

ODKLON NA VRVICI PRITRJENEGA TELESA V ODPRTEM IN ZAPRTEM POSPEŠENEM SISTEMU

Vladimir Grubelnik in Marjan Logar

Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko Univerze v Mariboru

Povzetek – V prispevku je opisano, kako se odkloni na vrvico pritrjeno telo pri pospešenem gibanju skozi tekočino in ko je v zaprtem pospešenem prostoru. Pri tem obravnavamo primera, ko ima telo manjšo ali večjo gostoto od okolice.

Abstract – How the object, attached to the string, will tend when moving accelerated through the fluid, and how it will tend when moving accelerated in a close space is described in the paper. We show both cases for the object having smaller or bigger density than the surrounding fluid.

Znano je, da se na vrvici viseče telo in na vrvico pritrjen helijev balon odklonita nazaj, ko ju začnemo z vrvico vleči naprej. Če pa sta ti dve telesi pritrjeni v avtomobilu, ki se giblje pospešeno, je za večino opazovalcev presenetljivo, kako se odkloni z vrvico pritrjen helijev balon. Slika 1a kaže znani pojav, ko se z zrakom napolnjen balon pri pospeševanju avtomobila proti desni odkloni nazaj (proti levi). Na sliki 1b pa se – na prvi pogled presenetljivo – s helijem napolnjen balon pri pospeševanju avtomobila proti desni odkloni naprej (proti desni). Takšne posnetke najdemo tudi na spletu [1, 2, 3].

V prispevku bomo proučili vplive na odklon telesa, ko ga z vrvico v vodoravni smeri pospešeno vlečemo skozi mirujočo tekočino (odprt sistem) in ko ga pospešujemo skupaj z zaprto tekočino (zaprt sistem).

Telo z vrvico pritrdimo na sistem, ki se giblje pospešeno v vodoravni smeri. Gostota telesa je ρ_0 in njegova prostornina V , gostota snovi v okolici pa ρ . Zanima nas, kako se odkloni vrvica s telesom.

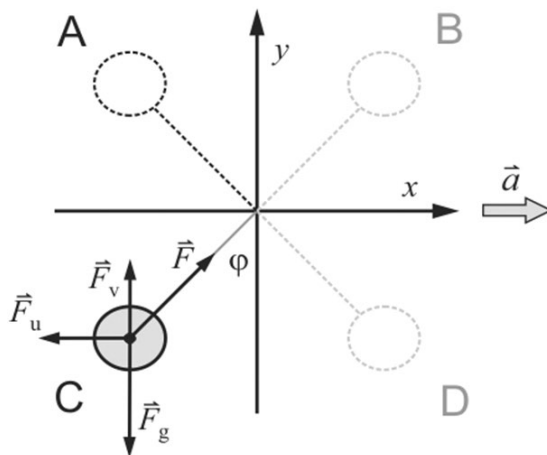


Slika 1: Odklon balona pri pospešenem gibanju avtomobila proti desni [3]. **a)** Balon, napolnjen z zrakom. **b)** Balon, napolnjen s helijem.

ODPRT SISTEM: ODKLON TELESA PRI POSPEŠENEM GIBANJU SKOZI MIRUJOČO TEKOČINO

Vrvico pritrdimo v središču koordinatnega sistema, ki se giblje vodoravno s pospeškom a v smeri osi x (slika 2). V tem primeru tekočina v okolici med pospeševanjem obteka telo v negativni smeri osi x . Možne so različne smeri odklona vrvice, pri čemer odklon vrvice določajo na telo delujoče sile. Te so teža \vec{F}_g , vzgon \vec{F}_v , sila upora \vec{F}_u ter sila vrvice \vec{F} . Njihova rezultanta podeli telesu pospešek \vec{a} :

$$\vec{F}_g + \vec{F}_v + \vec{F}_u + \vec{F} = m\vec{a} \quad (1)$$



Slika 2: Odklon pospešenega telesa na vrvici v različnih smereh (A, B, C, D).

