

Raziskovanje pri matematiki v 1. razredu

Barbara Oder
Osnovna šola Kajetana Koviča Poljčane

Povzetek

Prispevek prikazuje učne situacije, v katerih lahko učenci utrjujejo osnovne računske operacije in razvijajo strategije reševanja problemov. Učenec z lastnim raziskovanjem pride do rešitev, novih spoznanj in povezav. Rezultate dela v razredu prikazujemo ob številnih fotografijah in s primeri, ki kažejo na aktivnost otrok v različnih učnih situacijah, na njihovo razumevanje ter učiteljevo povratno informacijo. Ključne ugotovitve ob organiziranju in opazovanju učnih situacij v razredu pokažejo, da so pri matematiki v 1. VIO pomembni nazornost in konkretna učna situacija, učni pogovor in vprašanja učitelja, povratna informacija učencu ter zagotavljanje priložnosti za raziskovanje.

Ključne besede: raziskovanje, različnost reprezentacij, spremljanje, matematični miselni proces

Inquiry in Mathematics in 1st Grade

Abstract

This paper shows teaching situations in which pupils can consolidate their knowledge of basic operations and develop problem-solving strategies. Through inquiry a pupil arrives at solutions, new findings and connections. The results of work performed in class are demonstrated with numerous photographs and examples that show children's engagement in various teaching situations, their understanding, and the teacher's feedback. The key findings reached from organising and observing teaching situations in class show that the important elements in Mathematics in the 1st educational triad are explicitness and a concrete teaching situation, class discussion and questions from the teacher, feedback given to pupils, and providing opportunities for inquiry.

Keywords: inquiry, variety of interpretations, monitoring, mathematical thought process

Uvod

Ideja za izvedbo dejavnosti v razredu izhaja iz delavnice E. R. Wittmanna (KUPM, 2012), kjer so bile predstavljene dejavnosti za utrjevanje osnovnih matematičnih veščin na učinkovit način. V našem primeru smo izbrali računske operacije v 1. VIO in jih utrjevali v različnih učnih situacijah. Cotič, M. in Felda, D. (2012) poudarita, da bi moral pouk matematike razvijati naslednje vidike učenja: raziskovanje, reševanje problemov, ustvarjalno mišljenje, obdelavo podatkov, logično sklepanje in ocenjevanje rezultatov. Avtorja (prav tam) pišeta, da je za ustvarjalno učenje matematike treba učenca vključiti v praktično reševanje problema, ki ima več možnih poti za rešitev, saj otrok večkrat najde izvirne premisleke in povezave. Ustvarjalno raziskovanje v matematiki je tako pot do razvoja matematičnih konceptov in velikokrat tudi koristno orodje za utrjevanje postopkov. Raziskovanje od otroka zahteva, da postavlja vprašanja, izbira strategije in reprezentacije, uporablja svoje miselne veščine, dokazuje in ovrže trditve, kritično pregleduje, preverja in ocenjuje svoje delo ter razvija potrpežljivost in vztrajnost, da pride do rešitve. Žakelj, A. (2009) ob uvedbi posodobitev učnega načrta za matematiko opredeli procesnodidaktični pristop učenja in poučevanja kot aktivno učenje, ki učenca celostno, miselno in čustveno aktivira.

Prav tako pojasni (prav tam), da tak pristop omogoča, da učenec matematiko spoznava v nastajanju in ne le kot končna dejstva, zato naj učni proces vključuje matematično razmišljanje in raziskovanje, matematično argumentiranje in komuniciranje, modeliranje, postavljanje in reševanje problemov, uporabo simbolnega in formalnega jezika. Ves čas se prepletata izkustveno učenje in dialog. Skozi dejavnosti raziskovanja smo upoštevali načelo uresničevanja operativnih ciljev učnega načrta, ki so naravnani tako, da poudarjajo najprej znanja na konkretni ravni, šele nato na grafični in simbolni ravni.

V prispevku želim prikazati primer rabe t. i. trinomina (model s tremi polji trikotnika), ki učencem omogoči raziskovati, da ali preko slepih poskusov ali sistematično, samostojno in s sklepanjem, pridejo do zaključkov/rešitev (Kmetič, S. 1996). Učenčevo raziskovanje učitelj spremlja z usmerjevalnimi vprašanji, ki bodo v prispevku predstavljena kot izseki matematičnih učnih pogovorov v razredu ob raziskovanju trinomina.

