

Mattek - Peterlin
Aritmetika

20. 11. 20. Skopje - sedmá kniha

III
M. 39101.
h.

39101, III, M, h

Bl. Matekova

ARITMETIKA

za nižjo stopnjo srednjih šol.

Po novih učnih načrtih priredil

Anton Peterlin,

c. kr. gimnazijski profesor v Ljubljani.

20 slik.

Kot učna knjiga pripuščena z razpisom c. kr. ministrstva za bogočastje in pouk
z dne 3. septembra 1910, števil. 32.459.

Cena vezani knjigi 2 K 60 h.



K. k. Studienbibliothek Laibach

V Ljubljani 1910.

Natisnila in založila Ig. pl. Kleinmayr & Fed. Bamberg.

Vsebina.

	Stran		Stran
Uvod.		O deljivosti celih števil.	
§ 1. Pojasnila	1	§ 23. Pojasnila	58
§ 2. Dekadični številni sestav	2	§ 24. Znamenja deljivosti	58
§ 3. Rimske številke	3	§ 25. Razstavljanje števil na prafaktorje	60
§ 4. Avstro-ogrski novci, mere in uteži	4	§ 26. Največja skupna mera	62
Računanje s celimi enoimenskimi in neimenovanimi števili.		§ 27. Najmanjši skupni mnogokratnik	63
§ 5. Seštevanje	7	Računanje z navadnimi ulomki.	
§ 6. Odštevanje	11	§ 28. Pojasnila	65
§ 7. Množenje	16	§ 29. Razširjevanje in okrajševanje navadnih ulomkov	66
§ 8. Deljenje	21	§ 30. Seštevanje navadnih ulomkov	68
Računanje z decimalnimi števili.		§ 31. Odštevanje navadnih ulomkov	70
§ 9. Pojasnila	28	§ 32. Množenje ulomka s celim številom	71
§ 10. Seštevanje decimalnih števil	30	§ 33. Deljenje ulomka s celim številom	73
§ 11. Odštevanje decimalnih števil	31	§ 34. Množenje z ulomkom	75
§ 12. Množenje decimalnih števil s celimi števili	32	§ 35. Deljenje z ulomkom	77
§ 13. Množenje decimalnih števil z decimalnimi števili	33	§ 36. Pretvarjanje navadnih ulomkov v decimalne ulomke	80
§ 14. Deljenje decimalnih števil s celimi števili	35	§ 37. Pretvarjanje decimalnih ulomkov v navadne ulomke	81
§ 15. Deljenje decimalnih števil z decimalnimi števili	37	Sklepni račun.	
Računanje z mnogoimenskimi števili.		§ 38. Sorazmerne količine	82
§ 16. Pojasnila	39	§ 39. Enostavni sklepni račun	84
§ 17. Seštevanje mnogoimenskih števil	43	§ 40. Sestavljeni sklepni račun	89
§ 18. Odštevanje mnogoimenskih števil	45	§ 41. Odstotni ali procentni račun	91
§ 19. Množenje mnogoimenskih števil	47	§ 42. Enostavni obrestni račun	99
§ 20. Deljenje mnogoimenskih števil	48	Okrajšano računanje.	
Predvaje za računanje z navadnimi ulomki.		§ 43. Občna pojasnila o nepopolnih številih	106
§ 21. Pojasnila	50	§ 44. Okrajšano seštevanje in odštevanje	109
§ 22. Osnovni računi z navadnimi ulomki	52	§ 45. Okrajšano množenje	112
		§ 46. Okrajšano deljenje	115

	Stran		Stran
Računanje s celimi občnimi števili.		§ 54. Množenje enočlenskih izrazov	142
§ 47. Občna števila	120	§ 55. Množenje mnogočlenskih izrazov	147
§ 48. Seštevanje in odštevanje občnih števil.	124	§ 56. Kvadrat	154
§ 49. Relativna ali algebrajska števila	126	§ 57. Kvadratni koren	157
§ 50. Seštevanje algebrajskih števil	128	§ 58. Kub	164
§ 51. Odštevanje algebrajskih števil	132	§ 59. Kubični koren	168
§ 52. Prištevanje in odštevanje mnogočlenskih izrazov. Razreševanje oklepajev	134	§ 60. Deljenje enočlenskih izrazov .	174
§ 53. Uporaba seštevanja in odštevanja za razreševanje enačb .	139	§ 61. Deljenje mnogočlenskih izrazov	177
		§ 62. Uporaba množenja in deljenja za razreševanje enačb	181
		§ 63. Uporaba vz množenja in korenjenja za razreševanje enačb	183

Uvod.

§ 1. Pojasnila.

Aritmetika je nauk o številih in njih spajanju. Število zaznamuje določeno množino stvari iste vrste; vsako stvar posebej imenujemo enoto. Kadar pridevamo stvari stvar iste vrste (enoti enoto) in ponavljamo to pridevanje, tedaj štejemo. Štetje se vrši najprej v mislih. V govoru je treba posebnih imen, da z njimi izražamo števila, ki smo jih dobili pri štetju; za pisavo je treba posebnih znakov, ki nam prav kratko predočujejo števila. Imena števil zovemo števnike, pisanim znakom števil pravimo številke. Za prvih devet števil nam služijo v pismu te-le številke: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

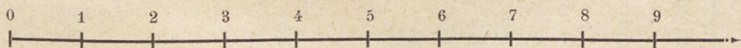
Navedene številke se imenujejo arabske, ker so jih Arabci prinesli v Evropo; izumili pa so jih Indci.

Število, ki naznanja množino in vrsto naštetih stvari, imenujemo imenovano število [sedem gramov, pet hiš]; število pa, ki pove le množino, ne pa vrste naštetih stvari, je neimenovano število [sedem, pet].

Vsa neimenovana števila, ki jih dobimo pri štetju, tvorijo naravno številno vrsto; ta je brezkončna, ker jo vedno lahko podaljšamo, ako pridenemo zadnjemu številu novo enoto; tako dobimo novo število.

Naravno številno vrsto si lahko predočimo v napol omejeni ravni črti, ako načrtamo od njenega krajišča, ki ga zaznamujemo z ničlo 0, enake, na drugem krajišču z 1, 2, 3, 4, ... zaznamovane daljice. Tako opremljeno ravno črto (sl. 1) imenujemo številno črto.

Slika 1.



Števili, ki imata enako množino enot, sta enaki. Enakost števil izražamo z enačajem „=“ [$5 = 5$]. Vsako število številne vrste je večje kakor vsako pred njim stoječe in manjše kakor vsako njemu sledeče. Za izražanje neenakosti nam služijo znamenja „>“ „večje“ [$5 > 3$] in „<“ „manjše“ [$5 < 8$].

Aritmetika
= die
Arithmetik.
Število =
die Zahl.
Enota =
die Einheit.

Števnik =
das Zahl-
wort.
Številka =
die Ziffer.

Imenovano
število =
die benannte
Zahl.
Neimenovano
število =
die
unbenannte
Zahl.
Naravna
številna
vrsta = die
natürliche
Zahlenreihe.

Številna črta
= die
Zahlenlinie.

§ 2. Dekadični številni sestav.

Ker je štetje brezkončno, dobimo, tako postopajoč, neizrečeno veliko števil. Vendar je mogoče, s primeroma pičlo množico števnikov in števil izraziti in napisati vsako še tako veliko množino enot. Način, kako se to zgodi, nam poda trgovec, ki šteje prav veliko množino vinarjev. Po deset vinarjev naloži v en kupček, po deset kupčkov postavi v eno vrsto, po deset vrst združi v en oddelek. Uspeh te razvrstitve je ta, da ima trgovec nekaj polnih oddelkov, vrst in kupčkov, a ostane mu nekaj posameznih vinarjev, kupčkov in vrst (vsakih manj kakor deset). Iz števila polnih oddelkov, vrst in kupčkov, in iz števila posameznih vrst, kupčkov in vinarjev je mogoče natanko določiti število vinarjev.

Prav tako postopamo pri štetju sploh. Deset prvotnih enot ali enic združimo v eno enoto višjega reda in jo imenujemo desetico, deset desetic v eno stotico, deset stotic v eno tisočico itd. To pregledno razvrstitev po skupinah imenujemo številni sestav ali sistem, in sicer desetiški ali dekadični sistem, ker je urejen ta sistem po številu „deset“ [grško „deka“]. Enice, desetice, stotice, tisočice itd. pa imenujemo dekadične enote.

Deset dekadičnih enot določenega reda tvori tedaj eno dekadično enoto naslednjega višjega reda.

Da laglje pregledamo dekadične enote, jih razvrstimo v oddelke in razrede. Vsak oddelek obsega tri dekadične enote, in dva oddelka skupaj dasta razred. Oddelki in razredi imajo posebna imena, ki nam jih pove sledeča razpredelnica.

Razred milijonov						Razred enic					
Oddelek tisočic			Oddelek enic			Oddelek tisočic			Oddelek enic		
Stotisočmilijonice	Desettisočmilijonice	Tisočmilijonice	Stotmilijonice	Desetmilijonice	Milijonice	Stotisočice	Desettisočice	Tisočice	Stotice	Desetice	Enice
<i>Stm</i>	<i>Dtm</i>	<i>Tm</i>	<i>Sm</i>	<i>Dm</i>	<i>M</i>	<i>St</i>	<i>Dt</i>	<i>T</i>	<i>S</i>	<i>D</i>	<i>E</i>

Tisoč milijonov imenujemo milijardo.

Številni
sestav = das
Zahlen-
system.
Desetiški ali
dekadični
številni se-
stav = das
dekadische
Zahlen-
system.
Dekadične
enote = die
dekadischen
Einheiten.

Število je popolnoma določeno, ako povemo, koliko ima posameznih dekadičnih enot.

Pri pismenem predočevanju celih števil so se, sledeč indijskemu sistemu, določila dekadičnim enotam posebna mesta, ki jih štejemo od desne proti levi. Na prvo mesto pišemo število enic, na drugo število desetec itd. kakor stoje njihova imena v razpredelnici. Pri tem napisovanju nam zadostujejo številke 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 in znak 0 (ničla), ki pomeni, da ni nobene enote onega reda, na katerega mestu stoji znak 0.

Po navedenem načelu ima vsaka številka v dekadičnem številu dvojno vrednost: vsled svoje podobe številčno vrednost, ki pove množino enot, in vsled svojega mesta v številu mestno vrednost, ki pove red enot.

Načelo o mestni vrednosti številke = das Positionsprinzip.

Številčna vrednost = der Ziffernwert.

Mestna vrednost = der Stellenwert.

Naloge.

1. Koliko enic je

a) 8 D, 5 D 2 E, 7 D 8 E, 6 D 5 E, 2 D 6 E?

b) 2 S 5 D 6 E, 8 S 2 E, 6 S 5 D, 4 T 5 E, 3 T 7 D?

2. Katero vrednost imajo posamezne številke v številih: 208, 745, 370, 704, 358, 925?

3. Čitaj števila v nalogi 2!

4. Razstavi a) po mestnih vrednostih, b) v tisočice in enice: 1357, 7052, 9205, 28004, 60805, 81009, 215316, 207043, 130008.

Navodilo: 73825 = 7 Dt 3 T 8 S 2 D 5 E = 73 T 825 E.

5. Čitaj števila v nalogi 4!

6. Razdeli v razrede in oddelke in čitaj sledeča števila: 3212654, 3418509, 9284073, 51379486, 20416829, 538191378, 3446790814, 8900378, 1050090, 72008106, 6200159140, 482500300, 7102004595120.

7. Čitaj posamezne s črtami zaznamovane dele sledečih števil: 75|03|00|62, 1|356|0496, 217|31|00|054|6, 6|007|392|4, 50|093|28, 2193|04|01, 73|01|2350|7.

§ 3. Rimske številke.

Tudi Rimljani so imeli dekadični številni sestav in so štelu ravno tako kakor mi; pisali pa so števila s posebnimi znaki, ki se še dandanes pogosto rabijo za vrstilne števnike in letnice.

Pomenilo jim je: I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000.

Rimske številke = die römischen Zahlzeichen.

S temi sedmimi znaki so pisali števila na ta način, da so stavili znake drugega poleg drugega, in sicer vselej višjega pred nižjega; da pa ni bilo treba zaporedoma postaviti štirih enakih znakov, so postavili nižji znak pred višjega, kar je pomenilo, da je treba odšteti od vrednosti višjega znaka vrednost nižjega. N. pr.:

III = 3, VII = 7, XVI = 16, LXXV = 75, IV = 4, IX = 9,
XL = 40, XC = 90, CM = 900, MCM = 1900.

Naloge.

1. Zapiši z rimskimi številkami:

- a) 52, 63, 29, 84, 97; c) 930, 969, 1077, 1243, 1344;
b) 174, 365, 419, 640; d) 1492, 1648, 1799, 1878, 1910.

2.) Čitaj sledeča števila:

- a) XXV, LVIII, XLIV, LXI;
b) XCVI, CXI, CIX, CXLIX;
c) CCCLXX, CDXLIV, CMXIX;
d) MDCCXI, MDCCCLXXXIX, MCDIX.

3.) Cesar Franc Jožef I. je bil rojen XVIII. avgusta leta MDCCCXXX. in je nastopil vladno II. decembra leta MDCCCXLVIII.

§ 4. Avstro-ogrski novci, mere in uteži.

A. Novci.

Novci
= Münzen.

Po zakonu z dne 2. avgusta 1892. leta je obveljala kronska vrednost. Enota tem novcem je krona (K) po 100 vinarjev ali beličev (h).

Na podlagi te enote imamo sledeče novce:

- a) Zlate novce: stokronske, dvajsetkronske in desetkronske.
b) Srebrne novce: petkronske in enokronske.
c) Nikljeve novce: dvajsetvinarske in desetvinarske.
d) Bronaste novce: dvovinarske in enovinarske.

B. Mere.

Metriski
sistem = das
metrische
System.

Dekadičnemu številnemu sistemu odgovarja popolnoma metriski sistem mer in uteži. Osnovna enota metriskemu sistemu je meter (*m*), t. j. dolgost neke palice, ki se hrani na zvezdarni v Parizu in je približno dvajsetmilijonski del zemeljskega poldnevnikarja.

Imena višjih enot tvorimo, da stavimo pred ime osnovne enote grške števnike, in sicer:

- „deka“ za desetkratno osnovno enoto,
- „hekto“ za stokratno osnovno enoto,
- „kilo“ za tisočkratno osnovno enoto,
- „miria“ za desettisočkratno osnovno enoto.

Imena nižjih enot pa tvorimo tako, da postavimo pred ime osnovne enote latinske števnike, in sicer:

- „deci“ za deseti del osnovne enote,
- „centi“ za stoti del osnovne enote,
- „mili“ za tisoči del osnovne enote.

1. Dolgostne mere.

Dolgostne
mere = die
Längen-
maße.

Osnovna enota je meter (m). Po navedenem načinu dobimo sledeče višje in nižje enote:

- 1 kilometer (km) = 1000 m ,
- 1 miriameter (μm) = 10000 m = 10 km ,
- 1 decimeter (dm) = deseti del metra,
- 1 centimeter (cm) = stoti del metra,
- 1 milimeter (mm) = tisoči del metra.

Tedaj je

$$\begin{aligned} 1\ m &= 10\ dm = 100\ cm = 1000\ mm \\ 1\ dm &= 10\ cm = 100\ mm \\ 1\ cm &= 10\ mm. \end{aligned}$$

2. Ploskovne mere.

Ploskovne
mere = die
Flächen-
maße.

Enota ploskovne mere je kvadrat, ki mu je dolgostna enota stranica. Osnovna enota ploskovne mere se imenuje kvadratni meter (m^2) in je kvadrat, ki ima 1 m dolgo stranico. V kvadratni meter položimo ob eni stranici deset kvadratov s stranico 1 dm ; kvadrat, ki ima 1 dm dolgo stranico, imenujemo kvadratni decimeter (dm^2). Da izpolnimo ves kvadratni meter, moramo položiti deset takih vrst, drugo poleg druge. Kvadratni meter je tedaj enak 100 kvadratnim decimetrom. Ravno tako dobimo, da je 1 dm^2 enak 100 cm^2 itd.

Vobče velja tedaj:

$$\begin{aligned} 1\ m^2 &= 100\ dm^2 = 10.000\ cm^2 = 1.000.000\ mm^2 \\ 1\ dm^2 &= 100\ cm^2 = 10.000\ mm^2 \\ 1\ cm^2 &= 100\ mm^2. \end{aligned}$$

Zemljišča merimo z ari (a) in s hektari (ha).

$$1 a = 100 m^2$$

$$1 ha = 100 a = 10.000 m^2$$

$$1 km^2 = 100 ha = 10.000 a = 1.000.000 m^2$$

$$1 \mu m^2 = 100 km^2 = 10.000 ha = 1.000.000 a.$$

3. Telesne mere.

Telesne
mere = die
Körpermaße.

Enota telesne mere je kocka, ki ji je dolgotna enota rob. Osnovna enota telesne mere se imenuje kubični meter (m^3) in je kocka, ki ima 1 m dolg rob. V kubičnem metru položimo na eno ploskev, ki meri 100 dm^2 , 100 kock z robom 1 dm , t. j. 100 kubičnih decimetrov (dm^3); da izpolnimo ves kubični meter, moramo položiti deset takih plasti po 100 dm^3 drugo vrh druge. Kubični meter je tedaj enak 100 dm^3 10krat = 1000 dm^3 . Ravno tako dobimo, da je 1 dm^3 enak 1000 cm^3 itd.

Vobče velja tedaj:

$$1 m^3 = 1000 dm^3 = 1.000.000 cm^3 = 1.000.000.000 mm^3$$

$$1 dm^3 = 1.000 cm^3 = 1.000.000 mm^3$$

$$1 cm^3 = 1.000 mm^3.$$

Enota votle mere za tekočine, žito in podobne stvari je liter (l), ki drži istotoliko kakor votel kubični decimeter.

$$1 l = 10 \text{ decilitrov } (dl) = 100 \text{ centilitrov } (cl)$$

$$1 dl = 10 cl$$

$$100 l = 1 \text{ hektoliter } (hl).$$

Uteži
= die
Gewichte.

C. Uteži.

Osnovna enota je gram (g), t. j. teža kubičnega centimetra čiste vode, ki ima po stodelnem toplomeru štiri stopinje toplote ($4^{\circ} C$).

$$1 g = 10 \text{ decigramov } (dg)$$

$$1 dg = 10 \text{ centigramov } (cg)$$

$$1 cg = 10 \text{ miligramov } (mg)$$

$$10 g = 1 \text{ dekagram } (dkg)$$

$$1000 g = 1 \text{ kilogram } (kg)$$

$$100 kg = 1 \text{ metriski stot ali cent } (q)$$

$$10 q = 1000 kg = 1 \text{ tona } (t).$$

Naloge.

1. Izrazi v vseh nižjih enotah: a) 1 μm , b) 1 km^2 , c) 1 ha , d) 1 m^3 , e) 1 hl , f) 1 t ; g) 1 kg .

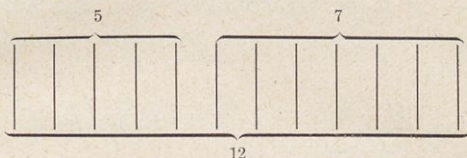
2. Katero težo ima 1 l , 1 hl , 1 m^3 čiste vode pri $4^{\circ} C$?

Računanje s celimi enoimenskimi in neimenovanimi števili.

§ 5. Seštevanje.

4. Naloga. Učenec dobi od očeta 5 svinčnikov, od matere pa 7; koliko svinčnikov dobi od obeh?

Slika 2.



Črta nam predočuj (sl. 2) svinčnik. Narišimo 5 črt in poleg teh še 7! Preštejmo vse črte! Naštejemo jih 12. „Učenec je dobil 12 svinčnikov.“

Pismeno izrazimo rešitev naloge tako-le :

5 svinčnikov + 7 svinčnikov = 12 svinčnikov.

Ker nam črte lahko predočujejo tudi *K*, *m*, *l*, *kg* itd., pišemo tudi:

$$5 K + 7 K = 12 K; \quad 5 m + 7 m = 12 m \quad \text{itd.}$$

Ako se pa ne oziramo na vrsto enot, pišemo :

$$5 + 7 = 12.$$

Ta način spajanja dveh ali več istoimenskih ali neimenovanih števil v eno število se imenuje seštevanje.

Dve ali več določenih števil seštetih se pravi, poiskati novo število, ki ima toliko enot, kolikor jih imajo določena števila skupaj.

Števila, ki se seštevajo, se imenujejo seštevanci ali sumandi; število pa, ki ga iščeš, se imenuje vsota.

Vsota dveh ali več števil je tedaj ono število, ki ima toliko enot, kolikor jih imajo vsi sumandi skupaj.

Znak seštevanja je ravni križ „+“, ki ga čitamo „več“ ali „plus“ in ki ga stavimo med sumande.

Ker dobimo isto število črt, ako jih štejemo od leve proti desni ali pa od desne proti levi, sklepamo, da je

$$5 + 7 = 7 + 5$$

in ker to velja tudi v slučaju, ko imamo več sumandov, smemo reči:

Vsota se ne izpremeni, ako zamenjaš sumande med seboj.

Seštevanje
= das
Addieren.

Seštevaneec
= der
Summand.
Vsota =
die Summe.

Zakon o
zamenjavi
sumandov =
das Kom-
mutations-
gesetz der
Addition.

Računanje
na pamet =
das Kopf-
rechnen.

B. Računanje na pamet.

Ker si vsako dekadično število lahko mislimo kot vsoto, ki ima števila posameznih dekadičnih enot za sumande, n. pr.

$$7536 = 7T + 5S + 3D + 6E,$$

porabimo zakon o zamenjavi sumandov, da pripravneje seštejemo mnogoštevilčna števila.

Vsoto $57 + 30$ n. pr. izračunamo, ako razstavimo sumande v posamezne dekadične enote in po zamenjavi sumandov seštejemo istoimenska števila.

$$57 + 30 = 5D + 7E + 3D = 5D + 3D + 7E = 8D + 7E = 87.$$

Ravno tako izračunamo n. pr.

$$\begin{aligned} 57 + 32 &= 5D + 7E + 3D + 2E = 5D + 3D + 7E + 2E = \\ &= 8D + 9E = 89 \end{aligned}$$

in govorimo, prištevajoč posamezne dekadične enote drugega sumanda, tako-le: 57 in 30 je 87 in 2 je 89.

Vsoto $456 + 123$ izračunaš govoreč: 456 in 100 je 556 in 20 je 576 in 3 je 579.

Naloge.

1. Določi sledeče vsote:

a) $7 + 9$; $8 + 6$; $0 + 7$; $5 + 0$; $8 + 9$; $6 + 7$.

b) $9K + 5K$; $12kg + 7kg$; $3E + 9E$; $8S + 7S$; $15T + 9T$.

c) $143dm + 8dm$; $74a + 7a$; $59dm^3 + 8dm^3$; $46S + 9S$.

d) $25 + 12$; $38h + 15h$; $43m + 17m$; $61ha + 23ha$.

e) $158l + 22l$; $125dkg + 18dkg$; $174T + 15T$; $295D + 26D$.

f) $6 + 9 + 8$; $13cm + 7cm + 21cm$; $8D + 17D + 15D$; $43K + 17K + 11K$.

g) $50 + 30$; $400 + 500$; $3000 + 8000$; $600 + 700 + 900$; $150 + 220$.

2. Seštej števila a) vodoravnih, b) navpičnih, c) poševnih vrst v naslednjih „magičnih kvadratih“:

I. 1 14 15 4

12 7 6 9

8 11 10 5

13 2 3 16

II. 2 16 9 7

13 3 6 12

8 10 15 1

11 5 4 14

3. Določi številčno vsoto, t. j. vsoto števil sledečih števil: 125, 742, 9758, 53644, 4879251.

4. Določi na pamet sledeče vsote:

a) $64 + 30$; $79 + 60$; $82 + 40$; $67 + 70$; $73 + 80$; $52 + 40$.

b) $60 + 28$; $10 + 79$; $90 + 38$; $50 + 76$; $80 + 62$; $40 + 97$.

c) $67 + 32$; $45 + 38$; $65 + 93$; $89 + 96$; $53 + 77$; $92 + 89$.

d) $145 + 20$; $378 + 40$; $540 + 55$; $820 + 67$; $490 + 85$.

e) $723 + 38$; $662 + 32$; $654 + 175$; $273 + 348$; $812 + 497$.

C. Pismo seštevanje.

Mnogoštevilčne sumande seštevamo navadno pismeno. Ker moramo sešteti le istoimenska števila, razstavimo sumande v posamezne dekadice enote in jih, začenši pri enicah, seštejemo.

Vsoto $456 + 123$ izračunamo na sledeči način:

$$\begin{array}{r} 456 = 4 S \ 5 D \ 6 E \\ 123 = 1 S \ 2 D \ 3 E \\ \hline \text{Vsota} = 5 S \ 7 D \ 9 E = 579. \end{array}$$

Ako je vsota dekadčnih enot določenega reda večja kakor deset, izločimo iz nje enote višjega reda in jih prištejemo vsoti teh dekadčnih enot. Vsoto $6728 + 5374 + 8093 + 7569$ izračunamo tedaj tako-le:

$$\begin{array}{ll} 6728 & 9 E + 3 E + 4 E + 8 E = 24 E = 2 D \ 4 E; \\ 5374 & 2 D + 6 D + 9 D + 7 D + 2 D = 26 D = 2 S \ 6 D; \\ 8093 & 2 S + 5 S + 3 S + 7 S = 17 S = 1 T \ 7 S; \\ \underline{7569} & 1 T + 7 T + 8 T + 5 T + 6 T = 27 T = 2 Dt \ 7 T. \\ 27764 & \text{Vsota ima torej } 2 Dt \ 7 T \ 7 S \ 6 D \ 4 E. \end{array}$$

Sumandov pa ni treba razstavljati pismeno v dekadčne enote; navadno storimo to le v mislih in seštejemo, začenši pri enicah, enote istega reda; to nam je posebno lahko mogoče takrat, kadar napišemo sumande tako, da stoje enice pod enicami, desetice pod deseticami itd. V tem slučaju govorimo pri gorenjem računu: 9, 12, 16, **24**, 2; 8, 17, 24, **26**, 2; 7, 10, **17**, 1; 8, 16, 21, **27**; in napišemo številke, ki so debeleje tiskane, po redu na mesto enic, desetic, stotic itd.

Naloge.

5. $58 + 403 + 6712 + 29048 + 777 + 6849$.

6. $34506 + 980 + 7205 + 630076 + 58743$.

7. $567806 + 1234006 + 9087 + 36054 + 860095$.

8. a) 503	b) 2739	c) 601390	d) 1468357
1476	48100	42139	9024683
8023	6052	501779	6937548
145	77849	182834	5319897
9284	52109	25107	2646579
<u>753</u>	<u>9416</u>	<u>9753</u>	<u>4703692</u>

9. Seštej sledeča števila a) po vodoravnih, b) po navpičnih vrstah!

$$\begin{array}{r}
 17409 + 5604 + 30714 + 91 \\
 6742 + 12688 + 9450 + 7122 \\
 125780 + 81566 + 987 + 7145 \\
 55719 + 7846 + 49538 + 71599
 \end{array}$$

10. Za neko kupčijo dá A 2684 K, B 3698 K, C 2485 K in D 3157 K; koliko denarja je v kupčiji?

11. Hišni gospodar dobi na leto najemnine: 384 K, 532 K, 768 K, 852 K in 960 K; koliko skupaj?

12. Nekdo je dolžen A -u 3825 K, B -u 4786 K, C -u 3942 K, D -u 987 K in E -u 5139 K; koliko dolguje vsem?

13. Trгоvec kupi blago za 35 (125) K in ima pri prodaji 12 (31) K dobička; za koliko je prodal blago?

Ako je prodajna cena večja ko kupna, pravimo, da ima trgovec dobiček. Vedno pa velja:

$$\text{Kupna cena} + \text{dobiček} = \text{prodajni ceni.}$$

14. Nekdo proda blago za 56 (218) K in ima 12 (27) K izgube; za koliko je kupil blago?

Ako je prodajna cena manjša ko kupna, pravimo, da ima trgovec izgubo. Velja pa:

$$\text{Prodajna cena} + \text{izguba} = \text{kupni ceni.}$$

15. Posestnik kupi njivo za 975 (481) K in jo proda sosedu z 140 (65) K dobička; koliko mu je plačal sosod za njivo?

16. Trгоvec kupi za 2568 (756) K blaga; za koliko mora prodati blago, da bo imel 809 (72) K dobička?

17. Blago samo (čista teža, netto) tehta 3842 kg, zaboji sami (tara) 135 kg; koliko tehta blago z zaboji vred (kosmata teža, brutto)?

Ako imenujemo težo blaga čisto težo (netto), težo posode ali zabojev, ki je v njih blago, tara, in težo blaga in zabojev kosmato težo (brutto), tedaj smemo reči:

$$\text{netto} + \text{tara} = \text{brutto}.$$

18. Kranjska dežela meri 9988 km^2 , Koroška 10373 km^2 , Štajerska 22454 km^2 in Primorska 7988 km^2 ; koliko kvadratnih kilometrov merijo vse skupaj?

19. Leta 1900. je imela Štajerska 1356058, Kranjska 508348, Primorska 755183 in Koroška 367344 prebivalcev; koliko prebivalcev so imele vse skupaj?

20. Koliko dni preteče v navadnem letu a) od 1. januarja do 20. aprila, b) od 8. februarja do 27. avgusta, c) od 13. maja do 18. novembra?

21. Cesar Jožef II. se je porodil leta 1741: in je učakal 49 let; katerega leta je umrl?

22. Cesar Franc I. se je porodil leta 1768., 24 let star je postal vladar in je vladal 43 let. Katerega leta je začel vladati, kdaj je umrl, in koliko let je doživel?

23. Voznik naloži štiri zaboje; prvi tehta 132 kg , drugi je za 17 kg težji od prvega, tretji za 24 kg težji od drugega in četrti za 19 kg težji od tretjega. Koliko tehtajo vsi zaboji skupaj?

24. Cesta pelje od kraja A čez B , C , D do E ; od A do B je 23 km , od B do C 25 km , od C do D 19 km in od D do E 13 km . Kako daleč je a) od A do D , b) od B do E , c) od A do E ? (Naričaj primerno sliko!)

§ 6. Odštevanje.

A. **Naloga.** Učenec ima 15 K in kupi knjigo za 8 K; koliko kron mu ostane?

Število kron, ki mu ostanejo, dobimo, ako jemljemo od 15 K posamezne krone in pri tem nazaj štejemo; ko jih vzamemo osem, pridemo do števila 7 K. Do istega rezultata ali zneska pridemo tudi, ako polagamo k 8 K posamezne krone in pri tem naprej štejemo; ko pridemo s štetjem do 15 K, vidimo, da smo pridali 7 K. V obeh slučajih imamo $8 \text{ K} + 7 \text{ K} = 15 \text{ K}$. Rešitev naloge se glasi: „Učencu ostane 7 K“, in pišemo:

$$15 \text{ K} - 8 \text{ K} = 7 \text{ K}.$$

Na isti način bi tudi dobili :

$$15 \text{ kg} - 8 \text{ kg} = 7 \text{ kg} \quad \text{ali} \quad 15 \text{ l} - 8 \text{ l} = 7 \text{ l} \text{ itd.}$$

Ako se ne oziramo na vrsto enot, pišemo:

$$15 - 8 = 7.$$

Odštevanje
= das Sub-
trahieren.

Ta način spajanja dveh istoimenskih ali neimenovanih števil se imenuje odštevanje.

Odštevati se pravi, iz vsote dveh števil in iz enega sumanda poiskati drugega.

Zmanjše-
vanec = der
Minuend.
Odštevane-
c = der Sub-
trahend.
Ostanek =
der Rest.
Razlika =
der Unter-
schied.

Določena vsota, ki se mora zmanjšati, se imenuje zmanjševanec ali minuend; določeni sumand, ki ga odštevamo, se zove odštevaneec ali subtrahend; sumandu, ki ga iščemo, se pravi ostanek, razlika ali diferenca.

Razlika dveh števil je tedaj ono število, ki ga moramo prišteti subtrahendu, da dobimo minuend.

Znak odštevanja je vodoravna črta „—“, ki jo čitamo „manj“ ali „minus“.

Preizkus =
die Probe.

Iz navedenega sledi, da napraviš preizkus, ako prišteješ subtrahendu razliko; tako nastala vsota mora biti enaka minuendu.

Rešitev teh in enakih nalog je pa le tedaj mogoča, če so števila istoimenska ali neimenovana, in ako je minuend večji kot subtrahend.

Naloge.

1. Odštevaj, dokler je mogoče, od 100 vedno po 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 enot!

2. Določi razlike: $3 - 3$; $8 \text{ m} - 8 \text{ m}$; $9 \text{ kg} - 9 \text{ kg}$; $15 - 0$; $12 \text{ K} - 0$, $25 \text{ q} - 0$.

Katero pravilo izvajaš iz teh primerov?

3. Določi sledeče razlike:

a) $9 - 7$; $17 - 8$; $26 \text{ K} - 9 \text{ K}$; $42 \text{ kg} - 5 \text{ kg}$; $8 \text{ D} - 5 \text{ D}$; $12 \text{ T} - 9 \text{ T}$.

b) $80 - 50$; $90 - 60$; $140 - 80$; $900 - 400$; $1300 - 700$; $6000 - 4000$.

4. Kaj pomenijo sledeči izrazi in kolika je njihova vrednost:

a) $6 + 9 - 5$; $35 - 7 + 5$; $28 + 4 - 8$; $78 + 6 - 5 - 4$; $46 - 8 + 5 - 6$.

b) $52 \text{ m} - 9 \text{ m} + 7 \text{ m}$; $19 \text{ K} + 7 \text{ K} - 8 \text{ K}$; $25 \text{ m}^2 - 9 \text{ m}^2 + 4 \text{ m}^2$.

$$c) 43 a - 8 a - 7 a; \quad 134 l - 7 l + 15 l - 9 l; \quad 47 K + 12 K - 6 K.$$

Ali smeš nakazane račune v poljubnem redu izvršiti?

5. Trgovec ima 153 *kg* sladkorja in ga odproda najprej 5 *kg*, potem po vrsti 8 *kg*, 30 *kg* in 60 *kg*; koliko kilogramov sladkorja mu ostane?

6. Nekdo je sedaj 35 (44) let star; koliko je bil star pred 8 (9) leti?

7. Neko blago tehta brutto 72 (91) *kg*, tara znaša 7 (5) *kg*; koliko je netto?

8. Iz dveh med seboj 25 *km* oddaljenih krajev odideta potnika drug proti drugemu; ko se srečata, je prehodil prvi 9 *km*; koliko kilometrov je prehodil drugi?

