

NAPETOSTNI ODZIV PAPIRJA

1 UVOD

Pred kratkim se je ponovno povečalo zanimanje za preučevanje reološkega vedenja polimerov, predvsem kakšne posledice ima učinek navzemanja vlage na eksperimentalne in teoretične analize podatkov napetost-raztezek. Torej, za papirje, narejene iz celuloznih vlaken, viskoelastično vedenje, kot sta lezenje in relaksacija napetosti, ni odvisno samo od trenutnega navzemanja vlage, marveč tudi od zgodovine navzemanja vlage in od napetosti (ali raztezka) ter zgodovine napetosti (ali raztezka). Tovrstno vedenje so študirali Brezinski, Byrd, Benson, Salmen in Back ter mnogi drugi.

Medtem ko obstajajo eksperimentalni podatki za enoosne elastične in viskoelastične pogoje napetost-raztezek, pri nespremenljivem navzemanju vlage ([trenutna masa - masa suhega] : masa suhega), pa so ustrezne matematične modele, potrebne za popolnejši opis reoloških lastnosti, razvili šele nedavno. Matematične analize so zapletene, kajti papir je anizotrop (neenake lastnosti vzdolž in prečno na os vlakna; vzrok je v različnih energijskih povezavah v molekulah in med njimi), biološki polimerni material z lastnostmi mehanskega odziva, ki jih ne moremo razložiti samo s teorijami elastičnosti in viskoelastičnosti ter z eksperimenti, kot so nadziranje in merjenje temperature, navzemanja vlage ter merjenje napetosti in raztezka preskušanca.

$$E(t) = \iiint_{s=-\infty}^t [T(t, s), \theta(t, s), m(t, s), T(t), \theta(t), m(t)] \quad [1]$$

$$E(t) = \iint_{s=-\infty}^t [T(t-s), \theta(t-s), m(t-s), T(t), \theta(t), m(t)] \quad [2]$$

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = & \int L_1(t-s) \frac{\partial \sigma(s)}{\partial s} ds \quad [3] \\ & + \int L_2(t-s) \frac{\partial m(s)}{\partial s} ds \\ & + \iint L_3(t-s_1, t-s_2) \frac{\partial \sigma(s_1)}{\partial s_1} \frac{\partial \sigma(s_2)}{\partial s_2} ds_1 ds_2 \\ & + \iint L_4(t-s_1, t-s_2) \frac{\partial m(s_1)}{\partial s_1} \frac{\partial m(s_2)}{\partial s_2} ds_1 ds_2 \\ & + \iint L_5(t-s_1, t-s_2) \frac{\partial \sigma(s_1)}{\partial s_1} \frac{\partial m(s_2)}{\partial s_2} ds_1 ds_2 + \text{višji red} \end{aligned}$$

$$E(t) = \int_{s=-\infty}^t F(t-s, T(s), \theta_0, m_0) : \frac{\partial G}{\partial s} [T(s), \theta_0, m_0] ds \quad [4]$$

$$E_e = \frac{F[0, T(t), \theta_0, m_0]}{G[T(t), \theta_0, m_0]} \quad [5]$$

$$F[t-s, T(t), \theta_0, m_0] = F[t-s, T(s), \theta_0, m_0] - F[0, T(t), \theta_0, m_0] \quad [6]$$

$$E(t) = E_e(t) + \int F : \frac{\partial G}{\partial s} [T(t), \theta_0, m_0] ds \quad [7]$$

$$E_e(t) = \frac{\partial}{\partial T} H(T, \theta_0, m_0) \quad [8] \quad T = \frac{\partial}{\partial E_e} U(E_e, \theta_0, m_0) \quad [9]$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_v(t) \quad [10] \quad \varepsilon_e(t) = \frac{\partial}{\partial \sigma} H[\sigma(t), \theta_0, m_0] \quad [11]$$

$$\varepsilon_v(t) = \int_{s=-\infty}^t F_1[t-s, \sigma(s), \theta_0, m_0] \times \partial G_1[\sigma(s), \theta_0, m_0] ds \quad [12]$$

$$E = E_0 \times e^{-bm_0}, m_0 < m_1 \quad [13a] \quad E = E_0 \times e^{(a-bm_0)}, m_0 > m_1 \quad [13b]$$

$$E = E_1 \times e^{-c\theta_0} \quad [14] \quad E = E_0 \times e^{(-bm_0-c\theta_0)}, m_0 < m_1 \quad [15a]$$

$$E = E_0 \times e^{(a-bm_0-c\theta_0)}, m_0 > m_1 \quad [15b]$$

Pecht je postavil zahtevo, da je navzemanje vlage nujno variabilna stopnja že v osnovni analizi hidrofobnih steklastih polimerov. Omenjeno domnevo je podprl Nissan s statistično molekularno študijo celuloznih materialov. Nissanova domneva se izkaže za izjemno koristno, kadar imamo opravka s histereznimi učinki absorpcijske izotermne krivulje in združevanja temperature in relativne vlažnosti.

