

# PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik **16** (1988/1989)

Številka 5

Strani 264-270

Janez Strnad:

## ALI JE JAJCE KUHANO?

Ključne besede: fizika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/16/923-Strnad.pdf>

© 1988 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2009 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

## ALI JE JAJCE KUHALO?

Kuhanje jajc ni tako preprosto, kakor se zdi na prvi pogled. Marsikomu se je že primerilo, da je bilo mehko kuhano jajce preveč surovo ali pretvrdo. Na izid pri kuhanju vplivajo začetna temperatura jajca in vode, prostornina, globina in gibanje vrele vode, velikost jajca in njegova lega v vodi, čas ohlajanja in predvsem čas kuhanja. Nerodno je to, da je jajce že razbito, ko spoznamo, da je kuhano premalo ali preveč. Ali bi lahko ugotovili, kako je kuhano, ne da bi ga razbili? To je za fizika, ki mora poslušati, da je njegova stroka neživiljenjska, dobrodošlo vprašanje.

Nanj je že odgovoril nemški fizik starejše generacije Heinz Maier—Leibnitz v članku *Neporušna merjenja na jajcu za zajtrk*. Še v času, ko je uspešno raziskoval, je objavil kuharsko knjigo. Sladokusci pravijo, da je v njej veliko vabljenih receptov.

Pravilno kuhano jajce za zajtrk je pomembno za družinski mir. Pri tem se na nenavaden način prepletata obe kulturi po C.P.Dnowu. Gospodinja, ki sta ji matematika in tehnika tuji, mora uporabiti kvantitativne tehnične postopke v nenehno se spreminjajočih okoliščinah (velikost jajc, gibanje vode, čas čakanja na moža). Mož pa, čeprav je morda predstavnik tehnično—znanstvene kulture, nič ne prispeva razen morda nekonstruktivnega godrnjanja, ko je jajce že razbito. Ker se zdi, da je hišni mir zopet v modi, smo se lotili problema. Prejšnji premislek je pokazal pot: gospodar mora dobiti delo in sprejeti odgovornost, da je jajce prav skuhanu, in to, preden ga razbije — neporušno. Način je — kot velikokrat (spomnimo se Kolumba) — za razmišljajočega se človeka na dlani: notranje trenje.

....

Tudi pri tehničnem razvoju moramo upoštevati želje uporabnikov. Zamislimo si gosta velikega hotela, ki privleče pri zajtrku iz žepa srebrno napravo, položi vanjo jajce in izjavi: "Prosim, kuhajte jajce še 25 sekund v razgibani vreli vodi in ga potem 5 sekund hladite v curku hladne vode."

H.Maier—Leibnitz, *Zerstörungsfreie Messungen am Frühstücksei*, Physik und Didaktik 15 (1987) 182

Zagotovo veste, da je mogoče trdo kuhano jajce preprosto ločiti od surovega. Jajce poskusimo zavrteti na vodoravni podlagi. Surovo jajce se prekopicuje in po kratkem času zaustavi, medtem ko se kuhano jajce giblje precej dlje. Deli trdo kuhanega jajca se namreč drug glede na drugega ne gibljejo, skoraj tako, kot da bi bilo jajce togo. Jajce zavira le trenje podlage. Deli suro-

vega jajca pa se gibljejo drug glede na drugega in med njegovimi plastmi delujejo zaradi židkosti dodatne zaviralne sile. Na začetku se vsi deli surovega jajca ne gibljejo enako in se deli, ki se gibljejo, zaradi dodatnih zaviralnih sil hitro zaustavijo.

Glede gibanja je med surovim in trdo kuhanim jajcem izrazita razlika. Pričakujemo, da se mehko kuhano jajce giblje dlje kot surovo, a se zaustavi prej kot trdo kuhano. Deli mehko kuhanega jajca se lahko drug glede na drugega premaknejo, vendar velika židkost gibanje plasti precej bolj ovira kot pri surovem jajcu.

