

KAKOVOST DOLOČITVE NADMORSKIH VIŠIN Z GNSS- VIŠINOMERSTVOM NA OBMOČJU LJUBLJANE

QUALITY DETERMINATION OF MEAN SEA LEVEL HEIGHTS WITH GNSS LEVELLING ON THE LJUBLJANA CITY AREA

Miran Kuhar, Robert Brglez, Božo Koler

UDK: 528.2(497.2)Ljubljana)
Klasifikacija prispevka po COBISS.SI: 1.01
Prispelo: 24. 2. 2021
Sprejeto: 8. 6. 2021

DOI: 10.15292/geodetski-vestnik.2021.02.219-233
SCIENTIFIC ARTICLE
Received: 24. 2. 2021
Accepted: 8. 6. 2021

RECENZIRANI ČLANKI | PEER-REVIEWED ARTICLES

SI | EN

IZVLEČEK

V prispevku smo analizirali kakovost določitve nadmorskih višin točk z RTK GNSS-višinomerstvom in uporabo nove višinske referenčne ploskve SLO_VRP2016/Koper na območju Ljubljane. Na izbranih 57 reperjih smo določili merjene kvazigeoidne višine na podlagi elipsoidnih višin, izmerjenih z RTK GNSS-višinomerstvom, in nadmorskih višin v novem višinskem sistemu SVS2010. Primerjali smo jih z interpoliranimi vrednostmi kvazigeoidnih višin iz nove višinske referenčne ploskve SLO_VRP2016/Koper.

ABSTRACT

This paper describes the quality determination of heights above mean sea level using RTK GNSS-levelling and new height reference surface SLO_VRP2016/Koper on the city area of Ljubljana. At 57 chosen benchmarks, quasigeoid heights were determined using ellipsoidal heights, determined with RTK GNSS-levelling technique and heights above mean sea level in the new height system SVS2010. The measured quasigeoid heights were compared with values interpolated from the new height reference surface SLO_VRP2016/Koper.

KLJUČNE BESEDE

kvazigeoid, višinska referenčna ploskev, RTK GNSS-višinomerstvo, elipsoidna višina, interpolacija, kakovost

KEY WORDS

quasigeoid, height reference surface, RTK GNSS-levelling, ellipsoidal height, interpolation, quality

1 UVOD

Nadmorske višine točk v državnem višinskem sistemu ali višinske razlike lahko določimo z različnimi geodetskimi merskimi metodami, ki jih delimo v terestrične (trigonometrično višinomerstvo in geometrični nivelman) in satelitske oziroma GNSS-višinomerstvo (Dragčević et al., 2016). V praksi se za določitev nadmorskih višin točk pogosto uporablja kombinacija elipsoidne višine, ki je določena z GNSS-izmero, in kvazigeoidne višine, ki je določena iz višinske referenčne ploskve (Kotsakis in Sideris, 1999). Kakovostno določitev nadmorskih višin omogoča sodoben višinski sistem in kakovosten model kvazigeoida oziroma višinska referenčna ploskev v kombinaciji s kakovostno izvedeno GNSS-izmero (Kuhar et al., 2011). Geodetska uprava Republike Slovenije (GURS) je decembra 2018 uveljavila nov državni višinski sistem z oznako SVS2010 in nov model kvazigeoida v obliki višinske referenčne ploskve (VRP) z oznako SLO_VRP2016/Koper (Uredba, 2018). V novem državnem višinskem sistemu so nadmorske višine določene v sistemu normalnih višin (Koler et al., 2019) v višinskem datumu Koper (Sterle in Koler, 2019).

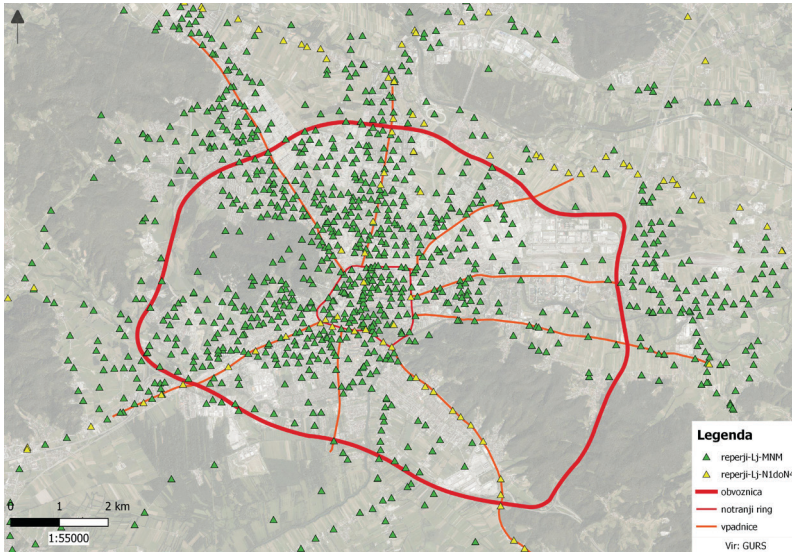
Kakovost določitve nadmorskih višin z GNSS-višinomerstvom lahko preverimo, če primerjamo merjene (nivelirane) normalne višine s kvazigeoidnimi višinami, interpoliranimi iz kvazigeoida oziroma višinske referenčne ploskve, ki jih odštejemo elipsoidnim višinam (Kiamehr in Sjöberg, 2005; Kwang et al., 2020). Kakovost nove višinske referenčne ploskve (SLO_VRP2016/Koper) in stare višinske referenčne ploskve (SLO_AMG2000) v prejšnjem državnem višinskem sistemu SVS2000 (ZDGRS, 2014) so za območje Slovenije analizirali Kuhar et al. (2011) ter Medved et al. (2020). Analiza je pokazala, da je nova višinska referenčna ploskev (SLO_VRP2016/Koper) bistveno kakovostnejša od stare referenčne ploskve (SLO_AMG2000) (Medved et al., 2020).

Kakovost določitve nadmorskih višin z GNSS-višinomerstvom in uporabo nove višinske referenčne ploskve na območju Ljubljane smo analizirali na 57 reperjih. Izbrani reperji sestavljajo približno celično mrežo velikosti 1 x 1 kilometer. Merjene kvazigeoidne višine na reperjih smo določili z RTK GNSS-višinomerstvom, ki se v praksi običajno uporablja za določitev nadmorskih višin točk, in geometričnim nivelmanom. Merjene kvazigeoidne višine smo primerjali z interpoliranimi vrednostmi iz SLO_VRP2016/Koper. V prispevku so predstavljeni izbor ustreznih reperjev v celični mreži in meritve na terenu, na koncu je podana grafična in numerična analiza pridobljenih rezultatov.

2 TESTNO OBMOČJE

Kontrolo nove višinske referenčne ploskve na območju mesta Ljubljana smo izvajali na reperjih nove nivelmanske mreže 1. reda ter mestne nivelmanske mreže (slika 1). Na sliki 1 je prikazan tudi približen potek obvoznice, notranjega ringa ter glavnih mestnih vpadnic. Podatke o reperjih, ki so prikazani na sliki 1, smo pridobili iz Gursove baze geodetskih točk.