Posebej zanimivi so eksperimentalni podatki Higginsovih poskusov, ki kažejo, da je elastični modul odvisen od navzemanja vlage, ne glede na to, ali se ravnovesje vzpostavi z adsorpcijo ali desorpcijo. Salmen in Buck sta prišla do zaključka, da je za spremembo temperature steklastega prehoda, ki dejansko vpliva na elastični modul, odgovorna predvsem vsebnost vode in ne toliko relativna vlažnost.

2 TEORIJA

Pecht je predstavil konstitutivno enačbo, ki izraža $E(t)$ kot funkcijo napetosti T , povratka m in absolutno temperaturo θ . Pojavlja se v obliki enačbe [1], pri čemer je $3J$ funkcija, katere izvor so celotna napetost, temperatura in zgodovina navzemanja vlage, kakor tudi trenutna napetost, temperatura in zgodovina navzemanja vlage; poleg tega pa pojasnjuje anizotropično naravo materiala.

Če v tej enačbi upoštevamo hipotezo »spomina«, zahtevata funkcijska odvisnost časa t in zgodovine s , enojno spremenljivko $t - s$. Enačbo lahko torej skrčimo do konstitutivne enačbe za materiale, ki se ne starajo, in jo zapišemo z enačbo [2].

Za biološke materiale, kar papirji so, je veljavnost druge enačbe odvisna od tega, ali se material

spreminja zaradi staranja in/ali poškodbe zanemarimo znotraj časovnega okvira trajanja eksperimenta. Predpostavka se izkaže za pravilno v primeru lezenja, ko sta temperatura in navzemanje vlage konstantna. Iz tega razloga bomo predpostavili, da sta temperatura in navzemanje vlage fiksna ($\theta = \theta_0$ in $m = m_0$), tako da lahko podobenjenim preskušancem zanemarimo termično raztezanje, nabrekanje, povezavo med napetostjo in temperaturo ter poškodbe, povzročene s spremembami navzemanja vlage. Z razvojem enačbe [2] v multivariabilno Frechetovo vrsto in ob predpostavki enoosnih pogojev izotropnih (enake fizikalne lastnosti), izotermalnih (enaka temperatura) materialov pridemo do oblike enačbe [3], kot jo podaja Ranta-Manus.

Enačba [3] je zapisana glede na enoosni raztezek e in enoosno napetost s . Predhodna formulacija je neprimerna za številne aplikacije, kajti ne vsebuje prispevkov elastičnosti in ne upošteva spojitev v času, navzemanju vlage in napetosti. Brezinski in Byrd v svojih raziskavah teoretično razpravljata o vplivu različnih konstantnih navzemanj vlage na viskoelastični odziv papirja, medtem ko Brezinski in Sanborn na podlagi eksperimentov opazujeta odvisnost časa od napetosti. Pristop k reševanju problemov z mnogovrstnimi integrali je relativno kompleksen, kajti za vsako stopnjo nelinearnosti je treba vpeljati novo neznanko. Enačbo [2] lahko zapišemo bolj reprezentativno z uporabo enojnega integrala in dobimo enačbo [4], pri čemer je F tenzor četrtega reda ovrednotene neznanke in G tenzor drugega reda ovrednotene neznanke.

Četrta enačba predstavlja posplošitev konstitutivnega zakona



MICHAEL HUBER
GmbH München

TISKARSKE BARVE VRHUNSKE NEMŠKE KVALITETE

Huber, Hostmann & Steinberg,
Gleitsmann, Stehlin & Hostag, Npi,
Info Lab

SVETOVANJE IN SERVIS

SEDEŽ V LJUBLJANI

TORAY

polimerni klišeji za vodno razvijanje (torelief, toreflex) in Dantex razvijalni stroji.

MEŠALNICA OFSETNIH TISKARSKIH BARV

Zastopa in prodaja

PERLA d.o.o., Motnica 2, IOC Trzin

1236 Trzin, tel. 01 563 74 26, faks 01 563 74 27
elektronska pošta: perla@siol.net

- **SKALNE** barve (Unicum®, Rapida®, Reflecta®, Resista®)
- **PANTONE®** osnovne nianse
- **HKS®** osnovne nianse
- **ROTO** heat in cold set barve
- **SPECIALNE** barve (Tyvek, Syntape, Folien)
- **ECO** barve
- **LAKI** (disperzijski, ofsetni, UV)
- pomožna sredstva
- **FLEKSO** barve na vodni in organski osnovi

- mešanje iz barvnih koncentratov
- maksimalna pigmentacija barv
- odlična kakovost
- barve tipa sveže, folije, plakatne, brez vonja (tudi dc), uv
- kratki roki izdelave

o linearni viskoelastičnosti z vključevanjem nelinearnih učinkov. Podobna je konstitutivni enačbi Bernsteina, Kearsleya in Zapsa za nelinearno elastičnost v obrnjeni obliki, kjer se raztezek pojavlja v funkciji napetosti. Da jo zapišemo v obliki, ki eksplicitno izraža elastični del odziva na napetost, vpeljemo napetost v korakih obremenjevanja ob trenutnem času t [$T(s) = T(t) \times u(s-t)$], pri čemer je u enota na korak obremenjevanja.

