „ „

An der Ertheilung des Unterrichtes betheiligten sich:

Herr Lehrer Ziakowski im geometrischen Zeichnen.
„ „ Fröhlich im Freihandzeichnen.
„ „ Kozina in der Geographie.
„ „ Hainz in der Chemie.
„ Profes. Pirker „ „ Aufsatzlehre und im Rechnen.
Der Berichterstatter in der Physik.

Die Zahl der für den Besuch der Sonntagsschule im abgelaufenen Schuljahre eingeschriebenen Schüler betrug beim Unterrichte:

Im Freihandzeichnen	97 Schüler
Im geom. Zeichnen	62 „
In der deutschen Aufsatzlehre und im Rechnen	31 „
In der Geographie	30 „
In der Chemie	41 „
In der Physik	46 „

darunter befanden sich 28 Gesellen.

Um die Honorirung der sich beim gewerblichen Unterrichte betheiligenden Realschullehrer zu regeln, hat die löbl. Handels- und Gewerbekammer in der Sitzung vom 22. September 1863 beschlossen, dass jährlich 200 fl. unter die betreffenden Lehrer nach Massgabe ihrer Bethätigung vertheilt werden. Ebenso hat der löbl. Gemeinderath in der Sitzung vom 27. Oktober 1863 den Beschluss gefasst, zu demselben Zwecke jährlich 200 fl. zu bestimmen. Es entfällt sohin auf jede sonntägliche Lehrstunde ein Honorar von jährlich 50 fl. Ferner hat die löbl. Handels- u. Gewerbekammer in derselben Sitzung jährlich 50 fl. für den Ankauf an den nöthigen Schreib- und Zeichnungsrequisiten bewilliget.

XIII. Schluss des Schuljahres.

Die mündlichen Versetzprüfungen wurden am 9., 10. und 11. Juli vorgenommen.

Am 21. Juli wird um halb 8 Uhr in der Domkirche das hl. Dankamt gemeinschaftlich mit dem hiesigen k. k. Gymnasium abgehalten werden; hierauf findet die Vertheilung der Prämien und die Ausfolgung der Zeugnisse in den Lehrzimmern statt.

XIV. Rangordnung der Schüler am Schlusse des zweiten Semesters 1866.

Fetter Druck bezeichnet Schüler mit allgemeiner Vorzugsklasse, ein * dabei die Preisträger.

I. Klasse.

* **Zmerzlikar** Franz aus Loitsch.
* **Hansel** Vinzenz aus Laibach.
* **Bajec** Franz aus Neudegg.
Pichler David aus Pusarnitz in Kärnten.
Heimann Gustav aus Laibach.
Knez Johann aus St. Veit bei Laibach.
Slawik Josef aus Cividale.
von **Sattler** Robert aus Verona.
Deu Raimund aus Neumarktl.
Göck Karl aus Laibach.
Luks Karl aus Budweis.
Jellouscheg Karl aus Fiume.
Benzan Johann aus Fiume.
Karis Franz aus Optschina.
Mendaš Alois aus Venedig.
Klemenčič August aus Laibach.
Malin Lorenz aus Laibach.
Breindl Friedrich aus Graz.
von Sattler Lothar aus Verona.
Pogačar Andreas aus Laibach.
Černe Bartholomäus aus Laibach.
Černe Friedrich aus Laibach.
von Kappus Albert aus Steinbüchl.
von Kappus Adolf aus Steinbüchl.

Bučar Alfons aus Agram.
Podkrajšek Karl aus Laibach.
Starec Mathias aus Soderschitz.
Peterka Johann aus Laibach.
Geba Josef aus Laibach.
Wehr Johann aus Waidhofen in Nieder-Oesterr.
Herden Heinrich aus Sagor.
Braune Johann aus Gottschee.
Poznik Bartholomäus aus Kropp.
Verbič Josef aus Franzdorf.
Demšar Franz aus Trata.
Kalan Johann aus Reteče.
Povše Franz aus Kressnitz.
Breindl Hermann a. Ungarisch-Hradisch.
Derganec Johann aus Töpliz.
Burda Emil aus Planina.
Demšar Josef aus Eisnern.
Schleyer Wilhelm aus Königgrätz.
Jagrič Ernst aus Laibach.
Brozig Rudolf aus Zakopana in Galizien.
Kalan Anton aus Reteče.
Megušar Emil aus Wippach.
Hočevar Karl aus Sissek.
Kobal Franz aus Podkraj.
Grile Johann aus Laibach.
Burba August aus Campolongo.
Mally Daniel aus Neumarktl.
Golob Anton aus Bischoflak.
Stupica Anton aus Reifnitz.
Majdič Franz aus Mannsburg.
Jeršinovic Josef aus Nassenfuss.
Deisinger Johann aus Bischoflak.
Wiederwohl Josef aus Gottschee.
Perles Johann aus Laibach.
Detela Johann aus Moräutsch.
Schott Jakob aus Laibach.
von Fladung Raimund aus Rudolfswert.
Gaidich Julius aus Laibach.
von Schwarzenfeld Adolf aus Oberleitensdorf in Böhmen.
Lampič Ignaz aus Laibach.
Baumgartner Josef aus Obdach in Steiermark.
Kauschegg Robert aus Radmannsdorf.
Jevnikar Josef aus Laibach.
Zetinovich Albin aus Laibach.
Perhavec Leopold aus Oberlaibach.
Göderer Josef aus Ortenek.
Klemenz Josef aus Laibach.
Debeuz Johann aus Laibach.
Klemenz Julius aus Laibach.
Dolenec Georg aus Bischoflak.
Jakič Franz aus St. Kanzian bei Auersberg.
Adami Karl aus Triest.
Scherz Josef aus Laibach.
Nabernik Josef aus Laibach.

