

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 11 (1983/1984)

Številka 1

Strani 26-28

Danijel Bezek:

ŠTEVILSKA VETRNIC

Ključne besede: matematika, razvedrilo.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/11/639-Bezek.pdf>

© 1983 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

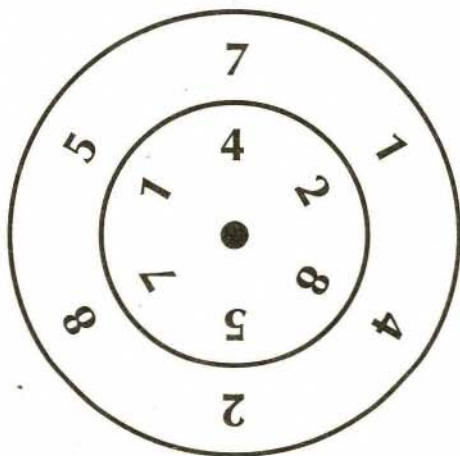
Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.



MATEMATIČNO RAZVEDRILO

ŠTEVILSKA VETRNIC

Številsko vetrnico sestavljata večji in manjši krog. Oba izrežeš iz kartona in spleš v središču, tako da sta vrtljiva okoli skupne osi. V smeri vrtenja urnega kazalca na približno enakih razdaljah po obodu zapiše cifre iz števila 1 4 2 8 5 7. Pazi, da bodo cifre na enem in drugem krogu zapisane tako, da bodo pri vrtenju podpisane ena pod drugo oziroma ena nad drugo.



Prva zanimivost:

Z vrtenjem krogov lahko dobimo podpisane različne cifre. Na primer:

$$\begin{array}{cccccc} 2 & 8 & 5 & 7 & 1 & 4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 5 & 7 & 1 & 4 & 2 & 8 \end{array}$$

Vzemimo, da sta to dve šestmestni števili in ju seštejmo! Čudno! Vsota je spet šestmestno število, sestavljeno natanko iz istih

$$285714 + 571428 = 857142$$

cifer, ki nastopajo v obeh seštevancih: (1, 2, 4, 5, 7 in 8).

Naloga: Z vrtenjem vetrnice poišči še vse druge pare šestmestnih števil, ki imajo lastnost, da je njuna vsota spet šestmestno število, sestavljeno iz cifer: 1, 2, 4, 5, 7 in 8.

Druga zanimivost: V prejšnji nalogi si pri iskanju parov morda ugotovil, da v posebnih primerih kot vsoto dveh šestmestnih števil s ciframi 1, 2, 4, 5, 7 in 8 dobimo spet šestmestno število 999999. Na primer:
 $142857 + 857142 = 999999$.

Druga naloga: Poišči vse druge pare šestmestnih števil, katerih vsota je šestmestno število 999999. Pomagaj si s številsko vetrnico!

Tretja zanimivost: Pri množenju števila 142857 s številom 7 dobimo število 999999. Ugotovitev zapišemo kot enačbo $142578 \cdot 7 = 999999$ in to enačbo preoblikujemo v sorazmerje $142578/999999 = 1/7$. Iz zapisanega sorazmerja se vidi, da je število 142578 perioda desetiške številke, s katero zapišemo ulomek $1/7 = 0,\overline{142857}$. Tvegamo še korak dalje in poiščemo periodo desetiške številke, s katero zapišemo ulomek $2/7$ ($2/7 = 0,\overline{285714}$). Preseneča nas, da periodo sestavljajo že znane cifre 1, 2, 4, 5, 7 in 8. Isto velja tudi za periode decimalnih števil, s katerimi zapišemo ulomke $3/7$, $4/7$, $5/7$ in $6/7$. Z drugimi besedami lahko to zanimivost povemo takole: Če število 142857 pomnožimo z 1, 2, 3, 4, 5 in 6, dobimo vsakič kot produkt šestmestno število, ki ga sestavljajo cifre 1, 2, 4, 5, 7 in 8 (namreč $1/7 \cdot 2 = 2/7 = 0,\overline{285714}$!).

Tretja naloga: Pokaži, da lastnost, ki jo ima številsko vetrnica za seštevanje, velja v določenih primerih tudi za odštevanje. Poišči vse pare takih šestmestnih števil, katerih razlika je spet šestmestno število s ciframi 1, 2, 4, 5, 7 in 8.

Četrta naloga: Premisli, ali bi lahko sestavil številsko vetrnico s tremi krogi, tako da bi bila vsota treh že znanih šestmestnih števil spet šestmestno število s ciframi 1, 2, 4, 5, 7 in 8.

Četrta zanimivost: Prej smo pokazali, kako z množenjem števila 142857 po vrsti z 1, 2, 3, 4, 5 in 6 dobimo produkte:

1 4 2	8 5 7	5 7 1	4 2 8
2 8 5	7 1 4	7 1 4	2 8 5
4 2 8	5 7 1	8 5 7	1 4 2

Vsako od teh šestmestnih števil lahko razpolovimo, tako kot kaže zgornji primer, in tako dobimo iz vsakega števila dve trimestni števili. Če ju seštejemo, dobimo vselej vsoto 999.

Peta zanimivost: Številka vetrnica, ki smo jo sestavili s številom 142857, je le ena od primerov številskih vetrnic. Obstajajo še druge. Število, ki ga je treba v vetrnico vpisati, je vselej perioda v decimalni številki, s katero zapišemo ulomek $1/a$, pri čemer je imenovalac a praštevilo. V periodi pa mora nastopati $(a - 1)$ decimalnih mest.

Peta naloga: Poišči ulomek, ki se da zapisati z decimalno številko, katerega perioda bo imela zgoraj opisano lastnost. Za to število naredi številsko vetrnico in preizkusi kako od zanimivosti!

Rešitve:

Prva naloga: (142857, 285714), (142857, 428571), (142857, 571428), (142857, 714285), (285714, 428571), (285714, 571428)

Druga naloga: (142857, 857142), (285714, 714285), (428571, 571428)

Tretja naloga: (285714, 142857), (428571, 285714), (428571, 142857), (571428, 428571), (571428, 285714), (571428, 142857), (714285, 571428), (714285, 428571), (714285, 285714), (714285, 142857), (857142, 571428), (857142, 428571), (857142, 714285), (857142, 285714), (857142, 142857).

Četrta naloga: Razlago zanimivosti opremo na računanje z ulomki:
 $1/7 + 2/7 + 3/7 = 6/7$ in od tod: $142857 + 285714 + 428571 = 857142!$

Peta naloga: $1/17 = 0,0588235294117647$

$1/29 = 0,0344827586206896551724137931$

Literatura:

Stanko Prvanović: Zbirka matematičkih zadataka, Tehnička knjiga, Beograd 1966.

Danijel Bezek