

# NOBELOVA NAGRADA 2021 ZA FIZIKO

JOŽE RAKOVEC IN TOMAŽ PROSEN

Fakulteta za matematiko in fiziko

Univerza v Ljubljani

PACS: 89.75.-k, 92.60.Ry

Nobelovo nagrado za fiziko 2021 »za prelomne prispevke k našemu razumevanju kompleksnih sistemov« so prejeli – eno polovico skupaj dva meteorologa: Syukuro Manabe in Klaus Hasselmann »za fizikalno modeliranje klime na Zemlji, kvantificiranje variabilnosti in zanesljivo napovedovanje globalnega segrevanja« in drugo polovico teoretični fizik Giorgio Parisi »za odkritje medsebojnega delovanja nereda in fluktuacij v fizičnih sistemih od atomske do planetarne skale« – in pri tej planetarni skali so se »srečala« področja njihovih raziskav. V članku opisujemo, kaj so nagrajenci odkrili in kako so prišli do teh odkritij.

## NOBEL PRIZE 2021 IN PHYSICS

The Nobel Prize in Physics in 2021 was awarded »for groundbreaking contributions to our understanding of complex systems« – one half jointly to two meteorologists – Syukuro Manabe and Klaus Hasselmann »for the physical modelling of Earth’s climate, quantifying variability and reliably predicting global warming« and the other half theoretical physicist Giorgio Parisi »for the discovery of the interplay of disorder and fluctuations in physical systems from atomic to planetary scales« – and on this planetary scale, the areas of their research »met«. In this article we describe what the winners discovered and how they came to these discoveries.

Na spletni strani Kraljeve švedske akademije znanosti o letošnjih Nobelovih nagrajencih iz fizike ([www.nobelprize.org/prizes/physics/2021/summary/](http://www.nobelprize.org/prizes/physics/2021/summary/)) piše:

»Trije nagrajenci si letos delijo Nobelovo nagrado za fiziko za svoje študije kaotičnih in očitno naključnih pojavov. Syukuro Manabe in Klaus Hasselmann sta postavila temelje našega znanja o klimi na Zemlji in kako človeštvo vpliva nanjo. Giorgio Parisi je nagrajen za svoje revolucionarne prispevke k teoriji neurejenih materialov in naključnih procesov.

Za kompleksne sisteme sta značilni naključnost in neurejenost in jih je težko razumeti. Letošnja nagrada se zaveda pomembnosti novih metod za njihovo opisovanje in napovedovanje njihovega dolgoročnega vedenja.

Eden od zapletenih sistemov, ki so ključnega pomena za človeštvo, je klima Zemlje. Syukuro Manabe je pokazal, kako povečane ravni ogljikovega dioksida v ozračju vodijo do povišanja temperatur na površini Zemlje. V šestdesetih letih prejšnjega stoletja je vodil razvoj fizikalnih modelov klime in bil prvi, ki je raziskal interakcijo med sevalnim ravnovesjem in vertikalnim transportom zračnih mas. Njegovo delo je postavilo temelje za razvoj sedanjih klimatskih modelov.

Približno deset let pozneje je Klaus Hasselmann ustvaril model, ki povezuje vreme in klimo, s čimer je odgovoril na vprašanje, zakaj so klimatski modeli lahko zanesljivi, čeprav je vreme spremenljivo in kaotično. Razvil je tudi metode za prepoznavanje specifičnih signalov, prstnih odtisov, ki jih tako naravni pojavi kot človekove dejavnosti vtisnejo v podnebje. Njegove metode so bile uporabljene kot dokaz, da je povišana temperatura v ozračju posledica človeških emisij ogljikovega dioksida.

Okoli leta 1980 je Giorgio Parisi odkril skrite vzorce v neurejenih kompleksnih materialih. Njegova odkritja so med najpomembnejšimi prispevki k teoriji kompleksnih sistemov. Omogočajo razumevanje in opis številnih različnih in na videz povsem naključnih pojavov in neurejenih sistemov, ne le v fiziki, ampak tudi na drugih, zelo različnih področjih, kot so matematika, biologija, nevroznanost in strojno učenje.«

### Klima Zemlje in klimatski modeli

Verjetno je primerno, da najprej na kratko opišemo klimo in modele klime na Zemlji. Ti so ali konceptualni, ali pa numerični modeli, zelo podobni tistim za napovedovanje vremena.

**Začnimo z najpreprostejšim konceptualnim modelom**, glej npr. [26]: Zemlja kot celota v vesoljskem okolju. Energija, ki jo oddaja Sonce, se širi vse naokrog in zato je gostota toka te energije na vse večjih razdaljah od Sonca vse manjša in manjša – pri oddaljenosti do Zemlje znaša v povprečju  $j_0 = 1364 \text{ W/m}^2$  (kratkoročno  $\pm$  nekaj odstotkov, dolgoročno pa  $\pm$  nekaj promil). Ker je naš planet v sončni svetlobi videti prijazno lep – modra morja, zeleni gozdovi, rumen pesek, beli oblaki, vrhovi hribov in polarne kape, to pomeni, da se kar nekaj sončne svetlobe od Zemlje odbije: odbojnost oz. albedo za sončno svetlobo je okrog  $a = 31\%$ . Preostalih  $69\%$  Zemlja absorbira s površino  $S$  svojega krožnega preseka, torej je prejeta moč  $P_{\text{abs}} = S(1 - a)j_0$ . Če se ne ukvarjamo s preteklimi geološkimi obdobji ali pa s sedanjim hitrim globalnim segrevanjem, je bila pred dva tisoč leti v času Rimskega imperija približno taka klima, kot je danes. Torej velja, da je Zemlja v sevalnem ravnovesju in oddaja v vesolje toliko energije, kot je prejema. Oddaja jo s svoje celotne površine, ki je štirikrat večja od krožnega preseka, in to s sevanjem po Stefanovem zakonu v infrardečem območju (IR):  $P_{\text{odd}} = 4S\sigma T^4$  ( $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ ). Ko to izenačimo, dobimo enačbo  $4\sigma T^4 = (1 - a)j_0$  in hitro lahko izračunamo, kolikšna bi bila po tem preprostem modelu ravnovesna temperatura Zemlje:  $T \approx -20^\circ\text{C}$ . Malo!? Seveda, saj še nismo upoštevali vpliva tople grede, tega, da je tukaj spodaj relativno toplo, tam zgoraj, kjer letajo letala, pa okrog  $-50^\circ\text{C}$ . Topla greda je posledica lastnosti nekaterih plinov v ozračju, da absorbirajo IR-sevanje, ki ga oddajajo tla, a tudi sami sevajo – glede na svojo temperaturo v ozračju. Upoštevajmo torej še vpliv tople grede, h kateremu prispeva največ –

približno 60 % – vodna para  $\text{H}_2\text{O}$ , ki je je v ozračju veliko, pa okrog eno petino  $\text{CO}_2$ , potem pa še metan, ozon, didušikov oksid itd.! Ko vstavimo med tla in vesolje še ozračje s približno 70-odstotno sposobnostjo absorpcije in oddajanja IR-sevanja, dobimo še eno dodatno ravnovesno bilanco, iz česar sledi  $T_{\text{tal}} = +9^\circ\text{C}$  in  $T_{\text{ozr}} = -36^\circ\text{C}$ . Pri tleh je torej še vedno precej hladno! A ko vključimo še vpliv oblakov na IR-sevanje in prenose toplote s konvekcijo in izhlapevanjem iz tal, pa pridemo do poznanih povprečnih  $15^\circ\text{C}$  pri tleh.

