

# Verifikacija matematičnega modela plovnosti potapljača s potapljaškim jopičem

Darko Valenko<sup>1</sup>, Zdenko Mezgec<sup>2</sup>, Martin Pec<sup>3</sup>, Marjan Golob<sup>4</sup>

<sup>1,2,3</sup>Emsiso d. o. o., Zagrebška cesta 20, 2000 Maribor

<sup>4</sup> Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Smetanova 17, 2000 Maribor  
E-pošta: darko.valenko@emsiso.com

## Modeling Scuba diver buoyancy

*The idea of the efficient and safe scuba diver buoyancy control provides endless opportunities for developing interesting gadgets. Although the state-of-the-art in the buoyancy field reached its peak a long time ago, the practical implementation for the scuba diver is far from being useful. This has made us develop a detailed mathematical model of a scuba diver with a buoyancy control vest and attached valves. The paper describes our additional modeling of the valves and verification of the complete model. Our research results showing that the results obtained with our theoretical model are comparable with those of the practical model challenge us to continue developing the control algorithms.*

## 1 Uvod

Proizvajalci potapljaške opreme se ves čas trudijo povečati nivo udobja in varnosti pri potapljanju. Ena izmed pomembnejših težav pri tem je krmiljenje volumna potapljaškega jopiča. Z dodajanjem/izpuščanjem zraka v/iz potapljaški jopič se poveča/zmanjša plovnost potapljača. Posledično se potapljač dvigne ali potopi proti zeleni globini.

Obstajata najmanj dva tehtna razloga zakaj je ročno krmiljenje plovnosti težavno. Prvi razlog je ta, da se s spreminjanjem globine spreminja tudi tlak okolice. Povečan tlak okolice stisne potapljaški jopič in obratno. Torej se spreminja plovnost potapljača v odvisnosti od globine. Drugi razlog nastopi, kadar se potapljač potaplja v vodi s slabo vidljivostjo. V tem primeru potapljač nima informacije o hitrosti in globini potapljanja. Neizkušenost potapljača je v takem primeru lahko usodna. Obstajajo tudi drugi razlogi, eden pomembnejših je dihanje potapljača.

V strokovni in znanstveni literaturi lahko najdemo veliko prispevkov s področja modeliranja in vodenja podmornic oz. podmornicam podobnih plovil – naprav (v nadaljevanju podmornice) [2], [3], [5]. Potapljači uporabljajo enak princip spreminjanja globine, saj je energijsko zelo učinkovit. Obstaja pa zelo pomembna razlika in sicer podmornice uporabljajo rezervoar za spreminjanje plovnosti, kateri je nestisljiv. Potapljači uporabljajo potapljaški jopič, ki pa je stisljiv z globino. S tega vidika je vodenje globine potapljača težje kot pri podmornici.

Podoben problem vodenja globine avtonomnega podmorskega objekta, kot pri potapljaču, avtorji obravnavajo v delu [4]. Prva razlika je v tem, da imajo CO<sub>2</sub> vir stisnjene zraka, ki ima na izhodu vedno enak tlak. Druga razlika je, da imajo spremenljiv volumen pod

elastično membrano. Elastična membrana se razteza s povečevanjem volumna in s tem narašča tlak ter obratno.

