

NEGATIVNI LOMNI KOLIČNIK

JANEZ STRNAD

Fakulteta za matematiko in fiziko

Univerza v Ljubljani

PACS: 41.20.Jb

Zadnje čase v fizikalnih revijah pogosto obravnavajo negativni lom. Članek poskuša preprosto opisati osnove pojava in njegovo ozadje.

NEGATIVE INDEX OF REFRACTION

Lately in physics journals negative refraction is often discussed. In the article a simple description of the basics of the phenomenon and its background is given.

Lomni količnik

V ravnem elektromagnetnem valovanju v homogeni in izotropni snovi opišemo spreminjanje faze s faktorjem $e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$. V tem primeru v Maxwellovih enačbah rotor nadomestimo z $i\vec{k}\times$ in odvod po času z $-i\omega$. Tako pridemo do zvez med jakostjo električnega polja $\vec{\mathcal{E}}$, jakostjo magnetnega polja $\vec{\mathcal{H}}$ in valovnim vektorjem $\vec{k}$:

$$\vec{k} \times \vec{\mathcal{E}} = \omega\mu\mu_0\vec{\mathcal{H}} \quad \text{in} \quad \vec{k} \times \vec{\mathcal{H}} = -\omega\varepsilon\varepsilon_0\vec{\mathcal{E}}.$$

Navadno vzamemo dielektričnost ε in permeabilnost μ za pozitivni. V tem primeru vektorji $\vec{\mathcal{E}}$, $\vec{\mathcal{H}}$ in $\vec{k}$ sestavljajo desni trirob. Valovni vektor je enako usmerjen kot Poyntingov vektor $\vec{\mathcal{P}} = \vec{\mathcal{E}} \times \vec{\mathcal{H}}$, ki opiše gostoto energijskega toka. Fazna in skupinska hitrost imata enako smer. Fazna hitrost pove, kako hitro potuje faza, to je sprememba polja. Skupinska hitrost pa pri valovanju, ki ima disperzijo, se pravi, da je fazna hitrost odvisna od valovne dolžine, poda hitrost, s katero potujeta skupina valov in energija.

Iz zapisanih enačb pa izhaja, da vektorji $\vec{\mathcal{E}}$, $\vec{\mathcal{H}}$ in $\vec{k}$ sestavljajo levi trirob, če sta dielektričnost in permeabilnost negativni.¹ Valovni vektor ima nasprotno smer kot gostota energijskega toka, po domače valovi potujejo v nasprotno smer kot energija. Fazna hitrost ima nasprotno smer kot skupinska hitrost.

¹Tako snov so zato imenovali *levo*. To ime pa ni posrečeno, saj pojav ni povezan z ročnostjo.

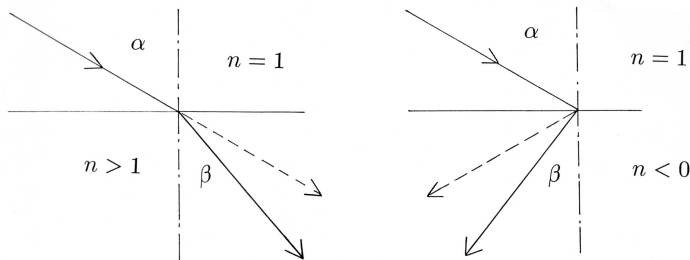
Iz Maxwellovih enačb sledi valovna enačba s kvadratom hitrosti svetlobe $c^2 = 1/(\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0)$. Če sta dielektričnost in permeabilnost pozitivni, lomni količnik snovi vpeljemo kot $n = c_0/c = (\varepsilon\mu)^{1/2}$ s hitrostjo svetlobe v vakuumu $c_0 = 1/(\varepsilon_0\mu_0)^{1/2}$. Pri prehodu iz vakuumu v snov vpadni kot α z lomnim kotom β povezuje lomni zakon $\sin\alpha/\sin\beta = c_0/c = n$.

