

The invariant of $\text{PGU}(3, q)$ in the Hermitian function field

Barbara Gatti 

*Dipartimento di Matematica e Fisica, Università del Salento,
via per Arnesano, 73100 Lecce, Italy and*

*Dipartimento di Matematica, Informatica ed Economia, Università degli Studi della
Basilicata, Viale dell'Ateneo Lucano 10, 85100 Potenza, Italy*

Francesco Ghiandoni 

*Dipartimento di Matematica ed Informatica, Università di Perugia,
Via Vanvitelli, 60123 Perugia, Italy*

Gábor Korchmáros* 

*Dipartimento di Matematica, Informatica ed Economia, Università degli Studi della
Basilicata, Viale dell'Ateneo Lucano 10, 85100 Potenza, Italy*

Received 21 December 2023, accepted 21 September 2024, published online 26 February 2025

Abstract

Let $F = F|\mathbb{K}$ be a function field over an algebraically closed constant field $\mathbb{K}$ of positive characteristic p . For a $\mathbb{K}$ -automorphism group G of F , the invariant of G is the fixed field F^G of G . If F has transcendence degree 1 (i.e. F is the function field of an irreducible curve) and F^G is rational, then each generator of F^G uniquely determines F^G and it makes sense to call each of them the invariant of G . In this paper, F is the Hermitian function field $\mathbb{K}(\mathcal{H}_q) = \mathbb{K}(x, y)$ with $y^q + y - x^{q+1} = 0$ and $q = p^r$. We determine the invariant of $\text{Aut}(\mathbb{K}(\mathcal{H}_q)) \cong \text{PGU}(3, q)$, and discuss some related questions on Galois subcovers of maximal curves over finite fields.

Keywords: Function field, finite field, automorphism group, invariant.

Math. Subj. Class.: 11G20, 14H37, 14H05

*Corresponding author.

E-mail addresses: barbara.gatti@unisalento.it (Barbara Gatti), francesco.ghiandoni@unifi.it (Francesco Ghiandoni), gabor.korchmaros@unibas.it (Gábor Korchmáros)



Invarianta grupe $\text{PGU}(3, q)$ v hermitskem funkcijskem obsegu

Barbara Gatti 

*Dipartimento di Matematica e Fisica, Università del Salento,
via per Arnesano, 73100 Lecce, Italy in*

*Dipartimento di Matematica, Informatica ed Economia, Università degli Studi della
Basilicata, Viale dell'Ateneo Lucano 10, 85100 Potenza, Italy*

Francesco Ghiandoni 

*Dipartimento di Matematica ed Informatica, Università di Perugia,
Via Vanvitelli, 60123 Perugia, Italy*

Gábor Korchmáros* 

*Dipartimento di Matematica, Informatica ed Economia, Università degli Studi della
Basilicata, Viale dell'Ateneo Lucano 10, 85100 Potenza, Italy*

Prejeto 21. decembra 2023, sprejeto 21. septembra 2024, objavljeno na spletu 26. februarja 2025

Povzetek

Naj bo $F = F|\mathbb{K}$ funkcijski obseg nad algebraično zaprtim konstantnim obsegom $\mathbb{K}$ pozitivne karakteristike p . Če je G grupa $\mathbb{K}$ -avtomorfizmov obsega F , je *invarianta grupe* G fiksni obseg F^G grupe G . Če ima obseg F *transendenčno stopnjo* 1 (tj. F je funkcijski obseg neke ireducibilne krivulje) in je obseg F^G racionalen, potem ga vsak njegov generator enolično določa, zato ima smisel vsakega od teh generatorjev imenovati invarianta grupe G . V tem članku je F hermitski funkcijski obseg $\mathbb{K}(\mathcal{H}_q) = \mathbb{K}(x, y)$ z $y^q + y - x^{q+1} = 0$ in $q = p^r$. Določimo invarianto grupe $\text{Aut}(\mathbb{K}(\mathcal{H}_q)) \cong \text{PGU}(3, q)$ in obravnavamo nekatere sorodna vprašanja v zvezi z Galoisovimi podpokritji maksimalnih krivulj nad končnimi obsegi.

Ključne besede: Funkcijski obseg, končni obseg, grupa avtomorfizmov, invarianta.

Math. Subj. Class.: 11G20, 14H37, 14H05

*Kontaktni avtor.

E-poštni naslovi: barbara.gatti@unisalento.it (Barbara Gatti), francesco.ghiandoni@unifi.it (Francesco Ghiandoni), gabor.korchmaros@unibas.it (Gábor Korchmáros)