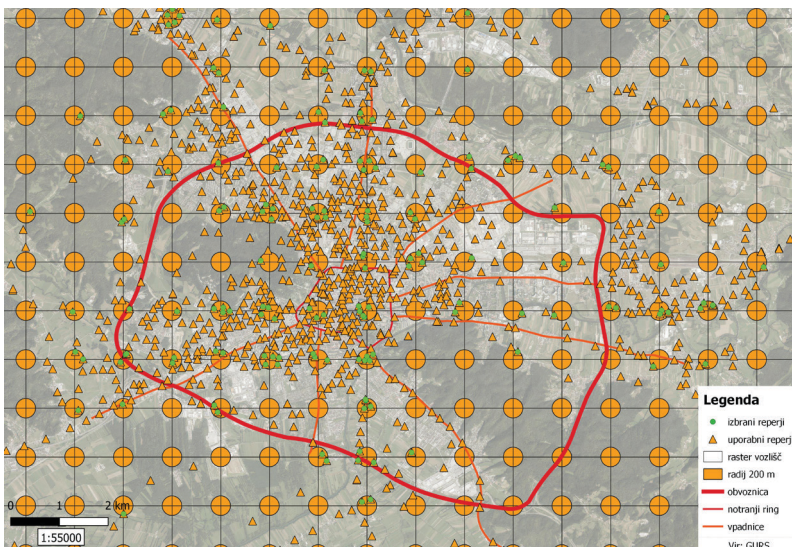
Iz podatkov Gursove spletne aplikacije (PREG, 2019) je razvidno, da je na območju Ljubljane stabiliziranih 1464 reperjev. Status uporabnega reperja za geodetsko izmero ima 1321 reperjev. Pričakovano je, da so reperji na območju Ljubljane razporejeni neenakomerno in da imajo večjo gostoto na pozidanih območjih (slika 1). Največ ohranjenih reperjev je v centru ter jugozahodnem in severnem delu Ljubljane. Na območju Rožnika imamo stabilizirane reperje, vendar je vprašanje, kakšna je dostopnost in predvsem možnost kakovostne GNSS-izmere glede na poraščenost. Na območju Golovca ni stabiliziranih reperjev. S slike 1 je razvidno, da je slabša pokritost z reperji tudi severno in južno od Litijske ceste (BTC, Fužine) ter na južnem delu Ljubljane (Rudnik, Trnovo).



Slika 1: Prikaz reperjev nove nivelmanske mreže od 1. do 4. reda in mestne nivelmanske mreže na izbranem območju Ljubljane (vir podlage: DOF050).

2.1 Priprava podatkov za izmero

Izbirno mrežo reperjev v celični mreži velikosti 1 x 1 kilometer smo opravili v programskem okolju QGIS (QGIS, 2021). Na začetku smo na državnem barvnem ortofotu DOF050 (e-Prostor, 2019) ustvarili podlago z izbranim testnim območjem. Za boljše orientacijo smo na podlagi prikazali potek ljubljanske obvoznice, notranji ring in glavne mestne vpadnice. Nato smo celotno bazo podatkov uvozili v program in uporabne reperje označili z oranžnimi trikotniki (slika 2).



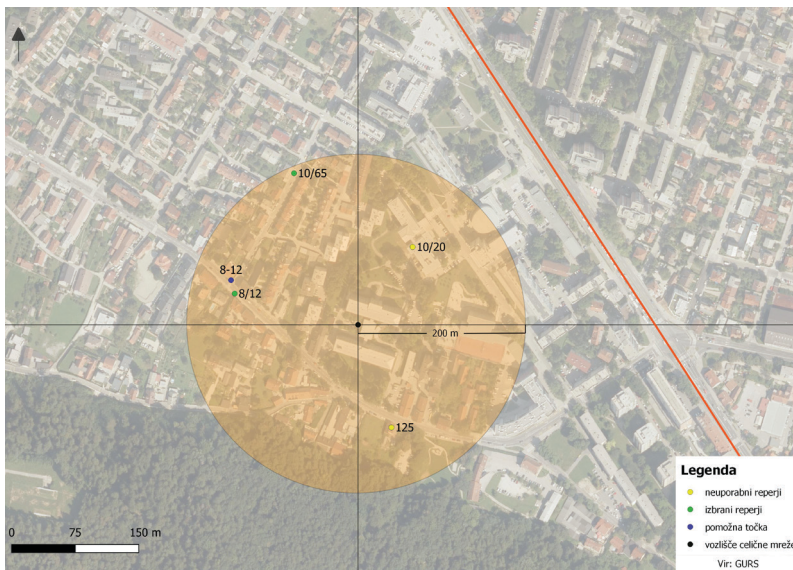
Slika 2: Izbor ustreznih reperjev ob vozliščih gridne mreže (izbrani reperji so označeni z zeleno).

Na izbrani podlagi smo ustvarili tudi celično mrežo velikosti 1 x 1 kilometer, z območjem do 200 metrov od vozlišča (oranžni krogec na sliki 2), saj smo se zavedali, da vsi reperji s statusom uporabni ne bodo na vozliščih celične mreže ali na terenu ne bodo dostopni (ograje, zasebna zemljišča), bodo uničeni ali neuporabni za GNSS-izmero. S premikanjem celične mreže smo dosegli, da je v območje vozlišč padel vsaj en reper, izbrani reperji so na sliki 2 označeni z zeleno.

Na vozliščih brez reperja ali če se je ta med ogledom terena pokazal kot neuporaben za GNSS-izmero, smo izbrali najbližji reper, četudi je bil oddaljen več kot 200 metrov od vozlišča celične mreže.

2.2 Izbira reperjev na terenu

Izbiro ustreznega reperja na terenu najlažje opišemo s sliko 3. V radiju 200 metrov okrog vozlišča celične mreže imamo štiri reperje (125, 8/12, 10/20 in 16/65, slika 3). Na podlagi predhodno pripravljene dnevnega načrta izmere smo poskusili izmero izvesti najprej na reperju 10/20. Zaradi obnovljene fasade je uničen, zato smo v naslednjem koraku poskušali izmero izvesti na reperju 125. Ker tudi ta ni bil uporaben, je bil naslednji izbrani reper 8/12. Modra pika na sliki 3 prikazuje kraj stabilizacije pomožne točke. Postopek izbire ustreznega reperja na terenu je zamuden in dolgotrajen, zato je predhodna priprava in analiza lokacij primernih reperjev zelo pomembna, saj nam zelo olajša kasnejše delo na terenu.



Slika 3: Prikaz izbora reperja na terenu v okolju QGIS.

V preglednici 1 prikazujemo statistične podatke, povezane z izborom primernih reperjev za izmero in številom terenskih dni.

Preglednica 1: Statistični podatki, povezani z izborom reperjev.

Skupno število pregledanih reperjev	Število izbranih reperjev	Število neuporabnih reperjev	Število terenskih dni
80	57	23	15

V raziskavo je bilo vključenih 80 reperjev. Iz različnih razlogov ni bilo mogoče izvesti izmere na kar 23 reperjih (28,8 %), ki so v Gursovi bazi geodetskih točk označeni kot uporabni. Izmero smo izvedli na 57 reperjih (71,2 %).

