

# SANIRANJE OBSTOJEČIH TOPOGRAFSKIH IN KATASTRSKIH IZMER

Marjan Jenko

Ljubljana

Prispelo za objavo: 12.2.1993

## Izvleček

Po definiranju pojma sanacije geodetskih izmer in kratkem uvodu v probleme saniranja so opisane izkušnje raziskav saniranja konkretnih testnih območij v Sloveniji, izmerjenih med leti 1958 in 1969. Matematično orodje so linearne transformacije. Identične točke so vezane na nove precizne mreže iz leta 1989. Razvit je prototip programa za transformiranje območja, razdeljenega na trikotna polja ob stalnem nadzoru deformacij preslikave.

**Ključne besede:** geodetske mreže, topografske izmere, sanacija, linearne transformacije, testno območje, transformacijsko polje, programsko orodje, postopki, Slovenija.

## Abstract

After defining the term of surveying measurement remodeling and a short introduction of remodeling problems, the author describes remodeling research experience of concrete test areas in Slovenia, measured between 1958 in 1969. The mathematical tool are linear transformations. Identical points are bound to new precise nets from 1989. Developed is a prototype of a programme for transformation of an area, divided into triangular fields under permanent mapping deformation control.

**Keywords:** linear transformations, procedures, remodeling, Slovenia, software tool, surveying networks, test area, topographic measurement, transformation field

Termin „sanirati“ s svojimi izpeljankami dobiva v geodetski stroki povsem določen pomen. Ko govorimo o saniranju ali sanacijah geodetskih izmer, imamo v mislih predelavo obstoječih temeljnih mrež, izmeritvenih mrež in detajlnih izmer, da bi povečali njihovo natančnost na raven, ki bolje ustreza sodobnemu stanju tehnike v geodeziji in povečanim zahtevam po kakovosti. Saniranje se opira na staro stanje geodetskih in detajlnih točk, ki mora biti zato dovolj ohranjeno. Uničenih točk, mrež in izmer ne saniramo, temveč le obnavljamo. Sanacije so terenske ali pisarniške. V prvem primeru izčrpno spoznavamo današnje terensko stanje, popravljamo in obnavljamo stabilizacijo točk, kjer je to potrebno, ter skrbno projektiramo in izvajamo nove meritve, ki naj bi pri sanacijski računski obdelavi zagotovile bistveno izboljšano geometrično kakovost. Stari originalni merski podatki so uporabni, izločiti

pa je treba manj kvalitetne, oziroma ugotoviti šibke točke originalnih merskih in računskih postopkov, kar zahteva določene analize. Sploh je ves postopek saniranja strokovno zahteven.

**T**erenske sanacije so praktično izvedljive na področju temeljnih in morebiti izmeritvenih mrež, ne pa samih detajlnih izmer (razen v malo verjetnem primeru, da bi se dale identificirati vse slabo posnete točke oziroma skupine točk); pri tem imamo v mislih tudi fotogrametrične izmere, t.j. snemanje in izvrednotenje do modelnih koordinat. Po terenski sanaciji je relativna natančnost znotraj neke izmere bistveno izboljšana. Absolutne položajne natančnosti v prostoru danes še ne moremo zahtevati; izjema bodo le višinske temeljne mreže, navezane na novi NVN (niveلمان velike natančnosti). V situacijskem pogledu se zadovoljujemo z naslonitvijo na obstoječe trigonometrične mreže višjih redov. Tudi deli teh mrež so že bili predmet sanacije, vendar je mreža I. reda doslej ostala za operativo nespremenjena.

**P**isarniške sanacije so seveda cenejše od terenskih, praviloma pa manj učinkovite in na področju geodetskih mrež včasih tudi neuspešne. V poštev pridejo zlasti za detajlne izmere. Pri takih sanacijah se staro opazovalno gradivo prevzame, po možnosti prečisti in nato obdela po optimalnih računskih metodah. Bistveno je, da sloni račun na kvalitetnih točkah, torej na saniranih ali preizkušenih starih točkah oziroma na iz njih določenih novih točkah. Tako se mreža oziroma kompleks, ki je predmet pisarniške sanacije, predvsem sanira kot celota (se „postavi na pravo mesto“ v okviru dane mreže), medtem ko je izboljšanje notranje natančnosti manj izrazito.