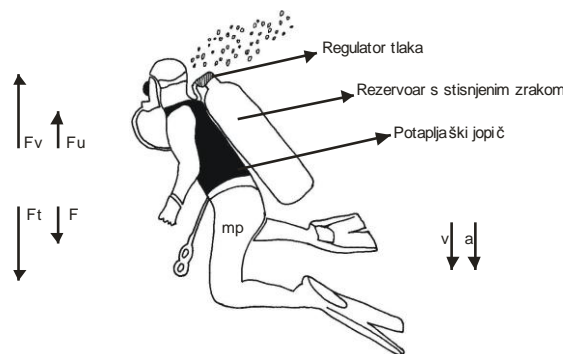
Pri vodenju globine potapljača imamo vir stisnjene zraka iz rezervoarja z regulatorjem tlaka. Regulator regulira izhodni tlak na približno 10 bar več kot je tlak okolice. Torej se absolutni izhodni tlak spreminja. Zraven tega potapljaški jopič ni elastičen in se volumen jopiča linearno spreminja z dodanim volumenom zraka, v mejah od 0 do 10 dm<sup>3</sup>. Maksimalni volumen omejuje nadtladni ventil in znaša 11 dm<sup>3</sup>. Tlak v potapljaškem jopiču je odvisen od volumna zraka v jopiču in je enak tlaku vode na spodnjem robu zraka v jopiču.

V predhodnih raziskavah [6] smo podali izpeljave sil, katere delujejo na potapljača v vodi in kako se spreminja volumen potapljaškega jopiča v odvisnosti od globine.

V tem prispevku bomo podali razširjen matematični model plovnosti potapljača s pripadajočimi pnevmatskimi ventili za dodajanje in izpuščanje zraka v potapljaški jopič in verifikacijo modela z meritvami, ki smo jih opravili na prototipu novega potapljaškega jopiča.

## 2 Plovnost potapljača v vodi

Plovnost potapljača je odvisna od sile vzgona (4), ki jo ustvari voda, v kateri se potaplja potapljač, kakor je prikazano na sliki 1.



Slika 1. Sile, ki delujejo na potapljača v vodi

To lahko zapišemo z enačbo gibanja potapljača (1). Sila vzgona  $F_v$  (4) nasprotuje sili teže  $F_t$  (3). Ko se potapljač premika s hitrostjo  $v$  se pojavi sila upora  $F_u$  (5), ki deluje v nasprotni smeri gibanja. Kadar ima potapljač z vso opremo (v nadaljevanju potapljač) manjšo gostoto kot voda, ga sila vzgona izpodrine in plava na vodi. Velja tudi obratno, kadar ima potapljač večjo gostoto kot voda, prevlada sila teže nad silo vzgona in potapljač potone.

$$m_{POT} \ddot{h}(t) = m_{POT} g - \rho_{H_2O} g [V_j(t) + V_{POT}] - \frac{1}{2} \rho_{H_2O} c_U |\dot{h}(t)| \dot{h}(t) [S_J + S_{POT}] \quad (1)$$

kjer je:

$$F(t) = m_{POT} \ddot{h}(t), \quad \text{rezultirajoča sila [N]}, \quad (2)$$

$$F_t = m_{POT} g, \quad \text{sila teže [N]}, \quad (3)$$

$$F_v(t) = \rho_{H_2O} g [V_J(t) + V_{POT}], \quad \text{sila vzgona [N]}, \quad (4)$$

$$F_u(t) = \frac{1}{2} \rho_{H_2O} c_U |\dot{h}(t)| \dot{h}(t) [S_J + S_{POT}], \quad \text{sila upora [N]}, \quad (5)$$

$m_{POT}$  masa potapljača [kg],

$\ddot{h}(t)$  pospešek potapljača [ $m/s^2$ ],

$\dot{h}(t)$  hitrost potapljača [ $m/s$ ],

$h(t)$  globina potapljača [m],

$g$  gravitacijski pospešek, 9,81 [ $m/s^2$ ],

$\rho_{H_2O}$  gostota vode [ $kg/m^3$ ],

$V_J(t)$  volumen jopiča [ $m^3$ ],

$V_{POT}$  volumen potapljača [ $m^3$ ],

$S_J$  čelna površina jopiča [ $m^2$ ],

$S_{POT}$  čelna površina potapljača [ $m^2$ ],

$c_U$  koeficient upora.