Ob predpostavki, da je G zvezna funkcija, dobimo elastični raztezni odziv, ki ga zapišemo z

enačbo [5]. Ta nas privede do določitve modificirane neznanke F , ki jo zapišemo s šesto enačbo, pri čemer je $F = 0$, ko je $t = s$.

Z vpeljavo enačbe [6] v enačbo [4] in ob predpostavki, da je $T(-\infty) = 0$ ter $G(0, \theta_0, m_0) = 0$, dobimo želene rezultate, ki jih zapišemo v enačbo [7].

Prav tako pa predpostavimo, da elastični del raztezka, $E_e(t)$, lahko zapišemo z enačbo [8] v obliki komplementarne gostote energije H .

Inverzna oblika enačbe [8] je enačba [9], pri čemer je U gostota energije raztezka.

Enačba [9] je konstitutivna formulacija, ki sta jo Johnson in Urbanik uporabila pri obdelavi podatkov napetost-raztezki za nelinearno elastično področje, pri čemer sta temperatura in navzemanje vlage zanemarjena.

Za enoosno napetost s in raztezek e pa enačba [7] dobi obliko v enačbi [10], v kateri lahko elastični del raztezka zapišemo z enačbo [11], viskoelastični del pa z [12]; F_1, G_1 sta skalarni vrednosti.

Funkcijsko obliko elastičnih in viskoelastičnih delov ustrezajoče deformacije, ki ustrezajo iz literature dostopnim podatkom, bom določil v nadaljevanju.

3 ELASTIČNI ODZIV

Za oblikovanje mehanskih modelov lastnosti in odzivov je bilo predlaganih že več nelinearnih elastičnih odnosov med napetostjo in raztežkom. Fellers je na diagramu napetost-raztezek eksperimentalno dokazal simetrično prekrivanje krivulj pri testih natezne in tlačne obremenitve. Predlagal je, da lahko le z eno enačbo opišemo model oblike in prekrivanja krivulj. Omenjeno je delno posledica majhnih raztezkov, ki se pojavijo pri tlačnih testih.

Nissan je razvil izraz v enačbi [13], ki opisuje odvisnost navzemanja vlage od elastičnega modula (v MD- in CD-smeri teka vlaken), zasnovanega na podlagi statistične molekularne teorije. Tam so m_1 masa navzete vlage, ki ustreza prvemu sloju izhlapelelih molekul adsorbirane vode, E_0, a, b konstante.

Vrednosti m_1 so običajno dovolj nizke ($m_1 < 0,05$), tako da lahko enačbo [13b] uporabimo v večini praktičnih aplikacij.

Temperaturno odvisnost elastičnega modula v območju $0\text{ }^\circ\text{C}$

$$\sigma(t) = C_1 \varepsilon_e + B_1 \operatorname{tg} \frac{D_1}{B_1} \varepsilon_e \quad [16]$$

$$\sigma(t) = B_2 \operatorname{tg} \frac{E}{B_2} \varepsilon_e \quad [17]$$

$$\varepsilon_e(t) = \frac{1}{A} \times \sin \frac{A}{E} \sigma \quad [18]$$

$$\varepsilon_e(t) = \left[\frac{1}{A(\theta_0, m_0)} \right] \times \sin \left[\frac{A(\theta_0, m_0)}{E_0 e^{a - b m_0 - c \theta_0}} \right] \sigma \quad [19]$$

$< \theta_0 < 100\text{ }^\circ\text{C}$ lahko aproksimiramo z enačbo [14], pri čemer sta E_1 in c konstanti v odnosu do temperature.

Če predpostavimo, da je temperaturno neodvisni referenčni modul E_1 funkcija navzemanja vlage, podana v enačbi [13], lahko zapišemo splošno razmerje med temperaturo, navzemanjem vlage in elastičnim modulom; enačbi [15a], [15b].

