

DISKRETNNA MATEMATIKA PRI NAS: ZAČETKI

TOMAŽ PISANSKI^{1,2,3}

¹FAMNIT, Univerza na Primorskem, Koper

²IAM, Univerza na Primorskem, Koper

³OTR, Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko, Ljubljana

Math. Subj. Class. (2010): Primarno 01A60; Sekundarno 05-03

V prispevku iz svojega zornega kota obravnavamo začetke in razvoj diskretne matematike in teoretičnega računalništva, predvsem pa teorije grafov v Sloveniji. V prvem delu poskušamo opredeliti pojem diskretne matematike, ki se je pojavil sredi dvajsetega stoletja, korenine pa ima v veliko starejši razvedrilni matematiki. Na kratko orišemo nekatere spremembe pri matematiki v Sloveniji ob izteku Plemljevega obdobja.

Omenjeno temo je odlično prikazal že *Vlado Batagelj* v dveh prispevkih: *Razvoj diskretne matematike v Sloveniji*, Zbornik za zgodovino naravoslovja in tehnike 18 (145–179), Slovenska matica 2024 in *Diskretna matematika in računalništvo (ter analiza podatkov)* v Sto let matematike in fizike na Univerzi v Ljubljani (171–185), Univerza v Ljubljani FMF, 2020. Leta 2011 je *Boštjan Kuzman* pripravil razstavo *Oris razvoja teorije grafov v Sloveniji* z dvojezičnim katalogom *Mejniki*.

DISCRETE MATHEMATICS IN SLOVENIA: THE BEGINNINGS

In this paper, we discuss, from a personal perspective, the beginnings and development of discrete mathematics and theoretical computer science in Slovenia, with particular emphasis on graph theory. In the first part, we attempt to define the concept of discrete mathematics, which emerged in the middle of the twentieth century but has its roots in a much older recreational mathematics. We briefly outline some of the changes in mathematics in Slovenia toward the end of the Plemelj era.

This topic has already been thoroughly discussed by *Vlado Batagelj* in two contributions: *Razvoj diskretne matematike v Sloveniji*, Zbornik za zgodovino naravoslovja in tehnike 18 (145–179), Slovenska matica, 2024, and *Diskretna matematika in računalništvo (ter analiza podatkov)* in Sto let matematike in fizike na Univerzi v Ljubljani (171–185), University of Ljubljana, Faculty of Mathematics and Physics, 2020. In 2011, *Boštjan Kuzman* prepared the exhibition *Oris razvoja teorije grafov v Sloveniji*, accompanied by the bilingual catalogue *Mejniki*.

1. Diskretna matematika, kombinatorika, grafi

Preden poskušamo opredeliti pojem diskretne matematike, pogledjmo, kaj Slovar slovenskega knjižnega jezika pravi o pojmu 'diskreten'. Tam piše, da obstajata dve besedi, ki se pišeta in izgovarjata enako, torej sta homonima. Beseda *diskreten*⁽¹⁾ ima dva pomena: (a) – ki ne govori o kočljivih, zaupnih stvareh; (b) – ki s svojim videzom, značilnostmi ne izstopa; nevsiljiv, nevpadljiv. Skoraj nasproten pa je drugi pomen besede *diskreten*⁽²⁾ – ločen

drug od drugega. V angleščini je to bolj jasno, saj se besedi pišeta in izgovarjata drugače. Beseda diskreten⁽¹⁾ se prevaja kot discreet, medtem ko je prevod besede diskreten⁽²⁾ discrete. V matematiki uporabljamo le besedo diskreten⁽²⁾ in jo najdemo v različnih vejah matematike: diskretna topologija, diskretna metrika, diskreten prostor, diskretna slučajna spremenljivka, diskretna porazdelitev, diskretna množica itd.

Besedna zveza 'diskretna matematika' se pojavi sorazmerno pozno. Pred tem so poskušali to področje zamejiti s pojmom 'končna matematika' uporabljenim v univerzitetnem učbeniku iz leta 1957 [8], ki pa je namenjen širši populaciji študentov in obljublja uporabe v biologiji in družboslovju. Leta 1971 je že začela izhajati revija z naslovom *Discrete Mathematics*, ki izhaja še dandanes in je v njej objavljalo in objavlja veliko število slovenskih matematikov. Kaj natančno sodi v diskretno matematiko in kaj ne, je stvar individualne presoje. Gotovo ima pri tem odnos do neskončnosti pomembno vlogo. Znano je, da obstajata dve bistveno različni neskončnosti: števna in neštevna (slednjih je sicer več vrst). Nekateri menijo, da diskretna matematika obravnava množice, ki so končne ali števno neskončne, medtem ko klasična matematika obravnava predvsem neštevne množice. Drugi pravijo, da diskretna matematika priznava le potencialno neskončnost, ne priznava pa aktualne neskončnosti. Čeprav se je pojem diskretne matematike uveljavil šele v dvajsetem stoletju, so nekatera področja, ki jih danes uvrščamo vanjo, veliko starejša. Med njimi je predvsem kombinatorika, ki seveda obsega veliko več kot le permutacije, variacije in kombinacije, ki smo jih spoznali v srednji šoli.