Leta 1904 je Horace Lamb v mehaniki prvič obdelal možnost, da ima skupinska hitrost nasprotno smer kot fazna hitrost. Odtlej so o tej možnosti velikokrat razpravljali, pogosto tudi za elektromagnetno valovanje. Leta 1967 se je Viktor G. Veselago z Inštituta ruske akademije znanosti P. N. Lebedev v Moskvi načelno vprašal, ali je mogoče, da sta dielektričnost in permeabilnost hkrati negativni [1]. Ali v tem primeru lahko po snovi potuje elektromagnetno valovanje?

Dielektričnost in permeabilnost sta analitični funkciji, katerih imaginarna dela sta povezana z absorpcijo. Na to je treba biti pozoren pri računanju. Vzemimo, da sta dielektričnost in permeabilnost enaki -1 in ju zapišimo kot $\varepsilon = \mu = e^{i\pi}$. Za lomni količnik dobimo $n = e^{\frac{1}{2}i\pi} \cdot e^{\frac{1}{2}i\pi} = e^{i\pi} = -1$. To napelje na misel, da je treba prvotno enačbo za lomni količnik popraviti:

$$n = s(\varepsilon\mu)^{1/2}. \quad (1)$$

Če sta dielektričnost in permeabilnost obe pozitivni, je $s = +1$, če sta obe negativni, pa je $s = -1$. V obeh primerih po snovi lahko potuje elektromagnetno valovanje. Če je dielektričnost pozitivna in permeabilnost negativna ali dielektričnost negativna in permeabilnost pozitivna, pa je lomni količnik imaginaren. V teh primerih po snovi ne more potovati elektromagnetno valovanje. Na meji take snovi se valovanje odbije.

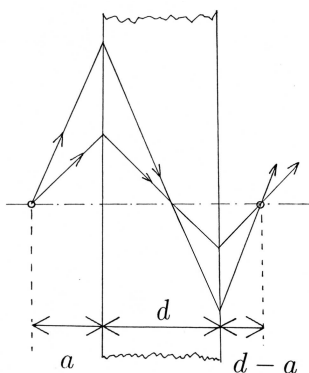


Slika 1. Pri običajnem lomu iz vakuumu v snov z $n > 1$ se žarek lomi proti vpadni pravokotnici (levo). Če je $n = 1$, se žarek ne lomi (črtkano). Pri negativnem lomu iz vakuumu v snov z $n < 0$ je lomni kot negativen (desno) in za $n = -1$ enako velik kot vpadni kot (črtkano).

Z negativnim lomnim količnikom so povezani številni nenavadni pojavi. Najprej zapišimo lomni zakon za prehod valovanja z območja 1 na območje 2:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12} = \frac{s_2(\varepsilon_2\mu_2)^{1/2}}{s_1(\varepsilon_1\mu_1)^{1/2}}. \quad (2)$$

Pri prehodu z območja s pozitivnim lomnim količnikom na območje s pozitivnim ali z območja z negativnim lomnim količnikom na območje z negativnim velja lomni zakon v običajni obliki. Pri prehodu z območja s pozitivnim lomnim količnikom na območje z negativnim ali z območja z negativnim lomnim količnikom na območje s pozitivnim pa se v lomnem zakonu pojavi dodaten znak minus. Tedaj govorimo o *negativnem lomu*. Pri običajnem lomu merimo lomni in odbojni kot od vpadne pravokotnice v enakem smislu, tako da vpadni in lomljeni žarek ležita na nasprotnih straneh vpadne pravokotnice. Pri negativnem lomu pa je lomni kot negativen, tako da vpadni in lomljeni žarek ležita na isti strani vpadne pravokotnice (slika 1).



Slika 2. Poljubno velika planparalelna plast iz snovi z $n = -1$ preslika predmet brez napak, značilnih za leče, in brez neostrosti zaradi uklona.