Volumen jopiča spreminjamo z dodajanjem oz. izpuščanjem zraka. V ta namen uporabljamo dva elektro pnevmatska ventila. Enega za dodajanje zraka v jopič in enega za izpuščanje zraka iz jopiča v vodo. Ventila sta krmiljena z električnimi pulzi. Vsak ventil je krmiljen neodvisno od drugega, praviloma z drugačnim časom odprtja (oba hkrati ne delujeta nikoli). Ventil za dodajanje zraka ima krmilni čas  $\gamma$  medtem ko ima ventil za izpuščanje zraka krmilni čas  $\delta$ . Čas trajanja pulza predstavlja čas odprtja ventila. Volumen jopiča lahko zapišemo (6):

$$V_J(t) = \frac{(\rho_{H_2O} g h(0) + p_0) V_J(0)}{[\rho_{H_2O} g h(t) + p_0]} + \int_{\gamma=0}^t q_{VD}(\gamma) d\gamma - \int_{\delta=0}^t q_{VI}(\delta) d\delta \quad (6)$$

pri tem je:

$h(0)$  začetna globina potapljača [m],

$V_J(0)$  začetni volumen jopiča [ $m^3$ ],

$p_{reg}$  tlak regulatorja zraka [10 bar],

$q_{VD}$  volumenski pretok ventila za dodajanje zraka [ $m^3/s$ ],

$\gamma$  krmilni čas ventila za dodajanje zraka [s],

$q_{VI}$  volumenski pretok ventila za izpuščanje zraka [ $m^3/s$ ],

$\delta$  krmilni čas ventila za izpuščanje zraka [s].

Za potrebe vodenja želimo določiti volumenski pretok zraka v odvisnosti od tlaka okolice in volumna jopiča, za posamezni ventil.

Suh zrak s katerim polnimo jopič lahko obravnavamo kot idealen plin [7].

## 2.1 Ventil za dodajanje zraka

Ventil s katerim dodajamo zrak jopiču ima vhodni tlak, ki je za 10 bar večji od tlaka okolice. Konstanten nadtlak zagotavlja regulator tlaka. Izhodni tlak je enak tlaku jopiča, ta je enak tlaku okolice. Tlak okolice se spreminja po zakonitosti (7)

$$p_{OK}(t) = \rho_{H_2O} g h(t) + p_0, \quad (7)$$

iz začetnega normalnega zračnega tlaka na gladini vode  $p_0 = 1,013 \text{ bar}$ , do maksimalnega tlaka ( $\approx 5 \text{ bar}$ ), ki je na globini 40 m.

Volumenski pretok ventila je definiran z masnim pretokom zraka deljenim z gostoto zraka (8):

$$q_V = q_m / \rho_{zr} \quad (8)$$

Masni pretok izračunamo iz površine iztočne odprtine ventila, hitrosti zraka in gostote zraka (9):

$$q_m = A_{vzr} \rho_{zr} \quad (9)$$

Ker je razmerje tlakov na ventilu za dodajanje zraka jopiču (izhodnega in vhodnega tlaka), manjše od 0,528 doseže zrak hitrost iztekanja, ki je enaka zvočni hitrosti [7]. Enačba masnega pretoka ventila za dodajanje zraka dobi obliko (10):

$$q_{mD} = \alpha_D A_D \sqrt{p_D \rho_{zrD} \kappa [2/(\kappa+1)]^{(\kappa+1)/(\kappa-1)}} \quad (10)$$

Končna enačba volumenskega pretoka ventila za dodajanje zraka jopiču je tako (11):

$$q_{VD} = \frac{\alpha_D A_D (\rho_{H_2O} g h(t) + p_0 + p_{reg}) \sqrt{R_{zr} T_{zrD} \kappa^*}}{\rho_{H_2O} g h(t) + p_0}, \quad (11)$$

pri tem je:

$\alpha_D$  iztočni koeficient,

$A_D$  površina iztočne odprtine [ $m^2$ ],

$R_{zr}$  plinska konstanta zraka [287 J/kgK],

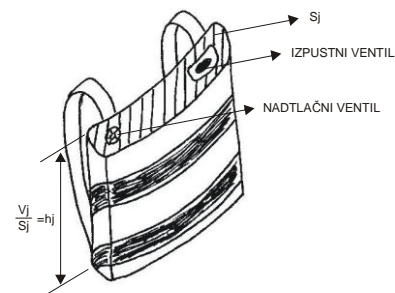
$T_{zrD}$  absolutna temperatura zraka [K],

$\kappa^* = \kappa [2/(\kappa+1)]^{(\kappa+1)/(\kappa-1)}$ ,

$\kappa$  razmerje specifičnih toplot zraka [1,4].

## 2.2 Ventil za izpuščanje zraka

Ventil za izpuščanje zraka je pritrjen v skrajni zgornji točki jopiča (slika 2).



Slika 2. Skica potapljaškega jopiča z ventilom za izpust zraka in nadtlaknim ventilom

Kadar je jopič napolnjen z zrakom je višina jopiča  $\approx 0,5 \text{ m}$ . Tlak na zunanji strani ventila je enak tlaku okolice na enaki globini. Tlak na notranji strani ventila je enak tlaku, ki ga povzroči teža vode na razdalji 0,5 m, pri polnem jopiču in linearno manj z zmanjševanjem volumna jopiča. Tlak, ki ga povzroči 0,5 m vode znaša  $\approx 5 \text{ kPa} = 50 \text{ mbar}$ .

Na ventilu za izpuščanje zraka imamo majhno tlačno razliko. Zato lahko predpostavimo, da je gostota zraka v jopiču konstantna. Masni pretok ventila za izpuščanje zraka s to predpostavko je (12):

$$q_{mI} = \alpha_I A_I \sqrt{2 \rho_{zrI} \Delta p_I} \quad (12)$$

Končna enačba volumenskega pretoka ventila za izpuščanje zraka iz jopiča je tako (13):

$$q_{VI} = \alpha_I A_I \sqrt{\frac{2R_{zr} T_{zr} \rho_{H2O} g (V_J(t)/S_J)}{\rho_{H2O} g h(t) + p_0}}, \quad (13)$$

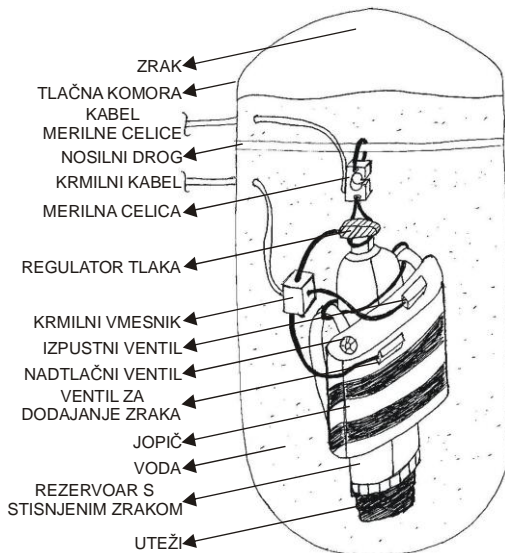
pri tem je:

- $\alpha_I$  iztočni koeficient,
- $A_I$  površina iztočne odprtine [ $m^2$ ],
- $T_{zr}$  absolutna temperatura zraka v jopiču [ $K$ ].

### 3 Meritve in simulacije ventilov

#### 3.1 Meritve ventilov

Pretoki zraka in drugih plinov se v osnovi merijo z ustreznimi merilniki pretokov. Pri iskanju ustreznega merilnika pretoka smo ugotovili, da so merilniki pretokov namenjeni merjenju pretokov z majhno dinamiko oz. pretokov z dolgimi časi vklopov. V našem problemu imamo čase vklopov, ki trajajo  $\approx 100$  ms oz. nekaj 100 ms. Zato smo se odločili za merjenje pretokov posredno preko teže v tlačni komori (slika 3).