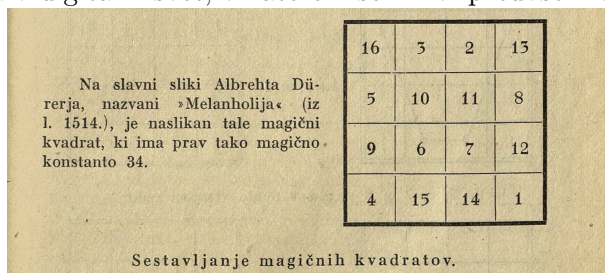
Običajno postavljamo nasproti diskretni matematiki tako imenovano 'zvezno' matematiko oziroma klasično ali osrednjo matematiko, ki temelji predvsem na pojmu zveznosti in odvedljivosti funkcij, na integralih in odvodih ter na diferencialnih enačbah. V klasični srednješolski matematiki bi med aritmetiko, analizo, algebro in geometrijo v diskretno matematiko strpali le elementarno teorijo števil in kombinatoriko. Zanimivo je, da MSC Ameriškega matematičnega društva pojma diskretne matematike ne pozna. Pozna pa kombinatoriko (05) in teorijo grafov (05C) kot njen del in vključuje "diskretna" področja in podpodročja, kot so (03), (06), (11), (13M), (20D), (52), (68), (91) in (94). Tudi beseda graf nastopa v matematiki z dvema popolnoma različnima pomenoma. Graf funkcije je znan v klasični matematiki, graf kot struktura vozlišč in povezav pa v diskretni. V šali bi lahko rekli: če želimo hitro ločiti diskretnega matematika od zveznega, ga moramo vprašati, kaj je graf. Če nam začne risati krivulje in ploskve, gotovo ni diskretni matematik.

Poenostavljeno bi se lahko reklo, da je glavna uporaba 'zvezne' matematike v fiziki, medtem ko je glavna uporaba diskretne matematike v računalništvu. Še en pogled: 'zvezna' matematika temelji v analognem svetu, medtem ko diskretna matematika živi v digitalnem svetu. Zato so tudi

vprašanja, ki jih naslavlja diskretna matematika, predvsem kombinatorika, v svojem bistvu drugačna od problemov klasične matematike. Medtem ko klasična matematika gradi teorije in je v tem smislu analitična, diskretna matematika razvija za vsak nov problem novo metodo oziroma konstrukcijo in je v svojem bistvu sintetična. Zato ni čudno, da je bliže tistim, ki jih v matematiko pripeljejo tekmovanja z željo, da bi reševali vedno nove in težje naloge. Še najboljše je, če si diskretno matematiko predstavljamo kot vidik matematike. Na isti matematični pojem lahko pogledamo iz osrednje ali diskretne zorne točke. Npr. na grupo lahko gledamo algebrajsko, lahko pa jo prek Cayleyevega grafa obravnavamo s stališča teorije grafov. Tudi v geometriji so poliedri lahko telesa s kontinuum točkami, medtem ko je bil diskretni problem obstoja petih pravih teles znan že Evklidu.

1.1 Razvedrilna matematika

Še v dvajsetem stoletju se je diskretne matematike držal slab prizvok. Izrek 'Kombinatorika je kloaka topologije', ki ga nekateri pripisujejo britanskemu topologu J.H.C. Whiteheadu [3], velja dandanes med matematiki za prijateljsko zbadljivko. Dejstvo je, da ima diskretna matematika korenine v starodavni *razvedrilni matematiki*. Slednjo pa povezujejo bolj z rokohitrstvom kot z globokim premišljevanjem. Tako bi tudi ostalo, če ne bi človeštvo z bliskovitim razvojem računalništva prešlo v drugi polovici dvajsetega stoletja iz analognega v digitalni svet, v katerem so izzivi predvsem diskretni.



Skoraj neverjetno je, da so sredi druge svetovne vojne, leta 1942 pri Konzorciju 'Slovenca' izšle tri knjige Nika (Miklavža) Kureta 'Veselja dom', [11]. V vsaki od njih najdemo med drugim tudi razvedrilno matematiko. V prvi knjigi je npr. več strani posvečenih konstrukciji magičnih kvadratov, ki imajo pomembno vlogo v kombinatoriki.

Pomembna zgodnja obširna obravnava razvedrilne matematike v knjižni obliki je nastala ob koncu sedemnajstega stoletja. To je delo *Récréations Mathématiques et Physiques*, ki ga je napisal Jacques Ozanam in v njem zbral širok izbor tedanjega znanja na tem področju. Prvič je bilo izdano leta 1694 v dveh zvezkih; poznejše razširjene izdaje so izšle tudi v štirih zvezkih.

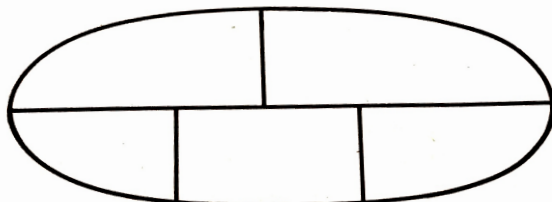


Na primeru topološkega problema zvezancev vidimo, da se je Kuret v veliki meri zgledoval po Ozanamu, morda pa še po kakšnem kasnejšem piscu razvedrilne matematike, kakršni so Ahrens, Loyd, Dudeney, Perelman ... Ozanam pa je nabral uganke pri starejših piscih, kot so bili Alcuin, Fibonacci ... Naši generaciji sta bolj znana Gardner in Smullyan. Tradicijo razvedrilne matematike na naših tleh zelo uspešno nadaljuje Izidor Hafner.