H.Maier—Leibnitz je preskusil to misel z merjenji. Jajce je v posrebrni žlici ali jekleni posodici postavil pokonci in spustil. S stoparico je meril čas, dokler se jajce ni zaustavilo. Ta čas je bil pri mehko kuhanem jajcu 3 do 3,6—krat daljši in pri trdo kuhanem 6,2 do 6,3—krat daljši kot pri surovem. Preglednica kaže povprečje petih njegovih merjenj, ki so bila na okoli 5% natančna.

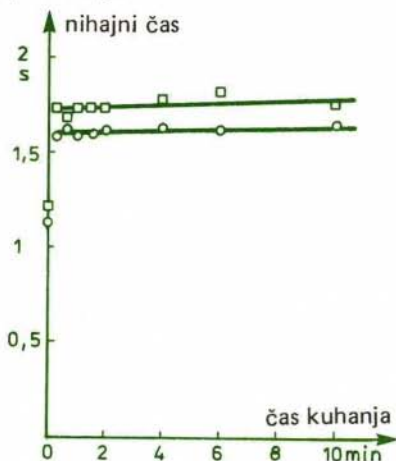
	Čas zaustavljanja		
	surovo jajce	mehko kuhano jajce (kuhano 3 minute 40 sekund in nato 5 sekund hlajeno v curku hladne vode)	Trdo kuhano jajce (kuhano 8 minut in nato 5 sekund hlaje- no v curku hladne vode)
srebrna žlica	9 s	27 s	56 s
jeklena posodica	11 s	40 s	69 s

Vprašanja se lotimo še mi, toda nekoliko drugače. Merimo s posebnima nihaloma. Tanek obroč iz stekla pleksi obesimo na tri dolge nitke. Ko ga malo zavrtimo iz ravnovesne lege in spustimo, sučno zaniha. Zaniha tudi, ko položimo na obroč jajce. Pri prvem nihalu ima obroč krožno odprtino, v katero položimo jajce z navpično geometrijsko osjo. Pri drugem pa ima obroč eliptično odprtino, v katero položimo jajce z vodoravno geometrijsko osjo. Nihajni čas obeh nihal je tem daljši, čim bolj se obroč z jajcem upira pospeševanju pri vrtenju. Kako je nihajni čas odvisen od časa kuhanja jajca?

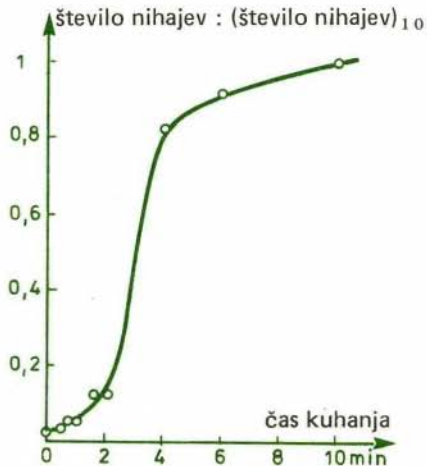
Za poskuse smo uporabili sveža jajca JATA z maso okoli 70 gramov. Jajca, ki smo jih hranili čez noč zunaj hladilnika, smo dali vsako posebej kuhati v vrelo vodo v skoraj polnem pollitrskem lončku. Jajce se je kuhalo v navpični

legi zaradi mehurjev, ki so nastajali pri vrenju. Po določenem času, ki smo ga izmerili s stoparico – 20 s, 40 s, 1 min, 1,5 min, 2 min, 4 min, 6 min in 10 min – smo jajce vzeli iz lončka in ga 5 sekund hladili pod curkom hladne vode. Z merjenjem smo počakali, dokler se ni jajce ohladilo na sobno temperaturo. Nato smo izmerili nihajni čas z geometrijsko osjo jajca v navpični legi in nato še nihajni čas z geometrijsko osjo jajca v vodoravni legi. Pri surovem jajcu smo merili čas enega nihaja; pri jajcih, ki smo ju kuhali 20 ali 40 sekund, čas dveh nihajev in pri drugih jajcih čas petih nihajev. Diagram (slika 1) kaže nihajni čas, ki smo ga dobili kot povprečje petih merjenj. Večina merjenj je bila na 1% natančnih. Pri različnih časih kuhanja smo merili z različnimi jajci, ki niso bila vsa natančno enako velika in niso imela natančno enakih mas. Vseeno se je zdelo, da so takšna merjenja bolj smiselna, kot da bi že ohlajeno jajce ponovno dajali v vrelo vodo.

