

## Inherentnost geometrije v konceptu prostora kot samostojne entitete

ZORAN PRIMORAC

### POVZETEK

*Ta članek je poskus, da bi določili vprašanje uporabe geometrije oziroma vprašanje izbire geometrijskega sistema, ki je inherenten prostoru, v odvisnosti od sprejetega koncepta prostora. Če sprejmemo koncept prostora kot samostojno entiteto, je nemogoče, da bi eksperimentalno oziroma na podlagi materialnih dejstev določili inherentno geometrijo. Ena možnost je, da geometrijo prostora določimo z definicijo, druga pa, da inherentno geometrijo ne definiramo. V tem primeru nam uporabna geometrija ne odgovori na vprašanje, katera geometrija je "resnična", ampak kateri geometrijski sistem je ustrežnejši za opisovanje. Drugi koncepti prostora, ki jih v tem članku nismo mogli obravnavati, bi imeli do navedene problematike drugačen odnos.*

### ZUSAMMENFASSUNG

#### INHÄRENZ DER GEOMETRIE IM BEGRIFF DES RAUMES ALS UNABHÄNGIGES ENTITÄT

*Dieser Artikel ist ein Versuch die Frage der Sachlage der praktischen Geometrie zu bezeichnen, beziehungsweise die Frage der Auswahl des geometrischen Systems, welches im Raum inhärent ist in Abhängigkeit von der annehmbarer Konzeption des Raumes. Die Annahme der Konzeption des Raumes, als unabhängiges Entität ist mit materiellen Tatsachen, das heißt, die inhärente Geometrie experimentell zu bestimmen, ausgeschlossen.*

*Eine der Möglichkeiten ist die Geometrie des Raumes mit einer Definition zu bestimmen, die andere Möglichkeiten ist die Geometrie des Raumes mit einer Definition zu bestimmen, die andere Möglichkeiten ist die inhärente Geometrie überhaupt nicht zu definieren und in diesem Fall gibt die praktischen Geometrie keine Antwort auf die Frage, weche Geometrie "wahrhaftig" ist, sonder welches geometrisches System deskriptive ist.*

*Die andere Konzeptionen des Raumes, die in diesem Artikel nicht betrachtet wurden, werden einen anderen Verhältnis zur erwahnten Problematik haben.*

## 1. Uvod - zastavitev problema

Že Evklid je formuliral geometrijo kot aksiomski sistem. V strukturi evklidske geometrije je prisoten peti izrek.<sup>1</sup> Njegova "nejasnost" in "nerodnost", glede na prejšnje štiri izreke, je napeljevala mnoge mislece, da so skozi stoletja iskali način za njegovo odstranitev ali so, v najboljšem primeru, hoteli pokazati, da izrek ni neodvisen od ostalih, kar pomeni, da se lahko dokaže kot teorema. Ti poskusi niso bili uspešni. Tako so lahko prišli samo do rezultatov, ki so kazali, da obstajajo alternativni principi, med katerimi bi vsak lahko imel logično funkcijo, ki jo je imel tudi peti izrek.<sup>2</sup>

Razlago za takšen izid so našli v 19. stoletju. Ruski matematik Nikolaj I. Lobačevski s kazanske univerze je bil prvi, ki se je odločil, da bo objavil odkritje neevklidske geometrije. Z zamenjavo Evklidovega petega izreka (po njem lahko skozi točko, ki ne leži na dani premici, potegnemo neskončno število premic, ki ne sekajo te premice) je dobljen nov geometrijski sistem. Tudi nemški matematik B. Riemann je izdelal neevklidsko geometrijo, v kateri vzporednice sploh ne obstajajo. Tako sta se poleg geometrije evklidskega tipa pojavili še dve geometriji in s tem je bila evklidska geometrija odstranjena s prestola apodiktčne gotovosti.

Pomembno je dejstvo, da vsebujejo vse alternativne geometrije, če jih opazujemo kot aksiomske sisteme, notranjo konsistenco. Z ustrežno korespondenco med geometrijami lahko izvedemo prevajanje matematičnih sistemov tako, da protislovnost enega geometrijskega sistema potegne za seboj protislovnost drugega in obratno.<sup>3</sup> Dani sistemi izražajo iste stvari na različne načine.

