

Also available at <http://amc-journal.eu>

ISSN 1855-3966 (printed edn.), ISSN 1855-3974 (electronic edn.)  
Ars Mathematica Contemporanea Volume 6, Issue 2, Year 2013, Pages 261–278

## Interlacing-extremal graphs

Irene Sciriha, Mark Debano, Marta Borg, Patrick W. Fowler,  
Barry T. Pickup

### Abstract

A graph  $G$  is *singular* if the zero-one adjacency matrix has the eigenvalue zero. The multiplicity of the eigenvalue zero is called the *nullity* of  $G$ . For two vertices  $y$  and  $z$  of  $G$ , we call  $(G, y, z)$  a *device* with respect to  $y$  and  $z$ . The nullities of  $G$ ,  $G - y$ ,  $G - z$  and  $G - y - z$  classify devices into different *kinds*. We identify two particular classes of graphs that correspond to distinct kinds. In the first, the devices have the minimum allowed value for the nullity of  $G - y - z$  relative to that of  $G$  for all pairs of distinct vertices  $y$  and  $z$  of  $G$ . In the second, the nullity of  $G - y$  reaches the maximum possible for all vertices  $y$  in a graph  $G$ . We focus on the non-singular devices of the second kind.

**Keywords:** Adjacency matrix, singular graphs, nut graphs, uniform-core graphs, nuciferous graphs, interlacing.

Math. Subj. Class.: 05C50, 05C35, 05C60, 05B20, 92E10,  
74E40

## Ekstremalni grafi

### Povzetek

Graf  $G$  je *singularen*, če ima njegova matrika sosednosti lastno vrednost nič. Večkratnosti ničelne lastne vrednosti rečemo *ničnost* grafa  $G$ . Za dani vozlišči  $y$  in  $z$  grafa  $G$  je  $(G, y, z)$  *mehanizem* glede na  $y$  in  $z$ . S pomočjo ničnosti grafov  $G$ ,  $G - y$ ,  $G - z$  in  $G - y - z$  klasificiramo mehanizme v različne *vrste*. Posebej nas zanimata dva razreda grafov. V prvem razredu so grafi, katerih mehanizmi imajo minimalno dovoljeno vrednost ničnosti grafa  $G - y - z$  glede na  $G$  za vse pare različnih vozlišč  $y$  in  $z$  grafa  $G$ . Pri grafih iz drugega razreda ničnost grafa  $G - y$  doseže maksimum za vsa vozlišča  $y$  v grafu  $G$ . V članku se osredotočimo na nesingularne mehanizme druge vrste.

**Ključne besede:** Matrika sosednosti, singularni grafi, oreškasti grafi, uniformno-jedrni grafi.