Nihajni čas trdo kuhanega jajca je precej daljši kot nihajni čas surovega. Toda mehko kuhano jajce in jajce, ki ga damo v vrelo vodo samo za 20 sekund in ki zagotovo še ni mehko kuhano, imata domala enak nihajni čas kot trdo kuhano jajce. Tega – za načrtovalca poskusa obžalovanja vrednega izida – ni težko pojasniti. Plasti beljaka tik pod lupino, ki predvsem vplivajo na nihajni čas, se hitro segrejejo in strdijo. Zato z merjenjem nihajnega časa ni mogoče razločiti mehko kuhanega jajca od surovega. Ugotovimo lahko le, ali je bilo jajce vsaj 20 sekund v vreli vodi ali ne. To velja za nihanje z navpično in z vodoravno geometrijsko osjo jajca. Nihajni čas je pač pri nihanju z vodoravno osjo malo daljši, ker so deli jajca bolj oddaljeni od osi in se bolj upirajo pospeševanju pri vrtenju.



Slika 1



Slika 2



Uporabnejše izide je dalo drugačno merjenje. Obroč z jajcem smo zasukali za kot  $30^{\circ}$  iz ravnovesne lege okoli navpične osi. Nato smo obroč z jajcem spustili in prešteli nihaje, dokler se niso zmanjšali na dvajsetkrat manjšo vrednost. Merili smo samo z nihalom, pri katerem je bila geometrijska os jajca navpična. Diagram (slika 2) kaže to število nihajev v odvisnosti od časa kuhanja. Da ni v diagramu neprijetno velikih podatkov, smo število nihajev delili s številom nihajev (13) pri jajcu, ki se je kuhalo 10 minut. Merjenje te vrste je bilo manj natančno, a je razločno pokazalo, da se lastnost jajca med kuhanjem v času od nekaj več kot 2 minut do 4 minut znatno spremenijo. V tem času se jajce mehko skuha.

Ko smo jajca razbili, se je pokazalo, da je bil po 4 minutah kuhanja beljak skoraj popolnoma strjen, le plast tik ob rumenjaku še ni bila čisto strjena. Rumenjak je bil še tekoč. Kaže, da se začne rumenjak strjevati šele po nekaj manj kot 6 minutah kuhanja. Pri mehko kuhanem jajcu mora vsekakor biti rumenjak še tekoč. Od okusa je odvisno, ali želimo manj ali bolj strjen beljak; v prvem primeru nam bo bolj ustrezalo mehko kuhano jajce po 3 minutah kuhanja, v drugem pa po 4 minutah.

Pri tem se je razkrilo, zakaj so se nihajni časi pri nihanju z vodoravno geometrijsko osjo med seboj bolj razlikovali kot pri nihanju z navpično osjo (slika 1). Nekatera od jajc so imela na enem od krajišč manjši ali večji zračni mehur. Merjenja z vodoravno geometrijsko osjo jajc so bila v resnici odveč. Na začetku smo pričakovali večjo razliko med obojimi merjenji, češ da pri nihanju z vodoravno osjo snov ob krajiščih zastaja. Kaže, da celo pri surovem jajcu z najmanjšo židkostjo ta pojav ni pomemben. Tudi surovo jajce je precej židko.

Opisani poskusi zagotovo še niso zadnja beseda o fiziki kuhanih jajc. Zanimivo bi bilo meriti temperaturni potek v jajcu in podrobneje raziskati, kako se strujeta beljak in rumenjak. Morda se bodo lotili naloge člani kakega fizikalnega krožka.