**V**sanacijski problematiki izmeritvenih mrež in detajlnih izmer se na še en način izkaže vloga navezovalnih mrež, v katerih je večina točk terensko novih, ostale točke pa so sanirane obstoječe temeljne točke nižjih redov. Iz vsake nove navezovalne točke lahko na splošno določimo sanirane koordinate najbližje stare poligonske, linijske, oslonilne, fotogrametrične ali celo detajlne točke; tako se navezovalna točka v bistvu vključi v obstoječo izmero in na svojem območju omogoči globalno povečanje njene položajne natančnosti. Sanacije detajlnih izmer si torej skoraj ne moremo predstavljati brez navezovalne mreže – posrednika med višjo triangulacijo in izmeritvenimi mrežami – in brez povezovalnih meritev med njo in starimi izmerami. Na mestnih območjih, kot sta ljubljansko in mariborsko, imajo analogno vlogo mestne poligonometrične mreže. Tudi tako zamišljene sanacije detajlnih izmer uvrščamo med pisarniške in ne med terenske. Terenski del posla namreč ne posega v stare meritve; potreben je zaradi obstoja nove gostejše mreže temeljnih točk. Poleg tega je enostaven in skromen po obsegu.

**I**z do sedaj povedanega je za pozornega bralca že razvidno, da v tem članku ne gre za celotno kompleksno nalogo prevedbe obstoječih načrtov (od katastrskih map naprej) na računalniške medije in njihovo nadaljnjo metrično obdelavo s ciljem, da se vse pomembne dosedanje izmere uokvirijo v državni koordinatni sistem. Tu se omejujemo na probleme saniranja klasičnih numeričnih izmer in fotogrametričnih izmer z registracijo modelnih koordinat, zlasti tistih izmer, ki so dovolj kvalitetne in še niso zastarele. Pogoj pa je, da so ohranjeni vsi numerični podatki izmere in njenega vzdrževanja. Grafični izdelki, kot so detajlne skice in listi načrtov, so pri saniranju sicer pomembna opora, vendar načrti sami niso neposredni predmet sanacije. Idealno je, če so bile detajlnim točkam izračunane koordinate v državnem sistemu. Zlasti med

fotogrametričnimi izmerami od leta 1968 naprej imamo več takih primerov; in vsaj ponekod je tudi vzdrževanje izmere potekalo čisto numerično.

Raziskovalni inštitut Geodetskega zavoda R Slovenije je v letih 1989-1991 obdelal to problematiko v raziskovalni nalogi „Sanacija obstoječih topografsko-katastrskih načrtov v navezovalni in sanirani trigonometrični mreži”. O tem delu bomo na kratko poročali v naslednjih odstavkih. Kot testna območja so bili na razpolago nekateri tereni med Radovljico in Jesenicami, ki so bili predmet solidnih detajlnih izmer v merilu 1:1 000 v razdobju 1958-1969 in kjer se je v letih 1989-1990 ustvarjala navezovalna mreža. Za potrebe naloge je terenski izvajalec mreže navezovalnih točk odkril in na to mrežo navezal kar precej točk starih izmeritvenih mrež. Tako sta nastali dve testni območji: prvo na terasi med Javorniškim jezerom (Savo) in Radovno („Blejska Dobrava”), drugo pa obsega trikotnik Breg – Moste – Breznica. To območje z delovnim imenom „Žirovnica” je bilo še posebej zanimivo, ker je tamkajšnja fotogrametrična topografsko-katastrska izmera iz leta 1969 prekrila dve predhodni delni tehnični izmeri iz let 1958 in 1965, opravljene klasično na osnovi normalno razvite poligonske mreže.