Kaj pa **numerični klimatski modeli**? Če preprosti 1D-konceptualni modeli ne zmorejo predstaviti razlik sem in tja po Zemlji, pa jih 3D-numerični lahko. Z modeli, podobnimi tistim za napoved vremena, računajo dolgo, tako dolgo, da dogajanje v njih že »pozabi« na razmere, od katerih so model pognali. Potem dogajanja ne določajo več začetni pogoji, ampak razmere skozi letne čase. Model za napoved vremena si je zamislil že Vilhelm Bjerknes pred približno sto leti [8]. A kaj, ko je model računsko zelo zahteven. Dogajanje namreč opisujejo parcialne diferencialne enačbe: za gibalno količino (Euler–Navier–Stokes–Coriolisova enačba), termodinamska energijska enačba (dodajanje toplote, stiskanje/razpenjanje, fazne spremembe vode), pa zakon o ohranitvi mase (kontinuitetna enačba) in edina »lahka« enačba je enačba stanja. Te enačbe so zaradi advekcije (veter prenaša količine sem in tja) in ker vse lastnosti zraka v njih turbulentni vrtinci razpršujejo naokrog, tudi nelinearne. Analitično je sistem enačb tako zapleten, da zanj sploh še ni bil dokazan obstoj rešitve, kaj šele ene same enotne rešitve (eksistenčni pogoj). Zato ni čudno, da je bil Bjerknes prisiljen poiskati alternativno pot – t. i. sinoptično metodo. Tudi zelo sposobni in hitri računarji namreč ne bi mogli dohitevati sprotnega razvoja vremena, kaj šele, da bi ga prehitevali in ga tako napovedovali. Po Bjerknesu je Lewis Fry Richardson sicer mukotrпно (več mesecev računanja!) izračunal eno numerično rešitev, a kaj, ko je bil rezultat povsem napačen – v resnici celo nemogoč [27]. In šele leta 2000 je Peter Lynch pokazal, da se Richardson ni niti enkrat zmotil – pokopali so ga slabi, med seboj neusklajeni začetni podatki [17]. No, po drugi svetovni vojni pa so imeli meteorologi že na razpolago prve elektronske računalnike in tako so se Jule Charney, Phillip Thompson, Ragnar Fjortoft (iz Bjerknesovega gnezda), John Freeman, George Platzman, Joseph Smagorinsky, Jerome Namias in še nekateri drugi ob pomoči matematika in enega od utemeljiteljev računalništva Johna von Neumanna, lahko lotili računanja za napoved vremena [6, 18]. Ker so bili takrat računalniki sicer ogromne omare, a računsko še zelo ubogi, so morali sistem enačb poenostaviti in za preprostejše (barotropne) primere jim je uspelo dobiti nekaj 24-urnih napovedi vremena, ki so se zelo dobro skladale s tem, kar se je res pokazalo za naslednji dan. Pot za numerično simuliranje vremena in klime je bila tako odprta ...

Kakšen je torej sodoben klimatski model? Bolj ali manj tak kot model za napoved vremena, toda najpopolnejši vključujejo poleg dogajanja v ozračju

še tista v tleh, oceanih, upoštevajo led na njih, pa bolj podrobno aerosole v ozračju, seveda sestavo in kemijo ozračja, pa precej podrobno izmenjave z vegetacijo, s planktonom itd. Prostorska ločljivost po horizontali je okrog 25 km krog in krog Zemlje, imajo do 80 in več plasti v ozračju oz. računskih nivojev v modelu, med 30 in 60 vertikalnih računskih nivojev v oceanih, pa nekaj nivojev v kopnih tleh. Od modelov za napoved vremena se razlikujejo predvsem po bolj podrobni obravnavi tokov v oceanih, prenosov toplote in vlage v tleh, bolj podrobni obravnavi vegetacijskih ciklov in sevanja ipd. (V vremenskih modelih je npr. stanje vegetacije lahko kar konstantno, saj se v dveh tednih, kolikor obsega tipična napoved vremena, vegetacija komaj kaj spremeni. Pri oceanih so za vreme najvažnejši temperatura površinske vode, hrapavost površine zaradi valov in morda še izhlapevanje, tokovi v globinah pa niti ne ipd.). Ker klimatske modele poganjajo skozi mesece, leta, desetletja, torej – kot smo že rekli – pozabijo svoje začetno stanje in se obnašajo predvsem glede na kemijsko sestavo ozračja in sončno obsevanje posameznih predelov Zemlje ter s tem glede na letne čase. Računanje za tako dolgo obdobje seveda pomeni tudi, da zahtevajo ogromno računskega časa, ker pa imajo tudi skoraj tako ločljivost kot modeli za napoved vremena, pa je tudi zahtevana računaska moč zelo velika (več sto Tflops) [32, 13].

### Dva nagrajenca – meteorologa

**Syukuro Manabe** je meteorolog japonskega rodu, ki je meteorologijo doštudiral v Tokiu in se po doktoratu 1959 preselil v Združene države [40]. Tam ga je Joseph Smagorinsky, ki je razvijal tridimenzionalne numerične modele ozračja za proučevanje splošnega kroženja ozračja (pa tudi za napovedovanje vremena), pritegnil k raziskovanju splošnega kroženja ozračja pri oddelku Urada za meteorologijo imenovanega General Circulation Research, ki se je kasneje preoblikoval v Geophysical Fluid Dynamics Laboratory (GFDL) v okviru NOAA. Tam je Manabe raziskoval skoraj dvajset let – do 1997. Za štiri leta se je vrnil na Japonsko, kjer je vodil skupino za proučevanje globalnega ogrevanja planeta, ter se 2002 vrnil v ZDA na raziskovalno Univerzo v Princetonu v New Jerseyju, kjer je vodilni meteorolog, kot gostujoči profesor pa uči tudi na Japonskem na Univerzi v Nagoji. Dobil je številne nagrade in priznanja. Med meteorologi bo morda največ veljala raziskovalna medalja Carla-Gustava Rossbyja – eno od treh priznanj, ki jih je dobil od Ameriškega meteorološkega združenja (AMS, American Meteorological Society) – poleg drugih ameriških nagrad in priznanj. Evropsko združenje za znanosti o Zemlji (European Geosciences Union EGS) mu je podelilo medaljo Milutina Milankovića, od domače Japonske je dobil državni red kulture in dve priznanji Asahi, pa še in še.

