

Jerneja Bone in Amela Sambolić Beganović, Zavod Republike Slovenije za šolstvo

UČI ME UČITI SE MATEMATIKO

VELIKO VAJE NE VODI NUJNO DO ZNANJA MATEMATIKE

Kako se naučiti matematiko?

Kako načrtovati učenje matematike?

Ali obstajajo kakšne metode, ki pripomorejo k boljšemu razumevanju matematike?

To so le nekatera vprašanja, ki jih zastavljajo učenci in dijaki na spletu, ko iščejo nasvete pri učenju matematike. In kakšne odgovore najdejo na spletu. Opazili smo, da se pojavljata dva sklopa odgovorov.

En sklop odgovorov je v obliki priporočil na poti k boljšemu in učinkovitejšemu učenju matematike:

1. Najdi si inštruktorja.
2. Pojdi v knjižnico, sposodi si zbirke nalog in vadi.
3. Uči se iz knjig, v katerih imaš rešene naloge iz matematike.
4. Poslušaj pri pouku. Če česa ne razumeš, vprašaj.
5. Pred naslednjo uro matematike ponovi zadnje snov, naredi domačo nalogo, reši še kakšno dodatno nalogo.
6. Pred testom ponovi vso snov. Poglobi se pri nalogah, ki so ti delale težave.

Drugi sklop odgovorov je nabor naslednjih nasvetov:

1. Uredi si svoje mesto za učenje tako, da te nič ne moti!
2. Napiši učinkovit načrt urnik učenja.
3. Uredi zapiske.
4. Nauči se hitro in učinkovito brati.
5. Uporabljalj nekaj tehnik pomnjenja, s katerimi lahko izboljšaš spomin.

Po odzivih učencev in dijakov opažamo, da se jim kljub vestnemu upoštevanju navodil in priporočil pogosto dogaja, da le nekateri dosežejo zeleni uspeh. Kateri so vzroki za to? Zakaj upoštevanje (enih ali drugih) zgoraj omenjenih nasvetov in priporočil ni vedno dovolj za zadovoljivo znanje matematike?

Morda preveč pričakujemo od učencev in dijakov, ko jim prepuščamo, da se sami naučijo učiti se. Ali lahko pri pouku matematike poleg »matematike« učimo učence in dijake, kako naj se učijo? Je to tudi dolžnost in odgovornost učitelja matematike?

KOMPETENCA UČENJE UČENJA V DOKUMENTIH

Učenje učenja je ena izmed osmih ključnih kompetenc za vseživljenjsko učenje. V dokumentu iz decembra leta 2006

z naslovom KLJUČNE KOMPETENCE VSEŽIVLJENJSKO UČENJE, Evropski referenčni okvir je kompetenca učenje učenja tako:

»Učenje učenja« je sposobnost učiti se in vztrajati pri učenju, organizirati lastno učenje, vključno z učinkovitim upravljanjem s časom in informacijami, individualno in v skupinah. Ta kompetenca vključuje zavest o lastnem učnem procesu in potrebah, prepoznavanje priložnosti, ki so na voljo, in sposobnost premagovanja ovir za uspešno učenje. Pomeni pridobivanje, obdelavo in sprejemanje novega znanja in spretnosti ter iskanje in uporabo nasvetov. Z učenjem učenja učenci nadgrajujejo svoje predhodne izkušnje z učenjem in življenjske izkušnje v različnih okoliščinah: doma, v službi, pri izobraževanju in usposabljanju. Motivacija in zaupanje vase sta za kompetenco posameznika odločilni.

Evropski okvir ključnih kompetenc se je zato izkazal kot koristno izhodišče za avtorje učnih načrtov in katalogov znanj za matematiko, ki so kompetenco učenje učenja (in tudi druge kompetence) vključili v omenjene dokumente. Z zapisom kompetence učenje učenja v učnih načrtih in katalogih znanj avtorji spodbujajo in opozarjajo učitelje, da je razvijanje kompetence učenje učenja del vsakega predmeta in dolžnost vseh učiteljev ne glede na predmet poučevanja. Naloga vseh izobraževalcev je ozaveščanje vseživljenjskega učenja z namenom, da učenje učenja postane vsakdanjik vsakega posameznika.

Vključenost kompetence učenje učenja je zato prisotna po vsej vertikali od osnovne šole prek srednjih poklicnih in strokovnih šol do gimnazije.

V nadaljevanju iz učnega načrta za matematiko v gimnaziji izpostavimo nekaj zapisov, kako avtorji učnega načrta razmišljajo o razvijanju kompetence učenje učenja pri matematiki v gimnaziji.

V učnem načrtu za gimnazijo so avtorji med splošnimi cilji predmeta zapisali, da poleg *matematične kompetence, ki je pri pouku matematike seveda najbolj poudarjena, pa učitelji in učiteljice matematike lahko z ustreznimi načini dela spodbujajo razvoj še drugih kompetenc*. Pri kompetenci učenje učenja poudarjajo *načrtovanje lastnih aktivnosti, odgovornost za lastno znanje, samostojno učenje, razvijanje metakognitivnih znanj, delovne navade* (Učni načrt za matematiko za gimnazijo, 2008: 7).

Avtorji so predlagali tudi nekaj dejavnosti za razvoj kompetence učenje učenja (Učni načrt za matematiko za gimnazijo, 2008: 44). Dijaki in dijakinje naj:

- *načrtujejo lastni proces učenja: se spremljajo in usmerjajo v procesu učenja ter evalvirajo lastni učni proces,*

- nadzirajo se pri delu,
- reflektirajo lastno znanje, sodelujejo v pogovorih o ocenjevanju znanja,
- razvijajo odgovornost za lastno znanje, razvijajo delovne navade, metakognitivna znanja,
- samoiniciativnost in podjetnost (ustvarjalnost),
- se pri pouku matematike učijo ustvarjalnosti, dajanja pobud.

