

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 22 (1994/1995)

Številka 5

Strani 264-270

Janez Strnad:

IZTOČNI VRTINEC

Ključne besede: fizika, Coriolisova sila, iztočni vrtinec, Arhimedova spirala.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/22/1232-Strnad.pdf>

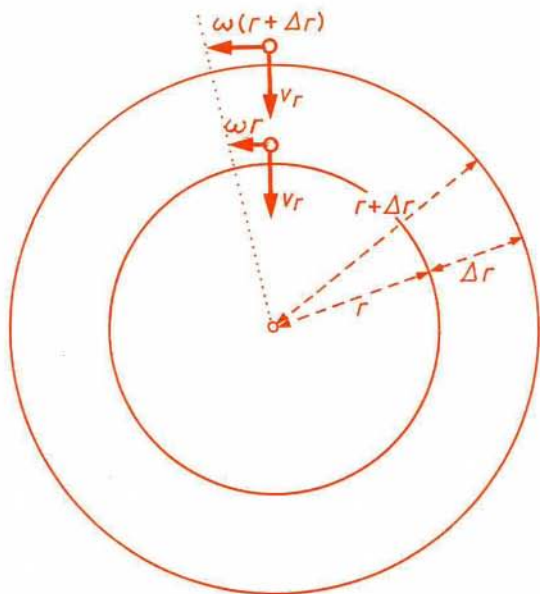
© 1995 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

IZTOČNI VRTINEC

Iz vrteče se posode z obliko nizkega pokončnega valja skozi okroglo odprtino sredi dna izteka voda. Posoda se počasi vrti okoli navpične osi v nasprotni smeri kot urni kazalec, če jo pogledamo z vrha. Deli vode, ki se gibljejo proti iztočni odprtini ob osi, prihajajo z območja večjega radija na območje vse manjšega radija (slika 1). Hitrost v smeri tangente je tem manjša, čim manjši je radij, zato deli vode zaradi vztrajnosti silijo v smeri prvotnega gibanja, to je po tangenti v nasprotni smeri kot urni kazalec. Zato se za opazovalca, ki se vrti skupaj s posodo, voda ob iztekanju začne vrteti v nasprotni smeri kot urni kazalec.



Slika 1. Del vode, ki se bliža osi v vrteči se posodi, zaide na območja z manjšo tangентno hitrostjo in zaradi vztrajnosti sili v to smer.

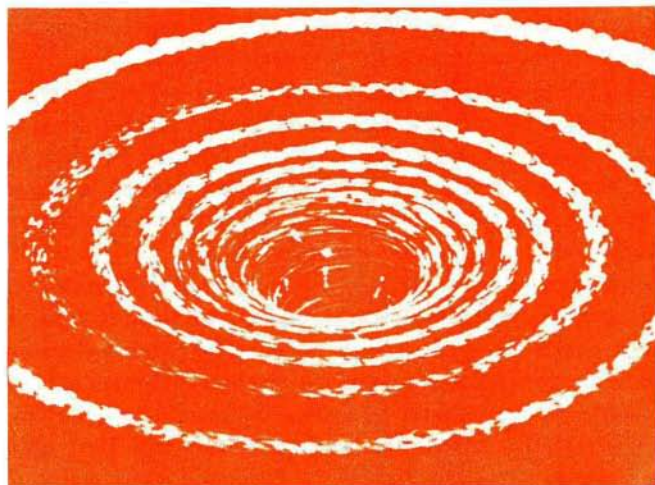
Zemlja se vrti, in sicer v nasprotni smeri kot urni kazalec, gledano s severnega pola, in vrtljaj traja 24 ur. Zato iz prejšnje misli izhaja ugotovitev, da na severni polobli pri iztekanju vode iz posode nastane *iztočni vrtinec* s smerjo nasprotno smeri urnega kazalca. Najbolj izrazit je pojav na polu, proti ekvatorju je vse manj izrazit. Na ekvatorju ga sploh ni, tam se voda v posodi

ne vrtili. Od ekvatorja proti južnemu polu postaja pojav zopet vse bolj izrazit in je najbolj izrazit na južnem polu. Toda tam se voda vrtili v smeri urnega kazalca, če gledamo navzdol na njeno gladino. To pomeni, da na južni polobli nastane iztočni vrtnec v smeri gibanja urnega kazalca.