Nobelovo nagrado 2021 je dobil predvsem za to, ker je na fundamentalnem nivoju razložil vpliv toplogrednih plinov na klimo na Zemlji. Z nu-

meričnim modelom za splošno kroženje ozračja (general circulation model GCM) je raziskal ne samo sevalno energijsko bilanco ozračja in tal, ampak je v energijsko bilanco vključil tudi vodni cikel (članek leta 1965 s Smagorinskym in Stricklerjem, [20]), razporeditve vlažnosti v ozračju in vpliva količine CO<sub>2</sub> v ozračju 1967 z Wetheraldom, [22], leta 1969 povezal model ozračja z modelom oceanov (z Bryanom, [19]) in ker je 1975 s 3D GCM modelom z Wetheraldom [21] pokazal, kako podvojitve količine CO<sub>2</sub> v ozračju na dogajanje in spremenljivke v modelu splošnega kroženja ozračja vpliva na gibalno količino, temperaturo, količino padavin, debelino snežne odeje itd. Morda je za vtis o vplivu podvojitve CO<sub>2</sub> v ozračju še najbolj pokazati vertikalni presek skozi ozračje od ekvatorja (na spodnji sliki 1 desno) do pola (levo) ter od tal (spodaj) do velikih višin (zgoraj – okrog 50 km visoko).

Temperatura naj bi se po tej simulaciji pri tleh zvišala okrog ekvatorja za kaki dve stopinji, v visokih geografskih širinah pa tudi do 10 stopinj. Precej pa naj bi se ohladila stratosfera (spodnja slika 1).

Manabe (s sodelavci) je do nadaljnjih ugotovitev o vplivih konvekcije, vlažnosti ozračja, količini CO<sub>2</sub> itd. prišel s 3D-numeričnim modeliranjem. Na kratko opišimo tak model. Za začetne simulacije (1965) so on, Smagorinsky in Strickler izpopolnili Phillipsov numerični kvazi-geostrofski model splošnega kroženja ozračja (general circulation model GCM). Norman Phillips je namreč desetletje prej [25] tak model uporabil za prvo numerično klimatsko simuliranje splošne cirkulacije na planetu v dveh plasteh ozračja (samo toliko so omogočali takratni računalniki) v pasu krog in krog Zemlje (tako se je tudi izognil potrebi po enem od robnih pogojev). Ob predpostavki o pretežno geostrofskem ravnotežju dve komponenti horizontalne hitrosti ( $u$ ,  $v$ ) nadomesti vertikalna komponenta vrtinčnosti ( $\partial v/\partial x - \partial u/\partial y$ ) in tako ostane za izračunavanje ena spremenljivka manj. Model so torej preuredili iz kvazi-geostrofskega v model s prvotnimi (primitivnimi) enačbami: dve enačbi za obe komponenti horizontalne hitrosti, termodinamska energijska enačba in kontinuitetna enačba. Vertikalni prenos gibalne količine (in posredno trenje pri tleh) so parametrizirali na Prandtlov način z dolžino mešanja. Model so razširili na devet plasti (takrat je računalniška moč to že dovoljevala) in uporabili Phillipsovo vertikalno koordinato  $\sigma$  (računski nivoji bolj na gosto pri tleh, vse višje pa plasti vse debelejšje). Predpisali so, da s tropi ni izmenjav toplote in gibalne količine (na jugu v modelu toplotno izolirana vertikalna stena brez trenja). Krajevne odvode v enačbah so nadomestili s količniki končnih razlik, razlike v času pa so omogočale postopno napredovanje po končnih korakih (seveda ob upoštevanju CFL-pogoja za numerično stabilnost). Tako so od diferencialnih enačb prešli na sistem algebrainih enačb in rešitve po daljšem času naprej so se približale klimatskim. Mreža računskih točk ni bila po vzporednikih in poldnevnikih, horizontalna ločljivost je bila okrog 320 km ob ekvatorju, 540 km pri 45° g. š. in 640 km blizu pola. Ker posameznih stebrov vertikalne konvekcije taka

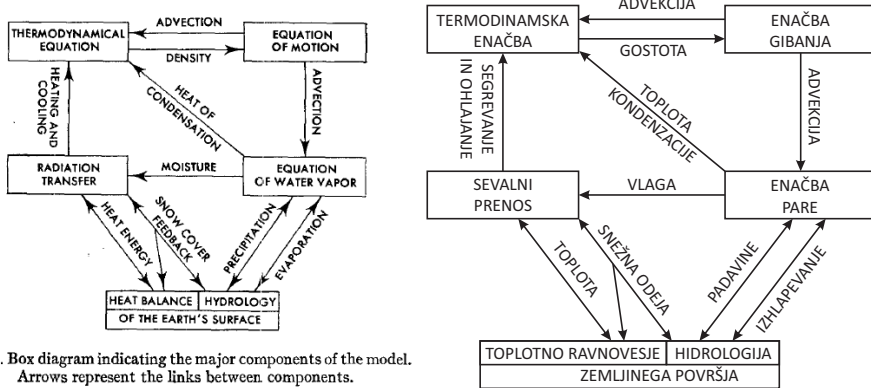


FIG. 2. Box diagram indicating the major components of the model. Arrows represent the links between components.

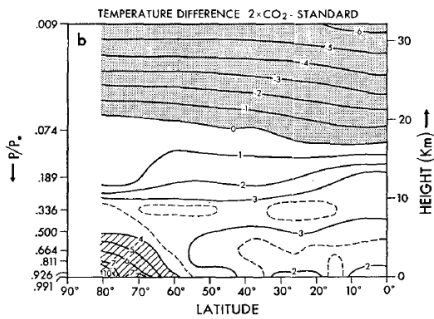


FIG. 4. Latitude-height distribution of the zonal mean temperature (K) for the standard case (a) and of the increase in zonal mean temperature (K) resulting from the doubling of CO<sub>2</sub> concentration (b). Stippling indicates a decrease in temperature.

Razlika med simulacijama z dvakratno koncentracijo in standardno koncentracijo CO<sub>2</sub>; na abscisni osi – geografska širina, na ordinatni osi – na levi zračni tlak normiran s tlakom pri tleh, na desni višina.

**Slika 1.** Zgoraj: Shematični prikaz, kaj vse je upošteval klimatski model Manabeja in Wetheralda leta 1975. Spodaj: Kako se spremeni zonalno povprečna temperatura v ozračju, če se v model vstavi podvojeno količino CO<sub>2</sub>. Oboje iz članka v *J. Atm. Sci.* **32** (1975), dostopno na [journals.ametsoc.org/view/journals/atmsoc/32/1/1520-0469\\_1975\\_032\\_0003\\_teodtc\\_2\\_0\\_co\\_2.xml](https://journals.ametsoc.org/view/journals/atmsoc/32/1/1520-0469_1975_032_0003_teodtc_2_0_co_2.xml). Published (1975) by the American Meteorological Society.

groba ločljivost seveda ne zazna, so za to in druga pod mrežna dogajanja morali eksplicitno opisanim dogajanjem dodati parametrizacije pod mrežnih dogajanj. Prostodušno so npr. za konvekcijo priznali, da »In view of our ignorance in this matter, we used a very simple scheme of convective adjustment ...«, a dodali, da so se vseeno uspešno izognili morebitnemu pretiranemu pojavu konvekcije na skali ločljivosti modela [28]. V prvih simulacijah je sevanje opisano še relativno preprosto, potem pa vse bolj podrobno.