Obratna vrednost goriščne razdalje leče iz snovi 2 na območju 1 je sorazmerna z razliko $n_{12} - 1$. Pri običajnem lomu je razlika enaka nič, če postane lomni količnik leče enak lomnemu količniku okolice in $n_{12} = 1$, tako da ni loma. Pri negativnem lomu pa je razlika enaka $-(|n_{12}| + 1)$. Zaradi spremene znaka mora biti v tem primeru zbiralna leča na sredini tanjša kot na robovih in razpršilna na sredini debelejša kot na robovih. Zanimiv je lom na planparalelni plasti iz snovi z lomnim količnikom $n = -1$ v vakuumu. Lomni kot je enak negativnemu vpadnemu kotu, vrh tega ima snov podobne lastnosti kot vakuum, zato se na njej nič svetlobe ne odbije. Planparalelna

plošča z debelino d točkast predmet v razdalji $a < d$ preslika v točkasto sliko v razdalji $d - a$ (slika 2) [1]. Pri zelo veliki plošči ni omejitve zaradi uklona, da se točkast predmet preslika v krožec s premerom valovne dolžine kot pri običajni leči [2–4]. Vendar plast nima pravih lastnosti leče, saj vzporednega šopa žarkov ne zbere v goriščni ravnini.

Na območju z negativnim lomnim količnikom bi opazili *obratni pojav Čerenkova*. Pri običajnem pojavu Čerenkova naelektreni delec, ki se giblje po snovi hitreje, kot potuje po njej elektromagnetno valovanje, seva stožčasto valovno čelo z valovnim vektorjem pod ostrim kotom proti smeri gibanja. Pri obratnem pojavu Čerenkova bi bil ta kot top. Na območju z negativnim lomnim količnikom opazijo *obratni Dopplerjev pojav*. V verigo členov, ki jih sestavljata po dva kondenzatorja in dušilka z nelinearno induktivnostjo, so poslali ostro elektromagnetno motnjo in za njo radijske valove. Valovi s frekvenco okoli 1,3 GHz so se odbili na motnji, ki se je oddaljevala s hitrostjo 0,26c, in se vrnili s frekvenco okoli 1,6 GHz [5].

Dielektričnost in permeabilnost

Dielektričnost in permeabilnost sta odvisni od frekvence. Na hitro si ogledjmo značilno frekvenčno odvisnost dielektričnosti. Molekule snovi si mislimo sestavljene iz elektronov, ki so harmonično vezani na pozitivne molekulske ostanke. V snovi, ki ni pregosta, lahko približno vzamemo, da na elektron deluje izmenično električno polje v valovanju $\mathcal{E}_0 e^{-i\omega t}$. Magnetne sile zanemarimo. Enačba gibanja za elektron se glasi $m(\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x) = -e_0 \mathcal{E}_0 e^{-i\omega t}$. Konstanta γ upošteva dušenje, $\omega_0 = \sqrt{K/m}$ pa je lastna krožna frekvenca elektrona. Električni dipolni moment elektrona $p_e = -e_0 x$ prispeva k električni polarizaciji $P = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\mathcal{E} = Z\mathcal{N}p_e$, če je $\mathcal{N}$ število molekul v prostorninski enoti in v vsaki molekuli niha Z elektronov. Z nastavkom $x = x_0 e^{-i\omega t}$ sledi kompleksna dielektričnost $\varepsilon = 1 + Z\mathcal{N}e_0^2 / (m\varepsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega))$ z realnim in imaginarnim delom:

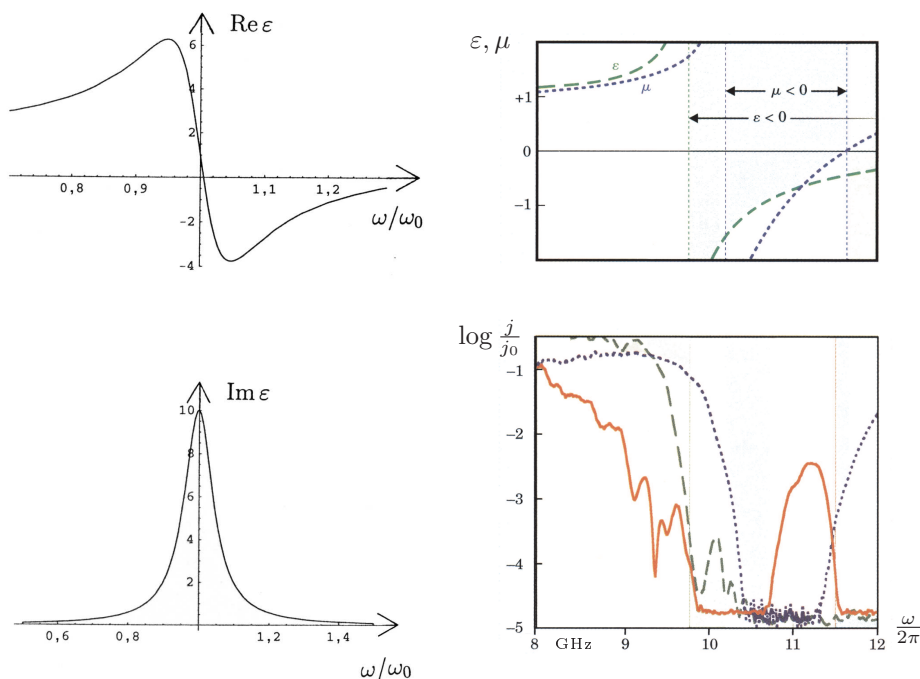
$$\operatorname{Re} \varepsilon = 1 + \frac{Z\mathcal{N}e_0^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma^2}$$

in

$$\operatorname{Im} \varepsilon = \frac{Z\mathcal{N}e_0^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}.$$

Imaginarni del kaže značilno resonančno krivuljo, ko krožna frekvenca elektromagnetnega valovanja ω doseže in preseže lastno krožno frekvenco elek-

trona ω_0 . Realni del, ki ga je treba upoštevati v lomnem količniku, pa po prehodu skozi resonanco lahko spremeni znak (slika 3).



Slika 3. Krivulji po zapisanih enačbah za $\text{Re } \epsilon$ in $\text{Im } \epsilon$ z $ZN = 1,8 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ in $\gamma/\omega_0 = 0,1$ (levo). Dielektričnost (črtkano) in permeabilnost (pikčasto) metamateriala, s katerim so D. Smith in sodelavci prvič opazovali negativni lom, na nakazanih frekvenčnih pasovih postaneta negativni (desno zgoraj). Označeni vrh prepustnosti (sklenjeno) priča, da je na ozkem frekvenčnem pasu lomni količnik negativen (desno spodaj). Narisani sta tudi prepustnosti za električni del metamateriala (črtkano) in za magnetni del (pikčasto). Po J. B. Pendryju in D. R. Smithu [3].

Negativna dielektričnost se potemtakem lahko pojavi na ozkem frekvenčnem pasu po prehodu skozi resonanco. Pri tem je treba računati tudi z disperzijo in absorpcijo. Pri kovinah, na primer srebru in aluminiju, se resonanca pojavi na vidnem območju, na katerem te kovine močno odbijajo svetlobo. V polprevodnikih pa leži resonanca na območju valovnih dolžin okoli desetine milimetra ali na infrardečem območju.

S podobnim računom je mogoče zajeti tudi permeabilnost. V snovi si mislimo drobne ovoje s tokom s harmonično vezanimi magnetnimi momenti. Dobimo podobno zvezo za permeabilnost. Tudi njen realni del lahko pri prehodu skozi resonanco postane negativen. To se primeri pri nekaterih

feromagnetnih in antiferomagnetnih snoveh, le da leži resonančna frekvenca pri precej nižjih frekvencah.