Enačbo 1 v izbranem koordinatnem sistemu zapišemo po komponentah:

$$F_x - F_u - ma = 0, \quad (2a)$$

$$F_y - F_v - mg = 0, \quad (2b)$$

kjer sta F_x in F_y komponenti sile vrvice. Upoštevajoč za silo upora kvadratni zakon $F_u = c\rho S \frac{v^2}{2}$ in za vzgon $F_v = \rho Vg$ lahko iz enačb 2 izrazimo komponenti sile vrvice:

$$F_x = \rho_0 Va + cS\rho \frac{v^2}{2} \quad (3a)$$

$$F_y = (\rho_0 - \rho)Vg \quad (3b)$$

Komponenta sile vrvice v smeri osi x (enačba 3a) je vedno pozitivna: $F_x > 0$. Hitrost kroglice v vodoravni smeri (v) se lahko pri tem poljubno spreminja: $dv/dt = a$.

Komponenta sile vrvice v smeri osi y (enačba 3b) pa je odvisna od razlike gostot. Če je gostota telesa večja od gostote okolice ($\rho_0 > \rho$), je $F_y > 0$ in kaže navzgor (primer C na sliki 2). V nasprotnem primeru kaže sila F_y navzdol in telo (npr. helijev balon) se odkloni, kot kaže primer A na sliki 2.

Tako pokažemo smer odklona, velikosti odklona pa tukaj ne bomo posebej obravnavali. Iz izkušenj vemo, da telo na vrvici pri pospeševanju zaniha in se odklon čez čas ustali pri določenem kotu, ki pa se večja zaradi večanja sile upora. Če se sistem giblje enakomerno ($a = 0$), je kot φ stalen.

ZAPRT SISTEM: ODKLON TELESA PRI POSPEŠEVANJU SKUPAJ Z ZAPRTO TEKOČINO

Zaprta sistem tukaj imenujemo situacijo, ko sta telo na vrvici in snov v okolici zaprta skupaj v prostoru. Kot prej je telo pritrjeno v središču koordinatnega sistema, ki se skupaj z okoliško snovjo giblje vodoravno v smeri osi x s pospeškom a (slika 3).

Ko se odklon ustali, sile upora ni več, ostanejo pa sila vrvice, teža in sila vzgona zaradi razlike hidrostatičnega tlaka. K temu moramo dodati še silo zaradi pospešenega gibanja okolišne tekočine. Tekočina za telesom (glede na smer pospeška) je nekoliko bolj stisnjena kot pred njim in na telo deluje v smeri pospeška. To silo lahko po analogiji s silo vzgona zapišemo kot $F_{va} = \rho Va$. Indeks pri sili nakazuje, da gre za silo vzgona zaradi pospeševanja, kot je pri mirujoči tekočini sila vzgona zaradi teže $F_{vg} = \rho Vg$. Pojasnilo najde bralec v dodatku.

Zapišimo 2. Newtonov zakon za telo:

$$\vec{F} + \vec{F}_{vg} + \vec{F}_g + \vec{F}_{va} = m\vec{a}. \quad (4)$$

Enačbo 4 zapišemo po komponentah:

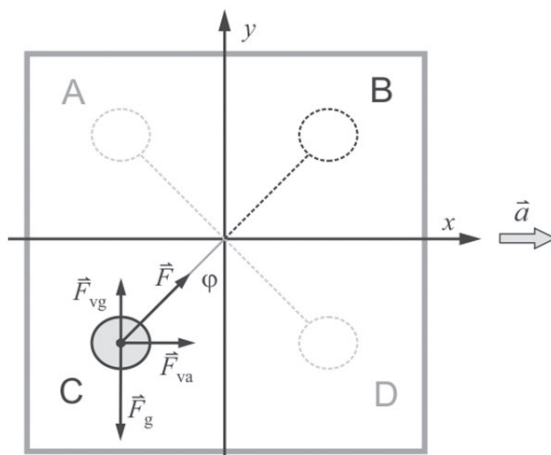
$$F_x + F_{va} - ma = 0, \quad (5a)$$

$$F_y + F_{vg} - mg = 0, \quad (5b)$$

od koder izrazimo komponenti sile vrvice:

$$F_x = (\rho_0 - \rho) Va, \quad (6a)$$

$$F_y = (\rho_0 - \rho) Vg \quad (6b)$$



Slika 3: Odklon telesa pri pospeševanju skupaj z zaprto tekočino.

