



Tomaž Domicelj

Verižne ulomke $a_1, a_1 + \frac{1}{a_1}, a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3}}, \dots$ imenujemo *delni ulomki* verižnega ulomka (7). Njihove vrednosti so očitno racionalna števila. Te vrednosti konvergirajo k številu a , vsaka naslednja je bližje a od vseh prejšnjih. Kot zanimivost povejmo še, da so izmenično ena manjša, druga večja od a .

Kako po iščemo nekaj začetnih členov verižnega ulomka, če je število a iracionalno, ilustrirajmo na primeru $a = \log_2 \frac{3}{2}$. Po definiciji logaritma je

$$\blacksquare 2^a = \frac{3}{2}. \quad (8)$$

Ker je $a < 1$, je $a_1 = 0$. Člen a_2 bomo dobili kot celi del števila $x = \frac{1}{a}$. Iz (8) dobimo

$$\blacksquare \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2. \quad (9)$$

Ker je

$$\blacksquare \left(\frac{3}{2}\right)^1 = \frac{3}{2} < 2 \quad \text{in} \quad \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} > 2$$

leži x med 1 in 2, torej je $a_2 = 1$. Zapišimo sedaj $x = 1 + \frac{1}{y}$. Izračunajmo a_3 , ki mora biti celi del števila y . V ta namen preoblikujmo enačbo (9) v

$$\blacksquare \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{1/y} = 2,$$

od koder dobimo $\left(\frac{4}{3}\right)^y = \frac{3}{2}$. Spet ugotovimo, da je $\left(\frac{4}{3}\right)^1 < \frac{3}{2} < \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$, kar pomeni, da je $a_3 = 1$. Če tako nadaljujemo, dobimo še $a_4 = a_5 = 2$ in $a_6 = 3$, tako, da je začetek razvoja števila $\log_2 \frac{3}{2}$ tak, kot ga kaže formula (6).

Literatura

- [1] G. E. Šilov, *Prostaja gama - Ustrojstvo muzikal'noj škaly*, Moskva, 1980.
- [2] Leksikon CZ, *Glasba*, Ljubljana 1980
- [3] H. Davenport, *The higher arithmetic*, New York, 1960.
- [4] J. Grasselli, *Diofantske enačbe*, DMFA SRS, Ljubljana, Knjižnica Sigma **38**, 1984.

× × ×

Skrita računa na vazi



MARIJA VENCELJ

→ Matematiku so prijatelji za rojstni dan poklonili šopek vrtnic z vazo, na katero so napisali dva skrita računa seštevanja, enega v angleškem in drugega v francoskem jeziku.¹

¹Ročna so prijatelji priredili iz ene od angleških knjig rekreativne matematike.



→ Poskusite ju rešiti tudi vi. Za reševanje veljajo pravila, ki so pri takih nalogah običajna. Nad vodoravno črto so skrito zapisani seštevalci, pod njo njihova vsota. Enake črke moramo nadomestiti z enakimi desetiški števkami in različne z različnimi tako, da dobimo pravičen račun. Vodilne številke nastopajočih števil so od nič različne.

$$\begin{array}{r}
 H \ A \ P \ P \ Y \\
 H \ A \ P \ P \ Y \\
 H \ A \ P \ P \ Y \\
 \quad \quad D \ A \ Y \ S \\
 \hline
 A \ H \ E \ A \ D
 \end{array}$$

1. račun (slika 1)

V nalogi je pravzaprav v angleščini zapisano voščilo prijatelju (happy = srečen, day(s) = dan (dnevi), ahead = spredaj, v prihodnje). Računi, ki imajo, tako kot tale, tudi v skriti obliki določen pomen, so nekaj posebnega in jih je težko sestaviti. Posebej imenitni so taki, ki imajo samo eno rešitev.

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad U \ N \\
 \quad \quad \quad U \ N \\
 \quad \quad D \ E \ U \ X \\
 D \ O \ U \ Z \ E \quad \quad \quad \text{DOUZE} \mid D \ O \ U \ Z \ E \\
 \hline
 S \ E \ I \ Z \ E
 \end{array}$$

2. račun (slika 2)

Tudi drugi račun ima pomen že v skriti obliki. Poglejmo prevod uporabljenih francoskih besed: un = ena, deux = dve, douze = dvanajst in seize = šestnajst. Res je

■ $1 + 1 + 2 + 12 = 16$.

Pri reševanju bistrovidno upoštevajte tudi pripis desno ob računu, pa naj se vam zdi napisani pogoj še tako čuden in nepotreben.² Napisan je bil tudi na vazi, a se na fotografiji ne vidi.

²Nenavaden zapis DOUZE|DOUZE pomeni, da je število, ki je, zapisano s števkami DOUZE, deljivo z 12. V izvirni inačici naloge je na vazi poleg francoske dvanajstice pisalo na še bolj zavit način $n \equiv 0 \pmod{n}$, kar je nalogo naredilo težje razumljivo.



SLIKA 1.



SLIKA 2.



SLIKA 3.

Ob praznovanju devetdesetega rojstnega dne je med drugimi darili profesor Vidav dobil od svoje nekdanje asistentke in dolgoletne sodelavke mag. Marije Vencelj lep šopek vrtnic in vazo, na kateri sta bila napisana njemu v razvedrilo dva skrita računa (kriptaritma) v angleščini in francoščini (glej sliki vaz).

× × ×