Že leta 1865 je Američan Henry Rowland v svoji prvi znanstveni objavi poskušal utemeljiti pojav s primero, da se vrstica z utežjo, ki jo zavijemo, čedalje hitreje navija na roko. Leta 1908 je Ottokar Turmlitz na Dunaju poskusil pojav zajeti z računom. Po njegovem mnenju je pojav mogoče izkoristiti kot enega izmed neposrednih eksperimentalnih preskusov za vrtenje Zemlje. Vendar se je od časa do časa pojavil dvom.

Sredi lanskega leta je urednik *American Journal of Physics* med drugimi objavil izzivalno vprašanje z naslovom *Coriolisov mit in voda, ki izteka iz kadi*. Vprašanje je enako kot naslov izzvenelo nekoliko omalovaževalno: "Toda poskuse so delali samo na severni polobli in so bili ti zato manj kot prepričljivi." Decembrska številka je prinesla tri odzive bralcev, ki so opozorili na opise poskusov v literaturi. Ascher Shapiro je v *Nature* leta 1962 opisal skrbne poskuse v Bostonu na severni širini 42° . Posoda je imela premer 1,8 metra in je bila 15 cm visoka. Okrogla iztočna odprtina s premerom 0,95 cm v dnu je bila priključena na 7 m dolgo odtočno cev. Posodo so napolnili skoraj do roba z vodo, tako da se je med polnjenjem voda vrtela v smeri urnega kazalca. Prekrili so jo s plastično prevleko, da so se izognili zračnim tokovom, in jo pustili stati 24 ur v prostoru s kolikor mogoče konstantno temperaturo, da so zamrli tokovi v vodi. Potem so odstranili prevleko, previdno odprli zamašek v cevi in nad iztočno odprtino postavili majhen plovec iz delov lesa, ki ju je povezovala žica. Posoda se je izpraznila v 20 minutah. Prvih 15 minut se plovec ni vrtel, v zadnjih 5 minutah pa se je začel vrteti in se je nazadnje zavrtel enkrat v 3 do 4 sekundah. Pri taki izvedbi poskusa se je voda vedno vrtela v smeri nasproti urnemu kazalcu. Če so pustili vodo stati krajši čas, se je precej hitreje vrtela v nasprotni smeri. O teh poskusih so posneli tudi dva poučna filma (slika 2).

Poskuse je ponovil v Sydneyu pri 34° južne širine Lloyd Trefethen s štirimi sodelavci in poročal o tem v *Nature* leta 1965. Najprej so imeli težave in niso opazili vrtinca. Ugotovili so, da se je posoda praznila prepočasi. Poskrbeli so za večji padec odtočne cevi, da se je posoda izpraznila v 22 minutah, in se izognili zračnim tokovom. Potem so dobili pričakovane rezultate. Prvih 10 do 12 minut se voda ni vrtela, potem pa se je oblikoval vrtnec v smeri urnega kazalca. Plovec se je zavrtel nazadnje enkrat v 3 sekundah, če so prej počakali 70 ur, da se je voda umirila.



Slika 2. Pot dela vode v iztočnem vrtincu iz Shapirovega poučnega filma *Vrtinčnost*.

Leta 1983 je o iztočnem vrtincu pisal Merwin Sibulkin v reviji *American Scientist*. Opisal je starejše poskuse in svoje, ki jih je naredil leta 1962. Opozoril je na vlogo viskoznosti in površinske napetosti pri poskusih, pri katerih voda na začetku ne miruje. Tudi na njegov zapis sta se istega leta odzvala bralca. Eden je predlagal poskus, pri katerem bi bila posoda z iztekajočo vodo vrtljiva okoli navpične osi. Ali bi se ta začela vrteti v nasprotni smeri od iztočnega vrtinca? Winston Cope je na kratko poročal o poskusih z iztekanjem na južnem tečaju. Poskuse so delali s polovico dvestolitrskega soda v obliki bobna. Ker je bila temperatura pod ničlo, so namesto vode uporabili vodno raztopino glikola, po domače antifriz. Potem ko so napolnili posodo, so čakali 3 do 5 dni, da so zamrli tokovi. Proti koncu iztekanja so opazili po delcih smucka na gladini vrtinec v smeri urnega kazalca. Smer vrtinca se ni spremenila, če raztopina ni iztekala skozi odprtino na sredi dna, ampak so jo previdno posesali skozi cev na sredi gladine.