Metamateriali

Da postane lomni količnik negativen, morata dielektričnost in permeabilnost biti negativni na istem frekvenčnem pasu. Take snovi v naravi niso našli. Za mikrovalove so jo naredili tako, da so sestavili iz enakih členov vezje, ki ga je mogoče opisati kot *metamaterial* z efektivno dielektričnostjo in efektivno permeabilnostjo, če so členi manjši od četrte valovne dolžine. John B. Pendry in sodelavci z Imperialnega kolidža v Londonu so leta 1999 prišli na misel, da bi za magnetni del uporabili drobne kovinske obroče z režami [6]. Obroči z induktivnostjo in reže s kapaciteto delujejo kot nihajni krogi.

Zamisel so preizkusili David Smith in njegovi sodelavci s Kalifornijske univerze v San Diegu [7]. Na ploščice iz organskega stekla so nalepili tanke bakrene lističe v obliki dveh obročev z režama na nasprotnih straneh. Za električni del pa so na drugi strani ploščic nalepili bakrene trakove. Ploščice so sestavili v mrežo in tako dobili metamaterial z negativnima efektivnima dielektričnostjo in permeabilnostjo (slika 3). Na takem metamaterialu so opazovali negativni lom v ravnini. V valovni vodnik so vstavili prizmo iz metamateriala, tako da je vanjo valovanje s frekvenco 10 GHz vstopalo pod pravim kotom, izstopalo pa poševno [8]. Pri tem so se prepričali, da se je valovanje lomilo na nasprotno stran kot na enaki prizmi iz teflona s pozitivnim lomnim količnikom. Nekateri raziskovalci so podvomili, da je šlo za pravi negativni lom, češ da sta motili velika disperzija in oslabitev in je bil sprejemnik preblizu prizme. Dvome je ovrгла raziskovalna skupina s Kalifornijskega tehniškega inštituta, ki je ponovila poskus z bolj oddaljenim merilnikom [9]. Nato so to storile še druge raziskovalne skupine.

Nadejajo se, da bo mogoče s telesi iz nehomogenega in anizotropnega metamateriala po volji vplivati na potovanje valovanja. Pendry, Smith, ki je medtem prešel na univerzo Duke v Durhamu, in sodelavec so premislili, kako bi elektromagnetno valovanje z določeno valovno dolžino speljali mimo dela prostora in naredili telesa v njem „nevidna“ za to valovanje [10]. Izračunali so, kako bi se morali spreminjati dielektričnost in permeabilnost krogelne lupine, da ne bi mogli videti teles v njeni notranjosti. Valovanje bližnjega točkastega izvira bi bilo v oddaljenosti tako, kot da lupina ne bi metala sence.

Napravo so preizkusili v preseku krogelne lupine z ekvatorsko ravnino [11]. Zares so izdatno zmanjšali sipanje valovanja s frekvenco 8,5 GHz v smeri nazaj in v smeri naprej, tako da predmeta ni bilo mogoče „videti“ in opazovati njegove sence.

