

Liu Hui in v pravokotni trikotnik včrtana lika

↓↓↓

NADA RAZPET

→ Ena najstarejših kitajskih matematičnih knjig, sestavljena iz devetih poglavij, je *Jiuzhang suanshu* (九章算术). Angleški prevod ima naslov *The Nine Chapters on the Mathematical Art* ali po slovensko *Devet poglavij matematičnih umetnosti*. Delo je nastajalo več stoletij, pisali so ga različni neznani avtorji, dokončno obliko pa mu je dal kitajski matematik Liu Hui (刘惠), ki je živel v 3. stoletju našega štetja in je problemom dopisal komentarje, s katerimi je natančno analiziral posamezne korake, ki vodijo do rešitve problema.

Devet poglavij je bil dolgo časa osnovni matematični učbenik. Besedilo se začne z opisom praktičnega problema, navadno s številskimi podatki, sledi postopek za reševanje in razlaga postopka, ki pripelje bralca do rešitve problema za konkretne podatke. Postopek za rešitev posebnega primera je prikazan tako, da ga lahko zapišemo s splošno enačbo z uporabo algebrske simbolike.

Deveto poglavje iz omenjene knjige obravnava pravokotni trikotnik. Na sliki 1 je ilustracija k 13. nalogi, ki je nastala v kasnejših izdajah *Devetih poglavij* (1261, povzeto po [2]).

Liu Hui geometrijske naloge navadno rešuje *slikovno*, to je z grafično predstavitvijo postopka reševanja, in sicer na dva načina:

- lik ali telo razreže na *gradnike*, katerih ploščino ali prostornino zna izračunati, ali pa
- iz razrezanih koščkov sestavi nov lik ali telo, ki mu zna izračunati iskano količino.

Pri rezanju Liu Hui navede, kakšne barve naj bodo posamezni kosi, jih pa sam ne obarva. Kose sestavlja tako, da kosi iste barve ležijo skupaj. Ker ne navaja dolžin stranic, je tako sestavljanje splošna rešitev problema. Oglejmo si dva primera iz njegove knjige.



SLIKA 1.

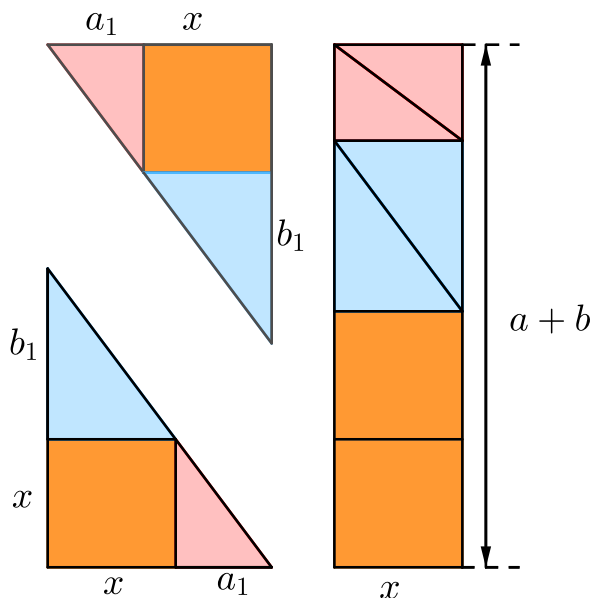
Bambusovo steblo je visoko 1 zhang (10 chi ali 3,58 m). Veter ga zlomi tako, da njegov konec sega 3 chi od vznožja. Na kateri višini se steblo zlomi?





V pravokotni trikotnik včrtamo kvadrat

Pravokotnemu trikotniku s katetama a in b včrtaj kvadrat. Dve stranici naj ležita na katetah, eno oglišče kvadrata pa na hipotenuzi pravokotnega trikotnika. Izračunaj stranico kvadrata.



SLIKA 2.

Imamo dva skladna pravokotna trikotnika. Vsakemu včrtamo kvadrat in ga razrežemo na dva pravokotna trikotnika in kvadrat. Dele zložimo v pravokotnik.