Vprašanje najdemo tudi v znanem *Letečem cirkusu fizike* Yearla Walkerja skupaj z obsežnim seznamom literature. V tej imenitni knjigi so navedene še druge zadeve iz vsakdanjega življenja, ki jih je mogoče pojasniti s fiziko. Vendar se pokaže, da je fizika vsakdanjega življenja pogosto veliko bolj zapletena

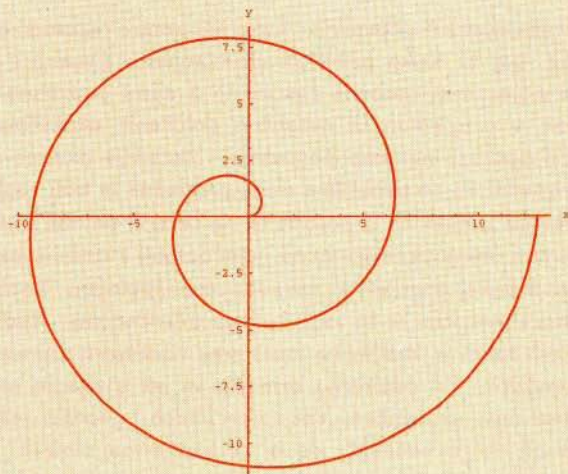
kot fizika v srednješolskih učbenikih. Kako naj potem razumemo s poudarkom izražene želje, naj bi fiziko približali vsakdanjemu življenju? Ali ni edina možnost, da pojasnimo osnovne zakone in z njimi podrobno preračunamo nekaj zgledov, v preglednih in natančno določenih okoliščinah. Samo te dopuščajo, da poskuse natanko ponovimo. Nazadnje okvirno omenimo, kaj se utegne primeriti, če so okoliščine manj pregledne in bolj zapletene.

Pri iztekanju kapljevine iz posode se na severni polobli izoblikuje vrtinec v nasprotni smeri urnega kazalca in na južni polobli v smeri urnega kazalca le, če je izpolnjenih nekaj pogojev, ki navadno niso izpolnjeni. Posoda z odprtino mora biti osno simetrična in to velja tudi za odtočno cev. Nad kapljevino ne sme biti zračnih tokov in kapljevina mora pred poskusom mirovati in imeti vsa enako temperaturo. Pri odpiranju zamaška in pri iztekanju ne sme priti do motenj, ki niso osno simetrične. Vse to pri kadeh in koritih težko dosežemo, četudi bi dovolj dolgo počakali, da bi se kapljevina umirila. Zato nas ne sme začuditi, da so priložnostni opazovalci videli vrtince v tej ali v nasprotni smeri in so se bili o tem pripravljene prerekati. Samo podroben premislek o okoliščinah je lahko pripeljal do odločilnih poskusov in do podrobnejšega razumevanja. Osnovne zakone za pojave, ki zadevajo vsakdanje življenje, poznamo. Zgled z iztočnim vrtincem pomaga razumeti tudi nekatera današnja vprašanja in spore, na primer tistega o vplivu električnega in magnetnega polja z nizko frekvenco na živa bitja.

Za bralce Preseka, ki radi računajo, pojasnimo, v kakšni zvezi z iztočnim vrtincem je Coriolis.

Vzemimo točkasto telo, ki se enakomerno oddaljuje od izhodišča z radialno hitrostjo v_r in hkrati kroži s konstantno kotno hitrostjo ω . Pri tem se telo giblje po Arhimedovi spirali (slika 3). V ravnino gibanja postavimo koordinatni sistem xy in zaznamujemo odvajanje po času s piko. Za razdaljo r od izhodišča in zasuk φ glede na os x velja $\varphi = \omega t$ in $r = v_r t$. Koordinati, komponenti hitrosti in komponenti pospeška se spreminjajo s časom takole:

$$\begin{aligned}x &= r \cos \varphi = v_r t \cos \omega t, & y &= r \sin \varphi = v_r t \sin \omega t, \\v_x &= \dot{x} = v_r \cos \omega t - v_r \omega t \sin \omega t, & v_y &= \dot{y} = v_r \sin \omega t + v_r \omega t \cos \omega t, \\a_x &= \dot{v}_x = -2v_r \omega \sin \omega t - v_r \omega^2 t \cos \omega t, \\a_y &= \dot{v}_y = 2v_r \omega \cos \omega t - v_r \omega^2 t \sin \omega t.\end{aligned}$$



