



# Ψ

## Metoda reševanja nazaj

### *Backward Chaining Method*

#### Σ Povzetek

V prispevku je predstavljeno reševanje besedilnih nalog po metodi reševanja nazaj. Na začetku je metoda reševanja nazaj predstavljena na primeru reševanja ene izmed nalog. V nadaljevanju je nekaj primerov reševanja iste naloge, pa tudi nekaterih drugih, ki so jih učenci reševali po metodi nazaj.

**Ključne besede:** besedilne naloge, metode reševanja, reševanje nazaj

#### Sonja Rajh

Zavod RS za šolstvo

#### Σ Abstract

*The paper presents the solving of textual tasks through the use of the backward chaining method. At first, the method of backward chaining is presented on an example of solving one of the tasks. Furthermore, alternate examples of solving the same tasks are given as well as other tasks which pupils managed to solve with help of the backward chaining method.*

**Keywords:** textual tasks, methods for problem solving, backward chaining

## $\alpha$ Predstavitev metode reševanja nazaj

Po tej metodi začnemo nalogo reševati pri zadnjem podatku in po sosedlju dogodkov s konca proti začetku. Metodo reševanja nazaj si oglejmo ob primeru reševanja naslednje naloge:

### Naloga 1 – Košara sliv

Zjutraj je mama pripravila košaro s slivami za tri hčere. Najstarejša hči je prva opazila košaro s slivami in pojedla tretjino sliv. Ko je srednja hči opazila košaro s slivami, je pojedla tretjino preostalih sliv. Najmlajša hči je zadnja opazila košaro s slivami in pojedla tretjino sliv, ki so ostale v košari. V košari je na koncu ostalo 8 sliv. Koliko sliv je mama pripravila v košaro?

*Rešitev: Mama je v košaro položila 27 sliv.*

### Opis načina reševanja

Začnimo nalogo reševati pri dogodku, ki se je zgodil zadnji: Najmlajša hči je vzela iz košare tretjino sliv in ostalo jih je osem. To pomeni, da je osem sliv enako dvema tretjinama sliv, ki so bile v košari, preden si je postregla najmlajša hči. Od tod sklepamo, da je tretjina sliv enaka 4 (kar je dobila najmlajša hči) in da je bilo v košari 12 sliv ( $3 \cdot 4$  ali  $8 + 4$ ), preden si je postregla najmlajša hči.

Naredimo naslednji korak. Najmlajša hči je torej našla košaro z dvanajstimi slivami. Teh 12 sliv ji je pustila srednja hči, potem ko je pojedla eno tretjino od sliv, ki jih je sama našla v košari. Dve tretjini sliv, ki jih je našla srednja hči, je torej 12, ena tretjina pa 6. To pomeni, da je srednja hči v košari našla 18 sliv.

Na enak način sklepamo pri najstarejši hčeri. Ko je iz košare pojedla tretjino sliv, jih je ostalo 18. To pomeni, da je 18 sliv enako dvema tretjinama vseh sliv na začetku. Devet sliv je enako eni tretjini, sedemindvajset sliv pa trem tretjinam. Torej je mama v košaro pripravila 27 sliv.

S tem smo nalogo rešili po metodi reševanja nazaj. **Najprej smo reševali dogodek, ki se je zgodil zadnji in se korak za korakom približevali prvemu dogodku.**

Učenec, ki že obvlada tehniko reševanja enačb, lahko nalogo reši na naslednji način:

Označimo z  $x$  skupno število sliv, ki jih je mama pripravila v košaro. Najstarejša hči je pojedla  $\frac{1}{3}x$  sliv, zato je ostalo v košari  $\frac{2}{3}x$  sliv. Srednja hči je pojedla tretjino preostalih sliv, to je  $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}x = \frac{2}{9}x$ . V košari je ostalo  $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}x = \frac{4}{9}x$  sliv. Najmlajša hči je pojedla tretjino preostalih sliv, to je  $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9}x = \frac{4}{27}x$ , ostalo pa jih je  $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9}x = \frac{8}{27}x$  oziroma 8 sliv. Zapišemo enačbo:

$$\frac{8}{27}x = 8.$$

Rešitev enačbe je  $x = 27$ . Torej je mama dala v košaro 27 sliv.