3 TERENSKA IZMERA

Nadmorske višine oziroma merjene kvazigeoidne višine reperjev smo določili s kombinacijo RTK GNSS-višinomerstva (elipsoidna višina h), geometričnega nivelmana (nadmorska višina H) ter kvazigeoidnih višin (ζ), interpoliranih iz SLO_VRP2016/Koper. Gre za različne vrste podatkov, na podlagi katerih lahko z različnimi geodetskimi merskimi tehnikami določimo nadmorske višine točk. Podatki predstavljajo različne referenčne ploskve (kvazigeoid, elipsoid), ki so tudi različne natančnosti (Kotsakis, Sideris, 1999). Kljub navedenemu pa ti podatki izpolnjujejo osnovno geometrijsko povezavo, ki je določena z enačbo $h - \zeta = H$ (Hofman-Wellenhof in Moritz, 2005).

Razen na treh reperjih, kjer je bilo GNSS-izmero mogoče izvesti neposredno na reperju, smo na preostalih reperjih pomožno točko stabilizirali z betonskim vijakom DIN 603 M. Vrh vijaka, na katerega se nanašata izmerjena elipsoidna (izmera GNSS) in nadmorska višina, prenesena z reperja (niveliranje), je enolično določen. Pomožno točko smo stabilizirali na razdalji od reperja, ki je omogočala navezavo pomožne točke na reper z enega stojišča nivelirja.

a) Izmera GNSS

Izmero GNSS smo izvedli z instrumentom Leica GS18 (Leica Geosystems, 2017). Elipsoidno višino točke smo določili z RTK GNSS-izmero v treh serijah, ki so trajale po dve minuti, z navezavo na državno omrežje GNSS SIGNAL (omrežje SIGNAL ...). Na vseh reperjih oziroma pomožnih točkah smo pazili, da je bila izmera RTK GNSS-izvedena v optimalnih razmerah. Izmero smo izvedli s čim večjim številom razpoložljivih satelitov ter z DOP-faktorjem, manjšim od 3. Izogibali smo se tudi predmetom in objektom, ki so moteči za GNSS-izmero in povzročajo večkratni odboj signala (Dragčević et al., 2016).

Med prvo in drugo serijo meritev GNSS je preteklo približno dvajset minut. Tretjo serijo smo izvedli po preteku vsaj ene ure, običajno pa več, saj smo medtem izvajali izmero na sosednjih reperjih po dnevnem načrtu izmere.

b) Nivelmanska izmera

Nivelmansko izmero smo izvedli z digitalnim nivelirjem Leica DNA03 in invar nivelmansko lato s črtno kodo (Leica GPCL2). Po prvi seriji GNSS-izmere smo prenesli nadmorsko višino reperja na pomožno točko z metodo geometričnega nivelmana z niveliranjem iz sredine. Razdalja med nivelirjem in nivelmansko lato ni presegala 30 metrov.

4 REZULTATI IN ANALIZA NATANČNOSTI

4.1 Analiza rezultatov RTK GNSS-izmere

Koordinate izmerjenih reperjev oziroma pomožnih točk smo določili z izračunom povprečja treh serij GNSS-izmere. V preglednici 2 in na diagramu 1 prikazujemo pregled natančnosti določitve koordinat točk, ki jih poda GNSS-sprejemnik.

Preglednica 2: Kakovost določitve horizontalnih koordinat in elipsoidne višine

	$\sigma_e [m]$	$\sigma_n [m]$	$\sigma_h [m]$
Min.	0,002	0,002	0,004
Maks.	0,005	0,006	0,016
Povprečje	0,003	0,003	0,007

Iz preglednice 2 lahko vidimo, da instrument poda zelo dobre natančnosti določitve horizontalnih koordinat točk, saj so vse vrednosti manjše od enega centimetra. Natančnost določitve elipsoidne višine je pričakovano slabša in znaša od 1,6 centimetra na reperju 11/26, do 0,4 centimetra na reperju 35/1. Povprečna natančnost določitve elipsoidne višine pa je manjša od 1 centimetra (7 milimetrov).

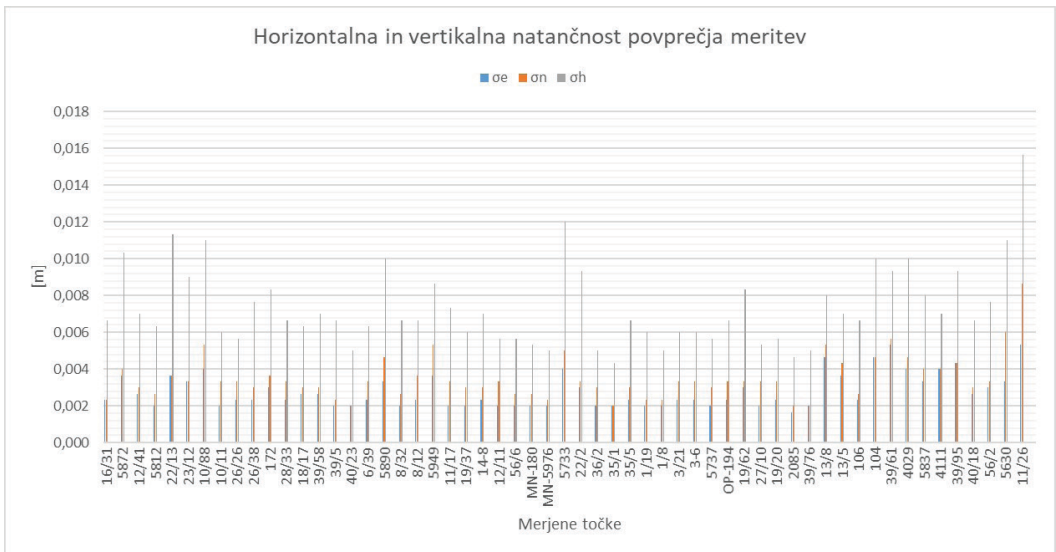


Diagram 1: Horizontalna in vertikalna natančnost povprečja GNSS-meritev.

Podatki o natančnosti določitve koordinat točk, ki jo poda instrument, so lahko zavajajoči, saj gre za tako imenovano notranjo natančnost, ki je veliko boljša od deklarirane natančnosti instrumenta (RTK, horizontalna natančnost: 8 mm; 0,5 ppm in vertikalna natančnost: 15 mm; 0,5 ppm (Leica Geosystems AG, 2017)). Iz analize podatkov posameznih izmer in razlike koordinat točk, določenih v posameznih serijah, ki je dostopna v Brglez (2020), lahko ugotovimo, da so razlike horizontalnih koordinat (diagram 2) in elipsoidnih višin (diagram 3) večje, kot bi pričakovali glede na oceno natančnosti, ki jo poda instrument.

Iz diagrama 2 lahko ugotovimo, da so odstopanja večja od ± 2 centimetrov na reperjih 22/13, 10/88 in 18/17. Odstopanja so med ± 1 in ± 2 centimetroma na reperjih 6/39, 18/12, 5733, 104 in 41/11, na ostalih reperjih pa so manjša od ± 1 centimetra. V Brglez (2020) je izvedena analiza vpliva razlik DOP-faktorja v posamezni seriji izmere na razlike določitve horizontalnih koordinat. Pokazala je, da večjih razlik v določitvi horizontalnih koordinat točke v različnih serijah ne moremo vselej povezati z DOP-faktorjem, temveč tudi s prisotnostjo ostalih za GNSS-meritve motečih vplivov. Ugotovimo lahko, da je kakovost določitve horizontalnih koordinat točk ustrezna za določitev kvazigeoidne višine na točki iz višinske referenčne ploskve.