Čeprav je bilo precej jasno, da imajo praktično prednost in prihodnost sanacijske metode, ki slonijo na transformaciji koordinat, smo obdelali tudi metodo ponovnega računanja izmeritvene mreže in detajlnih točk. Metodo tu le omenjamo s poudarkom, da omogoča optimalno sanacijo kakovostno opravljenih starih izmer. V primerjavi s transformacijskimi metodami je bolj zamudna. Pri njej je bistveno določevanje „metra” stare izmere, t.j. ugotavljanje sistematskih pogreškov pri merjenju dolžin, ki ga omogoča dejstvo, da se celotna izmera ponovno računa iz položajno zelo natančne mreže točk z znanim modulom merila.

Transformacijska metoda sanacije predpostavlja, da so v obstoječi izmeri razpoložljive koordinate vseh točk v enotnem pravokotnem koordinatnem sistemu (ki ni nujno državni). To pomeni, da je treba v klasičnih polarnih in ortogonalnih izmerah predhodno za to poskrbeti ali pa pristati na digitalizacijo načrtov, kar bi seveda občutno zmanjšalo kvaliteto sanacije. Pri eksperimentiranju s transformacijsko metodo smo se sprva ukvarjali s problemom, kako obravnavati in minimizirati koordinatna odstopanja, ki jih izkazujejo točke, na katere se naslanja transformacija.

Za izvedbo neke transformacije, v kateri matematični odnosi med sistemoma vhodnega in izhodnega polja točk niso vnaprej podani, je treba poznati položaj določenega števila točk tako v vhodnem sistemu ( $y'$ ,  $x'$ ) kot v izhodnem ( $y$ ,  $x$ ). Takim točkam pravimo „identične točke”. Vse te točke (lahko pa tudi ne vseh) uporabimo za izračun parametrov ravninskih transformacijskih enačb

$$y = f_y(y', x')$$

$$x = f_x(y', x').$$

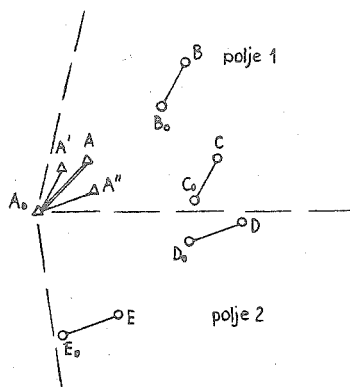
Uporabljene točke imenujemo „oslonilne”.

Število znanih koordinat v obeh sistemih, to je dvakratnik števila oslonilnih točk, smora biti enako ali večje od števila neznanih parametrov, t.j. koeficientov in stalnih členov zgornjih dveh enačb. Tako sta za Helmertovo transformacijo, ki ima v enačbah dva koeficienta in dva stalna člena, neobhodno potrebni dve oslonilni točki,

medtem ko so za afino, to je splošno linearno transformacijo, ki ima štiri koeficiente in dva stalna člena, neobhodno potrebne tri oslonilne točke. Neznani parametri se v teh primerih enolično izračunajo z razrešitvijo sistema linearnih enačb zgornjega tipa, v katerih koordinate  $y'$ ,  $x'$ ,  $y$  in  $x$  nastopajo kot znane količine. Kadar pa uporabimo več oslonilnih točk kot je neobhodno potrebnih – tri ali več pri Helmertovi, štiri ali več pri afini transformaciji – nastopijo posebne transformacijske izravnave, ki poleg najboljših vrednosti iskanih parametrov dajejo tudi koordinatne popravke oslonilnih točk in razne ocene natančnosti.