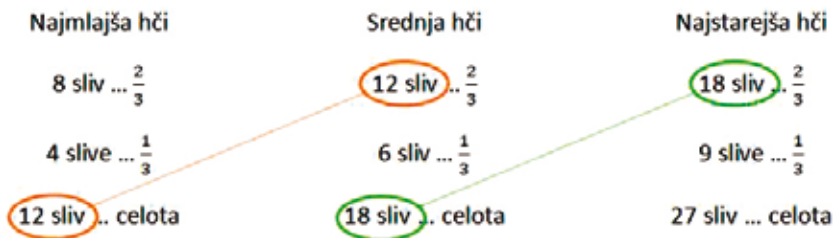
In še preizkus:

Najstarejša je pojedla  $\frac{1}{3}$  od 27 sliv = 9 sliv.  
Ostalo je  $27 - 9 = 18$  sliv.

Srednja hči je pojedla  $\frac{1}{3}$  od 18 sliv = 6 sliv.  
V košari je ostalo  $18 - 6 = 12$  sliv.

Najmlajša je pojedla  $\frac{1}{3}$  od 12 sliv = 4 slive.  
V košari je ostalo  $12 - 4 = 8$  sliv.

Hčerke so pojedle  $9 + 6 + 4 = 19$  sliv.  
Mama je pripravila 27 sliv, hčerke so jih pojedle 19, torej jih je ostalo  $27 - 19 = 8$  sliv.



[Slika 1] Pretipkano reševanje učenca

## β Reševanje naloge Košara sliv

### Načini reševanja

#### 1. način reševanja

Učenec je nalogo sistematično, v treh korakih, reševal po metodi reševanja nazaj. Naredil je 3 sklepne račune, v katerih je izračunal število sliv, ki jih je v košari našla posamezna hči. Ta podatek je potem uporabil v naslednjem koraku (za naslednjo hčer).

Tako so razmišljali tudi drugi učenci in nalogo reševali zelo podobno. Le da so bili zapisi pri nekaterih učencih matematično nekorektni. Npr.: Napačen zapis enakosti  $8 = \frac{2}{3}$ .

Na sliki 2 je prikazano, kako je učenec 8. razreda reševal nalogo v treh korakih od zadnjega dogodka proti prvemu. Spremenljivko je v vsakem koraku označil z  $x$ , kjer  $x = \frac{3}{3} = 1$  predstavlja celoto, torej število sliv, ki jih je v košari našla posamezna hči.

$$\begin{array}{l} 8 = \frac{2}{3} \\ x = \frac{3}{3} \end{array} \quad x = \frac{8 \cdot \frac{3}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{8 \cdot 1}{\frac{2}{3}} = 8 : \frac{2}{3} = 8 \cdot \frac{3}{2} = 12$$

$$\begin{array}{l} 12 = \frac{2}{3} \\ x = \frac{3}{3} \end{array} \quad x = \frac{12 \cdot \frac{3}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{12 \cdot 1}{\frac{2}{3}} = 12 : \frac{2}{3} = 12 \cdot \frac{3}{2} = 18$$

$$\begin{array}{l} 18 = \frac{2}{3} \\ x = \frac{3}{3} \end{array} \quad x = \frac{18 \cdot \frac{3}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{18 \cdot 1}{\frac{2}{3}} = 18 : \frac{2}{3} = 18 \cdot \frac{3}{2} = 27$$

[Slika 2] Reševanje naloge s slivami v treh korakih

$$\frac{2}{3} = 8$$

$$\frac{2}{3} = 12$$

$$\frac{2}{3} = 18$$

$$\frac{1}{3} = 4$$

$$\frac{1}{3} = 6$$

$$\frac{1}{3} = 9$$

$$\frac{3}{3} = 12$$

$$\frac{3}{3} = 18$$

$$\frac{3}{3} = 27$$

[Slika 3] Reševanje naloge s slivami po metodi nazaj

Njegova učiteljica je zapisala:

»Naloga je učencem povzročala kar precej težav, večina jih je dobila rezultat 216 sliv, kar pa žal ni bilo pravilno. Učenec, ki je nalogo rešil pravilno, je svoje razmišljanje sošolcem še podrobneje razložil, jaz pa sem jim predstavila metodo reševanja nazaj.«

Oglejmo si še krajši zapis reševanja naloge (slika 3), v katerem so zapisani le bistveni podatki:

Na sliki 3 je ponazorjeno reševanje učenca v treh korakih po metodi reševanja nazaj. Ugotavljamo, da je učenec problem razumel in ga ustrezno reševal. Zapisi enakosti so sicer nepravilni, kot pri večini poslanih izdel-

kov učencev, kar pa reševalcev očitno ne zavraja pri sklepanju.