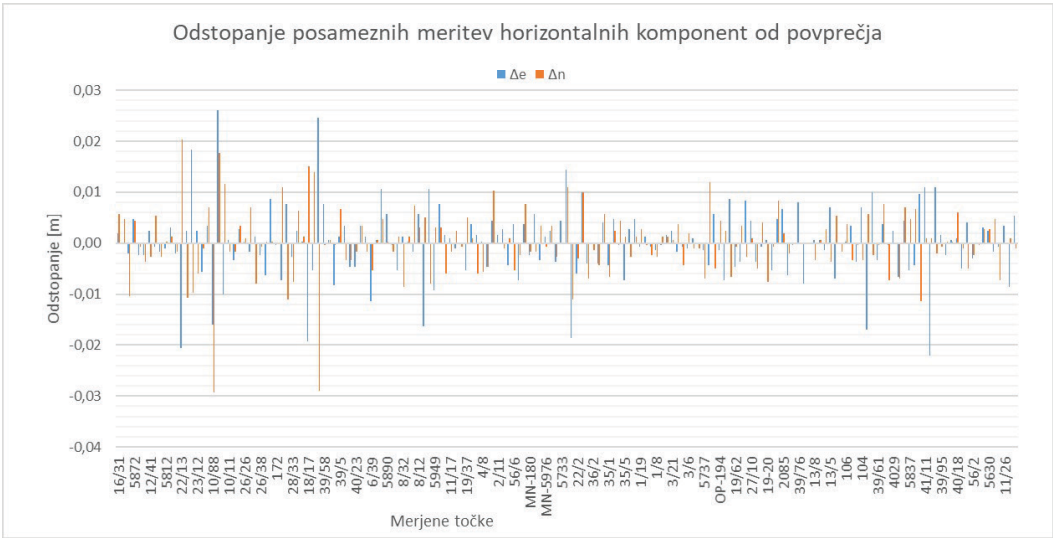


Diagram 2: Odstopanje posameznih meritev horizontalnih koordinat od povprečne vrednosti.

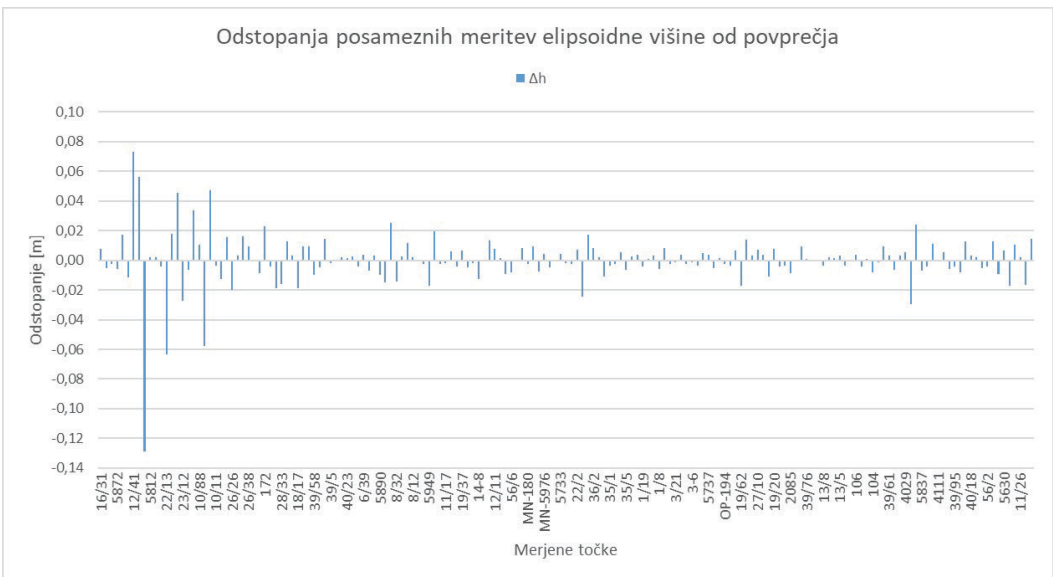


Diagram 3: Odstopanje posameznih meritev elipsoidnih višin od povprečja.

Pričakovano so največja odstopanja pri določitvi elipsoidnih višin na istih reperjih kot pri meritvah horizontalnih koordinat. Prav tako je pri merjenju elipsoidnih višin večji razpon odstopanj. Na reperju 12/41 znaša razlika med prvo in tretjo serijo določitve elipsoidnih višin približno 20 centimetrov (diagram 3). Razliko pripisujemo slabšim razmeram med izvedbo tretje serije meritev (DOP-faktor 3,4), saj je bil DOP-faktor v prvi in drugi seriji pol manjši (1,7) (Brglez, 2020). Podobno velja za reperje 22/13, 10/88 in 4029.

Na reperjih 8/32, 5733 in 104 je DOP-faktor znašal okoli 3, vendar so kljub temu odstopanja posameznih serij od povprečja manjša od ± 2 centimetrov, kot velja za ostale reperi. To je še en kazalec, da nekoliko večji DOP-faktor (okoli 3) ni nujno razlog za manj homogene meritve med serijami.

Preglednica 3: Statistični kazalci odstopanj posameznih meritev od povprečja na vseh reperjih

	Δe [m]	Δn [m]	Δh [m]
Min.	-0,022	-0,029	-0,129
Maks.	0,026	0,020	0,073
Povprečje	0,010	0,005	0,004

Pričakovano so razlike horizontalnih koordinat točk manjše kot meritve elipsoidnih višin z RTK GNSS -metodo. Iz diagrama 3 in preglednice 3 vidimo, da minimalna razlika merjene elipsoidne višine od povprečja znaša -0,129 metra in maksimalna 0,073 metra na reperju 12/41.

4.2 Ocena natančnosti razlik kvazigeoidnih višin in statistična analiza

V tem podpoglavju predstavljamo statistično analizo, ali so razlike med merjenimi kvazigeoidnimi višinami in kvazigeoidnimi višinami, ki so določene iz višinske referenčne ploskve SLO_VRP2016/Koper, statistično značilne ali ne. Oceno statistične značilnosti razlik kvazigeoidnih višin naredimo v naslednjih korakih:

a) Določitev testne statistike za oceno statistične značilnosti razlik kvazigeoidnih višin

Oceno, ali je razlika kvazigeoidnih višin statistično značilna ali ne, naredimo na podlagi testne statistike (Savšek, 2017):

$$T^i = \frac{\Delta \zeta_{izm-int}^i}{\sigma_{\Delta_{izm-int}}} \tag{7}$$

V enačbi 7 sta:

$$\Delta \zeta_{izm-int}^i = \zeta_{izm}^i - \zeta_{int}^i, \tag{8}$$

kjer sta ζ_{izm}^i – merjena kvazigeoidna višina in ζ_{int}^i – interpolirana kvazigeoidna višina. Natančnost razlike kvazigeoidnih višin je:

$$\sigma_{\Delta \zeta_{izm-int}} = \sqrt{\sigma_{\zeta_{izm}}^2 + \sigma_{\zeta_{int}}^2}. \tag{9}$$

Iz enačbe 9 vidimo, da lahko natančnost razlik kvazigeoidnih višin izračunamo, če poznamo natančnost izmerjene in interpolirane kvazigeoidne višine.

b) Ocena natančnosti izmerjene kvazigeoidne višine

Natančnost izmerjene kvazigeoidne višine, izračunamo po enačbi:

$$\sigma_{\zeta_{izm}} = \sqrt{\sigma_{b_{RTK\ GNSS}}^2 + \sigma_H^2 + \sigma_{\Delta H}^2} \tag{10}$$

kjer so:

$\sigma_{b_{RTK\ GNSS}}$ – natančnost določitve elipsoidnih višin z RTK GNSS metodo,

σ_H – natančnost nadmorskih višin reperjev,

$\sigma_{\Delta H}$ – natančnost merjene višinske razlike med reperjem in pomožno točko.