Ta opis geometrijskih sistemov se nanaša na matematično konsistentnost, njihova "resničnost" pa je postavljena na isto raven. Takšen pristop poudarja aksiomsko dimenzijo geometrije. Poleg njega pa obstajajo tudi drugi pristopi, kot sta na primer metoda diferencialnih invariant, metoda projektivne definicije naraščanja itd.

S pojavom različnih geometrijskih sistemov se je izostrila razlika med aksiomskim in uporabnim delom geometrije, kar je pripeljalo do ločevanja geometrije na "aksiomsko" in "uporabno".<sup>4</sup> Ena od sprejetih definicij uporabne geometrije je, da je leta veda o strukturi fizičnega prostora. Ne glede na to, ali je ta definicija popolna, kaže na tesno vzajemno vez med pojmom uporabe in pojmom prostora.

Pri ilustraciji povezanosti pojmov prostora in geometrije si lahko pomagamo s stališči I. Kanta, ki geometriji dajejo status posebne vede, ki določa lastnosti prostora.<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Evklidov peti izrek pravi: "Če ena premica seka dve premici tako, da je vsota dveh notranjih kotov na eni strani manjša od dveh pravih kotov, potem se ti dve premici, če jih dovolj podaljšamo, sekata na isti strani premice, na kateri so ti koti."

<sup>2</sup> Takšen je na primer princip o tem, da se lahko skozi točko, ki ne leži na dani premici, potegne vzporedna premica, ali princip, da je vsota kotov v trikotniku enaka dvema pravima kotoma.

<sup>3</sup> Kot ilustracijo lahko navedemo Poincaréjev citat: "Na primer teoremo Lobačevskega 'Vsota kotov nekega trikotnika je manjša od dveh pravih kotov' prevajamo: 'Če so strani krivočrtnega trikotnika krožni loki, ki bi podaljšani navpično sekali fundamentalno ravnino, bo vsota kotov tega krivočrtnega trikotnika manjša od dveh pravih kotov.' Ne glede na to, kako daleč bi šli na ta način s posledicami hipotez Lobačevskega, nas te ne bi pripeljale do protislovnosti... Sicer pa ta interpretacija ni edina in lahko bi konstruirali več besedišč, analognih predhodnemu, ki bi nam dopuščala, da s preprostim prevodom transformiramo teoreme Lobačevskega v teoreme navadne geometrije" (Poincaré H., Znanost i hipoteza, Zagreb, 1989, str.41).

<sup>4</sup> F. Nagel slikovito opisuje to ločevanje: "Najpomembnejše je razlikovanje geometrije kot discipline, katere edini cilj je odkriti tisto, kar aksiomi ali postulati logično povlečejo za seboj, in geometrije kot panoge, ki skuša postaviti materialne resnične trditve o posebnih empiričnih dejstvih." (F. Nagel, Struktura nauke, Beograd: Nolit, 1974, str. 194)

<sup>5</sup> On pravi: "Geometrija je znanost, ki sintetično določa lastnosti prostora, pa vendar a priori ... Vendar se mora ta opazka (misli se na prostor, op.a.) nahajati v nas a priori, tj. pred vsakim opažanjem, ne

Prostor in čas sta zanj čisti formi, in sicer prostor kot forma za zunanje čutilo in čas kot forma za notranje čutilo. Kantovo dokazovanje in razlaga, da je prostor forma a priori, temelji na metafizičnih in transcendentnih argumentih. Prav transcendentni argumenti o prostoru izvirajo iz geometrije. Lahko bi jih poimenovali tudi epistemološki argumenti, ker so vzeti neposredno iz možnosti čiste matematike. V času, ko je Kant ustvarjal svojo idejo o prostoru, neevklidski geometrijski sistemi še niso obstajali, tako da je samo evklidska geometrija določala lastnosti prostora. Apodiktično jasnost evklidske geometrije je postavil pod vprašaj poznejši razvoj geometrije.

Če sprejmemo definicijo uporabne geometrije kot znanosti o strukturi prostora, v transcendentnem ali empiričnem pomenu, potem se nam nujno vsiljuje vprašanje izbire ene od alternativnih geometrij kot inherentne prostoru. Iz tega sledi, da k izrazu inherentnost razumemo, da je eden od geometrijskih sistemov pri opisu fizičnega prostora "resničen". Pravzaprav se lahko zastavi vprašanje: ali sploh obstaja inherentna geometrija, in če obstaja, ali se lahko opredeli?