Predvideva se, da enačba [15] velja za obe smeri teka vlaken v papirju, tako za MD kot tudi za CD, vendar se lahko koeficienti E_0, a, b med smerema (MD ali

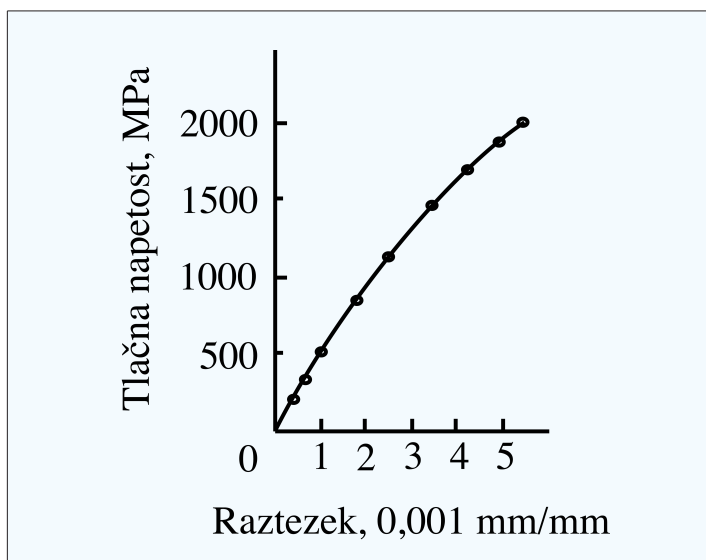
CD) nekoliko razlikujejo. Ta enačba lahko rabi tudi kot prvi približek (linearno elastično) pri modeliranju diagramov napetost-raztezek. Koeficienta E_0 in c lahko z eksperimentalnimi testi na suhih preskušancih papirja določimo pri različnih temperaturah in v obeh smereh teka vlaken (MD in CD). Tovrstne teste sta opravljala Salmen in Back.

Andersson in Berkyyoto sta razvila matematični model, ki natančno obravnava enoosne elastične podatke napetost-raztezek; enačba [16], pri čemer so B_1, C_1, D_1 spremenljivke, neodvisne

od raztezka in časa, vendar so lahko odvisne od temperature in količine navzete vlage.

Taylorjeva razširitev enačbe [16] za majhne napetosti določa, da je elastični modul podan kot $E = C_1 + D_1$. Johnson in Urbanik pa sta predlagala poenostavitev te enačbe, ki izhaja iz funkcije gostote energije raztezka, in jo zapišala v enačbi [17]; tu B_2 ustreza navidezni končni napetosti in je E eksplicitno podan elastični modul. Enačba je skladna z modelom tlačnega testa, kjer se porušitev pojavi, preden se doseže navidezna končna napetost. Kakor koli, za natezne teste je naklon krivulje napetost-raztezek konstanten, tj. pri višjih raztezkih, vendar če želimo pregled čez celotno natezno obremenitev (od začetka do konca preskušanja, ko se pojavi porušitev), pa je treba zmodelirati natančnejši izraz, kot je podan z enačbo [16]. Petch je uporabil svojevrsten nelinearen elastični model, v katerega je vpeljal medsebojno delovanje temperature in navzemanja vlage. Ta novi model se delno opira na neodvisni komponenti Findleyjevega modela, ki temelji na Eyringovem termodinamičnem modelu elastičnost-viskoznost in je podan z enačbo [18], pri čemer sta E elastični modul in A elastični parameter. Obe vrednosti sta lahko odvisni od temperature in navzemanja vlage. Enačbo lahko enostavno obrnemo, ker je elastični modul eksplicitno določen in ostane naklon krivulje napetost-raztezek za velike raztezke omejen.

Slika 1 je grafični prikaz diagrama napetost-raztezek, iz katerega se nazorno vidi prileganje eksperimentalno izmerjenih vrednosti z vrednostmi, izračunanimi po enačbi [18], pri čemer sta $E = 5,03\text{ GPa}$ in $A = 327$. Podatki so vrednosti testiranja plošč karto-



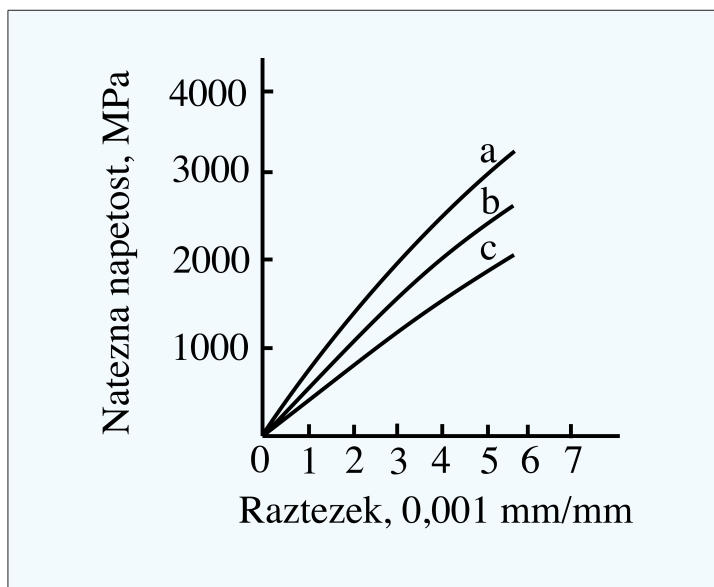
Slika 1. Diagram napetost-raztezek za kartonske plošče, predhodno kondicionirane; testirane pri $73\text{ }^\circ\text{C}$ in 50 % relativne vlažnosti.