9. Imamo 3 palice; prva meri 53 *cm*, druga je 8 *cm* krajša ko prva, tretja je 6 *cm* krajša kakor prvi dve skupaj. Kolika je dolžina vseh treh palic skupaj?

B. Računanje na pamet.

Ustmeno ali na pamet odštevamo, zmanjšujoč minuend za posamezne subtrahendove dekadične enote, in sicer začeni pri enotah najvišjega reda. N. pr.:

$$a) 78 - 30 = 7 D \ 8 E - 3 D = 4 D \ 8 E = 48.$$

$$b) 65 - 24 = 6 D \ 5 E - 2 D \ 4 E = 4 D \ 5 E - 4 E = 4 D \ 1 E = 41 \text{ ali krajše: } 65 - 20 - 4 = 45 - 4 = 41 \text{ in govorimo: } 65 \text{ manj } 20 \text{ je } 45, \text{ manj } 4 \text{ je } 41.$$

$$c) 124 - 75 = 124 - 70 - 5 = 54 - 5 = 49, \text{ in govorimo: } 124 \text{ manj } 70 \text{ je } 54, \text{ manj } 5 \text{ je } 49.$$

Naloge.

10. Odštevaj, dokler je mogoče:

a) od 573 po 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.

b) od 97 po 13, 15, 16, 17, 19.

c) od 438 po 23, 47, 52, 63, 75, 82.

d) od 986 po 123, 173, 248, 316.

11. Oče je star 45 let, sin pa 18; kolika je razlika njunih starosti, kolika bo razlika čez 5 let, in kolika je bila pred 7 leti?

12. Iz vode molita dva kola; prvega je nad vodo 128 *cm*, drugega pa 82 *cm*; koliko je prvi višji od drugega? Ali bi se ta razlika izpremenila, ako voda n. pr. za 15 *cm* upade ali pa za 18 *cm* narase? Koliko centimetrov vsakega kola bi bilo v teh slučajih nad vodo?

Kdaj se ne
izpremeni
razlika
dveh števil.

Razlika dveh števil se ne izpremeni, ako prišteješ minuendu in subtrahendu isto število, ali ako odšteješ od obeh isto število.

13. Določi s pomočjo navedene lastnosti sledeče razlike:

a) $48 - 29$; $73 - 48$; $95 - 45$; $218 - 99$; $546 - 97$.

b) $462 - 202$; $736 - 406$; $7534 - 998$; $4758 - 3008$.

Navodilo: $73 - 19 = 74 - 20 = 54$; $273 - 83 = 270 - 80 = 190$.

14. Odštevaj, dokler je mogoče, od 745 po 19, 28, 39, 99, 97, 95!

C. Pismeno odštevanje.

Ako sta minuend in subtrahend mnogoštevilčni števili, odštevamo navadno pismeno. Števili razstavimo v dekadične enote in določimo, koliko enot moramo prišteti subtrahendovim enotam, da dobimo število minuendovih enot dotičnega reda. N. pr.:

$867 = 8\ S\ 6\ D\ 7\ E$	$4\ E\ \text{in}\ 3\ E\ \text{je}\ 7\ E$
$324 = 3\ S\ 2\ D\ 4\ E$	$2\ D\ \text{in}\ 4\ D\ \text{je}\ 6\ D$
$\text{Razlika} = 5\ S\ 4\ D\ 3\ E = 543.$	$3\ S\ \text{in}\ 5\ S\ \text{je}\ 8\ S.$

V nalogi $739 - 375$ je pa število subtrahendovih desetic večje nego ono minuendovih. Da moremo izvršiti odštevanje, porabimo pravilo, da se razlika ne izpremeni, ako prištejemo minuendu in subtrahendu isto število. V navedeni nalogi prištejemo minuendu 10 desetic, subtrahendu pa 1 stotico = 10 deseticam. Račun izvršimo tako-le:

$739 = 7\ S\ 3\ D\ 9\ E$	$5\ E\ \text{in}\ 4\ E\ \text{je}\ 9\ E$
$375 = 3\ S\ 7\ D\ 5\ E$	$7\ D\ \text{in}\ 6\ D\ \text{je}\ 13\ D$
$\text{Razlika} = 3\ S\ 6\ D\ 4\ E = 364.$	$4\ S\ \text{in}\ 3\ S\ \text{je}\ 7\ S.$

Tudi pri odštevanju ni treba razstavljati števil na posamezne dekadične enote. Subtrahend napišemo pod minuend tako, da stojе enice pod enicami, desetice pod deseticami itd. in določimo, začenši

pri enicah, koliko enot moramo prišteti subtrahendu, da dobimo število minuendovih enot istega reda. Prej navedeno razliko določimo pismeno tako-le:

739

375

364

in govorimo: 5 in **4** je 9; 7 in **6** je 13, 1;

1 in 3 je 4 in **3** je 7.

Številke, ki so debeleje tiskane, napišemo po vrsti na mesto enic, desetic, stotic itd.

Naloge.

15. Določi sledeče razlike in napravi preizkus:

a) 4677 — 2316; 6694 — 3452; 1834 — 1508; 4066 — 2385.

b) 4312 *D* — 2756 *D*; 9743 *kg* — 4879 *kg*; 10840 *K* — 9564 *K*.

c) 84691 *m* — 80079 *m*; 25368 *l* — 9483 *l*; 27001 *g* — 18746 *g*.

16. Za koliko je vsota 25936 + 57108 večja od vsote 13527 + 49874?

17. Za koliko je razlika 81352 — 62586 manjša od razlike 72542 — 53079?

18. Odštej:

a) 4203 + 19270 + 42813 od 71935;

b) 2074 + 5396 + 10078 + 433 od 24815.

19. Od kosa platna, ki je 52 *m* dolg, se odstriže 35 *m*; koliko metrov meri ostanek?

20. Nekdo kupi blago za 350 *K* in ga proda za 408 *K*; koliko ima dobička?

Prodajna cena — kupna cena = dobičku (glej nal. 13., § 5.).

21. Nekdo prejme v prvem poluletju 3752 *K*, izda pa 3485 *K*, v drugem poluletju prejme 4126 *K* in izda 3159 *K*; koliko si prihrani vse leto? (Reši nalogo na dva načina!)

22. *A* je dolžen 5356 *K* in plača sčasoma 1028 *K*, 2175 *K* in 946 *K*; koliko ostane še dolžen? (Na dva načina.)

23. Trgovec izda 3857 *K*, 2511 *K* in 4096 *K*; prejme pa 4862 *K*, 3749 *K* in 3511 *K*; za koliko je več prejel nego izdal?

24. Trgovec kupi blago za 5798 (995) *K* in ga proda za 5921 (1202) *K*; koliko je imel dobička?

25. Posestnik proda gozd za 3748 *K* in ima 985 *K* dobička; koliko je dal za gozd?

26. Posestnik proda njivo, ki jo je kupil za 1257 K, z izgubo 371 K; za koliko je prodal njivo?

27. Nekdo se je porodil 1793. leta in je umrl 1871. leta; koliko časa je živel?

28. Nekdo je bil 1849. leta 24 let star; koliko je bil star leta 1877.?

29. A je umrl leta 1864. in je doživel 77 let; kdaj se je porodil?

30. Oče zapusti starejšemu sinu 6840 K, mlajšemu pa za 1580 K manj; koliko zapusti obema?

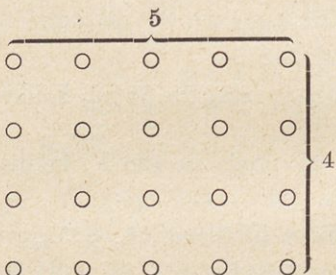
31. Kosmata teža blaga znaša 2788 kg, tara 139 kg; koliko je netto?

32. Blago tehta brutto 7210 kg, netto 6875 kg; koliko je tara?

§ 7. Množenje.

A. Naloga. V vrtu imamo drevesa v 4 vrstah, v vsaki vrsti jih je 5; koliko dreves je v vrtu?

Slika 3.



Odgovor se glasi:

$$5 \text{ dreves} + 5 \text{ dreves} + 5 \text{ dreves} + 5 \text{ dreves} = 20 \text{ dreves.}$$

Vsoto enakih sumandov pišemo krajše tako-le:

$$5 \text{ dreves} \times 4 = 5 \text{ dreves} \cdot 4 = 20 \text{ dreves}$$

in pravimo:

5 dreves pomnoženo s 4 ali pa 5 dreves naj se množi s 4, ali 4 krat 5 dreves je 20 dreves.

Vsak krog v sliki 3 nam predočuje drevo; lahko bi pa predstavljal K, h, kg, l ali enoto sploh. Rešitev naloge bi se potem glasila:

$$5 \text{ K} \cdot 4 = 20 \text{ K}; \quad 5 \text{ h} \cdot 4 = 20 \text{ h}; \quad 5 \text{ kg} \cdot 4 = 20; \quad 5 \cdot 4 = 20.$$

Seštevanje enakih sumandov imenujemo množenje.

Množiti število s številom se pravi, prvo število postaviti toliko krat za sumand, kakor to kaže drugo število.

Število, ki ga množimo, se imenuje množenec ali multiplikand; število, ki ž njim množimo, se zove množitelj ali multiplikator, in število, ki ga iščemo, imenujemo zmnožek ali produkt.

Produkt dveh števil je ono število, ki ga dobimo, ako postavimo prvo število tolikokrat za sumand, kakor kaže drugo število.

Znak množenja je poševni križ „ $\times$ “ ali pika „ $\cdot$ “; čitamo ga „pomnoženo“, „naj se množi“ ali pa „krat“.

Multiplikand je imenovano ali neimenovano število; multiplikator je vedno neimenovano število. Produkt je pa z multiplikandom istega imena.

Ker dobimo, kakor nam tudi slika pove, isto število enot, najsi vzamemo 4 vrste po 5 enot, ali pa 5 vrst po 4 enote, zato smemo reči:

Produkt neimenovanih števil se ne izpremeni, ako zamenjamo multiplikand in multiplikator med seboj.

Multiplikand in multiplikator imata vsled tega skupno ime: produktova činitelja ali faktorja.

Ako je pa multiplikand imenovano število, zamenjamo samo številne vrednosti, ime pa ostane v multiplikandu, kakor nam kažejo prejšnji primeri:

$$5 \text{ K} \cdot 4 = 4 \text{ K} \cdot 5; \quad 5 \text{ h} \cdot 4 = 4 \text{ h} \cdot 5; \quad 5 \text{ kg} \cdot 4 = 4 \text{ kg} \cdot 5.$$

Po navedenem pojasnilu nima množenje z 1 ali 0 (ničlo) pravega pomena. Vendar damo tudi takim produktom določen pomen in pravimo: enkratno število je enako številu samemu, ničkratno število je enako ničli. N. pr.:

$$4 \cdot 1 = 4 \quad 4 \cdot 0 = 0$$

Zakon o zamenjavi faktorjev ostane tudi v tem slučaju veljaven.

$$4 \cdot 1 = 1 \cdot 4 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

$$4 \cdot 0 = 0 \cdot 4 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

Produkt treh ali več števil je ono število, ki ga dobiš, ako pomnožiš produkt prvih dveh števil s tretjim številom, najdeni produkt s četrtem itd.

Množenec =
der Multi-
plikand.
Množitelj =
der Multi-
plikator.
Zmnožek =
das Produkt.

Zakon o
zamenjavi
faktorjev =
das Kom-
mutations-
gesetz der
Multiplika-
tion.

Činitelj =
der Faktor.

Produkt treh
ali več
faktorjev.

Naloge.

1. Napiši sledeče izraze kot vsote in jih izračunaj: $7 \cdot 3$; $12 \cdot 7$; $46 \cdot 6$; $127 \cdot 4$; $1570 \text{ m} \cdot 5$; $7542 \text{ l} \cdot 2$; $63 \text{ D} \cdot 4$; $85 \text{ S} \cdot 3$.

2. Pomnoži 20, 50, 300, 800, 7000 z 2, 4, 5, 7, 8! Navodilo: $20 \cdot 4 = 2 \text{ D} \cdot 4 = 8 \text{ D} = 80$.

3. Povej produkt dveh *a*) v isti vodoravni, *b*) v isti navpični vrsti stoječih števil tako, da števil samih ne imenuješ:

3, 5, 7, 9, 8, 6, 4, 5,	Navodilo:
8, 4, 2, 1, 3, 5, 7, 9,	s 3 pomnožiš vsako število prve
5, 3, 4, 9, 2, 8, 6, 3,	vrste in govoriš:
9, 8, 6, 7, 5, 3, 4, 2.	15, 21, 27, 24, 18, 12, 15.

4. Povej za 2, oziroma 3, 4, enote *a*) povečane, *b*) zmanjšane produkte, ki jih določiš na isti način, kakor v prejšnji nalogi. N. pr.: Za 4 enote povečani prej izračunani produkti so: 19, 25, 31, 28, 22, 16, 19.

B. Računanje na pamet.

V nekaterih slučajih določimo produkt mnogoštevilčnih faktorjev na pamet. N. pr.:

a) Produkt 47×8 izračunamo tako, da razstavimo multiplikand 47 v dekadичne enote in množimo le-te z multiplikatorjem. $4 D \cdot 8 = 32 D = 320$; $7 E \cdot 8 = 56 E = 56$; $320 + 56 = 376$ in govorimo: 8 krat 40 je 320, 8 krat 7 je 56, 320 in 56 je 376.

Množenje s
produktom
dveh števil.

b) Produkt $37 \cdot 24$ izračunamo tako, da združimo po 4 sumande v eno skupino; ker je $24 = 4 \cdot 6$, dobimo 6 skupin po 4 sumande. $37 \cdot 4 = 148$, $148 \cdot 6 = 888$. Ker je $24 = 3 \cdot 8$, računamo tudi tako-le: $37 \cdot 3 = 111$, $111 \cdot 8 = 888$.

Množenje z
dekadичnimi
enotami.

c) Produkt $76 \cdot 10$, ali $76 \cdot 100$, ali $76 \cdot 1000$ določimo, uporabljajoč dejstvo, da je $10 E = 1 D$, $100 E = 1 S$, $1000 E = 1 T$, tako-le: $76 E \cdot 10 = 76 \cdot 10 E = 76 D = 760$; $76 E \cdot 100 = 76 \cdot 100 E = 76 S = 7600$; $76 E \cdot 1000 = 76 \cdot 1000 E = 76 T = 76000$.

Naloge.

5. Izračunaj na pamet sledeče produkte:

a) $53 \cdot 6$; $72 \cdot 5$; $28 \cdot 9$; $65 \cdot 7$; $44 \cdot 8$; $38 \cdot 4$; $77 \cdot 3$.

b) $133 \cdot 4$; $234 \cdot 3$; $119 \cdot 5$; $439 \cdot 2$; $2075 \cdot 4$.

c) $13 \cdot 14$; $12 \cdot 16$; $24 \cdot 25$; $36 \cdot 15$; $17 \cdot 28$; $23 \cdot 21$.

d) $42 \cdot 48$; $35 \cdot 27$; $25 \cdot 12$; $25 \cdot 28$; $25 \cdot 36$; $25 \cdot 52$.

e) $53 \cdot 10$; $215 \cdot 100$; $48 \cdot 1000$; $56 \cdot 100$; $827 \cdot 10$; $243 \cdot 100$.

6. Uradnik ima na mesec 283 K plače; koliko prejme v 3, 7, 9, 10 mesecih?

7. Kapital dá na leto 148 K obrestij; koliko v 3, 5, 9, 15 letih?
8. Lokomotiva preteče v 1 uri 56 km; koliko v 3, 7, 12 urah?
9. Voznik naloži 8 vreč po 148 kg, 6 vreč po 123 kg in 9 vreč po 136 kg; koliko kilogramov je naložil?
10. Nekdo kupi 7 (24) kg blaga po 78 (52) h in proda kilogram po 85 (59) h; koliko ima dobička? (2 načina.)
11. Trгоvec kupi 8 q blaga za 136 K; kolik je dobiček, ako prodaja metrski stot po 21 K?
12. Nekdo kupi 18 kg blaga po 92 h in prodaja kilogram po 87 h; koliko ima izgube? (2 načina.)
13. Zvok preleti v 1 sekundi 333 m; koliko v 5, 8, 15, 20 sekundah?
14. Kupec je kupil 7 (12) m blaga za 120 (200) K in prodaja meter po 16 (15) K; koliko ima izgube?

C. Pismeno množenje.

1. Multiplikator je enoštevilčen. Produkt 457.8 izračunaš, da razstaviš multiplikand v dekadične enote 7 E 5 D 4 S in postaviš le-te 8krat za sumand, $7 E . 8 + 5 D . 8 + 4 S . 8 = 56 E + 40 D + 32 S = 6 E + 5 D + 36 S = 3656$. Pismeno izračunaš produkt

$$\begin{array}{r} 457.8 \\ \hline 3656 \end{array} \quad \text{in govoriš: 8 krat 7 je 56, 5; 8 krat 5 je 40 in 5 je 45, 4; 8 krat 4 je 32 in 4 je 36.}$$

Debeleje tiskane številke napišeš v produktu na njim določena mesta.

2. Multiplikator je mnogoštevilčen. V produktu 529.347 moraš postaviti multiplikand 347krat tedaj 300krat, 40krat in še 7krat za sumand. Da najdeš zahtevano število, izračunaš te produkte, ki se imenujejo delski produkti in jih sešteješ.

Delski
produkt =
das Teil-
produkt.

	a) 529.347	b) 529.347	c) 529.347
300 krat 529	158700	1587..	3703
40 krat 529	21160	2116.	2116.
7 krat 529	3703	3703	1587..
	<u>183563</u>	<u>183563</u>	<u>183563</u>

Ako izpustiš v računu pod a) v delskih produktih ničle, dobiš račun pod b), ki pokaže, da ima zadnja številka vsakega delskega produkta mestno vrednost tiste multiplikatorjeve številke, ki je tvorila dotični delski produkt. Samo ob sebi se razume, da pri izračunanju delskih produktov nisi navezan na noben red; vendar je

umestno, da začneš ali z najvišjimi multiplikatorjevimi enotami in pišeš vsak delski produkt za eno mesto proti desni, kakor v računih pod *a)* in *b)* ali pa z najnižjimi multiplikatorjevimi enotami in pišeš vsak delski produkt za eno mesto proti levi, kakor v računu pod *c)*.

Ako se nahaja ničla v multiplikatorju, ne napišeš dotičnega delskega produkta, ker je njegova vrednost $= 0$; zato pa napišeš prihodnji delski produkt za dve mesti dalje.

Ako je najvišja ali najnižja multiplikatorjeva številka 1, uporabiš multiplikand za delski produkt in računaš, n. pr.:

a) 2547 . 153	b) 5026 . 341
12735	20104
7641	15078
389691	1713866

Preizkus =
die Probe.

Da se prepričaš, si li prav množil, zamenjaš faktorja in množiš še enkrat; ako najdeš drugič isti produkt kakor prvič, si produkt prav določil.

Naloge.

15. Pomnoži *a)* 754, *b)* 1273, *c)* 4876, *d)* 13754, *e)* 52408 z 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9!

16. Pomnoži vsako sledečih števil: 891, 708, 1654, 4327, 12804, 36057 z *a)* 48, *b)* 63, *c)* 56, *d)* 72, *e)* 35, *f)* 80, *g)* 700, *h)* 150, *i)* 240, in porabi pravilo o množenju s produktom!

17. Pomnoži vsako sledečih števil: 258, 849, 5296, 6513, 79107, 27548, z *a)* 132, *b)* 261, *c)* 308, *d)* 2071, *e)* 8005, *f)* 10406, *g)* 50031.

18. Povečaj produkt 6513 . 9374 za produkt 8037 . 1085!

19. Kolika je razlika produktov 1098 . 5284 in 2051 . 2574?

20. Trgovec kupi 315 (842) *kg* blaga po 284 (305) h; koliko plača za blago?

21. Delavec zasluži 256 (472) h na dan; koliko zasluži v 35 (81) dneh?

22. Koliko prebivalcev ima Nižje Avstrijsko, ki meri 19824 *km*², ako prebiva povprečno na 1 *km*² 156 ljudi?

23. Blago tehta brutto 7210 *kg*, tara je 245 *kg*; koliko se skupi za blago, ako se prodaja 1 *kg* netto po 248 h?

24. Pri zdravem odraslem človeku udari žila 76 krat v 1 minuti; kolikokrat udari žila *a)* v 1 uri, *b)* v 1 dnevu, *c)* v 1 letu?

25. Nekdo kupi 258 *kg* blaga za 23456 h in ga proda kilogram po 87 h; koliko ima izgube?

26. Nekdo kupi 17 *ha* njiv po 1910 K, 4 *ha* travnikov po 1166 K in 22 *ha* gozda po 590 K; koliko mora za vse plačati?

27. A kupi 46 *hl* vina po 70 K in 65 *hl* po 56 K; oboje vino zmeša in prodaja hektoliter te zmesi po 66 K; koliko ima dobička?

28. Nekdo ima 50000 K premoženja; koliko mu ostane, ako kupi 67 *ha* travnikov po 315 K, 133 *ha* pašnikov po 25 K in 17 *ha* njiv po 1031 K?

29. Dva vlaka zapustita v istem času postajo; prvi prevozi vsako minuto 835 *m*, drugi vozi v nasprotno smer in prevozi vsako minuto 750 *m*. Koliko metrov sta med seboj oddaljena a) čez 42 minut, b) čez 1 uro, c) čez 2 uri 37 minut?

30. Kako se glasi rešitev prejšnje naloge, ako vozita vlaka v isto smer, t. j. drug za drugim?

§ 8. Deljenje.

A. **Naloga** a) Učitelj ima 20 zvezkov; koliko učencev bo obdaroval, ako da vsakemu 5 zvezkov?

Število obdarovanih učencev je toliko, kolikorkrat se nahaja 5 zvezkov v 20 zvezkih. 5 zvezkov se pa nahaja v 20 zvezkih štirikrat, — 5 zvezkov $\cdot 4 = 20$ zvezkov — in razrešitev naloge se glasi: „Učitelj bo obdaroval 4 učence.“ Račun napišeš:

$$20 \text{ zvezkih} : 5 \text{ zvezkov} = 4 \text{ krat.}$$

Tako spajanje števil se imenuje merjenje, ker preiskuješ, kolikokrat se nahaja število v drugem istoimenskem številu. Merjenje =
das Messen.

b) Učitelj ima 20 zvezkov in jih razdeli med 4 učence; koliko zvezkov dobi vsak?

Vsak učenec dobi četrti del od 20 zvezkov, t. j. 5 zvezkov; ker je 5 zvezkov $\cdot 4 = 20$ zvezkom. Pišeš pa:

$$20 \text{ zvezkov} : 4 = 5 \text{ zvezkov.}$$

Tako spajanje števil se imenuje pravo deljenje ali deljenje v ožjem pomenu besede, ker preiskuješ, kolik je en del, ako razdeliš število na več enakih delov. Pravo de-
ljenje = das
Teilen.

Ker iščeš v obeh računih, v merjenju in pravem deljenju, iz produkta dveh faktorjev in enega teh faktorjev drugega, se imenujeta oba računa skupno deljenje v širšem pomenu besede. Deljenje v
širšem po-
menu besede
= das
Dividieren.

Določeni produkt se imenuje deljenec ali dividend; določeni faktor je delitelj ali divizor, neznani faktor pa, ki ga iščeš, se imenuje količnik ali kvocient. Deljenec =
der Dividend.
Delitelj =
der Divisor.
Količnik =
der Quotient.

Kvocient dveh števil je tedaj ono število, ki ž njim pomnožiš divizor, da dobiš dividend.

Znak deljenja je dvopičje „ : “, ki se čita „deljeno z (s)“ ali „naj se deli z (s)“; pred znak deljenja pišeš dividend, divizor pa stoji za njim.

Pri merjenju morata biti dividend in divizor istoimenski ali pa neimenovani števili; kvocient je vedno neimenovano število; pri pravem deljenju je divizor vedno neimenovano število, dividend in kvocient sta ali istoimenski ali pa neimenovani števili.

c) Ako ima učitelj 23 zvezkov in hoče dati vsakemu učencu 5 zvezkov, obdaruje 4 učence, 3 zvezki mu pa ostanejo, ker $23 \text{ zvezkov} = 5 \text{ zvezkov} \cdot 4 + 3 \text{ zvezki}$. Račun napišeš :

$$23 \text{ zvezkov} : 5 \text{ zvezki} = 4$$

3 zvezki.

V tem primeru imenujemo 4 nepopoln kvocient, 3 (zvezki) pa delitveni ostanek.

Delitveni ostanek je vsekdar manjši nego divizor.

Iz navedenih pojasnil sledi, da vedno velja:

$$\text{Dividend} = \text{divizor} \times \text{kvocient} + \text{ostanek.}$$

Ker je $1 \cdot 5 = 5$, $1 \cdot 7 = 7$, $1 \cdot 12 = 12$ itd. sledi, da je $5 : 5 = 1$, $7 : 7 = 1$, $12 : 12 = 1$ itd. oziroma $5 : 1 = 5$, $7 : 1 = 7$, $12 : 1 = 12$ itd.

Vsako število deljeno samo s seboj dá 1 za kvocient.

Število deljeno z 1 dá samo sebe za kvocient.

Ker je $0 \cdot 5 = 0$, $0 \cdot 7 = 0$, $0 \cdot 12 = 0$ itd. sledi, da je $0 : 5 = 0$, $0 : 7 = 0$, $0 : 12 = 0$ itd.

Ničla, deljena s poljubnim številom, dá 0 za kvocient.

Naloge.

1. Kolikokrat je

- a) 2 v 4, 16, 8, 18, 0, 15, 17, 9, 11?
- b) 3 v 9, 21, 27, 0, 15, 3, 22, 14, 28, 10?
- c) 4 v 20, 0, 36, 4, 16, 15, 24, 26, 35, 3?
- d) 5 v 20, 3, 35, 40, 0, 37, 30, 43, 55, 49?
- e) 6 v 12, 42, 0, 36, 24, 35, 15, 54, 30, 48?
- f) 7 v 35, 7, 42, 19, 28, 49, 56, 60, 77, 63?
- g) 8 v 56, 32, 5, 72, 8, 0, 48, 75, 88, 36?
- h) 9 v 45, 72, 0, 27, 63, 81, 30, 56, 7, 86?

Delitveni
ostanek =
der Divi-
sionsrest.

2. Koliko je

- a) polovica od 8, 16, 14, 10, 0, 18, 7, 15, 9, 17?
- b) tretji del od 12, 27, 18, 6, 15, 21, 10, 25, 7, 28?
- c) četrti del od 16, 8, 20, 28, 0, 36, 25, 10, 37, 9?
- d) peti del od 15, 30, 45, 5, 20, 10, 12, 27, 6, 44?
- e) šesti del od 30, 12, 6, 0, 42, 54, 3, 39, 47, 50?
- f) sedmi del od 21, 56, 14, 42, 0, 63, 17, 57, 30, 10?
- g) osmi del od 16, 40, 0, 56, 72, 48, 15, 51, 60, 70?
- h) deveti del od 18, 72, 36, 0, 25, 52, 80, 45, 35, 63?

3. Določi z odštevanjem, kolikokrat se nahaja:

- a) 61 v 305; b) 68 v 204; c) 91 kg v 273 kg; d) 14 D v 28 D;
- e) 27 S v 81 S; f) 75 T v 243 T; g) 135 D v 405 D.

4. Razdeli naslednja števila: 24 h, 36 kg, 48 m, 60 m², 72 cm³, 42 D, 64 S, a) na 2 enaka dela, b) na 3, c) na 4 enake dele, d) na 6, e) na 12 enakih delov.

5. 7 svinčnikov velja 42 h; koliko 1 svinčnik?

6. 9 m blaga velja 72 K; koliko velja 1 m?

7. Za 8 K dobiš 48 knjižic; koliko knjižic dobiš za 1 K?

8. Pešec prehodi 5 km v 55 minutah; v koliko minutah prehodi 1 km?

9. Koliko zvezkov po 8 h dobiš za 56 h?

10. Sel prehodi na uro 7 km; v katerem času prehodi 63 km?

11. 7 kg blaga velja 35 K; koliko kilogramov dobiš za 45 K?

12. Studenec dá v 6 sekundah 48 l vode; v katerem času dá studenec 72 l vode?

13. Delavec zasluži v 6 dneh 42 K; koliko v 4 dneh?

14. Konj preteče prvo uro 12 km, drugo 10 km, tretjo 8 km in četrto uro 6 km; koliko kilometrov preteče povprečno v eni uri?

15. Nekdo izda v sedmih dneh zaporedoma 3 K, 12 K, 5 K, 11 K, 10 K, 6 K in 9 K; koliko izda povprečno na dan?

16. Nekdo kupi 3 kg blaga za 11 K, potem 2 kg za 7 K in sledujoč 3 kg za 14 K; koliko stane povprečno 1 kg?

17. Trгоvec zmeša 3 kg čaja po 8 K z 6 kg po 11 K; koliko je vreden 1 kg zmesi?

18. Določi kvocienta $91 : 7$, $156 : 4$! Ker je $91 = 70 + 21 = 7 D + 21 E$, razdeliš število desetice na 7 delov in ravno tako število enic: $7 D : 7 = 1 D$, $21 E : 7 = 3 E$; $91 : 7 = 13$

Preizkus: $7 \cdot 13 = 91$. Ravno tako izračunaš drugi kvocient: $156 = 120 + 36 = 12 D + 36 E$; $12 D : 4 = 3 D$, $36 E : 4 = 9 E$; $156 : 4 = 39$. Preizkus: $4 \cdot 39 = 156$.

19. Določi na isti način sledeče kvociente:

- a) $52 : 4$; $72 : 6$; $98 : 7$; $115 : 5$; $136 : 8$; $248 : 8$;
b) $448 : 7$; $912 : 8$; $615 : 5$; $585 : 9$; $468 : 9$; $264 : 6$.

B. Računanje na pamet.

Kako deliš
število s
produktom.

Kvocient, čigar divizor je dvoštevlično število, moreš določiti v nekaterih slučajih na pamet. N. pr. a) Kvocient $75 : 15$ določiš, da razdeliš 75 najprej na 3 enake dele in potem še vsak del v 5 enakih delov. Na ta način dobiš 15 enakih delov, in računaš $75 : 3 = 25$, $25 : 5 = 5$; $75 : 15 = 5$. Preizkus: $15 \cdot 5 = 75$.

Število deliš s produktom dveh števil, ako ga deliš najprej z enim faktorjem, dobljeni kvocient pa deliš še z drugim faktorjem.

b) Ako je divizor dekadična enota, razstaviš dividend v dotične dekadične enote in enice in deliš vsak del posebej. $4726 : 100$ določiš, ako razstaviš dividend v stotice in enice in ker da $1 S : 100 = 1 E$ najdeš $47 S : 100 = 47 E$, 26 je pa delitveni ostanek. $4726 : 100 = 47$ in ostanek 26. Preizkus: $100 \cdot 47 + 26 = 4726$.

20. Izračunaj sledeče kvociente:

- a) $156 : 12$; $266 : 14$; $300 : 15$; $288 : 24$; $306 : 18$; $476 : 28$.
b) $135 : 45$; $630 : 42$; $952 : 56$; $280 : 35$; $792 : 72$; $648 : 81$.
c) $630 : 10$; $1200 : 100$; $5760 : 10$; $12000 : 1000$; $87500 : 100$.
d) $52 : 10$; $615 : 10$, $521 : 100$; $2843 : 100$; $3546 : 1000$.

21. Določi na dva načina sledeče kvociente:

- a) $160 : 80$; $150 : 30$; $240 : 60$; $3600 : 900$; $7500 : 500$.
b) $4200 : 700$; $28000 : 4000$; $54000 : 9000$; $14400 : 3600$.

22. Nekdo kupi 8 hl vina za 672 K; koliko velja 1 hl?

23. Nekdo izda na dan 7 K; koliko dnij bo izhajal s 336 K?

24. Sel prehodi vsako uro 8 km, v katerem času prehodi 112 km?

25. Okoli ribnika, ki meri 180 m v obsegu, se nasadijo drevesa tako, da je drevo od drevesa oddaljeno po 4 m; koliko je dreves?

26. Nekdo dobi za mesec junij 240 K; koliko pride povprečno na dan?

27. Koliko kilometrov mora prehoditi popotnik vsak dan, ako hoče prehoditi v 12 dneh 420 km?

28. Izmed dveh studencev daje prvi 56 *l* vode v 4 minutah, drugi 84 *l* v 7 minutah; kateri je izdatnejši?

29. Nekdo kupi 9 *ha* travnikov za 3780 K; koliko velja 1 *ha*?

30. Uradnik ima 3720 K letne plače; koliko dobiva na mesec?

31. Med koliko dečkov se mora razdeliti 665 orehov tako, da dobi vsak po 35 orehov?

32. 24 *m* blaga velja 168 K; koliko blaga dobiš za 91, 175, 252 K?

33. Iz neke cevi priteče v 36 minutah 108 *l* vode; v katerem času priteče iz iste cevi 126, 324, 540 *l* vode?

34. Trgovec zmeša 1 *kg* riža za 64 *h*, 1 *kg* za 56 *h*, in 1 *kg* za 66 *h*; koliko kilogramov tehta zmešani riž? Koliko velja vsa zmes? Koliko je vreden 1 *kg* zmešanega riža?

35. Krčmar zmeša 4 *hl* vina po 56 K, 5 *hl* po 36 K in 7 *hl* po 52 K; koliko velja 1 *hl* zmešanega vina?

36. Nekdo prilije 21 *l* kisa po 36 *h* 6 *l* vode; koliko je vreden 1 *l* z vodo zmešanega kisa?

37. Nekdo kupi 5 *m* blaga po 6 K, 7 *m* po 9 K in 9 *m* po 13 K. Koliko velja povprečno 1 *m* blaga?

C. Pismeno deljenje.

1. Divizor je enošteviločno število.

Naloga. Določi kvocienta *a*) $846 : 2$, $3941 : 7$.

a) Kakor pri množenju razstaviš tudi pri deljenju mnogoštevilčno število v dekadične enote in jih deliš z divizorjem, začeni pri enotah najvišjega reda. Ker je $846 = 8S\ 4D\ 6E$, deliš $8S : 2 = 4S$, $4D : 2 = 2D$ in $6E : 2 = 3E$. Kvocient ima $4S\ 2D\ 3E$. Račun napišeš tako-le:

$$846 : 2 = 423.$$

b) Pri določevanju kvocienta $3941 : 7$ ne moreš deliti $3T$ s 7, zaradi tega vzameš 39 *S* in jih deliš s 7; $39S : 7$ dá 5 *S* in 4 *S* za ostanek. Ostanek 4 *S* združiš s 4 deseticami in deliš $44D : 7$, kar dá za kvocient 6 *D* in 2 *D* za ostanek. Novi ostanek 2 *D* združiš z 1 enico in deliš $21E : 7$, kar dá 3 *E*. Račun napišeš:

$$3941 : 7 = 563$$

in govoriš: 39 : 7 = 5 ostane 4; 44 : 7 = 6, 2; 21 : 7 = 3, ali pa 7 v 39 je 5krat ostane 4, v 44 je 6krat ostane 2, v 21 je 3krat.