Preden preidemo na problematiko izbire inherentne geometrije, moramo podati nekatera izhodišča, ki se nanašajo na pojem prostora.

V zahodni filozofski tradiciji se lahko z analizo koncepta prostora označita dva karakteristična koncepta prostora,<sup>6</sup> in sicer pojmovanje prostora kot samostojne entitete in pojmovanje prostora kot imanentne lastnosti (telesa, polja itd.). Kljub temu da imata ta koncepta svojo zgodovinsko genezo, to ni relevantno za nadaljnjo analizo. Zadostuje že dejstvo, da sta prisotna v dožemanju prostora kot objektivni realiteti.<sup>7</sup> Lahko rečemo, da se ustrezni koncepti pojavljajo paradigmatično, se pravi, da je pri obravnavi fizične realnosti vedno prisoten eden od konceptov prostora, zavedno ali tudi ne.

Takšni koncepti prostora imajo ustrezen odnos do uporabne geometrije. Ker obstajajo različni koncepti, lahko pričakujemo, da je problem uporabnosti geometrije oziroma njene inherentnosti odvisen od samega izbora določenega koncepta. Da bi rešili problem inherentnosti geometrije, moramo poiskati razmerje med uporabno geometrijo kot znanostjo o strukturi prostora in ustreznim konceptom prostora.

V tej obravnavi bomo skušali analizirati razmerje med inherentnostjo ustrezne geometrije in konceptom prostora kot samostojne entitete.

## 2. Sama geometrija prostora

Za ilustracijo vloge geometrije v takšnem konceptu lahko uporabimo stališča Isaca Newtona, ki je tipičen predstavnik zagovornikov koncepta prostora kot samostojne entitete.<sup>8</sup> S sprejetjem neoplatonistične ideje je Newton predvidel existenco absolutnega

empirično. Vsa geometrijska stališča so apodiktična, tj. združena z zavestjo o njihovi nujnosti, na primer stališče: prostor ima samo tri dimenzije; seveda takšna stališča ne morejo biti empirične presoje, niti se iz njih ne morejo izpeljati" (Kant, I., *Kritika čistog uma*, Beograd: Kultura, 1970, str. 66).

<sup>6</sup> Glej na primer Z. Primorac, "Dihotomične koncepcije prostora u Zapadnoj filozofskoj tradiciji, *Filozofska istraživanja*, 10/3, Zagreb, 1990, str. 821-849.

<sup>7</sup> S pojmom "objektivna realiteta" razumemo, da se dani koncepti nanašajo na predvidevanje, da fizični prostor eksistira neodvisno od subjektivnega odnosa do njega. Seveda pa obstajajo v zahodni filozofski tradiciji tudi drugačna stališča, vendar je prejšnje stališče za nas relevantno pri analizi inherentne geometrije.

<sup>8</sup> Geometrija je pomenila znanost o strukturi prostora že v Newtonovem času. V osemnajstem stoletju je takšno pojmovanje razvil Euler, ki je trdil: "Prostor je pravi predmet preučevanja geometrije, ki raziskuje telesa, če so ta razprostrta, neodvisno od neprebojnosti in inercije, torej je predmet geometrije pojem, ki je dosti bolj splošen kot pojem telesa, saj ne zajema samo teles, ampak tudi vse stvari, ki so samo prostorske, brez neprebojnosti, če takšne obstajajo. Od tod sledi, da morajo vse lastnosti, ki se v geometriji deducirajo iz pojma prostorsosti, obstajati v telesih, če so ta prostorska" (*Ibid.*, p. 192).

prostora. Absolutni prostor ostane po svoji naravi vedno isti in negibljev tudi brez kakršnegakoli odnosa do nečesa zunanjega. Kljub spreminjanju teles se prostor ne spremeni. Glede na to, da prostor vsebuje telesa, hkrati pa je večin in neskončen, vsebuje več popolnosti kot telesa. V končni instanci je prostor pravzaprav ena od božanskih lastnosti in predstavlja sensorium Boga.

Poleg filozofsko - teoloških motivov je Newtonu kot empiriku ustrezal takšen koncept prostora, oziroma obstoj okvirja, ki omogoča opis gibanja.<sup>9</sup> Prostor omogoča tudi razprostrtost fizičnih objektov, vendar je ne določa. S tem se loči čista razteznost prostora od razteznosti fizičnih objektov.