Manabe je torej raziskoval predvsem tako, da je z modelom GCM za splošno kroženje ozračja numerično modeliral, kako razni dejavniki v modelu (suho ozračje/vlažno ozračje, konvekcija da/konvekcija ne, več CO<sub>2</sub>/manj

CO<sub>2</sub>, ...) vplivajo na procese v modelu po daljšem času – na simulirano klimo.

**Klaus Hasselmann** [38] pa je raziskoval nekoliko drugače – po eni strani na bolj teoretični način, pa tudi s pomočjo sklopljenega modela ozračja in oceanov. Fiziko in matematiko je Hasselmann doštudiral na Univerzi v Hamburgu in 1957 doktoriral v Göttingenu iz proučevanja turbulence. Posvetil se je meteorologiji, pa tudi oceanografiji. Ustanovil je Inštitut Maxa Plancka za meteorologijo (IMP) v Hamburgu in bil od leta 1975 do novembra 1999 njegov direktor, od 1988 do 1999 pa znanstveni direktor v Nemškem klimatskem računalniškem centru. Na tem inštitutu so v 90. letih prejšnjega stoletja razvili sklopljeni model: model Evropskega centra ECMWF so povezali z IMP-jevim modelom oceanov LSG (glej npr. intervju s Hasselmannom iz leta 2006 [36]). Tudi Hasselmann je dobil številne nagrade: spet se bo meteorologom morda zdela pomembna medalja Vilhelma Bjerknesa, ki mu jo je podelila EGS, pa morda Symonsova medalja, ki mu jo je podelila Royal Meteorological Society (RMS), Sverdrupova medalja AMS, oceanografom bi morda veliko pomenilo več medalj in nagrad iz njihovih krogov, Hasselmann je dobil še priznanja in medalje akademij, ter še in še ...

Hasselmann je raziskoval vreme in klimo kako desetletje za Manabejem. Teoretično je pomagal odgovoriti na vprašanje, zakaj so klimatski modeli lahko zanesljivi kljub spremenljivemu in kaotičnemu vremenu [10]. Teoretično je razvil tudi metode za prepoznavanje specifičnih signalov, ki jih naravni pojavi in človeške dejavnosti vtisnejo v podnebje, in dokazal, da sedanje zviševanje temperature zraka lahko pripišemo človekovim emisijam ogljikovega dioksida in drugih toplogrednih plinov [9].

Na področju klimatskih sprememb je Hasselmann pionir matematičnega opisa stohastičnega vpliva klime zaradi spremenljivega vremena – članek 1976 v Tellusu [10]. V njem razloži, da spremembe klime niso posledica zgolj zunanjih vzrokov (sončno obsevanje in količina toplogrednih plinov), ampak v določenih pogojih tudi naključno razvijajočih se vremenskih vzorcev. Pravi, da je »bistvena lastnost stohastičnosti klimatskih modelov, da se ohranijo tudi nepovprečne »vremenske« komponente. Formalno se pojavljajo kot členi naključnega siljenja. Klimatski sistem, ki deluje kot integrator tega kratkotrajnega vzbujanja, kaže podobno naključno sprehajanje (random-walk) kot veliki delci, na katere vpliva skupina veliko manjših delcev – kot v analognem problemu Brownovega gibanja.« Torej kot da težek delec (klimo) bombardirajo naključno premikajoči se majhni delci (vreme). Hasselmann je to idejo prevedel v zapleten mnogodimenzionalen nelinearni sistem. Gledal je hitra in počasna dogajanja in spektre teh dogajanj. V frekvenčnem spektru se spremenljivost izraža kot inverzna vrednost kvadrata frekvenc. Tako npr. nestacionarno dogajanje predstavlja vrednosti blizu inverzne vrednosti nič in spektralna analiza dogajanja s končnim trajanjem ima vrh pri tej inverzni ničelni frekvenci. Tako je Hasselmann enim in drugim dogajanjem priredil pripadajoče vrednosti v spektru. S tem je

kvantitativno opredelil pomembnost enih in drugih dogajanj. Ko jim je priredil vrednosti, je lahko nadaljeval analizo z uporabo Fokker-Planckove enačbe statistične mehanike, dobil nekatere posebne rešitve in jih uporabil za študij klime in njenih sprememb.

Hasselmann je kasneje (objava 1993 v *Journal of Climate*, [9]) tudi teoretično raziskal, kako razločiti »prstne odtise« antropogeno povzročenih klimatskih sprememb od naravnih, npr. od vpliva izbruhov ognjenikov – kako na optimalen način izluščiti signal sistematičnih klimatskih sprememb iz močne spremenljivosti klime. Za izluščenje od človeka povzročene signala je – na tem kompleksnem sistemu s številnimi spremenljivkami v odvisnosti od prostora in časa – uporabil svojo prej (1979) razloženo metodo razlikovanja signala od šuma in predlagal empirične ortogonalne funkcije in optimalne linearne filtre. To so potem nekaj let kasneje na dejanskih podatkih uporabili Gabriele Hegerl, Hasselmann in sod. (*Climate dynamics* 1997, [11]), za njimi pa še drugi, npr. spet Gabi Hegerl s sodelavcema Francisom Zwiersom in Claudio Tebaldi (2011 v *Env. Res. Lett.*, [12]). Prikaz takega izluščanja so povzela tudi poročila IPCC kot dokaz, da gre res za pomemben človekov vpliv, pa tudi Nobelov odbor v svoji utemeljitvi za nagrado.

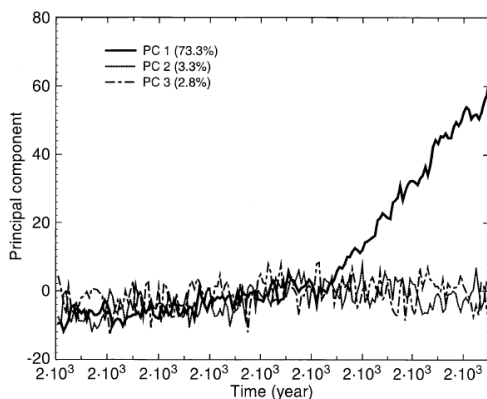
Grafi na sliki 2 so si na pogled podobni, prikazujejo pa različne stvari. Zgornja slika iz [9] kaže, da praktično vsa informacija o časovni spremembi temperature pri tleh pripada prvi empirični ortogonalni funkciji za 2D-polje sprememb pri numerični simulaciji klime, ki upošteva tako vpliv toplogrednih plinov kot tudi vpliv sulfatnih aerosolov v ozračju. Spodnja slika, ki jo je Nobelov odbor za fiziko ([www.nobelprize.org/prizes/physics/2021/summary/](http://www.nobelprize.org/prizes/physics/2021/summary/)) povzel iz članka Hegerl, Zwiers in Tebaldi, 2011 [12], pa kaže, da naraščanje temperature v obdobju od 1960 dalje lahko pripišemo človeškemu vplivu (rdeča črta), saj naravni vzroki (modra črta) vzdržujejo temperaturo ves čas na približno istem nivoju, pri čemer glavne fluktuacije lahko pripišemo vulkanskim izbruhom.