Posebno pozornost avtorji namenjajo procesnim znanjem, ki so sicer tesno povezana z matematičnim znanjem, vendar nekoliko bolj splošna, prenosljiva tudi na druga področja. Pravijo, da so to znanja, ki omogočajo uporabo specifičnih (npr. matematičnih) znanj. Navajamo primer, povezan z učenjem učenja: *dijak/dijakinja kritično reflektira lastno znanje (učenje učenja)* (Učni načrt za matematiko za gimnazijo, 2008: 39).

Avtorji posodobljenega učnega načrta za matematiko za osnovno šolo so zapisali, da *poleg matematične kompetence pri pouku matematike razvijamo tudi sporazumevanje v slovenščini, sporazumevanje v tujih jezikih, osnovne kompetence v znanosti in tehnologiji, digitalno pismenost, učenje učenja, socialne in državljske kompetence, samoiniciativnost in podjetnost ter kulturno zavest in izražanje* (Učni načrt za matematiko za osnovno šolo, 2011: 6).

Kritično reflektira lastno znanje je eden izmed standardov znanja tretjega triletja, ki se nanaša na kompetenco učenje učenja (Učni načrt za matematiko za osnovno šolo, 2011: 68).

Na področju srednjega poklicnega in strokovnega izobraževanja je kompetenca učenje učenja opredeljena kot integrirana ključna kompetenca in je zanj posebej pripravljene katalog znanj (dodaj vir, glej spodaj). Naloga in dolžnost vseh predmetnih in strokovnih učiteljev je torej vključevanje kompetence učenje učenja v skladu s pripočili in smernicami iz kataloga.

Zato ugotavljamo, da je uvajanje kompetence učenje učenja zakonsko upravičeno z dokumenti, ki so potrjeni na strokovnem svetu in se na njih opirajo učitelji pri načrtovanju in izvajanju pouka.

Učitelji matematike se zavedamo/-jo, da je učenje učenja nekaj, kar ne ostaja zunaj učilnice matematike, nekaj, kar tudi spada v področje dela učitelja matematike.

Pred učitelji matematike je zato velik izziv, kako:

- vzdrževati visoko notranjo motivacijo pri učencih in dijakih za nenehno učenje matematike,
- razviti pozitivna stališča do učenja matematike,
- pomagati razviti sposobnosti učencev in dijakov za uporabo različnih strategij, metod in tehnik učenja matematike,
- nenehno razvijati učne navade, ki jim bodo omogočile uspešno učenje v šoli in tudi zunaj šole v vsem življenju,
- usposobiti jih za učenje skupaj z drugimi in za samostojno učenje.

UVAJANJE KOMPETENCE UČENJE UČENJA V POUK – RAZVOJNI PROJEKT, V KATEREM UČITELJI MATEMATIKE GIMNAZIJE ORJEJO LEDINO

Učenje je individualen in zapleten proces, vsak posameznik se uči drugače. Nekateri se učijo bolj učinkovito glede na kakovost znanja in glede na vložena prizadevanja, čas itd. Z načrtnim razvojem kompetence učenje učenja pa lahko nekateri učenci učinke učenja izboljšajo. Razvojni projekt *Uvajanje medpredmetne kompetence učenje učenja v pouk Zavoda RS za šolstvo* je projekt, ki v sodelovanju z učitelji z 32 gimnazij išče učinkovite načine razvoja kompetence učenje učenja pri dijakih na gimnazijah.

Na vsaki izmed sodelujočih gimnazij so se za učinkovito doseganje zastavljenih ciljev v razvojnem projektu oblikovali projektni timi. Projektni tim na šoli je največkrat sestavljen iz šolskega svetovalnega delavca in drugih predmetnih učiteljev, med katerimi so skoraj vedno tudi učitelji matematike.

V okviru aktivnega sodelovanja gimnazij oziroma njihovih projektnih timov v razvojnem projektu so bili sodelujoči učitelji povabljeni na delovna srečanja, na katerih so jim bila predstavljena področja za razvoj ključne kompetence učenje učenja:

- **metakognitivno področje** vključuje razvoj **metakognitivnih strategij** ali sposobnost **metaučjenja**, ki kažejo, koliko znajo učenci »razmišljati o svojem učenju, ga spremljati, kontrolirati in krmariti«. **Metaučenje** je zavestno uravnavanje učnega procesa na podlagi razmišljanja o njem, kontroliranja in spremljanja (primer: vedeti, kdaj nekaj znaš in kdaj ne; obvladavanje postopkov samokontrole in samoevalvacije; preverjanje kakovosti dosežkov in spremljanje strategij na tej podlagi);
- **motivacijsko področje** vključuje notranje in zunanje dejavnike, ki spodbujajo učenje. Notranji so: vrednote, stališča in čustva, ki vplivajo na učinkovito učenje. Zunanje pa sestavljajo (ožje) učno okolje in (širše) družbeno okolje;
- **kognitivno področje, ki zajema tudi kognitivne in učne strategije:** globalni cilj razvijanja kognitivnih in učnih strategij je razvijati temelje uspešnega učenja z razvijanjem kompleksnega mišljenja, spretnosti procesiranja informacij ter miselnih navad na eni strani ter na drugi z neposrednim učenjem o uspešnih učnih strategijah (navade, metode in tehnike), dopolniti posredno učenje učnih strategij ter tako načrtno spodbujati in omogočati transfer na različna področja učenja.

(Vir: delovno gradivo s srečanj s projektnimi timov.)



Slika 1: Področja za razvoj ključne kompetence učenje učenja

Po vsakem delovnem srečanju so bili člani projektnih timov naprošeni, da v razredu z dijaki preizkusijo določene vsebine, ki so jim bile predstavljene nadelovnih srečanjih, z namenom doseganja nekaterih splošnih ciljev v luči vsakega predmeta posebej:

- razviti strategije za načrten razvoj kompetence učenje učenja pri pouku (predmeta),
- vključiti te strategije v pouk (predmeta),
- razviti strategije pomoči učencem pri učnih težavah (predmeta) in

- poglobiti sodelovanje med šolsko svetovalno delavko/šolsko svetovalno službo in učitelji (predmeta).