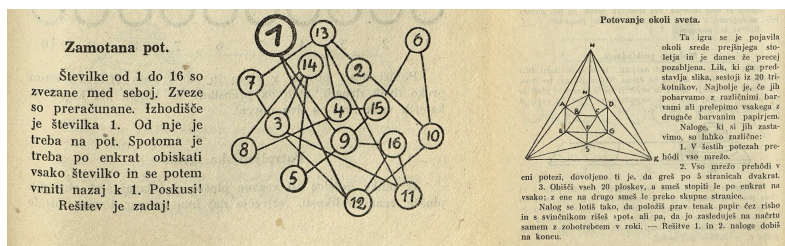
Nekatere naloge v Kuretovi knjigi segajo tudi v teorijo grafov. Kot vemo, za začetnika teorije grafov velja Leonhard Euler [6] z nerešljivo uganko königsberških mostov. Kuretove uganke so istega tipa, vendar so vse rešljive.



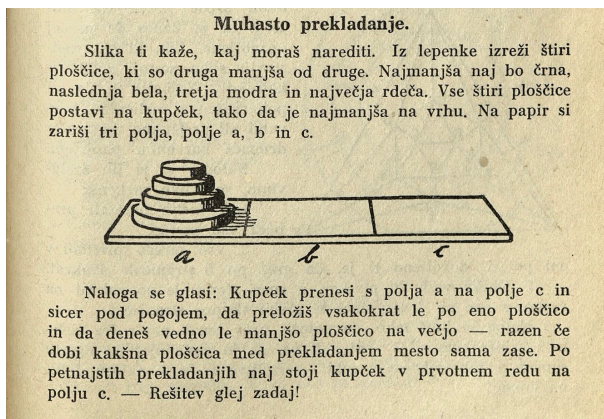
Celo Josip Plemelj je še pred prvo svetovno vojno za šalo postavil problem risanja grafa s tremi potezami, ki pa nima rešitve, saj so za tisti graf potrebne štiri poteze. O tem piše Ivan Vidav [26].



V Kuretovem Veselja domu najdemo tudi *Hamiltonov problem*, za katerega zdaj vemo, da je NP-poln.

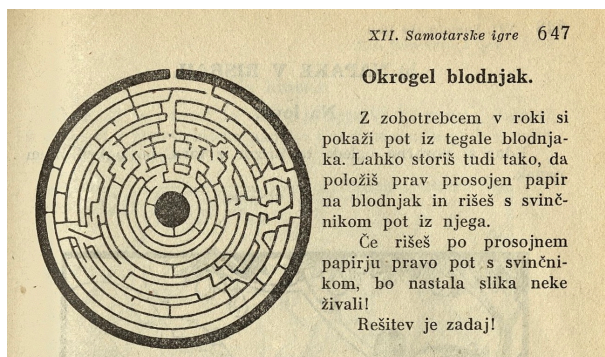


V razvedrilno matematiko sodi tudi *problem hanojskih stolpov*, ki ga je leta 1883 zasnoval francoski matematik Édouard Lucas [15] in ga pospremil z legendo o njegovem starodavnem izvoru.



Ta na videz dolgočasni proces prelaganja ploščic vsebuje nenavaden zasuk, saj znana optimalna rešitev za poljubno število ploščic in tri stolpce nima preproste posplošitve na več stolpcev. Za štiri stolpce jo je šele nedavno dobil Bousch, ki je leta 2014 dokazal optimalnost Frame–Stewartovega števila premikov [2]. Izkazalo se je, da so se tudi slovenski matematiki globoko zakopali v ta problem in so leta 2013 objavili monografijo: A.M. Hinz, S. Klavžar, U. Milutinović in C. Petr; *The Tower of Hanoi–Myths and Maths* (glej [7]). Problemi, povezani s hanojskimi stolpi, sodijo zaradi svoje algoritmične narave na stičišče diskretne matematike in teoretičnega računalništva.

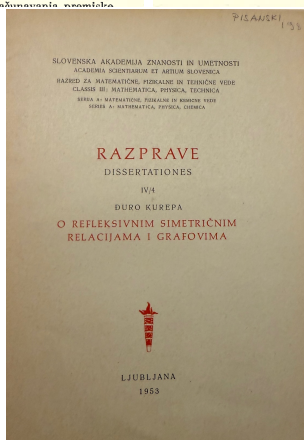
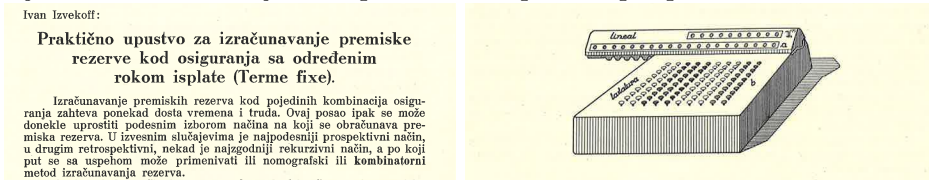
Še en algoritmični problem je *beg iz labirinta* oziroma kakor pravi Kuret, iz blodnjaka. Ta problem še bolj sodi na področje računalniške matematike.