Potek učnega sklopa

Učencem prvega razreda sem predstavila problemsko situacijo. Reševanja smo se lotili najprej na konkretni ravni. Ko sem ugo-

točila, da učenci razumejo učno izhodišče in sistem reševanja matematičnega problema, smo prešli na slikovno raven in zaključili na simbolni ravni. Tudi težavnost nalog sem skozi proces stopnjevala. Pri reševanju trinomina ne gre zgolj za reševanje problema, ampak, kot je že v uvodu povedano, za urjenje osnovnih računskih operacij na učinkovit in inovativen način. Pri delu smo sledili korakom formativnega spremljanja.

Predznanje

Učenci znajo seštevati in odšteti v številskem obsegu do 5, nekaj učencev v številskem obsegu do 10 in en učenec v številskem obsegu do 20. Učenci poznajo in na konkretni ravni uporabljajo zakon o zamenjavi. Uspešnejši učenci uporabljajo pri reševanju nalog večja števila, šibkejši računajo v številskem obsegu do 5, pri tem si nekateri še pomagajo s konkretnim materialom (link kockami).

Nekaj učencev poskuša najti več različnih poti, ki vodijo do prave rešitve naloge, rešujejo problemske naloge in znajo samostojno sestaviti nalogo za sošolca. Seveda to napravijo ustno.

Načrtovanje aktivnosti

Po preverjenem predznanju smo skupaj z učenci načrtovali nadaljnje delo. Ob primeru, ki smo ga imeli na tleh, so spoznali možnosti in načine reševanja in preverili svoje predznanje. Učenci so se glede na ugotovljeno predznanje odločili, v kateri skupini bodo pričeli z delom. Izbirali so lahko med modelom na tleh, plastificiranimi modeli piši–briši, modelom na interaktivni tabli. Nekateri so si pri delu pomagali s konkretnim materialom (link kocke, krožci). Ko so uspešno rešili naloge v izbrani skupini in

dosegli zastavljeni cilj, so se lahko sami odločili, v kateri skupini bodo svoje znanje nadgradili. Nekateri so pri menjavi skupin potrebovali pomoč in usmerjanje učitelja. Če so sami ugotovili, da so izbrali skupino s pretežkimi ali prelahkimi nalogami, so jo lahko zamenjali.

Ob vsaki nalogi so ugotavljali, kaj že vedo, kaj jim naloga pove, kako se lahko lotijo reševanja naloge, kaj bi lahko naredili drugače, da bi prišli do iste rešitve. Ugotavljali so, ali obstaja več poti do rešitve in ali lahko po enaki poti rešijo tudi druge naloge.

Zbiranje dokazov

Dokazi o učenju so za prvošolce spremljanje njihovega dela in njihov komentar ob delu ter rešeni učni listi. Te so zbirali ves čas učnega procesa v svojih mapah. Ob zapisih in modelih trinomina so razlagali strategije reševanja nalog. Dokazi so tudi posnetki, ki so nastali med raziskovanjem.

Povratna informacija

Povratne informacije učitelja, ki so jih dobivali ves čas procesa, so jih usmerjale v nadaljnje raziskovanje. Med delom pa niso prejeli le povratne informacije učitelja, ampak tudi povratno informacijo sošolcev. Ker so to prvošolci, so bile povratne informacije ustne.

Samoevalvacija

Ob koncu so sami razmislili o svojem delu in odgovorili na nekaj vprašanj, ki so predstavljena na koncu prispevka.



Slika 1: Primer reševanja

Primer razlage strategije reševanja

Učenka: Položim tri, ker je $1 + 2 = 3$. Tukaj moram položiti še tri pike, da jih bo skupaj pet. Manjka še število v okencu, to je štiri.

Učiteljica: Zakaj si se odločila za štiri?

Učenka: Ker so tukaj tri rdeče pike in tukaj ena rumena, skupaj so 4.

Učiteljica: Kje si začela reševati nalogo?

Učenka: Jaz sem najprej položila število 3.

Učiteljica: Ali bi lahko pričela še kje drugje? Kako bi to preverila?

Učenka: Vse to, kar sem nastavila, bi dala proč in začela drugje.

Tokrat je učenka najprej položila rdeče krogce in na koncu je ugotovila, da je dobila enako rešitev.