Glede na to, da so v razvojni projekt vključeni tudi učitelji matematike, smo bili k delu v projektu povabljeni tudi predmetne svetovalke za matematiko Zavoda RS za šolstvo z namenom, da pripomoremo k doseganju ciljev projekta v luči specifične predmeta matematika.


Učitelji so v okvirju projekta dobili »nalogo«, da pri delu v razredu preizkušajo določene vsebine (na primer različne strategije na svojem predmetnem področju) in nato o svojem delu poročajo. Poročila z gradivi so učitelji oddali v spletno učilnico razvojnega projekta.

Predmetne svetovalke za matematiko smo v okvirju svoje »naloge« pogledale vse izdelke svojega predmetnega področja in ugotovile, da je nabor oddanih gradiv svojevrsten »skriti zaklad«.

V prvem letu izvajanja projekta so učitelji so oddali 31 gradiv, od tega 20 gradiv z opisom uporabe različnih strategij (kot so na primer Paukova strategija, VŽN, PV3P, grafičnih organizatorjev itd.), 6 letnih priprav ali delov letnih priprav z opisanim vključevanjem razvoja kompetence učenje učenja in 5 gradiv za spodbujene motivacije.

Opazamo, da so bile strategije (o njih več v nadaljevanju) večinoma uporabljene pri ponavljanju, utrjevanju vsebin, manjkraj pa v fazi preverjanja predznanja, uvajanja


2 Razvojno delo projektih timov <PT> <UU>



V odlagališčih, ki so spodaj pripravljena, **oddajte svoje gradivo**, ki ste ga pripravili v okvirju vašega **razvojnega dela v šoli**.

- Gradiva PT - kognitivni in metakognitivni vidik
- Gradiva PT – motivacijski vidik

3 Povratna informacija učiteljem o oddanih gradivih <UU>



Kadar **razvijamo novo idejo**, je zelo dragocen pogled nanjo z neke druge perspektive. Pri tem nam lahko **pomaga povratna informacija kritičnega prijatelja**.

Kritični prijatelj je oseba, ki nam zna dati informativno povratno informacijo na način, pri katerem **čutimo njegovo dobronamernost**.

Namen kritičnega prijateljstva je **učenje obeh**.

- Povratna informacija učiteljem
- Povratna informacija učiteljem - MATEMATIKA (Amela_Derneja)

Slika 2: Izsek iz spletne učilnice razvojnega projekta

novih vsebin ali celo ocenjevanja dosežkov. Učitelji so poročali, da so bile strategije dijakom všeč, dijaki še niso prepričani, da so uporabne, ker jih niso še dovolj časa uporabljali.

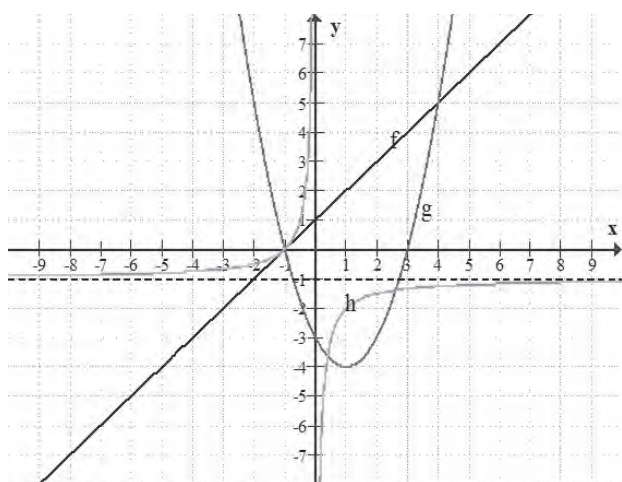
Strategije, ki so jih največkrat uporabljali učitelji matematike, so bili grafični organizatorji. V nadaljevanju bomo predstavili dveletno delo na kognitivnem področju, ki so ga izvedli učitelji v okviru dela v projektu. Analizirali bomo prispevek uporabe grafičnih organizatorjev k boljšemu razumevanju matematike.

GRAFIČNI ORGANIZATORJI – ENA OD STRATEGIJ UČENJA ZA RAZUMEVANJE MATEMATIKE?

Dijakom zastavimo nalogo. Jo znamo rešiti?

V koordinatnem sistemu so narisani grafi treh funkcij.

- Zapiši njihove skupne lastnosti in razlike.
- Zapiši njihove funkcijske predpise.



Avtorica naloge mag. Mateja Sirknik, ZRSŠ

Slika 3: Grafično zastavljena naloga

Vprašanja, ki si jih lahko učitelj ob tej nalogi zastavi, so:

- Kako bo dijak reševal zgornjo nalogo?
- Katere strategije bo uporabil?
- Kaj vse mora dijak znati in vedeti, da lahko uspešno reši zadano nalogo?

Dijaki, katerim so bili med poukom matematike predstavljene strategije učenja, med njimi npr. grafični organizatorji in njihova smiselna uporaba, se bodo uspešneje lotili reševanja naloge. Vedeli bodo, kako organizirati primerjavo treh funkcij in iz primerne zapisa (npr. primerjalne tabele) poiskati skupne lastnosti in razlike ter tako odgovoriti na zastavljeno vprašanje v nalogi.

Predstavitve nekaterih grafičnih organizatorjev

V nadaljevanju predstavljamo nekatere od grafičnih organizatorjev in njihovo uporabo pri matematiki. Več

o grafičnih organizatorjih si lahko preberete v knjigi S. Pečjak in A. Gradišar Bralne učne strategije (ZRSŠ, 2002), v prispevku pa bomo pogledali na grafične organizatorje z vidika uporabe pri učenju matematike. Vse grafične organizatorje naj učitelj smiselno razvija pri pouku matematike.