Operativne transformacijske obdelave naših testnih območij so pokazale, da afina transformacija v splošnem ne daje manjših odstopanj  $v_y$ ,  $v_x$  kot Helmertova. To seveda ni splošno veljaven zaključek! Ugodno je učinkoval enakomeren raspored oslonilnih točk po transformacijskem polju, ki je zagotavljal uravnoteženost izravnave. Pri analizi koordinatnih odstopanj oslonilnih točk kakor tudi tistih točk, ki so bile vključene zaradi svojega mejnega položaja v dve sosednji transformaciji, so se najbolj obnesle izravnave z omejenim številom oslonilnih točk, npr. z dvema v vsakem vogalu polja in z eno v sredini. Kadar je bila v vogalu na razpolago le ena oslonilna točka, je dobila utež 2 ( uvedli smo jo dvakrat!). Polja so bila približno trikotne ali štirikotne oblike s povprečnimi dolžinami stranic od 1,1 do 1,45 km.

Kljub tem koristnim spoznanjem pa nismo mogli biti zadovoljni (glede na merilo kizmere 1:1 000) s položajnimi odstopanji  $r = \sqrt{v_y^2 + v_x^2}$ , kadar so se začela bližati vrednosti 10 cm ali jo celo presegala; žal je ta pojav prevladoval. Učinke položajnih odstopanj oslonilnih točk glede na bližnje detajlne točke in položajnih nesoglasij med transformiranimi točkami ob meji dveh polj si oglejmo na Sliki 1.



Slika 1

Polji 1 in 2 naj imata skupno oslonilno točko A. Po terenski sanaciji se je prvotni položaj  $A_0$  pomaknil v A; velikost in smer pomika v tem razmišljanju nista pomembni (pomiki so v sliki prikazani v merilu 1:20, situacija točk pa v merilu 1:500). Po transformaciji polja 1 se točka  $A_0$  in vse točke tega polja v njeni bližnji okolici ( $B_0$ ,  $C_0$ ) pomaknejo praktično enako v nov (računsko saniran) položaj. Vendar tako dobljeni A' ne sovпада s saniranim A; med njima sta prav koordinatni razliki  $v_y$  in  $v_x$ . Zato se dolžina in smerni kot daljic  $A_0-A$  in  $B_0-B$  ne ujemata (s to bi se ujemal vektor

$A_0-A'$ ), torej je med A in B nastalo položajno nesoglasje. Podobno razmišljanje velja za točko C (z večanjem razdalje od A se seveda pomiki transformiranih točk postopoma spreminjajo tako po iznosu kot po smeri).

Po transformaciji polja 2 se točka  $A_0$  in bližnje točke ( $D_0, E_0$ ) pomaknejo približno vzporedno v nove položaje ( $A', D, E$ ). Točka  $A'$  na splošno ne sovпада niti s sanirano A niti z  $A'$  iz prve transformacije. Položajni odnosi med vsemi 5 točkami, razen med B in C ter med D in E, so popačeni; zlasti je to boleče med C in D, ker sta si blizu. Vzdolž meje med poljema 1 in 2 je torej „razpoka“, ki je lahko pozitivna (zija kot v sliki) ali negativna (prekrivanje!) in se proti naslednji oslonilni točki lahko širi ali zožuje, kar je odvisno še od vrednosti  $v_y$  in  $v_x$ , ki jih dobiva ta točka v transformacijah polj 1 in 2.

Če želimo končati ta neprijetna nesoglasja, moramo najprej poiskati take vrste transformacij, ki oslonilnim točkam ne dajejo nobenih koordinatnih popravkov. Med bolj znanimi transformacijami zadoščajo tej zahtevi:

- afina transformacija s 3 oslonilnimi točkami – za trikotna polja
- projektivna transformacija s 4 oslonilnimi točkami – za štirikotna polja
- transformacije druge stopnje s 5 in več oslonilnimi točkami – za polja z nepredpisanim razporedom teh točk.