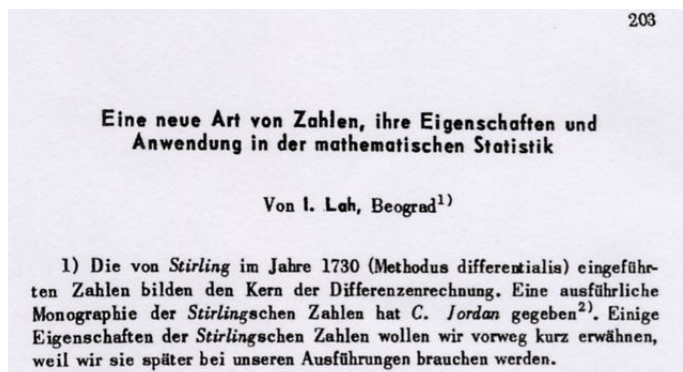
• V letih 1937–1940 v Ljubljani izhaja znanstvena in strokovna revija *Glasnik udruženja aktuarov Kraljevine Jugoslavije*. Revijo, ki je objavljala tudi prispevke iz matematike v slovenščini, dobro desetletje pred OMF, izdaja in ureja Ivo Lah. Že v prvem letniku izide prispevek s preprostim algoritmom za računanje premijskih rezerv. Med drugim prikaže sliko računalnika, ki algoritem izvaja.

Tudi kasneje so se v Sloveniji pojavili sporadični prispevki iz diskretne in računalniške matematike:

• 1951 začne izhajati *Obzornik za matematiko in fiziko (OMF)*. Bralce seznanja z različnimi področji sodobne matematike. Poroča o rezultatih srednješolskih tekmovanj. Že v prvi številki prinese prispevek o računalnikih.



• 1953 Plemiljev prijatelj Đuro Kurepa objavi prispevek o grafih pri SAZU [10].



- 1954 Ivo Lah odkrije za kombinatoriko pomembna števila in članek o njih objavi v angleščini [12], naslednje leto pa še v nemščini [13]. John Riordan zanje že leta 1958 uporabi poimenovanje *unsigned Lah numbers* [20, str. 43–44]. V Sloveniji pa šele leta 2002 postane širše znano, da je avtor teh števil slovenski matematik Ivo Lah [18].

- 1962 dodiplomski študent tehniške matematike Jože Vrabec piše o končnih avtomatih v OMF [27].

- 1967 podiplomski študent topologije v Zagrebu Jože Vrabec piše o grafih v dveh zaporednih številkah OMF [28, 29].

- 1970 in v letniku 1971/1972 v Proteusu članka o grafih objavi Alojzij Vadnal [23, 24].

- Leta 1972/1973 Jože Vrabec (po avtorjevem spominu) na Ekonomski fakulteti Univerze v Ljubljani na povabilo Alojzija Vadnala predava diplomski celoletni predmet Teorija grafov.

2. Zgodovina sodobne matematike v Sloveniji

2.1 Josip Plemelj

Josip Plemelj (1873–1967) je dolga leta določal slovensko matematiko. Na univerzo je prišel ob njenem nastanku po prvi svetovni vojni ob zatonu svoje kratke, a bleščeče znanstvene kariere, ki je kulminirala v prvem desetletju dvajsetega stoletja. Plemelj je v Ljubljano pripeljal vrhunsko matematiko devetnajstega stoletja. Žal pa se zdi, da do uporabne in sodobne matematike ni imel pozitivnega odnosa. Sodobne matematike ni spremljal, kaj šele, da bi jo razvijal. Pri njem sta doktorirala le Anton Vakselj (1899–1987) in Ivan Vidav (1918–2015). Ob Vaksljevem doktoratu je bil Plemelj star že 49, ob Vidavovem pa 67 let. Ko ga je (po pripovedovanju Antona Suhadolca) za mentorstvo prosil France Križanič, je bil Plemelj star že čez 80 let in je mentorstvo odklonil. Zato je Križanič doktoriral pri Vidavu.

Prvi štirje doktorati iz matematike na Univerzi v Ljubljani — po eden v vsakem desetletju (po značaju so bili zelo različni):

Štev.	Doktorand	Fakulteta	Leto	Mentor
1	Anton Vakselj	FF	1923	Plemelj
2	Alojzij Vadnal	FF	1939	Zupančič
3	Ivan Vidav	FF	1941	Plemelj
4	France Križanič	PMFF	1955	Vidav

2.2 Ivan Vidav

Ivan Vidav je v petdesetih letih prevzel krmilo slovenske matematike. Leta 1959 začnejo izhajati knjige v knjižnici Sigma. Leta 1960 je bil ustanovljen IMFM. Istega leta izide knjiga 'Elektronski aritmetični računalniki', ki jo je po obisku SZ napisal France Križanič. Prišlo je do vpeljave neklasičnih tem v matematiko. Alojzij Vadnal je postal pionir operacijskih raziskav pri nas. Piše o verjetnostnem računu, linearnem programiranju, dinamičnem programiranju, diferenčnih enačbah itd. Josip Grasselli je pisal knjige o teoriji števil. Rajko Jamnik se je posvetil verjetnostnemu računu, statistiki, pa tudi teoriji informacij in teoriji iger. Niko Prijatelj je napisal knjigo o matematični logiki in trilogijo o matematičnih strukturah. Plemmlja so oktobra 1950 brezuspešno poskušali upokojiti [17, str. 269]. Kot profesor Univerze v Ljubljani je predaval do leta 1957 [25, str. 75], nato pa se je kot raziskovalec zaposlil na SAZU. Upokojil pa se je pri 92 letih leta 1965.