Dividende 39, 44, 21 imenujemo delske dividende. Prvi delski dividend ima isto mestno vrednost kakor prva kvocientova številka.

Delski divi-
dend =
der Teil-
dividend.

Naloge.

38. Izračunaj sledeče kvociente:

a) 56712 : 4	b) 964845 : 9	c) 398024 : 8
76092 : 6	810544 : 8	132076 : 7
647105 : 5	613725 : 5	835245 : 9
901026 : 2	148209 : 3	123456 : 6

39. Izračunaj naslednje kvociente uvažujoč, da je divizor produkt dveh števil:

a) 61776 : 24	b) 266413 : 49	c) 265320 : 72
83376 : 18	366336 : 54	343616 : 64
108815 : 35	440664 : 56	338256 : 81

40. V mlinu se namelje v 15 dneh 36300 kg moke; koliko v 1 dnevu?

41. 2976 K se naj razdeli med več oseb tako, da dobi vsaka oseba 24 K; koliko je oseb?

42. Na 56 ha se je pridelalo 105224 kg pšenice; koliko povprečno na 1 ha?

2. Divizor je mnogoštevilčno število.

Pri deljenju z mnogoštevilčnim divizorjem nam dobro služi sledeče pravilo, ki ga tudi drugod pogosto rabimo:

Kvocient ne izpremeni svoje vrednosti, ako pomnožiš ali deliš dividend in divizor z istim številom.

Da uvidimo resničnost tega pravila, določimo sledeče kvociente: 12 : 4, 24 : 8, 36 : 12, 48 : 16, 60 : 20 itd. Vsak teh kvocientov ima vrednost 3. Iz prvega dividenda in divizorja pa dobimo dividende in divizorje ostalih kvocientov, ako prvi dividend in divizor množimo z 2, 3, 4, 5 itd. Iz poznejših dividendov in divizorjev dobimo pa prvi dividend in divizor, ako delimo poznejše z 2, 3, 4, 5 itd.

Naloga. Določi kvocienta a) 3096 : 43, b) 99246 : 417.

a) V kvocientu 3096 : 43 ne moremo razdeliti niti 3 *T* niti 30 *S* na 43 enakih delov; vzeti moramo 309 *D* in jih delimo s 43. 309 *D* : 43 je pa približno toliko kot 300 *D* : 40 = 30 *D* : 4 = 7 *D*. V prejšnjih računih smo določili vsako številko popolnoma zanesljivo, pri deljenju je pa treba poizkusiti, ako je kvocientova številka zanesljivo prava ali ne. Kvocientova številka je prava, ako je produkt 7 *D* · 43 manjši kakor 309 *D*. Ker je delski dividend 309 *D* =

Kdaj ne
izpremeni
kvocient
dveh števil
svoje
vrednosti.

$= 7 D \cdot 43 \div 8 D$, imamo v kvocientu $7 D$. Prihodnjo številko v kvocientu dobimo, ako združimo ostanek $8 D$ z dividendovimi 6 enicami ter delimo to vsoto s 43. $8 D \div 6 E = 86 E$. $86 E : 43$ je približno $80 E : 40 = 8 E : 4 = 2$. Ker je delski dividend $86 E = 2 E \cdot 43$, imamo v kvocientu $2 E$. Kvocient $3096 : 43$ ima $7 D \ 2 E = 72$. Račun napišemo tako-le:

$$\begin{array}{r} 3096 : 43 = 72 \quad \text{ali krajše} \quad 3096 : 43 = 72 \\ \underline{301} \qquad \qquad \qquad 86 \\ 86 \\ \underline{86} \\ 0 \end{array}$$

in govorimo: 43 v 309 ali približno 4 v 30 je 7krat; 7 krat 3 je 21 in 8 je 29, 2, 7 krat 4 je 28 in 2 je 30 in 0 je 30. 6 pripišemo, 43 v 86 ali približno 4 v 8 je 2krat; 2 krat 3 je 6 in 0 je 6, 2 krat 4 je 8 in 0 je 8.

$$\begin{array}{r} b) \ 99246 : 417 = 238 \\ 1584 \\ 3336 \\ 0 \end{array}$$

Delske produkte iz divizorja in posameznih kvocientovih številk odštevamo že med množenjem in računamo tako-le: 417 v 992 ali 4 v 9 je 2krat; 2 krat 7 je 14 in 8 je 22, 2, 2 krat 1 je 2 in 2 je 4 in 5 je 9, 0, 2 krat 4 je 8 in 1 je 9. Ostanku 158 pripišemo 4, naslednjo dividendovo številko. 417 v 1584 ali 4 v 15 je 3krat. 3 krat 7 je 21 in 3 je 24, 2, 3 krat 1 je 3 in 2 je 5 in 3 je 8, 0, 3 krat 4 je 12 in 3 je 15. Ostanku 333 pripišemo 6. 417 v 3336 ali približno 4 v 33 je 8krat. 8 krat 7 je 56 in 0 je 56, 5, 8 krat 1 je 8 in 5 je 13 in 0 je 13, 1, 8 krat 4 je 32 in 1 je 33 in 0 je 33.

Ako se nahajajo na desni v divizorju ničle, si nekoliko prikrajšamo delitev, da odrežemo ničle v divizorju, v dividendu pa toliko števil na desni, kolikor je ničel v divizorju. Kar ostane od dividenda pa delimo z divizorjem. Če dobimo pri tej delitvi ostanek, mu pripišemo odrezane dividendove številke in to je potem delitveni ostanek. N. pr.:

$$\begin{array}{r} a) \ 37632\underline{15} : 768\underline{00} = 49 \qquad b) \ 71456\underline{080} : 693\underline{000} = 103 \\ 6912 \qquad \qquad \qquad 2156 \\ 015 \text{ ostanek.} \qquad \qquad 77080 \text{ ostanek.} \end{array}$$

Naloge.

43. Izračunaj sledeče kvociente in napravi preizkus :

- | | | |
|---------------|---------------|----------------|
| a) 28567 : 53 | b) 12059 : 29 | c) 205379 : 59 |
| 56682 : 47 | 30051 : 58 | 117649 : 49 |
| 194322 : 83 | 54999 : 97 | 592704 : 84 |

44. Določi ravno tako :

- | | | |
|-----------------|-------------------|--------------------|
| a) 795180 : 914 | b) 1204700 : 8605 | c) 7941570 : 41563 |
| 448772 : 603 | 1158052 : 4907 | 7315080 : 21096 |
| 295070 : 725 | 1522756 : 1234 | 12812904 : 54756 |
| 102555 : 387 | 2621440 : 4096 | 374535812 : 53186 |

45. Izračunaj naslednje kvociente na krajši način :

- | | | |
|---------------|------------------|-------------------|
| a) 6720 : 240 | b) 156400 : 4600 | c) 3208825 : 8000 |
| 14820 : 570 | 387600 : 6800 | 1765876 : 7560 |
| 57834 : 680 | 1062674 : 7700 | 2584104 : 1100 |

46. Neka železnica je imela meseca julija 72757 K dohodkov; koliko povprečno na dan?

47. Na neki železnici se je vozilo 1907. leta 1,250.855 oseb; koliko povprečno na dan?

48. Pri skupni kupčiji znaša dobiček 2814 K; koliko sodelaznikov je pri kupčiji, ako pride na vsakega 469 K dobička?

49. A kupi 215 a gozda za 7525 K in ga proda čez nekaj časa za 8385 K; po čem je kupil ar, in koliko je imel dobička pri vsakem aru?

50. Trgovec kupi 243 m sukna za 209952 h in ga proda za 226962 h; koliko dobička ima pri 1 m?

51. Veletržec skupi na leto 227760 K; koliko povprečno a) na mesec, b) na teden, c) na dan?

52. 13 hl vina velja 468 K; koliko plačaš za 18, 53, 169 hl?

53. 37 q nekega blaga velja 2516 K; koliko velja 14, 58, 87 q?

54. Primorsko meri 7988 km² in je imelo 1900. leta 755183 prebivalcev; koliko prebivalcev je povprečno na 1 km²?

Računanje z decimalnimi števili.

§ 9. Pojasnila.

V dekadičnem številnem sistemu združimo deset enot istega reda v eno enoto višjega reda. Deseti del vsake enote tvori nasprotno eno enoto nižjega reda. Deseti del tisočice je stotica, deseti del desetice je enica. Vrsto dekadičnih enot pa lahko razširimo, ako vpeljemo

v računstvo enote, ki so nižjega reda kakor enice. V ta namen razdelimo enico na deset enakih delov, vzamemo en tak del za enoto nižjega reda in ga imenujemo desetino (*d*). Desetino razdelimo ravno tako na deset enakih delov, vzamemo en tak del za enoto naslednjega nižjega reda in ga imenujemo, ker tvori sto takih delov eno enico, stotino (*s*). Na ta način dobimo enote nižjih redov, ki jih po vrsti imenujemo desetine (*d*), stotine (*s*), tisočine (*t*), deset-tisočine (*dt*), stotisočine (*st*) itd.

Navedene enote nižjih redov imenujemo skupno desetinske ali decimalne enote. Števila, ki imajo decimalne enote, imenujemo desetinska ali decimalna števila.

Ker je tvorbeni zakon decimalnih enot isti ko dekadičnih enot višjih redov in ker so decimalna števila na isti način iz decimalnih enot sestavljena, kakor dosedanja števila iz dekadičnih enot višjih redov, uporabljamo tudi pri njih napisovanju indijski pozicijski sistem in pišemo na prvo mesto za enicami desetine, na drugo stotine, na tretje tisočine itd. Mesto enic pa označimo na ta način, da postavimo za enicami na desni zgoraj piko, ki se zove desetinska ali decimalna pika.

Številke, stoječe na levi pred decimalno piko, imenujemo celote, številke, stoječe na desni za decimalno piko, pa desetinke ali decimalke.

Decimalno število, imajoče *7 S 5 E 2 d 4 s 8 t*, napišemo 705·248. Ako pa decimalno število nima celot, n. pr. *5 d 8 t*, napišemo pred decimalno piko ničlo, tedaj 0·508.

Decimalno število čitamo tako, da izgovorimo najprej celote in potem vsako posamezno decimalko (z njeno mestno vrednostjo ali pa brez mestne vrednosti) ali pa, da izgovorimo najprej celote in potem število vseh decimalnih enot najnižje mestne vrednosti. N. pr. 47·5809 čitamo:

47 celot 5 *d* 8 *s* 0 *t* 9 *dt*

ali krajše 47 celot 5, 8, 0, 9

ali pa 47 celot 5809 *dt*.

Decimalna števila 3·7, 3·70, 3·700, 3·7000 itd. so med seboj enaka, ker ima vsako 3 *E* in 7 *d*; ničle na desni ne izpremene vrednosti decimalnega števila. Zato smemo reči:

Vrednost decimalnega števila se ne izpremeni, ako mu pripišeš na desni eno ali več ničel za decimalke.

Desetina =
das Zehntel.

Stotina
= das
Hundertel.
Tisočina =
= das
Tausendtel.

Desetinske
enote = die
dezimalen
Einheiten.
Desetinsko
število =
die Dezimal-
zahl.

Desetinska
pika = der
Dezimal-
punkt.
Celote = die
Ganzen.
Desetinke
= die
Dezimalen.

Tudi celo število smemo vzeti in napisati za decimalno število, imajoče za decimalno piko same ničle, ki ne izpremenijo vrednosti decimalnega števila.

Naloge.

1. Napiši decimalno število, ki ima naslednje enote: a) 3 *E* 7 *d* 5 *s* 2 *t*; b) 4 *D* 5 *d* 2 *t*; c) 13 celot 4 *t* 2 *dt*; d) 5 *d* 4 *s* 2 *dt*; e) 25 celot 4 *t* 2 *st*; f) 3 *d* 8 *S* 2 *s* 3 *E* 4 *dt*; g) 2 *T* 5 *E* 7 *s*; h) 42 celot 35 *s*; i) 8 *D* 65 *t*; k) 546 *st*; l) 7521 *s*; m) 2745 *d*.

2. Čitaj sledeča števila na 3 načine: 4·275, 30·0426, 0·1043, 3·14159, 0·30103, 0·00402, 51·30006.

3. Koliko stotin je a) 5 *d* 2 *s*; b) 3 *E* 2 *d* 4 *s*; c) 2 *D* 5 *E* 4 *d* 6 *s*; d) 3 *E* 7 *d*; e) 9 *D* 4 *s*; f) 3 *S* 2 *E* 5 *s*?

4. Koliko tisočin je a) 3 *d* 5 *s* 7 *t*; b) 6 *s* 2 *t*; c) 2 *E* 1 *t*; d) 5 *D* 1 *d* 3 *t*; e) 1 *T* 2 *E* 5 *t*; f) 3 *S* 5 *s*?

5. Čitaj posamezne oddelke z njihovo mestno vrednostjo v naslednjih številih: 1·5|32, 6|0·007|392|4, 5·0|093|28, 2·913|04|01|5, 73|0·12|35|07, 3·05|76|21, 50·1|204, 7·034|506|2, 70|21·5|43|16.

6. Prestavi v številu 246·375 decimalno piko za eno, oziroma dve, tri mesta a) proti desni, b) proti levi, določi mestno vrednost posameznih števil in jo primerjaj z mestno vrednostjo iste številke v prvotnem številu! Katero pravilo izvajáš iz tega?

§ 10. Seštevanje decimalnih števil.

Kako
seštevaš
decimalna
števila.

Naloga. Trije zaboji tehtajo posamič 75·3 *kg*, 26·25 *kg* in 40·478 *kg*; koliko tehtajo vsi skupaj? Teža vseh zabojev je enaka vsoti tež posameznih zabojev, torej 75·3 *kg* + 26·25 *kg* + 40·478 *kg*. Vsota decimalnih števil mora imeti po pojmu seštevanja toliko enot, kolikor jih imajo vsi sumandi skupaj. Vsoto torej najdemo, ako seštejemo enote istega reda, začeni pri enotah najnižjega reda in pišemo, da lažje seštevamo, sumande drugega pod drugega tako, da stoje decimalne pike druga pod drugo. Pismeno računaš

$$\begin{array}{rcl}
 75\cdot3 & \text{kg} & \text{in govoriš: } 8; 7, 12, 1; 5, 7, 10, 1; \\
 26\cdot25 & \text{kg} & \text{decimalna pika; } 7, 12, 1; 5, 7, 14. \\
 40\cdot478 & \text{kg} & \\
 \hline
 142\cdot028 & \text{kg} &
 \end{array}$$

Naloge.

1. Izračunaj naslednje vsote:

- a) $81\cdot23 + 5\cdot077 + 0\cdot9146 + 16\cdot4 + 96\cdot3764$;
 b) $1\cdot704 + 15\cdot69 + 0\cdot4157 + 0\cdot06841 + 9\cdot6519$;
 c) $169\cdot217 + 70\cdot4138 + 5249\cdot61 + 8\cdot045 + 58\cdot2697$;
 d) $753\cdot3 + 6\cdot257 + 0\cdot394 + 18\cdot05 + 29\cdot146 + 78\cdot593$;
 e) $0\cdot3176 + 4\cdot703 + 187\cdot6 + 239\cdot038 + 158\cdot74 + 66\cdot859$.

2. Posestnik ima $127\cdot43 a$ njiv, $358\cdot76 a$ travnikov in $1507\cdot5 a$ gozda; koliko meri njegovo posestvo?

3. Trgovec kupi blago za $257\cdot36 K$ in ima pri prodaji $46\cdot54 K$ dobička; za koliko je prodal blago?

4. Voznik naloži 4 zaboje, ki tehtajo posamič $2\cdot36 q$, $0\cdot92 q$, $2\cdot08 q$ in $1\cdot87 q$; kolika je teža vseh zabojev?

5. Trgovec proda blago za $1047\cdot75 K$ in ima $105\cdot5 K$ izgube; koliko je dal za blago?

6. Netto (čista teža) blagu je $257\cdot34 kg$, tara znaša $13\cdot06 kg$; koliko je brutto (kosmata teža)?

7. Ob cesti leže kraji A , B , C in D . Od A do B je $3\cdot752 km$, od B do C $12\cdot35 km$ in od C do D $7\cdot509 km$. Koliko kilometrov je a) od A do C , b) od B do D in c) od A do D ? (Slika!)

8. Ena palica meri $1\cdot572 m$, druga je za $0\cdot783 m$ daljša od prve in tretja je za $0\cdot276 m$ daljša od druge; kolika je dolžina druge in tretje palice, in kolika je dolžina vseh treh palic skupaj?

§ 11. Odštevanje decimalnih števil.

Naloga. Kosmata teža blagu je $130\cdot72 kg$, tara pa $12\cdot485 kg$; kolika je čista teža? Čista teža je enaka razliki med kosmato težo in taro. Razliko dveh decimalnih števil, t. j. število, ki ga moraš prišteti subtrahendu, da dobiš minuend, poiščeš, ako določiš, koliko enot je treba prišteti subtrahendovim enotam, da dobiš število minuendovih enot istega reda. Da lažje odštevaš, podpišeš subtrahend pod minuend tako, da stoji subtrahendova decimalna pika pod ono v minuendu, in začneš — kakor pri odštevanju celih števil — odštevati pri enotah najnižjega reda. Ako nimaš v minuendu enot istega reda kakor so v subtrahendu, napišeš ali si pa misliš napisano na onem mestu ničlo. Račun napišeš:

Brutto	$130\cdot72 kg$	in govoriš: 5 in 5 je 10, 1; 9 in 3 je 12, 1;
tara	$12\cdot485 kg$	5 in 2 je 7; decimalna pika; 2 in 8 je 10, 1;
Netto	$118\cdot235 kg$	2 in 1 je 3; 1.

Kako
odštevaš
decimalna
števila.

Naloge.

1. Izračunaj sledeče razlike in napravi preizkus:
 a) $0.958 - 0.65$, b) $25.3682 - 21.58$, c) $127.0807 - 69.78654$
 $1.206 - 0.382$, $57.8276 - 40.2315$, $45.2 - 34.7054$
 $15 - 7.3829$; $802.5601 - 692.89$; $100 - 98.7642$.
2. Za koliko je vsota $5.37 + 6.493 + 0.825$ večja od 10.652 ?
3. Za koliko je 61.43 večji od 23.958 in za koliko manjši od 70 ?
4. Za koliko je vsota števil 40.39 in 12.5 večja od njiju razlike?
5. Kolikokrat moreš od števila 994.734 zaporedoma odšteti število 165.789 ?
6. A prejme v teku enega leta 1528.4 K, 4739.26 K in 1835.76 K; izda pa 1738.42 K, 2806.35 K in 1948.6 K. Za koliko je več prejel nego izdal?
7. Trгоvec kupi blago za 493.72 K in ga proda za 517.38 K; koliko ima dobička?
8. Trгоvec proda blago za 723.12 K in ima 78.64 K dobička; koliko je dal za blago?
9. Nekdo kupi blago za 26.14 K in ga proda za 24.96 K; koliko ima izgube?
10. Nekdo kupi za 182.23 K blaga in ima pri prodaji 16.48 K izgube; za koliko je prodal blago?
11. Brutto blagu je 32.593 kg, netto pa 29.87 kg; koliko je tare?
12. A ima na mesec 193.48 K plače, B za 49.26 K manj, C za 103.78 K manj ko A in B skupaj; koliko plače dobivajo na mesec vsi trije skupaj?

§ 12. Množenje decimalnih števil s celimi števili.

Naloga. 1 *m* blaga velja 8.56 K; koliko velja 23 *m*? 23 *m* velja 23 krat 8.56 K. Da izračunaš produkt $8.56 \cdot 23$, izraziš decimalno število v enotah najnižjega reda (856 s) ter množiš dobljeno imenovano celo število z multiplikatorjem. Produkt pa, ki je istega imena (s) kakor multiplikand, napišeš v obliki decimalnega števila. $856 \text{ s} \cdot 23 = 19688 \text{ s} = 196.88$. 23 *m* blaga velja 196.88 K.

Decimalno število množiš s celim številom ravno tako, kakor če bi bil multiplikand celo število; v produktu pa odrežeš toliko decimalk, kolikor jih ima multiplikand.

Kako
množiš
decimalno
število
s celim
številom.

$$\begin{array}{r} 8\cdot56 \text{ K} \cdot 23 \\ \hline 1712 \\ 2568 \\ \hline 196\cdot88 \text{ K} \end{array}$$

Ako je multiplikator 10, 100, 1000 ..., se poviša mestna vrednost vsake multiplikandove številke za 1, 2, 3 ... mesta. Ker se to doseže s tem, da pomaknemo decimalno piko za 1, 2, 3 ... mesta proti desni in ker moremo smatrati vsako celo število tudi za decimalno število, ki ima za decimalke same ničle, smemo reči:

Kako množiš število z dekadičnimi enotami višjih redov.

Število množiš z 10, 100, 1000 ..., ako prestaviš decimalno piko za 1, 2, 3 mesta proti desni.

Naloge.

1. Pomnoži a) $12\cdot5$; b) $4\cdot19$; c) $0\cdot385$; d) $17\cdot483$; e) $0\cdot06085$ z vsemi enošteviličnimi števili.

2. Pomnoži vsako izmed sledečih števil $1\cdot37$, $40\cdot52$, $0\cdot793$, $25\cdot0508$, $0\cdot40205$, z a) 24; b) 36; c) 35; d) 56; e) 72; f) 63; g) 10; h) 100; i) 1000; k) 10000; l) 70; m) 600; n) 4000.

3. Pomnoži vsako izmed sledečih števil $3\cdot21$, $0\cdot518$, $40\cdot052$, $0\cdot03912$, $0\cdot47712$ z a) 87; b) 328; c) 609; d) 2835.

4. 1 kg kave velja $3\cdot56$ K; koliko velja 7, 26, 54 kg kave?

5. 1 l pšenice tehta $0\cdot78$ kg; koliko tehta 1, 8, 24, 37 hl?

6. Delavec zasluži na dan $3\cdot76$ K; koliko v 6, 28, 42 dneh?

7. Desetkronski zlat tehta $3\cdot3875$ g, koliko tehta 8, 36, 215 desetkronskih zlatov?

8. Zemljepisna milja meri $7\cdot42044$ km; koliko kilometrov meri 9, 15, 120, 5400 zemljepisnih milj?

§ 13. Množenje decimalnih števil z decimalnimi števili.

Naloga. 1 m blaga stane $5\cdot36$ K; koliko stane $0\cdot75$ m? $0\cdot75$ m velja $0\cdot75$ krat $5\cdot36$ K. Produkt $5\cdot36$ K $\cdot 0\cdot75$ pa nima po sedanjem pojmu o množenju pravega pomena; kajti $5\cdot36$ K petin-sedemdesetstotinkrat postaviti za sumand je brez zmisla. Prvotno pojasnilo o množenju je treba torej razširiti in ga izraziti tako, da bo veljavno v vsakem slučaju.

Da določimo v navedeni nalogi ceno $0\cdot75$ m, izračunamo najprej ceno ene stotine metra, t. j. 1 cm, ki je enaka stotini cene 1 m in vzamemo to ceno 75krat. Z decimalnim številom $0\cdot75$ množimo

Občno pojasnilo o množenju.

tedaj, ako delimo multiplikand s 100 in ta kvocient množimo s 75. Na isti način smo pa tudi postopali, hoteč dobiti multiplikator 0.75 . Prvotno enoto smo razdelili na 100 enakih delov in smo vzeli 75 takih delov. Enako, kakor v tem slučaju, sklepamo tudi v vsakem drugem in izvajamo iz takih primerov to-le občno pojasnilo o množenju :

Število množiti s številom se pravi, določiti produkt iz multiplikanda na isti način, kakor nastane multiplikator iz prvotne enote.

To pojasnilo velja tudi za množenje s celimi števili. Ker je n. pr. v produktu $8 \cdot 5$ nastal multiplikator na ta način, da smo postavili prvotno enoto petkrat za sumand, določimo produkt s tem, da postavimo tudi multiplikand 8 petkrat za sumand, kar se popolnoma strinja s prvotnim pojasnilom o množenju.

Kako deliš
število z
dekadičnimi
enotami
višjih redov.

Vsako množenje z decimalnim številom zahteva deljenje z 10, 100, 1000 ... Ker je deseti del vsake dekadične enote naslednja nižja dekadična enota, in ravno tako stoti del druga nižja, tisoči del tretja nižja itd. in ker se ta izprememba mestnih vrednosti posameznih števil doseže s prestavljanjem decimalne pike za eno, dve tri ... mesta proti levi, smemo reči :

Število deliš z 10, 100, 1000 ..., ako pomakneš decimalno piko za 1, 2, 3 mesta proti levi.

Razrešitev navedene naloge se glasi: 1 *m* velja 5.36 K, 0.01 *m* velja 0.0536 K, 0.75 *m* pa velja 0.0536 K. 75 ; pišemo

a) $0.0536 \text{ K} \cdot 75$	b) $536 \cdot 75$	c) $5.36 \text{ K} \cdot 0.75$
<u>3752</u>	<u>3752</u>	<u>3752</u>
<u>2680</u>	<u>2680</u>	<u>2680</u>
4.0200 K	40200	4.0200 K.

Kako množiš
decimalno
število z
decimalnim.

Ako primerjamo račun pod a) z onim pod b), uvidimo, da se razlikujeta samo po decimalni piki in da moremo napisati omenjeni račun tudi tako, kakor je pod c).

Decimalno število množiš z decimalnim številom prav tako kakor celo število s celim, le v produktu postaviš (odrežeš) toliko decimalk, kolikor jih je v obeh faktorjih skupaj.

Naloge.

1. Vsako izmed naslednjih števil 5.42 , 36.05 , 0.4872 , 375.4 pomnoži z a) 0.1 ; b) 0.01 ; c) 0.001 ; d) 0.0001 .

2. Vsako izmed sledečih števil 378, $142\cdot5$, $0\cdot914$, $7\cdot054$, $0\cdot084$ pomnoži z a) $0\cdot7$; b) $0\cdot08$; c) $0\cdot005$; d) $2\cdot7$; e) $0\cdot63$; f) $0\cdot042$; g) $3\cdot145$; h) $0\cdot287$; i) $0\cdot051$.

3. Za koliko je produkt $513\cdot266\cdot9\cdot96$ večji od produkta $357\cdot492\cdot10\cdot08$?

4. 1 m sukna velja $7\cdot28\text{ K}$; koliko velja $12\cdot5$, $32\cdot75$, $53\cdot25\text{ m}^2$?

5. 1 l namiznega olja velja $1\cdot44\text{ K}$; koliko velja $7\cdot5$, $18\cdot5$, $26\cdot25\text{ l}^2$?

6. 1 dm^3 živega srebra tehta $13\cdot596\text{ kg}$; koliko tehta $0\cdot45$, $1\cdot25$, $6\cdot85\text{ dm}^3$ živega srebra?

7. Nemška marka velja $1\cdot178\text{ K}$; koliko velja $32\cdot5$, $82\cdot5$ marke?

8. V 1 kg morske vode je $0\cdot0294\text{ kg}$ soli; koliko soli je v $30\cdot25\text{ kg}$, v $127\cdot5\text{ kg}$ morske vode?

9. Nekdo kupi $12\cdot76\text{ kg}$ kave po $3\cdot25\text{ K}$, $16\cdot5\text{ kg}$ soli po $0\cdot22\text{ K}$, $13\cdot85\text{ kg}$ riža po $0\cdot6\text{ K}$ in $24\cdot75\text{ kg}$ fižola po $0\cdot36\text{ K}$; koliko mora plačati za vse blago?

10. Trгоvec kupi $72\cdot8\text{ kg}$ blaga po $6\cdot32\text{ K}$; za koliko bo prodal blago, da bo imel pri kilogramu $0\cdot23\text{ K}$ dobička?

11. Trгоvec kupi $216\cdot25\text{ hl}$ vina po $42\cdot6\text{ K}$; koliko skupi za vino, ako znašajo vozni stroški pri hektolitru $0\cdot08\text{ K}$ in ako hoče imeti pri hektolitru $5\cdot16\text{ K}$ dobička?

12. A dobi 3 zaboje blaga, ki tehtajo $316\cdot258\text{ kg}$, $493\cdot72\text{ kg}$ in $384\cdot916\text{ kg}$; tare je $15\cdot254\text{ kg}$, $17\cdot37\text{ kg}$ in $16\cdot67\text{ kg}$. Koliko mora plačati za vse blago, ako se računa kilogram čiste teže po $4\cdot65\text{ K}$?

§ 14. Deljenje decimalnih števil s celimi števili.

Naloga. 36 med seboj enako težkih krogel tehta $461\cdot7\text{ kg}$; koliko tehta 1 krogla? Ena krogla tehta 36 del od $461\cdot7\text{ kg}$. Kvociient decimalnega in celega števila $461\cdot7\text{ kg} : 36$ skušamo določiti na isti način, kakor smo izračunali kvociient dveh celih števil. Deljenje celot se vrši po označenem načinu (§ 8.), ostanek celot pa pretvorimo v enote nižjega reda, t. j. v desetine, mu prištejemo dividendove desetine in delimo to vsoto z divizorjem. Ker ima kvociientova številka mestno vrednost desetin, jo ločimo z decimalno piko od enic. Delitveni ostanek pretvorimo v enote nižjega reda, t. j. v stotine, in računamo kakor prej. Ker smemo decimalnemu številu na desni pripisati ničle, moremo, ako dobimo delitvene ostanke, v kvocientu določiti toliko decimalk, kolikor jih hočemo. Ker ima prva kvociientova številka isto mestno vrednost kakor prvi delski

Kako deliš decimalno število s celim številom.

dividend, tedaj more imeti tudi nižjo mestno vrednost kakor so enice; v tem slučaju izpolnimo mesto enic in decimalk pred prvo veljavno številko v kvocientu z ničlami.

Rešitev navedene naloge se glasi

$$a) 461 \cdot 7 \text{ kg} : 36 = 12 \cdot 825 \text{ kg}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ 297 \\ 90 \\ 180 \\ \emptyset \end{array}$$

Ravno tako izračunamo n. pr.

$$b) 0 \cdot 8211 : 23 = 0 \cdot 0357 \qquad c) 136 \cdot 78 : 26 = 5 \cdot 2607$$

$$\begin{array}{r} 131 \\ 161 \\ \emptyset \end{array} \qquad \begin{array}{r} 67 \\ 158 \\ 200 \\ 18 \end{array}$$

Glede preizkusa velja tudi tu pravilo, da je

$$\text{dividend} = \text{divizor} \times \text{kvocient} + \text{ostanek}.$$

Delitveni ostanek je pa izražen v enotah onega reda kakor zadnja kvocientova številka. Tako ima n. pr. delitveni ostanek v računu pod c) 18 desettisočin (*dt*), in preizkus se napravi tako-le:

$$\begin{array}{r} 5 \cdot 2607 \cdot 26 \\ \hline 105214 \\ 315642 \\ \hline 136 \cdot 7782 \\ 0 \cdot 0018 \\ \hline 136 \cdot 7800 \end{array}$$

Decimalno število deliš s celim številom prav tako kakor se delijo cela števila. Decimalno piko pa postaviš v kvocientu, preden začneš deliti dividendove desetine.

Naloge.

1. Deli vsako izmed sledečih števil $507 \cdot 24$, $0 \cdot 91836$, $0 \cdot 081$, $2 \cdot 4552$ a) s 3; b) s 4; c) s 5; d) s 6; e) z 8; f) z 9.

2. Izračunaj sledeče kvociente in naredi preizkus:

$$\begin{array}{lll} a) & 139 \cdot 5 : 31 & b) & 130 \cdot 83 : 21 & c) & 0 \cdot 479 : 85 \\ & 136 \cdot 62 : 23 & & 5 \cdot 93523 : 18 & & 72 \cdot 36 : 12 \\ & 13 \cdot 824 : 24 & & 3 \cdot 484 : 26 & & 0 \cdot 3861 : 45 \end{array}$$

3. Izračunaj ravno tako:

$$\begin{array}{lll} a) & 9864 \cdot 8 : 418 & b) \quad 12 \cdot 24 : 816 \quad c) \quad 0 \cdot 740993 : 341 \\ & 4865 \cdot 88 : 462 & \quad 21 \cdot 2176 : 596 \quad \quad 14757 \cdot 9225 : 3415 \end{array}$$

4. Določi kvocient na 5 decimalk in napravi preizkus:

$$\begin{array}{lll} a) & 4 \cdot 5 : 23 & b) \quad 906 \cdot 2 : 469 \quad c) \quad 768 : 2267 \\ & 214 : 317 & \quad 279 \cdot 28 : 353 \quad \quad 825 \cdot 77 : 45276 \end{array}$$

5. A prejme na leto 3912·6 K; koliko povprečno a) na mesec, b) na dan?

6. 125 kg se kupi za 55 K in se proda za 62·5 K; kolik je dobiček pri 1 kg? (2 načina.)

7. Iz neke cevi priteče v 11 urah 336·6 l vode; koliko vode priteče iz cevi a) v 1 uri, b) v 2, 10, 16, 45 minutah?

8. 29 hl vina velja 1064·3 K; koliko velja 56, 71 hl?

§ 15. Deljenje decimalnih števil z decimalnimi števili.