Iz enačbe 6 vidimo, da sta obe komponenti pozitivni, če velja $\rho_0 > \rho$. Vrvica se tedaj odkloni, kot kažeta primer **C** na sliki 3 in primer na sliki 1a. Če je $\rho_0 < \rho$, pa sta obe komponenti negativni in telo se odkloni, kot kažeta primer **B** na sliki 3 in primer na sliki 1b.

DISKUSIJA

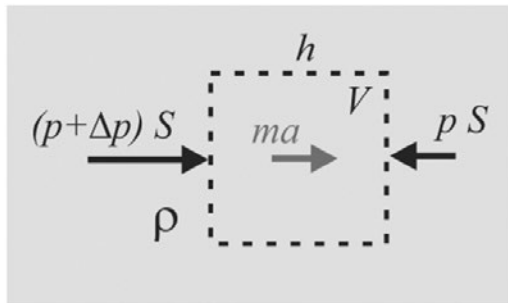
Spoznali smo, kako se odklonijo na vrvico pritrjena telesa različnih gostot glede na gostoto okolice. S tem pojasnimo odklon z zrakom ali s helijem napolnjenega balona v avtomobilu, ki se giblje premo pospešeno. Helijev balon, pritrjen na podlago v avtu, se pri pospeševanju premakne naprej, pri zaviranju pa nazaj. Deluje kot pravi indikator smeri pospeška. Podobne odklone opazimo tudi pri zavijanju avta. V levem zavoju se balon, napoljen z zrakom, odkloni desno, balon, napoljen s helijem, pa levo. Več najde bralec o tem v [4].

Podobno opazimo, če npr. v plastenko, v kateri je predmet, gostejši od vode, nalijemo vodo, tako da je v njej še nekaj prostora za zrak. Plastenko začepimo in postavimo v vodoraven položaj. Zrak je pri tem zgoraj nad vodo in predmet spodaj. Če plastenko hitro pospešimo v vodoravni smeri, se bo predmet v plastenki pomaknil v nasprotni smeri pospeševanja, prav tako tudi voda, zrak, ki je bil pred pospeševanjem zgoraj, pa se bo premaknil naprej v plastenki v smeri pospeševanja. Ta primer je bolj razumljiv in poznan, saj pri tem gledamo vodo in predmet, zrak v plastenki pa »spregledamo«. Ko opazujemo helijev balon, pa tega nikakor ne moremo spregledati.

DODATEK: SILA ZARADI POSPEŠENEGA GIBANJA OKOLIŠNE TEKOČINE

Pri pospeševanju tekočine plasti, ki so bolj zadaj (glede na smer pospeška), potiskajo sprednje plasti v smeri pospeševanja (slika 4). Na del tekočine v obliki kocke s stranico l delujejo sile zaradi razlike tlakov na zadnji in sprednji ploskvi z velikostjo S . Njihova

rezultanta ima smer pospeška in je enaka $\Delta p S$. Iz $\Delta p S = ma$ sledi $F_{va} = \rho V a$, kjer sila F_{va} deluje v smeri pospeševanja in je povsem analogna sili vzgona v navpični smeri, ki je posledica tlačnih razlik zaradi teže tekočine.



Slika 4: Pospeševanje dela tekočine zaradi delovanja okolice.

VIRI:

- [1] <http://www.youtube.com/watch?v=XXpURFYgR2E>
- [2] <http://www.youtube.com/watch?v=FjuMVUbT8gA>
- [3] <http://www.youtube.com/watch?v=JDjA6oiXXJQ>
- [4] V. M. Aguilera, A. Alcaraz, P. Ramírez, *Inward "Centrifugal" Force on a Helium Filled Balloon: An Illustrative Experiment*, Phys. Teach. **40**, 214 (2002)