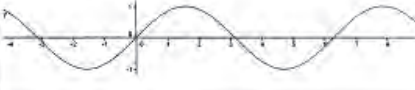
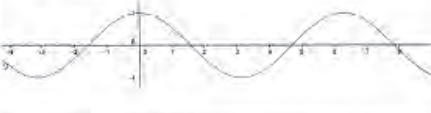
V literaturi najdemo zapis primerjalna matrika, a ker matrika pomeni v matematiki nekaj drugega, je primerneje, da jo preimenujemo v primerjalno tabelo. Sodelujoči učitelji v projektu so ugotovili, da je **primerjalna tabela** primerna za pregledno ponovitev znanja (npr. o funkcijah). Na začetku je morda treba del tabele narediti skupaj z dijaki, nato pa dijaki samostojno nadaljujejo z izpolnjevanjem tabele. Primerjalna tabela se je izkazala kot učinkovita vzpodbuda za reševanje domače naloge, za pregledno ponovitev učne snovi. oz. kot preverjanje znanja. Priporočamo samopregled izpolnjene primerjalne tabele. Priporočamo, da naj bo pregled organiziran tako, da učenec razvija samokontrolo/samoevalvacijo svojega znanja.

Izpolnjena primerjalna tabela je lahko dijaku in učitelju dobro izhodišče za zapolnjevanje morebitnih vrzeli v znanju. Pozitivne učinke uporabe tabele so učitelji opazili šele po nekaj urah pouka, ko so dijaki ponovno in smiselno uporabili primerjalno tabelo pri novi učni snovi. Učitelji so v refleksiji po uporabi primerjalne matrike večkrat zapisali, da dijaki težko sami izberejo kriterije za primerjavo. Priporočamo, da pri uporabi primerjalne tabele vključujemo različne reprezentacije pojmov, torej v njo narišemo oz. vstavimo skice, grafe, slike itd. z namenom, da bogatimo pojme, ki jih poskušamo povezati. Zavedati se moramo, da je uporaba primerjalne tabele pri matematiki primerna le pri nekaterih vsebinah in ni namenjena samo zapomnjenju, ampak povezovanju in razumevanju matematičnih vsebin. Uporaba primerjalne tabele aktivira usvojeno znanje, spodbuja uporabo zapiskov in učbenika, vse skupaj pa spodbuja samostojno in aktivno učenje.

Uporabna strategija so tudi tako imenovana **zaporedja dogodkov** (npr. pri reševanju linearnih enačb in besedilnih nalog). Dijaki bodo lažje sprejeli zapis v obliki zaporedij dogodkov, če bo to že strategija pri rednem pouku v učnem pogovoru z dijaki: »Najprej naredimo to, zato ker ..., potem to ..., ker ...« Tudi v primeru uporabe zaporedja dogodkov priporočamo, da dijaki samostojno zapišejo zaporedje dogodkov, samokontrolirajo narejeno, učitelj pa spremlja, kje so težave, česa dijak ne razume itd. Opozoriti velja, da naj zapisano zaporedje dogodkov ne postane »recept«, ki ga dijaki usvojijo in pozneje brez kritičnega premisleka uporabljajo. Dijaki naj se neprestano sprašujejo in utemeljujejo, zakaj lahko naredijo naslednji korak. Tako uzaveščamo učenje z razumevanjem. Tudi pri zaporedju dogodkov spodbujamo uporabo različnih reprezentacij pojmov (skice, grafi itd.).

Hierarhična pojmovna mreža in miselni vzorec sta lahko zelo uporabna za samostojno ponovitev znanja po posamezni učni uri ali na koncu vsebinskega sklopa, za povezovanje že znanega, predvsem pa kot domače delo dijakov (npr. o vektorjih). Dijaki težko izluščijo iz množice podatkov bistvene podatke. Pri oblikovanju miselnega

Funkciji sinus in kosinus – primerjalna tabela

| Kriteriji | sinus | kosinus |
|----------------------|---|--|
| Zapis funkcije | $f(x) = \sin x$ | $f(x) = \cos x$ |
| Definicijsko območje | $D_f = \mathbb{R}$ | $D_f = \mathbb{R}$ |
| Graf funkcije |  |  |
| Zaloga vrednosti | $Z_f = [-1; 1]$ | $Z_f = [-1; 1]$ |
| Osnovna perioda | 2π | 2π |
| Niče | $x = k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$ | $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ |
| Sodost/lihost | liha | soda |
| Maksimumi | $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ | $x = 2k\pi$ |
| Minimumi | $x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ | $x = \pi + 2k\pi$ |
| Naraščanje | $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ | $-\pi + 2k\pi < x < 2k\pi$ |
| Padanje | $\frac{\pi}{2} + 2k\pi < x < \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ | $2k\pi < x < \pi + 2k\pi$ |
| Predznak funkcije | $+ \quad 2k\pi < x < \pi + 2k\pi \quad - \quad \pi + 2k\pi < x < 2\pi + 2k\pi$ | $+ \quad 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad - \quad \frac{\pi}{2} + 2k\pi < x < \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ |
| Injektivnost | ni | ni |
| Surjektivnost | ni | ni |
| Presečišča | | |

Slika 4: Primer primerjalne tabele; izsek iz priprave na pouk Emilije Grahor iz Škofijske gimnazije Vipava

Primer: V katerih točkah se sekata krivulji $y = x + 1$ in $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - 1$.

$$\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - 1 = x + 1$$

$$x^2 + 2x - 3 = 3x + 3$$

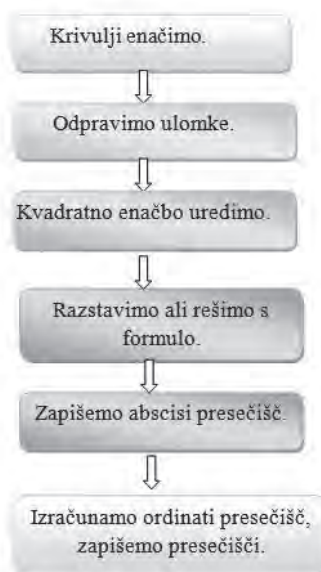
$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x_1 = 3, x_2 = -2$$