Pri oceni natančnosti $\sigma_{\zeta_{izm}}$ nismo upoštevali natančnosti merjene višinske razlike med reperjem in pomožno točko z geometričnim nivelmanom ($\sigma_{\Delta H}$), saj znaša nekaj desetink milimetra in ne vpliva na končno oceno natančnosti merjene kvazigeoidne višine.

b1) Ocena natančnosti določitve elipsoidnih višin

Natančnost določitve elipsoidnih višin z RTK GNSS-metodo smo ocenili na podlagi deklarirane natančnosti instrumenta:

$$\sigma_{b_{RTK\,GNSS}} = 15 \text{ mm} + 0,5 \text{ mm} = 15 \text{ mm} \tag{11}$$

b2) Ocena natančnosti nadmorskih višin reperjev

Povprečna natančnost izravnanih nadmorskih višin vključenih reperjev 1. reda na območju Ljubljane znaša 4,14 milimetra in reperjev mestne nivelmanske mreže Ljubljana 1,43 milimetra (Brglez, 2020). Ocenjeno natančnost nadmorskih višin lahko izračunamo po enačbi:

$$\sigma_H = \sqrt{\sigma_{H_{1,red}}^2 + \sigma_{H_{MN\,LJ}}^2} = 4,3 \text{ mm} \tag{12}$$

Ocenjena natančnost izmerjene kvazigeoidne višine po enačbi 10 tako znaša:

$$\sigma_{\zeta_{izm}} = 15,6 \text{ mm}$$

c) Ocena natančnosti interpoliranih kvazigeoidnih višin iz SLO_VRP2019/Koper

Geodetska uprava Republike Slovenije je izvedla kontrolo kakovosti določitve nadmorske višine na podlagi RTK GNSS-višinomerstva in z uporabo SLO_VRP2016/Koper na 1045 reperjih nivelmanske mreže 1. reda, ki so razporejeni po območju Slovenije. Standardni odklon določene nadmorske višine z RTK GNSS-višinomerstvom oziroma natančnost kvazigeoidnih višin $\sigma_{\zeta_{int}}$ znaša 22 milimetrov (GURS, 2020).

Natančnost razlike merjene in interpolirane kvazigeoidne višine, izračunane po enačbi 9, tako znaša:

$$\sigma_{\Delta\zeta_{izm-int}} = 27,6 \text{ mm}$$

d) Test hipotez

V splošnem lahko statistično značilnost razlik ocenjujemo po pravilu, da mora biti razlika večja od 3σ (Bezák et al., 2017; Šegina et al., 2020). V 1D-mrežah pri stopnji značilnosti lahko s stopnjo zaupanja 95 % potrdimo, da razlika merjene in interpolirane kvazigeoidne višine ni statistično značilna pri izbranim pogoju (Savšek, 2017):

$$\Delta\zeta_{izm-int}^i < 1,96 \cdot \sigma_{\Delta\zeta_{izm-int}} = 52,9 \text{ mm} \tag{12}$$

Ali so razlike kvazigeoidnih višin statistično značilne ali ne, smo preverjali z izbranim pogojem (enačba 12). Pri tem pogoju smo postavili ničelno H_0 domnevo in alternativno H_1 domnevo (Savšek, 2013):

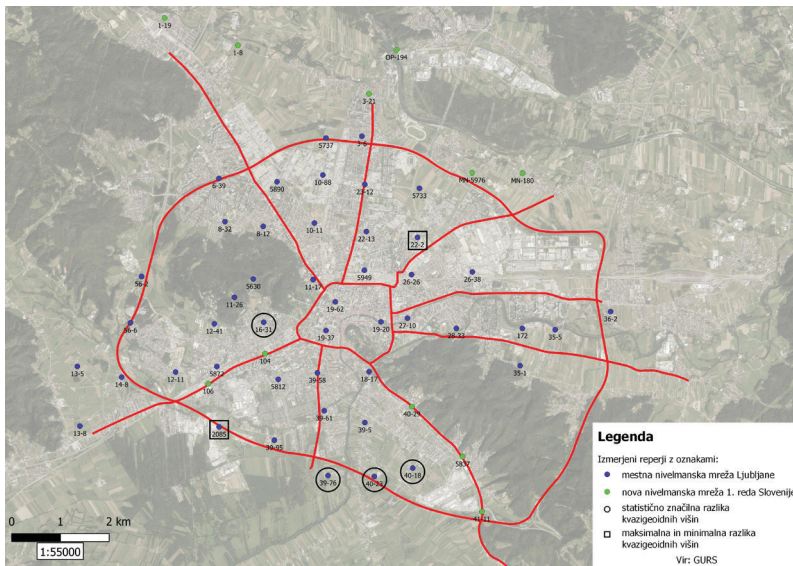
$$H_0: \Delta\zeta_{izm-int}^i < 1,96 \cdot \sigma_{\Delta\zeta_{izm}}$$

$$H_1: \Delta\zeta_{izm-int}^i > 1,96 \cdot \sigma_{\Delta\zeta_{izm}}$$

Če je pogoj ničelne domneve H_0 izpolnjen, domneve ne moremo zavrniti s tveganjem 5 %. Če pa pogoj ničelne domneve H_0 ni izpolnjen, lahko ničelno domnevo zavrnemo in sprejmemo alternativno domnevo H_1 s tveganjem 5 %.

4.3 Rezultati primerjave izmerjenih in interpoliranih kvazigeoidnih višin

V analizo kakovosti določitve nadmorskih višin z RTK GNSS-višinomerstvom smo vključili 57 reperjev (slika 4). V novo nivelmansko mrežo 1. reda Slovenije je bilo vključenih 11 (19,3 %) reperjev, na sliki 4 označenih z zeleno, in 46 (80,7 %) reperjev mestne nivelmanske mreže Ljubljane, ki so na sliki 4 označeni z modro.



Slika 4: Reperji nove nivelmanske mreže 1. reda in mestne nivelmanske mreže, vključeni v analizo kakovosti določitve nadmorskih višin z RTK GNSS-višinomerstvom.