Slika 3. Skica testnega objekta v tlačni komori

Testni objekt za merjenje pretoka zraka smo zgradili iz potapljaškega jopiča, rezervoarja s stisnjenim zrakom, regulatorjem tlaka, krmilnega vmesnika in ventilov za dodajanje in izpuščanje zraka. Celoten testni objekt smo vpeli preko merilne celice na nosilni drog. Meritve smo izvajali v vodi v tlačni komori, v kateri smo lahko kontrolirano spreminjali tlak. Testnemu objektu smo pri praznem jopiču dodali toliko uteži, da je merilna celica kazala težo 10 kg. Posledično smo imeli pri polnem jopiču težo 0 kg. Ob predpostavki, da je gostota vode  $1000 \text{ kg/m}^3$ , predstavlja teža 10 kg volumen 10 l.

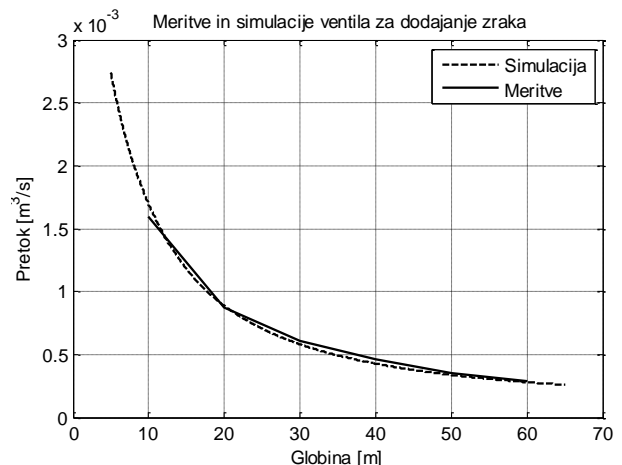
Meritve so bile izvedene pri različnih pogojih: tlakih, časih vklopov ventilov in pri različnih volumnih zraka v jopiču za posamezni ventil.

Iz meritev smo ugotovili, da je volumenski pretok ventila za dodajanje zraka odvisen samo od tlaka okolice oz. globine. Volumenski pretok ventila za izpuščanje zraka pa je odvisen od tlaka okolice in od trenutnega volumna jopiča.

#### 3.2 Simulacije ventilov

Ventile smo simulirali v simulacijskem okolju Matlab/Simulink, po zgoraj zapisanih enačbah (11) in (13). Simulacije smo izvedli pri enakih pogojih kot meritve. Simulacije so pokazale enake odvisnosti, kot smo jih dobili pri meritvah.

Simulacijo smo izvedli pri temperaturi zraka  $T_{zr} = 285 \text{ K}$ . Vrednost produkta parametrov za ventil dodajanja zraka  $\alpha_D A_D = 0,24 e^{-6} m^2$  smo določili iz meritev. Slika 4, prikazuje rezultate meritev in simulacij ventila za dodajanje zraka.



Slika 4. Meritve in simulacije ventila za dodajanje zraka

Rezultati meritev in simulacij prikazujejo, da se volumenski pretok ventila za dodajanje zraka zmanjšuje s povečevanjem globine, po zapisani odvisnosti (11). Volumenski pretok se zmanjšuje s povečevanjem globine, saj se zmanjšuje razmerje vhodnega in izhodnega tlaka. To razmerje tlakov predstavlja ekspanzijo zraka v jopiču.