PAPIR ...



- **BELJENA CELULOZA LISTAVCEV
IN IGLAVCEV**
- **ČASOPISNI PAPIR**
- **GRAFIČNI PAPIRJI**
- **EKOLOŠKI/RECIKLIRANI PAPIRJI**

• Tovarniška 18, 8270 Krško, SLOVENIJA
Tel.: +386(0)7 48 11 100
Fax: +386(0)7 49 21 115, 49 22 077
E-mail: vipap@vipap.si, <http://www.vipap.si>



Slika 2. Krivulje diagrama napetost-raztezek za različne količine navzete vlage; a) $m = 5\%$, b) $m = 10\%$ in c) $m = 15\%$.

na pod kompresijo in merjenja na robovih.

Z vpeljavo enačbe [15b] v enačbo [18], kjer se elastični modul pojavi kot funkcija temperature in navzemanja vlage, dobimo enačbo [19].

Rezultati eksperimentalnega dela Salmena, Backa in Bensona kažejo na padanje naklona krivulj napetost-raztezek z zviševanjem napetosti in količine navzete vlage v papirju ter predlagajo, da bi bila lahko A funkcija enakomerno naraščajočega navzemanja vlage. Na žalost pa ni na voljo dovolj podatkov, ki bi omenjeno razmerje lahko potrdili. Prileganje izmerjenih podatkov z izračunanimi vrednostmi po enačbi [19], pri čemer se temperatura ne spreminja, so prikazani v sliki 2. Vrednosti koeficientov, $E_0 = 7,92 \text{ GPa}$, $a = 0,218$, $b = 5,967$ in $A = 322$, so dobljeni iz eksperimentalnih podatkov Bensonove raziskave, ki jih je opravljial v vzdolžni smeri teka vlaken na preskušancih, t. i. papirja Lake State. Za nizke napetosti lahko Bensonove podatke natančno modeliramo z enačbo [19], medtem ko pa za tridimenzionalno elastično razmerje na-

petost-raztezek v povezavi z razmerjem raztezek-gostota energije proti napetosti pri konstantni temperaturi in navzeti vlagi lahko razvijemo ustrezen model z uporabo inverzne metode in uporabo enačb [8], [16], [17] in [18]. Nezadostni eksperimentalni podatki in upoštevanje multidimenzionalnih obremenitev trenutno onemogočajo določitev dodatnih parametrov za tridimenzionalni model.

4 VISKOELASTIČNI UČINEK

Pecht, Johnson in Rowlands so predlagali model lezenja papirja, ki se dobro ujema z eksperimentalnimi podatki. Če posplošimo omenjeni predlagani model lezenja papirja ter vključimo temperaturo in navzemanje vlage v enačbo [12], pri čemer sta $G_1 = \sigma(s)$ in $F_1 = J\{\log[1 + g(t - s) \times f(\sigma(s))], \theta_0, m_0\}$ določeni. V tem primeru sta $g(t)$ in $f(\sigma)$ funkciji, ki jih je treba določiti z eksperimentalnimi podatki, ter J funkcija voljnosti lezenja in je odvisna od časa, navzemanja vlage ter napetosti. Zahteva pa se, da je

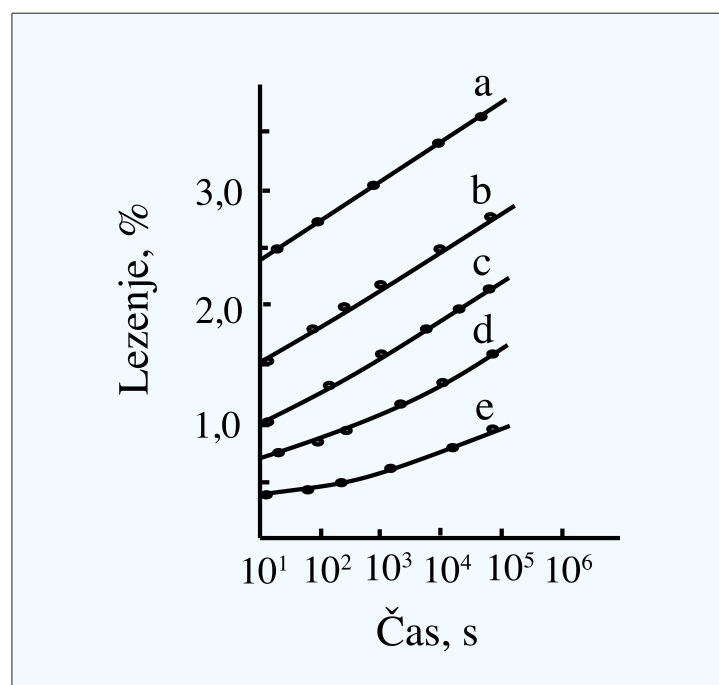
$J(0) = 0$, tako da F_1 zadosti predhodni zahtevi in je $F_1 = 0$, ko je $t = s$. Na podlagi podanih vrednosti G_1 in F_1 nam sedaj enačba [12] poda viskoelastično komponento raztezka v obliki enačbe [20].

