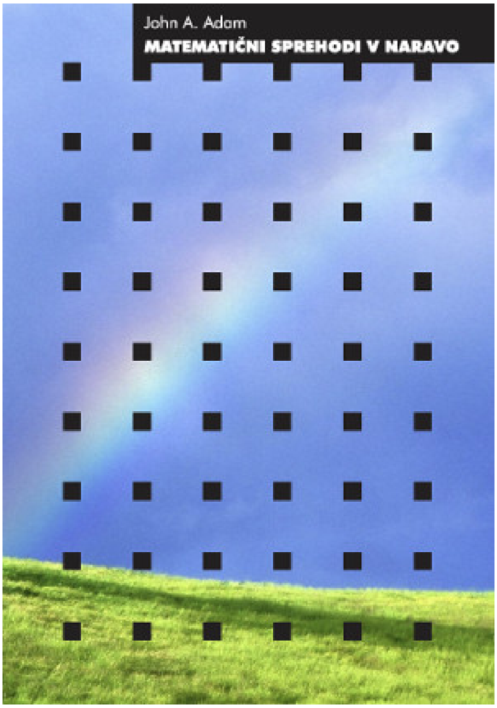
NOVE KNJIGE

John A. Adam, prevod Damjana Kokol Bukovšek, Matematični sprehodi v naravo, Knjižnica Sigma 94, DMFA – založništvo, Ljubljana 2012, 265 str.



To je prevod knjige [1], ki je leta 2009 izšla pri Princeton University Press. Avtor knjige, po rodu Anglež, ima doktorat iz teoretične astrofizike. Že dolgo poučuje matematiko na univerzi Old Dominion v Virginiji v ZDA. Kot sam pravi, ga od mladih nog privlačijo skrivnosti narave. Zelo rad se sprehaja v naravi in tudi obiskuje naravne parke. Ukvarja se z uporabno matematiko in matematičnim modeliranjem. Napisal je knjigo *Mathematics in Nature: Modelling Patterns in the Natural World*. Ukvarja se tudi z modeliranjem rasti tumorjev in modeliranjem dinamike imunskega sistema.

Knjiga je namenjena širši publiki. Nekatere teme zahtevajo le osnovno računsko znanje, druge nekaj trigonometrije in algebre. Znanje odvoda, integrala in najpreprostejših diferencialnih enačb pa, kar se tiče matematike, pravzaprav zadošča za skoraj vso snov knjige. Nekaj podobnega bi lahko rekli tudi za potrebno znanje fizike. Vendar avtor, brž ko fizika postane bolj zapletena, ne izgublja časa z izpeljavami fizikalnih formul, ampak jih kar navede. V tem smislu je obravnava v knjigi bliže bolj matematično usmerjenim bralcem in večinoma izpolnjuje pričakovanja, ki jih vzbuja naslov.

Število tem v knjigi je veliko, kot bomo kmalu videli. Besedilo je precej strnjeno. Knjiga ima tudi obsežen seznam literature, tako da je prava zakladnica informacij s tega področja.

Na primeru taljenja snežne kepe spoznamo matematično modeliranje in omejitve takih modelov. Zanimivi so tudi inverzni problemi: Kaj lahko iz

opazovanj naravnega pojava sklepamo o vzrokih za njegov nastanek (tudi kvantitativno)?

Avtor nato zastavi bralcu nekaj testnih vprašanj, denimo: 1. *Opazuješ enojno pisano mavrico (primarni lok). Katera barva je na vrhu oboka?* ... 9. *Oceni premer vodne kapljice v (i) hudem nalivu in (ii) v megli.* ... 11. *Kako dolg je povprečen zvočni val pri človeškem govoru?* ... 14. *Kako daleč je obzorje, če stojiš na plaži in gledaš na morje?* Ta vprašanja dobijo odgovor v nadaljevanju.

Sledijo nekatera čisto računska vprašanja, kot: 17. *Kako dolgo bi s peskom polnili Grand Canyon v ZDA?* ipd. Vprašanje 21*: Zakaj King Kong ne bi mogel obstajati?* (V filmih je $K.\ K. = K^2$ prikazan kot gorila, linearno povečana na velikost kakih deset metrov.) Tu avtor argumentira takole: »Moč objekta, še posebej K^2, je sorazmerna z velikostjo preseka njegovih kosti, ki so potrebne, da nosijo njegovo težo. Ta presek pa je sorazmeren njegovi površini. Ker imamo opravka z geometrijsko podobnimi objekti, je njegova površina sorazmerna s kvadratom njegove velikosti.« Ta argument se mi zdi po nepotrebnem zakompliciran – ne vem, zakaj je treba na dan vleči površino gorile – ploščina preseka kosti je sorazmerna kvadratu velikosti. Sicer pa na to zgodbo nimam pripomb.