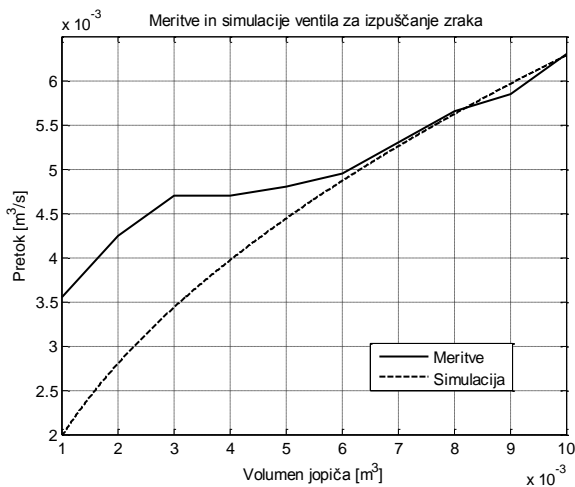
Odstopanje merilnih od simulacijskih rezultatov je posledica več vzrokov. Največjo napako predstavlja merilna napaka teže. Težo smo merili z merilno celico, katera vsebuje uporabne lističe za merjenje deformacije aluminijaste osnove. Celotna merilna veriga je bila sestavljena iz merilne celice, povezovalnega kabla, ojačevalnika, analogne kartice za zajemanje signala in računalnika. Vsak element v merilni verigi vnese napako. Odstopanje je posledica tudi neželene spremine tlaka okolice zaradi izpuščanja zraka iz rezervoarja, povečevanja volumna jopiča in valovanja vode.

Simulacijo ventila za izpuščanje zraka smo izvedli pri enaki temperaturi kot pri ventilu za dodajanje zraka in pri globini 1 m. Vrednost produkta parametrov za ventil izpuščanja zraka  $\alpha_I A_I = 11,7 e^{-5} m^2$  smo določili iz meritev. Slika 5, prikazuje rezultate meritev in simulacij.

Rezultati meritev in simulacije prikazujejo, da se volumenski pretok ventila za izpuščanje zraka zmanjšuje z zmanjševanjem volumna jopiča.

V simulaciji smo predpostavili, da se višina jopiča  $h_j$  povečuje linearno s povečevanjem volumna jopiča oz. da je presek jopiča konstanten po celotni višini jopiča. Posledično se linearno povečuje tlak na ventilu za izpuščanje zraka. Praktično smo izvajali meritve na

jopiču, kateri je kompleksnejše oblike in se presek jopiča spreminja z višino jopiča. Posledično se tlak na ventilu ne spreminja linearno. Zaradi te poenostavitve se rezultati simulacije in meritev ne ujamejo po celotnem področju.



Slika 5. Meritve in simulacije ventila za izpuščanje zraka

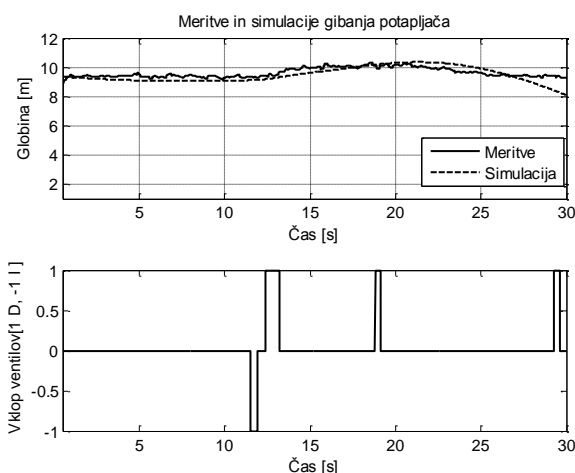
## 4 Meritve in simulacije gibanja potapljača

### 4.1 Meritve gibanja potapljača

Meritve gibanja potapljača smo izvajali na enakem testnem objektu, kot pri prejšnjih meritvah. Meritve so bile izvedene v bazenu do globine 11 m.

Potek meritev gibanja potapljača smo izvedli tako, da smo ročno krmilili ventile za dodajanje in izpuščanje zraka. Pri tem smo s pomočjo kartice za zajemanje podatkov in simulacijskega okolja Matlab/Simulink zajemali podatke o krmiljenju ventilov in o globini testnega objekta.