Naloga. 5·432 kg blaga velja 33·95 K; koliko velja 1 kg? Kako deliš decimalno število z decimalnim.
1 kg velja 5·432. del od 33·95 K. Kvocient 33·95 K : 5·432 izračunaš po navodilih § 14., in sicer: uporabljajoč pravilo, da kvocient ne izpremeni svoje vrednosti, ako množiš ali deliš dividend in divizor z istim številom (§ 8), pretvori decimalno število, ki moraš ž njim deliti, v celo število

$$\begin{array}{r} 33 \cdot 95 \text{ K} : 5 \cdot 432 = 33950 \text{ K} : 5432 = 6 \cdot 25 \text{ K} \\ \quad \quad \quad 13580 \\ \quad \quad \quad 27160 \\ \quad \quad \quad \emptyset \end{array}$$

V navedeni nalogi pretvoriš divizor v celo število, da pomnožiš dividend in divizor s 1000. Kvocientove številke pa tudi najdeš, ako deliš dividend z divizorjem, ne oziraje se na decimalne pike. Mestno vrednost prve kvocientove številke pa določiš, ako pomnožiš, oziroma deliš dividend in divizor s tolikim številom, da pride prva divizorjeva (veljavna) številka na mesto enic; s številom divizorjevih enic deliš dividend; mestna vrednost prvega delskega dividend je mestna vrednost prve kvocientove (veljavne) številke, ker deljenje z enicami ne izpremeni mestne vrednosti. V navedenem primeru Kako določiš mestno vrednost prve kvocientove številke.

računaš $33.95 \text{ K} : 5.432 = 33.\dots : 5.\dots = 6 \text{ E}$. Ravno tako
n. pr. $0.075 : 0.00025 = 750 : 2.5 = 3 \text{ S}$, ali $0.275 : 532.74 =$
 $= 0.00275 : 5.3274 = 5 \text{ dt}$.

Decimalno število deliš z decimalnim številom prav tako kakor
deliš celo število s celim številom; treba je le določiti na prej ome-
njeni način mestno vrednost prve kvocientove (veljavne) številke.

Naloge.

1. Izračunaj naslednje kvociente in napravi preizkus:

- | | | |
|---------------------|-------------------|-------------------------|
| a) $379.42 : 0.4$ | b) $3.484 : 2.6$ | c) $540.9835 : 0.02447$ |
| $3.14155 : 0.5$ | $22.383 : 0.027$ | $9.226932 : 0.7358$ |
| $39.83 : 0.7$ | $530.955 : 0.057$ | $5409.835 : 489.8$ |
| $0.07614 : 0.06$ | $12.24 : 81.6$ | $20.1142 : 1.234$ |
| $1.753 : 0.008$ | $24.0484 : 0.472$ | $200.0376 : 158.76$ |
| $0.247347 : 0.0009$ | $270.2146 : 8.69$ | $0.2171078 : 0.01057$ |

2. Izračunaj v naslednjih kvocienih po 4 decimalke in napravi
preizkus:

- a) $825 : 794.5$; b) $23.7 : 48.3$; c) $1 : 3.156$.

3. Nekdo kupi 28.5 kg blaga za 52.44 K , drugokrat 36.5 kg
za 64.24 K , tretjokrat 55.8 kg za 106.02 K ; kdaj je kupil naj-
bolj po ceni?

4. Koliko metrov sukna dobiš za 1440 K , ako plačaš meter
po 7.5 K ?

5. $57.05 (520.88) \text{ K}$ se razdeli med več oseb tako, da dobi
vsaka oseba $8.15 (30.64) \text{ K}$; koliko je oseb?

6. 120.8 kg blaga velja 222.7 K ; po čem se mora prodajati
kilogram, da bo 24.94 K dobička?

7. 15.64 cm^3 zlata tehta 301.07 g ; koliko tehta 1 cm^3 zlata?

8. Nekdo kupi 3.7 kg blaga za 7.77 K in ima pri kilogramu
 0.11 K dobička; po čem je prodal 1 kg blaga?

9. Trgovec kupi 34.5 kg blaga za 74.52 K in ga proda za
 78.66 K ; koliko dobička je imel pri 1 kg ? (2 načina.)

10. Nekdo zmeša 23.8 l kisa po 0.22 K z 9.45 l vode; koliko
je vreden 1 l zmesi?

11. Nekdo kupi 5.22 kg blaga za 28.54 K , 12.63 kg za 43.76 K
in 17.055 kg za 50.24 K ; koliko stane povprečno 1 kg ? (2 dec.).
Koliko kilogramov dobi za 1 K ? (3 dec.).

12. Vinotržec kupi 12·75 *hl* vina po 36·24 K, 8·56 *hl* po 32·25 K in 20·45 *hl* po 30·72 K; po čem bo prodajal povprečno hektoliter vina, ako plača 18·50 K voznine in hoče imeti 120 K dobička?

Računanje z mnogoimenskimi števili.

§ 16. Pojasnila.

A. Imenovano število, ki ima le enote enega imena, se imenuje enoimensko število. N. pr. 18 *m*, 2·36 *hl* itd. Imenovano število pa, ki ima enote raznih imen iste vrste, se zove mnogoimensko število. N. pr. 18 *m* 5 *dm* 2 *cm*, 5 *hl* 38 *l* itd.

Enoimensko število = die einnamige Zahl.
Mnogoimensko število = die mehrnamige Zahl.

Poleg enot, ki so navedene v § 4., imajo mnogoimenska števila še druge merske enote. Izmed teh omenimo le sledeče:

1. Časovne mere.

Časovna enota je dan, t. j. čas, ki se v njem zavrti zemlja enkrat okoli svoje osi. 1 dan ima 24 ur (24^h), 1 ura ima 60 (časovnih) minut (60'), 1 minuta ima 60 (časovnih) sekund (60''). 7 dnij = 1 teden, 30 dnij = 1 mesec, 12 mesecev = 1 leto. V računih (posebno v obrestnih) šteje vsak mesec 30 dnij, leto pa 360 dnij.

Časovne mere = die Zeitmaße.

2. Skupinske mere.

12 kosov (ali komadov) se imenuje dvanajsterica ali ducat. 15 kosov = 1 stava, 60 kosov = 1 kopa, 12 ducatov = 1 gros. 1 bala papirja = 10 rizem, 1 rizma = 10 knjig, 1 knjiga = 10 leg, 1 lega = 10 pôl.

Skupinske mere = die Zählmaße.

3. Ločne in kotne mere.

Loke merimo z ločnimi stopinjami (°), ločnimi minutami (') in ločnimi sekundami ("). Ločna stopinja je 360-ti del krogevega oboda, ločna minuta je 60-ti del ločne stopinje, ločna sekunda pa 60-ti del ločne minute.

Ločne mere = die Bogenmaße.

Kote merimo s kotnimi stopinjami (°), kotnimi minutami (') in kotnimi sekundami ("). Kotna stopinja je 360-ti del polnega kota, kotna minuta je 60-ti del kotne stopinje, kotna sekunda pa 60-ti del kotne minute.

Kotne mere = die Winkelmaße.

B. Drobljenje in debeljenje.

Naloga. a) Koliko minut je 8 ur? Tu sklepaš: 1 ura ima 60', 8 ur ima skrat 60', t. j. 480'.

b) Koliko centimetrov je 15 m? 1 m ima 100 cm, 15 m ima 15 krat 100 cm t. j. 1500 cm.

Drobljenje
= das
Resolvieren.

Pretvarjanje enot višjega imena v enote nižjega imena se imenuje drobljenje. Drobljenje izvršiš z množenjem na podlagi števila, ki pove, koliko enot nižjega imena tvori eno enoto višjega imena. To število je v nalogi pod a) 60, v nalogi pod b) 100 in se imenuje pretvorno število ali pretvornik.

Pretvornik
= die Ver-
wandlungs-
zahl.

Naloga. c) Koliko let je 138 mesecev? Tu sklepaš: 12 mesecev tvori 1 leto; kolikorkrat se nahaja 12 mesecev v 138 mesecih, tolikokrat se nahaja 1 leto v tem številu. Ker je 138 mes. : 12 mes. = 11·5 je 138 mesecev = 11·5 leta.

d) Koliko kvadratnih metrov je 3728 dm²? 100 dm² = 1 m², kolikorkrat imaš po 100 dm², tolikokrat imaš 1 m². Ker je 3728 dm² : 100 dm² = 37·28, je 3728 dm² = 37·28 m².

Debeljenje
= das
Reduzieren.

Pretvarjanje enot nižjega imena v enote višjega imena se imenuje debeljenje.

Naloge.

1. Pretvori

a) 9 m, 13·5 m, 0·584 m na dm, cm, mm;

b) 6 km, 5·32 km, 0·4285 km na m, dm;

c) 12 m², 4·58 m², 0·4587 m², 0·876542 m² na dm², cm², mm²;

d) 5 dm³, 12·784 dm³, 0·035792405 m³ na cm³, mm³;

e) 15 kg, 12·5 kg, 0·4875 kg na dkg, g;

f) 2·548 q, 0·0352 q, 12·004 q na kg, dkg.

2. Koliko h je 12 K, 7·25 K, 13·6 K, 43·05 K?

3. Koliko dni je 3·5 leta, 22·35 leta, 18·3 meseca?

4. Koliko ur je 9 dni, 4·5 dneva, 5 mesecev, 1·8 meseca?

5. Koliko sekund ima a) navadno leto s 365 dnevi, b) solnčno leto s 365·24222 dneva?

6. Koliko minut je 5°, 3·6°, 0·65°, 52·7°?

7. Izrazi

a) 800 h, 940 h, 1080 h, 1625 h v K;

b) 30 dm, 215 dm, 400 cm, 781 cm, 2000 mm, 13725 mm v m;

c) 800 dm², 1257 dm², 14570 cm², 419768 mm² v m²;

d) 1500 cm³, 7624 cm³, 157209 mm³ v dm³;

e) 300 m², 750 m², 1472 m², 123·8 m² v a;

f) 600 dkg, 75·3 dkg, 1275 g, 1032·8 g v kg;

g) 90 mesecev, 126 mesecev, 144 dni, 270 dni v letih;

h) 390', 828'', 249·6', 2856·6'' v stopinjah.

C. Pretvarjanje mnogoimenskega števila v enoimensko.

Naloga. a) Koliko centimetrov je $8\text{ m } 3\text{ dm } 5\text{ cm } 2\text{ mm}$?
 Enote višjih imen zdrobiš, enote nižjih imen zdebeliš v centimetre.
 $8\text{ m } 3\text{ dm } 5\text{ cm } 2\text{ mm} = 800\text{ cm} + 30\text{ cm} + 5\text{ cm} + 0.2\text{ cm} =$
 $= 835.2\text{ cm}.$

Kako
 pretvoriš
 mnogo-
 imensko
 število v eno-
 imensko.

b) Koliko sekund je $7^{\text{h}} 32' 42''$? Najprej zdrobiš ure v minute: $60' : 7 = 420'$, $7^{\text{h}} 32' 42'' = 420' + 32' 42'' = 452' 42''$; $452'$ zdrobiš v sekunde: $60'' : 452 = 27120''$. Končno dobiš, da je $7^{\text{h}} 32' 42'' = 27162''$.

c) Koliko ur je $7^{\text{h}} 32' 42''$? Najprej zdebeliš sekunde v minute: $42'' : 60'' = 0.7$, $42'' = 0.7'$; $7^{\text{h}} 32' 42'' = 7^{\text{h}} 32.7'$; $32.7'$ zdebeliš v ure in dobiš, ker je $32.7' : 60' = 0.545$, da je $32.7' = 0.545^{\text{h}}$. Končno je $7^{\text{h}} 32' 42'' = 7.545^{\text{h}}$.

Z drobljenjem začneš pri enotah najvišjega imena, z debeljenjem pa pri enotah najnižjega imena, in prišteješ število tako dobljenih enot številu istoimenskih enot, ki se nahajajo v mnogoimenskem številu.

Naloge.

8. Pretvori naslednja mnogoimenska števila v enoimenska najvišjega, oziroma najnižjega imena:

a) $807\text{ K } 25\text{ h}, 8\text{ K } 15\text{ h}, 23\text{ K } 4\text{ h}, 540\text{ K } 60\text{ h}, 6420\text{ K } 7\text{ h};$

b) $12\text{ q } 38\text{ kg}, 6\text{ q } 10\text{ kg}, 584\text{ q } 3\text{ kg}, 4\text{ kg } 72\text{ dkg}, 50\text{ kg } 20\text{ dkg};$

c) $301\text{ kg } 9\text{ dkg}, 5\text{ kg } 14\text{ dkg } 8\text{ g}, 17\text{ kg } 6\text{ dkg } 5\text{ g}, 70\text{ kg } 40\text{ dkg } 3\text{ g};$

d) $6\text{ km } 258\text{ m}, 13\text{ km } 77\text{ m}, 125\text{ km } 40\text{ m}, 88\text{ km } 9\text{ m}, 7\text{ km } 500\text{ m};$

e) $4\text{ m } 8\text{ dm } 5\text{ cm } 7\text{ mm}, 16\text{ m } 3\text{ cm } 8\text{ mm}, 21\text{ m } 7\text{ dm } 5\text{ mm}, 33\text{ m } 17\text{ cm};$

f) $50\text{ m } 628\text{ mm}, 4\text{ m } 8\text{ cm}, 13\text{ m } 52\text{ mm}, 5\text{ km } 7\text{ dm};$

g) $20\text{ ha } 56\text{ a}, 8\text{ ha } 7\text{ a}, 15\text{ ha } 60\text{ a}, 2\text{ a } 36\text{ m}^2, 70\text{ a } 80\text{ m}^2, 12\text{ a } 5\text{ m}^2;$

h) $8\text{ m}^2 15\text{ dm}^2, 7\text{ m}^2 6\text{ dm}^2, 3\text{ dm}^2 32\text{ cm}^2, 9\text{ cm}^2 8\text{ mm}^2, 3\text{ dm}^2 5\text{ mm}^2;$

i) $3\text{ ha } 18\text{ a } 24\text{ m}^2, 45\text{ ha } 6\text{ a } 7\text{ m}^2, 66\text{ m}^2 7\text{ dm}^2 13\text{ cm}^2, 3\text{ m}^2 5\text{ dm}^2 7\text{ cm}^2 9\text{ mm}^2;$

k) $13\text{ hl } 76\text{ l}, 58\text{ hl } 4\text{ l}, 62\text{ hl } 90\text{ l}, 3\text{ l } 25\text{ cl}, 8\text{ l } 4\text{ cl}, 17\text{ hl } 2\text{ l } 3\text{ dl}.$

9. Koliko dnij je a) 7 mesecev 24 dnij, b) 3 leta 8 mesecev 15 dnij?

10. Koliko sekund je a) 51 minut 13 sekund, b) 18 ur 35 minut 40 sekund, c) 2 uri 5 minut 18 sekund?

11. Koliko sekund je $18^{\circ} 12' 45''$, $145^{\circ} 4''$, $52' 36''$?

12. Koliko ur je a) $2^h 25' 30''$, b) $5^h 41' 24''$ (3 dec.), c) $8^h 25' 43''$ (3 dec.)?

13. Koliko stopinj je a) $45^{\circ} 36'$, b) $215^{\circ} 17'$ (3 dec.), c) $168^{\circ} 55' 48''$, d) $80^{\circ} 27' 18''$ (3 dec.), e) $57^{\circ} 17' 46''$ (3 dec.)?

14. Koliko minut je a) $5^h 7' 12''$, b) $36^{\circ} 28' 42''$, c) $13^h 12' 52''$ (3 dec.), d) $154^{\circ} 12' 32''$ (2 dec.)?

D. Pretvarjanje enoimenskega števila v mnogoimensko.

Naloga. a) Pretvori 38547 cm^2 v mnogoimensko število! Ker tvori $100 \text{ cm}^2 = 1 \text{ dm}^2$, je v 38547 cm^2 toliko dm^2 , kolikor stotic ima število 38547; $385|47 \text{ cm}^2 = 385 \text{ dm}^2 47 \text{ cm}^2$. Ravno tako najdeš, da je $3|85 \text{ dm}^2 = 3 \text{ m}^2 85 \text{ dm}^2$ in končno $3|85|47 \text{ cm}^2 = 3 \text{ m}^2 85 \text{ dm}^2 47 \text{ cm}^2$.

b) Pretvori $48756''$ v mnogoimensko število!

Število sekund zdebujemo v minute z merjenjem s $60''$.

$$4875\overline{6}'' : 60'' = 812; \quad 48756'' = 812' 36''.$$

36

$812'$ zdebujemo ravno tako v stopinje z merjenjem s $60'$.

$$81\overline{2}' : 60' = 13; \quad 812' = 13^{\circ} 32'.$$

32

Torej je $48756'' = 13^{\circ} 32' 36''$.

c) Pretvori $34 \cdot 753^{\circ}$ v mnogoimensko število!

Število razstaviš v celote in decimalke, $34 \cdot 753^{\circ} = 34^{\circ} + 0 \cdot 753^{\circ}$ in zdrobiš $0 \cdot 753^{\circ}$ v minute, $60' \cdot 0 \cdot 753 = 45 \cdot 180' = 45' + 0 \cdot 18'$; $0 \cdot 18'$ zdrobiš v sekunde in najdeš $60'' \cdot 0 \cdot 18 = 10 \cdot 80''$.

Torej je $34 \cdot 753^{\circ} = 34^{\circ} 45' 10 \cdot 8''$.

Naloge.

15. Pretvori naslednja enoimenska števila v mnogoimenska:

- a) 1254 h, 82360 h, 5209 h, $13 \cdot 9 \text{ K}$, $70 \cdot 54 \text{ K}$, $8 \cdot 06 \text{ K}$;
- b) 728 dm, 630 cm, 9481 cm, 5094 mm, 386 mm, 9006 mm;
- c) 1407 mm, 9002 m, 13076 m, 36892 m, $9 \cdot 587 \text{ m}$, $14 \cdot 36 \text{ m}$;
- d) $8 \cdot 4 \text{ m}$, $50 \cdot 008 \text{ m}$, $37 \cdot 056 \text{ m}$, $4 \cdot 738 \text{ km}$, $25 \cdot 036 \text{ km}$, $9 \cdot 5 \text{ km}$;
- e) 235 m^2 , 608 m^2 , 10508 m^2 , 503 a , 4020 a , 902071 mm^2 ;

- f) $8\cdot63\text{ a}$, $12\cdot5\text{ a}$, $41\cdot06\text{ a}$, $3\cdot2534\text{ ha}$, $8\cdot072\text{ ha}$, $12\cdot5836\text{ m}^2$;
 g) $0\cdot547\text{ m}^3$, $0\cdot0204\text{ ha}$, $0\cdot058429\text{ m}^3$, $0\cdot001008\text{ m}^3$;
 h) 2143 dm^3 , 8051276 cm^3 , 35006 dm^3 , 157934620 mm^3 ;
 i) 635 l , 2140 l , 20108 cl , $5\cdot279\text{ m}^3$, $13\cdot059\text{ dm}^3$, $0\cdot742005\text{ dm}^3$;
 k) $3\cdot005072\text{ m}^3$, $6\cdot58\text{ hl}$, $18\cdot3\text{ hl}$, $29\cdot07\text{ hl}$, $4271\cdot2\text{ dl}$;
 l) 1649 kg , 28050 kg , 36007 kg , 4185 g , 7032 g , 14005 g ,
 5841 dkg ;

- m) 5841 dkg , 7802 dkg , $65\cdot84\text{ q}$, $27\cdot3\text{ q}$, $1\cdot06\text{ q}$, $3\cdot564\text{ kg}$;
 n) $28\cdot037\text{-kg}$, $0\cdot107\text{ kg}$, $10\cdot4\text{ kg}$, $36\cdot51\text{ kg}$, $9\cdot013\text{ kg}$.

16. Pretvori ravno tako v mnogoimenska števila:

- a) 142 mesecev, 253 dnij, 1856 dnij, 28155 ur, 103235 ur;
 b) 568324 minut, 1902142 sekund, 2000000 sekund;
 c) $3\cdot25\text{ leta}$, $9\cdot625\text{ leta}$, $7\cdot5\text{ meseca}$, $3\cdot1465\text{ ur}$, $365\cdot24222\text{ dneva}$;
 d) $2765'$, $92065''$, $116510''$, $23\cdot572^\circ$, $0\cdot635^\circ$, $615\cdot42'$.

17. Od enega ščipa do drugega preteče 2551443 sekund, koliko je to dnij, ur, minut in sekund?

§ 17. Seštevanje mnogoimenskih števil.

Mnogoimenska števila seštevamo, ako seštejemo enote istega imena, začeni pri enotah najnižjega imena; dobljeno vsoto zdebujemo takoj in napišemo v vsoto le enote dotičnega imena, zdebujemo enote pa prištejemo enotam višjega imena. Mnogoimenska števila, ki odgovarjajo dekadnemu številnemu sistemu, pa seštevamo tudi tako, da jih pretvorimo v enoimenska in slednja seštejemo. N. pr.:

Kako
seštevaš
mno-
imenska
števila.

a) Trije koti merijo posamič $38^\circ 45' 34''$, $52^\circ 37' 48''$ in $76^\circ 53' 16''$; koliko merijo vsi skupaj?

$$38^\circ 45' 34'' \quad 16'' + 48'' + 34'' = 98'' = 1' 38''$$

$$52^\circ 37' 48'' \quad 1' + 53' + 37' + 45' = 136' = 2^\circ 16'$$

$$76^\circ 53' 16'' \quad 2^\circ + 76^\circ + 52^\circ + 38^\circ = 168^\circ$$

$$168^\circ 16' 38'' \quad \text{Vsi koti merijo } 168^\circ 16' 38''.$$

b) A pridelal $36\text{ hl } 28\text{ l}$ pšenice, $41\text{ hl } 50\text{ l}$ rži, $28\text{ hl } 7\text{ l}$ ječmena in $59\text{ hl } 16\text{ l}$ ovs; koliko žita je pridelal?

$$36\text{ hl } 28\text{ l} \text{ ali } 36\cdot28\text{ hl} \text{ ali pa } 3628\text{ l}$$

$$41\text{ hl } 50\text{ l} \quad 41\cdot5\text{ hl} \quad 4150\text{ l}$$

$$28\text{ hl } 7\text{ l} \quad 28\cdot07\text{ hl} \quad 2807\text{ l}$$

$$59\text{ hl } 16\text{ l} \quad 59\cdot16\text{ hl} \quad 5916\text{ l}$$

$$165\text{ hl } 1\text{ l} \quad 165\cdot01\text{ hl} \quad 16501\text{ l}$$

A je pridelal $165\text{ hl } 1\text{ l}$ žita.

c) *A* se je porodil dne 20. septembra leta 1800. in je ućakal 78 let 6 mesecev in 23 dnij; kdaj je umrl?

Do njegovega rojstva je preteklo po našem štetju časa 1799 let 8 mesecev 19 dnij. Zakaj? Temu času prišteješ dobo, ki jo je preživel, in najdeš čas, ki je pretekel do njegove smrti. V nalogah te vrste debelimo najprej mesece na leta, da vemo, koliko dnij ima po koledarju mesec, ki vanj zdebujemo dneve. Razrešitev naloge napišemo tako-le:

Čas do njegovega rojstva	1799 let	8 mesecev	19 dnij.
Doba, ki jo je ućakal,	78 let	6 mesecev	23 dnij.
Čas do njegove smrti	1877 let	14 mesecev	42 dnij.

Do njegove smrti je preteklo 1878 let 2 mes. 42 dnij, in ker pride pri debeljenju dnij na vrsto tretji mesec, ki ima 31 dnij, tedaj je preteklo do njegove smrti 1878 let 3 meseci 11 dnij. Umrl je 12. aprila 1879.

Naloge.

1. Izračunaj vsoto naslednjih števil (na več načinov):

a) $15\ m\ 8\ dm\ 4\ cm\ 9\ mm$ $12\ m\ 9\ dm\ 7\ cm\ 3\ mm$ $8\ m - dm\ 5\ cm\ 6\ mm$ $24\ m\ 7\ dm - cm\ 5\ mm$	b) $25\ a\ 46\ m^2\ 25\ dm^2$ $17\ a\ 39\ m^2\ 56\ dm^2$ $62\ a - m^2\ 80\ dm^2$ $2\ a\ 58\ m^2$
--	---

c)	$5\ m^3$	$218\ dm^3$	$270\ cm^3$
	$15\ m^3$	$96\ dm^3$	$836\ cm^3$
	$4\ m^3$	$- dm^3$	$53\ cm^3$
	$29\ m^3$	$814\ dm^3$	

2. Izračunaj vsoto naslednjih števil:

a) $13\ m\ 5\ cm + 156\ cm + 2\cdot 5\ dm + 0\cdot 43\ m + 5\ m\ 6\ dm\ 3\ cm$;
 b) $6\ q\ 53\ kg + 19\cdot 62\ q + 315\ kg + 6\ q\ 72\ kg$;
 c) $12\ kg\ 25\ dkg\ 8\ g + 3\ kg\ 9\ dkg + 543\ dkg + 2\ kg\ 3\ g$;
 d) $46^\circ\ 36'\ 48'' + 52^\circ\ 58'\ 22'' + 17^\circ\ 25'\ 37''$;
 e) $23^\circ\ 15'\ 8'' + 54\cdot 72^\circ + 8321' + 92455''$.

3. V Peterburgu kaže ura $52'\ 4''$ več kakor na Dunaju; koliko je ura v Peterburgu, ako je na Dunaju a) $3^h\ 15'\ 12''$; b) $11^h\ 37'\ 56''$ dopoldne; c) poldne; d) $9^h\ 17'\ 14''$?

4. Od ene polne lune do druge (sinodski mesec) preteče 29 dni 12^h 44' 3"; ako je polna luna *a*) dne 18. maja 5^h 27' 28" zvečer; *b*) dne 30. septembra 2^h 37' 56" zjutraj; *c*) dne 9. februarja 11^h 56' 23" opoldne (navadnega, oziroma prestopnega leta), kdaj bo prihodnja polna luna?

5. Cesar Franc Jožef I. se je porodil dne 18. avgusta leta 1830. in je bil 18 let 3 mesece 14 dni star, ko je začel vladati; kdaj se je to zgodilo?

6. Slovenski pesnik in pisatelj V. Vodnik se je porodil dne 3. februarja leta 1758. in je doživel 60 let 11 mesecev 5 dni; kdaj je umrl?

7. Zemljepisna širina Trsta je 45° 35' 8", Dunaj leži 2° 34' 27" severnejše od Trsta, Praga pa 1° 52' 54" severnejše od Dunaja; kolika je zemljepisna širina Dunaja in Prage?

8. *A* je bil pred 3 leti 2 mesecema 25 dnevi toliko star, kakor njegova brata *B* in *C* skupaj; če je bil tačas *B* star 14 let 2 meseca 10 dni in *C* 12 let 10 mesecev 25 dni, koliko je *A* sedaj star?

9. Nekdo plača svoj dolg v štirih obrokih; prvi obrok znaša 1574 K 42 h, vsak sledeči je za 369 K 18 h večji od prejšnjega. Koliko je znašal ves dolg?

§ 18. Odštevanje mnogoimenskih števil.

Razliko dveh mnogoimenskih števil, t. j. ono število, ki ga moramo prišteti subtrahendu, da dobimo minuend, poiščemo, določivši, koliko enot je treba prišteti subtrahendovim enotam, da dobimo število minuendovih enot istega imena. Tudi odštrevati začnemo pri enotah najnižjega imena. Ako je v minuendu manj enot določenega imena kakor v subtrahendu, dodamo minuendovim enotam toliko enot, kolikor jih tvori enoto višjega imena; da se pa razlika ne izpremeni, prištevamo eno enoto subtrahendovim enotam naslednjega višjega imena.

Razliko mnogoimenskih števil, ki odgovarjajo dekadičnemu številnemu sistemu, tudi določimo, ako pretvorimo mnogoimenska števila v enoimenska in potem izračunamo razliko teh enoimenskih števil. N. pr.:

a) Dva kota merita posamič 75° 24' 35" in 42° 58' 23"; kolika je njihova razlika?

75° 24' 35"

23" in 12" je 35";

42° 58' 23"

58' in 26' je 84', 1;

32° 26' 12"

1° in 42° je 43° in 32° je 75°.

Kako
odštevaš
mного-
imenska
števila.

b) Brutto nekega blaga znaša 43 q 60 kg 18 dkg, tara pa 2 q 7 kg 45 dkg; koliko je netto?

43 q 60 kg 18 dkg	ali 43·6018 q	ali 4360·18 kg	ali 436018 dkg
<u>2 q 7 kg 45 dkg</u>	<u>2·0745 q</u>	<u>207·45 kg</u>	<u>20745 dkg</u>
41 q 52 kg 73 dkg	41·5273 q	4152·73 kg	415273 dkg

c) Nekdo se je porodil dne 27. oktobra leta 1856. in je umrl dne 3. avgusta leta 1892.; katero starost je dosegel?

Do njegove smrti je preteklo 1891 let 7 mesecev 2 dni;

do njegovega rojstva pa 1855 let 9 mesecev 26 dnij.

Njegova starost je enaka razliki 35 let 9 mesecev 7 dnij.

Drobeč mesece v dneve, se moramo ozirati na število dnij, ki jih ima dotični mesec po koledarju; v naši nalogi zdrobimo mesec julij in ta ima 31 dnij.

Naloge.

1. Izračunaj naslednje razlike in napravi preizkus:

a) 8 m 5 dm 9 cm 7 mm — 2 m 6 dm 4 cm 2 mm;

b) 56 m² 28 dm² 70 cm² — 31 m² 58 dm² 14 cm²;

c) 8 ha 33 a 45 m² — 4 ha 48 a 70 m²;

d) 74 m³ 215 dm³ 445 cm³ — 49 m³ 940 dm³ 512 cm³;

e) 12 kg 57 dkg 4 g — 3 kg 68 dkg 6 g;

f) 47 q 52 kg — 11 q 66 kg;

g) 5 g 8 dg 5 cg 4 mg — 2 g 4 dg 8 cg 4 mg.

2. Izračunaj ravno tako:

a) 58° 23' 14" — 24° 36' 48"; c) 90° — 73° 26' 51";

b) 123° 42' 21" — 87° 54' 32"; d) 180° — 41° 56' 8";

e) 26 dnij 18^h 5' 37" — 18 dnij 20^h 12' 24";

f) 21^h 52' 4" — 8^h 15' 32".

3. V sodu imamo 35 hl vina; ako napolnimo iz njega dva soda, držeča posamič 3 hl 25 l in 8 hl 92 l, koliko vina še ostane v sodu?

4. Trгоvec kupi blago za 942 K 96 h (215 K 46 h) in ga proda za 1002 K 10 h (231 K 20 h); koliko ima dobička?

5. Nekdo ima 758 K 72 h in izda najprej 63 K 56 h, potem 143 K 85 h in slednjič 288 K 94 h; koliko mu ostane?

6. Ura, ki je za 5' 46" prehitra, kaže a) 12^h 2' 35"; b) 7^h 56' 12"; c) 9^h 2' 40"; koliko je pravi čas?

7. Dunaj ima $48^{\circ} 12' 35''$, Berolin $52^{\circ} 30' 17''$, Pariz $48^{\circ} 50' 13''$ in Peterburg $59^{\circ} 56' 30''$ severne širine; kolika je razlika širin dveh in dveh izmed imenovanih mest?

8. Slovenski pesnik Prešeren se je porodil dne 3. decembra leta 1800. in je umrl dne 8. februarja leta 1849.; katero starost je učakal?

9. Nemški pesnik Goethe je umrl dne 18. marca leta 1832., star 82 let 7 mesecev; kdaj se je porodil?

10. Izračunaj, koliko si danes star.

11. Kadar kaže ura v Gradcu $4^h 52' 18''$, kaže ura v Parizu $3^h 59' 50''$; koliko je ura v Parizu, kadar kaže ura v Gradcu $8^h 23' 48''$?

12. Vsota treh kotov je 180° . Dva izmed njih merita posamič $65^{\circ} 16' 37''$ in $71^{\circ} 40' 12''$; koliko meri tretji kot?

§ 19. Množenje mnogoimenskih števil.

Mnogoimensko število množimo, ako množimo, začeni pri enotah najnižjega imena, enote vsakega imena za-se, iz vsakega produkta pa izločimo enote višjega imena in jih prištejemo produktu enot tega imena. Mnogoimenska števila, ki odgovarjajo dekadičnemu številnemu sistemu, pa lahko pretvorimo v enoimenska, le-te pomnožimo, a produkt pretvorimo zopet v mnogoimensko število. Zadnji način je umesten posebno takrat, kadar je multiplikator mnogoštevilčno ali pa decimalno število. N. pr.:

Kako
mn. žiś
mnogo-
imensko
število.

$$a) \quad 35^{\circ} 27' 56'' \cdot 7$$

$$\hline 248^{\circ} 15' 32''$$

$$56'' \cdot 7 \text{ je } 392'' \text{ je } 6' 32'';$$

$$27' \cdot 7 \text{ je } 189' \text{ in } 6' \text{ je } 195' \text{ je } 3^{\circ} 15';$$

$$35^{\circ} \cdot 7 \text{ je } 245^{\circ} \text{ in } 3^{\circ} \text{ je } 248^{\circ}.$$

$$b) \quad 3 \text{ kg } 15 \text{ dkg } 4 \text{ g} \cdot 8$$

$$\hline 25 \text{ kg } 23 \text{ dkg } 2 \text{ g}$$

$$\text{ali: } 3 \cdot 154 \text{ kg} \cdot 8$$

$$\hline 25 \cdot 232 \text{ kg}$$

$$\hline 25 \text{ kg } 23 \text{ dkg } 2 \text{ g}$$

$$\text{ali pa: } 3154 \text{ g} \cdot 8$$

$$\hline 25232 \text{ g}$$

$$\hline 25 \text{ kg } 23 \text{ dkg } 2 \text{ g}$$

Naloge.

1. Izračunaj na več načinov sledeče produkte:

$$a) \quad 5 \text{ m } 4 \text{ dm } 8 \text{ cm} \cdot 11;$$

$$f) \quad 5 \text{ m}^3 \cdot 207 \text{ dm}^3 \cdot 18 \text{ cm}^3 \cdot 7;$$

$$b) \quad 19 \text{ m } 8 \text{ dm } 7 \text{ cm} \cdot 37;$$

$$g) \quad 15 \text{ q } 46 \text{ kg} \cdot 40;$$

$$c) \quad 9 \text{ m}^2 \cdot 17 \text{ dm}^2 \cdot 53 \text{ cm}^2 \cdot 8;$$

$$h) \quad 43 \text{ kg } 62 \text{ dkg } 5 \text{ g} \cdot 2 \cdot 08;$$

$$d) \quad 13 \text{ a } 45 \text{ m}^2 \cdot 25 \text{ dm}^2 \cdot 12 \cdot 4;$$

$$i) \quad 17^{\circ} 26' 25'' \cdot 24;$$

$$e) \quad 9 \text{ dm}^3 \cdot 215 \text{ cm}^3 \cdot 70 \text{ mm}^3 \cdot 79;$$

$$k) \quad 9^h 24' 32'' \cdot 35.$$

2. Za izdajo neke knjige so porabili 3 bale 8 rizem 5 knjig 7 pol papirja; koliko papirja se porabi za osemkratno izdajo iste knjige?