Hasselmann je torej raziskoval precej teoretično, s sodelavci pa seveda teoretično pridobljene metode tudi preskusil na podatkih o klimi skozi različna obdobja.

### Nagrajeni teoretični fizik

Polovico fizikalne nagrade 2021 je dobil italijanski teoretični fizik **Giorgio Parisi** [35] za »odkritje medsebojnega delovanja nereda in fluktuacij v fizičnih sistemih od atomske do planetarne skale« (pri planetarni skali se srečajo raziskave Manabeja, Hasselmanna in Parisia). Parisi se je šolal na La Sapienzi v Rimu, raziskuje pa na področjih kvantne teorije polja, statistične mehanike in kompleksnih sistemov. Raziskoval je v Laboratori Nazionali di Frascati (1971–1981), bil gostujoči raziskovalec na Columbia University

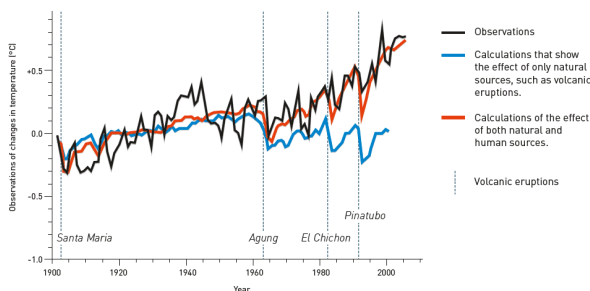




**Fig. 4.** Time evolution of the first 3 EOFs of the mean of the two greenhouse gas-plus-aerosol forcing simulations. The first EOF captures most of the increasing climate change signal, while higher EOFs contain mainly noise

#### Identifying fingerprints in the climate

Klaus Hasselmann developed methods for distinguishing between natural and human causes (fingerprints) of atmospheric heating. Comparison between changes in the mean temperature in relation to the average for 1901–1950 [°C].



Source: Hegerl and Zwiers (2011) Use of models in detection & attribution of climate change, *WIREs Climate Change*.

**Slika 2.** Zgoraj: Prve tri empirične ortogonalne funkcije iz članka Gabriele Hegerl, Klauza Hasselmann in sod. iz *Climate Dynamics* 1997 [11] [link.springer.com/article/10.1007/s003820050186](https://link.springer.com/article/10.1007/s003820050186). ©CCC RightsLink. Spodaj: Slika iz obrazložitve Nobelovega odbora za fiziko [www.nobelprize.org/prizes/physics/2021/summary/](https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2021/summary/), povzeta iz članka Hegerl, Zwiers in Tebaldi, *Env. Res. Let.* 2011 [12]. ©Johan Jarnestad/The Royal Swedish Academy of Sciences.

Empirične ortogonalne funkcije za simulacijo ovrednotenja sprememb klime v obdobju 160 let. Na abscisni osi je pomotoma povsod zapisan čas 2000 let ( $2 \cdot 10^3$  Years); v resnici gre za celotno obdobje simulacije od leta 1880 do 2049. Na ordinatni osi so prikazane vrednosti empiričnih ortogonalnih funkcij.

Spremembe temperature v obdobju 1900 do 2010 glede na predindustrijsko obdobje; črna črta – izmerjene spremembe temperature, rdeča črta – simulirane spremembe temperature zaradi človeških in naravnih vplivov, modra črta – simulirane posledice samo naravnih vplivov. Prikazani so tudi časi najmočnejših izbruhov vulkanov.

(1973–1974), na Institut des Hautes Études Scientifiques (1976–1977) in École Normale Supérieure (1977–1978). Bil je profesor za teoretično fiziko na rimski univerzi Tor Vergata ter predsednik znamenite rimske akademije znanosti Academia dei Lincei, sedaj pa je profesor kvantne mehanike na

rimski La Sapienzi. Tudi on je že pred Nobelovo nagrado dobil cel kup priznanj, npr. Boltzmannovo, Diracovo, Fermijevo, Lagrangevo, Planckovo, Onsagerjevo medaljo, pa še druge.

Okoli leta 1980 je Giorgio Parisi predstavil svoja odkritja o tem, kako navidezno naključne pojave urejajo skrita pravila. Posebej temeljno pomemben je njegov prispevek [23, 24] k razumevanju obnašanja spinskih stekel na osnovi rešitve problema spontanega zloma simetrije med replikami. Parisijevo delo danes velja za enega najpomembnejših prispevkov k teoriji kompleksnih sistemov. Sodobne študije kompleksnih sistemov temeljijo na statistični mehaniki, ki so jo v drugi polovici 19. stoletja razvili James C. Maxwell, Ludwig Boltzmann in J. Willard Gibbs, ki so to področje tako poimenovali leta 1884. Statistična mehanika se je razvila iz spoznanja, da je za obravnavo plinov ali tekočin, ki so sestavljeni iz velikega števila delcev, potrebna nova metoda za opis teh sistemov. Ta metoda je morala upoštevati naključne premike delcev, zato je bila osnovna ideja izračunati povprečne učinke delcev. Statistična mehanika zagotavlja mikroskopsko razlago za makroskopske lastnosti plinov in tekočin, kot sta temperatura in tlak.

Preprost primer iz stohastičnosti in kompleksnosti: delce plina obravnavamo kot kroglice in ko temperatura pade ali se tlak poveča, se kroglice najprej kondenzirajo v tekočino in nato v trdno snov. Ta trdna snov je pogosto kristal, kjer so kroglice organizirane v pravilnem vzorcu. Če pa se ta sprememba zgodi hitro, se lahko kroglice združijo v nepravilen oziroma neurejen vzorec, ki se ne spremeni, tudi če se tekočina dodatno ohladi ali dodatno stisne skupaj. Pri ponovljenem poskusu bodo kroglice prevzele spet nov, malce drugačen vzorec, kljub temu da se sprememba (znižanje temperature) zgodi na popolnoma enak način.