### 4.2 Simulacije gibanja potapljača



Slika 6. Meritve in simulacije gibanja potapljača

Tudi simulacije gibanja potapljača smo izvajali v simulacijskem okolju Matlab/Simulink. Simulacije so bile izvedene po zapisani enačbi gibanja potapljača (1), enačbi spreminjanja volumna (6) in enačbah volumenskega pretoka (11) in (13).

Rezultate simulacije in meritev gibanja testnega

objekta prikazuje slika 6. Simulacija gibanja sledi 25 s posnetemu odzivu, kar je zadovoljivo. Simulacijski model ni sposoben slediti dlje iz večih razlogov. Glavni razlogi so: zaradi poenostavitve, da je presek jopiča konstanten po celotni višini, zraven tega izmerjen signal globine vsebuje šum, kateri dodatno otežuje sledenje simulacijskega modela in opravlja imamo s sistemom, kateri je mejno stabilen. Sistem je stabilen samo kadar je nevtralno ploven.

## 5 Zaključek

V predhodnih raziskavah smo zapisali kako se spreminja volumen jopiča z globino in kako se posledično spreminja rezultanta sil v odvisnosti od sile teže, sile vzgona in sile upora.

V tem prispevku smo podali odvisnosti volumenskega pretoka zraka ventilov za dodajanje in izpuščanje zraka potapljaškemu jopiču, v odvisnosti od globine in volumna jopiča. Zapisane matematične odvisnosti smo primerjali z izmerjenimi vrednostmi. Potrdili smo, da se volumenski pretok ventila za dodajanje zraka zmanjšuje s povečevanjem globine. Volumenski pretok ventila za izpuščanje zraka pa je odvisen tudi od volumna zraka, ki je v jopiču.

V nadaljnjih raziskavah bomo zapisali kako se višina jopiča spreminja z volumnom jopiča, saj smo to zaenkrat poenostavili. Zaključna faza raziskave bo načrtovanje optimalnega regulatorja po porabi zraka in vodenju globine.

## Literatura

- [1] Dean Korošec, Mitja Slavinec, Dniel Bernard: *Physical model of buoyancy and its implementation for application in the simulated scuba diving*, EUROCON 2003, Computer as a Tool, The IEEE Region 8, 22.–24. sept. 2003, str. 482–485 vol.1.
- [2] Min Xu; Smith, S.M.: *Adaptive fuzzy logic depth controller for variable buoyancy system of autonomous underwater vehicles*, Proceedings of the Third IEEE Conference on Fuzzy Systems, 1994. IEEE World Congress on Computational Intelligence, Orlando, FL, USA, 26.–29. jun 1994, str. 1191–1196 vol.2.
- [3] Bambang Sumantr, Karsiti M.N, Agustawan H: *Development of Variable Ballast Mechanism for Depth Positioning of Spherical URV*, Information Technology, 2008, ITSIm 2008, International Symposium, Kuala Lumpur, Malaysia, 26.–28. Aug. 2008, str. 1–6.
- [4] Han, Y., Callafon, R.A.D., Cortés, J., and Jaffe, J.: *Dynamic Modeling and Pneumatic Switching Control of a Submersible Drogue*, In Proceedings of ICINCO (2). 2010, str. 89–97.
- [5] Wallace M. Bessa, Max S. Dutra, Edwin Kreuzer: *Depth control of remotely operated underwater vehicles using an adaptive fuzzy sliding mode controller*, Robotics and Autonomous Systems 56 (2008), str. 670–677
- [6] Darko Valenko, Zdenko Mezgec, Martin Pec, Marjan Golob: *Modeliranje plovnosti potapljača*, Zbornik dvajsete mednarodne Elektrotehniške in računalniške konference ERK 2011, 19.–21. september 2011, Portorož, Slovenija. Zv. A, str. 283–286
- [7] Bojan Kraut: *Krautov strojniški priročnik*, štirinajsta slovenska izdaja, Ljubljana, Littera picta, 2002