Logaritmsko združevanje časa in napetosti so predlagali Pecht, Johnson in Rowlands. S tem so želeli zmodelirati skupino materialov, imenovanih *napetostno-reološko enostavni*. Ti materiali izkazujejo prekrivanje pojava lezenja enega čez drugega, kar pomeni, da lahko podatke lezenja vzdolž logaritmske časovne skale in za različne začetne ravni napetosti prevedemo tako, da kot končno rešitev dobimo le eno krivuljo, t. i. *skupno krivuljo lezenja*. Kakšna je odvisnost različnih konstantnih količin navzemanja vlage na viskoelastični odziv celuloznega lista papirja, ni povsem znano. Brezinski, Byrd in Benson so v raziskavah predstavili eksperimentalne podatke, ki kažejo, da obstajaja močna odvisnost navzemanja vlage na vi-

skoelastični odziv papirja. Kakorkoli, testi so v splošnem omejeni le na nekaj stopenj relativne vlažnosti pri stalni temperaturi in pri eni napetosti.

Podatki Brezinskega za lezenje pri različnih konstantnih stopnjah relativne vlažnosti kažejo, da se naklon krivulje diagrama lezenja v odvisnosti od logaritma časa pri daljših časih merjenja približuje konstantni vrednosti, ne glede na vlažnost. Pri višjih vrednostih vlažnosti (nad 63 %) pa je naklon krivulje lezenja v odvisnosti od logaritma časa konstanten, ne glede na čas obremenjevanja preskušanca. Omenjeno namiguje na to, da je uporabljena analiza za »napetostno reološko enostavne« materiale pravilna. Potem enačbo [20] zapišemo v obliki enačbe [21]; tam je $k(m_0)$ funkcija, ki jo določimo iz eksperimentalnih podatkov za različno navzemanje vlage.

Temperaturo se upošteva kot konstantno, medtem ko navzemanje vlage lahko določimo iz ustrezne absorpcijske izotermne



Slika 3. Krivulje lezenja navlaženih preskušancev pri napetosti 36,84 MPa in pri različnih vrednostih navzete vlage; a) $m = 16,1\%$, RV = 83,0 %; b) $m = 12,6\%$, RV = 73,5 %; c) $m = 10,4\%$, RV = 63,0 %; d) $m = 8,0\%$, RV = 50,0 %; e) $m = 4,7\%$, RV = 23,5 %.

$$\varepsilon_v(t) = \int_{s=-\infty}^t J\{\log[1 + g(t-s) \times f(\sigma)], \theta_0, m_0\} \frac{\partial \sigma(s)}{\partial s} ds \quad [20]$$

$$\varepsilon_v(t) = \int_{s=-\infty}^t J\{\log[1 + g(t-s) \times f(\sigma) \times k(m_0)]\} \frac{\partial \sigma(s)}{\partial s} ds \quad [21]$$

$$\varepsilon_v(t) = \sigma_0 J\{\log[1 + g(t) \times f(\sigma_0) \times k(m_0)]\} \quad [22]$$

$$\varepsilon_v(t) = c\sigma_0 \times \log\left[1 + \left(\frac{t \times 10^{\alpha|\sigma_0 - \sigma_R|}}{\tau}\right)^n \times k(m_0)\right] \quad [23]$$

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{A} \times \sin\left[\frac{A\sigma_0 u(t)}{E_0 e^{a-bm_0}}\right] + c\sigma_0 u(t) \times \log\left[1 + \left(\frac{t \times 10^{\alpha|\sigma_0 - \sigma_R|}}{\tau}\right)^n \times k(m_0)\right] \quad [24]$$

$$\xi = \frac{10^{\alpha|\sigma_0 - \sigma_R|}}{\tau} \quad [25] \quad k(m_0) = 10^{(-\lambda + \beta m_0)n} \quad [26]$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0 u(t)}{E_0 e^{(a-bm_0)}} + c\sigma_0 u(t) \times \log\left[1 + \left(\xi t \times 10^{(-\lambda + \beta m_0)n}\right)\right] \quad [27]$$

krivulje. Če v enačbo [21] vpeljemo postopno napetost, $\sigma = \sigma_0 u(t)$, pri čemer je σ_0 veličina napetosti in je $u(t)$ Heaviside funkcija, jo nato lahko zapišemo kot [22].

