

On cubic vertex-transitive graphs of given girth*

Ted Dobson[†] , Ademir Hujdurović[‡] 

*University of Primorska, Faculty of Mathematics, Natural Sciences and
Information Technologies, Glagoljaška ulica 8, Koper, Slovenia*

Wilfried Imrich , Ronald Ortner 

Montanuniversität Leoben, A-8700 Leoben, Austria

Received 23 November 2023, accepted 7 August 2025, published online 19 August 2025

Abstract

A set of vertices of a graph is distinguishing if the only automorphism that preserves it is the identity. The minimal size of such sets, if they exist, is the distinguishing cost. The distinguishing costs of vertex transitive cubic graphs are well known if they are 1-arc-transitive, or if they have two edge orbits and either have girth 3 or vertex-stabilizers of order 1 or 2.

There are many results about vertex-transitive cubic graphs of girth 4 with two edge orbits, but for larger girth almost nothing is known about the distinguishing costs of such graphs. We prove that cubic vertex-transitive graphs of girth 5 with two edge orbits have distinguishing cost 2, and prove the non-existence of infinite 3-arc-transitive cubic graphs of girth 6.

Keywords: Distinguishing number, distinguishing cost, vertex-transitive cubic graphs, automorphisms, infinite graphs.

Math. Subj. Class.: 05C15, 05C10, 05C25, 05C63, 03E10

*The authors are indebted to an anonymous referee for many suggestions which improved the clarity of the paper. This work was supported by the OEAD: SI 1312020.

[†]The work of Ted Dobson is supported by the Slovenian Research and Innovation Agency grants: P1-0285, J1-50000, J1-4008, and J1-3003.

[‡]Corresponding author. The work of Ademir Hujdurović is supported by the Slovenian Research and Innovation Agency grants P1-0404, N1-0428, J1-50000, J1-4084, N1-0353, N1-0391, and J1-60012.

E-mail addresses: ted.dobson@upr.si (Ted Dobson), ademir.hujdurovic@upr.si (Ademir Hujdurović), wilfried.imrich@unileoben.ac.at (Wilfried Imrich), ronald.ortner@unileoben.ac.at (Ronald Ortner)

O kubičnih točkovno tranzitivnih grafih dane ožine*

Ted Dobson[†] , Ademir Hujdurovič[‡] 

*University of Primorska, Faculty of Mathematics, Natural Sciences and
Information Technologies, Glagoljaška ulica 8, Koper, Slovenia*

Wilfried Imrich , Ronald Ortner 

Montanuniversität Leoben, A-8700 Leoben, Austria

Prejeto 23. novembra 2023, sprejeto 7. avgusta 2025, objavljeno na spletu 19. avgusta 2025

Povzetek

Množica točk v grafu je razlikovalna, če je edini avtomorfizem, ki jo ohranja, identiteta. Najmanjša velikost takšne množice, če obstaja, se imenuje razlikovalni strošek. Razlikovalni stroški točkovno tranzitivnih kubičnih grafov so dobro poznani, če so 1-ločno tranzitivni ali če imajo dve orbiti povezav in imajo ožino 3 ali stabilizatorje točk reda 1 ali 2.

Obstaja veliko rezultatov o točkovno tranzitivnih kubičnih grafih z ožino 4 in dvema orbitama povezav, vendar je za večje ožine o razlikovalnih stroških takšnih grafov znanega zelo malo. Dokažemo, da imajo kubični točkovno tranzitivni grafi z ožino 5 in dvema orbitama povezav razlikovalni strošek 2, ter dokažemo neobstoj neskončnih 3-ločno tranzitivnih kubičnih grafov z ožino 6.

Ključne besede: Razlikovalno število, razlikovalni strošek, točkovno tranzitivni kubični grafi, avtomorfizmi, neskončni grafi.

Math. Subj. Class.: 05C15, 05C10, 05C25, 05C63, 03E10

* Avtorji se zahvaljujejo anonimnemu recenzentu za številne predloge, ki so izboljšali jasnost članka. To delo je bilo podprto s strani OEAD: SI 1312020.

[†] Delo Teda Dobsona je bilo podprto s strani Javne agencije za znanstvenoraziskovalno in inovacijsko dejavnost Republike Slovenije (ARIS) prek naslednjih raziskovalnih projektov: P1-0285, J1-50000, J1-4008, and J1-3003.

[‡] Corresponding author. Delo Ademirja Hujduroviča je bilo podprto s strani Javne agencije za znanstveno-raziskovalno in inovacijsko dejavnost Republike Slovenije (ARIS) prek naslednjih raziskovalnih projektov P1-0404, N1-0428, J1-50000, J1-4084, N1-0353, N1-0391, and J1-60012.

E-poštni naslovi: ted.dobson@upr.si (Ted Dobson), ademir.hujdurovic@upr.si (Ademir Hujdurovič), wilfried.imrich@unileoben.ac.at (Wilfried Imrich), ronald.ortner@unileoben.ac.at (Ronald Ortner)