V preglednici 4 prikazujemo izmerjene kvazigeoidne višine, interpolirane kvazigeoidne višine iz višinske referenčne ploskve SLO_VRP2016/Koper ter razliko med njimi za štiri (7 %) reperje mestne nivelmanske mreže, ki je statistično značilna (na sliki 4 označeni s krogcem), saj presegajo kritično vrednost 52,9 milimetra, izračunano po enačbi 12. Ničelne hipoteze pri teh reperjih ne moremo sprejeti in s tveganjem 5 % sprejmemo alternativno hipotezo. S 5-odstotnim tveganjem lahko trdimo, da razlike med izračunanimi in interpoliranimi kvazigeoidnimi višinami ne spadajo v isto populacijo. Na ostalih 53 (93 %) reperjih razlike niso statistično značilne in znašajo od $-0,039$ metra na reperju 2085 do $0,039$ metra na reperju 22/2 (na sliki 4 označena s kvadratom).

V preglednici 5 so zbrani podatki o hitrostih posedanja navedenih reperjev ali reperjev v okolici (Drofenik, 2011). Če upoštevamo hitrost posedanja reperjev, vidimo (preglednica 4), da razlike kvazigeoidnih višin na reperjih 40/23, 16/31 in 40/18 niso statistično značilne. Na reperju 39/76, ki je bil zajet le v eno terminsko izmero in pri katerem smo upoštevali hitrost posedanja sosednjih reperjev, se razlika kvazigeoidnih višin sicer zmanjša, vendar je še vedno statistično značilna. Iz diagrama 3 za navedeni reper

lahko vidimo, da so odstopanja posamezne merjene elipsoidne višine od srednje vrednosti elipsoidne višine majhna, kar pomeni, da je elipsoidna višina določena dobro.

Preglednica 4: Primerjava izmerjenih kvazigeoidnih višin z interpoliranimi kvazigeoidnimi višinami iz višinske referenčne ploskve SLO_VRP2016/Koper.

Reper	Red nivelmanske mreže	ζ_{izm} [m]	ζ_{int} [m]	Razlika [m]	Statistično značilna razlika
39/76	MN LJ	46,087	46,453	-0,366	DA
39/76 ¹	MN LJ	46,306	46,453	-0,147	DA
40/23	MN LJ	46,355	46,446	-0,091	DA
40/23 ¹	MN LJ	46,441	46,446	-0,019	NE
16/31	MN LJ	46,419	46,489	-0,070	DA
16/31 ¹	MN LJ	46,438	46,489	-0,051	NE
40/18	MN LJ	46,386	46,446	-0,061	DA
40/18 ¹	MN LJ	46,451	46,446	0,005	NE

¹ Upoštevana hitrost posedanja reperja iz preglednice 5.

Preglednica 5: Hitrosti posedanj reperjev s statistično značilno razliko kvazigeoidnih višin.

Reper	Povprečna hitrost posedanja [mm/leto]	Termenske izmere
16/31	- 0,4 ²	1963, 1972
39/76	- 8,1 ³	1963, 1993, 2000
40/18	- 7,3	1963, 1972, 1993, 2011
40/23	- 4,6	1993, 1996

² Hitrost posedanja je izračunana za sosednja reperja 16/5 in 5822, saj je bil reper 16/31 izmerjen samo leta 1963.

³ Hitrost posedanja je izračunana za sosednja reperja 39/74 in 39/103, saj je bil reper 39/76 izmerjen samo leta 1963.

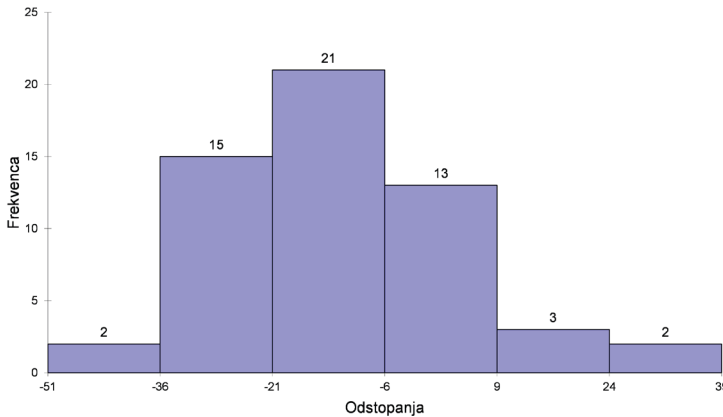
V preglednici 6 so prikazani osnovni statistični kazalci razlik kvazigeoidnih višin za vse reperje, nato brez reperja 39/76, za katerega lahko na podlagi rezultatov ocenimo, da razlika ni posledica slabo določene elipsoidne višine ali nadmorske višine, saj je stabiliziran v objektu na Ljubljanskem barju, ki je nestabilno. V naslednjih stolpcih so prikazani rezultati z upoštevanjem posedanj reperjev s statistično razliko kvazigeoidnih višin in rezultati glede na red nivelmanske mreže.

Preglednica 6: Osnovni statistični kazalci razlik kvazigeoidnih višin.

Statistični kazalci	Vsi reperji [m]	Brez statistično značilnih razlik [m]	Upoštevana hitrost posedanj reperjev ⁴ [m]	Reperji nove nivelmanske mreže 1. reda [m]	Reperji mestne nivelmanske mreže ⁴ [m]
St. odk.	0,051	0,016	0,017	0,007	0,017
Povprečje	-0,021	-0,012	-0,013	-0,024	-0,010
Min.	-0,366	-0,039	-0,051	-0,034	-0,051
Maks.	0,039	0,039	0,039	-0,013	0,039
Razpon	0,405	0,078	0,090	0,047	0,090
Reperji	57	53	56	11	45

⁴ Za reperje iz preglednice 5, na katerih je bila razlika kvazigeoidnih višin statistično značilna (preglednica 4). Izpuščen je reper 39/76, saj je razlika kvazigeoidnih višin kljub upoštevanju hitrosti posedanja na sosednjih reperjih (preglednica 5) še vedno statistično značilna.

Statistični kazalci, zbrani v preglednici 6, so pričakovani, saj dobimo najslabše rezultate (povprečje, razpon, minimalna razlika), če upoštevamo razlike kvazigeoidnih višin na vseh reperjih, in najboljše, če upoštevamo samo kvazigeoidne razlike na reperjih, ki niso statistično značilne. V povprečju je na območju Ljubljane razlika kvazigeoidnih višin od $-0,024$ metra, če upoštevamo razlike kvazigeoidnih višin na reperjih nove nivelmanske mreže 1. reda, do $-0,012$ metra, če izpustimo razlike kvazigeoidnih višin na reperjih, ki so statistično značilne (preglednica 4). Standardni odklon je pričakovano najmanjši, če upoštevamo samo reperi nove nivelmanske mreže 1. reda ($0,007$ metra), saj so bile nadmorske višine določene na podlagi izmer nivelmanskih poligonov v letih od 2006 do 2011. Največji standardni odklon dobimo, če upoštevamo razlike kvazigeoidnih višin na vseh reperjih ($0,051$ metra), saj je vpliv kakovosti nadmorske višine reperjev na izračun merjene kvazigeoidne višine za reperi, ki so stabilizirani v objekte na nestabilnem območju, izredno velik (preglednica 5). Standardna odklona, izračunana brez statistično značilnih razlik ($0,016$ metra) in z upoštevanjem hitrosti posedanja reperjev ($0,017$ metra) in na reperjih mestne nivelmanske mreže ($0,017$ metra), ki so bili zajeti v različne izmere nivelmanskih mrež na območju Ljubljane v letih od 1963 do 2011, so primerljive. Ocene natančnosti določitve kvazigeoidnih višin na območju Ljubljane so nekoliko boljše od ocenjene natančnosti, ki je bila določena za SLO_VRP2016/Koper ($0,022$ m, GURS, 2020).