Zanimiva je tudi obravnava samovžiga velike kopice sena. Pri vprašanju 27*: Zakaj so kapljice na pajkovi mreži tako enakomerno razporejene?* pa avtor pokaže svoje znanje netrivialne fizike. Bolj na kratko so obravnavana Fibonaccijeva števila in ustrezni spiralni vzorci v rastlinskem svetu. Vprašanje 32*: Ali lahko oceniš težo buče samo s pogledom?* me je spomnilo na soseda, ki je gojil buče velikanke; enkrat je v ta namen napeljal poganjke celo na streho hiše in jo praktično v celoti prekril z listjem. Vprašanje 35*: Ali moja senca pospešuje?* ima negativen odgovor. Vprašanje 41*: Kako dobro se svetloba zvezd odbija od mirne vodne gladine?* pove vrsto zanimivosti o odboju. Avtor med drugim sprašuje tudi, kaj se zgodi, če svetlobo odbija tudi dno tolmuna: *(ii) Obravnavaj dno tolmuna, kot da odbije 20 odstotkov svetlobe (mogoče je na dnu kos stekla ali druge odbojne snovi)?* Tole s steklom je morda potegavščina. Kdor je kdaj plaval z masko, je verjetno opazil, da steklo v vodi odbija bistveno manj svetlobe kot na suhem in ga je teže opaziti. Vzrok je v tem, da je lomni količnik steklo/voda enak približno $n = 3/2 : 4/3 = 9/8$. Po formuli, ki jo navaja knjiga na isti strani, je delež odbite svetlobe pri pravokotnem vpadu na prvo površino stekla

$$R = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 .$$

Celotni delež svetlobe, odbite na obeh površinah ravnega stekla, je $\frac{2R}{1+R}$, kar je v tem primeru manj kot en odstotek. (Mimogrede, prve antirefleksne prevleke na optičnih elementih so slonele prav na podobnem fenomenu, ko so steklo prevlekli s snovjo, ki ima lomni količnik manjši od lomnega količnika stekla.) Bel pesek na dnu tolmuna s čisto vodo pa morda lahko odbija tolikšno količino svetlobe. Na zraku ravno steklo pri pravokotnem vpadu odbija kakih 8 odstotkov svetlobe, pri poševnem vpadu pa seveda še več. To lepo vidimo ob sončnem zahodu.

Vprašanje 44*: Kako daleč se zdi migotanje zraka nad cesto med pripeko?* in 45*: Zakaj je nebo modro?* spet pokažeta avtorjevo znanje fizike; pri zadnjem je tudi nekaj dimenzijskih in podobnih argumentov, ki se jih matematik verjetno ne bi spomnil. Fizik, ki pozna rezultat, pa s tem nima problemov. Vprašanje 48*: Zakaj se oblak kovinsko sveti?* se mi je zdelo zelo zanimivo, saj iridescenco na oblakih okrog sonca pogosto vidimo. V zadnjem odstavku na strani 98 se avtor nekako ne more odločiti, ali bi napisal formulo za jakost uklonjene svetlobe ali ne; govorjenje o uporabi Besselove funkcije je zato še manj jasno, posebno za tistega, ki o tem nič ne ve.

V naslednjih vprašanjih avtor zelo izčrpno obdela mavrice, halo (obroč) okrog sonca in svetlobni (sončni) steber. To so teme, o katerih sta pisala tudi OMF in Presek. Knjiga ima v sredini barvno prilogo z lepimi fotografijami teh in drugih pojavov. Avtor sam rad prispeva tovrstne slike za spletno stran *Earth Science Picture of the Day (EPOD)* [3]. Sledi opis sosonca (parhelija), zenitnega loka in glorije. (Mimogrede, še danes obžalujem, da sem pred leti zadnji dan potovanja porabil poslednji film, na poletu nazaj pa zato nisem mogel slikati krasne glorije okrog sence našega letala na oblaku.)

Posebno poglavje je posvečeno modeliranju oblike ptičjega jajca. Obdelani so razni načini. Eden od njih je podoben tistemu, ki ga je uporabil Tine Golež v [2].