Zgornja zahteva pa očitno še ni dovolj, ker je treba doseči, da se točke, ležeče na mejah transformacijskih polj, transformirajo enako, ne glede na to, ali jih računamo v enem ali v drugem polju. To zahtevo izpolnjuje le afina transformacija, ostale zgoraj omenjene pa ne. Torej naletimo že pri zelo praktičnih štirikotnih poljih na potrebo po iskanju novih, bolj kompliciranih transformacij. V okviru naše raziskave smo se zadovoljili z afino transformacijo. Njeni enačbi se glasita:

$$y = Sy' + Rx' + C_y$$

$$x = Qy' + Px' + C_x$$

V značilnih primerih naših sanacij, ko med vhodnim in izhodnim koordinatnim sistemom obstaja le minimalna sprememba položaja, oblike in orientacije, radi uporabljamo preoblikovani enačbi:

$$y = y' + (S-1)(y'-y_0') + R(x'-x_0') + (y_0-y_0')$$

$$x = x' + Q(y'-y_0') + (P-1)(x'-x_0') + (x_0-x_0'),$$

ki sta posebej primerni za računanje s kalkulatorji. V njih nastopajo koordinatne razlike, računane od izbrane, že transformirane točke ( $y_0, x_0$ ); to je lahko ena od oslonilnih točk. Stalna člena  $y_0-y_0' = c_y$  in  $x_0-x_0' = c_x$  sta decimetrskega reda, prav tako produkti koordinatnih razlik s števili P-1, Q, R in S-1; ta so tako majhna, da jih izražamo v milijoninkah ( $10^{-6}$ ).

Iz koeficientov P in S, ki sta 1, ter Q in R, ki sta blizu 0, se dokaj preprosto računajo značilne količine afine preslikave:

- srednje merilo (razmerje merila izhodnega proti merilu vhodnega polja):

$$m = \frac{P + S}{2}$$

- srednja linearna deformacija

$$\epsilon_{sr} = m - 1$$

- srednji rotacijski kot

$$\Omega = \frac{R - Q}{2} \quad \text{v radianih}$$

- afina deformacija (mera nekonformnosti)

$$\Sigma = \sqrt{(P - S)^2 + (Q + R)^2}$$

( $\Sigma$  je enak 0 le v primeru konformnosti, ko velja  $P = S$  in  $Q = -R$ )

- ekstremni linearni deformaciji

$$\epsilon_{1,2} = \epsilon_{sr} \pm \frac{\Sigma}{2}$$

- smeri ekstremnih linearnih deformacij

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \arctg \left( \frac{P - R}{Q + R} \right), \quad \theta_2 = \theta_1 \pm 90^\circ$$

- ekstremni kotni deformaciji

$$\sigma_{1,2} = \pm \Sigma \quad \text{v radianih}$$

(najbolj se deformira pravi kot, čigar simetrala leži v smeri  $\theta_2$  ali  $\theta_1$ )

- linearna deformacija v smeri  $\nu$

$$\epsilon_\nu = \epsilon_{sr} + \left( \frac{\Sigma}{2} \right) \cos 2(\nu - \theta_1)$$

**P**oudariti je treba, da so zgoraj naštetе karakteristike afinih preslikav pomembno in pravzaprav edino merilo za presojo, ali transformacijski parametri, ki smo jih izračunali za trikotna polja, zagotavljajo sprejemljive transformacije ali ne. Analiza je obvezna, saj se račun parametrov izide tudi, če je v podatkih groba napaka; noben podatek namreč ni nadštevilen.

**O**pišimo na kratko, kako naj bi načelno potekal postopek saniranja po metodi transformacij trikotnih polj. Na preglednem načrtu območja izmere se najprej projektira čim bolj pravilna mreža s stranicami od 0,7 do 1,5 km. Pri tem se uporabljajo vse obstoječe sanirane trigonometrične točke in nove navezovalne točke. Trikotniki ne smejo biti ozki; razmerje najdaljše stranice in pripadajoče višine naj ne presega vrednosti 2:1. Ozki pasovi stare izmere lahko tudi presegajo obod trikotniške mreže. Nato se na terenu izmerijo povezave med novimi temeljnimi točkami (to so navezovalne točke in obnovljene trigonometrične točke) in bližnjimi točkami stare izmere; prednost imajo poligonske točke in oslonilne točke fotogrametrične izmere. Projektirano oglišče naše trikotniške mreže se lahko prenese na priključeno staro točko, če s tem mreža pridobi geometrično pravilnost. Po opravljenih priključnih koordinatnih računanjih se sestavi datoteka koordinat identičnih saniranih točk.