Histogram 1: Porazdelitve razlik kvazigeoidnih višin.

Na histogramu 1 je prikazana porazdelitev razlik kvazigeoidnih višin na 56 reperjih, ki niso statistično značilne. Razlike so razdeljene v šest razredov: od -51 do 39 milimetrov, širine 15 milimetrov. Povprečna vrednost zanaša $0,013$ metra, standardni odklon $0,017$ metra (preglednica 6) in mediana $0,015$ metra. Na reperjih $16/31$, $40/18$ in $40/23$ je bila upoštevana hitrost posedanja reperjev (preglednici 4 in 5). Reper $39/76$ zaradi prevelikega posedanja ni vključen v analizo. Porazdelitev razlik kvazigeoidnih višin sledijo normalni porazdelitvi.

Preglednica 7: Razporeditev reperjev v razrede.

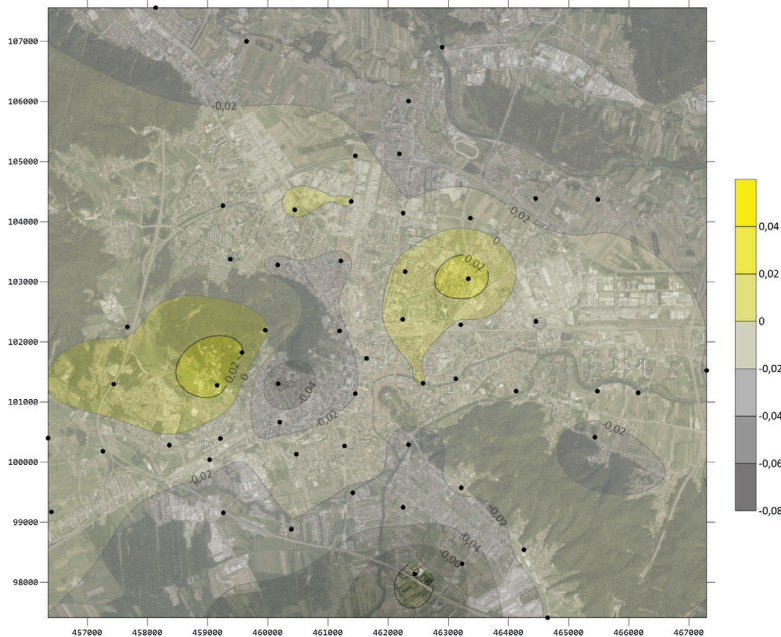
Razred	Število reperjev	Delež
-51 do -36	2	3,6 %
-36 do -21	15	26,8 %
-21 do -6	21	37,5 %
-6 do 9	13	23,2 %
9 do 24	3	5,4 %
24 do 39	2	3,6 %

Iz preglednice 7 vidimo, da je na 49 (87,5 %) reperjih razlika kvazigeoidnih višin v območju od -36 do 9 milimetrov. Dva (3,6 %) reperja sta v območju od -51 do -36 milimetrov in 5 (9,0 %) reperjev v območju od 24 do 39 milimetrov.

4.4 Grafična predstavitev kakovosti določitve nadmorskih višin z RTK GNSS-višinomerstvom na območju Ljubljane

Za lažjo predstavo razlik kvazigeoidnih višin grafično prikazujemo še izololinije razlik med izmerjeno in interpolirano kvazigeoidno višino v metrih, brez upoštevanja kvazigeoidne razlike na reperju 39/76 (slika 5).

Na podlagi naših rezultatov in s slike 5 lahko vidimo, da se na območju mesta Ljubljane izmerjene kvazigeoidne višine dobro ujemajo z interpoliranimi kvazigeoidnimi višinami iz nove višinske referenčne ploskve SLO_VRP2016/Koper. Razlike so pričakovano največje na območju Ljubljanskega barja in so posledica posedanja reperjev. Manjše razlike se pojavijo še na območju Rožnika, ki je najverjetneje posledica večje kvazigeoidne razlike, določene na reperju 16/31. V preostalem delu Ljubljane se razlike gibljejo od 2 do 4 centimetrov.



Slika 5: Izololinije razlik med izmerjeno in interpolirano kvazigeoidno višino v [m].

5 ZAKLJUČEK

V prispevku smo analizirali kakovost določitve nadmorskih višin točk z RTK GNSS-višinomerstvom in uporabo nove višinske referenčne ploskve SLO_VRP2016/Koper na območju Ljubljane. Obravnava območje smo razdelili na celično mrežo velikosti približno 1 x 1 kilometer in na vozliščih izbrali 57 reperjev, na katerih smo določili merjene kvazigeoidne višine na podlagi elipsoidnih višin, izmerjenih z RTK GNSS-višinomerstvom, in nadmorskih višin reperjev v novem državnem višinskem sistemu SVS2010.

Elipsoidne višine so rezultat povprečja treh serij meritev z RTK GNSS-višinomerstvom. Primerjali smo jih z interpoliranimi vrednostmi kvazigeoidnih višin iz nove višinske referenčne ploskve SLO_VRP2016/Koper.

Analiza rezultatov razlik kvazigeoidnih višin je pokazala, da so na obravnavanem območju Ljubljane povprečne razlike kvazigeoidnih višin $-2,1$ centimetra, če upoštevamo razlike na vseh reperjih, oziroma $-1,3$ centimetra, če izpustimo razliko na reperju 39/76, ki je stabiliziran na območju Ljubljanskega barja, in upoštevamo hitrost posedanj na treh reperjih, kjer je bila razlika kvazigeoidnih višin statistično značilna. Pričakovano dobimo najboljši rezultat $-1,2$ centimetra, če upoštevamo razlike kvazigeoidnih višin samo na reperjih, kjer razlike niso statistično značilne. Statistični kazalci jasno kažejo, da na reperjih, ki so stabilizirani v nestabilne objekte, na kakovost določitve merjene kvazigeoidne višine vpliva njihovo posedanje. Maksimalna vrednost razlike kvazigeoidnih višin je $3,9$ centimetra na reperju 22/2, minimalna vrednost pa $-36,6$ centimetra na reperju 39/76 oziroma $-14,7$ centimetra, če upoštevamo posedanja sosednjih reperjev. Če iz analize izpustimo reper 39/76, kjer je kljub upoštevanju hitrosti posedanja na sosednjih reperjih razlika kvazigeoidnih višin še vedno statistično značilna, dobimo minimalno razliko $-5,1$ centimetra na reperju 16/31. Če analiziramo kakovost določitve nadmorskih višin z RTK GNSS-višinomerstvom iz razlik, merjenih in interpoliranih kvazigeoidnih razlik iz višinske referenčne ploskve, je smiselno, da statistično značilne razlike iz analize izpustimo, če razlika ni posledica slabo določene elipsoidne ali nadmorske višine, saj je v tem primeru razlika najverjetneje posledica nestabilnosti repera. Če poznamo tudi hitrost vertikalnega posedanja repera ali reperjev v bližini, je seveda to smiselno upoštevati pri določitvi merjene kvazigeoidne višine.