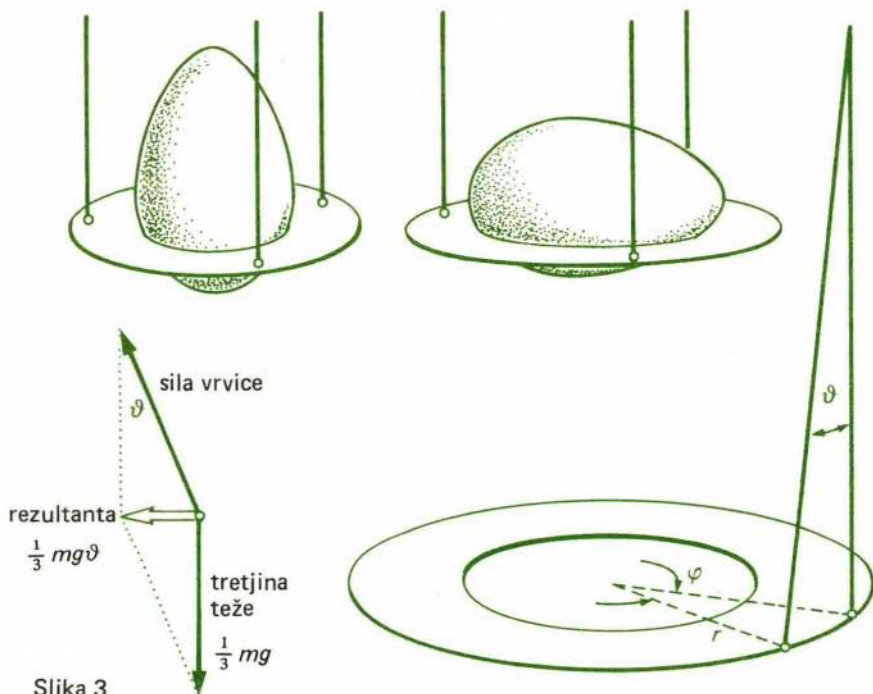
Z opravljenimi merjenji lahko izračunamo vztrajnostni moment jajca in koeficient dušenja. Najprej izpeljimo enačbo za nihajni čas. Obroč visi na nitkah z dolžino  $l$ , katerih pritrdišča so v razdalji  $r$  od njegovega središča. Ko zasučemo obroč za kot  $\varphi$ , se odklonijo vrvice za kot  $\vartheta$  od navpičnice. Lok  $s$ , po katerem se premaknejo pritrdišča, izračunamo z enim in z drugim kotom,  $s = r \varphi$  in  $s = l \vartheta$ , tako da velja  $\vartheta = r \varphi / l$ . V vsakem pritrdišču deluje na obroč vrvica s silo v svoji smeri, ki da s tretjino teže obroča  $\frac{1}{3} mg$  – ta deluje navpično navzdol – rezultanto  $\frac{1}{3} mg \vartheta$  v tangentsni smeri (slika 3). Ker je kot  $\vartheta$  majhen, smo njegov tangens nadomestili s kotom (v ločni meri). Če zahtevamo, da mora biti kot  $\vartheta$  manjši kot  $5^{\circ}$ , mora biti  $\varphi$  manjši kot  $5^{\circ} l/r$ , kar za naš primer presegla  $360^{\circ}$ .

Tri rezultante delujejo v pritrdiščih na obroč s skupnim navorom  $M = 3 r \cdot \frac{1}{3} mg \vartheta = mgr \vartheta = mgr^2 \varphi/l$  okoli navpične osi. Po zakonu za vrtenje  $M = J \alpha$ , v katerem sta  $J$  vztrajnostni moment in  $\alpha$  kotni pospešek pri vrtenju okoli navpične osi, dobimo  $-mgr^2 \varphi/l = J \alpha$ . Z negativnim znakom smo upoštevali, da poskuša navor zmanjšati zasuk iz ravnovesne lege. Iz enačbe  $\alpha = -\omega^2 \varphi$ , ki je značilna za sučno sinusno nihanje, razberemo, da je za naš primer krožna frekvenca  $\omega = (mgr^2/J)^{1/2}$  in nihajni čas  $t_0 = 2\pi/\omega$

$$t_0 = 2\pi (J/mgr^2)^{1/2}$$

Nihajni čas zelo ozkega obroča pri sučnem nihanju bi se ujema z nihajnim časom enako dolgega nitnega nihala  $2\pi(l/g)^{1/2}$ , saj bi v tem primeru smeli vstaviti za vztrajnostni moment obroča kar  $mr^2$ . Pri nas pa je merjenje tako natančno, da je treba upoštevati vztrajnostni moment obroča  $\frac{1}{2} m (r_2^2 + r_1^2)$  z zunanjim in notranjim radijem  $r_1$  in  $r_2$ :