Od tod sledi dejstvo, da obstaja razlika med geometrijo, ki pripada prostoru samemu na sebi, in geometrijo fizičnih objektov. V svoji matematični aktualnosti prostor sprejema vse geometrijske figure, v fizični virtualnosti pa je "prejemnik" ali platonška "hora".

V konceptu prostora kot samostojne entitete ni možna eksperimentalna določljivost inherentne geometrije prostora. Materialna dejstva določajo celoto eksperimentalnih danosti etalona prostora iz celote fizičnih objektov in z ustreznimi meritvami omogočajo verifikacijo določenega geometrijskega sistema. V konceptu prostora kot samostojne entitete je ta postopek nemogoč.

Res je, da na primer merilo, ki je dano v obliki "trdega" telesa, zavzema del absolutnega prostora, toda prostor je glede na telo, neodvisen oziroma telo nima "čiste" razteznosti, tako da sprememba dimenzij merila (deformabilnosti) ne more implicirati spremembe geometrijske strukture prostora. Kot drugi primer bi potem lahko s geometrijsko premico, kar se pogosto počne, določili inherentno geometrijo prostora na podlagi geometrijskega vedenja tega žarka. V samem konceptu prostora kot samostojne entitete to nima moči argumenta, ker ni možna identifikacija svetlobnega žarka z geometrijsko premico, ampak samo aproksimativno sprejemanje; in če se svetlobni žarek vede po zakonih neevklidske ali evklidske geometrije, še ne moremo sklepati, da je to hkrati geometrija prostora. Geometrijsko vedenje svetlobnega žarka ni določeno samo z geometrijo prostora kot potencialno možno, ampak tudi z nekaterimi fizikalnimi razlogi, kot je na primer vpliv fizikalnega polja ipd.

Če bi poenostavili, ker se s "čisto" razteznostjo oziroma s samim prostorom ne morejo izvajati eksperimenti kot s skupkom fizičnih objektov, zato ni eksperimentalne določenosti inherentne geometrije. Na podlagi tega lahko izpeljemo sklep, da se inherentna geometrija prostora na sebi lahko določi samo z definicijo. Nikakršni eksperimenti in njihovi rezultati ne morejo zavreči ali potrditi "resničnosti" te geometrije.

Tu lahko zastavimo naslednje vprašanje: če je evklidska geometrija dana po definiciji kot inherentna geometrija samega prostora, ali je možno to inherentnost pripisati kateremukoli drugemu geometrijskemu sistemu?

Odgovor mora biti pritrdilen. V principu je lahko katerikoli geometrijski sistem definiran kot inherenten prostor na sebi. V praksi se najpogosteje definira evklidski sistem kot geometrijski sistem, ki pripada prostoru samemu po sebi. Vzrok za to je v dejstvu, da vsebuje ta geometrija glede na druge geometrijske sisteme določene pred-

<sup>9</sup> Popolno določitev samega prostora kot referentnega sistema se pojavlja v drugem Newtonovem zakonu. Drugače povedano, osnovne enačbe dinamike pravijo, da je pospešitev enega fizičnega sistema oziroma sile odvisna od izbire koordinatnega sistema. Ta relativnost sile ni nikakor ustrezala Newtonu, ker je imela sila fundamentalno vlogo. Če ne želimo uvesti sile, potem mora obstajati privilegiran sistem, ta sistem pa je pravzaprav prostor sam na sebi. Prav tako je nujno določiti absolutni prostor kot referentni sistem za razločevanje absolutnega gibanja kot dejanskega od relativnega navideznega gibanja. Glej na primer Bas C. Frassen, "Newton's Arguments Absolute Space" (v: An Introduction to the Philosophy of Time and Space, New York: Columbia University Press, 1985, p. 110).

nosti. Navedli bomo samo dve prednosti, kot sta, pogojno rečeno, epistemološka in "psihološka" prednost.

Epistemološka prednost evklidske geometrije je glede na neevklidske geometrijske sisteme v genetični povezavi dane geometrije in pojma samega prostora. Pojem samega prostora ima svojo zgodovinsko genezo, v kateri je imela evklidska geometrija posebno mesto.<sup>10</sup>

Druga prednost je vsebovana v določeni matematični "preprostosti" do drugih geometrijskih sistemov, ki ima pri konstrukciji pojma na sebi ustrezno psihološko prednost.