## 2. način reševanja

Naslednji način razmišljanja je zelo podoben prvemu, le zapis je drugačen. Učenec 8. razreda je nalogo reševal v treh korakih, od zadnjega dogodka proti prvemu.

Učenec je najprej zapisal ugotovitev za vsako hčer in potem utemeljil, kako je to izračunal. Zapisi so enostavni in pravilni.

## 3. način reševanja

Učenci so si bistvene podatke iz naloge zapisovali in ponazarjali na različne načine. Eden od njih je predstavljen na spodnji shemi (slika 5).

12 sliv je ostalo za najmlajšo hčer, saj velja  $8 : 2 = 4$  in  $4 + 8 = 12$ .

18 sliv je ostalo za srednjo hčer, saj velja  $12 : 2 = 6$  in  $6 + 12 = 18$ .

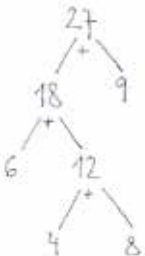
27 sliv je ostalo za najstarejšo hčer, saj velja  $18 : 2 = 9$  in  $9 + 18 = 27$ .

[Slika 4] Pretipkano reševanje učenca



[Slika 5] Pretipkano reševanje učenca

Učenec je kratko, jedrnato in sistematično predstavil svoj način razmišljanja. Nalogo je začel reševati pri najmlajši hčerki, ki je v košari pustila 8 sliv ( $\frac{2}{3}$  od tistih, ki jih je našla v košari), pojedla pa 4 slive ( $\frac{1}{3}$  od tistih, ki jih je našla v košari). To pomeni, da je najmlajša hči našla v košari 12 sliv ( $8 + 4$ ), kar ustreza količini sliv, ki jo je v košari pustila srednja hči. Na podoben način je razmišljal in zapisoval za srednjo in najstarejšo hčer ter na koncu ugotovil, da je bilo v začetku dogajanja v košari 27 sliv.



[Slika 6] Reševanje z drevesnim prikazom

Podobno je učenec 7. razreda na »eleganten« način z drevesnim prikazom (slika 6) ilustriral uvodno opisovanje reševanja te naloge z metodo nazaj. Izognil se je uvajanju spremenljivk in zapisovanju enačb oziroma enakosti.

Zapisoval je od spodaj navzgor, torej po besedilu naloge od konca proti začetku. S

pomočjo preglednega zapisa lahko v vsakem koraku sproti naredimo miselni preizkus pravilnosti reševanja.

#### 4. način reševanja

Učenka 9. razreda je nalogo, ki poteka v treh korakih, reševala z uporabo treh enačb in treh neznank. V vsaki enačbi je neznanko označila z drugim indeksom. Iz grafičnega ponazoritve pa sklepamo o njenem razmišljanju: zelo spretno uporablja ne le metodo reševanja nazaj (začela je spodaj desno z osmimi slivami, ki so ostale, in reševala nalogo nazaj proti vrhu sheme), ampak tudi grafično-aritmetično metodo reševanja besedilnih nalog (saj si je količino sliv ponazorila z različno visokimi pravokotniki pri količini sliv, ki jih je v košari našla najmlajša hči, kjer je lepo razvidno razmerje med  $\frac{1}{3}$  in  $\frac{2}{3}$  sliv v košari).

Iz sheme lahko preberemo število sliv, ki jih je dobila posamezna hči, in preverimo rešitev, saj je  $9 + 6 + 4 + 8 = 27$ .