Liu Hui je nalogo rešil tako, da je vzel dva skladna pravokotna trikotnika s katetama a in b in vsakemu včrtal kvadrat. Označimo iskano stranico kvadrata z x . Nato je vsakega od trikotnikov razrezal, kot kaže slika 2, in dele sestavil v pravokotnik. Iz zlaganja kosov je razvidno, da je osnovnica pravokotnika kar stranica kvadrata x . Kaj pa višina pravokotnika? Kateta b je sestavljena iz oranžnega in modrega dela. Oranžni del ima stranico x , modri del pa označimo z b_1 . Kateto b zapišemo kot: $b = b_1 + x$ in kateto a kot $a = a_1 + x$. Ko kose sestavimo, je višina pravokotnika dolga $2x + b_1 + a_1 = a + b$. Ploščina dveh pravokotnih trikotnikov je ab , ploščina sestavljenega pravokotnika pa $x(a + b)$. Iz tega sledi:

$$\blacksquare ab = x(a + b) \quad x = \frac{ab}{a + b} \quad (1)$$

Našli smo stranico včrtanega kvadrata. V naših šolah navadno rešujejo tako nalogo s podobnimi trikotniki. Kvadrat v pravokotni trikotnik včrtamo tako, da poiščemo presečišče simetrale pravega kota s hipotenuzo, ta točka je eno od oglišč kvadrata. Naprej pa znajo bralci sami.

Liu Hui nadalje zastavi še tole vprašanje: če je dolžina katete pravokotnega trikotnika b sorazmerna z $a + b$, kateri dolžini je sorazmerna dolžina stranice kvadrata x ? Odgovor: kateti a .

$$\blacksquare b : (a + b) = x : a \quad (2)$$

To vidimo že iz enačbe (1), saj je enačba (2) le drugačen zapis enačb (1).

V pravokotni trikotnik včrtamo krožnico

V pravokotni trikotnik s katetama a in b včrtaj krožnico. Poišči polmer te krožnice.

Narišimo štiri skladne pravokotne trikotnike. Vsakemu včrtamo krožnico in ga razrežemo na pravokotne trikotnike in kvadrat, kot kaže slika 3. Dele smo obarvali tako, kot je zapisal Liu Hui. Stranica kvadrata je enaka polmeru včrtanega kroga, označimo ga z r . Kateta b je sestavljena iz rdečega in oranžnega dela, torej je $b = b_1 + r$, kateta a pa iz modrega in oranžnega dela $a = a_1 + r$, hipotenuza pa iz rdečega in modrega dela, torej $c = b_1 + a_1$.

Vse dele štirih pravokotnih trikotnikov zložimo v pravokotnik. Osnovnica pravokotnika je $2r$. Višina pa je sestavljena iz

$$\blacksquare v = 2b_1 + 2a_1 + 2r = b_1 + r + a_1 + r + b_1 + a_1 = b + a + c$$

Ploščina štirih pravokotnih trikotnikov je $2ab$, ploščina pravokotnika pa $2r(a + b + c)$. Torej:

$$\blacksquare 2ab = 2r(a + b + c) \quad r = \frac{ab}{a + b + c}$$

Vse dokazuje, da je predstavljena metoda res pravilna, pa prepuščamo bralcem. Odgovorite še na vprašanje, zakaj je Liu Hui v prvem primeru vzel dva skladna pravokotna trikotnika, v drugem pa štiri.



	8			4		7	3
	7	1				8	2
							8
	2		6	3			
2				7		6	
1			8				
6	1						4
		4				3	

Literatura

- [1] J.-C. Martzloff, *A History of Chinese Mathematics*. Springer, 300–301, 2006.
- [2] *Pythagorean Theorem*, dostopno na: <https://www.history-of-mathematics.org/PythagoreanTheorem.html>, ogled: 1. 2. 2023.

↓ ↓ ↓ ↓
REŠITEV BARVNI SUDOKU

8	5	4	7	1	2	3	6
6	1	2	3	8	7	5	4
1	6	7	8	2	3	4	5
2	4	3	5	7	8	6	1
4	2	8	6	3	5	1	7
7	3	5	1	6	4	2	8
3	7	1	4	5	6	8	2
5	8	6	2	4	1	7	3