3.) Dvajsetkronski zlat tehta 6 g 7 dg 7 cg 5 mg; koliko tehta 8, 42, 136 dvajsetkronskih zlatov?

4. 1 kg blaga velja 2 K 65 h; koliko velja a) 15 kg; b) 38 kg; c) 6 q 89 kg; d) 7 kg 40 dkg?

5. V neki shrambi je 12 zabojev po 37 kg 16 dkg in 8 zabojev po 46 kg 25 dkg; koliko tehtajo vsi zaboji?

6. A izda na dan 3 K 25 h, B pa 4 K 12 h; koliko izda B v 1 letu več nego A?

7. Dve telesi se začneta pomikati istodobno od istega mesta; prvo telo preteče vsako minuto 38 m 2 dm 5 cm, drugo telo pa 32 m 1·8 dm. Koliko sta telesi oddaljeni po 56 minutah, ako se pomikata a) v isto, b) v nasprotno smer?

8. Trгоvec dobi 24 q riža po 42 K 60 h, 18 q kave po 287 K 45 h in 250 l olja po 1 K 82 h; koliko mu je plačati za vse blago?

9. Kolo se zavrti vsako sekundo 5krat; kolikokrat se zavrti a) v 1 minuti 10 sekundah; b) v 4 minutah 8 sekundah?

10. Vlak prevozi vsako sekundo 15 m 6 dm; koliko prevozi a) v 45 minutah 23 sekundah; b) v 2 urah 14 minutah 26 sekundah?

11. Žitar kupi 58 hl pšenice za 751 K 68 h in odproda 17 hl po 14 K 24 h, 23 hl po 14 K 68 h, ostanek pa po 14 K 12 h; koliko ima dobička?

12. Lunin mesec ima 29 dnij 12 ur 44 minut 3 sekunde; koliko znaša 12 luninih mesecev? Za koliko je lunino leto krajše nego solnčno leto, ki ima 365 dnij 5 ur 48 minut 48 sekund?

§ 20. Deljenje mnogoimenskih števil.

Kako deliš
mnogo-
imensko
število z ne-
imenovanim
številom.

A. Mnogoimensko število delimo z neimenovanim številom (pravo deljenje), ako delimo, začeni pri enotah najvišjega imena, enote vsakega imena zá-se. Morebitne delitvene ostanke zdrobimo v enote nižjega imena, jim prištejemo istoimenske enote, ki se nahajajo v dividendu, in delimo to vsoto z divizorjem. Isti kvocient pa tudi dobimo, ako pretvorimo mnogoimensko število v enoimensko, to pa delimo, ter pretvorimo enoimenski kvocient v mnogoimensko število.

Zadnji način deljenja je umesten takrat, kadar je divizor mnogoštevilčno ali pa decimalno število. N. pr.:

$$\begin{array}{r}
 88^{\circ} 4' 32'' : 7 = 12^{\circ} 34' 56'' \\
 4^{\circ} = 240' \\
 \quad \quad \quad 4' \\
 \hline
 \quad \quad 244' : 7 = 34' \\
 \quad \quad \quad 6' = 360'' \\
 \quad \quad \quad \quad 32'' \\
 \hline
 \quad \quad \quad 392'' : 7 = 56'' \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset
 \end{array}$$

ali pa: $88^{\circ} 4' 32'' = 5284' 32'' = 317072''$
 $317072'' : 7 = 45296'' = 754' 56'' = 12^{\circ} 34' 56''.$

B. Mnogoimensko število merimo z mnogoimenskim, ako pretvorimo obe števili v enoimenski števili istega imena in jima določimo kvocient. N. pr.:

$$\begin{array}{r}
 19^{\circ} 53' 48'' : 8^{\circ} 17' 25'' = 71628'' : 29845'' = 2.4. \\
 119380 \\
 \quad \quad \quad \emptyset
 \end{array}$$

Kako meriš
mного-
imensko
število z
mного-
imenskim.

Naloge.

1. Izračunaj naslednje kvociente in napravi preizkus:

- a) $37\ m\ 5\ dm\ 2\ cm : 16;$
- b) $4\ m\ 3\ dm\ 1\ cm\ 9\ mm : 3.5;$
- c) $71\ m^2\ 42\ dm^2\ 10\ cm^2 : 35;$
- d) $5\ a\ 83\ m^2\ 51\ dm^2 : 4.3;$
- e) $22\ m^3\ 213\ dm^3\ 215\ cm^3 : 9;$
- f) $16\ dm^3\ 78\ cm^3 : 12.5;$
- g) $47\ kg\ 12\ dkg\ 4\ g : 15;$
- h) $14\ q\ 89\ kg\ 80\ dkg : 7.8;$
- i) $615^{\circ} 16' 16'' : 8;$
- k) $160^{\circ} 55' : 12;$
- l) $900^{\circ} : 7;$
- m) $1980^{\circ} : 13.$

2. Izračunaj naslednje kvociente:

- a) $6\ m\ 1\ dm\ 7\ cm\ 4\ mm : 1\ m\ 3\ dm\ 7\ cm\ 2\ mm;$
- b) $345\ km\ 660\ m : 9\ km\ 876\ m;$
- c) $2\ a\ 56\ m^2\ 99\ dm^2\ 32\ cm^2 : 21\ m^2\ 41\ dm^2\ 61\ cm^2;$

d) $91\text{ dm}^3\ 206\text{ cm}^3 : 5\text{ dm}^3\ 67\text{ cm}^3$;

e) $308\text{ q}\ 4\text{ kg} : 9\text{ q}\ 6\text{ kg}$;

f) $7\text{ q} : 1\text{ q}\ 25\text{ kg}$;

g) $78^\circ\ 48'\ 25'' : 3^\circ\ 25'\ 35''$;

h) $144^\circ\ 2' : 6^\circ\ 5''$.

3. 8 *m* blaga velja 78 K 8 h; koliko velja 1 *m*?

4. Voznik prepelje 19 *q* 32 *kg* blaga za 7 K; koliko blaga prepelje za 1 K?

5. 24 *hl* ječmena tehta 15 *q* 39 *kg* 60 *dkg*; koliko tehta 43 *hl*, 125 *l* ječmena?

6. 15 delavcev zasluži v 8 dneh 427 K 20 h; koliko zasluži 1 delavec na dan?

7. Trgovec dobi 3 sode olja: prvi sod drži 3 *hl* 15 *l*, drugi 2 *hl* 75 *l*, tretji 3 *hl* 8 *l*. Po čem mu pride 1 *l* olja, ako plača za vse olje 269 K 40 h?

8. Na trgu se je prodalo: 54 *hl* ječmena po 18 K 50 h, 63 *hl* po 18 K 20 h, 80 *hl* po 19 K 12 h in 53 *hl* po 19 K 60 h; kolika je srednja cena 1 *hl*?

9. Krčmar kupi 18 *hl* vina po 60 K 80 h, 13 *hl* po 52 K 56 h in 14 *hl* po 38 K 88 h; koliko velja povprečno 1 *hl*?

10. 3 *m* 5 *dm* 6 *cm* blaga velja 22 K 25 h; koliko velja 1 *m*?

11. Za 3 K 75 h dobiš 16 *g* 71 *cg* nekega blaga; koliko blaga dobiš za 1 K?

12. Pešec prehodi 25 *km* 25 *m* v 5 urah 25 minutah; koliko metrov prehodi a) v 1 minuti; b) v 1 uri?

13. 3 *dm*³ 750 *cm*³ svinca tehta 42 *kg* 525 *g*; koliko tehta 1 *dm*³ svinca?

14. 3 *dm*³ 25 *cm*³ srebra tehta 31 *kg* 739 *g*; koliko kubičnih centimetrov srebra tehta 1 *kg*?

Predvaje za računanje z navadnimi ulomki.

§ 21. Pojasnila.

Naloga. Mati ima 3 kolače, ki jih hoče razdeliti med svoje štiri otroke tako, da dobe vsi enak delež; koliko dá vsakemu otroku? Mati razdeli vsak kolač na štiri enake dele in dá od vsakega kolača en del vsakemu otroku. Tak del se imenuje „četrtnina“ kolača

in se napiše v znakih „ $\frac{1}{4}$ “ kolača. Ker dobi vsak otrok od vsakega kolača eno četrtno, dobi od treh kolačev trikrat po eno četrtno, t. j. tri četrtine kolača ali v znakih napisano: „ $\frac{3}{4}$ “ kolača.

Število „ $\frac{3}{4}$ “, ki ga na ta način dobimo, imenujemo ulomek ali ulomljeno število, da ga ločimo od celih števil, ki izražajo množino celih, t. j. nerazdeljenih enot.

Ulomek ali ulomljeno število je tedaj vsako število, ki postane na ta način, da razdelimo enoto na več enakih delov ter vzamemo nekaj takih delov.

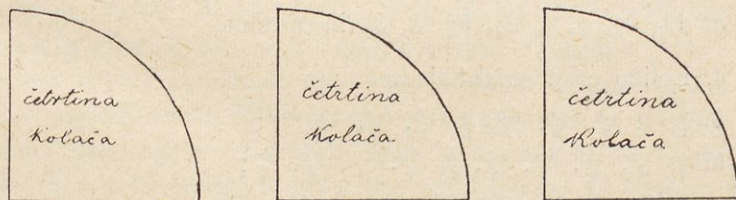
Vsak ulomek napišemo z dvema številoma. Eno (4) nam pove, na koliko enakih delov smo enoto razdelili; ono imenuje dele (četrtine), zaradi tega se zove imenovalec, pišemo ga pod vodoravno (ulomkovo) črto. Drugo število pa pove, koliko enakih delov smo vzeli, ono šteje dele (3), zaradi tega se zove števec, pišemo ga nad ulomkovo črto.

Te ulomke imenujemo navadne ulomke, da jih ločimo od decimalnih ulomkov, kakor se decimalna števila tudi imenujejo, ker postanejo iz enote na isti način, kakor navadni ulomki (§ 9.). Za decimalno število ali decimalni ulomek razdelimo enoto na 10, 100, 1000 ..., za navadni ulomek pa na poljubno število enakih delov in vzamemo nekaj takih delov.

Vsoto celega števila in ulomka imenujemo mešano število. N. pr. $2 + \frac{3}{4}$ ali krajše pisano $2\frac{3}{4}$.

Ulomek „ $\frac{3}{4}$ “ kolača vzamemo lahko za celo imenovano število (3), čigar ime je „četrtna kolača“ in si ga predočimo na sledeči način:

Slika 4.



Z ulomki računamo torej ravno tako, kakor s celimi imenovanimi števili. Drobimo in debelimo jih kakor istovrstna raznoimenska števila.

Ulomek =
der Bruch.

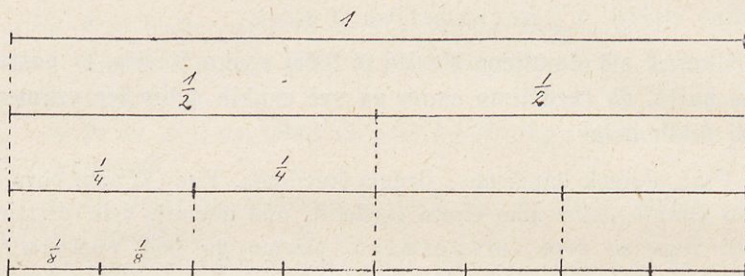
Imenovalec
= der
Nenner.
Ulomkova
črta = der
Bruchstrich.
Števec =
der Zähler.
Navadni
ulomek =
der gemeine
Bruch.
Decimalni
ulomek =
der Dezimal-
bruch.

Mešano
število = die
gemischte
Zahl.

§ 22. Osnovni računi z navadnimi ulomki.

A. Ulomki z imenovalci 2, 4, 8. Pretvornik je 2, oziroma 4, 8. Primerjaj pri naslednjih vajah slike!

Slika 5.



1. Kako nastanejo ulomki $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$?

2. Izrazi

a) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ K v h ;

b) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ leta v mesecih;

c) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ ure v minutah;

d) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{4}{8}$ dneva v urah;

e) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{8}$ km v m ;

f) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{8}$ kg v g .

3. Pretvori

a) 1, 2, 5, 7, 11, 15 celot na polovice, četrtnine, osmine;

b) $1\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{2}$, $11\frac{1}{2}$, $19\frac{1}{2}$ na polovice;

c) $1\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$, $15\frac{1}{2}$ na četrtnine;

d) $1\frac{3}{8}$, $2\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{4}$, $5\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$ na osmine.

4. Koliko celot se nahaja v

a) $\frac{2}{2}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{12}{2}$, $\frac{30}{2}$, $\frac{50}{2}$, $\frac{9}{2}$, $\frac{11}{2}$, $\frac{27}{2}$, $\frac{59}{2}$, $\frac{91}{2}$;

b) $\frac{4}{4}$, $\frac{12}{4}$, $\frac{20}{4}$, $\frac{48}{4}$, $\frac{60}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{10}{4}$, $\frac{15}{4}$, $\frac{53}{4}$, $\frac{61}{4}$;

c) $\frac{8}{8}$, $\frac{24}{8}$, $\frac{40}{8}$, $\frac{17}{8}$, $\frac{26}{8}$, $\frac{35}{8}$, $\frac{44}{8}$, $\frac{53}{8}$, $\frac{62}{8}$, $\frac{79}{8}$?

5. Pretvori

a) $\frac{2}{4}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{14}{4}$, $\frac{50}{4}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{12}{8}$, $\frac{20}{8}$, $\frac{36}{8}$, $\frac{52}{8}$, $\frac{92}{8}$ na polovice;

b) $\frac{2}{8}$, $\frac{10}{8}$, $\frac{22}{8}$, $\frac{34}{8}$, $\frac{70}{8}$ na četrtnine.

6. Pretvori na istoimenska števila, t. j. ulomke z istim imenovalcem: a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$; b) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$; c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{8}$; d) $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}$; e) $\frac{1}{4}, \frac{3}{8}$; f) $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}$; g) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$; h) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}$.

7. 7 osmin in 5 osmin je 12 osmin ali 1 celota 4 osmine, oziroma 1 celota in 1 polovica. V znakih $\frac{7}{8} + \frac{5}{8} = \frac{12}{8} = 1\frac{4}{8} = 1\frac{1}{2}$. Izračunaj ravno tako:

- a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}, \frac{1}{4} + \frac{1}{4}, \frac{1}{4} + \frac{3}{4}, \frac{1}{8} + \frac{3}{8}, \frac{3}{8} + \frac{5}{8}, \frac{1}{8} + \frac{5}{8}$;
 b) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}, \frac{3}{2} + \frac{5}{2}, \frac{3}{4} + \frac{5}{4}, \frac{3}{8} + \frac{7}{8}, \frac{5}{8} + \frac{11}{8}, \frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{7}{8}$;
 c) $3\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2}, 2\frac{1}{4} + \frac{3}{4}, 3\frac{3}{8} + 6\frac{5}{8}, 5\frac{3}{4} + \frac{3}{4}, 7\frac{3}{8} + 5\frac{7}{8}, \frac{5}{8} + 2\frac{7}{8} + 3\frac{1}{8}$.

8. Da izračunaš vsoto $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$, pretvoriš prvi sumand na četrtnine in mu prišteješ drugega. V znakih $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$. Izračunaj ravno tako:

- a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}, \frac{1}{2} + \frac{1}{8}, \frac{1}{2} + \frac{3}{8}, \frac{1}{4} + \frac{5}{8}, \frac{3}{8} + \frac{3}{4}, \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8}$;
 b) $2\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4}, 5\frac{1}{2} + \frac{5}{8}, 2\frac{3}{4} + 6\frac{1}{8}, 5\frac{3}{8} + \frac{1}{4}, 8\frac{7}{8} + 2\frac{1}{2}, 7\frac{5}{8} + \frac{3}{4}$.

9. 3 četrtnine manj 1 četrtnina sta 2 četrtnini ali 1 polovica. V znakih $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Izračunaj:

- a) $\frac{7}{2} - \frac{3}{2}, \frac{5}{4} - \frac{1}{4}, \frac{5}{8} - \frac{3}{8}, \frac{13}{4} - \frac{7}{4}, \frac{31}{8} - \frac{7}{8}, \frac{25}{8} - \frac{5}{8}$;
 b) $1 - \frac{1}{2}, 1 - \frac{3}{4}, 1 - \frac{3}{8}, 1 - \frac{5}{8}, 2 - \frac{1}{4}, 3 - \frac{3}{8}$;
 c) $4\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4}, 9\frac{7}{8} - 4\frac{3}{8}, 6 - 2\frac{3}{4}, 10 - 7\frac{5}{8}, 2\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4}, 8\frac{1}{8} - 5\frac{5}{8}$;
 d) $3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}, 5\frac{3}{4} - 3\frac{1}{8}, 7\frac{1}{2} - 4\frac{3}{8}, 8\frac{1}{4} - 5\frac{1}{2}, 9\frac{3}{8} - 8\frac{1}{2}, 4\frac{3}{8} - 2\frac{3}{4}$.

10. Petkrat 3 osmine je 15 osmin ali 1 celota in 7 osmin. V znakih $\frac{3}{8} \cdot 5 = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$. Devetkrat 2 celoti in 1 četrtnino je: devetkrat 2 celoti je 18 celot in devetkrat 1 četrtnino je: 9 četrtnin, t. j. 2 celoti in 1 četrtnina; devetkrat $2\frac{1}{4}$ je 20 celot in 1 četrtnina. V znakih $2\frac{1}{4} \cdot 9 = 18 + \frac{9}{4} = 18 + 2\frac{1}{4} = 20\frac{1}{4}$. Ravno tako izračunaj:

- a) $\frac{1}{2} \cdot 3, \frac{1}{2} \cdot 6, \frac{1}{4} \cdot 5, \frac{3}{4} \cdot 12, \frac{5}{8} \cdot 3, \frac{3}{8} \cdot 6, \frac{7}{8} \cdot 12, \frac{5}{8} \cdot 16$;
 b) $2\frac{1}{2} \cdot 5, 3\frac{1}{4} \cdot 2, 5\frac{3}{4} \cdot 3, 2\frac{1}{8} \cdot 7, 5\frac{3}{8} \cdot 5, 3\frac{5}{8} \cdot 4, \frac{1}{8} \cdot 12, 5\frac{3}{8} \cdot 24$.

11. 3 četrtnine deljene s 3 dajo 1 četrtnino. V znakih $\frac{3}{4} : 3 = \frac{1}{4}$. Kvocient $13\frac{3}{4} : 5$ izračunaš, ako deliš — kakor mnogoimensko število — najprej celote, delitveni ostanek pa pretvoriš na četrtnine, mu prišteješ dividendove četrtnine in deliš to vsoto s 5. $13 : 5$ je 2 in ostane 3, t. j. 12 četrtnin in 3 četrtnine je 15 četrtnin. 15 četrtnin : 5 dá 3 četrtnine. V znakih $13\frac{3}{4} : 5 = 2\frac{3}{4}$. Izračunaj ravno tako:

- a) $\frac{5}{2} : 5, \frac{7}{8} : 7, \frac{15}{2} : 3, \frac{21}{4} : 7, \frac{35}{8} : 5, \frac{63}{8} : 9$;
 b) $1\frac{1}{2} : 3, 7\frac{1}{2} : 5, 8\frac{3}{4} : 5, 5\frac{1}{4} : 7, 3\frac{3}{8} : 9, 6\frac{1}{8} : 7$;
 c) $22\frac{1}{2} : 5, 157\frac{1}{2} : 7, 77\frac{1}{4} : 3, 104\frac{5}{8} : 9, 63\frac{3}{4} : 5, 70\frac{1}{8} : 3$.

12. Ako razdelimo polovico na 4 enake dele, dobimo dele, ki jih potrebujemo 8 za celo enoto; imenujejo se osmine. V znakih $\frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{8}$. Izračunaj:

- a) $\frac{1}{2} : 2$, $\frac{3}{2} : 2$, $\frac{7}{2} : 4$, $\frac{3}{4} : 2$, $\frac{15}{4} : 2$;
 b) $6\frac{1}{2} : 2$, $28\frac{1}{2} : 4$, $7\frac{1}{2} : 2$, $15\frac{1}{2} : 4$, $9\frac{1}{4} : 2$;
 c) $15 : 2$, $21 : 4$, $35 : 8$, $42 : 4$, $60 : 8$.

13. Produkt $20 \cdot \frac{3}{4}$ določiš na isti način iz multiplikanda, kakor je nastal multiplikator iz enote; 20 razdeliš na štiri dele, en del je 5, produkt, imajoč 3 take dele, je 15. V znakih $20 \cdot \frac{3}{4} = 5 \cdot 3 = 15$. Izračunaj:

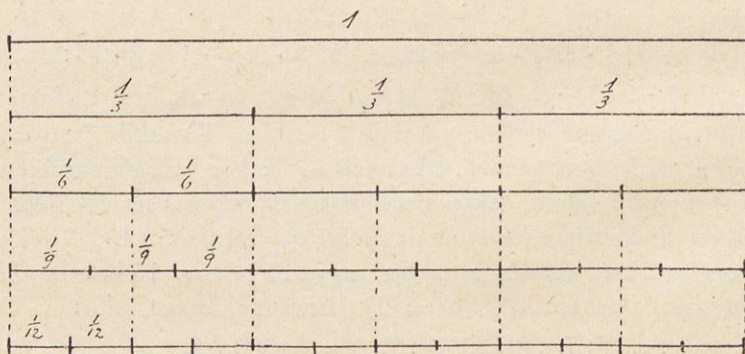
- a) $4 \cdot \frac{1}{2}$, $36 \cdot \frac{1}{4}$, $24 \cdot \frac{3}{4}$, $16 \cdot \frac{1}{8}$, $32 \cdot \frac{3}{8}$, $40 \cdot \frac{7}{8}$;
 b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$, $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$, $3\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$, $5\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{4}$;
 c) $5 \cdot \frac{1}{2}$, $7 \cdot \frac{3}{4}$, $6 \cdot \frac{1}{4}$, $12 \cdot \frac{5}{8}$, $10 \cdot \frac{3}{4}$, $20 \cdot \frac{7}{8}$.

14. 3 četrtine se nahajajo v 15 četrтинah 5krat. V znakih $\frac{15}{4} : \frac{3}{4} = 5$. Raznoimenska števila pretvorimo pri merjenju v istoimenska. N. pr. $7\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} = \frac{15}{2} : \frac{5}{4} = \frac{30}{4} : \frac{5}{4} = 30 \text{ četrтин} : 5 \text{ četrтин} = 30 : 5 = 6$. Izračunaj ravno tako:

- a) $\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$, $\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$, $\frac{5}{8} : \frac{1}{8}$, $\frac{15}{2} : \frac{3}{2}$, $\frac{21}{4} : \frac{7}{4}$, $\frac{25}{8} : \frac{5}{8}$;
 b) $5 : \frac{1}{2}$, $2 : \frac{1}{4}$, $6 : \frac{3}{4}$, $9 : \frac{3}{8}$, $5 : \frac{5}{8}$, $7 : \frac{7}{8}$;
 c) $7\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{4} : 1\frac{3}{4}$, $4\frac{1}{8} : 1\frac{3}{8}$, $6\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4}$, $8\frac{1}{2} : 2\frac{1}{8}$, $11\frac{1}{4} : 1\frac{7}{8}$.

B. Ulomki z imenovalci 3, 6, 9, 12. Pretvornik je 3, oziroma 6, 9, 12, 2, 3, 4.

Slika 6.



15. Kako nastanejo ulomki $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{12}$?

16. Izrazi

- a) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}$ leta v mesecih;
 b) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}$ ure v minutah;
 c) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}$ pravega kota ($= 90^\circ$) v stopinjah;
 d) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}$ dneva v urah.

17. Pretvori

a) 1, 2, 3, 5, 7, 10, 11 celot na tretjine, šestine, devetine, dvanajstine;

- b) $2\frac{1}{3}, 5\frac{2}{3}, 8\frac{2}{3}$ na tretjine;
 c) $2\frac{1}{6}, 3\frac{5}{6}, \frac{1}{3}, 2\frac{1}{3}, 5\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}$ na šestine;
 d) $1\frac{2}{9}, 4\frac{5}{9}, \frac{1}{3}, 3\frac{1}{3}, 7\frac{2}{3}$ na devetine;
 e) $1\frac{5}{12}, 3\frac{11}{12}, \frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 5\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, 2\frac{3}{4}, \frac{1}{6}, 1\frac{5}{6}$ na dvanajstine.

18. Koliko celot se nahaja v

- a) $\frac{3}{3}, \frac{6}{3}, \frac{15}{3}, \frac{24}{3}, \frac{33}{3}, \frac{5}{3}, \frac{14}{3}, \frac{22}{3}, \frac{32}{3}, \frac{40}{3}$;
 b) $\frac{6}{6}, \frac{18}{6}, \frac{30}{6}, \frac{48}{6}, \frac{72}{6}, \frac{7}{6}, \frac{17}{6}, \frac{39}{6}, \frac{47}{6}, \frac{75}{6}$;
 c) $\frac{9}{9}, \frac{18}{9}, \frac{36}{9}, \frac{72}{9}, \frac{108}{9}, \frac{14}{9}, \frac{35}{9}, \frac{47}{9}, \frac{76}{9}, \frac{100}{9}$;
 d) $\frac{12}{12}, \frac{36}{12}, \frac{72}{12}, \frac{96}{12}, \frac{120}{12}, \frac{25}{12}, \frac{41}{12}, \frac{59}{12}, \frac{80}{12}, \frac{90}{12}$?

19. Pretvori

- a) $\frac{2}{6}, \frac{8}{6}, \frac{20}{6}, \frac{3}{9}, \frac{12}{9}, \frac{4}{12}, \frac{8}{12}$ na tretjine;
 b) $\frac{2}{12}, \frac{15}{12}, \frac{26}{12}, \frac{50}{12}$ na šestine;
 c) $\frac{3}{6}, \frac{15}{6}, \frac{27}{6}, \frac{6}{12}, \frac{18}{12}, \frac{42}{12}$ na polovice;
 d) $\frac{3}{12}, \frac{15}{12}, \frac{27}{12}, \frac{93}{12}$ na četrtine.

20. Pretvori v istoimenska števila, t. j. ulomke z istim imenovalcem: a) $\frac{1}{3}, \frac{5}{6}$; b) $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}$; c) $\frac{2}{3}, \frac{7}{12}$; d) $\frac{5}{6}, \frac{11}{12}$; e) $\frac{1}{2}, \frac{5}{6}$; f) $\frac{3}{4}, \frac{7}{12}$; g) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}$; h) $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$; i) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}$; k) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$; l) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$.

21. Seštej:

- a) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}, \frac{5}{6} + \frac{7}{9}, \frac{4}{9} + \frac{7}{9}, \frac{7}{12} + \frac{11}{12}, \frac{1}{3} + \frac{2}{3}, \frac{1}{6} + \frac{5}{6}$;
 b) $2\frac{1}{3} + 5\frac{1}{3}, 4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{6}, 7\frac{5}{6} + \frac{5}{6}, 1\frac{2}{9} + 3\frac{5}{9}, 3\frac{8}{9} + 4\frac{2}{9}, 5\frac{7}{12} + 2\frac{1}{12}$;

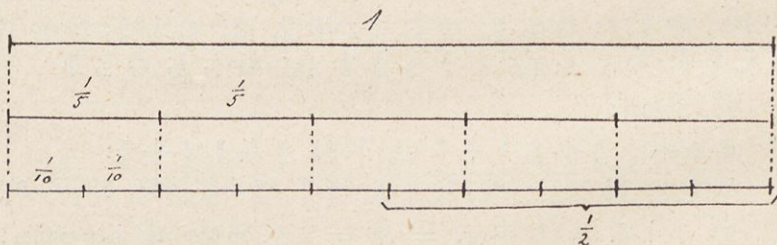
22. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12}$. Seštej na isti način:

- a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}, \frac{1}{3} + \frac{4}{9}, \frac{2}{3} + \frac{5}{12}, \frac{5}{6} + \frac{7}{12}, \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{12}$;
 b) $2\frac{1}{3} + 3\frac{5}{6}, 1\frac{2}{3} + 4\frac{5}{9}, 10\frac{1}{3} + 8\frac{7}{12}, 1\frac{5}{6} + 8\frac{11}{12}, 1\frac{3}{4} + 2\frac{5}{6} + 3\frac{7}{12}$;
 c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}, \frac{2}{3} + \frac{3}{4}, \frac{2}{3} + \frac{5}{6}, \frac{3}{4} + \frac{1}{6}, \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$;
 d) $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3}, 3\frac{1}{3} + 1\frac{1}{4}, 2\frac{1}{3} + 4\frac{5}{6}, 7\frac{3}{4} + 5\frac{1}{6}, 2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{4} + 4\frac{1}{6}$.

23. a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}, \frac{5}{6} - \frac{1}{6}, \frac{7}{9} - \frac{4}{9}, \frac{11}{12} - \frac{5}{12}, \frac{28}{9} - \frac{5}{9}, \frac{31}{12} - \frac{7}{12};$
 b) $1 - \frac{2}{3}, 2 - \frac{1}{6}, 3 - \frac{2}{9}, 4 - \frac{5}{9}, 5 - \frac{5}{12}, 6 - \frac{11}{12};$
 c) $2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3}, 4\frac{5}{9} - 2\frac{2}{9}, 8 - 5\frac{2}{3}, 9 - 4\frac{5}{9}, 14\frac{1}{6} - 10\frac{5}{6}, 7\frac{5}{12} - 5\frac{7}{12};$
 d) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}, \frac{2}{3} - \frac{4}{9}, \frac{1}{3} - \frac{1}{12}, \frac{1}{2} - \frac{1}{6}, \frac{3}{4} - \frac{7}{12}, \frac{5}{6} - \frac{3}{4};$
 e) $4\frac{1}{6} - 2\frac{2}{3}, 7\frac{1}{12} - 5\frac{3}{4}, 8\frac{5}{9} - 2\frac{2}{3}, 10\frac{1}{2} - 5\frac{2}{3}, 4\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3}, 7\frac{1}{6} - 3\frac{3}{4}.$
24. a) $\frac{1}{3} \cdot 2, \frac{2}{3} \cdot 5, \frac{1}{6} \cdot 7, \frac{4}{9} \cdot 5, \frac{5}{12} \cdot 7, \frac{11}{12} \cdot 5;$
 b) $\frac{2}{3} \cdot 3, \frac{1}{3} \cdot 6, \frac{5}{6} \cdot 3, \frac{1}{6} \cdot 9, \frac{4}{9} \cdot 12, \frac{5}{12} \cdot 18;$
 c) $1\frac{1}{3} \cdot 4, 2\frac{1}{6} \cdot 10, 3\frac{4}{9} \cdot 6, 5\frac{2}{9} \cdot 18, 1\frac{7}{12} \cdot 5, 2\frac{5}{12} \cdot 8.$
25. a) $\frac{2}{3} : 2, \frac{8}{9} : 4, \frac{14}{3} : 7, \frac{35}{6} : 5, \frac{26}{9} : 13, \frac{55}{12} : 11;$
 b) $5\frac{1}{3} : 4, 6\frac{2}{3} : 10, 4\frac{1}{6} : 5, 3\frac{1}{9} : 7, 4\frac{4}{9} : 5, 4\frac{1}{12} : 7;$
 c) $71\frac{2}{3} : 5, 33\frac{1}{3} : 10, 22\frac{1}{6} : 7, 70\frac{2}{9} : 4, 62\frac{7}{12} : 5, 136\frac{7}{12} : 11.$
26. a) $\frac{2}{3} : 3, \frac{1}{2} : 3, \frac{1}{3} : 4, \frac{1}{4} : 3, \frac{2}{3} : 8 (8 = 2 \cdot 4), \frac{3}{4} : 9;$
 b) $1\frac{2}{3} : 3, 6\frac{1}{3} : 4, 5\frac{1}{2} : 3, 2\frac{1}{2} : 6, 31\frac{1}{3} : 3, 29\frac{2}{3} : 4.$
27. a) $6 \cdot \frac{2}{3}, 18 \cdot \frac{5}{6}, 27 \cdot \frac{4}{9}, 45 \cdot \frac{7}{9}, 24 \cdot \frac{5}{12}, 36 \cdot \frac{11}{12};$
 b) $2 \cdot \frac{2}{3}, 7 \cdot \frac{1}{6}, 4 \cdot \frac{2}{9}, 4 \cdot \frac{5}{6}, 6 \cdot \frac{4}{9}, 10 \cdot \frac{7}{12};$
 c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}, \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6}, 1\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}, 3\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}, 2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{3}{4}, 4\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{2}.$
28. a) $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}, \frac{5}{6} : \frac{1}{6}, \frac{8}{9} : \frac{2}{9}, \frac{10}{3} : \frac{2}{3}, \frac{35}{6} : \frac{5}{6}, \frac{32}{9} : \frac{8}{9};$
 b) $4 : \frac{2}{3}, 5 : \frac{5}{6}, 4 : \frac{2}{9}, 10 : \frac{5}{9}, 3 : \frac{1}{12}, 10 : \frac{5}{12};$
 c) $5\frac{1}{3} : 1\frac{1}{3}, 9\frac{1}{6} : 1\frac{5}{6}, 7\frac{1}{9} : 1\frac{7}{9}, 7\frac{1}{12} : 1\frac{5}{12}, 4\frac{1}{3} : 1\frac{4}{9}, 3\frac{1}{4} : 1\frac{1}{12};$
 d) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}, \frac{2}{3} : \frac{3}{4}, \frac{2}{3} : \frac{1}{6}, 2\frac{1}{2} : 1\frac{2}{3}, 3\frac{3}{4} : 1\frac{2}{3}, 4\frac{1}{6} : 2\frac{1}{2}.$

C. Ulomki z imenovalcem 5, 10. Pretvornik je 5, oziroma 10, 2.

Slika 7.



29. Kako nastanejo ulomki $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}$?

30. Izrazi

a) $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}$ K v h;

b) $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{10}, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}$ hl v l;

c) $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{6}{5}, \frac{3}{10}, \frac{7}{10}, \frac{11}{10}$ ure v minutah;

d) $\frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{7}{5}, \frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{9}{10}, \frac{13}{10}$ pravega kota (90°) v stopinjah.

31. Pretvori

a) 1, 2, 5, 7, 9, 11, 13 celot na petine, desetine;

b) $1\frac{1}{5}, 2\frac{2}{5}, 8\frac{2}{5}, 4\frac{4}{5}, 9\frac{3}{5}$ na petine;

c) $2\frac{1}{10}, 3\frac{7}{10}, 5\frac{9}{10}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}, 2\frac{4}{5}, \frac{1}{2}, \frac{7}{2}, 5\frac{1}{2}$ na desetine.