Cilji, ki smo jim sledili

Učenci:

- znajo predstaviti problemsko situacijo z različnimi ponazorili,
- besedno in grafično rešijo probleme, ki so predstavljeni na različnih ravneh (konkretni, grafični, abstraktni),
- problem, ki so ga rešili, znajo predstaviti s svojimi besedami, interpretirati in utemeljiti,
- poznajo različne poti in strategije reševanja problemov (npr. poskusi in napake),
- znajo rešiti preprosti problem z različnimi metodami in različnimi postopki,
- izračunati neznano število na različne načine:
 - dopolnjevati (prištevati) do danega števila,
 - seštevati v primerih združevanja objektov,
 - z odštevanjem.

Potek dejavnosti v razredu

Učenci so ob problemski situaciji, ob konkretnem primeru, spoznali model trinomina, pojma polje in sosednji polji ter kvadrat-okno za vsote elementov na sosednjih poljih. Dogovorili smo se, da smo vsako polje pobarvali z drugo barvo, zaradi lažjega dogovarjanja.

Predlagali so, da bi si pri reševanju nalog, ob konkretnem modelu na tleh, lahko pomagali s kockami, pikami, števili, lahko bi se postavili v polja učenci sami ...

Dogovorili smo se, da so se najprej v polja postavili sami, v nadaljevanju pa smo poskusili še s pikami.

Na modelu na tleh so učenci spoznali način reševanja trinomina. Učenci so se po navodilih učiteljice postavljali v polja. Izbrani učenec je v okenca položil ustrezne kartončke s števili vsotami števil na sosednjih poljih. Vse, kar so naredili, so tudi govorno spremljali.

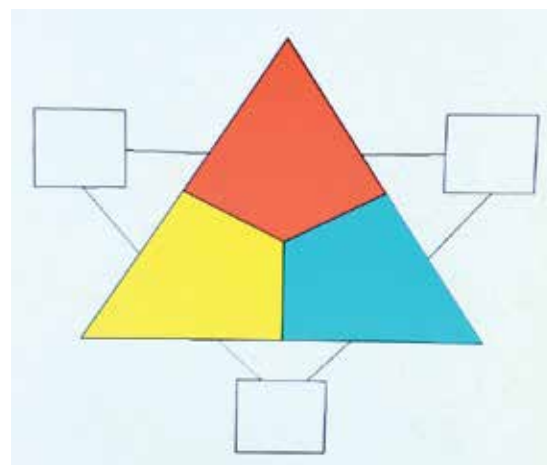
Moja vprašanja, ki sem jih zastavljala učencem pri reševanju nalog: *Kaj že veš, poznaš? Kje lahko začneš? Bi lahko začel tudi kako drugače? Zakaj si postavil kartonček s številom 5 v to polje? Kaj lahko izračunaš? Kako si to izračunal?*

Po uvodnem delu so se učenci razdelili v skupine. Vse skupine so pričele z reševanjem enostavnejših primerov in nadaljevale z zahtevnejšimi (1., 2., 3. in 4. učna situacija). Učenci so samostojno prehajali med skupinami tako, da so se lahko preizkusili v vseh načinih reševanja, v vseh učnih situacijah.

1. skupina: Dela na modelu, na tleh.
2. skupina: Dela na interaktivni tabli.
3. skupina: Dela v dvojicah, na plastificiranih podlagah.
4. skupina: Delo na učnem listu.