**S**ledi transformacijski postopek. Zanj smo osnovali računalniški program STRIKTRAN, ki lahko postane zametek bodočega računskega orodja za hiter, zanesljiv in od uporabnika sproti nadzorovan postopek saniranja obstoječih izmer. Najprej se računajo transformacijski parametri in značilne količine afine preslikave za vsa ali vsaj za veliko skupino trikotnih polj. V obstoječi verziji programa so prikazane v posameznem polju vrednosti  $\epsilon_{sr}$ ,  $\Sigma/2$ ,  $\theta_1$ , vrednosti  $e$  za smeri vseh stranic in pravokotnic nanje. Od drugega trikotnika naprej se tudi računata povprečni  $\epsilon_{sr}$  ( $\epsilon_{povpr}$ ) in odstopanje  $v_e = \epsilon_{sr} - \epsilon_{povpr}$  za tekoči trikotnik. Vse te količine (razen  $\theta_1$ ) so

izražene v milijoninkah. Uporabnik mora presoditi, ali so sprejemljive; pri tem naj bi  $80 \cdot 10^{-6}$  znašala orientacijska dopustna vrednost za  $v_e$  in  $\Sigma/2$ , medtem ko pri ostalih napetostih ni toliko pomemben iznos v polju, temveč razlika iznosov glede na sosednja polja. Pri sumljivo velikih vrednostih zgoraj omenjenih količin je treba raziskati, ali gre za grobo napako ali ne. Včasih pomaga že lokalna reforma trikotniške mreže. Uporabnik v naslednji fazi definira širino robnih pasov na tistih mestih, kjer območje izmere presega obod mreže. V robnem pasu bodo veljali transformacijski parametri trikotnika, ki mu pas pripada. Končna faza obdelave v programu TRIKTRAN je transformacija. Poteka avtomatično po trikotnikih in robnih pasovih. Vsaka točka vhodne datoteke se transformira le enkrat.

Sanacijo po zgoraj opisani metodi smo pripravili in izvedli za območje „Žirovnica“. Trikotniška mreža je obsegala 4 polja s 6 oslonilnimi točkami. Kot vzorec iz množice točk tamkajšnjih izmer smo vzeli okrog sto starih poligonskih, oslonilnih in fotogrametrično določenih točk. Iste točke so bile predmet tudi ostalih v tem članku omenjenih sanacijskih postopkov, zato smo mogli primerjati vse rezultate. Iz analize je sledilo, da je metoda afinih transformacij trikotnih polj dovolj kvalitetna, torej uporabna.

Vsekakor mora predlagana sanacijska metoda prestati še nekaj praktičnih preizkusov, preden bi se začela uporabljati. V tej že napol operativni fazi bi se lahko:

- obdelali še kakšni problemi, ki bi se pokazali v praksi, zlasti v zvezi s kvaliteto obstoječih koordinatnih podatkov
- izpopolnila bi se programska oprema in se uskladila z obstoječim operativnim geodetskim softverom
- ustalile bi se tehnične norme, zlasti velikosti dopustnih razlik v lastnostih afinih preslikav – tako sosednjih polj kot v sklopu celotnega območja, zajetega z obdelavo.

Vira:

Wolf, H., 1968, *Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate*, F. Dümmlers Verlag, Bonn.

Jenko, M., 1991, *Sanacija obstoječih topografsko-katastrskih izmer v novi navezovalni in sanirani trigonometrični mreži, raziskovalna naloga*, Geodetski zavod R Slovenije, Ljubljana, tipkopis v nekaj izvodih, str. 23.

Recenzija: Andrej Bilc  
mag. Edvard Mivšek