Te stisnjene kroglice so eden od preprostih modelov za navadno steklo ali za zrnate materiale, kot sta pesek ali gramoz. Vendar je bil predmet Parisijevega prvotnega dela drugačen sistem – spinsko steklo. To je teoretičen model, ki opisuje posebno vrsto kovinske zlitine, v kateri so npr. atomi železa naključno pomešani v mrežo atomov bakra. Čeprav je v mreži le nekaj atomov železa, spremenijo magnetne lastnosti materiala na radikalen in zelo neurejen način. Vsak atom železa se obnaša kot majhen magnet oz. ima magnetni moment, na katerega vplivajo drugi atomi železa v bližini. Pri navadnem magnetu so vsi magnetni momenti ob prisotnosti zunanega polja usmerjeni v isto smer, v spinskem steklu pa so frustrirani: nekateri pari se usmerijo v isto smer, drugi pa v nasprotno smer – kako torej najdejo optimalno orientacijo? Giorgio Parisi je odkril skrito strukturo v tako zapletenih neurejenih sistemih in našel način, kako jih matematično opisati. Tako je našel pomemben ključ za obravnavo kompleksnih sistemov. V sedemdesetih letih prejšnjega stoletja so številni fiziki, vključno z več Nobelovimi nagrajenci, iskali način, kako opisati skrivnostna in frustrirajoča spinska stekla. Ena od metod, ki so jo uporabili, je bil trik replike, to je ma-

tematična tehnika, pri kateri se hkrati obravnava ansambel identičnih kopij sistema [3]. Vendar pa so bili v fizikalnem smislu rezultati prvotnih izračunov napačni. Fizikalno zelo smiselna predpostavka permutacijske simetrije med replikami je npr. vodila do nesmiselnih rezultatov, kot je negativna entropija. Tudi prve sugestije spontanega zloma simetrije med replikami [3, 4] niso dale smiselnih rezultatov.

Leta 1979 pa je Parisi torej naredil odločilen preboj, ko je z genialnim svežim pristopom pokazal, kako je mogoče trik replike uporabiti za reševanje problema spinskih stekel. V replikah je odkril skrito strukturo in našel matematično smiseln način, kako popisati fazni prehod zloma simetrije replik s pomočjo neskončno-dimenzionalnega parametra ureditve, nekakšnega tenzorja v abstraktnem vektorskem prostoru, katerega dimenzijo  $n$  določa število replik. Ključna ideja metode je korektno izvesti limito, ko gre  $n$  proti 0, ki na koncu omogoča konkreten izračun proste energije in drugih termodinamskih količin.

Morda ni presenetljivo, da so v začetku matematiki in bolj strogo misleči matematični fiziki ob tej metodi zmajevali z glavo. Trajalo je kar nekaj let, da se je Parisijeva rešitev izkazala za matematično pravilno in dokazljivo. Tallagrand jo je tako leta 2006 utemeljil v najprestižnejši matematični reviji *Annals of Mathematics* [29] kot »temeljni izrek matematične analize«. Od takrat naprej oziroma že prej pa je bila Parisijeva metoda uporabljena v številnih neurejenih sistemih in je postala temelj teorije kompleksnih sistemov. V zadnjem času so poročali celo o nazornih eksperimentalnih realizacijah Parisijevega mehanizma, npr. v neurejenih laserjih [7].

Poleg prispevka k teoriji spinskih stekel je treba spomniti na številne druge temeljne Parisijeve prispevke v statistični fiziki, ki danes navdihujejo na tisoče raziskovalcev. Posebej je treba omeniti vsaj še Kardar-Parisi-Zhangovo (KPZ) enačbo, to je stohastična parcialna diferencialna enačba, ki opisuje rast neurejenih površin [14]. Šele v zadnjih letih postaja jasno, kako splošna je vloga KPZ enačbe v neravnovesni statistični fiziki, ki se pojavlja v fizikalno zelo različnih kontekstih, od rasti površin ob depoziciji snovi, modeliranja prometa na avtocestah, do anomalnega transporta snovi, ki je učinkovitejši od difuzije. Zato se nanjo večkrat sklicujemo tudi kot na KPZ univerzalnostni razred, ki v neravnovesni fiziki igra podobno vlogo kot npr. Isingov model v ravnovesni statistični mehaniki. V zadnjih letih smo npr. v Ljubljani našli novo in povsem nepričakovano manifestacijo KPZ enačbe v kvantnem magnetizmu v modelih z netrivialnimi simetrijami [15].

Parisijevi prispevki k razumevanju dinamičnih procesov v kompleksnih sistemih in dinamičnih sistemov na splošno ga tematsko tudi približajo delu meteorologov Manapeja in Hasselmanna. Za potrditev te teze samo omenimo Parisijev prispevek k članku o stohastični resonanci v klimatologiji [2].

## Zakaj prav te nagrade?

Seveda ne vemo, kakšne predloge so dobili in kaj so premlevali v Nobelovem odboru za fiziko. Videti pa je, da so predlagatelji in odbor želeli opozoriti na pomembnost raziskav o klimi in o podnebnih spremembah. Tako so s področja proučevanja klime in njenih sprememb izbrali Manabeja in Hasselmanna, pridružili pa jima še Parisija kot teoretika na podobnem področju – kompleksni, stohastični sistemi s številnimi spremenljivkami.

Ob nagradi za proučevanje klime in podnebnih sprememb moramo spomniti na matematika Josepha Fourierja, ki je že pred dvesto leti (1827, [37]) opozoril na vpliv plinov v ozračju – IR-absorberjev – na sevalno bilanco Zemlje. Vsekakor je treba omeniti še Svanteja Arrheniusa, švedskega fizika in fizikalnega kemika, ki je 1896 uporabil načela fizikalne kemije, da bi ocenil, v kolikšni meri bi bilo povečanje atmosferskega ogljikovega dioksida odgovorno za naraščajočo temperaturo površine Zemlje, [39]. (Leta 1903 je dobil Nobelovo nagrado za kemijo. Menda pa je pri teh nagradah kot član odbora tudi protežiral svoje prijatelje in sodelavce, druge pa zaviral – vsaj tako pravi Wikipedija [39]). Večinoma sicer več beremo o Arrheniusu kot o Tyndallu, a treba je povedati, da je John Tyndall o topli gredi imel predavanje že januarja 1863 [31], torej pred Arrheniusovimi objavami.

Naj si na koncu dovolimo še vprašanje, ali bi si morda še kak meteorolog zaslužil tako ali podobno visoko nagrado?

No, zaslužil bi jo Vilhelm Bjerknes, a takrat, v začetku 20. stoletja je bilo v fiziki toliko epohalnih odkritij, da niti Einstein ni prišel na vrsto za nagrado za relativnost, temveč za fotoefekt. Pa tudi: Bjerknes je sicer predlagal sistem enačb za opis dogajanj v ozračju, a tedaj – v predračunalniški dobi – ga ni mogel zares uporabiti. Da pa je zares zaslužen, pa priča npr. Symonsova medalja RMS in to, da EGS podeljuje medaljo, poimenovano po njem.