Tudi pri doktoratih v šestdesetih letih so bistvene razlike med prvimi tremi in zadnjim. Jamnik, Prijatelj in Grasselli so bili skupaj z Milanom Zieglerjem srednješolski profesorji, ki jih je Vidav povabil na univerzo in so pri njem, razen Zieglerja, doktorirali v zrelih letih. Glede na to, da je tudi Križanič videl svoje poslanstvo predvsem v prenašanju tujega znanja k nam, je imel Vidav v tedanji slovenski univerzitetni matematiki osrednjo raziskovalno vlogo. Anton Suhadolc je bil po dolgem času prvi študent matematike, ki se je po študiju razvil v matematika - znanstvenika. Sledi mu Zvonimir Bohte, ki še pred doktoratom, leta 1964 za Sigmo napiše knjigo Numerično reševanje enačb.

Štev.	Doktorand	Fakulteta	Leto	Mentor
5	Rajko Jamnik	FNT	1961	Vidav
6	Niko Prijatelj	FNT	1961	Vidav
7	Josip Grasselli	FNT	1961	Vidav
8	Anton Suhadolc	FNT	1964	Vidav

2.3 Matematični strukturalizem – Bourbaki

Matematik Niko Prijatelj je bil ljubitelj filozofije matematike. Spoznal sem ga, ko sem v prvi gimnaziji hodil na njegova večerna predavanja srednješolcem. Po vsakem predavanju iz logike in množic se nas je nekaj nabralo okoli

table in gnjavili smo ga s svojimi vprašanji. Ko nam je dokazal, da množica vseh množic ne obstaja, sem bil čisto prevzet. Ko pa nam je povedal, da ni znano, ali med močjo naravnih in močjo realnih števil obstaja še kakšno kardinalno število (hipoteza kontinuum - HC oziroma prvi Hilbertov problem), mu skoraj nismo verjeli. Ko pa smo malo kasneje izvedeli, da je ravno tisto leto (1963) Paul Cohen končal dokaz neodvisnosti HC od drugih aksiomov ZF teorije množic, smo bili v transu. Glede na to, da so množice osnove matematike, obstajata torej dve matematiki. V eni HC velja, v drugi pa ne. Šele takrat sem spoznal, da je matematika živa, da se dogaja zdaj. Seveda smo slišali, da je v geometriji tudi Evklidov peti postulat o vzporednicah neodvisen aksiom. Da pa je teorija množic tako izmuzljiva in si z intuitivno sliko ne moremo pomagati, je bilo zame frapantno spoznanje. Podobno se je pokazalo z aksiomom izbire. Nekaj, kar bi se moralo po vsej logiki preprosto dokazati, je bilo neodvisen aksiom! Ne samo, da je bila matematika živa. Celo osnove matematike niso bile tako trdne, kot smo mislili.

Bistvo strukturalizma je v tem, da je pomembno proučevati objekte ne same zase, ampak v relaciji do drugih objektov. Strukturalizem se je pojavil na vseh področjih človekovega udejstvovanja, tudi v matematiki oziroma filozofiji matematike. Antropolog *Claude Lévi-Strauss* velja za enega od utemeljiteljev strukturalizma oziroma strukturalistične šole mišljenja.

Med drugo svetovno vojno sta se *Claude Lévi-Strauss* in *André Weil* srečala v New Yorku [19, str. 233]. Lévi-Strauss je tam leta 1943 začel pripravljati delo o prepovedi incesta, ki je pozneje dobilo naslov *Les Structures élémentaires de la parenté* [4, str. 58, op. 37]; v knjižni obliki je izšlo leta 1949 [14]. Weil, eden od ustanovnih članov skupine Bourbaki, je zanj napisal matematični dodatek, v katerem je nekatere sisteme zakonskih pravil obravnaval z algebro in teorijo permutacijskih grup [30].

Skupina Bourbaki je želela napisati enovito matematiko na novo, tako da bi temeljila na strukturiranih množicah [1, 5]. Zato je eden ključnih utemeljiteljev *matematičnega strukturalizma* kot šole filozofije matematike. Vsa matematika temelji na množicah. Veje matematike pa se ločijo zgolj po strukturah, ki jih nadenemo na množico. Klasični pogled na matematiko je drugačen: aritmetika obravnava števila, geometrija pa točke, premice itd.