Slika 2: Trinomino na tleh učilnice



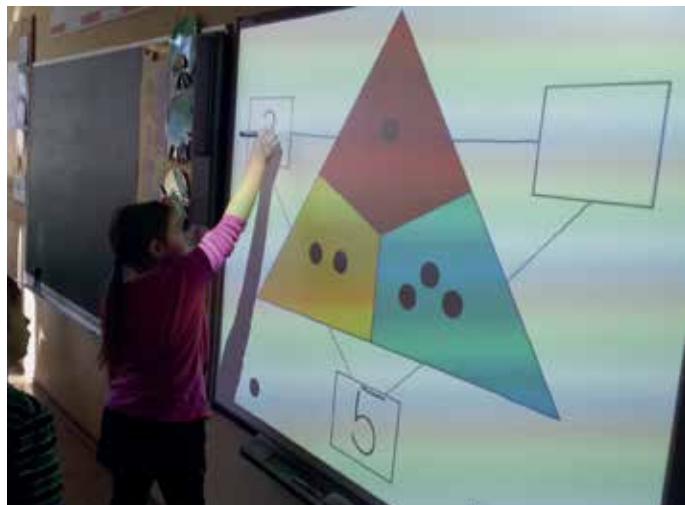
Slika 3: Plastificirani model



Sliki 4, 5: Delo na modelu na tleh

1. UČNA SITUACIJA

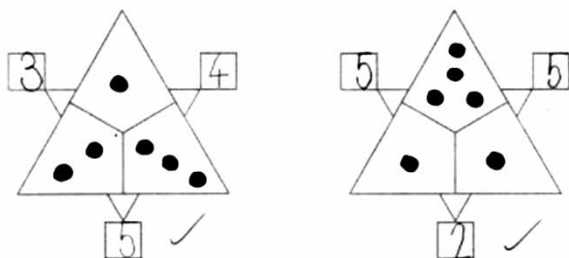
Vsa polja so zapolnjena s pikami, modeli ali števili, manjkajo vsote.



Slika 6: Reševanje trinomina na interaktivni tabli



Slika 7: Reševanje na podlagah piši-briši



Slika 8: Primer reševanja na učnem listu

Učenka, ki je delala pri tabli, je takole govorno spremljala svoje delo:

Napisala sem 3, ker je $2 + 1 = 3$. Tukaj sem napisala 5, ker je $2 + 3 = 5$; $3 + 1 = 4$, zato bom napisala 4.

Ugotovitve

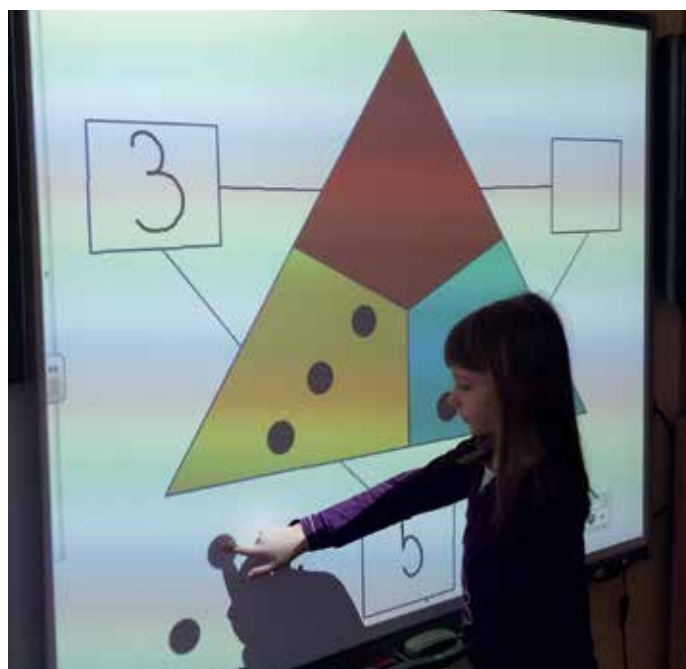
Pri utemeljevanju je večina učencev predstavila število v okencu kot vsoto števil v dveh sosednjih poljih. Zelo malo učencev je preštevalo otroke, kocke, pike. Ob tem je treba povedati, da imajo učenci zelo dobre številske predstave do števila 5 in nekoliko slabše do števila 10.

Kadar so učenci imeli vsa polja trinomina polna, niso imeli težav z nastavljanjem števil v okencih, ki so vsote. Ugotovili so tudi to, da v takšnih primerih ni pomembno, kje začnejo, katero število vpišejo najprej.

S takšnimi primeri, tudi pri kasnejšem reševanju nalog na učnih listih, niso imeli težav.

2. UČNA SITUACIJA

Poznajo eno vsoto in sta zapolnjeni dve polji ali poznajo dve vsoti in je zapolnjeno eno polje.



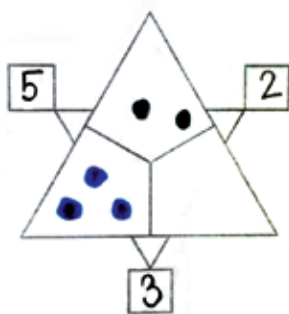
Sliki 9, 10: Različni načini reševanja

Ugotovitve

Pri reševanju si je večina učencev pomagala z dopolnjevanjem do danega števila. Nekaj učencev v razredu pa je nalogo rešilo s štetjem. V teh primerih so nekateri učenci imeli manjše težave. Težava se je pojavila zato, ker niso razmislili, ampak so se naloge lotili na slepo. Ali pa so v polje, kjer so manjkale pike narisali toliko pik, kot je bilo napisano v okencu, ob modelu in niso upoštevali, da je število, ki je zapisano vsota pik v sosednjih poljih. Vse te naloge smo napravili najprej s konkretnim materialom, sledilo je reševanje nalog na učnem listu.