Slikovito<sup>11</sup> se to lahko prikaže z metričnim pristopom geometrijskim sistemom, kjer eno od pomembnih mest zavzema pojem ukrivljenosti prostora. Obstaja tesna povezanost med ukrivljenostjo prostora in geometrijo, ki se v njem realizira. Tako se npr. evklidska geometrija realizira v prostoru ukrivljenosti ničel ( $R=0$ ), geometrija Lobačevskega v prostoru negativne ukrivljenosti ( $R<0$ ), Riemannova geometrija v prostoru pozitivne ukrivljenosti ( $R>0$ ).

Z matematičnega stališča je ekvivalentnost geometrijskih sistemov prisotna. Pri tem bi različnost obstajala v variaciji vrednosti ukrivljenosti prostora. Ti geometrijski sistemi ne morejo biti ekvivalentni, če jih opazujemo z epistemološkega stališča, ker Evklidove geometrije ni mogoče opazovati kot sistem, ki se realizira v prostoru ukrivljenosti ničel, ampak v prostoru, v katerem ta pojem sploh ni potreben.

Pri konceptiji samega prostora je lahko to dejstvo relevantno. Neevklidski sistemi, ki nujno uvajajo pojem ukrivljenosti nam, za razliko od evklidskega vsiljujejo nekatere dodatne lastnosti prostora na sebi, ki ustrezajo pojmu ukrivljenosti. Z definiranjem inherentne geometrije neevklidskega tipa je pojmovna konstrukcija samega prostora zapletenejša.

V takšni konceptiji prostora je ena temeljnih težav možna in dejanska razlika med geometrijo samega prostora in geometrijo fizičnih objektov.

S pomočjo naslednjega primera bomo poskušali razložiti to različnost. Sicer se ta primer uporablja v epistemoloških obravnavah. Predstavljajmo si, da je notranjost nekega kroga naseljena z dvodimenzionalnimi bitji, krožnica pa je meja njihovega sveta. Prav tako se predvideva, da je absolutna temperatura  $T = c (k^2 - c^2)$  dana s formulo v katerikoli točki, kjer je "c" neka konstantna proporcionalnost.

Najprej predvidevamo, da imajo vsa telesa v vesolju enak koeficient širjenja pri segrevanju in da se toplotno ravnotežje med telesi in njihovo okolico vzpostavlja trenutno.

Od tod sledi, da bo v takšnih okoliščinah dolžina vsake palice proporcionalna njeni absolutni temperaturi. Nekemu opazovalcu, ki ni del tega nenavadnega sveta, se bo zdelo, da se palice, ki se bližajo krožnici, manjšajo. Prebivalec tega sveta ne more nikoli prispeti do njegovih meja in geometrija, ki jo uporablja ta prebivalec, bo ne-

<sup>10</sup> Za slikovitost vsebinske povezanosti evklidske geometrije in pojma samega prostora lahko uporabimo način, s katerim Newton razlaga dejstveno neskončnost. Kot argument uporablja prav peti izrek, ki je sporen. Newton pravi, da če opazujemo trikotnik, v katerem bomo povečali enega od kotov osnovnice, se bo v tem primeru vrh neprenehoma oddaljeval od nje, ko pa koti postanejo suplementarni, to je, ko ustrezne strani trikotnika postanejo vzporedne, se bodo stranice srečale nekje v neskončnosti. In nihče ne more reči, ali je to namišljena ali dejanska neskončnost. (Glej: Newton, I., *Mathematical Principles of Natural Philosophy*, 1729, Trans. by A. Motte, F. Cajor, Berkeley: University of California, 1962.)

<sup>11</sup> O tej matematični preprostosti je govoril že Poencaré: "... (evklidska geometrija) je najpreprostejša ne samo zaradi naših miselnih navad (vzorcev) ali ne vem kakšne neposredne intuicije, ki bi jo imeli o evklidskem prostoru. Najpreprostejša je po sebi, prav tako kot je polinom prve stopnje preprostejši od polinoma druge stopnje. Formule sferne trigonometrije so bolj komplicirane od formul ravninske trigonometrije in tako bi jih videl tudi analitik, ki ne bi poznal njihovega geometrijskega pomena." (Ibid., str. 47)



evklidska geometrija tipa Lobačevskega.