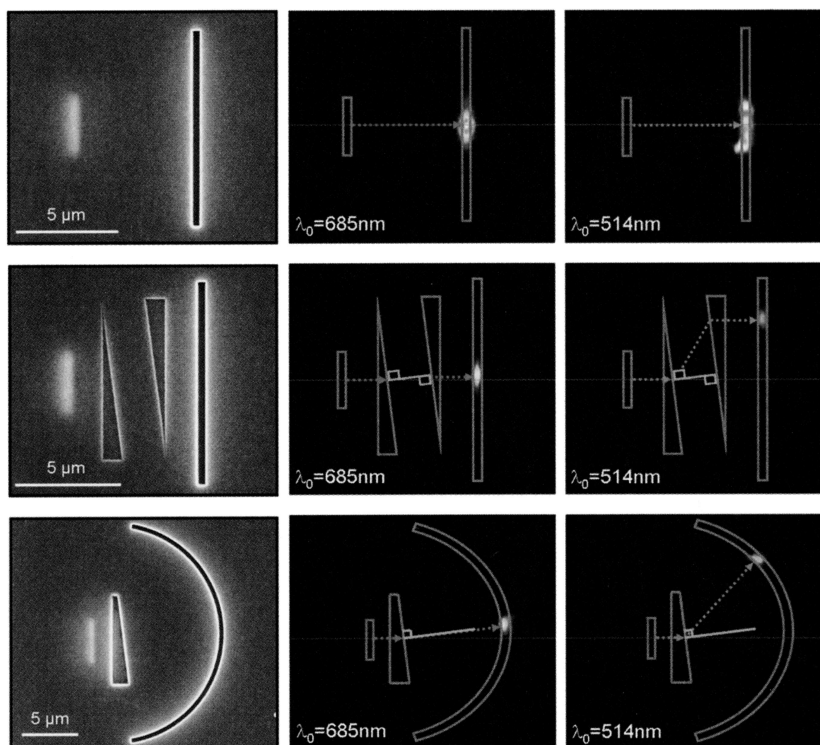
Vidna svetloba

Pred kratkim so Henri Lezec z Državnega inštituta za znanstvena raziskovanja v Parizu ter Jeniffer Dionne in Harry Atwater s Kalifornijskega tehniškega inštituta v Pasadeni opazovali negativni lom tudi z modrozeleno svetlobo [12]. Pri vidni svetlobi je bilo treba uporabiti drugačen prijem, saj ni mogoče sestaviti metamateriala iz trakov in obročev z režami. Svetlobo so speljali po valovnem vodniku iz tanke plasti silicijevega nitrida Si_3N_4 med plastema kovine. Po 500 nm debeli plasti nitrída med plastema srebra s pozitivnim lomnim količnikom je lahko potovalo valovanje, ki je ustrezalo več nihajnim načinom TM s prečnim magnetnim poljem.² Po 50 nm debeli plasti nitrída med plastema srebra in zlata z negativnim lomnim količnikom pa je lahko potovalo valovanje, ki je ustrezalo enemu samemu nihajnemu načinu TM. Ta posebnost v stanjšani plasti zahteva posebno pojasnilo. Valovni vodnik so na vseh straneh zaščitili s plastjo aluminija, da so se izognili motnjam od zunaj.

V tanjši plasti so fotoni delovali na površinske plazmone, to je kvante plazemskega nihanja elektronskega plina ob meji kovine z dielektrikom. S sklopitvijo površinskih plazmonov s fotoni so nastali polaritoni, s katerimi moramo opisati valovanje, namesto da bi ga opisali s fotoni. Hitrost tega valovanja je močno odvisna od frekvence. Na pasu med lastno krožno frekvenco površinskih plazmonov in plazemsko frekvenco elektronov v globini kovine postane lomni količnik negativen. S tem, da so srebro nadomestili z zlatom, so premaknili območje negativnega lomnega količnika od ultravijolične k modrozeleni svetlobi. Za rdečo svetlobo je lomni količnik ostal pozitiven.

Skozi 400 nm široko režo v vrhnjih plasteh so posvetili s polariziranim laserskim curkom z magnetnim poljem vzdolž reže. Valovanje je potovalo po

²V valovnih vodnikih je pri reševanju Maxwellovih enačb treba upoštevati vsakokratne robne pogoje. Vsaki od lastnih rešitev ustreza *način* (modus) z značilno krajevno odvisnostjo obeh polj. Pri transverzalnih magnetnih načinih TM je magnetno polje pravokotno na smer potovanja.



Slika 4. V valovni vodnik s 500 nm debelo plastjo silicijevega nitrida niso namestili nobene prizme (zgornja vrsta), dve ploski prizmi s 50 nm debelo plastjo nitrida (srednja vrsta) ali eno tako prizmo (spodnja vrsta). Posnetek so naredili s tipalnim elektronskim mikroskopom (levi stolpec) in z optičnim mikroskopom pri osvetlitvi z leve z rdečo svetlobo (srednji stolpec) in modrozeleno svetlobo (desni stolpec). Za modrozeleno svetlobo je bil lomni količnik negativen in je prišlo do negativnega loma, za rdečo svetlobo pa je bil lomni količnik pozitiven in ni prišlo do negativnega loma [12].