32. Koliko celot se nahaja v

a) $\frac{5}{5}, \frac{15}{5}, \frac{30}{5}, \frac{75}{5}, \frac{100}{5}, \frac{9}{5}, \frac{21}{5}, \frac{28}{5}, \frac{44}{5}, \frac{62}{5}$;

b) $\frac{10}{10}, \frac{30}{10}, \frac{50}{10}, \frac{100}{10}, \frac{1000}{10}, \frac{17}{10}, \frac{29}{10}, \frac{41}{10}, \frac{53}{10}, \frac{103}{10}$?

33. Pretvori na petine: $\frac{2}{10}, \frac{8}{10}, \frac{12}{10}, \frac{52}{10}, \frac{92}{10}, \frac{204}{10}$.

34. Pretvori v istoimenska števila: a) $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}$; b) $\frac{3}{5}, \frac{7}{10}$; c) $\frac{1}{2}, \frac{3}{10}$;

d) $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}$; e) $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}$.

35. a) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}, \frac{3}{5} + \frac{4}{5}, \frac{3}{10} + \frac{1}{10}, \frac{7}{10} + \frac{9}{10}, \frac{11}{10} + \frac{13}{10}$;

b) $2\frac{3}{5} + 4\frac{4}{5}, 8\frac{4}{5} + 1\frac{1}{5}, 5\frac{4}{5} + 2\frac{2}{5}, 2\frac{3}{10} + 5\frac{1}{10}, 13\frac{3}{10} + 6\frac{7}{10}, 1\frac{7}{10} + 2\frac{9}{10}$.

36. a) $\frac{1}{5} + \frac{3}{10}, \frac{4}{5} + \frac{7}{10}, \frac{1}{2} + \frac{3}{10}, \frac{1}{2} + \frac{2}{5}, \frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10}$;

b) $2\frac{2}{5} + 1\frac{3}{10}, 1\frac{1}{2} + 5\frac{1}{10}, 4\frac{1}{2} + 7\frac{9}{10}, 9\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5}, 8\frac{1}{2} + 1\frac{4}{5}$.

37. a) $\frac{4}{5} - \frac{2}{5}, \frac{3}{5} - \frac{1}{5}, \frac{13}{5} - \frac{4}{5}, \frac{7}{10} - \frac{3}{10}, \frac{9}{10} - \frac{1}{10}, \frac{23}{10} - \frac{3}{10}$;

b) $1 - \frac{2}{5}, 3 - \frac{4}{5}, 8 - \frac{1}{5}, 1 - \frac{7}{10}, 2 - \frac{3}{10}, 8 - \frac{9}{10}$;

c) $3\frac{4}{5} - 2\frac{1}{5}, 8\frac{7}{10} - 2\frac{3}{10}, 7 - 2\frac{3}{5}, 9 - 5\frac{7}{10}, 3\frac{1}{5} - 2\frac{4}{5}, 7\frac{3}{10} - 3\frac{9}{10}$;

d) $5\frac{4}{5} - 4\frac{3}{10}, 8\frac{1}{2} - 4\frac{3}{10}, 6\frac{1}{5} - 2\frac{9}{10}, 12\frac{1}{2} - 10\frac{7}{10}, 2\frac{1}{2} - 1\frac{2}{5}, 11\frac{1}{5} - 5\frac{1}{2}$.

38. a) $\frac{1}{5} \cdot 4, \frac{3}{10} \cdot 3, \frac{4}{5} \cdot 6, \frac{7}{10} \cdot 9, \frac{3}{5} \cdot 15, \frac{9}{10} \cdot 5$;

b) $3\frac{2}{5} \cdot 2, 4\frac{3}{5} \cdot 7, 5\frac{3}{10} \cdot 3, 1\frac{7}{10} \cdot 11, 2\frac{4}{5} \cdot 10, 3\frac{7}{10} \cdot 4$.

39. a) $\frac{4}{5} : 2, \frac{9}{10} : 3, \frac{12}{5} : 6, \frac{27}{10} : 9, 2\frac{8}{5} : 4, \frac{63}{10} : 7$;

b) $1\frac{1}{5} : 6, 2\frac{1}{10} : 7, 85\frac{3}{5} : 4, 34\frac{3}{10} : 7, 125\frac{2}{5} : 3, 812\frac{7}{10} : 9$.

40. a) $\frac{1}{5} : 2, \frac{1}{2} : 5, \frac{3}{5} : 2, \frac{9}{5} : 6 [6 = 3 \cdot 2], 2\frac{1}{2} : 35 [35 = 7 \cdot 5]$;

b) $4\frac{1}{5} : 2, 3\frac{1}{2} : 5, 37\frac{2}{5} : 2, 53\frac{1}{2} : 5, 241\frac{4}{5} : 2$.

41. a) $15 \cdot \frac{2}{3}, 30 \cdot \frac{7}{10}, 8 \cdot \frac{4}{5}, 3 \cdot \frac{7}{10}, 12 \cdot \frac{9}{10}$;

b) $3\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}, 7\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}, 13\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{10}, 5\frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{5}$.

42. a) $\frac{3}{5} : \frac{1}{5}, \frac{4}{5} : \frac{2}{5}, \frac{9}{10} : \frac{3}{10}, \frac{21}{5} : \frac{3}{5}, \frac{63}{10} : \frac{9}{10};$
 b) $8 : \frac{4}{5}, 6 : \frac{3}{10}, 9 : \frac{3}{5}, 7 : \frac{7}{10}, 15 : \frac{3}{10};$
 c) $3\frac{1}{5} : 1\frac{3}{5}, 7\frac{1}{5} : 1\frac{4}{5}, 13\frac{3}{5} : 3\frac{2}{5}, 5\frac{1}{10} : 1\frac{7}{10}, 9\frac{1}{10} : 1\frac{3}{10};$
 d) $\frac{1}{2} : \frac{1}{5}, \frac{1}{2} : \frac{4}{5}, 3\frac{1}{2} : 1\frac{2}{5}, 8\frac{2}{5} : 2\frac{1}{3}, 9\frac{3}{5} : 3\frac{1}{5}.$

O deljivosti celih števil.

§ 23. Pojasnila.

Ako delimo celo število s celim številom in dobimo za kvocient celo število brez delitvenega ostanka, pravimo, da je prvo število deljivo z drugim. N. pr. 24 je deljivo z 8, ker je $24 : 8 = 3$; 24 pa ni deljivo z 9, ker dá $24 : 9 = 2$ in delitveni ostanek 6.

Število, ki je deljivo z drugim številom, je mnogokratnik drugega števila; število pa, ki je ž njim deljivo, je mera prvega števila, 24 je mnogokratnik števila 8, 8 je pa mera števila 24.

Deljiv =
teilbar.

Mnogó-
kratnik =
das Viel-
fache.
Mera =
das Maß.

Naloge.

1. Določi, ali je v naslednjih dvojicah števil prvo deljivo z drugim: a) 56, 4; b) 65, 13; c) 84, 21; d) 555, 37; e) 56, 9; f) 65, 14; g) 84, 17; h) 678, 37.

2. Povej nekatere mere vsakega sledečega števila: 48, 50, 90, 100, 120!

3. Povej nekatere mnogokratnike sledečim številom: 2, 3, 4, 6, 7, 11, 12, 15, 25, 30!

4. Zakaj je 0 deljivo z vsakim številom?

5. Določi, ali so dekadične enote 10, 100, 1000 deljive z 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 20, 25, 100, 125. Kolik je vsakkratni ostanek?

§ 24. Znamenja deljivosti.

Je-li kako določeno število deljivo s kakim drugim številom, razsodimo s tem, da delimo prvo število z drugim. V nekaterih slučajih pa spoznamo iz posebnih zunanjih znamenj, da je določeno število deljivo s kakim drugim številom.

O deljivosti števil hitro razsodimo v teh-le slučajih:

1. Vsako število je deljivo z 1 in samo s seboj.

2. Vsako mnogoštevilčno število lahko razstavimo v desetice z 2, 5 in 10. in enice. N. pr. 5726 je 572 D in 6 E. Ako delimo eno desetico,

Znamenja

deljivosti

z 2, 5 in 10.

t. j. 10 enic, z 2, 5 ali 10, ne dobimo delitvenega ostanka; ravno tako ga tudi ne dobimo, ako delimo poljubno število desetice z 2, 5 ali 10. Delitveni ostanek pri deljenju dekadicega števila z 2, 5 ali 10 je tedaj odvisen le od števila enic; ako je število enic deljivo z 2, 5 ali 10, je tudi mnogoštevilčno število deljivo z 2, 5 ali 10. Iz tega izvajamo:

Število je deljivo z 2, ako so njegove enice deljive z 2, ako ima torej na mestu enic eno izmed števil 2, 4, 6, 8 ali ničlo.

Z 2 deljiva števila se imenujejo sodo števila; vsa ostala števila, ki niso z 2 deljiva, se imenujejo liha števila.

Sodo število
= die gerade
Zahl.

Liho število
= die un-
gerade Zahl.

Število je deljivo s 5, ako so njegove enice deljive s 5, ako ima tedaj na mestu enic številko 5 ali ničlo.

Število je deljivo z 10, ako ima na mestu enic ničlo.

3. Vsako mnogoštevilčno število lahko razstavimo v stotice in enice. N. pr. 5726 je 57 *S* in 26 *E*. Ako delimo eno stotico, t. j. 100 *E*, s 4, 25 ali 100, ne dobimo delitvenega ostanka; ravno tako ga ne dobimo, ako delimo poljubno število stotic s 4, 25 ali 100. Delitveni ostanek je tedaj odvisen le od dvoštevilčnega konca mnogoštevilčnega števila; ako je ta deljiv s 4, 25 ali 100, je tudi mnogoštevilčno število deljivo s 4, 25 ali 100. Iz tega sledi:

Znamenja
deljivosti s 4,
25 in 100.

Število je deljivo s 4, ako je njegov dvoštevilčni konec deljiv s 4.

Število je deljivo s 25, ako je njegov dvoštevilčni konec deljiv s 25.

Število je deljivo s 100, ako ima na mestu desetice in enice ničli.

4. Vsako mnogoštevilčno število lahko razstavimo v tisočice in enice. N. pr. 5726 je 5 *T* 726 *E*. Ako delimo eno tisočico, t. j. 1000 *E*, z 8, 125 ali 1000, ne dobimo delitvenega ostanka in ravno tako ga ne dobimo, ako delimo poljubno število tisočic. Delitveni ostanek je tedaj odvisen le od troštevilčnega konca mnogoštevilčnega števila. Ako je ta deljiv z 8, 125, 1000, je tudi mnogoštevilčno število deljivo z 8, 125, 1000. Iz tega sledi:

Znamenja
deljivosti z 8,
125 in 1000.

Število je deljivo z 8, ako je njegov troštevilčni konec deljiv z 8.

Število je deljivo s 125, ako je njegov troštevilčni konec deljiv s 125.

Število je deljivo s 1000, ako ima na zadnjih treh mestih (na desni) ničle.

Znamenja
deljivosti
s 3 in 9.

5. Ako delimo katerokoli dekadično enoto s 3 ali z 9, dobimo vedno delitveni ostanek 1. Mnogoštevilčno število dá tedaj tolikokrat delitveni ostanek 1, kolikor ima posameznih dekadičnih enot. Tako dá n. pr. število 5726 pri deljenju 5 tisočic ostanek 5, pri deljenju 7 stotic ostanek 7, pri 2 desetih ostanek 2 in pri 6 enicah ostanek 6. Ako je vsota teh ostankov $5 + 7 + 2 + 6$ deljiva s 3, oziroma z 9, je tudi mnogoštevilčno število deljivo s 3, oziroma z 9. Vsota delitvenih ostankov $5 + 7 + 2 + 6$ ima za sumande številke, ki ž njimi pišemo število, in se imenuje številčna vsota.

Številčna
vsota = die
Ziffern-
summe.

Število je deljivo s 3, ako je njegova številčna vsota deljiva s 3.

Število je deljivo z 9, ako je njegova številčna vsota deljiva z 9.

6. Ali je določeno število deljivo s 7, oziroma 11, ali s kakim drugim številom, določiš v vsakem posebnem slučaju z deljenjem.

Naloge.

1. Povej, s katerimi izmed števil 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 25, 125 so deljiva sledeča števila:

- a) 225, 250, 273, 312, 375, 396, 428, 500;
- b) 657, 1125, 1840, 3375, 3450, 3942, 5715;
- c) 3875, 5625, 7131, 23584, 30456, 32625.

2. Določi, katera izmed števil 2443, 7397, 12155, 18711, 21602, 64834 so deljiva s 7, katera z 11, katera s 13!

3. Letnice, ki so s 4, ne pa s 100 deljive, značijo prestopna leta. Letnice, ki so s 400 deljive, značijo tudi prestopna leta. a) Določi naslednjih 12 prestopnih let! b) Koliko dni je preteklo od dne 10. oktobra 1871. leta do dne 9. maja 1909. leta?

4. Izpremeni v številu 754621 število enic tako, da bo novo število deljivo a) z 2; b) s 3; c) s 4; d) z 8; e) z 9; f) s 25; g) s 125.

§ 25. Razstavljanje števil na prafaktorje.

Število, ki je deljivo ne le z 1 in samo s seboj, temveč tudi z drugimi števili, napišemo lahko v obliki produkta, čigar faktorji so manjši kakor je število samo. Število je torej sestavljeno iz drugih manjših števil, in se imenuje sestavljeno število. N. pr. $12 = 3 \cdot 4$, $35 = 5 \cdot 7$, $48 = 6 \cdot 8$.

Sestavljeno
število = die
zusammen-
gesetzte
Zahl.

Praštevílo
= die
Primzahl.

Število pa, ki je deljivo le z 1 in samo s seboj, se ne more sestaviti na ta način in se imenuje enostavno število ali prafštevílo. N. pr. 2, 3, 5, 7, 11, 13, itd.

Vsako sestavljeno število moremo razstaviti na dva faktorja, izmed katerih je včasih le eden praštevilo, včasih sta oba, včasih ni nobeden. Ako ravnamo z vsakim izmed dobljenih faktorjev, ki ni praštevilo, ravno tako kakor s prvotnim sestavljenim številom, najdemo končno praštevila, ki med seboj pomnožena dajo dotično sestavljeno število za produkt. Ti faktorji se imenujejo enostavni faktorji ali prafaktorji.

Prafaktor
= der
Primfaktor.

Vsako sestavljeno število se dá torej razstaviti na prafaktorje, t. j. napisati v obliki produkta, čigar faktorji so praštevila.

Faktorje, oziroma prafaktorje manjših števil poiščeš s pomočjo poštevank. N. pr. $72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; $140 = 14 \cdot 10 = 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$.

Večja števila razstaviš na prafaktorje s tem, da deliš določeno število z najmanjšim praštevilom (izvzemši 1), ki je ž njim deljivo; dobljeni kvocient deliš zopet z najmanjšim praštevilom, ki je ž njim deljivo, in tako postopaš dalje, dokler ne prideš do kvocienta 1. Divizorji vseh teh delitev so prafaktorji dotičnega števila. N. pr.

$210 : 2 = 105$,	$210 = 2 \cdot 105$,	ali krajše	$210 \left \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \\ 1 \end{array} \right.$
$105 : 3 = 35$,	$105 = 3 \cdot 35$,		
$35 : 5 = 7$,	$35 = 5 \cdot 7$,		
$7 : 7 = 1$			
$210 = 2 \cdot 105 = 2 \cdot 3 \cdot 35 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$			

Naloge.

1. Določi vsa praštevila do 100.
2. Razstavi sledeča števila na prafaktorje:
 - a) 8, 10, 14, 21, 25, 27, 51, 54, 80, 81, 84;
 - b) 16, 18, 20, 36, 40, 42, 44, 56, 60, 63, 88;
 - c) 24, 28, 30, 45, 48, 68, 70, 75, 90, 91, 92;
 - d) 32, 49, 50, 76, 78, 95, 96, 98, 100, 108.
3. Poišči naslednjim številom prafaktorje:
 - a) 120, 144, 160, 180, 250, 300, 320, 360;
 - b) 156, 168, 432, 576, 625, 648, 680, 729;
 - c) 924, 930, 936, 990, 1050, 1540, 1750, 2079;
 - d) 1860, 2310, 6424, 13860, 14300, 76500, 554400.

§ 26. Največja skupna mera.

Število 30 ima sledeče mere: 2, **3**, **5**, 6, 10, **15**, 30; število 45 pa: **3**, **5**, 9, **15**, 45. Števila 3, 5 in 15 so mere obeh števil in se imenujejo skupne mere števil 30 in 45.

Skupna
mera = das
gemeinsame
Maß.

Skupna mera dveh ali več števil je tisto število, ki so ž njim deljiva določena števila.

Največja
skupna mera
= das größte
gemeinsame
Maß.

Število 15, ki je največje, se imenuje največja skupna mera števil 30 in 45. V znakih napišemo tako-le:

$$M(30, 45) = 15$$

(Čitaj: največja skupna mera števil 30 in 45 je 15.)

Največja skupna mera dveh ali več števil je tisto največje število, ki so ž njim deljiva določena števila.

V največji skupni meri dveh ali več števil se morajo nahajati le tisti prafaktorji, ki so skupni vsem določenim številom. Ako razstaviš določena števila na prafaktorje ter poiščeš in pomnožiš vse skupne prafaktorje, najdeš največjo skupno mero dotičnih števil. Gledé na obliko računa primerjaj naslednji nalogi!

a) $M(30, 45) = ?$

b) $M(504, 840, 924) = ?$

$$30 = 2 \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{5},$$

$$504 \left| \begin{array}{c} \mathbf{2} \\ \mathbf{2} \\ 2 \\ 63 \\ 21 \\ 7 \\ 1 \end{array} \right. \quad 840 \left| \begin{array}{c} \mathbf{2} \\ \mathbf{2} \\ 2 \\ \mathbf{3} \\ 5 \\ 7 \\ 1 \end{array} \right. \quad 924 \left| \begin{array}{c} \mathbf{2} \\ \mathbf{2} \\ 2 \\ 77 \\ 11 \\ 1 \end{array} \right.$$

$$45 = \mathbf{3} \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{5}$$

$$M(30, 45) = 3 \cdot 5 = 15.$$

$$252 \left| \begin{array}{c} \mathbf{2} \\ 2 \\ 63 \\ 3 \\ 7 \\ 1 \end{array} \right. \quad 420 \left| \begin{array}{c} \mathbf{2} \\ 2 \\ 2 \\ \mathbf{3} \\ 5 \\ 7 \end{array} \right. \quad 462 \left| \begin{array}{c} \mathbf{2} \\ 2 \\ 2 \\ 77 \\ 11 \end{array} \right. \quad 231 \left| \begin{array}{c} \mathbf{3} \\ 77 \\ 11 \end{array} \right. \quad 77 \left| \begin{array}{c} \mathbf{7} \\ 11 \end{array} \right. \quad 11$$

$$M(504, 840, 924) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 84.$$

Relativna
praštevila =
relative
Primzahlen.

Števila, ki nimajo razen 1 nobene skupne mere, se imenujejo medsebojna ali relativna praštevila.

Naloge.

1. Poišči na pamet največjo skupno mero naslednjih števil:

a) 6, 9	b) 24, 36	c) 28, 35	d) 6, 9, 15
10, 15	45, 60	49, 63	8, 16, 20
15, 20	32, 48	77, 88	10, 25, 45
18, 24	42, 56	26, 39	18, 30, 48
14, 21	50, 75	38, 57	16, 24, 27
9, 16	29, 32	31, 47	19, 27, 36

2. Poišči:

- | | | |
|-----------------|-------------------|-----------------|
| a) M (192, 224) | b) M (3120, 5100) | c) M (468, 624) |
| M (220, 484) | M (6624, 4464) | M (576, 1080) |
| M (660, 1155) | M (784, 1680) | M (954, 2295) |

3. Izračunaj:

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| a) M (500, 575, 825) | b) M (4464, 2604, 8184) |
| M (294, 336, 504) | M (2592, 4464, 17424) |
| M (378, 882, 1386) | M (144, 204, 432, 576) |
| M (740, 925, 2035) | M (312, 468, 1092, 4680) |
| M (2100, 2772, 3528) | M (336, 1152, 2016, 2928) |

4. Določi, ali so naslednji podatki resnični:

- a) $M(1494, 2075) + M(328, 369) = M(1240, 1612)$;
 b) $M(2448, 2976) - M(972, 1116) = M(1140, 1212)$.

§ 27. Najmanjši skupni mnogokratnik.

Mnogokratniki števila 2 so: 2, 4, **6**, 8, 10, **12**, 14, 16, **18**, 20 ...
 in mnogokratniki števila 3 so: 3, **6**, 9, **12**, 15, **18**, 21, 24 ...
 Števila 6, 12, 18 ... so mnogokratniki obeh števil in se imenujejo skupni mnogokratniki števil 2 in 3.

Skupni mnogokratnik dveh ali več števil je tisto število, ki je deljivo z vsemi dotičnimi števili.

Vrsta skupnih mnogokratnikov je brezkončna. Prvi mnogokratnik je najmanjši, vsak izmed ostalih je pa njegov mnogokratnik.

Najmanjši skupni mnogokratnik dveh ali več števil je tisto najmanjše število, ki je deljivo z vsemi dotičnimi števili.

Najmanjši skupni mnogokratnik števil 2 in 3 je 6, kar napišemo v znakih:

$$\text{mn}(2, 3) = 6$$

(Čitaj: najmanjši skupni mnogokratnik števil 2 in 3 je 6.)

V najmanjšem skupnem mnogokratniku dveh ali več števil se mora nahajati vsak prafaktor določenih števil, in sicer tolikokrat, kolikorkrat se nahaja v tistem izmed določenih števil, ki je v njem največkrat.

Najmanjši skupni mnogokratnik dveh relativnih praštevil je tedaj njihov produkt. N. pr. $\text{mn}(5, 7) = 35$.

Najmanjši skupni mnogokratnik dveh števil, ki imata skupno mero, dobiš, ako pomnožiš skupne prafaktorje z neskupnimi, t. j. z

Skupni
mnogo-
kratnik =
das gemein-
same Viel-
fache.

Najmanjši
skupni
mnogo-
kratnik =
das kleinste
gemeinsame
Vielfache.

Kako najdeš
določenim
številom
najmanjši
skupni
mnogo-
kratnik.

onimi, ki se nahajajo v enem številu, v drugem pa ne in ki si jih dobil, ako deliš število z največjo skupno mero. N. pr. $M(24, 36) = 12$; $mn(24, 36) = 12 \cdot (24 : 12) (36 : 12) = 12 \cdot 2 \cdot 3 = 72$. Ker je $12 \cdot 3 = 36$, si lahko prihraniš deljenje večjega števila s skupno mero in računaš:

$$m(24, 36) = 36 \cdot (24 : 12) = 36 \cdot 2 = 72.$$

Najmanjši skupni mnogokratnik več števil dobiš, ako razstaviš vsa določena števila na prafaktorje, ter zbereš in pomnožiš vse različne prafaktorje, vsakega tolikokrat, kolikorkrat si ga našel v tistem številu, ki se v njem nahaja največkrat. Ni se pa ozirati na število, ki je mera drugega danega števila, ker mnogokratnik števila je tudi mnogokratnik njegove mere. Zato lahko izpustiš pri določevanju najmanjšega skupnega mnogokratnika vsa ona števila, ki so mere drugih danih števil. Ako moraš n. pr. določiti $mn(12, 16, 18, 24, 32, 40, 56, 72)$ lahko takoj izpustiš števila 12, 16, 18, 24, ker so mere števila 72, oziroma 32, ostala števila pa razstaviš na prafaktorje.

$$\begin{aligned} 32 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2, & 40 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5, \\ 56 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7, & 72 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3. \end{aligned}$$

Najmanjši skupni mnogokratnik mora imeti faktor 2 petkrat, faktor 3 dvakrat, faktor 5 in faktor 7 po enkrat. Dobiš tedaj

$$mn(12, 16, 18, 24, 32, 40, 56, 72) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 10080$$

Naloge.

1. Poišči na pamet najmanjši skupni mnogokratnik sledečih števil:

a) 3, 4	b) 6, 9	c) 2, 3, 4	d) 5, 6, 10, 12
7, 9	8, 12	3, 6, 15	6, 12, 16, 24
9, 10	15, 20	4, 9, 12	4, 5, 16, 25
15, 16	21, 35	5, 12, 15	6, 15, 20, 30
25, 32	25, 45	7, 15, 35	7, 12, 35, 60

2. Izračunaj:

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| a) $mn(4, 5, 6, 8, 9, 10)$ | e) $mn(16, 20, 35, 42, 50, 56)$ |
| b) $mn(6, 8, 9, 20, 22, 33)$ | f) $mn(20, 21, 30, 63, 72, 54)$ |
| c) $mn(8, 12, 18, 28, 40, 45)$ | g) $mn(25, 15, 24, 80, 14, 42)$ |
| d) $mn(10, 18, 24, 30, 36, 48)$ | h) $mn(26, 42, 60, 65, 77, 91)$ |

3. Izračunaj:

a) mn (324, 432, 504)

c) mn (1290, 1720, 1935)

b) mn (112, 204, 312)

d) mn (3498, 4664, 5247)

4. Poišči najmanjši skupni mnogokratnik števil v nalogi 1, § 26. in v nalogi 2, § 25.!

Računanje z navadnimi ulomki.

§ 28. Pojasnila.

V § 21. navedena pojasnila pojmov „ulomek, imenovalca, števec in mešano število“ izpopolnimo še s sledečimi pojasnili.

Ulomek, čigar vrednost je manjša od celote, se imenuje pravi ulomek; števec pravega ulomka je manjši od imenovalca. N. pr. $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{13}{25}$ itd. Ulomek, čigar vrednost je večja od celote, je nepravi ulomek, števec nepravih ulomkov je večji od imenovalca. N. pr. $\frac{5}{3}$, $\frac{11}{9}$, $\frac{30}{23}$ itd. Ako je ulomkov števec mnogokratnik ulomkovega imenovalca, ima dotično število le ulomkovo obliko, je pa pravzaprav celo število; take ulomke imenujemo navidezne ulomke. N. pr. $\frac{4}{4} = 1$, $\frac{15}{5} = 3$, $\frac{50}{10} = 5$ itd.

Pravi
ulomek =
der echte
Bruch.
Nepravi
ulomek =
der unechte
Bruch.

Navidezni
ulomek =
der un-
eigentliche
Bruch.

Naloge.

1. Pretvori celo število 9 v navidezni ulomek z imenovalcem 12! Tu sklepaš: Vsaka cela enota ima 12 dvanajstin; 9 enot ima 9krat 12 dvanajstin, t. j. 108 dvanajstin. V znakih

$$9 = \frac{108}{12}.$$

2. Pretvori mešano število $7\frac{5}{9}$ v nepravi ulomek! 7 celot je 7krat 9 devetin, t. j. 63 devetin in 5 devetin je 68 devetin. V znakih

$$7\frac{5}{9} = \frac{68}{9}.$$

3. Pretvori nepravi ulomek $\frac{137}{15}$ v mešano število! Kolikorkrat se nahaja 15 petnajstin v 137 petnajstinah, tolikokrat imaš v številu eno celoto. V 137 petnajstinah je 15 petnajstin 9krat in ostaneta 2 petnajstini. V znakih

$$\frac{137}{15} = 9\frac{2}{15}.$$

4. Pretvori 2, 3, 5, 8, 12, 15, 20, 25 a) v petine, b) v sedmine, c) v devetine, d) v dvanajstine, e) v petnajstine, f) v petindvajsetine.

5. Pretvori v nepravne ulomke:

- a) $1\frac{1}{2}$, $2\frac{2}{3}$, $4\frac{3}{5}$, $6\frac{5}{6}$, $7\frac{4}{15}$, $3\frac{7}{25}$, $8\frac{5}{12}$;
 b) $7\frac{3}{8}$, $11\frac{5}{9}$, $2\frac{7}{13}$, $4\frac{8}{21}$, $7\frac{9}{64}$, $13\frac{7}{10}$, $2\frac{19}{100}$;
 c) $25\frac{25}{39}$, $222\frac{11}{50}$, $713\frac{46}{81}$, $731\frac{31}{99}$, $164\frac{18}{125}$;
 d) $14\frac{809}{824}$, $105\frac{217}{712}$, $726\frac{37}{400}$, $537\frac{419}{896}$.

6. Pretvori v mešana, oziroma cela števila:

- a) $\frac{23}{2}$, $\frac{35}{3}$, $\frac{42}{7}$, $\frac{72}{5}$, $\frac{89}{6}$, $\frac{65}{13}$, $\frac{77}{12}$, $\frac{63}{25}$, $\frac{55}{24}$, $\frac{95}{19}$;
 b) $\frac{47}{36}$, $\frac{68}{17}$, $\frac{79}{60}$, $\frac{97}{14}$, $\frac{100}{33}$, $\frac{111}{37}$, $\frac{149}{10}$, $\frac{133}{11}$, $\frac{169}{13}$, $\frac{81}{19}$;
 c) $\frac{351}{23}$, $\frac{473}{43}$, $\frac{4057}{99}$, $\frac{861}{123}$, $\frac{1161}{125}$, $\frac{2345}{326}$, $\frac{622359}{4870}$.

§ 29. Razširjevanje in okrajševanje navadnih ulomkov.

Oblične
izpremembe
ulomkov =
Formver-
änderungen
der Brüche.

V § 22. smo spoznali, da je $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12}$. Iz prvega ulomka dobiš poznejše, ako pomnožiš števec in imenovalc prvega ulomka z 2, oziroma s 3, 4, 5, 6; ta izprememba ulomkove oblike pa ne izpremeni ulomkove vrednosti. Da velja to za vsak ulomek, uvidiš na sledeči način: Ako pomnožiš števec z 2, 3, 5 ..., se pravi, da vzameš vsak ulomkov del dvakrat, trikrat, petkrat ...; ako pa pomnožiš ulomkov imenovalc z 2, 3, 5 ..., pomeni to, da razdeliš celoto na dvakrat, trikrat, petkrat ... toliko med seboj enakih delov, kakor pri prvotnem ulomku. Ti deli so tedaj le polovice, tretjine, petine ... delov prvotnega ulomka. Ako pomnožiš števec in imenovalc z 2, 3, 5 ..., je to isto, kakor če vzameš dvakrat polovico, trikrat tretjino, petkrat petino vsakega prvotnega dela. To pa je v vsakem slučaju cel prvotni del; posamezni deli tedaj ne izpremene svoje vrednosti; zato je tudi ne izpremeni cel ulomek. Obratno pa dobiš iz poznejših ulomkov prvi ulomek, če deliš števec in imenovalc z istim številom. Iz navedenega sledi:

Ulomkova vrednost se ne izpremeni, ako pomnožiš, oziroma deliš števec in imenovalc z enim in istim številom.

Razširje-
vanje ulom-
kov = das
Erweitern
der Brüche.
Okrajše-
vanje ulom-
kov = das
Abkürzen
der Brüche.

Ako pomnožimo ulomku števec in imenovalc z enim in istim številom, pravimo, da razširimo ulomek, ako pa delimo, pravimo, da okrajšamo ulomek.

Izmed dveh ulomkov z enakima imenovalcema je tisti večji, ki ima večji števec. Da moreš primerjati ulomke glede njih vrednosti, jih moraš pretvoriti na skupni imenovalc.

Naloge.

1. Razširi ulomek $\frac{3}{5}$ na imenovalce 20! Novi imenovalce 20 dobiš iz starega imenovalca 5 s tem, da pomnožiš slednjega s 4, ker je $20 = 5 \cdot 4$. Da ulomek ne izpremeni svoje vrednosti, ga moraš razširiti z razširiteljem 4.

V znakih

$$\frac{3}{5} = \frac{4}{20}$$

Razširitelj
= der Er-
weiterungs-
faktor.

2. Pretvori ulomke $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$ na najmanjši skupni imenovalce! — Najmanjši skupni imenovalce navedenih ulomkov je najmanjši skupni mnogokratnik vseh imenovalcev.

$$\text{mn}(3, 4, 6, 8) = 24.$$

Ker je $24 = 3 \cdot 8$; $24 = 4 \cdot 6$; $24 = 6 \cdot 4$; $24 = 8 \cdot 3$;

$$\text{tedaj je } \frac{2}{3} = \frac{8}{24}; \quad \frac{3}{4} = \frac{6}{24}; \quad \frac{5}{6} = \frac{20}{24}; \quad \frac{7}{8} = \frac{21}{24}.$$

3. Okrajšaj ulomke: $\frac{192}{240}$, $\frac{160}{540}$, $\frac{1728}{9720}$! — Ulomek okrajšaj s tem, da deliš števec in imenovalce z njih skupno mero. Opetujoč okrajševanje, izraziš ulomek z najmanjšima številoma, t. j. s številoma, ki sta relativni praštevili. Račun napišeš tako-le:

$$\frac{192}{240} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}; \quad \frac{160}{540} = \frac{16}{54} = \frac{8}{27}; \quad \frac{1728}{9720} = \frac{192}{1080} = \frac{24}{135} = \frac{8}{45}.$$

Pri računanju z ulomki ne pozabi nikdar načela:

Okrajšaj vsak ulomek tako, da sta števec in imenovalce relativni praštevili!

4. Razširi sledeče ulomke:

a) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{10}$ na imenovalce 20;

b) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{12}$ na imenovalce 24;

c) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{11}{14}$, $\frac{20}{21}$ na imenovalce 42;

d) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{11}{20}$ na imenovalce 60.