Slika 3. Gibanje točkastega telesa po Arhimedovi spirali v nepospešenem koordinatnem sistemu ($v_r = 1 \text{ m/s}$ in $\omega = 1 \text{ s}^{-1}$, tako da je obhodni čas $2\pi \text{ s}$).

Po dve komponenti združimo v ravninski vektor. Lego točkastega telesa določa krajevni vektor $\mathbf{r} = (x, y)$. Vektor hitrosti $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$ ima dve komponenti, radialno v_r in tangentno $v_r \omega t = r\omega$. Tudi vektor pospeška ima dve komponenti, tangentno $2v_r\omega$ v smeri naraščajočega zasuka in radialno $\omega^2 v_r t = \omega^2 r$ v smeri proti izhodišču. Zadnji navadno pravimo radialni ali centripetalni pospešek.

Na telo, ki se giblje po Arhimedovi spirali, morajo po drugem Newtonovem zakonu delovati druga telesa s silo $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$. Sila ima tangentno komponento v smeri naraščajočega zasuka $2mv_r\omega$ in radialno komponento $m\omega^2 r$ v smeri proti izhodišču – radialno ali centripetalno silo.

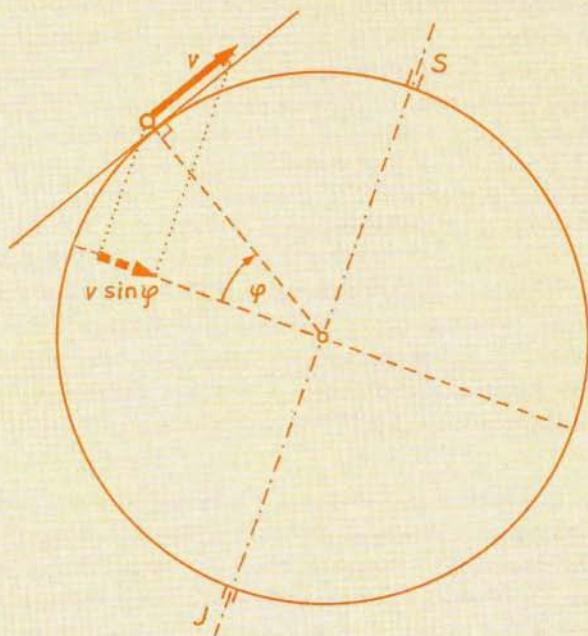
Tako smo opisali gibanje telesa v nepospešenem ali inercialnem koordinatnem sistemu $S(x, y)$. Preselimo se v vrteči se koordinatni sistem $S'(x', y')$, ki se glede na sistem S enakomerno vrti s kotno hitrostjo ω . V tem pospešenem ali neinercialnem koordinatnem sistemu S' se točkasto telo giblje premo in enakomerno v smeri osi x' s hitrostjo $v'_r = v_r$. Če hoče opazovalec v pospešenem ali neinercialnem sistemu uporabiti Newtonov zakon, mora poleg vsote zunanjih sil \mathbf{F} upoštevati na levi še vsoto vztrajnostnih ali sistemskih sil \mathbf{F}_s :

$$\mathbf{F} + \mathbf{F}_s = m\mathbf{a}'.$$

To je nakazal že prispevek *Ali se Zemlja giblje?* v prvi številki 22. letnika Preseka.