$$y_1 = 4, y_2 = -1$$

$$P_1(3, 4), P_2(-2, -1)$$



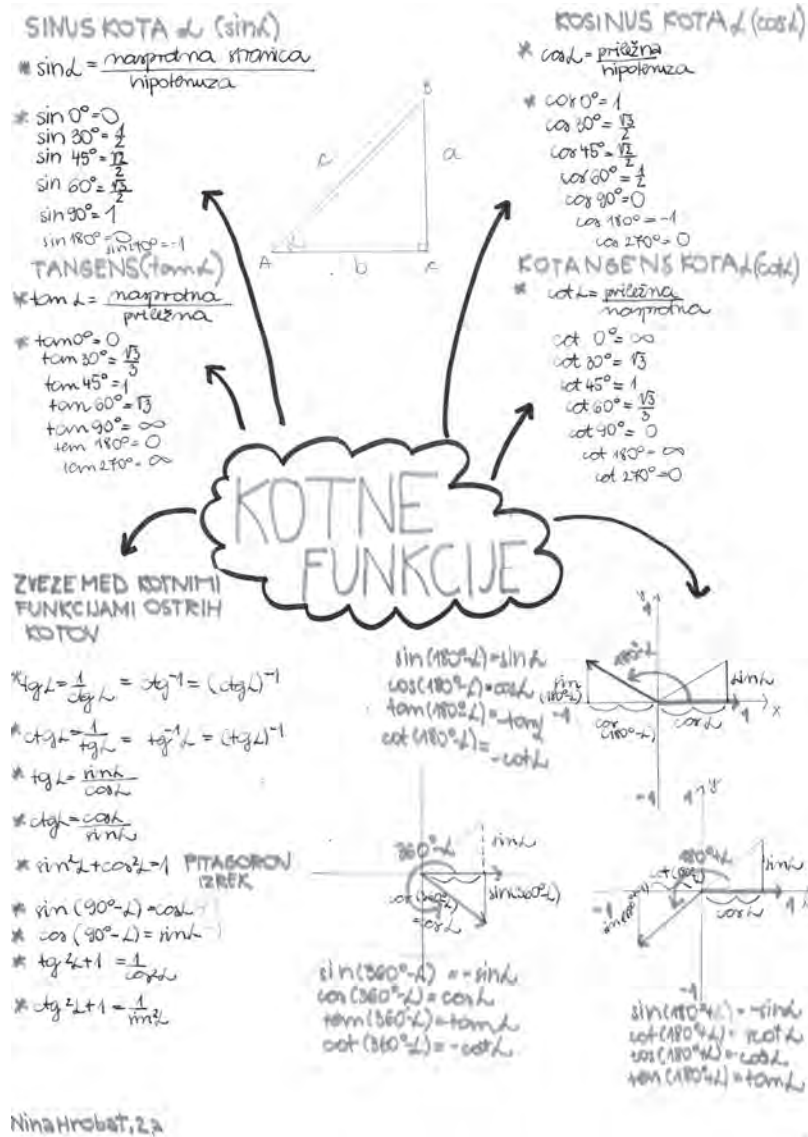
Slika 5: Primer zaporedja dogodkov; izsek iz priprave na pouk Lidije Gorišek iz Elektrotehniške-računalniške strokovne šole in gimnazije Ljubljana.

vzorca ali hierarhične pojmovne mreže prav tako spodbujamo uporabo skic, grafov, barvnih zapisov itd. Tudi IKT-podpora za oblikovanje miselnih vzorcev je dobrodošla pomoč (iMindMap, X-mind idr.).

Mnogi dijaki še vedno pričakujejo »narekovanje«. Med drugim je pomembno in potrebno dijake prepričati in jim pokazati, kako dragoceni so urejeni **zapiski** pri matematiki.

K oblikovanju urejenih zapiskov lahko pripomore

tudi učitelj urejen tabelski zapis. Temu prispeva uporaba barvnih kred in flomastrov, uporaba puščic, simbolov, uokvirjanje besedil, smiselno zapisovanje naslovov in podnaslovov, poudarjen zapis ključnih besed, številčenje pravil itd. Pri izdelavi tabele slike si pomagajte tudi s »tehnologijo« – uporaba interaktivne table. Dijake je potrebno navajati, da si zapisujejo tudi, kar učitelj samo pove in ne zapiše na tablo.



Slika 6: Miselni vzorec je izdelala dijakinja Nina Hrobat iz Srednje šole Veno Pilon Ajdovščina pri učiteljici Alenki Močnik

V različnih zapisih uporabljajte tako besedne kot grafične in simbolne zapise. Pri matematiki lahko isti pojem predstavimo:

- grafično (narisana in imenovana premica p in točka A na njej),
- simbolno ($A \in p$),
- ali z besednim zapisom (Točka A leži na premici p ali Točka A je na premici p).

Pomembni so vsi trije zapisi, ker sodijo h konceptualnemu geometrijskemu znanju o premici in točki.

Rešimo nalogo

Odgovorimo na vprašanja, ki smo si jih zastavili v uvodu v poglavje:

Kako bo dijak reševal spodnjo nalogo?

Katero strategijo bo izbral in uporabil?

Kaj vse mora dijak znati in vedeti, da lahko uspešno reši zadano nalogo?

Predvidevamo lahko, da bo dijak po kritičnem premisleku izbral za najprimernejši način reševanja primerjalno tabelo. Glede na izkušnje vemo, da bodo nekateri dijaki imeli nekaj težav le z določanjem kriterijev za primerjanje. Če je dijak doma ali v šoli ponavljal snov o funkcijah s pomočjo miselnih vzorcev in primerjalnih tabel, bo naloga zanj enostavnejša. Dijak mora vedeti, katere so lastnosti funkcij, kako jih zapišemo itd.