Potem bi visoke nagrade zaslužil Jule Charney skupaj z Johnom von Neumannom – prvi za res inovativne ideje okrog numerične napovedi vremena, drugi pa za izjemno matematično pomoč pri numerični napovedi, saj je ravno von Neumann zasnoval koncept v računalnik shranjenega računalniškega programa. (Ne edini, z Alanom Turingom in Claudom Shannonom. A kot vemo, za matematiko Nobelove nagrade ni). Bjerknes je ravno še doživel to prvo uspešno računanje Charneya in sodelavcev po svojem sistemu enačb – a tudi če bi nagrado za to podelili zelo hitro, je Bjerknes žal ne bi dočakal, saj je umrl pet mesecev po objavi o tem novembra 1950 v Tellusu. Jule Charney bi visoko nagrado zaslužil tudi za kvazi-geostrofsko teorijo in odkritje barokline nestabilnosti, kajti prva uspešna numerična napoved je bila izračunana z barotropno vrtnično enačbo, ki pa ne zmore napovedati »tistega, česar še ni«. Tisto, »česar še ni«, namreč nastaja v območjih barokline nestabilnosti [5]. Ali bi jo za to odkritje Charney zaslužil sam, ali pa morda za baroklinost z njim še Eric Eady, ki je v svoji disertaciji pri-

kazal pojav barokline nestabilnosti na drugačen, morda še lažje razumljiv način [33]. Za kvazi-geostrofsko teorijo pa morda še Phill Thompson, ki je v dopisovanju s Charneyem le-tega močno motiviral z vprašanji in dilemami, ko se je sam mučil s tem, kako naj bi računal divergenco v ozračju [30]? Je pa Charney seveda dobil veliko nagrad in medalj, med njimi Symonsovo medaljo RMS, Rosbyjevo medaljo AMS, nagrado Svetovne meteorološke organizacije (WMO), medaljo Smithsonian Institution, posebna čast pa je tudi, da AMS od leta 1983 podeljuje medaljo, s katero časti tudi njega – medaljo Jula Charneya.

Kaj pa Carl Gustav Rossby – saj je vendar on odkril, zakaj se ozki transverzalni valovi toka v ozračju v zmernih geografskih širinah hitro premikajo proti vzhodu, široki pa počasi, ali se morda ne premikajo, ali pa grede celo malce »nazaj«. To lastnost, pomembno za napoved vremena, so prognostiki že prej opazili npr. na zaporednih vremenskih kartah tokovnic na 500 mbar, Rossby pa je odkril preprosto, a zelo prepričljivo razlago za to. Rossby je dobil več nagrad od aeronavtičnih institucij in iz meteoroloških krogov, npr. Symonsovo zlato medaljo RMS, nagrado WMO, nagrado AMS, po njem pa se imenuje tudi medalja, ki jo podeljuje AMS.

Namesto Crafoordove medalje bi lahko Švedska kraljeva akademija Edwardu Lorenzu [34] podelila tudi Nobelovo nagrado (nekateri ju ocenjujejo za precej enakovredni, a je seveda Nobelova precej bolj znana). Njegovo odkritje determinističnega kaosa bi jo zaslužilo. Do determinističnega kaosa je prišel, ko je proučeval dokaj preprost, a nelinearen problem konvekcije med toplo površino spodaj in hladnejšo zgoraj, s čimer sta se ukvarjala pred njim že lord Rayleigh in Henri Bénard [16]. No, seveda je Lorenz dobil veliko drugih prestižnih nagrad in odlikovanj – Rossbyjevo, Symonsovo, Buys-Ballotovo medaljo, medaljo Lomonosova, pa nagrado WMO, Kyoto Prize . . . , AMS pa je nagrade za pedagoško odličnost leta 2013 preimenovala v Lorenzove nagrade za tovrstno odličnost.

Morda še kdo? Pri tem moramo za Nobelove nagrade upoštevati, da jih dobivajo le živeči znanstveniki – posthumnih Nobelovih nagrad ni.

Še več o letošnjih nagrajencih je objavljeno tudi v Proteusu.

## LITERATURA

- [1] S. Arrhenius, *On the influence of carbonic acid in the air upon the temperature of the ground*, Phil. Mag. and J. of Sci. **41** (1896), 237–276.
- [2] R. Benzi, G. Parisi, A. Sutera in A. Vulpiani, *Stochastic resonance in climatic change*, Tellus **34** (1982), 10.
- [3] A. Blandin, *Theories versus experiments in the spin glass systems*, J. Phys. Coll. **39** (1978), C6–1499.
- [4] A. J. Bray in M. A. Moore, *Replica symmetry-breaking in spin-glass theories*, Phys. Rev. Lett. **41** (1978), 1068.
- [5] J. G. Charney, *The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current*, J. Atmos. Sci. **4** (1947), 136–162, dostopno na [doi.org/10.1175/1520-0469\(1947\)004<0136:TDOLWI>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1947)004<0136:TDOLWI>2.0.CO;2), ogled 3. marca 2022.

- [6] J. G. Charney, R. Fjörtoft in J. Von Neumann, *Numerical Integration of the Barotropic Vorticity Equation*, *Tellus* **2:4** (1950), 237–254, DOI: 10.3402/tellusa.v2i4.8607, dostopno na [www.tandfonline.com/doi/abs/10.3402/tellusa.v2i4.8607](http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.3402/tellusa.v2i4.8607), ogled 3. marca 2022.
- [7] N. Ghofraniha, I. Viola, F. Di Maria, G. Barbarella, G. Gigli, L. Leuzzi in C. Conti, *Experimental evidence of replica symmetry breaking in random lasers*, *Nature Commun.* **6** (2015), 6058.
- [8] E. Gold, *Vilhelm Friman Koren Bjerknæs 1862–1985*, Obituary Notices of Fellows of the Royal Society **7** (20): 302–326. doi:10.1098/rsbm.1951.0002, 1951, dostopno na [royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsbm.1951.0002](http://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsbm.1951.0002), ogled 3. marec 2022.
- [9] K. Hasselmann, *Optimal Fingerprints for the Detection of Time-dependent Climate Change*, *J. of Climate* **6** (1993), 1957–1971, dostopno na [doi.org/10.1175/1520-0442\(1993\)006<1957:OFFTDO>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0442(1993)006<1957:OFFTDO>2.0.CO;2), ogled 3. marca 2022.
- [10] K. Hasselmann, *Stochastic climate models Part I. Theory*, *Tellus* **28** (1976), 473–485, DOI: 10.3402/tellusa.v28i6.11316, dostopno na [doi.org/10.3402/tellusa.v28i6.11316](https://doi.org/10.3402/tellusa.v28i6.11316), ogled 3. marca 2022.
- [11] G. C. Hegerl, K. Hasselmann, U. Cubasch, J. F. B. Mitchell, E. Roeckner, R. Voss in J. Waszkewitz, *Multi-fingerprint detection and attribution analysis of greenhouse gas, greenhouse gas-plus-aerosol and solar forced climate change*, *Climate Dynamics* **13** (1993), 613–634, dostopno na [link.springer.com/article/10.1007/s003820050186](http://link.springer.com/article/10.1007/s003820050186), ogled 3. marca 2022.
- [12] G. Hegerl, F. Zwiers in C. Tebaldi, *Patterns of change: whose fingerprint is seen in global warming?*, *Environ. Res. Lett.* **6** (2011), 044025 (6pp) doi:10.1088/1748-9326/6/4/044025, dostopno na [iopscience.iop.org/article/10.1088/1748-9326/6/4/044025](https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1748-9326/6/4/044025), ogled 3. marca 2022.
- [13] T. J. Johns et al. (25 avtorjev), *The new Hadley Centre Climate Model (HAD-GEM1)*, Evaluation of coupled simulations, *J. of Climate* **19:7** (2006), 1327–1353, DOI:10.1175/JCLI3712.1, dostopno na [journals.ametsoc.org/view/journals/clim/19/7/jcli3712.1.xml](http://journals.ametsoc.org/view/journals/clim/19/7/jcli3712.1.xml), ogled 3. marca 2022.
- [14] M. Kardar, G. Parisi in Y-C. Zhang, *Dynamical scaling of growing interfaces*, *Phys. Rev. Lett.* **56** (1986), 889.
- [15] M. Ljubotina, M. Žnidarič in T. Prosen, *Kardar-Parisi-Zhang physics in the quantum Heisenberg magnet*, *Phys. Rev. Lett.* **122** (2019), 210602.
- [16] E. N. Lorenz, *Atmospheric predictability as revealed by naturally occurring analogues*, *J. Atmos. Sci.* **26** (1969), 636–646, dostopno na [doi.org/10.1175/1520-0469\(1969\)26<636:APARBN>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1969)26<636:APARBN>2.0.CO;2), ogled 3. marca 2022.
- [17] P. Lynch, *The emergence of numerical weather prediction*, Richardson’s Dream, Cambridge Univ. Press, 2006, xi+280 pp.
- [18] P. Lynch, *The ENIAC Forecasts: A re-creation*, *Bull. Am. Meteorol. Soc.* **89** (2008), 45–56, DOI: [doi.org/10.1175/BAMS-89-1-45](https://doi.org/10.1175/BAMS-89-1-45), ogled 3. marca 2022.
- [19] S. Manabe in K. Bryan, *Climate calculations with a combined ocean-atmosphere model*, *J. Atmos. Sci.* **26** (1969), 786–789.
- [20] S. Manabe, J. Smagorinsky in R. F. Strickler, *Simulated climatology of general circulation with a hydrologic cycle*, *Monthly Weather Rev.* **93** (1965), 769–798.
- [21] S. Manabe in R. T. Wetherald, *The effects of doubling the CO<sub>2</sub> concentration on the climate of a general circulation model*, *J. Atmos. Sci.* **32** (1975), 3–5, dostopno na [doi.org/10.1175/1520-0469\(1975\)032<0003:TEODTC>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1975)032<0003:TEODTC>2.0.CO;2), ogled 3. marca 2022.