Njena učiteljica je zapisala:

»Kot vidimo, je učenka 9. razreda uporabila enačbe. Seveda je to smiselno, saj so se naučili uporabljati enačbe v besedilnih nalogah. Pozna se tudi večja sistematičnost reševanja kot pri učencih 8. razreda. Učenka pri vsaki nalogi tudi grafično upodobi potek reševanja.«

Najstarejša	Srednja	Najmlajša	
9			$x_3 = 27$
	6		$x_2 = 18$
		4	$x_1 = 12$
		8 ostalo	

$$\frac{2}{3} x_1 = 8$$

$$x_1 = \frac{8 \cdot 3}{2}$$

$$x_1 = 12$$

$$\frac{2}{3} x_2 = 12$$

$$x_2 = \frac{12 \cdot 3}{2}$$

$$x_2 = 18$$

$$\frac{2}{3} x_3 = 18$$

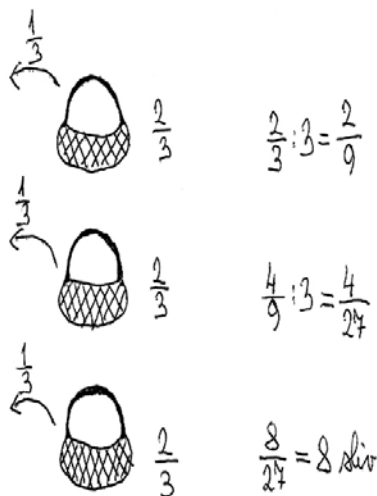
$$x_3 = \frac{18 \cdot 3}{2}$$

$$x_3 = 27$$

[Slika 7] Pretipkano reševanje učenca

## 5. način reševanja

Nekateri učenci, ki niso poznali metode reševanja nazaj, so nalogo uspešno rešili tudi tako, da so začeli reševati pri prvem dogodku, postopoma računali deleže sliv za posamezno hčer, in na koncu s sklepanjem rešili enostavno enačbo.



[Slika 8] Sklepanje učenca je zelo podobno sestavljanju enačbe

Na sliki 8 je prikazano, kako je učenec 8. razreda, ki še ne zna reševati enačb z ekvivalentnim preoblikovanjem, uspešno izpeljal celoten postopek reševanja z enačbo, ki je opisan v uvodu. Z risanjem košar in s stranskimi računi si je ponazoril postopek.

Njegova učiteljica je povzela postopek reševanja:

»Razmišljal je tako: Če je prva pojedla eno tretjino, jih ostane še dve tretjini. Druga je torej od teh dveh tretjin pojedla tretjino. Torej moramo deliti s tri. Dobil je dve devetini. Podobno tudi za zadnjo hčer. Ko je prišel do ulomka z imenovalcem 27, je ugotovil, da je v košari 27 sliv.

Ko je naredil preizkus, je videl, da je razmišljal pravilno.«

Učenec je dejansko sklepal od začetka, in ne s konca naloge. Tako je povezal podatek 8 z odnosi na podlagi dejanj in ugotovil, da preostalih 8 sliv v košari predstavlja  $\frac{8}{27}$  vseh sliv, ki jih je v začetku položila mama v košaro. Iz tega pa je izračunal (s sklepanjem ali z enačbo), da je mati dala v košaro 27 sliv.

## γ Reševanje Naloge s števili

### Naloga 2 – Naloga s števili

Če neko število delimo z 20, dobljenemu količniku prištejemo 175, vsoto pomnožimo s 4, dobimo število 1340. Poišči neznano število.

Rešitev: Začetno neznano število je 3200.

### Načini reševanja

Načini reševanja naloge s števili so bili zelo različni. Ena izmed učiteljic, ki nam je poslala rešene naloge svojih učencev, je zapisala:

»Nalogo sem dala učencem pri dodatnem pouku v 7., 8. in 9. razredu. Zanimalo me je, kako se bodo istega problema lotili učenci z različnim predznanjem. V sedmem razredu se jih je nekaj lotilo reševati s pomočjo diagrama. Ko sem jih vprašala zakaj, so rekli, da se tega postopka spomnijo še iz nižjih razredov. V osmem razredu so se je v večini lotili reševati z metodo reševanja nazaj, nekateri tudi z diagramom. V devetem pa so bolj ali manj uspešno sestavili enačbo in jo rešili.«

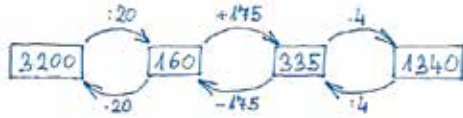
#### 1. način reševanja

**Naloga s števili** so učenci najpogosteje reševali s pomočjo diagramov oziroma načinov reševanja s pomočjo različnih diagramov smo od učiteljev prejeli največ.