3. UČNA SITUACIJA

Eno polje je zapolnjeno, v dveh okencih sta vsoti. Rešitev naloge je eno prazno polje.



Slika 11: Primer rešene naloge, kjer je rešitev polje brez pik.

Moje vprašanje: *Zakaj je eno polje prazno? Razmišljanje učenca: Ničesar ne narišem (pokaže), ker morajo biti v obeh poljih skupaj 3, te pa so že narisane (pokaže). Tukaj jih je skupaj 5 in tu pa 2 (pokaže).*

Ugotovitve

Vsi, razen treh učencev, so to nalogo uspešno rešili. Trije učenci, ki je niso pravilno rešili, so imeli težave že pri prejšnji učni situaciji. V prazna polja so narisali toliko predmetov, kot je bilo zapisano v okencu na desni strani, dve piki. Šele nato, ko sem jih opozorila, kaj pomeni število, ki je zapisano v okencu, so ugotovili, da je eno polje prazno.

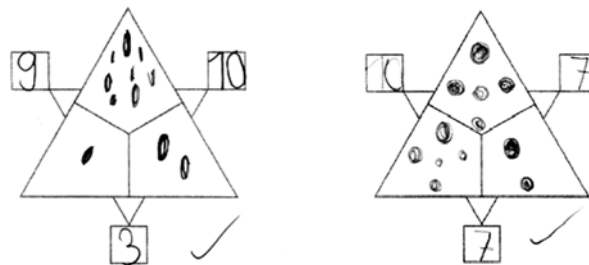
4. UČNA SITUACIJA

Samostojno sestavijo nalogo za sošolca.

Vsi učenci so samostojno in pravilno sestavili po eno nalogo. Učenci, ki so imeli šibko predznanje, so sestavljali naloge 1. in 2. tipa. Uspešnejši učenci pa so sestavljali naloge 2. in 3. tipa.

Pri sestavljanju naloge so si trije pomagali s poskušanjem, ostali so se naloge lotili tako, da so najprej narisali pike v polja, nato pa so zapisali števila-vsote v okenca. Tisti, ki so se naloge lotili s poskušanjem, so vpisali števila v prazna okenca ob trinominu in nato risali pike v trinomino. Trije učenci so napisali nalogo s

števili do 10. Dva primera sta bila pravilna, enega pa je učenka po moji povratni informaciji sama popravila. Število pik je bilo na poljih pravilno, števila-vsote pa niso bila ustrezna. V desnem okencu je zapisala število 10, spodaj pa 1. Moja povratna informacija je bila: *Poskušaj rešiti to nalogo, lahko si pomagaš s kockami.*



Sliki 12, 13: Naloga za sošolca

Samoevalvacija po opravljenem delu

Učencem sem zastavila vprašanja:

- Kaj se ti je zdelo najtežje?
- Kje si najbolj užival?
- Kaj ti je bilo najbolj zanimivo?
- Kako se počutiš zdaj, ko si končal delo?

Nekaj razmišljanj, ki so jih povedali učenci:

- Najtežji je bil tisti primer, ki je imel zelene pike, ker nisem vedel, kaj je zgoraj (primer, ki ima eno polje prazno). Najbolj mi je bilo všeč, ko smo se sami postavljali v veliki trinomino in smo polagali kartončke. Vesel sem, ker sem imel vse prav.
- Najtežje mi je bilo, ko smo delali sami na drugem listu, potem pa sem vzela link kocke in sem znala. Na prvem listu jih nisem potrebovala. Najbolj sem uživala, ko smo delali na svoje trinomine, ko smo lahko pisali s flomastri in brisali. Počutilim se dobro, ker znam rešiti trinomino.
- Meni je bilo všeč, ker sem moral misliti. Nič mi ni bilo težko. Še bi reševal takšne naloge.