Tu se lahko izpostavijo naslednje možnosti. Opazovalec, ki se nahaja zunaj kroga, lahko vsebuje koncept prostora kot samostojne entitete, pri tem je inherentna geometrija evklidskega tipa. Ta opazovalec razlaga odstopanje geometrije, to je vedenje fizičnih objektov po zakonih neevklidske geometrije v krogu z enim fizikalnim vzrokom - termičnim širjenjem. Stanje je relativno preprosto. Za opazovalca znotraj kroga pa obstajata dve značilni možnosti. Če predvidevamo, da opazovalec znotraj kroga ima prav tako pojem samega prostora, potem je prva možnost ta, da je z definicijo postavljena geometrija Lobačevskega inherentna danemu prostoru. V takšnem primeru se fizični objekti vedejo po zakonih te geometrije in niso potrebni nikakršni fizikalni vzroki kot dodatni pogoji. Drugi primer je, da opazovalec definira neko geometrijo drugačnega tipa, na primer evklidskega; takrat se mora stanje v krogu razložiti z nekimi fizikalnimi razlogi, oziroma je v končni instanci potrebno uvesti hipotetični pojem univerzalne sile.<sup>12</sup>

Od tod izhajamo, da je nemogoče določiti, ali se fizični objekti vedejo po zakonih ustrezne geometrije, ker jim to potencialno omogoča sam prostor s svojo inherentno geometrijo, ali pa gre še za neke fizikalne vzroke. Če se geometrija svetlobe vede po zakonitostih evklidske geometrije, ki je inherentna samemu prostoru, potem ni treba uvajati dodatnih fizikalnih pogojev v takšen koncept prostora. Vendar kot smo to videli v prejšnjem primeru, le-ti lahko obstajajo. To pomeni, da je ta skladnost navidezna in ne resnična. V primeru da se geometrija prostora in geometrija fizičnih objektov ne ujemata, je treba poiskati neke fizikalne pogoje, ki privedejo do različnosti. Če teh fizikalnih pogojev ne moremo odkriti ali pa sploh ne obstajajo, potem moramo uvesti hipotetični pojem univerzalne sile. To kaže, da obstaja absolutna razlika med geometrijo prostora in geometrijo fizičnih objektov.

Ker ne moremo izvajati eksperimentov s prostorom in njegovo razteznostjo, kot je to možno s fizičnimi objekti, se lahko v praktičnem pomenu izognemo definiranju inherentne geometrije. Praktična geometrija v takšnem primeru eliminira problem inherentnosti in njen položaj je določen v ustrezni ravnini ter konvenciji. Kateri geometrijski sistem bomo uporabili, je vprašanje praktičnosti in preprostosti, ne pa vprašanje "resničnosti" ene od ponujenih alternativ.

Kot nazoren prikaz odnosa do praktične geometrije kot konvencije lahko vzamemo stališča H. Poincaréa.<sup>13</sup>

Če analiziramo koncept prostora, ki ga sprejema, bomo takoj opazili prisotnost pojma prostora kot samostojne entitete. Samo za ilustracijo lahko navedemo Poincaréjev citat, ki govori o odnosu med telesom in prostorom:

Predvsem, kaj razumemo z geometrijskimi lastnostmi telesa? Predvidevamo, da gre za razmerja med telesom in prostorom. Te lastnosti so nedostopne eksperimentom, ker se eksperimenti nanašajo samo na medsebojne relacije teles ... Ko rečemo, da je ta ali tisti del nekega telesa v stiku s tem ali delom nekega drugega telesa, kažemo stališče, ki se nanaša na medsebojne odnose med dvema telesoma, ne pa na njun odnos glede na prostor.<sup>14</sup>

<sup>12</sup> Tu se prav tako uvaja univerzalna sila po definiciji in ta je posledica uporabe takšnega koncepta prostora. O pojmu univerzalnih sil glej na primer: Reichenbach, H., Radjanje naučne filozofije, Beograd, Nolit, 1946.

<sup>13</sup> Glej: Poincaré, H., Science et Methode, Paris: Flammarion, 1908; Toretti R., Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré, Dordrecht: Reidel, 1978; Goldberg, S., "Henri Poincaré and Einstein Theory of Relativity", Journal of Physics, 1976.