$$t_{00} = 2\pi (l \cdot \frac{1}{2} m (r_2^2 + r_1^2) / mgr^2)^{1/2}$$



Slika 3

Za zunanji in notranji radij obroča in za razdaljo pritrdišč od središča obroča vstavimo po vrsti  $r_2 = 35$  mm,  $r_1 = 22,5$  mm in  $r = 33,2$  mm in dobimo z dolžino vrvic  $l = 2,26$  m nihajni čas  $t_{00} = 2,67$  s. Toliko zares namerimo za nihajni čas praznega obroča.

Nihajni čas obroča z jajcem, ki ima vztrajnostni moment  $J_j$  in maso  $m_j$ , je

$$t_{0'} = 2\pi \left( l \left( \frac{1}{2} (r_2^2 + r_1^2) + J_j \right) / (m + m_j) g r^2 \right)^{1/2} =$$

$$= t_{00} \left( (1 + J_j / \frac{1}{2} m (r_2^2 + r_1^2)) / (1 + m_j / m) \right)^{1/2}$$

Iz tega dobimo za vztrajnostni moment jajca

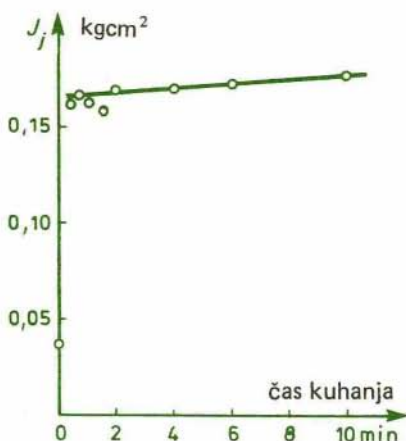
$$J_j = \frac{1}{2} m (r_2^2 + r_1^2) \left( (1 + m_j / m) t_{0'}^2 / t_{00}^2 - 1 \right)$$

Masa obroča je  $m = 10$  g in masa jajca  $m_j = 70$ g. Rezultate za nihanje z vodoravno geometrijsko osjo jajca kaže diagram (slika 4). Surovo in tudi mehko kuhano jajce nista togi telesi, tako da smo dobili nekakšen efektivni vztrajnostni moment.

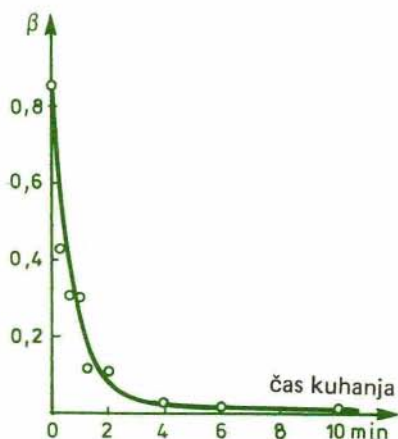
Časovno odvisnost zasuka pri dušenem nihanju podaja enačba

$$\varphi = \varphi_0 e^{-\beta t} \cos \omega_0^* t$$

v katerem je  $\beta$  koeficient dušenja in  $\omega_0^* = (\omega_0'^2 - \beta^2)^{1/2}$ . Amplituda po  $n$  nihajih je



Slika 4



Slika 5

$$\varphi_0(n) = \varphi_0 e^{-\beta n t_0^*} = \varphi_0 e^{-\beta n t_0' / (1 - (\beta t_0' / 2\pi)^2)^{1/2}}$$

Za razmerje  $\varphi_0 / \varphi_0(n)$  postavimo 20 in dobimo

$$\beta / (1 - (\beta t_0' / 2\pi)^2)^{1/2} = \ln 20 / n t_0' \cong 3 / n t_0'$$

Koren na levi strani je treba upoštevati samo pri surovem jajcu, pri mehko ali trdo kuhanem jajcu smemo na levi strani vzeti kar  $\beta$ . Rezultate kaže diagram (slika 5).

*Janez Strnad*