Preglednica 1: Primer reševanja naloge s primerjalno tabelo

| | Linearna funkcija | Kvadratna funkcija | Potenčna funkcija |
|-------|-------------------|--------------------|-------------------|
| Df | | | |
| Zf | | | |
| ničle | | | |
| poli | | | |

| | Linearna funkcija | Kvadratna funkcija | Potenčna funkcija |
|---|-------------------|--------------------|-------------------|
| interval naraščanja | | | |
| interval padanja | | | |
| omejenost | | | |
| maksimumi | | | |
| minimumi | | | |
| odvedljivost | | | |
| zveznost | | | |
| injektivna, surjektivna, bijektivna preslikava (vrsta preslikave) | | | |
| asimptota | | | |
| konkavnost | | | |
| konveksnost | | | |
| sodost | | | |
| lihost | | | |

Ko dijak sestavi tako primerjalno tabelo, pokaže že veliko usvojenega znanja, saj pozna kriterije, po katerih bo primerjal vse tri funkcije. Nabor kriterijev primerjanja je odvisen od letnika šolanja. Ko dijak primerjalno tabelo oblikuje in določi kriterije, jo mora še izpolniti. Ves ta proces mu pomaga, da lažje odgovori na vprašanje, kaj so skupne lastnosti in kaj razlike med danimi funkcijami.

Ob predstavljeni nalogi smo želeli poudariti smiselnost uvajanja grafičnih organizatorjev v pouk matematike.

Dijake spodbujajte (če je le mogoče med vsako uro pouka) h kritičnemu premisleku o primernosti uporabe različnih grafičnih organizatorjev z namenom lažje in učinkovitejše izdelave (dijaku lastnih) zapiskov v zvezkih in posledično učenja in razumevanja »snovi« pri matematiki. Da bo učitelj sposoben prepričljivo predstaviti grafične organizatorje dijakom, mora biti dobro seznanjen z različnimi strategijami in jih znati smiselno umestiti v učni proces ob upoštevanju specifik predmeta matematika.

NAČRTOVANJE RAZVOJA KOMPETENCE UČENJE UČENJA PREKO LETNIH PRIPRAV

Sistematično vključevanje kompetence učenje učenja skozi celotno šolsko leto pri različnih vsebinah prek letnih priprav zahteva premišljeno in skrbno načrtovanje. Priporočamo, da se učitelji različnih predmetov na ravni šole dogovorijo, pri katerem predmetu bodo predstavljena teoretična izhodišča o posameznih strategijah učenja npr. grafičnih organizatorjev, zapiskov itd. (z namenom, da se seznanjanje ne podvaja pri različnih predmetih).

Aktiv učiteljev matematike oz. učitelj matematike nato oblikuje celovit načrt razvoja kompetence učenje učenja pri matematiki. Ta naj bo zapisan v letni pripravi (lahko tudi kot del letne priprave), v kateri bodo posebej označeni deli, ki se nanašajo na razvoj kompetence učenje učenja. V načrt smiselno vključimo tiste strategije učenja in dejavnosti, ki jih bo učitelj v resnici izvajal z dijaki. Pri načrtovanju učitelji upoštevajo načela kakovostnega razvoja kompetence.

Na ravni matematike priporočamo sistematično umeščanje različnih strategij učenja (na primer grafičnih organizatorjev) k posameznim vsebinam oz. ciljem iz učnega

medpredmetno (fizika) in v povezavi z obdelavo podatkov ke produkta in kvocienta dveh podatkov prilagoditve in relativne napačnosti in potrebam programa. Priporočamo obravnavo vsebin v 1. letniku.

ponovitev sklopa z miselnim vzorcem

Kompleksna števila

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- poznajo in utemeljijo razloge za vpeljavo kompleksnih števil,
- predstavijo kompleksno število v kompleksni ravnini,
- analitično in grafično seštevajo in odštevajo kompleksna števila,
- množijo kompleksna števila,
- izpeljejo pravilo za računanje potenc števil i ,
- poiščejo povezavo med analitičnim in geometrijskim pomenom konjugiranega števila,
- poiščejo povezavo med analitičnim in geometrijskim pomenom absolutne vrednosti kompleksnega števila,
- izpeljejo in uporabljajo pravilo za deljenje kompleksnih števil,
- izračunajo obratno vrednost kompleksnega števila,
- poiščejo tudi kompleksne rešitve enačbe,
- primerjajo polarni in pravokotni koordinatni sistem in pretvarjajo med koordinatami,
- uporabljajo polarni zapis kompleksnega števila pri računanju potenc in korenov kompleksnih števil.

primerjalna tabela za primerjanje polarnega in pravokotnega KS

Slika 7: Učni načrt in načrtovanje uporabe grafičnih organizatorjev

načrta. Ob pregledu vsebin in ciljev iz učnega načrta učitelji zapišejo, katere strategije učenja (npr. grafične organizatorje) bodo uporabili (slika 7), in pri tem razmišljajo, katera strategija učenja (npr. grafični organizator) je primerna za določeno vsebino iz učnega načrta. Po takem pregledu dobi učitelj pregled nad celotnim šolskim letom, katere strategij učenja (npr. grafičnih organizatorjev) bo uporabil in koliko. Načrtujte, da bo predvidena uporaba v vseh fazah pouka in učenja (preverjanje predznanja, uvajanje, utrjevanje, ponavljanje, končno preverjanje, ocenjevanje).

Drugi letnik gimnazije

Preglednica 2: Model umestitve strategij učenja med preostale elemente v letni pripravi

| Sklop/cilj | Strategije učenja | Faza učnega procesa | Dejavnosti dijaka | Evalvacija/refleksija učitelja |
|---|--|---|---|--------------------------------|
| vsi sklopi | zapiski | v vseh fazah | | |
| kompleksna števila Primerjajo polarni in pravokotni koordinatni sistem. Primerjajo absolutno vrednost realnega in kompleksnega števila. Definirajo 'kompleksno praštevilo'. Primerjajo vlogi dveh pravokotnih koordinatnih sistemov (RxR in kompleksne ravnine). | miselni vzorec primerjalna tabela | ponavljanje (domača naloga) utrjevanje, uvajanje | | |
| potence in koreni potenca z naravnim eksponentom | Dijak sam izbere način svoje predstavitve. | preverjanje predznanja | Predstavijo 'vse', kar vedo o potencah. | |
| potenca s celim eksponentom | Dijak sam izbere način svoje predstavitve. | uvajanje, samostojno ustvarjanje novega znanja | Dijak sam izpelje razširitev pojma. | |
| potence in koreni (koraki pri reševanju iracionalnih enačb) | zaporedje dogodkov | utrjevanje | | |
| kvadratna, potenčna funkcija | primerjalna tabela | preverjanje/ocenjevanje znanja | | |

Če je v aktivu več učiteljev matematike, vas spodbujamo h kritičnemu prijateljevanju, strokovnemu pogovoru na sestankih strokovnega aktiva. Kritično prijateljevanje, ki je podkrepjeno s komentarji in argumenti za in proti polni vsakega posameznega učitelja z novimi strokovnimi znanji in vedenji.