II. Klasse.

* **Musić** Franz aus Senosetsch.
* **Stare** Franz aus Mannsburg.
Guzelj Johann aus Trata bei Pölland.
Klebel Adolf aus Laibach.
Novak Rudolf aus Graz.
Schuller Benjamin aus Kropp.
Mayer Josef aus Radmannsdorf.
von Kottowitz Gustav aus Graz.
Lenček Franz aus Reichenberg in Steiermark.
Lenček Alois aus Reichenberg in Steierm.
Zmerzlikar Anton aus Loitsch.
Martinčič Friedrich aus Zirknitz.
Halm Ottokar aus Cilli.
Petermann Jakob aus Lengenfeld.
Peternel Anton aus Laibach.
Orešek Franz aus Laibach.
Stegu Josef aus Senosetsch.
Stergonšek Franz aus Lukovitz.
Kaltenböck Alfred aus Botzen.
von Lammer Moritz von Trient.
Toporš Lorenz von hl. Kreuz bei Neumarktl.
Megušar Ottmar aus Wippach.
Ullmann Johann aus Laibach.
v. Wanniek Johann aus Capo d' Istria.
Thomann Eduard aus Triest.
Grebenc Johann aus Grosslaschitz.
Kosmač Julius aus Idria.
Löwenstein Hermann aus Cilli.
Križaj Franz aus Planina.
Stöckl Anton aus Laibach.
Schaumburg Nikolaus aus Wien.
Berčič Anton aus Trata.
Kraigher Peter aus Adelsberg.
Potočin Anton aus Lak in Steiermark.
Schuller Viktor aus Gurkfeld.
Gregorič Franz aus Gurkfeld.
Mahorčič Franz aus Rudolfswert.
Pečar Leopold aus Laibach.
Hladnik Johann aus Loitsch.
Keylwert Ludwig aus Politz in Böhmen.
Lillegg Leopold aus Gloggnitz in Oesterr.
Wölfling Johann aus Laibach.
Jane Bernhard aus Kaier.
Rak Karl aus Laibach.

v. Röder Ernst aus Karlsbad in Böhmen.
Dolcher Johann aus Laibach.
Mayr Angelik aus Krainburg.
Knaflič Franz aus Lengenfeld.
Dietrich Anton aus Adelsberg.
Tekauz Josef aus Rastatt im Grosshrz. Baden.
Matozel Franz aus Laibach.
Novak Heinrich aus Laibach.
Widmar Vinzenz aus Laibach.
Schaumburg Alexander aus Agram.
Cantoni Viktor aus Laibach.
Fleischmann August aus Laibach.
Suschnik Josef aus Laibach.
Cossovel Emil aus Montona im Küstenl.
Grillitsch Josef aus Wolfsberg in Kärnten.
Grošelj Franz aus Laibach.
Horn Josef aus Wien.
Wetsch Julius aus Temesvar.
Cossovel Franz aus Montona im Küstenlande.
Lederer Wilhelm aus Egg ob Podpetsch.
Kratochwill Karl aus St. Martin bei Littai.
Steinsberg Arthur aus Mailand.
Ahačič Ignaz aus Neumarktl.
Grill Alois aus Assling.
Unterluggauer Karl aus St. Leonhard in Kärnten.