Pecht, Johnson in Rowlands so določili J kot linearnega v logaritemski funkciji, g sledi zakonu sile pri nizkih pogojih čas-napetost in f linearnemu naklonu premice pri visokih vrednostih čas-napetost. Ob upoštevanju omenjenega dobimo enačbo [23], pri čemer so c logaritem konstantnega naklona krivulje, t časovna konstanta, σ_R poljubno izbrana referenčna napetost, ki tvori osnovo sestavljene krivulje lezenja in α, n konstanti, ki podajata obliko krivulje. Napetost, σ_R , je lahko natezna ali tlačna, če se le ujema z referenčno in se pojavi v manjšem obsegu.

V celoti je model lezenja sestavljen iz enačbe [19] za nelinearni elastični del in iz enačbe [23] za viskoelastični del. Ko ju vpeljemo v enačbo [9], postane izraz lezenja zapisan s [24].

Pri naknadni predpostavki za majhne napetosti, tj. v linearno elastičnem področju, sta Brezinski in Sanborn z uporabo te enačbe uspešno skonstruirala model za obdelavo eksperimentalnih podatkov lezenja, izmerjenih pri različnih napetostih in pri nespremenljivem navzemanju vlage. Enačbo se lahko uporabi tudi za modeliranje podatkov Brezinskega za pojav lezenja pri različnih konstantnih navzemanjih vlage. Razpoložljivi podatki se nanašajo na 36,84 MPa uporabljene napetosti, ročno izdelanega papirja iz čiste celulozne vlaknine in merjene pri različnih

vrednostih relativne vlage. Brezinski je v raziskavah meril navzemanje vlage (določevanje vsebnosti vlage na podlagi absolutno suhega vzorca) z vrednostmi desorpcije vlage, pri katerih je izvajal teste lezenja. Določil je elastične in viskoelastične koeficiente, ki znašajo: $E_0 = 13,3$ GPa, $a = 0,30$, $b = 9,50$, $c = 2,98 \times 10^{-4}$ MPa $^{-1}$, $n = 0,30$ in $e = 0,0215$ s $^{-1}$, pri čemer je v enačbi [25] ξ konstanta, ko se napetost σ_0 ne spreminja.

Naklon krivulje lezenja Brezinskega je nekoliko višji, kot je naklon, ki so ga dobili Pecht, Johnson in Rowlands. Vzrok je v strukturnih spremembah v materialu, ki so rezultat vlaženja preskušanca med eksperimentom.

Da poenostavimo (logaritemske linearnosti), izberemo za

funkcijo navzemanja vlage $k(m_0)$ po enačbi [26], pri čemer sta λ in β konstanti, ki ju je treba določiti.

Na podlagi pogojev iz enačbe [24] dobimo [27]. Na sliki 3 je grafično prikazana, pri čemer sta vrednosti konstant $\lambda = 5,0$ in $\beta = 62,5$. Krivulje so narejene po podatkih Brezinskega.

5 ZAKLJUČEK

Z enačbama [19] in [21] je podan konstitutiven model za elastično in viskoelastično komponento raztezka, ki opisuje nelinearno vedenje napetost-raztezka celuloznega lista papirja, pri različnih konstantnih navzemanjih vlage. Model vključuje odvisnost navzemanja vlage od elastičnega modula, ki jo je razvil Nissan, in koristno uporabi pristop Pechta, Johnsona in Rowlandsa z materiali, ki so za študij napetostno in reološko enostavni. Vse to so storili z namenom, da bi vpeljali odvisnost navzemanja vlage pri analiziranju pojava lezenja celuloznega lista papirja. Z omenjeno tehniko oz. pristopom se je število parametrov v modelu kot tudi število potrebnih eksperimentov za določitev teh zmanjšalo na minimum. Poleg tega pa so se razvile tudi osnove, s pomočjo katerih lahko izračunamo prirastek gostote energije raztezka z ustreznimi podatki večosnega obremenjevanja. Iz ustreznih podatkov lezenja, izmerjenih pri različnih konstantnih deležih navzete vlage, lahko določimo tudi viskoelastični odziv celuloznega lista papirja.