5. Pretvori sledeče ulomke na najmanjši skupni imenovalce:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{2}{3}, \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2}, \frac{4}{5} \\ \frac{7}{8}, \frac{5}{12} \\ \frac{3}{10}, \frac{4}{15} \\ \frac{13}{45}, \frac{17}{60} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) } \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{7}{10} \\ \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{11}{20} \\ \frac{5}{8}, \frac{7}{12}, \frac{9}{20} \\ \frac{3}{14}, \frac{4}{15}, \frac{12}{35} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{c) } \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{5}{16} \\ \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{11}{12} \\ \frac{2}{5}, \frac{5}{8}, \frac{7}{20}, \frac{9}{16} \\ \frac{3}{8}, \frac{5}{16}, \frac{9}{20}, \frac{11}{28} \\ \frac{5}{7}, \frac{11}{14}, \frac{13}{22}, \frac{37}{77} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{d) } \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6} \\ \frac{3}{8}, \frac{7}{12}, \frac{5}{16}, \frac{9}{32}, \frac{11}{60} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{e) } \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{4}{9}, \frac{11}{36}, \frac{25}{48}, \frac{19}{60} \\ \frac{3}{5}, \frac{1}{6}, \frac{7}{8}, \frac{11}{12}, \frac{14}{15}, \frac{17}{21} \end{array}$$

6. Uredi sledeče ulomke po njih vrednosti, začenši z najmanjšim :

$$a) \frac{3}{5}, \frac{7}{8}, \frac{11}{14}, \frac{5}{18}, \frac{19}{30};$$

$$c) \frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{9}{10}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{8}{9};$$

$$b) \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{13}{15}, \frac{23}{25}, \frac{41}{45};$$

$$d) \frac{2}{5}, \frac{5}{7}, \frac{19}{24}, \frac{29}{35}, \frac{17}{20}, \frac{37}{45};$$

7. Okrajšaj sledeče ulomke :

$$a) \frac{12}{18}, \frac{28}{35}, \frac{27}{63}, \frac{15}{20}, \frac{48}{72}, \frac{72}{90}, \frac{75}{125}, \frac{84}{126};$$

$$b) \frac{96}{120}, \frac{112}{128}, \frac{27}{108}, \frac{102}{282}, \frac{570}{600}, \frac{630}{900}, \frac{546}{756};$$

$$c) \frac{575}{1000}, \frac{2835}{3240}, \frac{2772}{5148}, \frac{2552}{3024}, \frac{2240}{3360}, \frac{8736}{17484}, \frac{42075}{47025};$$

8. Izrazi naslednje količine v enotah višjega imena in okrajšaj dobljeni ulomek :

$$a) 24 \text{ h}, 36 \text{ h}, 60 \text{ h}, 75 \text{ h}, 80 \text{ h};$$

$$b) 324 \text{ m}, 750 \text{ m}, 375 \text{ m}, 540 \text{ m}, 875 \text{ m};$$

$$c) 8 \text{ mes.}, 10 \text{ mes.}, 30 \text{ mes.}, 33 \text{ mes.}, 40 \text{ mes.};$$

$$d) 6 \text{ min.}, 15 \text{ min.}, 24 \text{ min.}, 56 \text{ min.}, 72 \text{ min.};$$

$$e) 16 \text{ ur}, 20 \text{ ur}, 30 \text{ ur}, 64 \text{ ur}, 84 \text{ ur}.$$

§ 30. Seštevanje navadnih ulomkov.

Ker je 5 trinajstin + 7 trinajstin = 12 trinajstin, ali v znakih

$$\frac{5}{13} + \frac{7}{13} = \frac{12}{13}$$

smemo reči:

Ulomke enakih imenovalcev seštevaš, ako sešteješ števec, skupni imenovalec pa pridržiš.

Ako imajo ulomki različne imenovalce, treba jih je pretvoriti na skupni imenovalec in potem sešteti. N. pr.:

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{4}{9} = \frac{54}{72} + \frac{60}{72} + \frac{63}{72} + \frac{32}{72} = \frac{209}{72} = 2\frac{65}{72}.$$

Ako so sumandi mešana števila, računaš kakor z mnogoimen-skimi števili in sešteješ ulomke za-se in cela števila za-se; vsoto ulomkov pa pretvoriš v mešano število in prišteješ celote vsoti celih števil. N. pr.:

$$1\frac{3}{4} + 2\frac{5}{6} + 3\frac{7}{8} + 1\frac{5}{12} = 1\frac{18}{24} + 2\frac{20}{24} + 3\frac{21}{24} + 1\frac{10}{24} = 7\frac{69}{24} = 7\frac{23}{8} = 9\frac{7}{8}.$$

Naloge.

Seštej :

$$1. a) \frac{5}{12} + \frac{7}{12} + \frac{11}{12};$$

$$b) \frac{3}{20} + \frac{9}{20} + \frac{13}{20};$$

$$2. a) \frac{11}{25} + \frac{17}{25} + \frac{22}{25};$$

$$b) \frac{15}{28} + \frac{17}{28} + \frac{3}{28}.$$

Kako
seštevaš
ulomke.

Kako
seštevaš
mešana
števila.

3. a) $1\frac{2}{11} + 2\frac{4}{11} + 3\frac{8}{11}$; b) $3\frac{8}{15} + 4\frac{11}{15} + 5\frac{1}{15}$.
 4. a) $3\frac{7}{8} + 2\frac{5}{8} + 1\frac{1}{8} + 2\frac{3}{8}$; b) $8\frac{13}{23} + 2\frac{21}{23} + 4\frac{5}{23} + 14\frac{7}{23}$.
 5. a) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$; b) $\frac{5}{8} + \frac{7}{10} + \frac{2}{5} + \frac{1}{4}$.
 6. a) $\frac{2}{7} + \frac{3}{5} + \frac{7}{15} + \frac{11}{21}$; b) $\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{4}{15} + \frac{7}{20}$.
 7. a) $\frac{3}{20} + \frac{4}{15} + \frac{7}{10} + \frac{5}{6}$; b) $\frac{9}{20} + \frac{2}{21} + \frac{6}{35} + \frac{7}{30}$.
 8. a) $\frac{11}{22} + \frac{21}{28} + \frac{12}{96}$; b) $\frac{45}{60} + \frac{55}{66} + \frac{26}{39} + \frac{49}{56}$.
 9. a) $1\frac{5}{6} + 5\frac{7}{30} + 8\frac{3}{10} + 5\frac{1}{12}$; b) $1\frac{2}{5} + 2\frac{4}{15} + 4\frac{7}{12} + 8\frac{3}{4}$.
 10. a) $8\frac{3}{8} + 6\frac{17}{20} + 4\frac{3}{5} + 3\frac{5}{6}$; b) $25\frac{3}{16} + 32\frac{5}{12} + 15\frac{7}{20} + 6\frac{19}{30}$.
 11. $12\frac{2}{9} + 15\frac{1}{18} + 16 + 4\frac{9}{10} + 30\frac{3}{5} + 7\frac{1}{4}$.
 12. $243\frac{13}{20} + 315\frac{11}{24} + 268\frac{23}{36} + 523\frac{7}{30} + 104 + 98\frac{4}{15}$.
 13. a) $\frac{31}{84} + \frac{67}{132}$; b) $\frac{29}{117} + \frac{56}{195}$;
 c) $\frac{97}{168} + \frac{151}{252}$; d) $\frac{107}{315} + \frac{203}{495}$.

Navodilo: $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$, $132 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$, mn $(84, 132) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$. Ako pustiš mnogokratnik razstavljen na prafaktorje, določiš hitreje razširitelje ulomkov. Primerjajoč stari in novi imenovalci, vidiš takoj, da je razširitelj prvega ulomka 11, drugega pa 7. Ko določiš vsoto števec, okrajšaš ulomek in šele potem zmnožiš faktorje v imenovalcu. Ta način računa je priporočljiv posebno takrat, če so imenovalci večja števila.

14. Kolika je vsota petim številom, ako je prvo $731\frac{11}{12}$ in vsako naslednje za $27\frac{3}{5}$ večje od prejšnjega?

15. Nekdo mora plačati $37\frac{3}{4}$ K, $15\frac{7}{10}$ K, $22\frac{13}{20}$ K, $5\frac{16}{25}$ K, $12\frac{1}{2}$ K in $18\frac{4}{5}$ K; koliko skupaj?

16. Trгоvec dobi 6 sodov sladkorja, ki tehtajo posamič $145\frac{2}{5}$ kg, $146\frac{1}{8}$ kg, $146\frac{3}{4}$ kg, $147\frac{1}{2}$ kg, $148\frac{9}{20}$ kg, $150\frac{4}{25}$ kg; koliko tehtajo vsi sodi skupaj?

17. Trikotnikove stranice merijo $225\frac{1}{2}$ m, $173\frac{3}{4}$ m in $205\frac{2}{5}$ m; kolik mu je obseg?

18. Nekdo prehodi v petih dneh zaporedoma $35\frac{3}{8}$ km, $38\frac{6}{25}$ km, $42\frac{3}{4}$ km, $40\frac{2}{5}$ km in $36\frac{48}{125}$ km; koliko znaša vsa pot?

19. Izmed treh bratov je najmlajši $7\frac{2}{3}$ leta star, drugi za $8\frac{3}{4}$ leta starejši ko ta in tretji za $3\frac{1}{2}$ leta starejši od drugega; koliko let štejejo vsi skupaj?

20. Tri cevi polnijo vodnjak; prva ga napolni sama v 3 (8) urah, druga sama v 4 (12) urah in tretja sama v 6 (15) urah. Koliki del vodnjaka napolnijo vse tri cevi v 1 uri? (Prva cev napolni v 1 uri $\frac{1}{3}$ vodnjaka. Koliko druga, koliko tretja v 1 uri?)

§ 31. Odštevanje navadnih ulomkov.

Kako
odštevaš
ulomke.

Ker dá 7 dvanajstin — 5 dvanajstin 2 dvanajstini ali v znakih

$$\frac{7}{12} - \frac{5}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

smemo reči:

Razliko dveh ulomkov z enakimi imenovalci izračunaš, ako odšteješ od minuendovega števca subtrahendov števec in postaviš to razliko za števec ulomku, ki ima skupni imenovalec za imenovalec.

Ako imajo ulomki različne imenovalce, pretvoriš jih najprej na skupni imenovalec in potem določiš razliko. N. pr.:

$$\frac{8}{9} - \frac{4}{5} = \frac{40}{45} - \frac{36}{45} = \frac{40-36}{45} = \frac{4}{45}.$$

Kako
odštevaš
mešana
števila.

Ako sta minuend in subtrahend mešani števili (mnogoimenski števili), izračunaš najprej razliko ulomkov in potem razliko celih števil. Če je minuendov ulomek manjši od subtrahendovega, prišteješ minuendovemu ulomku eno celoto ter jo spojiš z (razširjenim) ulomkom, prišteješ pa subtrahendovim celotam eno celoto, da se ne izpremeni razlika. N. pr.:

$$a) 17\frac{3}{4} - 8\frac{8}{9} = 17\frac{27}{36} - 8\frac{32}{36} = 17\frac{63}{36} - 9\frac{32}{36} = 8\frac{31}{36};$$

$$b) 34 - 19\frac{5}{14} = 34\frac{14}{14} - 20\frac{5}{14} = 14\frac{9}{14}.$$

Naloge.

1. Izračunaj sledeče razlike:

$$a) \frac{8}{9} - \frac{2}{9}, \frac{13}{15} - \frac{8}{15}, \frac{19}{24} - \frac{7}{24}, \frac{23}{36} - \frac{17}{36};$$

$$b) \frac{11}{18} - \frac{2}{9}, \frac{17}{20} - \frac{3}{5}, \frac{23}{24} - \frac{5}{8}, \frac{32}{35} - \frac{5}{7};$$

$$c) \frac{8}{9} - \frac{7}{8}, \frac{9}{16} - \frac{5}{12}, \frac{13}{18} - \frac{3}{10}, \frac{53}{60} - \frac{13}{25};$$

$$d) 8\frac{3}{7} - 3, 12\frac{7}{10} - 9, 88\frac{4}{7} - 59, 304\frac{7}{8} - 158;$$

$$e) 7\frac{7}{11} - 2\frac{3}{11}, 9\frac{8}{15} - 2\frac{2}{15}, 127\frac{13}{20} - 78\frac{9}{20}, 318\frac{9}{16} - 209\frac{1}{16};$$

$$f) 9\frac{3}{4} - 7\frac{3}{4}, 6\frac{5}{12} - 4\frac{2}{15}, 12\frac{17}{20} - 9\frac{19}{30}, 29\frac{13}{24} - 9\frac{17}{32};$$

$$g) 5 - 2\frac{5}{9}, 37 - 18\frac{7}{12}, 215 - 196\frac{5}{16}, 811 - 644\frac{16}{25};$$

$$h) 6\frac{1}{5} - 4\frac{4}{5}, 8\frac{5}{12} - 3\frac{11}{12}, 42\frac{7}{15} - 16\frac{13}{15}, 72\frac{17}{60} - 25\frac{49}{60};$$

$$i) 4\frac{2}{9} - 1\frac{5}{6}, 8\frac{1}{12} - 5\frac{5}{16}, 94\frac{1}{5} - 57\frac{7}{12}, 613\frac{4}{5} - 475\frac{23}{24};$$

$$k) \frac{151}{165} - \frac{89}{195}, 5\frac{125}{168} - 2\frac{49}{264}, 8\frac{17}{98} - 2\frac{121}{234}.$$

2. Izračunaj sledeče izraze:

a) $\frac{4}{5} + \frac{7}{8} - \frac{3}{4}$; c) $\frac{15}{16} - \frac{1}{3} + \frac{5}{6}$;

b) $\frac{63}{80} - \frac{3}{5} - \frac{3}{16}$; d) $\frac{53}{60} - \frac{2}{5} - \frac{3}{20}$;

e) $4\frac{1}{6} - \frac{7}{12} - \frac{13}{5} + 3\frac{1}{60} - 2\frac{1}{2} + 4\frac{1}{4}$;

f) $17\frac{3}{16} + 8\frac{2}{5} - 10\frac{7}{8} - 4\frac{3}{4} + 9\frac{1}{2} - 7\frac{13}{20}$.

3. Za koliko je vsota $3\frac{1}{6} + 7\frac{4}{15} + 4\frac{1}{4}$ večja od vsote $1\frac{1}{2} + 2\frac{3}{5} + \frac{7}{12}$?

4. Za koliko je vsota $37\frac{5}{8} + 13\frac{5}{12}$ večja od razlike $67\frac{3}{4} - 19\frac{3}{5}$?

5. Za koliko postane ulomek $\frac{3}{5} (\frac{7}{12})$ večji ali manjši, ako

a) prišteješ števcu in imenovalcu 1,

b) odšteješ od števca in imenovalca 1?

6. Telo tehta v zraku $16\frac{2}{5}$ kg, pod vodo pa $14\frac{3}{8}$ kg; koliko svoje teže navidezno izgubi telo v vodi?

7. V trikotniku merita dva kota a) $64\frac{7}{12}^\circ$ in $73\frac{3}{5}^\circ$, b) $85^\circ 43\frac{3}{4}'$ in $59^\circ 36\frac{4}{15}'$; koliko meri tretji kot?

8. Nekdo prejme $73\frac{7}{10}$ K, $19\frac{3}{4}$ K in $28\frac{1}{2}$ K, izda pa $27\frac{19}{25}$ K, $23\frac{1}{4}$ K in $31\frac{9}{20}$ K; za koliko je več prejel nego izdal?

9. Trije zaboji tehtajo z blagom vred $516\frac{3}{8}$ kg, $437\frac{7}{10}$ kg in $335\frac{2}{5}$ kg; prazni zaboji pa tehtajo $19\frac{2}{5}$ kg, $17\frac{3}{8}$ kg in $12\frac{3}{4}$ kg. Koliko tehta blago samo a) v vsakem zaboji, b) v vseh zabojih skupaj?

10. Od $538\frac{3}{10}$ K dolga se odplača po malem $86\frac{1}{2}$ K, $10\frac{3}{4}$ K, $118\frac{7}{20}$ K, $58\frac{3}{5}$ K in $64\frac{2}{5}$ K; kolik je ostali dolg?

11. Iz soda, ki drži $32\frac{1}{4}$ hl vina, se napolnijo trije manjši sodi, ki drže $7\frac{1}{2}$ hl, $6\frac{3}{4}$ hl in $6\frac{7}{20}$ hl; koliko vina še ostane v velikem sodu?

12. Ob neki cesti so zaporedoma kraji A, B, C in D; od A do B je $19\frac{3}{8}$ km, od B do D $52\frac{1}{2}$ km, od C do D $35\frac{1}{5}$ km. a) Kako daleč je od A do D; b) od A do C; c) kako daleč ima popotnik še do D, ako je od A odšel in je že prehodil $47\frac{3}{5}$ km?

13. Neka cev napolni prazni vodnjak v 5 (8) urah, druga cev pa izprazni polnega v 9 (12) urah; koliki del vodnjaka je napolnjen v 1 uri, ako voda po prvi cevi priteka, po drugi pa odteka, in če je bil vodnjak v začetku prazen?

§ 32. Množenje ulomka s celim številom.

Ker je 3 petine $\times 4 = 12$ petinam ali v znakih

$$\frac{3}{5} \cdot 4 = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

velja:

Ulomek množiš s celim številom, ako pomnožiš števec s celim številom, imenovalec pa pridržiš neizpremenjen.

Kako
množiš
ulomek
s celim
številom.

Večkrat si prikrajšaš račun, ako množenje števca s celim številom samo nakažeš in okrajšaš ulomek v tej obliki. N. pr.:

$$a) \frac{7}{18} \cdot 12 = \frac{7 \cdot \overset{6}{\cancel{12}}}{18} = \frac{7 \cdot 2}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3};$$

$$b) \frac{9}{32} \cdot 8 = \frac{9 \cdot \overset{8}{\cancel{32}}}{32} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4};$$

$$c) \frac{15}{17} \cdot 17 = \frac{15 \cdot \overset{17}{\cancel{17}}}{17} = \frac{15}{1} = 15.$$

V nalogi pod c) sklepaš lahko tako-le: $\frac{1}{17}$ množena s 17 dá $\frac{17}{17} = 1$ (celoto), $\frac{15}{17}$ pa dá 15krat toliko kakor $\frac{1}{17}$, torej 15 celot. Iz navedenega izvajaš:

Ulomek, pomnožen s svojim imenovalcem, dá števec za produkt.

Kako množiš mešano število s celim številom.

Mešano število (= mnogoimensko število) množiš s celim številom, ako pomnožiš celote in ulomek s celim številom in sešteješ oba produkta, ali pa, ako pretvoriš mešano število v nepravi ulomek in potem izvršiš množenje. N. pr.:

$$5\frac{2}{3} \cdot 4 = 20 + \frac{8}{3} = 20 + 2\frac{2}{3} = 22\frac{2}{3}, \text{ ali pa:}$$

$$5\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{17}{3} \cdot 4 = \frac{68}{3} = 22\frac{2}{3}.$$

Naloge.

1. Izračunaj sledeče produkte:

$$\begin{array}{llll} a) \frac{8}{15} \cdot 11 & b) \frac{10}{21} \cdot 14 & c) \frac{13}{18} \cdot 9 & d) \frac{23}{24} \cdot 24 \\ \frac{5}{9} \cdot 13 & \frac{17}{30} \cdot 20 & \frac{7}{12} \cdot 6 & \frac{17}{32} \cdot 8 \\ \frac{59}{63} \cdot 38 & \frac{25}{32} \cdot 36 & \frac{112}{125} \cdot 75 & \frac{41}{45} \cdot 15. \end{array}$$

2. Izračunaj ravno tako:

$$\begin{array}{lll} a) 2\frac{5}{9} \cdot 9 & b) 74\frac{2}{3} \cdot 8 & c) 308\frac{4}{5} \cdot 30 \\ 7\frac{23}{64} \cdot 8 & 18\frac{7}{12} \cdot 11 & 412\frac{5}{8} \cdot 32 \\ 1\frac{18}{35} \cdot 7 & 13\frac{4}{7} \cdot 11 & 125\frac{13}{45} \cdot 15 \\ 12\frac{5}{24} \cdot 6 & 75\frac{11}{16} \cdot 18 & 209\frac{17}{24} \cdot 81 \\ 19\frac{5}{8} \cdot 10 & 23\frac{8}{9} \cdot 24 & 316\frac{24}{25} \cdot 65. \end{array}$$

3. Določi naslednje produkte:

$$\begin{array}{lll} a) 4\frac{5}{6} \cdot 4 \cdot 5 & b) 13\frac{1}{7} \cdot 9 \cdot 6 & c) 42\frac{13}{48} \cdot 12 \cdot 15 \\ 7\frac{5}{8} \cdot 3 \cdot 12 & 24\frac{29}{36} \cdot 18 \cdot 7 & 106\frac{5}{32} \cdot 20 \cdot 36. \end{array}$$

4. Stranica enakokraničnega trikotnika meri $47\frac{3}{5}$ dm; kolik je obseg?

5. 1 hl vina velja $36\frac{3}{4}$ K; koliko velja 9, 12, 15 hl vina?

6. Uradnik ima na dan $8\frac{4}{5}$ K plače; koliko na mesec, koliko na leto?

7. 1 q blaga velja $25\frac{3}{4}$ K; koliko velja 32, 56, 113 q?

8. Kolik je obseg kolesu, ki ima 48 zobcev, ki so po $4\frac{3}{5}$ cm med seboj oddaljeni?

9. Gospodar izda meseca avgusta na dan po $6\frac{4}{5}$ K, meseca septembra po $6\frac{7}{10}$ K in meseca oktobra po $8\frac{1}{2}$ K; koliko je izdal v vseh treh mesecih?

10. Neka cev napolni vodnjak v 6 urah, druga cev v 8 urah in tretja cev v 10 urah; koliki del vodnjaka napolnijo vse tri cevi a) v 1 uri, b) v 3 (5) urah?

11. V vodnjak priteka voda po neki cevi, po drugi pa odteka; prva cev napolni prazni vodnjak v 9 urah, druga pa izprazni polnega v 12 urah. Koliki del vodnjaka je napolnjen, ako sta obe cevi odprti 5 ur, in če je bil vodnjak v začetku prazen?

§ 33. Deljenje ulomka s celim številom.

Kvocien 3 petine : 7 izračunaš s tem, da razdeliš vsako petino na 7 enakih delov; ker se nahaja v celoti 5krat po 7, t. j. 35 takih delov, se imenujejo ti deli petintridesetine. Sedmi del ene petine je ena petintridesetina, sedmi del 3 petin so pa 3 petintridesetine. V znakih

Kako deliš
ulomek
s celim
številom.

$$\frac{3}{5} : 7 = \frac{3}{35} = \frac{3}{5 \cdot 7}.$$

Ulomek deliš s celim številom, ako pomnožiš imenovalc s celim številom, števec pa pridržiš neizpremenjen.

Večkrat si prikrajšaš račun na ta način, da samo nakažeš množenje imenovalca s celim številom in okrajšaš ulomek v tej obliki. N. pr.:

$$a) \frac{16}{9} : 12 = \frac{16}{9 \cdot 12} = \frac{4}{9 \cdot 3} = \frac{4}{27};$$

$$b) \frac{12}{25} : 6 = \frac{12}{25 \cdot 6} = \frac{2}{25}.$$

Mešano število deliš s celim številom, ako deliš najprej dividendove celote s celim številom, morebitni delitveni ostanek združiš z dividendovim ulomkom v nepravi ulomek, le-tega deliš s celim številom in sešteješ oba kvocienta. N. pr.:

Kako deliš
mešano
število
s celim
številom.

$$246\frac{2}{3} : 7 = 35\frac{5}{21}, \text{ kajti } 246 : 7 \text{ dá } 35 \text{ in ostanek } 1, 1\frac{2}{3} : 7 = \frac{5}{3} : 7 = \frac{5}{21}.$$

Naloge.

1. Izračunaj sledeče kvociente in napravi preizkus:

- a) $\frac{17}{18} : 9$ b) $\frac{8}{15} : 12$ c) $\frac{25}{27} : 8$ d) $7\frac{9}{13} : 25$ e) $16\frac{7}{8} : 18$
 $\frac{132}{175} : 11$ $\frac{17}{20} : 15$ $\frac{14}{15} : 35$ $48\frac{24}{35} : 12$ $12\frac{6}{7} : 3$
 $\frac{96}{101} : 8$ $\frac{15}{16} : 20$ $\frac{91}{123} : 13$ $2\frac{3}{7} : 13$ $17\frac{3}{5} : 4$
- f) $1396\frac{1}{3} : 4$ g) $59\frac{7}{10} : 8$ h) $9\frac{3}{5} : 16$ i) $342\frac{9}{11} : 23$
 $2785\frac{1}{2} : 9$ $105\frac{15}{16} : 35$ $58\frac{3}{4} : 15$ $584\frac{24}{25} : 60$
 $7694\frac{2}{5} : 24$ $408\frac{27}{8} : 48$ $307\frac{2}{3} : 25$ $785\frac{45}{64} : 75$.

2. Deli $3\frac{4}{15} + 7\frac{11}{18} - 5\frac{1}{10}$ s 13.

3. Delavec zasluži na mesec $152\frac{1}{2}$ K; koliko na dan?

4. 42 m sukna velja $453\frac{3}{5}$ K; koliko 1 m?

5. 1 hl vina velja a) $47\frac{3}{5}$ K, b) $28\frac{7}{10}$ K, c) $32\frac{3}{4}$ K; koliko velja v vsakem slučaju 25 l?

6. Vinotržec proda $8\frac{3}{4}$ hl, $6\frac{5}{8}$ hl in $8\frac{5}{12}$ hl vina in skupi zanj $806\frac{2}{3}$ K; koliko velja 1 hl?

7. Lokomotiva preteče v 4 urah $121\frac{3}{5}$ km; koliko a) v 1 uri, b) v 1 minuti?

8. Ob cesti, ki je $588\frac{1}{2}$ m dolga, stoji na vsaki strani 107 dreves; kako daleč je drevo od drevesa?

9. Nekdo zmeša 24 hl pšenice po $14\frac{3}{4}$ K in 26 hl po $15\frac{1}{2}$ K; koliko je vreden 1 hl zmešane pšenice?

10. Krčmar kupi 72 hl vina po $46\frac{4}{5}$ K in proda vse vino tako, da ima $330\frac{2}{5}$ K dobička; a) za koliko je prodal vino, b) koliko dobička je imel pri 1 hl?

11. $1343\frac{7}{10}$ K je treba razdeliti med 4 osebe tako, da dobi A 3, B 4, C 5 in D 6 enakih delov; koliko dobi vsaka oseba? (V koliko enakih delov razdeliš celo vsoto?)

12. 9 (13) m blaga velja $38\frac{1}{4}$ ($54\frac{3}{5}$) K; koliko 24 (35) m?

13. Kos platna meri 40 m in velja $64\frac{4}{5}$ K; koliko je treba plačati za 18 m?

14. Nekdo zasluži v 6 dneh $10\frac{1}{5}$ K; koliko v 35 dneh?

15. Neka družina porabi na teden $43\frac{3}{4}$ K; koliko v 52 dneh?

16. Ako razdeliš neko vsoto denarja med 36 revežev, dobi vsak $3\frac{3}{4}$ K; koliko bi dobil vsak, če bi razdelil isti denar med 45 revežev? (Koliko je denarja, ki ga razdeliš?)

17. Dva trgovca kupita skupaj 2385 kg olja; *A* ga vzame 1842 kg in plača zanj 2947 $\frac{1}{5}$ K; koliko olja ostane *B*-u, in koliko mora *B* zanj plačati?

18. Voz sena velja 85 $\frac{1}{4}$ K in tehta z vozom vred 1380 kg; koliko velja 1 q sena, če tehta prazni voz 280 kg?

§ 34. Množenje z ulomkom.

Produkt $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}$, čigar multiplikator je ulomek, izračunaš po občem pojasnilu o množenju (§ 13.). Multiplikator $\frac{5}{7}$ nastane iz enote, ako razdeliš enoto na 7 enakih delov in vzameš 5 takih delov. Na isti način najdeš produkt iz multiplikanda. Multiplikand $\frac{2}{3}$ razdeliš na 7 enakih delov in vzameš 5 takih delov. Ker je en del enak $\frac{2}{3 \cdot 7}$, bo 5 delov $\frac{2}{3 \cdot 7} \cdot 5 = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7}$ ali v znakih

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}.$$

Iz tega izvajaš:

Ulomek množiš z ulomkom, ako pomnožiš števec s števcem in imenovalec z imenovalcem ter postaviš prvi produkt za števec, drugega pa za imenovalec.

Navedeno pravilo porabiš lahko tudi v slučaju, da je en faktor celo število; treba je le napisati celo število v obliki ulomka z imenovalcem 1. N. pr.:

$$a) \frac{4}{5} \cdot 7 = \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{1} = \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 1} = \frac{28}{5} = 5\frac{3}{5};$$

$$b) 8 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}.$$

Ako sta multiplikand in multiplikator mešani števili, pretvoriš ju v neprava ulomka ter izvršiš množenje po pravilih o ulomkih. N. pr.:

$$4\frac{1}{5} \cdot 4\frac{1}{6} = \frac{21}{5} \cdot \frac{25}{6} = \frac{21 \cdot 25}{5 \cdot 6} = \frac{21 \cdot 5}{1 \cdot 6} = \frac{7 \cdot 5}{1 \cdot 2} = \frac{35}{2} = 17\frac{1}{2}.$$

Kvocienta 4 : 9 ne moremo izraziti s celimi števili, ker nimamo celega števila, ki bi dalo z 9 pomnoženo za produkt 4. Kvociente te vrste izrazimo z ulomki 4 : 9 = $\frac{4}{9}$. Naj je ta kvocient izračunan v zmislu pravega deljenja ali v zmislu merjenja, vsakokrat nam pokaže preizkus, da je prav določen; saj je $\frac{4}{9} \cdot 9 = 4$ in ravno tako $9 \cdot \frac{4}{9} = 4$. Ker moreš določiti na ta način vsak kvocient brez delitvenega ostanka, je pravilo, da je

$$\text{dividend} = \text{kvocient} \times \text{divizor}$$

obče veljavno.

Vsak kvocient smeš tedaj smatrati za ulomek in vsak ulomek za kvocient.

Kako množiš
ulomek z
ulomkom.

Kako množiš
mešana šte-
vila.

Naloge.

1. Izračunaj naslednje produkte:

$$\begin{array}{llll} a) 13 \cdot \frac{3}{8} & b) 25 \cdot \frac{4}{5} & c) 6 \cdot \frac{5}{9} & d) \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \\ 15 \cdot \frac{9}{11} & 16 \cdot \frac{3}{4} & 92 \cdot \frac{4}{23} & \frac{9}{10} \cdot \frac{3}{4} \\ 28 \cdot \frac{4}{15} & 27 \cdot \frac{7}{9} & 15 \cdot \frac{11}{12} & \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{9} \\ e) \frac{8}{13} \cdot \frac{5}{12} & f) \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \\ \frac{4}{9} \cdot \frac{27}{32} & \frac{5}{9} \cdot \frac{6}{25} \\ \frac{24}{25} \cdot \frac{15}{64} & \frac{15}{16} \cdot \frac{8}{33} \end{array}$$

2. Izračunaj ravno tako:

$$\begin{array}{llll} a) 10 \cdot 1\frac{1}{2} & b) 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} & c) \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9} \cdot 2\frac{1}{2} & d) 16 \cdot 9\frac{3}{8} \\ 12 \cdot 2\frac{3}{4} & 2\frac{4}{5} \cdot 3\frac{1}{2} & \frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{5} & 8\frac{3}{5} \cdot \frac{8}{9} \\ 15 \cdot 16\frac{4}{5} & 1\frac{11}{15} \cdot 2\frac{2}{9} & \frac{3}{7} \cdot 5\frac{5}{8} \cdot 100. & 19\frac{2}{3} \cdot 9\frac{5}{8} \\ e) 18 \cdot 7\frac{7}{9} & f) 3\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{10} \cdot 2\frac{4}{5} \\ 15\frac{5}{8} \cdot 7\frac{3}{5} & 3\frac{8}{13} \cdot 8\frac{1}{9} \cdot 7\frac{1}{9} \\ 21\frac{3}{4} \cdot 12\frac{1}{3} & 6\frac{9}{16} \cdot 12\frac{4}{9} \cdot 12\frac{1}{7} \end{array}$$

3. Pomnoži $\frac{2}{9} + \frac{7}{15} - \frac{1}{2}$ s $7\frac{1}{2}$.

4. Pomnoži $3\frac{1}{2} + 9\frac{1}{3} - 8\frac{3}{4}$ s $5\frac{1}{7} + \frac{1}{3} - 4\frac{19}{21}$.

5. Za koliko je produkt ulomkov $\frac{3}{4}$ in $\frac{2}{3}$ manjši nego vsak faktor?

6. Za koliko je produkt ulomkov $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ in $\frac{4}{5}$ manjši od njih vsote?

7. Izračunaj produkte naslednjih ulomkov, ki so po svoji vrednosti dekadične enote:

$$\begin{array}{lll} a) \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}, & b) \frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{10}, & c) \frac{1}{1000} \cdot 10, \\ \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{10}, & \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{1000}, & 100 \cdot \frac{1}{1000}, \\ \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100}, & 100 \cdot \frac{1}{10}, & 100 \cdot \frac{1}{100}. \end{array}$$

8. Izračunaj sledeče produkte:

$$\begin{array}{lll} a) 2 d \cdot 3 d, & b) 3 d \cdot 2 s, & c) 8 T \cdot 3 d, \\ 7 D \cdot 3 d, & 4 D \cdot 2 s, & 6 S \cdot 2 d, \\ 2 s \cdot 4 s; & 2 D \cdot 3 t; & 3 Dt \cdot 4 st. \end{array}$$

9. 1680 ($385\frac{1}{5}$) K je treba razdeliti med tri osebe tako, da dobi A $\frac{2}{9}$ ($\frac{3}{10}$), B $\frac{3}{8}$ ($\frac{1}{4}$), C pa ostanek; koliko dobi vsaka oseba?

10. A ima $45\frac{3}{5}$ K, B $2\frac{1}{3}$ krat toliko kakor A , C $1\frac{1}{7}$ krat toliko kakor B in D $\frac{3}{8}$ krat toliko kakor C ; a) koliko denarja ima vsak, b) koliko vsi skupaj?

11. Z blagom napolnjen zaboj tehta $328\frac{3}{4}$ kg, zaboj sam $24\frac{3}{5}$ kg; koliko je vredno blago, ako se računa kilogram po $4\frac{1}{5}$ K?

12. Trгоvec skupi na dan povprečno $34\frac{16}{25}$ K; a) koliko v 1 mesecu, b) v $8\frac{1}{3}$ meseca, c) v $\frac{5}{6}$ leta?

13. Krčmar zmeša $7\frac{7}{25}$ hl vina po $32\frac{3}{5}$ K, $6\frac{1}{4}$ hl po $37\frac{1}{2}$ K in 9 hl po $29\frac{1}{2}$ K; koliko je vredno zmešano vino?

14. Dve cevi polnita vodnjak; prva napolni v 1 uri $\frac{1}{27}$, druga pa $\frac{5}{21}$ praznega vodnjaka. Koliki del vodnjaka se napolni, ako je prva cev odprta $3\frac{1}{6}$ ure, druga pa $2\frac{2}{3}$ ure?

§ 35. Deljenje z ulomkom.