Glede na opravljeno statistično analizo lahko ocenimo, da nova višinska referenčna ploskev SLO_VRP2016/Koper na območju Ljubljane omogoča kakovostno in zanesljivo določitev nadmorskih višin z GNSS-višinomerstvom. Na podlagi rezultatov raziskave bodo vsakdanji uporabniki GNSS-višinomerstva, ki zelo pogosto uporabljajo RTK-metodo izmere, pridobili okvirno oceno kakovosti določitve nadmorskih višin z GNSS-višinomerstvom in višinske referenčne ploskve SLO_VRP2016/Koper na območju Ljubljane. Opisan postopek kontrole kakovosti določitve nadmorskih višin z GNSS-višinomerstvom je lahko tudi v pomoč vsem izvajalcem geodetskih storitev, ki bi na nekem območju želeli preveriti kakovost določitve nadmorskih višin z GNSS-metodo izmere.

Viri in literatura:

- Bezák, N., Grigillo, D., Urbančič, T., Mikoš, M., Petrovič, D., Rusjan, S. (2017). Geomorphic response detection and quantification in a steep forested torrent. *Geomorphology*, 291, 33–44. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2016.06.034>
- Brglez, R. (2020). Višinska referenčna ploskev (SLO_VRP2016/KOPER) na območju Ljubljane. Magistrska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba B., Brglez): 61 str.
- Dragčević, D., Pavasović, M., Bašič, T. (2016). Accuracy validation of official Croatian geoid solutions over the area of City of Zagreb. *Geofizika*, 33 (2), 183–206. DOI: <https://doi.org/10.15233/gfz.2016.33.9>
- Drofenik, G. (2011). Določitev vertikalnih premikov reperjev na območju Ljubljanskega barja. Diplomski naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo (samozaložba G., Drofenik): 39 str.
- e-Prostor (2019). Državni ortofoto. <https://www.e-prostor.gov.si/zbirke-prostorskih-podatkov/topografski-in-kartografski-podatki/ortofoto>, pridobljeno 10. 7. 2019.
- GURS (2020). Tehnično navodilo za uporabo novega državnega višinskega sistema (Različica 1.0, datum 20. 2. 2020). Geodetska uprava Republike Slovenije.
- Leica Geosystems AG. (2017). Leica GS18. User Manual. Leica Geosystems AG. Switzerland, Heerbrugg. Published in Switzerland: 54. str
- Kiamehr, R., Sjöberg, L. E. (2005). Comparison of the qualities of recent global and local gravimetric geoid models in Iran. *Studia Geophysica et Geodetica*, 49, 289–304. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11200-005-0011-7>
- Koler, B., Stopar, B., Sterle, O., Urbančič, T., Medved, K. (2019). Nov slovenski višinski sistem SVS2010. *Geodetski vestnik*, 63 (1), 27–40. DOI: <https://doi.org/10.15292/geodetski-vestnik.2019.01.27-40>
- Kotsakis, C., Sideris, M. G. (1999). On the adjustment of combined GPS/levelling/

- geoid networks, *Journal of Geodesy*, 73, 412–421. DOI: <https://doi.org/10.1007/s001900050261>
- Kuhar, M., Berk, S., Koler, B., Medved, K., Omang, O., Solheim, D. (2011). Vloga kakovostnega višinskega sistema in geoida za izvedbo GNSS-višinomerstva. *Geodetski vestnik*, 55 (2), 226–234. DOI: <http://dx.doi.org/10.15292/geodetski-vestnik.2011.02.226-234>
- Kwang, B. K., Hong, S. Y., Ha, J. C. (2020). Accuracy Evaluation of Geoid Heights in the National Control Points of South Korea Using High-Degree Geopotential Model. *Applied sciences*, 10 (4), 2–11. DOI: <https://doi.org/10.3390/app10041466>
- Medved, K., Kozmus Trajkovski, K., Berk, S., Stopar, B., Koler, B. (2020). Uvedba novega slovenskega višinskega sistema (SVS2010). *Geodetski vestnik*, 64 (1), 33–42. DOI: <https://doi.org/10.15292/geodetski-vestnik.2020.01.33-42>
- Omrežje SIGNAL – Slovenija-Geodezija-Navigacija-Lokacija. <https://gu-signal.si/>, pridobljeno 10. 11. 2020.
- QGIS (2021). QGIS – A Free and Open Source Geographic Information System. <https://www.qgis.org/en/site/>, pridobljeno 15. 3. 2021.
- PREG (2019). <http://prostor3.gov.si/preg>, pridobljeno 10. 7. 2019.
- Savšek, S. (2013). Pomen testiranja hipotez v deformacijski analizi. *Geodetski vestnik*, 57 (3), 465–478. DOI: <https://doi.org/10.15292/geodetski-vestnik.2013.03.465-478>
- Savšek, S. (2017). Alternativna metoda testiranja premikov v geodetski mreži. *Geodetski vestnik*, 61 (3), 387–411. DOI: <https://doi.org/10.15292/geodetski-vestnik.2017.03.387-411>
- Sterle, O., Koler, B. (2019). Določitev novega višinskega datuma Slovenije. *Geodetski vestnik*, 63 (1), 13–26. DOI: <https://doi.org/10.15292/geodetski-vestnik.2019.01.13-26>
- Šegina, E., Peternel, T., Urbančič, T., Realini, E., Zupan, M., Jež, J., Caldera, S., Gatti, A., Tagliaferro, G., Consoli, A., González, J. R., Auflič, M. J. (2021). Monitoring Surface Displacement of a Deep-Seated Landslide by a Low-Cost and near Real-Time GNSS System. *Remote Sensing*, 12, 3375. DOI: <https://doi.org/10.3390/rs12203375>
- Uredba (2018). Uredba o določitvi parametrov višinskega dela vertikalne sestavine državnega prostorskega koordinatnega sistema. Uradni list Republike Slovenije, št. 80/2018.
- ZDGRS (2014). Zakon o državnem geodetskem referenčnem sistemu. Uradni list Republike Slovenije, št. 25/2014.



Kuhar M., Brglez R., Koler B. (2021). Kakovost določitve nadmorskih višin z GNSS-višinomerstvom na območju Ljubljane. *Geodetski vestnik*, 65 (2), 219–233. DOI: <https://doi.org/10.15292/geodetski-vestnik.2021.02.219-233>

doc. dr. Miran Kuhar, univ. dipl. inž. geod.

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo
Jamova cesta 2, SI-1000 Ljubljana
e-naslov: miran.kuhar@fgg.uni-lj.si

doc. dr. Božo Koler, univ. dipl. inž. geod.

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo
Jamova cesta 2, SI-1000 Ljubljana
e-naslov: bozo.koler@fgg.uni-lj.si

Robert Brglez, mag. inž. geod. geoinf.

Šerčjeva cesta 20, 3320 Velenje
e-naslov: brglez.robert@gmail.com