2.4 Niko Prijatelj

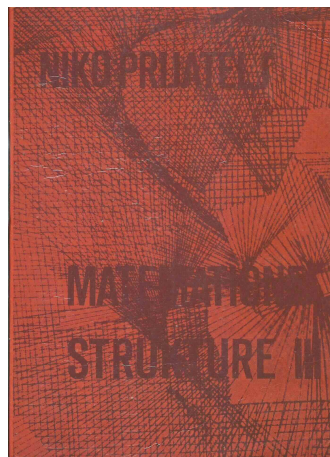
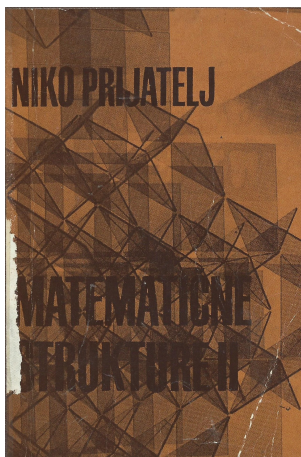
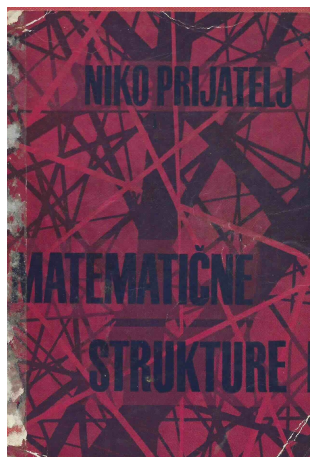
Leta 2023 je v OMF (70, št. 1) *Peter Legiša* izvrstno opisal življenje in delo *Nika Prijatelja*. Zato naj na tem mestu samo navedem nekaj dejstev. Leta 1946 diplomira in se zaposli kot srednješolski profesor. V OMF objavi več člankov. Prizadeva si za dvig kvalitete in posodabljanje matematike v srednji šoli. Leta 1957 se zaposli kot asistent na univerzi. Plemelj se istega leta upokoji kot univerzitetni profesor (in se zaposli kot raziskovalec na SAZU). Leta 1961 Prijatelj doktorira.

Še pred doktoratom je v Slovenijo pripeljal strukturalizem. S strukturalizmom in z Bourbakijem se je seznanil konec petdesetih let na polletnem obisku Pariza, ko je bil že formiran matematik pri 37–38 letih. Ko je po vrnitvi domov navdušen pripovedoval o novostih, ki jih je spoznal na Inštitutu Henri Poincaré, je razočaran ugotovil, da v Sloveniji zaostajamo za svetom skoraj pol stoletja. Kasneje mi je nekajkrat omenil, kako presenečen je bil, da je Vidav vse te stvari že poznal, le nikoli mu ni o tem pripovedoval. Kaj je hotel s tem povedati, takrat nisem razumel. Šele ko sem pred kratkim vzel v roke knjigo *Rešeni in nerešeni problemi matematike*, ki jo je Vidav objavil leta 1959 kot prvo knjigo zbirke Sigma, sem opazil, da je v njej opisal takrat še nerešeni problem kontinuuma.

Prijatelj je nemudoma objavil članek o Bourbakiju (Nicolas Bourbaki, OMF (7, št. 4, 1960, str. 145–150)) in pripravil pogumen načrt, da sodobno matematiko prenese v Slovenijo, med mlade: študente nižjih letnikov in srednješolce kar v zbirki Sigma. Ko sem ga kot gimnazijec poslušal v šolskem letu 1963/64, nisem niti slutil, da se loteva tega velikega projekta.



Takrat je bila na voljo le njegova knjižica *Uvod v matematično logiko* (1960). Ko pa smo končali s predavanji, je izšla njegova knjiga o množicah, prva iz trilogije *Matematične strukture*, ki jo sestavljajo *Matematične strukture I - Množice, relacije, funkcije* (1964), *Matematične strukture II - Operacije* (1967), *Matematične strukture III - Okolice* (1972). Lahko bi rekli, da gre pri tedanjem matematičnem strukturalizmu za pristop v duhu univerzalne algebre.



2.5 France Križanič

Ta pristop je pokazal že nekaj let prej France Križanič v svojem članku o mrežah, ki je najbrž prvi prispevek v duhu matematičnega strukturalizma pri nas.

LETO V 1956-57 **OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO** ŠTEV. 2 1. II. 1957

OSNOVNI POJMI TEORIJE MREŽ

FRANCE KRIŽANIČ

Teorija mrež je mlad poganjek na veji sodobne matematike. Njene korenine sicer segajo v devetnajsto stoletje (Boole: Matematična analiza logike, 1847; Schröder: Algebra logike, 1890), vendar pa se je začela razvijati v to, kar predstavlja danes, šele v začetku tridesetih let našega stoletja v delih Birkhoffa, Neumanna, Stona in Kantoroviča. Nekaj idej sodobne teorije mrež pa najdemo že v dveh Dedekindovih razpravah, ki pa sta ostali predolgo neopaženi, da bi mogli vplivati na razvoj. Prvi knjigi o teoriji mrež sta izšli tik pred drugo svetovno vojno (Glivenko, Birkhoff).

Teorija mrež je zelo plodna veja sodobne algebre. S svojo uporabo sega v najrazličnejša poglavja matematike: v algebro, v projektivno geometrijo, teorijo množic, v funkcionalno analizo, v logiko in v teorijo verjetnosti. Pa tudi izven matematike se že uveljavlja, uporabljajo jo v teoriji relejno-kontaktih shem.

Teorija mrež je v marsičem podobna svoji starejši sestri teoriji grup. Obe se morata zahvaliti za svojo široko uporabnost abstraktnosti, s katero sta definirana oba osnovna pojma, grupa in mreža. Obema so izhodišče nazorne razmere, ki vladajo v svetu števil, z abstrakcijo pa zajameta in skupen pojem najrazličnejše matematične strukture.



- F. Križanič: Osnovni pojmi teorije mrež, OMF 1957.