Poglavje *V (ALI NA) VODI* obsega približno trideset strani. Obravnava migljajoče odseve sonca na vodni gladini in vse mogoče o valovih: v plitvi in v globoki vodi, o energiji valov itd. Poglavje se konča z vprašanjem 72*: Kako lahko iz ladijske brazde sklepamo, da je zemlja okrogla?* (in celo ocenimo njen polmer).

Naslednje poglavje nosi naslov *V GOZDU*. Vprašanje 79: *Kako visoko lahko zrastejo drevesa?* ima razlago, ki sem ji težko sledil. Laže je razumeti vprašanje 80: *Koliko sence daje sloj listov sloju pod njim?*, pa zgodbo o neprosojnosti gozda in o rasti bul na drevesu.

Poglavje *V NARODNEM PARKU* prinaša mnogo informacij o rečnih meandrih, tudi podatke raznih meritev teh rečnih oblik. Poglavje *NA NOČNEM NEBU* vsebuje med drugim razlago magnitude zvezd, preprost model zvezde in zelo zanimivo modeliranje sončnega mrka ... Na koncu imamo študijo hoje.

Zaustavimo se še pri obravnavi starega hrasta kot fraktalnega objekta. Tu avtor privzame, da se vsaka veja s polmerom r razcepi v dve veji s polmeroma r_1 in r_2. Iz rokava privleče (brez pojasnila), da je

$$r^3 = r_1^3 + r_2^3. \tag{1}$$

Takoj nato privzame, da je $r_1 = r_2$, torej $r_1 = 2^{-\frac{1}{3}} r$. Predpostavi, da ima deblo premer 1 m, najtanjša veja pa 1 mm. Torej je razmerje polmerov $10^3 \approx 2^{10} = (2^{\frac{1}{3}})^{30}$, kar pomeni, da je razvejitev približno 30. (Iz meni nerazumljivih razlogov avtor v računih operira z 0,794 namesto z $2^{-\frac{1}{3}}$). Ta model nato uspešno uporabi na živalskem ožilju. Kot pravi, je tipični premer najtanjše žile – kapilare – 5 mikronov. Pri psu ima najdebelejša žila morda premer 5 mm. Spet je razmerje polmerov 10^3 in imamo tako približno trideset "generacij" razvejitev na dve žili. Imamo torej (približno) $2^{30} = (2^{10})^3 \approx (10^3)^3 = 10^9$ kapilar, če začnemo z eno samo najdebelejšo žilo. Ker imamo pri vsaki razvejitvi podvojitev, je skupno število žil približno enako

$$\sum_{n=0}^{30} 2^n = 2^{31} - 1 \approx 2 \cdot 10^9.$$

To se dobro ujema s podatkom $1{,}2\cdot 10^9$ žil iz (starejše) literature. Sumim, da je avtor ta račun najprej naredil za žilni sistem in šele nato prešel na hrast – ker pač drevo bolj ustreza naslovu te knjige. Nato se vrne k hrastu in naredi še eno predpostavko. Obstaja naj število $0 < \alpha < 1$, tako da se vsaka veja z dolžino L razcepi na dve veji z dolžino αL. Če je dolžina debla L_0, je torej dolžina vseh vej plus dolžina debla

$$\sum_{n=1}^{30} (2\alpha)^n L_0 = \frac{(2\alpha)^{31} - 1}{2\alpha - 1} L_0.$$

Pri $\alpha = \frac{2}{3}$ in $L_0 = 3\ m$ dobi tako skupno dolžino vej 67 km. Pri $\alpha = \frac{7}{8}$ pa kar 100 000 km. To je že na prvi pogled nerealno in spominja na potegavščino. Pogoj (1) me je nekako navajal na misel, da bi pri vsaki podvojitvi, če bi razdeljeni veji bili kot prostorska objekta podobni začetni, vsota prostornin obeh razdeljenih vej bila enaka prostornini začetne veje. Avtor sicer privzame nekaj malce drugačnega. Pa sledimo avtorjevi predpostavki in si še mi privoščimo manjšo poenostavitev, in sicer, da je vsaka veja valjaste oblike, s polmerom r in dolžino L. Razcepi se na veji s polmerom $r_1 = 2^{-\frac{1}{3}} r$ in dolžino αL. Vsota prostornin teh dveh vej je