[Slika 9] Reševanje Naloge s števili

Učenec 6. razreda je nalogo na sliki 9 reševal z dvema diagramoma. V prvi vrstici si je ustvaril diagram po besedilu »naprej«, računanje v spodnji vrstici pa je izvajal po metodi reševanja nazaj, tako da je uporabil nasprotno/inverzno računsko operacijo. Tako učenci pogosto rešujejo enačbe, preden spoznajo postopek z ekvivalentnim preoblikovanjem enačb.



[Slika 10] Reševanje z diagramom

Tudi ta učenec je nalogo na sliki 10 reševal s pomočjo diagrama, v katerem zgornji del ponazarja besedilo naloge, spodnji del pa postopek računanja nazaj z uporabo nasprotno/inverzne računsko operacije.

Kar nekaj učencev je nalogo rešilo na podoben način. Ena izmed učiteljic je zapisala:

»Učenci so nalogo reševali samostojno. Pri nekaterih učencih so vidni pomožni računi, nekateri učenci so zapisali izraz, nekateri so delali z diagramom, spet drugi pa so matematični izraz zapisali nepravilno, in sicer tako, kot so razmišljali.«

#### 2. način reševanja

$$\begin{aligned}x:20 &= y + 175 = z \cdot 4 = 1340 \\z &= 1340 : 4 \quad y = 335 - 175 \quad x = 160 \cdot 20 \\z &= 335 \quad y = 160 \quad x = 3200 \\3200 : 20 &= 160 + 175 = 335 \cdot 4 = 1340\end{aligned}$$

[Slika 11] Reševanje naloge po metodi reševanja nazaj s pomočjo treh neznank



Učenec 8. razreda je pri reševanju naloge na sliki 11 uvedel 3 neznanke in računal njihove vrednosti. Razvidno je, da učenec razume nalogo in sistematično zapisuje postopek reševanja, ki ga pripelje do pravilne rešitve. Pravilnost dobljene rešitve tudi preizkusi.

Svoje sklepe pa matematično napačno zapisuje, saj zapisane enakosti (v prvi in zadnji vrstici) ne veljajo.

Njegova učiteljica je zapisala:

»Preizkus sem izvedla v 8. razredu z učenci 3. nivoja pri redni uri pouka matematike. Samo izvedbo sem si zamislila takole:

1. ura – predstavitev metod (katerih sem si sama naredila pred tem povzetek (METODA NAPAČNE PREDPOSTAVKE, METODA REŠEVANJA NAZAJ in GRAFIČNO-ARITMETIČNA METODA) in prikazati primere reševanja nalog z uporabo ene izmed metod. Ta ura se je razvlekla še na drugo šolsko uro.

2. ura oz. 3. ura – individualno reševanje nalog. Učenci si sami izberejo iz nabora nalog vsaj 3 naloge, ki jih poizkusijo rešiti. Zaželeno je, da uporabijo za reševanje katero izmed predstavljenih metod.

Že pri predstavitvi metod so učenci povedali, da so že v preteklosti sami prišli do katere izmed predstavljenih metod reševanja, vendar niso vedeli, da ima ta način reševanja naloge ime. Pri samem reševanju primerov naloge so pri vsaki metodi veliko komentirali in spraševali.

Predstavitve teh metod se jim je zdela zelo zanimiva in uporabna tudi v prihodnje. Učenci so bili mnenja, da bi jih morali učitelji s temi metodami spoznati že v nižjih razredih, saj bi jim bilo precej lažje pri pouku matematike.«

### 3. način reševanja

Učenci 9. razreda so nalogo večinoma reševali z enačbo. Neznano število so označili z  $x$ .

$$\left(\frac{x}{20} + 175\right) \cdot 4 = 1340$$

$$\frac{x}{5} + 700 = 1340$$

$$\frac{x}{5} = 640$$

$$x = 3200$$

Odgovor: Začetno neznan število je 3200.

Preizkus: Če število 3200 delimo z 20 dobimo 160. Če temu količniku 160 prištejemo 175, dobimo 335. Če to vsoto 335 pomnožimo s 4, dobimo 1340.

[Slika 12] Pretipkano reševanje učenca

## δ Reševanje naloge Mesečni stroški

### Naloga 3 – Mesečni stroški

Družina mesečno potroši za hrano  $\frac{3}{5}$  skupnih prihodkov, za stanarino  $\frac{1}{4}$  preostanka in za plačilo elektrike  $\frac{1}{3}$  končnega ostanka. Ko poravnava vse omenjene stroške, ji ostane 384 €. Koliko je mesečni prihodek družine?