III. Klasse.

* **Slawik** Gustav aus Ofen.
* **Sajovic** Johann aus Ježica.
Buchta Alexander aus Graz.
Kuralt Anton aus Safnitz.
Pleiweiss Josef aus Laibach,
Mikusch Adolf aus Laibach.
Marussig Josef aus Duino im Küstenl.
Lentsche Michael aus Rudnik.
Schubert Adolf aus Lak in Steiermark.
Aufmuth Johann a. Völkermarkt in Kärnt.
Wehr Georg aus Freising in Baiern.
Szillich Oskar aus Stein.
Viditz August aus Idria.
Kokail Anton aus Mannsburg.
Žužek Franz aus Laibach.
Tavčar Georg aus Pölland.
Gioppo Eduard aus Triest.
Hočevar Johann aus Mariafeld.
Wehrhan Friedrich aus Hrastnig.
Kovač Josef aus Laibach.
Čampa Stefan aus Soderschitz.
Skodler Heinrich aus Stein.
Suppanz Raimund aus Gurkfeld.
Weber Rudolf aus Gottschee.
Hočevar Raimund aus Möttling.
Spazzapan Alois aus Görz.
Fischer Hermann aus Wolfsberg in Kärnt.
Kraigher Peter aus Adelsberg.
Petrovčič Karl aus Laibach.
Seunig Raimund aus Graz.
Lanker Franz aus Eisenkappel.
Mallovič Rudolf aus Trient.
von Schwarzenfeld Julius aus Oberleitensdorf in Böhmen.
Ertl Viktor aus Wien.
Künl Guido aus Laibach.

IV. Klasse.

* **Poznik** Franz aus Kropp.
* **Zeschko** Guido aus Laibach.
Seitz Karl aus Laibach.
Kozamernik Franz aus St. Veit b. Laibach.
Rupnik Franz aus Idria.
Stussiner Josef aus Laibach.
Fröhlich Armand aus Laibach.
v. Schivizhoffen Viktor aus Haidenschaft.
Toman Alexander aus Steinbüchel.
Mulley Gustav aus Adelsberg.
Hessler Heinrich aus Ratschach.
Frausin Paul aus Muggia in Istrien.
Petrič Johann aus Villach.
Papa Franz aus Neumarktl.
Ratschitsch Karl aus St. Helena.
Fröhlich Richard aus Wien.
Hirsch Franz aus Fiume.
Justin Anton aus Fiume.

V. Klasse.

* **Šopčič** Josef aus Möttling.
* **Mühleisen** Paul aus Laibach.
v. Goldenstein Ludwig aus Laibach.
Jakhel Andreas aus Leibnitz in Steierm.
Dolenec Franz aus Bischoflak.
Fabriotti Heinrich aus Laibach.

Ertl Karl aus Triest.
Odoni Leopold aus Fiume.
Spazzapan Heinrich aus Triest.
Koschier Johann aus Laibach.
Kavčič Heinrich aus Prewald.
Zeilinger Theodor aus Brünn.
Oblak Franz aus Flödnig.

VI. Klasse.

* **Perissini** Josef aus Triest.
* **Mück** Josef aus Pettau.
* **Reinberger** Friedrich aus Laibach.
Habberger Ferdinand aus Neutitschein
v. **Breindl** Ottokar aus Laibach.
Wochinz August aus Graz.
Ribarič Mathias aus Vragna in Istrien.
Cervellini Alois aus Triest.
Tomšič Franz aus Weixelburg.
Freiherr v. Zois Egon aus Laibach.
Gotsmuth Emil aus Laibach.
Dettela Benjamin aus Sagor.
Peve Karl aus Lustthal.
Sajovic Mathias aus St. Georgen.
Förster Alois aus Triest.

XV. Aufnahme der Schüler für das Schuljahr 1866/7.

Das nächste Schuljahr beginnt am 1. Oktober l. J. mit dem heil. Geistamte.

Jene Schüler, welche in die Studien an dieser Realschule neu einzutreten wünschen, haben von 25. bis 29. September in Begleitung ihrer Eltern oder deren Stellvertreter mit Beibringung der Schulzeugnisse und Taufscheine bei der k. k. Direktion (im Mahr'schen Hause, ebenerdig) und sodann auch beim Religions- u. Klassenlehrer sich zu melden.

Die neu eintretenden Schüler haben eine Aufnahmstaxe von 2 fl. 10 kr. ö. W. und einen Bibliotheksbeitrag von 35 kr. ö. W. zu entrichten. Der Bibliotheksbeitrag ist auch von allen übrigen Schülern der Lehranstalt mit Beginn des Schuljahres zu erlegen.

Die Aufnahmsprüfung findet am 29. September statt, wobei für den Eintritt in die 1. Realklasse eine genaue Kenntniss der Formenlehre der deutschen Sprache und Fertigkeit in den Hauptrechnungsoperationen mit unbenannten und benannten, ganzen und gebrochenen Zahlen gefordert wird.

Die Wiederholungsprüfungen werden am 28. September abgehalten werden.

Schüler, welche schon an dieser Realschule waren und in die nächst höhere Klasse aufsteigen, haben sich spätestens am 30. September anzumelden.

Thomas Schrey,
wirklicher Oberrealschul-Direktor.