Klemen MOŽINA

Univerza v Ljubljani

Literatura in viri na str. 34

NAPETOSTNI ODZIV PAPIRJA

LITERATURA IN VIRI

- Brezinski, J. P.
The creep properties of paper
Tappi Journal, 1956, Vol. 39, No. 2, p. 116
- Byrd, von L.
Constitutive equation of wood at variable humidity and temperature
Tappi Journal, 1972, Vol. 55, No. 2, p. 247
- Benson, R. E.
Effects of relative humidity and temperature on tensile stress-strain properties of Kraft linerboard
Tappi Journal, 1971, Vol. 54, No. 5, p. 699
- Salmen, N. L., Back, E. L.
Bending stiffness dependence on temperature and moisture content
Tappi Journal, 1980, Vol. 63, No. 6, p. 117
- Lif, J. O., Östlund, S., Fellers, C.
Applicability of Anisotropic Viscoelasticity of Paper at Small Deformations
Mechanics of Time-Dependent Materials, 1998, Vol. 2, No. 3, p. 245
- Pecht, M.
Humidity-Stress-Strain Interactions in Polymers
Ph.D. thesis, University of Wisconsin-Madison, Department of Engineering Mechanics, 1982
- Bukošek, V.
Fizika in mehanika polimerov; polimeri in njihove lastnosti
- Ljubljana: Naravoslovnotehniška fakulteta, Oddelek za materiale in metalurgijo, 2000/01
- Higgins, H. G.
The structure and properties of paper
APPITA, 1958, Vol. 12, No. 1 p. 1
- Nissan, A. H.
A Dynamic Mathematical Model for High-consistency Stock Refining Process
Tappi Journal, 1977, Vol. 60, No. 10, p. 98
- Christensen, R. H.
Theory of Viscoelasticity
Academic Press, New York, 1971
- Ranta-Manus, A.
The viscoelasticity of wood at varying moisture content
Wood Sci. Tech., 1975, Vol. 9, p. 189
- Sanborn, I. B.
A study of irreversible, stress-induced changes in the macrostructure of paper
Tappi Journal, 1962, Vol. 45, No. 6, p. 465
- Bernstein, B., Kearsley, E., Zapas, L.
Elastic Stress-Strain Relations in Perfect Elastic Fluids
Trans. Soc. Rheology, 1965, Vol. 9, p. 27
- Johnson, Jr., M. W., Urbanik, T.
A nonlinear theory for elastic plates with application to characterizing paper properties
- Journal of Applied Mechanics, 1984, Vol. 51, p. 146
- Fellers, C.
The mechanism of failure in bending of paperboard
Textile Research Journal, 1977, Vol. 9, No. 3, p. 89
- Eyring, H., Halsey, G.
The tensile and compressive deformation of polymer and carbon fibers
Textile Research Journal, 1946, Vol. 3, No. 7, p. 437
- Urbanik, T.
Maximizing top-to-bottom compression strength
Tappi Journal, 1982, Vol. 65, No. 4, p. 104
- Nissan, A. H.
The effects of water on Young's modulus of paper
Tappi Journal, 1977, Vol. 60, No. 10, p. 98
- Salmen, N. L., Back, E. L.
The influence of water on the glass transition temperature of cellulose
Tappi Journal, 1962, Vol. 60, No. 12, p. 137
- Andersson, O., Berkyto, E.
Some factors affecting the stress-strain characteristics of paper
Svensk Papperstidning, 1951, Vol. 54, No. 13, p. 437

IVO SEKNE

1939–2006



BESEDE SO ODVEČ.
TVOJA DELA SO TVOJ SPOMIN.



GRAFIČAR

REVIJA SLOVENSКИH
GRAFIČARJEV
4/2006

Založnik in izdajatelj **DELO, d. d.**
Predsednik uprave **Daniilo Slivnik**
Soizdajatelj **GZ Slovenije,**
Združenje za tisk

Glavni in odgovorni urednik
Marko Kumar

Lektorica **Zala Budkovič**

Uredniški odbor
Andrej Čuček
Gregor Franken
Klementina Možina
Ivo Oman
Leopold Scheicher
Matic Štefan

Naslov uredništva
Delo - GRAFIČAR
Dunajska c. 5
SI-1509 Ljubljana

T. **+386 1 47 37 424**
F. **+386 1 47 37 427**

internet www.delo.si/graficar

TRR: 02922-0012208609

Letna naročnina je **4800** SIT (20,30 EUR). Posamezne številke po ceni **999** SIT (4,17 EUR) dobite na našem naslovu. Preračun v evre je informativen. Zanj smo uporabili centralni paritetni tečaj 1 EUR = 239,640 SIT. Revija izide šestkrat letno.

Grafična podoba **Ivo Sekne**[†]
Naslovnica
fotografija in oblikovanje
Matic Štefan

Grafična priprava **Delo Grafičar**
Tisk in vezava **Delo Tiskarna, d. d.**

Uredništvo ne odgovarja za izrazje in jezik v oglasih in prispevkih, ki so jih pripravile tretje osebe (oglasne agencije, reprostudii ...). Tudi ni nujno, da se odgovorni urednik strinja s strokovnim izrazjem in definicijami v objavljenih prispevkih.