Odgovor: Mesečni prihodek družine je 1920 €.

### Načini reševanja

Naloga Mesečni stroški so učenci reševali zelo podobno kot uvodno Nalogo s slivami. Presenetljivo je, da so vsi učenci v vsakem koraku dosledno zapisovali denarne enote. Res pa je, da so zapisi nekaterih enakosti matematično napačni.



## 1. način reševanja

elektrika	stanarina	hrana
$\frac{1}{3} = ?$	$\frac{1}{4} = ?$	$\frac{3}{5} = ?$
$\frac{2}{3} = 384 \text{ €}$	$\frac{3}{4} = 576 \text{ €}$	$\frac{2}{5} = 768 \text{ €}$
$\frac{1}{3} = 192 \text{ €}$	$\frac{1}{4} = 192 \text{ €}$	$\frac{1}{5} = 384 \text{ €}$
$\frac{3}{3} = 576 \text{ €}$ končni ostanek	$\frac{4}{4} = 768 \text{ €}$ preostanek	$\frac{3}{5} = 1152 \text{ €}$
		$\frac{5}{5} = 1920 \text{ €}$

Odgovor: Mesečni prihodek družine Novak znaša 1920 €.

[Slika 13] Pretipkano reševanje učenca

Učenec 8. razreda je sam odkril metodo reševanja nazaj in z njeno pomočjo sistematično rešil nalogo, kot je lepo razvidno iz slike 13. Zapisal je odgovor, ni pa naredil preizkusa.

Tudi v tem primeru reševanja vidimo težave učencev pri pravilnem matematičnem sporočanju, torej zapisovanja enakosti. Vidimo pa, da sistematično zapisuje denarne enote.

Njegova učiteljica je zapisala:

»Učencem pred reševanjem nisem razložila metode, saj sem želela videti, ali bodo sami prišli do zastavljenega cilja.«

## 2. način reševanja

Devetošolec je nalogo na sliki 14 reševal z enačbo. Mesečni prihodek družine je označil z  $x$ .

Hrana	Stanarina	Elektrika	
$\frac{3}{5}x$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5}x = \frac{1}{10}x$	$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10}x = \frac{1}{10}x$	
Ostane	Ostane	Ostane	
$\frac{2}{5}x$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5}x = \frac{3}{10}x$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{10}x = \frac{1}{5}x$	384 €
		$\frac{1}{5}x = 384 \text{ €}$	
		$x = 1920 \text{ €}$	

Preizkus:

Hrana	Stanarina	Elektrika
$\frac{3}{5}$ od 1920 € = 1152 €	$\frac{1}{4}$ od 768 € = 192 €	$\frac{1}{3}$ od 576 € = 192 €
Ostane	Ostane	Ostane
1920 € - 1152 € = 768 €	768 € - 192 € = 576 €	576 € - 192 € = 384 €
Hrana + stanarina + elektrika + ostanek = 1152 € + 192 € + 192 € + 384 € = 1920 €		

[Slika 14] Pretipkano reševanje učenca

$$384 \text{ €} \rightarrow \frac{2}{3} \left( \frac{1}{3} = 192 \text{ €} \right) \frac{3}{3} = 1 = 576 \text{ €} \rightarrow \frac{3}{4} \left( \frac{1}{4} = 192 \text{ €} \right) \frac{4}{4} = 1 = 568 \text{ €} \rightarrow \frac{2}{5} \left( \frac{1}{5} = 384 \text{ €} \right) \frac{5}{5} = 1 = 1920 \text{ €}$$

[Slika 15] Pretipkano reševanje učenca

### 3. način reševanja

Učenec 9. razreda je na sliki 15 uporabil »diagram poteka«, v katerega je vpisoval tudi stranske račune. Nekateri zapisi so matematično nepravilni, a učenec v tem (za nas nepreglednem) zapisu sledi rdeči niti in tako pripelje nalogo do pravilne rešitve. Računal je po metodi reševanja nazaj in izhajal iz zneska, ki je ostal na koncu, ter se postopoma približeval znesku, ki ga je družina imela na začetku, preden so poravnali omenjene stroške.