Tako kot Niko Prijatelj se je tudi France Križanič zavzemal za posodobitev pouka matematike na vseh ravneh, predvsem pa v srednjih šolah. O tem ni pisal samo v OMF, ampak se je lotil pisanja srednješolskih učbenikov. Prvo serijo učbenikov (Aritmetika, Analiza in Algebra) je napisal v letih 1963–1964 in v srednješolsko matematiko pri nas vnesel več novih vsebin. Drugo serijo učbenikov (Matematika) pa je napisal v letih usmerjenega izobraževanja približno 20 let pozneje, med 1981–1985. Že poskusni učbenik

je bil deležen silovitih kritik, žal tudi v dnevnem časopisju, kar je polemiko iz strokovne ravni razširilo na dnevno-politično raven. Sprožilca, ki je bilo neko pismo bralca, še nisem uspel najti. V dokumentaciji časopisa Delo pa sem dobil podatke o Križaničevi duhoviti in pikri obrambi: [16, 9]. Vmes je izšlo še poročilo [22], ki govori o spremembi učnih načrtov, na katerih so temeljili Križaničevi revolucionarni učbeniki.

Zanimivo je, da leta 1967, ko je naša generacija vpisala študij tehniške matematike, predmeta 'Teorija množic' še ni bilo na voljo, medtem ko je na primer Ivo Lah, ki je študiral matematiko v Zagrebu takoj po prvi svetovni vojni, ta predmet vpisal že pol stoletja prej.

4 <u>IV</u> Semester. Vom 20/X. 1919				bis 1920. N° 56745			
Name des Dozenten	Bezeichnung der Vorlesung	Stun- den- zahl	Die Quästur bestätigt die Zahlung des Kollegiengeldes	Platz- nummer im Horsale	Der Dozent bestätigt eigenhändig		Anmerkungen
					die Inskription	die Frequenz	
Dr. H. Vancin	Axiomatische Jenadrthe	4					POVRATNO Kr. S. B.
- " -	Teorija Skupov	2			Dr. Vancin	Dr. Vancin	POVRATNO SVE Kr. S. B.
- " -	Matematiški seminar	2			Dr. Vancin	Dr. Vancin	

Po drugi strani pa je bila po zgledu bourbakistov pri nas klasična geometrija v programu pedagoške, ne pa tudi tehniške matematike z argumentom, da za tehnike zadošča vektorski pristop. Le malo kasneje se je poudarek s teorije množic kot osnov matematike prenesel na teorijo kategorij. Kategorije in funktorje je slovenskim matematikom predstavil v OMF Ivan Vidav že leta 1964.

3. Tekmovanja

Sredi šestdesetih let se pojavi na vratih univerze naša generacija. Društvo matematikov, fizikov in astronomov (DMFA) je bilo ustanovljeno leta 1949. Že kmalu po ustanovitvi začne izdajati OMF in DMFA je organiziralo prvo tekmovanje iz matematike za srednješolce. Na njem sta bila zelo uspešna Mitja Rosina in Anton Suhadolc. Potem je prišlo do nekajletne prekinitve. Kasneje med uspešnimi tekmovalci najdemo med drugim Jožeta Vrabca in Egona Zakrajška. Tekmovanja so bila poleg založniške dejavnosti in predavanj za srednješolce nedvomno odlična poteza, namenjena popularizaciji matematike med mladimi. Predavanja so najprej potekala na univerzi, nato pa so se razširila po srednjih šolah v Sloveniji. Poleg republiških so začeli organizirati tudi zvezna tekmovanja in leta 1963 je Jugoslavija prvič poslala svojo ekipo na mednarodno matematično olimpijado, ki je potekala v

Wrocławu. To je bila prva priložnost za slovenske mlade matematike, da se izkažejo tudi na mednarodnem parketu. In so se imenitno izkazali. France Dacar je prejel zlato, Peter Petek pa srebrno medaljo. Dacar, ki je bil takrat študent drugega letnika srednje tehniške šole, je tekmoval za tretji letnik, sicer ne bi mogel na zvezno tekmovalje. Po izvrstnem uspehu na olimpijadi pa je preskočil dva razreda in se vpisal na študij matematike.

Privlačevale so nas predvsem nestandardne naloge. To so naloge, ki zahtevajo od reševalca inovativen preblisk in jih ni mogoče rešiti le s slepo uporabo šolske matematike. Pogosto so na tekmovanjih ravno nestandardne naloge odločale o zmagovalcih. Nanje so nas pripravljali na pripravah v Beogradu. Po eni strani smo bili prežeti s tekmovalnimi nalogami, z logiko in osnovami matematike, po drugi strani pa smo slutili, da se čas analognega sveta izteka. Kmalu so nas starejši kolegi, takrat že študentje, prepričevali, da nam tudi poznavanje višje matematike ne bo pomagalo pri reševanju nestandardnih nalog, ki so običajno zahtevale kombinatorično in logično razmišljanje.

Ko sva z Vladimirjem Batageljem leta 1967 končala srednješolsko tekmovalno pot, smo se Dacar, Batagelj in jaz nekega dne srečali v kavarni Nebotičnik, da se dogovorimo, kako naprej. Sklenili smo, da organiziramo klub mladih matematikov, v katerem bomo lahko nadaljevali s samostojnim delom in spoznavanjem 'moderne' matematike.