Nadaljnje delo, novi izzivi

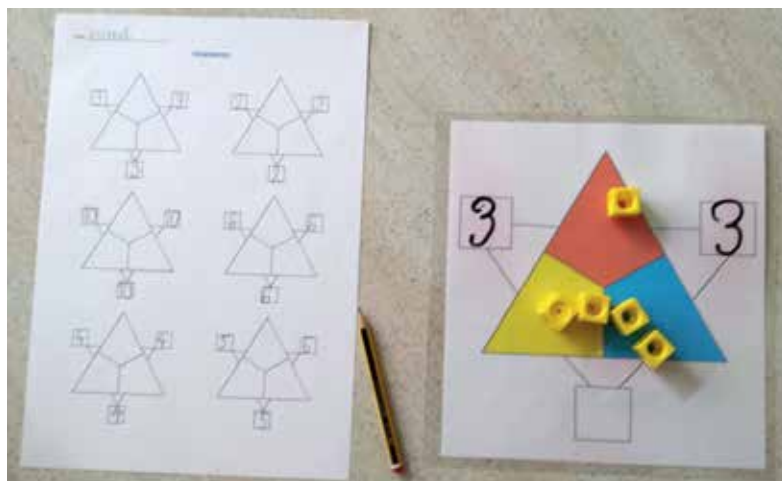
Učenci, ki so imeli napake, so te naslednjič popravili in rešili še nekaj podobnih nalog. Delo je potekalo v paru, da so lahko drug drugemu pomagali, če so pomoč potrebovali. Če so želeli, so si pri delu lahko pomagali z link kockami. Večina učencev je brez težav popravila napake. Pomoč so poiskali pri sošolcu, nekaj pa jih je potrebovalo pomoč učitelja.

Tisti učenci, ki pa so imeli vse prav, so dobili kot izziv novo vprašanje:

Ali bi znal rešiti trinomine, v katerih so v vseh okencih vpisana enaka števila?

Dogovorili smo se, da so bila števila v okencih v številskem obsegu do 10.

Učenci so dobili prazen list, na katerega so sami vpisovali števila in risali pike. Za pomoč so lahko vzeli plastificirane trinomine in link kocke.



Sliki 14, 15: Reševanje novega izziva

Moje vprašanje po opravljenem delu:

Dobro poglej primere, ki so se dali rešiti, in primere, ki se niso dali rešiti. Kaj ugotoviš?

Ugotovitve učencev:

- Če šteješ po 2, gre, pri tistih gre.
- Pri 1 ne gre, pri 2 gre, pri 3 ne gre, pri 4 gre ... Pri vsakem drugem številu gre.
- Če štejem 2, 4, 6, 8, 10 - pri teh številih gre rešiti, lahko narišem pike.
- Gre pri tistih, ko štejemo po dva naprej. Gre pri 0, 2, 4, 6, 8, 10. Pri 1, 3, 5, 7, 9 ne gre.

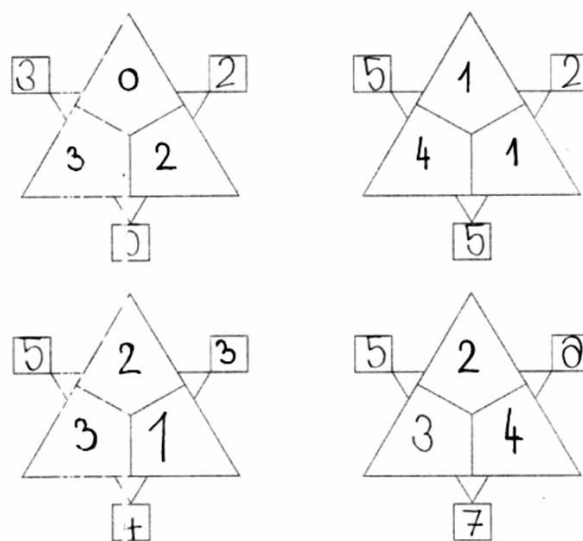
Moja povratna informacija na eno od ugotovitev: *Alen, odlično si reševal naloge, preveril si vsa števila. Tudi to, kar si ugotovil, drži. Morda še naslednjič pogledaš, kako je, če bi bili v okencih zapisani dve enaki števili in eno drugačno. Npr. v dveh okencih 4 in v enem 6.*

Ugotovitve

Večina učencev, ki je reševala te naloge, si je pomagala s konkretnim materialom. Naloge so reševali tako, da so na trinomine, ki so jih imeli na mizi, vpisali najprej števila, nato pa so polagali kocke. Ko so ugotovili, da so našli pravo rešitev, so jo prerisali na učni list. Osem učencev je preizkusilo vse možnosti (od 1 do 10) in pravilno rešilo vse primere. Dva učenca sta rešila šest primerov in imela prav tako vse prav. Trije učenci so imeli eno napako. Dva sta imela več kot eno napako. Dva pa nista razumela navodil in nista vedela, kaj bi sploh počela.