Pri enakomernem gibanju točkastega telesa v neinercialnem sistemu S' je pospešek a' enak nič in mora biti vsota zunanjih sil in sistemskih sil enaka nič. Vsota sistemskih sil mora torej biti nasprotno enaka vsoti zunanjih sil. Na točkasto telo, ki se enakomerno giblje v radialni smeri v enakomerno se vrtečem koordinatnem sistemu, delujeta potemtakem radialna sistemska sila $m\omega^2 r$ v smeri od izhodišča, ki jo poznamo kot centrifugalno silo, in tangenta sistemska sila $2mv_r\omega$ v smeri nasprotni smeri naraščajočega zasuka. Tej zadnji rečemo *Coriolisova sila*, po francoskem mehaniku Gaspardu Gustavu de Coriolisu (1797 do 1843), ki jo je prvi podrobno raziskal. (Pri gibanju planetov Coriolisove sile in njenega pospeška ni bilo treba upoštevati.)

Koordinatni sistem S' , ki je togo povezan z Zemljo, se enakomerno vrti s kotno hitrostjo $\omega = 2\pi/24 \text{ h} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Omejimo se na gibanje telesa v vodoravni ravnini. Na telo, ki se na severni polobli giblje proti severu, deluje Coriolisova sila proti vzhodu, če se telo giblje proti jugu, pa proti zahodu. V obeh primerih deluje sila $2v'\omega m \sin \varphi$ (slika 4). Z zemljepisno širino φ smo



Slika 4. Za Coriolisovo silo na telo, ki se na severni polobli giblje v vodoravni ravnini s hitrostjo v proti severu, je odločilna komponenta hitrosti $v \sin \varphi$, pravokotna na os.

upoštevali komponento hitrosti pravokotno na os. To ugotovitev najbolje podpre poskus s Foucaultovim nihalom. Tudi izstrelki se odklonijo zaradi Coriolisove sile proti desni. (Odklonijo se tudi zaradi vrtenja okoli vzdolžne osi in zračnega upora, in sicer proti desni, če se vrtijo kot desni sveder.)

Včasih so pripisovali Coriolisovi sili tudi, da se desna tirnica tira, po katerem vozijo vlaki samo v eni smeri proti severu ali proti jugu, bolj obrabi in da so se reke, ki tečejo proti severu ali proti jugu, v geološki zgodovini premikale proti desni, dokler jih ni zaustavilo kako pogorje. Vendar zadnjih trditev ni mogoče preskusiti.

Coriolisova sila je zelo pomembna v meteorologiji.

V koordinatnem sistemu S' del iztekajoče kapljevine v posodi, ki miruje na Zemlji, počasi potuje proti osi. To gibanje poganja teža, uravnesijo pa ga sile zaradi viskoznosti. Pri tem ni treba računati s pospeševanjem dela kapljevine zaradi Coriolisove sile v tangentsni smeri. Upoštevamo samo, da ne teža ne deli okolne kapljevine ne izvajajo na opazovani del kapljevine navora glede na os posode. Zato se njegova vrtilna količina glede na to os ne spremeni in velja $m\omega' r^2 = m\omega'_1 r_1^2$, če je ω' kotna hitrost kapljevine v razdalji od osi r , merjena v koordinatnem sistemu S' . Iz enačbe $\omega'_1 = \omega'(r/r_1)^2$ izračunamo kotno hitrost ob vstopu v odtočno cev v razdalji $r_1 = 0,5$ cm od osi, če vzamemo za $\omega' = \omega \sin \varphi = 5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ pri $\varphi = 42^\circ$ in $r = 0,9$ m. Dobimo približno $1,6 \text{ s}^{-1}$, čemur ustreza čas enega vrtljaja $2\pi/\omega_1$ okoli 4 s. Nekoliko krajši čas bi dobili, če bi računali za kapljevino znotraj odtočne cevi. Približno toliko so izmerili. Iz začetnega podatka izhaja tudi, da mora biti hitrost delov kapljevine zaradi preostalih tokov v posodi z radijem okoli 1 m pred začetkom poskusa manjša kot $5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$, da se razvije iztočni vrtinec v pravi smeri.

Rowlandova primera z utežjo na vrvcici, ki se navija na roko, potemtakem ni bila posrečena. Bolje je misliti na drobno utež na vrvcici, ki teče skozi tanko cev. Z roko poženemo utež v tangentsni smeri in z drugo roko počasi vlečemo vrvcico skozi cev, da se vrvcica na strani uteži krajša. Utež kroži čedalje hitreje, in sicer je njena kotna hitrost obratno sorazmerna s kvadratom razdalje od osi.