Zahvala. Zahvaljujem se vsem, ki so mi pomagali pri pripravi tega prispevka, predvsem *Boštjanu Kuzmanu*, *Vladimirju Batagelju* za podatke, pregled ter nasvete, *Marku Razpetu* in *Petru Legiši* pa še za fotografije. Delo je bilo deležno podpore ARIS (raziskovalni program P1-0294 in raziskovalni projekti J1-4351, J5-4596, BI-HR/23-24-012).

LITERATURA

- [1] N. Bourbaki, *The architecture of mathematics*, Amer. Math. Monthly **57** (1950), št. 4, 221–232.
- [2] T. Bousch, *La quatrième tour de Hanoï*, Bull. Belg. Math. Soc. Simon Stevin **21** (2014), št. 5, 895–912.
- [3] P. J. Cameron, *Aftermath: A personal view of combinatorics*, v: R. J. Wilson in J. J. Watkins (ur.), *Combinatorics: Ancient and Modern*, Oxford University Press, Oxford, 2013, 355–366.
- [4] J. A. Cavignac, *L'américanisme français au début du XXème siècle: projets politiques, muséologie et terrains brésiliens*, Vibrant: Virtual Brazilian Anthropology **9** (2012), št. 1, 24–81.
- [5] L. Corry, *Nicolas Bourbaki and the concept of mathematical structure*, Synthese **92** (1992), št. 3, 315–348.
- [6] L. Euler, *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*, Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae **8** (1741), 128–140.

- [7] A. M. Hinz, S. Klavžar, U. Milutinović in C. Petr, *The Tower of Hanoi—Myths and Maths*, Birkhäuser, Basel, 2013.
- [8] J. G. Kemeny, J. L. Snell in G. L. Thompson, *Introduction to Finite Mathematics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1957.
- [9] F. Križanič, *Pogovarjam se*, Naši razgledi, 12. 6. 1981.
- [10] Đ. Kurepa, *O refleksivnim simetričnim relacijama i grafovima*, Slovenska akademija znanosti in umetnosti, Ljubljana, 1953.
- [11] N. Kuret, *Vesela dom*, Konzorcij Slovenca, Ljubljana, 1942.
- [12] I. Lah, *A new kind of numbers and its application in the actuarial mathematics*, Boletim do Instituto dos Actuários Portugueses **9** (1954), 7–15.
- [13] I. Lah, *Eine neue Art von Zahlen, ihre Eigenschaften und Anwendung in der mathematischen Statistik*, Mitt.-Bl. Math. Statistik **7** (1955), 203–212.
- [14] C. Lévi-Strauss, *Les structures élémentaires de la parenté*, Presses universitaires de France, Paris, 1949.
- [15] É. Lucas, *La Tour d'Hanoi, véritable casse-tête annamite*, P. Bousrez, Tours, 1883. Objavljeno pod psevdonomim N. Claus.
- [16] B. Nešović, *Nova matematika 1 je razprodana uspešnica*, Delo, 11. 12. 1980.
- [17] Ž. Oset, *Starostno upokojevanje univerzitetnih profesorjev: od ustanovitve Univerze v Ljubljani do ZUJFA*, v: M. Šorn (ur.), *Starost – izzivi historičnega raziskovanja*, Vpogledi, št. 18, Inštitut za novejšo zgodovino, Ljubljana, 2017, 267–278.
- [18] M. Petkovšek in T. Pisanski, *The Lah identity and the Argonauts*, Pi Mu Epsilon J. **11** (2002), št. 7, 385–386.
- [19] J. V. Rauff, *The algebra of marriage: An episode in applied group theory*, BSHM Bull. **31** (2016), št. 3, 230–244.
- [20] J. Riordan, *An Introduction to Combinatorial Analysis*, John Wiley & Sons, New York, 1958.
- [21] Slovenska akademija znanosti in umetnosti, *Letopis Slovenske akademije znanosti in umetnosti*, zv. 16, Slovenska akademija znanosti in umetnosti, Ljubljana, 1966. Letopis za leto 1965.
- [22] J. Svetina, *Zahtevnost matematike bo nekoliko zmanjšana*, Delo, 12. 5. 1981.
- [23] A. Vadnal, *Reševanje ugank z grafi*, Proteus **32** (1970), št. 5, 190–193.
- [24] A. Vadnal, *Grafi in grafska števila*, Proteus **34** (1971/72), št. 9, 430–432.
- [25] I. Vidav, *Josip Plemelj*, v: M. Kos (ur.), *Letopis Slovenske akademije znanosti in umetnosti*, zv. 18, Slovenska akademija znanosti in umetnosti, Ljubljana, 1968, Letopis za leto 1967, 73–78.
- [26] I. Vidav, *Josip Plemelj: ob dvajsetletnici smrti*, Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS, Ljubljana, 1987.
- [27] J. Vrabec, *Osnovni pojmi abstraktne teorije avtomatov*, Obzornik mat. fiz. **9** (1962), št. 4, 158–168.
- [28] J. Vrabec, *Prikaz teorije grafov I*, Obzornik mat. fiz. **14** (1967), št. 2, 58–71.
- [29] J. Vrabec, *Prikaz teorije grafov II*, Obzornik mat. fiz. **14** (1967), št. 3–4, 107–120.
- [30] A. Weil, *Sur l'étude algébrique de certains types de lois de mariage (système Murngin)*, v: *Les structures élémentaires de la parenté*, Presses universitaires de France, Paris, 1949, dodatek k prvemu delu, 278–285.