Ob vpeljevanju uporabe različnih strategij učenja v pouk matematike mora biti poudarek na aktivni vlogi dijakov, motivacijskem in metakognitivnem vidiku, delu z učbenikom in e-gradivih, pomenu zapiskov skozi vse sklope itd.

Zavedati se moramo, da se ob ustreznem vpeljevanju različnih strategij učenja (npr. grafičnih organizatorjev)

Zapis vključevanja kompetence učenje učenja v letno pripravo je lahko različen. Priporočamo, da učitelji sproti evalvirajo, ali je bila uporaba izbranih strategij učenja smiselna ali ne, kaj bi v prihodnje izboljšali, kaj je bilo dobro/slabo in ne nazadnje, kako so se odzvali dijaki. Spodnja preglednica prikazuje model zapisa vključevanja kompetence učenje učenja v pouk matematike v letni pripravi za drugi letnik gimnazije. Model zapisa v projektu še razvijamo in preizkušamo skupaj z učitelji in dijaki.

izognemo težavi, ki nastopi, ko želimo v isti učni uri doseči cilje iz učnega načrta in cilje iz uvajanja kompetence učenje učenja (npr. naučiti uporabljati grafične organizatorje).

NAMESTO SKLEPA POGLED NAPREJ

Razvoj kompetence učenje učenja vidimo kot proces, ki ga učitelji matematike načrtujejo in postopno razvijajo vse šolsko leto in po vsej vertikali. Vsem trem področjem razvoja kompetence učenje učenja, metakognitivnemu, motivacijskemu in kognitivnemu področju, se pri pouku učitelji matematike različno posvečajo glede na zmožnosti, znanja in potrebe pouka. V dosedanjih dveh letih projekta

opazamo, da so se učitelji matematike bolj posvetili kognitivnemu področju, zato smo tudi v prispevku temu področju namenili večjo pozornost.

Dijake pri pouku matematike vodimo od njim znanih strategij (zapiskom dajejo poudarek tudi v osnovni šoli) do manj poznanih ali njim neznanih strategij (grafičnih organizatorjev – primerjalnih tabel, ki so pri matematiki zelo uporabne). Enostavne bralne učne strategije predstavimo dijakom na preprostih matematičnih besedilih (ključne besede) in nato dijake postopno vodimo do uporabe kompleksnih strategij (PV3P) pri branju zahtevnejših matematičnih besedil. Učitelj matematike na začetku vodeno izvaja učno strategijo v razredu in je pozoren na odzive dijakov, pozneje pa dijaki strategije uporabljajo samostojno in fleksibilno. Pri tem je vloga učitelja matematike velika, saj sproti preverja in ugotavlja, ali so dijaki pravilno uporabili strategijo in ali je dijakovo izkazano matematično znanje pravilno. Dijak tako pri pouku matematike prek raznolikih dejavnosti (naloge, branje besedil) pridobiva izkušnje z raznolikimi strategijami, učitelj pa ga spodbuja, da razvije svojo lastno učno strategijo, ki bo prilagojena njegovemu učnemu stilu. Dijak prek praktične izkušnje uporabe raznolikih strategij med samim poukom in domačim delom uvidi koristnost uporabe le-teh.

Učitelji matematike načrtujejo sistematično vpeljevanje in razvoj kompetence učenje učenja pri pouku matematike, izvedejo pouk in reflektirajo svoje delo. Pomembna vloga učiteljev je, da dijake spodbujajo h kakovostnemu učenju matematike doma, da vključujejo uporabo grafičnih organizatorjev v preverjanja in ocenjevanja s primerno sestavljenimi nalogami in dejavnostmi.

Ko se osmišljanje in uporaba kompetence učenje učenja zgodi na vseh treh področjih in pri različnih predmetih, se bodo okrepile tudi medpredmetne povezave na nivoju šole.

VIRI

Ažman, T., Bezić, T., Hribar, L., Kalin, J., Možina, E., Pevec Grm, S., Vesel, J. (2009). Koncept vključevanja ključne kvalifikacije učenje učenja v izobraževalne programe srednjega poklicnega izobraževanja, Ljubljana, CPI in ZRSŠ, <http://www.cpi.si/strokovna-podrocja.aspx> (12. 9. 2012).

Pečjak, S., Gradišar, A. (2002). Bralne učne strategije, Ljubljana, Zavod Republike Slovenije za šolstvo.

Žakelj, A. et al. (2008). Učni načrt. Matematika: gimnazija: splošna, klasična in strokovna imnazija, Ljubljana, Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.

Žakelj, A. et al. (2011). Učni načrt. Program osnovna šola. Ljubljana, Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo, http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/os/devetletka/predmeti_obvezni/Matematika_obvezni.pdf (12. 9. 2012).

SREDNJE STROKOVNO IZOBRAŽEVANJE (SSI), KATALOG ZNANJA, MATEMATIKA <http://portal.mss.edus.si/>

Širjenje in razvijanje strategij na celoten šolski kolektiv naj bo prioriteta projektov, ki bodo pri oblikovanju realističnega načrta (vsebuje naj to, kar posamezni učitelj in s tem cela šola zmore in je pripravljena izpeljati) pomagali in sodelovali z vsem učitelji oz. tudi s projektnimi timi za medpredmetno povezovanje. Sodelovanje ravnatelja bo še dodatno spodbudilo ves kolektiv.