<sup>14</sup> Ibid., str. 230. E. Nagel je v svojih delih opazil naslednje Poincaréjevo stališče: "Še več, on (Poincaré) je predvideval, da je predmet geometrije idealen prostor, v katerem ni možno izvajati eksperimentov" (ibid., str 230).

S sprejetjem tega koncepta takoj pridemo do različnosti med geometrijskimi lastnostmi telesa in prostora, v katerem ne moremo izvajati eksperimentov, ki bi lahko nakazovali inherentno geometrijo. Zato je Poincaré izhajal iz hipoteze, da ne obstaja samo en geometrijski opis fizičnega sveta, fizičnih objektov, ampak da obstaja vrsta ekvivalentnih opisov.<sup>15</sup> Lahko predvidevamo, da je vsak opis točen, navidezna razlika med njimi pa ne zadeva njihove vsebine ampak samo jezik, s katerim so izraženi ti opisi. Poincaré pravzaprav premakne problem resničnosti ene geometrije na njeno ustreznost.

Ni treba iskati vzrokov za sprejemanje ene in ne druge geometrije v prostorskih ali fizičnih strukturah objekta, ampak praktične prednosti, ki jih lahko ima en sistem analize in notacije pred drugim sistemom.

Relevantno se nam zdi dejstvo, da je takšno stališče do uporabne geometrije možno na podlagi sprejetja koncepta prostora kot samostojne entitete. Kot smo že navedli, v takšnem konceptu ne moremo eksperimentalno določiti inherentne geometrije. Ker konvencionalisti ne želijo definirati inherentne geometrije, tudi uporabna geometrija oziroma geometrija fizičnih objektov nima moči inherentnosti, ampak se pojavi samo vprašanje ustreznosti.

Na koncu te kratke razprave lahko rečemo, da s pojavom različnih geometrijskih sistemov prihaja do izostritve razlik med aksiomskim in uporabnim delom geometrije. Alternativne geometrije nam vsiljujejo vprašanje, katera med njimi je "resnična" geometrija, oziroma katera je inherentna prostoru? Odgovor na to vprašanje bo odvisen od ustreznega koncepta prostora, tj. razteznosti, na katero se nanaša uporabna geometrija.

S sprejetjem koncepta prostora kot samostojne entitete lahko dobimo inherentno geometrijo samo z definicijo. Vendar če ne želimo definirati geometrije samega prostora, potem praktična geometrija, ki se nanaša na fizične objekte, nima moči inherentnosti. V takšnem primeru se geometrijski sistemi ne izbirajo po kriteriju "resničnosti" ampak "ustreznosti".

### 3. Zaključek

Položaj uporabne geometrije in določanje inherentnega geometrijskega sistema prostora sta odvisna od ustreznega koncepta prostora ali razteznosti, ki jo sprejemamo.

V konceptu razteznosti samostojne entitete je nemogoče določiti inherentne geometrije z materialnimi dejstvi oziroma eksperimentalno. Enega od vzrokov lahko najdemo v dejstvu, da pripadajo geometrijski objekti samemu prostoru, v katerem se v principu ne morejo izvajati eksperimenti, katerih rezultati bi določili "resnično" geometrijo.

S sprejetjem danih konceptov, se pojavita naslednji možnosti: prva, da se inherentna geometrija prostora določi z definicijo; druga, da se sploh ne definira inherentna geometrija, pri tem uporabna geometrija ne da odgovora na vprašanje, katera geometrija je "resnična", ampak kateri geometrijski sistem je ugodnejši za opisovanje.

Drugi koncepti prostora, ki jih v tem tekstu nismo obravnavali, imajo drugačen odnos do uporabne geometrije in inherentnosti geometrijskega sistema.

*prevedel: Zvezdan Marković*

<sup>15</sup> Ko Poincaré govori o izboru geometrije, navaja: "Izkušnja nas vodi k temu izboru, vendar nam ga ne vsiljuje. To nam omogoča, da spoznamo ne katera geometrija je najbolj resnična, ampak katera je najugodnejša" (ibid., str. 60). Ko govori o prilagodljivosti geometrije, pravi: "To pomeni, da se je z naravnim izbiranjem naš um prilagodil pogojem zunanjega sveta in da je sprejel tisto geometrijo, ki je najbolj koristna za vrsto, oziroma z drugimi besedami, najbolj ugodna. To se popolnoma ujema z našimi sklepi, da geometrija ni resnična, ampak da je koristna - uporabna" (ibid., str. 72).