delu valovnega vodnika z debelejšo plastjo nitrida in pozitivnim lomnim količnikom. Nato je naletelo na območje s tanjšo plastjo nitrida in z negativnim lomnim količnikom. Območje je imelo obliko prizme s ploskim trikotnikom kot osnovno ploskvijo in s prvo mejno ploskvijo pravokotno na os valovnega vodnika. Uporabili so dve enaki, drugo proti drugi obrnjeni prizmi ali eno samo prizmo. Prepuščeno valovanje so skozi ravno ali ukrivljeno režo v spodnjih plasteh zaznavali z objektivom s petdesetkratno povečavo in polprevodniškim merilnikom CCD, hlajenim s tekočim dušikom. Naredili so tri vrste poskusov. Pri prvem so brez prizem opazovali premo potovanje valovanja. Pri drugem poskusu so opazovali odklon valovanja pri prehodu skozi

dve prizmi, pri tretjem pa odklon pri prehodu skozi eno prizmo. Vsakega od poskusov so naredili z modrozeleno svetlobo z valovno dolžino 514 nm in z rdečo svetlobo z valovno dolžino 685 nm. Pri drugi in tretji vrsti poskusov so jasno zaznali odklon modrozelenе svetlobe zaradi negativnega loma, medtem ko se rdeča svetloba ni odklonila (slika 4). Tudi izidi teh poskusov so bili vezani na ravnino.

Negativni lom vneto raziskujejo in število člankov o njem v raziskovalnih revijah precej hitro narašča. Raziskovanja v veliki meri podpirajo vojaški krogi. Tudi drugi si obetajo izboljšane naprave. Za zdaj uporabljajo izboljšane valovne vodnike, antene in leče za mikrovalove. Za bližnjo prihodnost med drugim omenjajo povečano gostoto pri zapisovanju podatkov na DVD in izboljšano ločljivost pri opazovanju bioloških vzorcev.

LITERATURA

- [1] V. G. Veselago, *Elektrodinamika veščestv s odnovenemno otricatel'nyimi značenijami ϵ i μ* , Uspehi fizičeskih nauk **92** (1967), str. 517.
- [2] J. B. Pendry, *Negative Refraction Makes a Perfect Lens*, Phys. Rev. Lett. **85** (2000), str. 3966–3969.
- [3] J. B. Pendry in D. R. Smith, *Reversing Light With Negative Refraction*, Phys. Today **57** (2004) 6, str. 37–43; *The Quest for the Superlens*, Scientific American **295** (2006) 6, str. 60–67.
- [4] J. B. Pendry, *Negative refraction*, Contemp. Phys. **45** (2004), str. 191–202.
- [5] N. Seddon in T. Bearpark, *Observation of the Inverse Doppler Effect*, Science **302** (2003) 5650, str. 1537–1540.
- [6] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins in W. J. Stewart, *Magnetism from Conductors and Enhanced Nonlinear Phenomena*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **47** (1999) 11, str. 2075–2084.
- [7] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser in S. Schultz, *Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity*, Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 18, str. 4184–4187.
- [8] R. A. Shelby, D. R. Smith in S. Schultz, *Experimental Verification of a Negative Index of Refraction*, Science **292** (2001) 5514, str. 77–79.
- [9] A. A. Houck, J. B. Brock in I. L. Chuang, *Experimental Observations of a Left-Handed Material That Obeys Snell's Law*, Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 13, str. 137401–1–4.
- [10] J. B. Pendry, D. Schurig in D. R. Smith, *Controlling Electromagnetic Fields*, Science **312** (2006) 5781, str. 1780–1782.
- [11] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr in D. R. Smith, *Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies*, Science **314** (2006) 5801, str. 977–980.
- [12] H. J. Lezec, J. A. Dionne in H. A. Atwater, *Negative Refraction at Visible Frequencies*, Science **316** (2007) 5823, str. 430–432.