Učitelji matematike so se v prvih dveh letih usmerili predvsem v kognitivno področje razvoja kompetence učenje učenja, nekateri med njimi pa tudi v druga področja.

Dijaki so v večini refleksij, ki so jih izvedli sodelujoči učitelji matematike v projektu, poudarili, da je uvajanje uporabe grafičnih organizatorjev dobrodošlo, so jih sprejeli in se jim zdijo uporabni pri učenju matematike. V nadaljevanju se bomo v projektu posvetili predvsem celovitemu razvoju kompetence učenje učenja pri pouku matematike od zapisa v letno pripravo do konkretne in sistematične izvedbe pri pouku matematike.

Učitelji ocenjujejo, da so bile »novosti«, ki jih prineslo delo v razvojnem projektu, koristne, zelo natančno so opisali in izpostavili dobre in slabe značilnosti, tako na delovnih srečanjih kot tudi v spletni učilnici, v kateri so odložili/arhivirali svoje gradivo. Načrtujejo in sporočajo, da bodo pridobljene izkušnje nadgrajevali tudi v prihodnje, delo z »novostmi« pa ohranili in izboljšali.

Čeprav smo primer vključevanja kompetence učenje učenja predstavili na primeru matematike v gimnaziji, smo prepričani, da je prenosljiv tudi na druge programe, to je na program osnovne šole in programe srednjega strokovnega in poklicnega izobraževanja. Prehojena pot, izkušnje, ugotovitve in gradivo učiteljev matematike na gimnazijah bodo zagotovo v veliko pomoč učiteljem na osnovnih šolah ter srednjih poklicnih in strokovnih šolah na njihovi poti celostnega vključevanja kompetence učenje učenja.

msswww/programi2010/programi/Ssi/KZ-IK/KZ_MAT_SSI_383_408.pdf (13. 9. 2012).

Integrirana ključna kompetenca učenje učenja, Strategije učenja v programih poklicnega in strokovnega izobraževanja, http://www.cpi.si/files/cpi/userfiles/Publikacije/zbornik_IKK_2.pdf (11. 9. 2012).

Interno gradivo v projektu Učenje učenja.

http://www.velenje.com/STROKOVNJAK3.php?fID=gabi&fID_vprasanje=4377&fPage=6 (12. 9. 2012).

<http://mladi.net/content/view/711/93/> (12. 9. 2012).

<http://med.over.net/forum5/read.php?f151,6908922> (12. 9. 2012).

<http://variacijebesed.wordpress.com/2007/05/15/kako-naj-se-srednjesholec-uci-matematiko-o-sistemu-ucenja-2/> (12. 9. 2012).

<http://dddrava.si/vsebina/za-dijake/kako-se-uciti> (12. 9. 2012).

http://ec.europa.eu/dgs/education_culture/publ/pdf/ll-learning/keycomp_sl.pdf (12. 9. 2012).

POVZETEK

Namen članka je opisati, da predstavlja specifika predmeta matematika pomemben dejavnik pri učinkovitem razvoju kompetence učenje učenja ter kako lahko pri pouku matematike razvijamo kompetenco učenje učenja.

V članku so predstavljene nekatere možne poti za razvoj kompetence učenje učenja pri matematiki, ki so nastale v projektu Uvajanje medpredmetne kompetence učenje učenja v pouk, prikazano pa je tudi, kako kompetenco učenje učenja razumejo in uporabljajo učitelji matematike in njihovi dijaki.

Opozorili bomo na kakovost, ki jo v pouk vnaša kompetenca učenje učenja, in na to, zakaj je pouk brez nje osiromašen. Predstavili bomo tudi morebitne nevarnosti zaradi neosmišljene uporabe bralnih učnih strategij – konkretnije grafičnih organizatorjev. Prikazali bomo primere, v katerih se uporaba grafičnih organizatorjev uporablja samo kot tako imenovani recept za izdelavo zapiskov, in primere, kjer uporaba grafičnih organizatorjev lahko pripomore k boljšemu razumevanju in učenju matematike:

V učnih načrtih za matematiko v osnovni šoli in gimnaziji ter katalogu znanj za matematiko so zapisani elementi kompetence učenje učenja, zato bomo predstavili primer načrta oziroma dela letne priprave, v kateri se odraža slika razvoja kompetence učenje učenja pri matematiki.

Upamo, da bo vsebina prepričala, kako pomembno in potrebno je, da se kompetenca učenje učenja uvaja tudi pri matematiki. Zavedati se moramo dejstva, da je specifika predmeta tista, ki narekuje globlje povezave med smiselno in poglobljeno povezavo z različnimi področji razvoja kompetence učenje učenja.

Ključne besede: učenje učenja, matematika, učni načrt za matematiko, katalog znanja za matematiko, bralne učne strategije, grafični organizatorji, kompetence, letna priprava

ABSTRACT

The aim of our paper is to explain that a specific of mathematics is a significant factor for effective development of learning to learn competence and how this competence can be developed during maths lessons.

Some possible ways for the development of learning to learn competence in mathematics are presented. They were designed within the project Introducing intersubject learning to learn competence in classrooms. We also present how learning to learn competence is understood and applied by teachers of mathematics and their students.

We point to quality brought about by learning to learn competence and why lessons may be impoverished without it. Further we present some possible threats caused by non-sensible use of reading strategies, more specifically by graphic organisers. We present some cases when graphic organisers are applied only for the so called recipe for taking notes as well as cases when their use may contribute to better understanding and learning of mathematics.

Syllabi for mathematics in primary and grammar schools as well as catalogues of knowledge include elements of learning to learn competence therefore an example of syllabus or a part of annual teaching plan is presented in which an image of learning to learn competence in mathematics is reflected.

We hope that the content will persuade the readers how significant and necessary the introduction of the learning to learn competence is included in teaching mathematics. We should be aware of the fact that the specifics of every subject suggest deeper relations between reasonable and deepened relations among different areas of developing the learning to learn competence.

Key words: learning to learn, mathematics, syllabi for mathematics, catalogue of knowledge, reading learning strategies, graphic organisers, competences, annual teaching plan