## € Reševanje naloge Nakup knjig

### Naloga 4 – Nakup knjig

Marko je kupil tri knjige. Za plačilo prve knjige je porabil  $\frac{1}{5}$  celotnega zneska, za drugo  $\frac{3}{7}$  preostalega denarja in za tretjo  $\frac{3}{5}$  denarja preostalega po nakupu prvih dveh knjig. Domov je prišel s tremi knjigami in 16 €. Koliko denarja je imel pred nakupom knjig?

*Odgovor: Pred nakupom knjig je imel 87,50 €.*

## Načini reševanja

### 1. način reševanja

Učenec 9. razreda je nalogo razumel in suvereno izpeljal postopek po metodi reševanja nazaj v treh korakih, kot je prikazano na sliki 16. V vsakem koraku je izračunal ceno knjige in ostanek denarja ter ta dva zneska seštel, da je dobil ostanek po nakupu prejšnje knjige.

Manjka preizkus. Tako kot pri večini izdelkov učencev je neustrezen tudi zapis enakosti, npr.  $\frac{2}{5} = 16 \text{ €}$ . Zanimivo pa je, da večina učencev pri reševanju te naloge dosledno zapisuje enoto za €. Morda bi jih morali opozoriti le še na to, da zapišejo znesek na dve decimalni mesti (centi so stotine).

## η Za konec

Žal nimamo izdelkov učencev, ki so ubrali napačno pot reševanja, ali pa so pravilno razmišljali, a naredili računsko napako in tako prišli do napačne rešitve, ali pa so celo obtičali v postopku in niso znali naprej. Zanimivo bi bilo analizirati njihove poti reševanja.

Tretja knjiga

$$\frac{2}{5} = 16 \text{ €}$$

$$\frac{3}{5} = 24 \text{ €}$$

$$16 \text{ €} + 24 \text{ €} = 40 \text{ €}$$

Druga knjiga

$$\frac{4}{7} = 40 \text{ €}$$

$$\frac{3}{7} = 30 \text{ €}$$

$$40 \text{ €} + 30 \text{ €} = 70 \text{ €}$$

Prva knjiga

$$\frac{4}{5} = 70 \text{ €}$$

$$\frac{1}{5} = 17,5 \text{ €}$$

$$70 \text{ €} + 17,5 \text{ €} = 87,5 \text{ €}$$

Pred nakupom knjig je imel 87,5 €.

[Slika 16] Pretipkano reševanje učenca

Opažamo, da učenci niso delali preizkusov, pa tudi odgovori na vprašanja so redki. Mor-da so jih učenci naredili, a jih učitelji reše-vanjem niso priložili, saj so mislili, da nas zanima samo pristop k reševanju problema.

Naloge so pri rednem pouku ali pa pri dodatnem pouku reševali učenci od 6. do 9. razreda. V večini primerov so učenci naj-prej sami reševali ponujene naloge na polju-ben način. Šele potem so učitelji s pomočjo učenca, ki je nalogo uspešno rešil po metodi reševanja nazaj, predstavili to metodo.

Učitelji so pri pouku z učenci reševali še druge naloge z metodo reševanja nazaj. Nekatere naloge so oddali v spletno učilni-co. Učenci so pri tej metodi pokazali zelo inovativne pristope k reševanju problemov, večina jih je znala tudi sistematično zapisati postopek reševanja. Zanimivo je, da so učenci intuitivno uporabljali navedene metode

reševanja, na ta način razmišljali, čeprav jih učitelji pred reševanjem teh nalog z na-vedenimi metodami niso seznanili. Nekat-eri učenci so za reševanje uporabili celo več navedenih metod hkrati. Ob zapisih ugotav-ljamo pogosto napačne matematične zapise, predvsem pri rabi znaka za enakost. Ugotav-ljamo, da bo treba izdelati različne aktivnos-ti za razvijanje zmožnosti pravilnega mate-matičnega sporočanja, v kar je vključen tudi simbol =.

#### Dopis uredništva:

Zahvaljujemo se učiteljem: Aniti Nemeč, Virág Tadina Bence, Jožici Knez, Sonji Str-gar, Simoni Sobotič, Mileni Čakš Karpov, Petri Šuman, Patriciji Kramberger Rom, Vinku Zobec, Leu Čelofiga, ki so v šolskem letu 2010/11 delili svoja razmišljanja in izdelke učencev v spletni učilnici študijskih skupin za matematiko.

Vir

1. Sanja Varošaneč: Neke metode reševanja problemskih zadataka. Poučak, letnik 4, št. 13, 2003.