$$2^{\frac{1}{3}} \alpha L \pi r^2,$$

kar je prostornina začetne veje, pomnožena s $k = 2^{\frac{1}{3}}\alpha$. Pri $\alpha = \frac{7}{8}$ je $k \approx 1{,}10243\ldots > 1$ in bi torej vsaka nadaljnja generacija vej imela večjo prostornino in torej po vsej verjetnosti tehtala več kot prejšnja, kar je že samo po sebi rdeči alarm. Skupna prostornina vseh vej bi torej bila več kot tridesetkratna prostornina debla, natančneje bi prostornina lesenih delov bila

$$V_0 \sum_{n=0}^{30} k^n = V_0 \frac{k^{31} - 1}{k - 1} \approx 191 \cdot V_0 \approx 450\ \mathrm{m}^3,$$

saj je prostornina debla $V_0 = \frac{3\pi}{4}\ \mathrm{m}^3$. To je le nekoliko pretirano – čeprav so v debelih drevesih lahko precejšnje količine lesa, kot bomo videli. Vse skupaj je dobra ilustracija avtorjeve začetne ugotovitve, da imajo modeli omejitve in da jih moramo primerjati s stvarnostjo.

Še primer iz slovenske stvarnosti. V vasi Malence v bližini Kostanjevice na Krki, na robu zaščitenega Krakovskega gozda, stoji na Cvelbarjevi domačiji drugi največji hrast dob v Sloveniji. Star je kakih 350 let, obseg debla je 7 m. Premer debla (v višini prsi) je torej več kot dva metra. Pred tremi desetletji je vihar odlomil eno od največjih vej. Gospodar domačije je povedal, da je bilo v odpadli veji okrog štiri kubike uporabnega lesa. Našel sem kratek video o tem drevesu [4]. (Mimogrede: Ta hrast ima srečo, da stoji v vasi. Precej drugih debelih hrastov na tem zaščitenem področju je bilo zadnje leto ilegalno posekanih. Lesni tatovi očitno dobro ocenjujejo prostornine dreves. Dobili so krila, saj v podobnem primeru pred leti kljub odkritim storilcem in trdnim dokazom z DNK nihče ni bil obsojen. Poplavni Krakovski gozd je čudovit, ko zacveti spomladi – v drugi polovici aprila. Vendar vzemite škornje in ostajajte na označenih poteh. Ena od njih se imenuje po izumitelju ladijskega vijaka inženirju Resslu, ki je bil gozdar na tem področju in je dal izkopati več kanalov v gozdu. Poleti in v zgodnji jeseni pa boste le bežali pred komarji.)

Vrnimo se h knjigi. Imamo še *Kratek slovar matematičnih pojmov in funkcij.* Avtor namesto *rotacijski elipsoid* uporablja besedo *sferoid.* Z opisom Besselove funkcije J_1 se avtor ni ravno potrudil, povrhu pa je uporabil sliko, na kateri so še druge (nepotrebne) funkcije.

Če strnem svoje ugotovitve: Avtor je napol fizik, napol matematik. To ima mnoge dobre strani, saj bi zelo težko našli matematika, ki bi toliko vedel o fizikalnem ozadju pojavov v naravi. Po drugi strani avtor razume matematični način razmišljanja in se mu večinoma dobro prilagodi. Zgoraj sem navedel pač vse (po mojem) vprašljive stvari v knjigi. Kot sami vidite, za tako obsežno knjigo tega res ni veliko. To je tudi zasluga prevajalke, ki je v soglasju z avtorjem popravila nekaj stvari iz originala. Veliko je vreden tudi obširen seznam literature. **Predvsem pa bralca pritegne avtorjevo navdušeno preučevanje raznih, nevajenemu očesu tudi komaj opaznih stvari in pojavov v naravi.** Tisti z manj znanja matematike ali fizike bodo morali kaj preskočiti. Vsak, ki bo prebral vsaj nekaj te knjige, pa bo prihodnjič na izletu ali sprehodu verjetno pozoren na nove stvari in bo tako od doživetja narave imel več.

LITERATURA

[1] John A. Adam, *A Mathematical Nature Walk*, Princeton University Press, Princeton 2009, 246 str.

[2] T. Golež, *Prizemljitev infinitezimalnega računa*, Zavod sv. Stanislava, Ljubljana 2012, 64 str.

[3] *Earth Science Picture of the Day (EPOD)* `http://epod.usra.edu/`, ogled 5. 12. 2013.

[4] Malence `http://www.youtube.com/watch?v=Kcy0kq_DCnE`, ogled 5. 12. 2013.

Peter Legiša