Izpostavila bi problem števila 0, ki je na konkretnem nivoju prazno mesto, zato povzroča težave. V naslednji fazi, ko so se s trinominom ukvarjali na nivoju števil in zapisovali 0, je bilo manj težav.

V nadaljevanju smo kocke zamenjali s števili.



Slika 14: Primer s števili

Ugotovitve

Učenci niso imeli težav z reševanjem nalog. Za delo so bili zelo motivirani, rešili so veliko primerov.

V zvezek so izpisali številске enakosti za vsak trinomino. Npr. $2 + 0 = 2$; $0 + 3 = 3$ in $2 + 3 = 5$.

Po opravljenem delu so dobili mojo povratno informacijo. Primer PI: *Mia, odlično si reševala naloge s števili. Pazi na število 6. Pomagaj si s kartončkom, ki ga imaš na mizi, da se število ne bo več »obračalo«.* Prihodnjič lahko še sama poskusiš sestaviti kakšno nalogo za sošolca.

Zaključek

Reševanje problemov je proces, ki omogoča učencem razmišljanje. Pri reševanju matematičnih problemov učenci veliko odkrijejo o problemu, če ga samostojno rešujejo, če se pri reševanju odločajo o poti reševanja in hkrati odkrivajo, kaj jih bo pripeljalo do rešitve. Spretnosti in znanje, kar je potrebno v procesu reševanja problemov, vključujejo tako ustrezno vsebinsko znanje, miselne spretnosti, kot tudi generalizacijo, zmožnost spopasti se z neznanim, ter spretnosti samorefleksivnega mišljenja, kar se lahko razvije le v spodbudnem učnem okolju. Učitelj pri tem postopoma vodi učence k raziskovanju in evalviranju poti reševanja problemov in spodbuja samorefleksivno mišljenje.

Predstavljeni primeri s trikotniki (TRINOMINO) otroku omogočijo, da preko slepih poskusov ali sistematično, npr. pričeti z največjim ali z najmanjšim številom, sam z lastnim raziskovanjem in s sklepanjem pride do rešitve. Učenci so se srečali z različnimi izzivi na osnovi istega učnega modela. Tako so spoznali, da ni vsak problem rešljiv in da so rešitve odvisne od izbire števil. Učitelj ima pri takšnem delu več možnosti za opazovanje posameznega učenca in za zbiranje dokaznega gradiva o napredku razreda in posameznikov. Evidentira lahko uporabo strategij oz. načine sklepanja posameznih otrok in lahko odkrije nevalgične točke kot je že omenjena ugotovitev, kako je na konkretnem za otroke količina nič manj razumljiv pojem, a je presenetljivo manj problemov, ko je količina 0 stvari predstavljena s simbolom. ■

Viri

Cotič, M. (2012). Reševanje realističnih problemov na začetku šolanja. V: *Zbornik prispevkov Konferenca o učenju in poučevanju matematike*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Dostopno na: http://pefprints.pef.uni-lj.si/2027/1/Konferenca_o_ucenju_matematike.pdf (pridobljeno 1. 9. 2016).

Kmetič, S., Forbisher, L. (1996). *Izzivi za mlade matematike: izzivi za učence, učitelje in starše*. Maribor: Obzorja.

Mršnik, S., Novak, L. (2014). *Samorefleksivno mišljenje in formativno spremljanje pri reševanju matematičnih problemov*. Konferenca KUPM, 2014.

Wittmann, E. C. (2012). Practicing basic skills in a productive way. V: *Zbornik prispevkov KUPM, 2012*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo. Dostopno na: <http://www.zrss.si/pdf/zbornikpovzetkovkupm2012.pdf> (pridobljeno 12. 3. 2014).

Žakelj, A. (2009). *Didaktični pristopi k posodobljenemu učnemu načrtu za matematiko*. Ljubljana: Zavod za šolstvo.

Žakelj, A. et al. (2011). *Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport. Zavod RS za šolstvo. Dostopno na: http://www.mizks.gov.si/fileadmin/mizks.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf (pridobljeno 24. 5. 2012).