## Nobelova nagrada 2021 za fiziko

- [22] S. Manabe in R. Wetherald, *Thermal equilibrium of the atmosphere with a given distribution of relative humidity*, J. Atmos. Sci. **24** (1967), 241–259.
- [23] G. Parisi, *Infinite number of order parameters for spin-glasses*, Phys. Rev. Lett. **43** (1979), 1754.
- [24] G. Parisi, *Toward a mean field theory for spin glasses*, Phys. Lett. **73** (1979), 203.
- [25] N. A. Phillips, *The general circulation of the atmosphere: A numerical experiment*, Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. **82** (1956), 123–164, dostopno na [doi.org/10.1002/qj.49708235202](https://doi.org/10.1002/qj.49708235202), ogled 3. marca 2022.
- [26] J. Rakovec in T. Vrhovec, *Osnove meteorologije za naravoslovce in tehnike*, 3. izdaja, DMFA – založništvo, Ljubljana, 2017.
- [27] L. F. Richardson, *Weather prediction by numerical process*, Cambridge Univ. Press, xii+240 pp, 1922, dostopno na [archive.org/details/weatherpredictio00richrich/](https://archive.org/details/weatherpredictio00richrich/), ogled 3. marca 2022.
- [28] J. Smagorinsky, S. Manabe in J. L. Holloway, *Numerical results from a nine-level general circulation model of the atmosphere*, Monthly Weather Rev. **93** (1965), 727–768, dostopno na [doi.org/10.1175/1520-0493\(1965\)093<0727:NRFANL>2.3.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1965)093<0727:NRFANL>2.3.CO;2), ogled 3. marca 2022.
- [29] M. Talagrand, *The Parisi Formula*, Annals of Mathematics **163** (2006), 221.
- [30] P. Thompson, *Interview of Philip D. Thompson*, 1987, dostopno na [opensky.ucar.edu/islandora/object/archives%3A7649/datastream/OBJ/view](https://opensky.ucar.edu/islandora/object/archives%3A7649/datastream/OBJ/view), ogled 3. marca 2022.
- [31] J. Tyndall, *On radiation through the earth's atmosphere*, javno predavanje, 1863, dostopno na [www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/14786446308643443](https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/14786446308643443), ogled 3. marca 2022.
- [32] *Climate model*, dostopno na [en.wikipedia.org/wiki/Climate\\_model](https://en.wikipedia.org/wiki/Climate_model), ogled 3. marca 2022.
- [33] *Eady Model*, dostopno na [en.wikipedia.org/wiki/Eady\\_Model](https://en.wikipedia.org/wiki/Eady_Model), ogled 3. marca 2022.
- [34] *Edward Norton Lorenz*, dostopno na [en.wikipedia.org/wiki/Edward\\_Norton\\_Lorenz](https://en.wikipedia.org/wiki/Edward_Norton_Lorenz), ogled 3. marca 2022.
- [35] *Giorgio Parisi*, dostopno na [en.wikipedia.org/wiki/Giorgio\\_Paris\\_i](https://en.wikipedia.org/wiki/Giorgio_Paris_i), ogled 3. marca 2022.
- [36] *Intervju s Hasselmannom v Die Welt* (1976), omenjen na domači strani Max-Planck-Gesellschaft, dostopno na [www.mpg.de/17673145/klaus-hasselmann-nobel-prize-physics-2021-background](https://www.mpg.de/17673145/klaus-hasselmann-nobel-prize-physics-2021-background), ogled 3. marca 2022.
- [37] *Irish Times 2012: How Joseph Fourier discovered the greenhouse effect*, dostopno na [www.irishtimes.com/news/science/how-joseph-fourier-discovered-the-greenhouse-effect-1.3824189](https://www.irishtimes.com/news/science/how-joseph-fourier-discovered-the-greenhouse-effect-1.3824189), ogled 3. marca 2022.
- [38] *Klaus Hasselmann*, dostopno na [en.wikipedia.org/wiki/Klaus\\_Hasselmann](https://en.wikipedia.org/wiki/Klaus_Hasselmann), ogled 3. marca 2022.
- [39] *Svante Arrhenius*, dostopno na [en.wikipedia.org/wiki/Svante\\_Arrhenius](https://en.wikipedia.org/wiki/Svante_Arrhenius), ogled 3. marca 2022.
- [40] *Syukuro Manabe*, dostopno na [en.wikipedia.org/wiki/Syukuro\\_Manabe](https://en.wikipedia.org/wiki/Syukuro_Manabe), ogled 3. marca 2022.