Kvocient $\frac{3}{4} : \frac{5}{7}$ določimo v zmislu merjenja. Ulomke pretvorimo na osemindvajsetine in dobimo, da je $\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = 3 \cdot 7$ osemindvajsetin: $: 4 \cdot 5$ osemindvajsetin $= 3 \cdot 7 : 4 \cdot 5 = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5}$ (§ 34.) $= \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5}$. Deljenje se je izpremenilo v množenje; multiplikand je prejšnji dividend, multiplikator je pa ulomek, ki nastane, ako zameniш v prejšnjem divizorju števec in imenoalec med seboj. Multiplikator, pravimo, ima obratno ali reciprokno vrednost prejšnjega divizorja. Tako so reciprokne vrednosti števil $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{4}$, $7 = \frac{7}{1}$ po redu $\frac{5}{2}$, $\frac{4}{1} = 4$, $\frac{1}{7}$. Kako deliš z ulomkom.

Ker je $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2} = 1$, $\frac{1}{4} \cdot 4 = 1$, $7 \cdot \frac{1}{7} = 1$, velja:

Vsako število, pomnoženo s svojo reciprokno vrednostjo, dá za produkt 1.

Število deliš z ulomkom, ako pomnožiш dividend z divizorjevo reciprokno vrednostjo.

Mešana števila pretvoriш pred delitvijo v neprave ulomke. N. pr.: Kako deliš mešano število z mešanim številom.

$$2\frac{1}{3} : 1\frac{1}{2} = \frac{7}{3} : \frac{3}{2} = \frac{7}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{14}{9} = 1\frac{5}{9}.$$

Naloge.

1. Izračunaj sledeče kvociente in napravi preizkus:

a) $12 : \frac{1}{3},$	b) $36 : \frac{4}{5},$	c) $28 : \frac{21}{22},$
$15 : \frac{3}{4},$	$56 : \frac{14}{15},$	$45 : \frac{15}{16},$
$42 : \frac{7}{10};$	$18 : \frac{6}{7};$	$504 : \frac{5}{8};$
d) $\frac{2}{5} : \frac{3}{4},$	e) $\frac{15}{16} : \frac{5}{8},$	f) $\frac{27}{55} : \frac{9}{11},$
$\frac{4}{9} : \frac{3}{8},$	$\frac{16}{27} : \frac{4}{9},$	$\frac{48}{125} : \frac{72}{225},$
$\frac{5}{12} : \frac{4}{7},$	$\frac{18}{35} : \frac{6}{7},$	$\frac{25}{48} : \frac{15}{32}.$

2. Izračunaj ravno tako:

$$\begin{array}{lll}
 a) & 11 : 3\frac{2}{3}, & b) & 18 : 5\frac{1}{4}, & c) & 35 : 30\frac{5}{6}, \\
 & 25 : 4\frac{1}{6}, & & 5 : 3\frac{1}{3}, & & 8 : 3\frac{1}{4}, \\
 & 13 : 4\frac{1}{3}, & & 14 : 9\frac{1}{2}, & & 44 : 6\frac{7}{8}, \\
 d) & 5\frac{1}{3} : 2\frac{1}{4}, & e) & 45\frac{5}{8} : 15\frac{1}{2}, & f) & 92\frac{1}{3} : 2\frac{6}{7}, \\
 & 8\frac{3}{5} : 3\frac{2}{5}, & & 18\frac{7}{15} : 3\frac{3}{10}, & & 25\frac{7}{9} : 15\frac{1}{18}, \\
 & 15\frac{1}{2} : 16\frac{1}{3}, & & 7\frac{3}{8} : 3\frac{11}{20}, & & 1\frac{8}{35} : 1\frac{5}{70}.
 \end{array}$$

3. Določi kvociente sledečih dekadičnih enot:

$$\begin{array}{lll}
 a) & \frac{1}{100} : \frac{1}{10}, & b) & \frac{1}{1000} : \frac{1}{100}, & c) & \frac{1}{10} : 100, \\
 & \frac{1}{100} : \frac{1}{1000}, & & 10 : \frac{1}{10}, & & \frac{1}{100} : 100, \\
 & \frac{1}{1000} : \frac{1}{10}, & & 100 : \frac{1}{100}, & & \frac{1}{1000} : 10.
 \end{array}$$

4. Izračunaj naslednje kvociente:

$$\begin{array}{lll}
 a) & 6 D : 2 d, & b) & 4 E : 2 s, & c) & 4 s : 2 t, \\
 & 9 D : 3 s, & & 6 t : 3 d, & & 8 dt : 2 t, \\
 & 8 d : 2 t; & & 8 dt : 4 s; & & 9 st : 3 t.
 \end{array}$$

5. Kolikokrat se nahaja a) $5\frac{5}{19} \text{ v } \frac{8}{15} - \frac{3}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{3} + 1\frac{1}{24}$;
 b) $7\frac{3}{4} - 3\frac{1}{6} \text{ v } 37\frac{3}{5} + 18\frac{1}{3} - 13\frac{1}{2}$?

6. $\frac{7}{10} (\frac{3}{4}) \text{ hl}$ vina velja $36\frac{2}{5} (31\frac{1}{2}) \text{ K}$; koliko 1 hl?

7. Nekdo potrebuje na dan $1\frac{4}{5} \text{ K}$; koliko dnij bo izhajal s 45 K?

8. Glava sladkorja tehta $9\frac{1}{2} \text{ kg}$ in velja $11\frac{3}{5} \text{ K}$; po čem je 1 kg?

9. Koliko velja 1 hl vina, ako kupiš $12\frac{1}{2} \text{ hl}$ za $537\frac{1}{2} \text{ K}$?

10. Trgovec ima pri prodaji nekega blaga $25\frac{3}{4} (12\frac{1}{2}) \text{ K}$ dobička, in sicer pri vsakem kilogramu $\frac{1}{10} (\frac{4}{25}) \text{ K}$; koliko kilogramov je prodal?

11. Sel prehodi v 1 uri $4\frac{1}{6} \text{ km}$; v koliko urah prehodi 225 km?

12. $33\frac{3}{5} (229\frac{1}{4}) \text{ K}$ se razdeli med več oseb tako, da dobi vsaka po $1\frac{3}{25} (9\frac{1}{10}) \text{ K}$; koliko je oseb?

13. Ako velja $3\frac{1}{2} \text{ q}$ nekega blaga $29\frac{3}{4} \text{ K}$, koliko je treba plačati za $5\frac{2}{5} \text{ q}$?

14. Bala bombaža tehta 150 kg in velja $392\frac{7}{10} \text{ K}$; koliko velja 1 q bombaža, ako znaša tara $9\frac{3}{4} \text{ kg}$?

15. Vinotržec kupi $15\frac{3}{4} \text{ hl}$ vina po $50\frac{3}{4} \text{ K}$ in proda to vino z dobičkom $102\frac{3}{8} \text{ K}$; po čem je prodal hektoliter?

16. Od neke vsote dobi A $\frac{3}{8}$, B $\frac{1}{5}$, C $\frac{1}{4}$ in D ostanek. Če je A dobil 528 K, koliko je dobil vsak izmed ostalih? (Koliko je bila vsota, ki se je razdelila?)

17. Krčmar kupi $15\frac{3}{5}$ hl vina po $40\frac{2}{5}$ K in $8\frac{2}{5}$ hl po $33\frac{1}{10}$ K; koliko ga stane povprečno 1 hl?

18. Vodnjak drži $3472\frac{3}{5}$ hl in se dá napolniti po neki cevi v $5\frac{3}{4}$ ure. Koliko hektolitrov vode dá cev v 1 uri? Koliko hektolitrov še manjka, da ni vodnjak poln, ako je cev odprta $3\frac{1}{3}$ ure?

19. Petero kotov meri posamič $65^{\circ} 27\frac{3}{4}'$, $148^{\circ} 51\frac{4}{15}'$, $92^{\circ} 32\frac{3}{4}'$, $185^{\circ} 29\frac{1}{5}'$ in $47^{\circ} 38\frac{7}{12}'$; kolika je njih vsota?

20. Trгоvec proda tri vreče riža za $32\frac{2}{5}$ K, $41\frac{12}{25}$ K in $28\frac{3}{4}$ K. Pri prvi vreči ima $3\frac{1}{2}$ K dobička, pri drugi $3\frac{7}{10}$ K in pri tretji $2\frac{4}{5}$ K. Za koliko je kupil ves riž? (2 načina.)

21. Za 1 K dobiš $\frac{3}{4}$ m; koliko za $\frac{18}{5}$ K?

22. Ako velja $\frac{7}{8}$ m nekega blaga $3\frac{1}{2}$ K; koliko velja $8\frac{3}{4}$ m?

23. Trгоvec proda na dan povprečno $47\frac{1}{2}$ kg sladkorja; koliko dni bo izhajal z $807\frac{1}{2}$ kg?

24. Kaj je bolje kupiti $8\frac{9}{10}$ kg nekega blaga za $16\frac{1}{5}$ K ali pa $10\frac{3}{4}$ kg istega blaga za $22\frac{7}{10}$ K?

25. Rokodelec je bil $14\frac{3}{8}$ leta star, ko se je začel učiti rokodelstva; po $4\frac{1}{3}$ leta je postal pomagač in $8\frac{7}{12}$ leta pozneje mojster. Koliko let je doživel, ako je bil $35\frac{5}{7}$ leta mojster?

26. A ima na mesec $265\frac{2}{5}$ K plače in izda na dan povprečno $6\frac{17}{20}$ K; koliko si prihrani v 1 letu?

27. Nekdo kupi za $51\frac{13}{25}$ K sladkorja in kave, in sicer vsakega za polovico denarja; koliko dobi sladkorja in koliko kave, ako velja kilogram sladkorja $\frac{23}{5}$ K in kilogram kave $3\frac{17}{25}$ K?

28. $847\frac{1}{5}$ K je treba razdeliti med tri osebe tako, da dobi A 3 dele, B 4 istoliike dele in C pet takih delov; koliko dobi vsaka oseba?

29. Nekdo dá izkopati 8 m globok vodnjak, ter plača za prvi meter $3\frac{3}{4}$ K in za vsak naslednji meter $\frac{4}{5}$ K več ko za prejšnjega; koliko mora plačati za izkopavanje vodnjaka?

30. Posestnik kupi $8\frac{1}{2}$ ha njiv po $1722\frac{4}{5}$ K, $3\frac{3}{4}$ ha travnikov po $1097\frac{1}{2}$ K in $17\frac{1}{8}$ ha gozda po 874 K; koliko mu je plačati?

31. Posoda drži $4\frac{3}{5}$ l; kolikokrat se dá napolniti iz soda, ki drži 6 hl $15\frac{1}{4}$ l?

32. Nekdo kupi $45\frac{2}{3}$ m blaga po $8\frac{2}{5}$ K; po čem mora prodajati meter, da bo imel $54\frac{4}{5}$ K dobička?

33. Trгоvec ima $1126\frac{7}{10}$ kg kave; koliko mu je še ostane, ako je odproda $252\frac{1}{2}$ kg, $87\frac{3}{4}$ kg, 148 kg in $320\frac{2}{5}$ kg?

34. Vodnjak drži $5823\frac{1}{2}$ hl in se dá napolniti po neki cevi v 5 urah, po drugi pa izprazniti v 6 urah. Ko je vodnjak napolnjen do polovice, se odpreta obe cevi; v koliko urah bo zdaj vodnjak poln? (Koliko vode priteče, koliko odteče v 1 uri? Koliko hektolitrov vode ostane v vodnjaku v 1 uri?)

35. 2952 K je treba razdeliti med štiri osebe tako, da dobi $A \frac{1}{3}$, $B \frac{3}{10}$, $C \frac{7}{30}$ in D ostanek; koliko dobi vsaka oseba?

36. Ena cev napolni vodnjak v 3, druga v 4 urah; v koliko urah bo vodnjak poln, ako ste odprti obe cevi?

37. Za koliko se izpremeni ulomek $\frac{3}{4}\frac{7}{8}$, a) ako prišteješ števcu in imenovalcu 8, b) ako odšteješ od števca in imenovalca 8?

38. Krčmar kupi $5\frac{3}{4}$ hl vina po $40\frac{2}{5}$ K in $2\frac{1}{2}$ hl po $54\frac{3}{5}$ K, zmeša oboje in prodaja liter po 64 h. Koliko ima dobička?

39. Trгоvec dobi 3 zaboje blaga, ki tehtajo posamič $97\frac{3}{4}$ kg, $115\frac{2}{5}$ kg in $118\frac{1}{8}$ kg; tare je $15\frac{1}{8}$ kg, $17\frac{1}{4}$ kg in $13\frac{3}{5}$ kg. Po čem je plačal kilogram, ako velja vse blago $2139\frac{3}{4}$ K?

40. Neka cev napolni vodnjak v 15 urah, druga v 12 urah, tretja pa ga izprazni v 10 urah; v koliko urah bo prazen vodnjak napolnjen, ako se odpro vse tri cevi?

§ 36. Pretvarjanje navadnih ulomkov v decimalne ulomke.

Kako pretvoríš navaden ulomek v decimalnega. Da pretvorimo navadni ulomek $\frac{3}{8}$ v decimalnega, ga smatramo (§ 34.) za kvocient $3 : 8 = 3 \cdot 000 : 8 = 0 \cdot 375$ in dobimo, da je $\frac{3}{8} = 0 \cdot 375$.

Navaden ulomek pretvoriš v decimalnega s tem, da deliš števec z imenovalcem in izračunaš kvocient v obliki decimalnega ulomka.

Navadni ulomek $\frac{3}{8}$ lahko pretvorimo v njemu popolnoma enakovreden decimalni ulomek $0 \cdot 375$, ker pri deljenju $3 \cdot 000 : 8$ ne dobimo delitvenega ostanka (končen decimalni ulomek). Če pa delež števec z imenovalcem ne pridemo do ostanka 0, je izračunani decimalni ulomek le približno enakovreden decimalnemu ulomku, in to tem približneje, čim več decimalk izračunamo (brezkončen decimalni ulomek). N. pr.:

Končen decimalni ulomek = endlicher Dezimalbruch.	$\frac{47}{111} = 470 : 111 = 0 \cdot 4234 \dots$	ali $\frac{15}{22} = 150 : 22 = 0 \cdot 6818 \dots$
Brezkončen decimalni ulomek = unendlicher Dezimalbruch.	260	180
	380	40
	470	180
	26	

Ker je vsak ostanek manjši od divizorja, se morajo ponavljati po nekoliko delitvah ostanki in istotako tudi številke v kvocientu. Decimalni ulomek, ki se v njem ponavlja ena ali več števil v istem redu, se imenuje povraten ali periodičen decimalni ulomek, vrsta povračajočih se števil se zove povračaj ali perioda. V ulomku $0\cdot4234\dots$ je perioda 423, v ulomku $0\cdot6818\dots$ pa 81. Periodo zapišemo navadno le enkrat, a zaznamujemo nje prvo in zadnjo številko tako, da postavimo piko nad vsako. N. pr.:

$$\frac{47}{111} = 0\cdot42\dot{3}, \quad \frac{15}{22} = 0\cdot6\dot{8}1.$$

Decimalen ulomek, ki se v njem ponavljajo vse decimalke, se imenuje čisto periodičen decimalni ulomek, n. pr. $0\cdot4\dot{2}\dot{3}$; decimalen ulomek pa, ki ima pred periodo decimalke, ki se ne ponavljajo, se zove nečisto periodičen decimalni ulomek, n. pr. $0\cdot6\dot{8}1$.

Naloge.

1. Pretvori sledeče navadne ulomke v decimalne:

$$a) \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{9}{16}, \frac{17}{25}, \frac{11}{32}, \frac{111}{125}, \frac{7}{250}, \frac{67}{64}, \frac{8237}{6250};$$

$$b) \frac{2}{3}, \frac{4}{7}, \frac{7}{9}, \frac{9}{11}, \frac{40}{33}, \frac{53}{37}, \frac{80}{81}, \frac{428}{101}, \frac{117}{241};$$

$$c) \frac{17}{36}, \frac{27}{44}, \frac{13}{105}, \frac{49}{54}, \frac{51}{88}, \frac{93}{112}, \frac{21}{136}.$$

2. Izračunaj:

$$a) \frac{24}{5} + 3\cdot7,$$

$$b) 1\cdot68 \cdot \frac{3}{4},$$

$$c) 3\cdot43 : \frac{7}{8},$$

$$\frac{73}{4} - 2\cdot05,$$

$$2\cdot751 \cdot \frac{3}{5},$$

$$\frac{213}{5} : 2\cdot7,$$

$$6\cdot072 - 3\cdot\frac{7}{25};$$

$$8\frac{13}{40} \cdot 5\cdot2;$$

$$0\cdot34 : \frac{25}{32}.$$

§ 37. Pretvarjanje decimalnih ulomkov v navadne ulomke.

Končen decimalni ulomek pretvoriš v navadnega, ako izraziš njegovo vrednost v enotah najnižjega reda in napišeš to vrednost v obliki navadnega ulomka. N. pr. $0\cdot375 = 375 t = \frac{375}{1000} = \frac{375}{1000} \stackrel{25}{=} \frac{15}{40} \stackrel{5}{=} \frac{3}{8}$.

Ako hočeš pretvoriti periodičen decimalni ulomek, n. pr. $0\cdot6\dot{8}1$ v navadnega, pomnoži ga z 10, 100, 1000... tako, da pride decimalna pika prvič za periodo, drugič pred periodo in odštej drugo vrednost od prve. Ker odpadejo z odštevanjem vse decimalke, dobiš razliko popolnoma natančno. Sklepaš pa tako-le:

$$1000\text{kratni ulomek} = 681\cdot8181\dots$$

$$10\text{kratni ulomek} = 6\cdot8181\dots$$

$$990\text{kratni ulomek} = 675,$$

$$\text{enkratni ulomek} = \frac{675}{990} = \frac{9}{110} = \frac{5}{22}.$$

Periodičen decimalni ulomek = periodischer Dezimalbruch.

Perioda = die Periode.

Čisto periodičen decimalni ulomek = rein periodischer Dezimalbruch.

Nečisto periodičen decimalni ulomek = gemischt-periodischer Dezimalbruch.

Pri pretvarjanju čisto periodičnega decimalnega ulomka, n. pr. $0\cdot42\bar{3}$ odpade drugo množenje in sklepaš tako-le:

$$\begin{array}{rcl} 1000\text{kratni ulomek} & = & 423\cdot423423 \dots \\ 1\text{kratni ulomek} & = & 0\cdot423423 \dots \\ \hline 999\text{kratni ulomek} & = & 423, \\ \text{enkratni ulomek} & = & \frac{423}{999} = \frac{47}{111}. \end{array}$$

Naloge.

1. Pretvori sledeče decimalne ulomke v navadne:

a) $0\cdot25$, $0\cdot27\bar{5}$, $1\cdot016$, $0\cdot064$, $3\cdot162\bar{5}$, $1\cdot049\bar{6}$;

b) $0\cdot\bar{5}$, $0\cdot\bar{7}2$, $0\cdot\bar{5}04$, $3\cdot\bar{9}36$, $2\cdot\bar{0}234$, $1\cdot\bar{4}11\bar{3}$;

c) $0\cdot8\bar{3}$, $0\cdot4\bar{8}$, $0\cdot42\bar{6}$, $0\cdot30\bar{6}$, $0\cdot57\bar{2}7$, $3\cdot20\bar{2}7$.

2. Izračunaj:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & 5\cdot\bar{3} + 2\cdot\bar{2}7, & \text{b)} \quad 6\cdot\bar{4} \cdot 5\cdot\bar{2}7, & \text{c)} \quad 1\cdot\bar{0}74 : 2\cdot\bar{1}5, \\ & 9\cdot\bar{6}3 - 2\cdot05, & 2\cdot\bar{1}3 \cdot 0\cdot6, & 2\cdot\bar{4} : 1\cdot\bar{1}5, \\ & 8\cdot\bar{0}37 - 5\cdot\bar{1}8; & 0\cdot8 \cdot 0\cdot48; & 1\cdot06 : 0\cdot42\bar{6}. \end{array}$$

(Pretvori periodične decimalne ulomke v navadne in izvrši račune s temi!)

Sklepni računi.

§ 38. Sorazmerne količine.

Odvisne
količine =
abhängige
Größen.

Ako stane 6 *m* blaga 24 K, stane 12 *m* 48 K, 18 *m* 72 K, 3 *m* stanejo 12 K, 2 *m* staneta 8 K, 1 *m* stane 4 K. Tu imamo dve vrsti količin: množino blaga in vrednost njegovo; vsaka izprememba ene količine povzroči izpremembo druge količine. O takih količinah pravimo, da so med seboj odvisne.

Premo
sorazmerne
količine =
gerade pro-
portionale
Größen.

Medsebojna odvisnost količin more biti raznovrstna. O dveh količinah, ki sta med seboj tako odvisni, da pripada dvojni, trojni, četverni prvi količini tudi dvojna, trojna, četverna druga količina in ravno tako polovici, tretjini, četrtni prve količine tudi polovica, tretjina, četrtna druge količine, pravimo, da sta premo ali direktno sorazmerni. Premo sorazmerne količine so tedaj: množina blaga in njegova vrednost, število delavcev in njih zaslužek, število delavcev in delo, ki ga store, glavica in obresti, čas in obresti, kvadratova stranica in njegov obseg, krogov polumer in njegov obod, lok in obsrediščni kot v enakih krogih.

Samo ob sebi je umevno in za pravilnost računa potrebno, da ostanejo vse druge okoliščine neizpremenjene, t. j. da velja en meter ravno toliko kakor drugi, da zasluži in stori en delavec ravno toliko kakor drugi v istem času itd.

Ako kupiš večjo množino blaga skupaj, se računa blago časih ceneje, kakor če kupiš malo blaga. N. pr.: Žemlja velja 4 h, 3 žemlje pa 10 h. Tu pripada trojni prvi količini pač večja druga količina, a ne natanko trojna. Tudi te količine so med seboj odvisne, vendar niso premo sorazmerne. Take količine so tudi: kvadratova stranica in njegova ploščina, kockin rob in njena prostornina, tetiva in k njej spadajoči lok, oziroma obsrediščni kot v enakih krogih, starost in visokost, oziroma debelost drevesnih debel.

Ako pokosi 6 koscev travnik v 12 urah, pokosi isti travnik 12 koscev v 6, 18 koscev v 4 urah; 3 kosci ga pokose v 24 in 2 kosca ga pokosita v 36 urah. Tudi v tem slučaju imamo dve vrsti količin, število koscev in število ur, ki sta med seboj odvisni. Vendar pripada dvojni, trojni prvi količini le polovica, tretjina druge količine, polovici, tretjini prve količine pa dvojna, trojna druga količina. O dveh tako med seboj odvisnih količinah pravimo, da sta obratno ali inverzno sorazmerni. Obratno sorazmerne količine so: število delavcev in za isto delo porabljeni čas; dolžina in število korakov, ki jih napravimo, da prehodimo isto pot; dnevni izdatek in število dnij, ki izhajamo z istim imetkom; število dnij in oseb, ki izhajajo z istim živežem; enotna cena in število enot, ki jih kupimo z istim denarjem; dva faktorja, ki tvorita isti produkt; imenovalec in ulomkova vrednost pri istem števcu itd.

Tudi v teh slučajih je za pravilnost računa potrebno, da ostanejo vse druge okoliščine neizpremenjene, t. j. da napravi n. pr. vsak delavec v istem času enako delo, da so koraki, dnevni izdatki itd. med seboj enaki.

Nekatere količine so sicer tudi med seboj tako odvisne, da pripada večji prvi količini manjša druga količina in nasprotno; ne pripada pa dvojni prvi količini ravno polovica druge količine. O takih količinah ne moremo reči, da so obratno sorazmerne. Količine te vrste so: tetiva in nje središčna razdalja v enakih krogih; kateta in njej priležni kot pri isti hipotenuzi itd.

V sklepnih računih se pečamo le s premo in obratno sorazmernimi količinami. Sorazmernost dveh količin pa spoznamo, ako poizkusimo, če res pripada dvojni, trojni prvi količini tudi dvojna, trojna druga količina, oziroma le polovica, tretjina druge količine.

Obratno
sorazmerne
količine =
umgekehrt
proportio-
nale
Größen.

§ 39. Enostavni sklepni račun.

Naloga. a) Ako velja 6 *m* blaga 24 K, koliko velja 7 *m* istega blaga? Da razrešiš nalogo, sklepaš tako-le: 6 *m* velja 24 K, 1 *m* je šestina od 6 *m*, velja tudi šestino od 24 K, t. j. 4 K; 7 *m* je 7krat 1 *m*, 7 *m* velja 7krat toliko kakor 1 *m*, t. j. 7 krat 4 K = 28 K.

b) Ako pokosi 10 koscev travnik v 12 urah, koliko koscev pokosi isti travnik v 5 urah? Tu sklepaš: 12 ur rabi 10 koscev. 1 uro, t. j. dvanajstino od 12 ur, rabi 12krat 10 koscev, t. j. 120; 5 ur, t. j. 5krat 1 uro, rabi le petina od 120 koscev, t. j. 24 koscev.

Enostavni
sklepni
račun — die
einfache
Schluß-
rechnung.

Ta način razreševanja nalog imenujemo enostavni sklepni račun. Ker izračunamo v teh nalogah iz treh določenih količin (6 *m*, 24 K, 7 *m* — 10 koscev, 12 ur, 5 ur) neznano četrto količino, imenujemo te naloge tudi enostavne regeldetrijske naloge (regeldetrija, regula de tribus).

Pogojni
stavek = der
Bedingungs-
satz.
Vprašalni
stavek = der
Fragensatz.

Vsaka regeldetrijska naloga je sestavljena iz dveh stavkov, iz pogojnega in vprašalnega stavka, ali se vsaj dá razstaviti na taka dva stavka. V pogojnem stavku sta določeni obe odvisni količini, ki pripadata druga drugi (6 *m* in 24 K, 10 koscev in 12 ur); v vprašalnem stavku je določena le ena količina, drugo njej pripadajočo količino je treba poiskati (7 *m* in *x* K, 5 ur in *x* koscev).

Neznano količino zaznamujemo s črko *x*.

Regeldetrijske naloge razrešujemo vobče tako, da napišemo pod kratki podatek pogojnega stavka istotaki podatek vprašalnega stavka, in sicer istovrstne količine drugo pod drugo, ter sklepamo od one količine pogojnega stavka, ki pod njo stoji znana količina vprašalnega stavka, na enoto, od nje pa na znano količino v vprašalnem stavku, sproti določujoč drugo količino, ki pripada izpremenjeni prvi količini.

Prejšnji nalogi napišemo in razrešimo tako-le:

$$\begin{array}{ll} \text{a) Pogojni stavek:} & 6 \text{ } m \qquad 24 \text{ } K \\ \text{Vprašalni stavek:} & 7 \text{ } m \qquad x \text{ } K \\ & \hline & 7 \text{ } m \qquad \frac{24 \text{ } K}{6} \cdot 7 = 28 \text{ } K. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{b) Pogojni stavek:} & 10 \text{ koscev} \qquad 12 \text{ ur} \\ \text{Vprašalni stavek:} & x \text{ koscev} \qquad 5 \text{ ur} \\ & \hline & \frac{10 \text{ koscev} \cdot 12}{5} = 24 \text{ koscev } 5 \text{ ur.} \end{array}$$

V posebnih slučajih skrajšamo račun v toliko, da ne sklepamo na enoto, ampak takoj na zahtevano količino v vprašalnem stavku, ali pa kvečjemu na kako skupno mero znanih istovrstnih količin.

c) 7 kg blaga stane 5 K; koliko stane 21 kg istega blaga?

Pogojni stavek:	7 kg	5 K
Vprašalni stavek:	21 kg	x K
	21 kg	5 K · 3 = 15 K.

Ker je 21 kg 3krat 7 kg, stane 21 kg 3krat 5 K, t. j. 15 K.

d) 32 delavcev napravi neko delo v 7 dneh; koliko dni rabi za isto delo 8 delavcev?

Pogojni stavek:	32 delavcev	7 dni
Vprašalni stavek:	8 delavcev	x dni
	8 delavcev	7 dni · 4 = 28 dni.

Ker je 8 delavcev le četrtina od 32 delavcev, rabi 8 delavcev za isto delo štirikrat 7 dni, t. j. 28 dni.

e) Ako razdeliš neko vsoto denarja med 36 revežev, dobi vsak 1 K 50 h; med koliko revežev moraš razdeliti isto vsoto, da dobi vsak 2 K 25 h?

Pogojni stavek:	36 revežev	150 h
Vprašalni stavek:	x revežev	225 h
	72 revežev	75 h
	24 revežev	225 h

Tu sklepaš na 75 h = M (150 h, 225 h). Ker je 75 h le polovica od 150 h, razdeliš isto vsoto med dvakrat toliko revežev, t. j. 72; ako pa dobi vsak 225 h, t. j. 3krat 75 h, razdeliš isto vsoto le med tretjino revežev, t. j. 24.

f) Koliko stane 42 l vina, ako stane 20 l istega vina 9 K? Ker je $42 \text{ l} = 20 \text{ l} \cdot 2 + 2 \text{ l}$, sklepaš:

40 l stane	9 K · 2 =	18 K
2 l staneta	9 K : 10 =	0·9 K
42 l stane		18·9 K

Ta način sklepnega računa se uporabi le pri premo sorazmernih količinah in tudi tu le tedaj uspešno, ako se dá razdeliti znana količina vprašalnega stavka v take sumande, da jim je lahko določiti pripadajoče neznane količine („Welsche Praktik“).

Naloge.

1. 5 *m* blaga velja 16 K; koliko 3 *m*?
2. 6 *l* vina velja 3 K; koliko litrov ga dobiš za 5 K?
3. 17 delavcev dovrši neko delo v 3 dneh; v koliko dneh dovrši isto delo 6 delavcev?
4. 7 oseb izhaja z nekim živežem 12 dnij; koliko oseb izhaja z istim živežem 21 dnij?
5. Popotnik prehodi v 4 urah 19 *km*; koliko v 7 urah?
6. 9 delavcev zasluži na dan 27 K; koliko delavcev zasluži na dan 60 K?
7. Pisar prepiše rokopis v $5\frac{1}{2}$ dneva, ako dela na dan po 12 ur; koliko dnij potrebuje za isto delo, ako dela na dan 11 ur?
8. 12 koscev pokosi travnik v 5 dneh; koliko koscev pokosi isti travnik v 6 dneh?
9. 30 *m* sukna tehta $7\frac{3}{4}$ *kg*; koliko metrov tehta $67\frac{1}{6}$ *kg*?
10. Voznik dobi 174 K, da pelje 58 *q* blaga iz kraja A v kraj B; koliko blaga bo peljal isto pot za 216 K?
11. Da prehodiš gotovo pot, napraviš 3600 korakov, 75 *cm* dolgih; koliko 60 *cm* dolgih korakov napraviš na isti poti?
12. 5 *m* blaga stane 21 K; koliko stane 31 *m* istega blaga?
13. Iz neke cevi priteče v 11 minutah 308 *l* vode; v koliko minutah priteče iz iste cevi 980 *l* vode?
14. Sel potuje $8\frac{1}{2}$ dneva ter prehodi na dan $43\frac{2}{5}$ *km*; koliko kilometrov mora na dan prehoditi, če hoče napraviti isto pot v 7 dneh?
15. $7\frac{1}{2}$ *q* blaga velja $18\frac{3}{4}$ K; a) koliko velja $3\frac{3}{4}$ *q*? b) koliko metrskih stotov dobiš za $38\frac{3}{4}$ K?
16. Za obleko je treba 3 *m* 3 *dm* sukna, ki je 140 *cm* široko; koliko metrov sukna potrebuješ za isto obleko, ako je sukno 120 *cm* široko?
17. Koliko steklenic vina po 1·2 K dobiš za 50 steklenic po 1·44 K?
18. Na obsegu nekega kolesa je 308 (60) zobcev, ki so po 25 ($8\frac{1}{2}$) *mm* oddaljeni drug od drugega; koliko zobcev bi bilo na istem kolesu, ako bi bili po 28 ($10\frac{1}{5}$) *mm* narazen?
19. Na njivi, ki meri $6\frac{2}{3}$ *ha*, prideláš $68\frac{1}{2}$ *hl* žita; kolik je pridelek na drugi enako dobri njivi, ki meri $13\frac{1}{3}$ *ha*?
20. Trгоvec zasluži pri prodaji 45 *kg* blaga $3\frac{3}{5}$ K; koliko pri $37\frac{1}{2}$ *kg*?

21. Enakomerno napeta cesta se vzdigne na $20\frac{3}{4}$ km za $49\frac{4}{5}$ m; za koliko se vzdigne na $2\frac{1}{4}$ km?

22. Kolo se zavrti v 27 minutah 2295krat; a) kolikokrat se zavrti kolo v 10 minutah? b) v koliko minutah se zavrti 3655krat?

23. Za 17 K kupiš $14\frac{1}{2}$ kg blaga; koliko ga dobiš a) za 68 K, b) za 8 K 50 h?

24. 18 delavcev dovrši neko delo v 7 dneh; v katerem času dovrši isto delo a) 6 delavcev, b) 54 delavcev?

25. 9 kg riža velja 5·40 K; koliko velja a) 72 kg, b) 3 kg?

26. 6 oseb izhaja z nekim živežem 135 dni; koliko časa izhaja z istim živežem a) 54 oseb, b) 3 osebe?

27. 25 m platna tehta 3 kg; koliko metrov platna tehta a) 12 kg, b) 60 dkg?

28. Popotnik prehodi 7 km v 1 uri 25 minutah; koliko kilometrov prehodi a) v 17 minutah, b) v 4 urah 15 minutah?

29. Za 20 K dobiš 7 m 6 dm blaga; koliko blaga dobiš za 65 K?

30. Za določeno plačilo pelje voznik 39 q blaga $17\frac{3}{4}$ km daleč; kako daleč pelje za isto plačilo $6\frac{1}{2}$ q?

31. Travnik meri $10\frac{1}{5}$ a; koliko je vreden, ako se računa ar po 25 K?

32. Voznik pelje tovor 195 km daleč za 113 K 20 h; a) koliko znaša voznina za $48\frac{3}{4}$ km? b) kako daleč pelje voznik isti tovor za 14 K 15 h?

33. Sprednje kolo na vozu se zavrti 70krat v istem času, ko se zavrti zadnje 65krat; kolikokrat se zavrti zadnje kolo, med tem ko se zavrti sprednje 840krat?

34. Mlin zmelje v 8 urah 75 hl rži; a) koliko v 4 urah, b) v koliko urah zmelje 225 hl?

35. 8 delavcev zasluži na teden 272 K; koliko zasluži v istem času 20 delavcev?

36. 54 zidarjev sezida neki zid v 16 dneh; a) koliko dni potrebuje za isto delo 72 zidarjev? b) koliko zidarjev sezida isti zid v 24 dneh?

37. Za 24 q blaga znaša voznina 15·12 K; kolika je voznina za 36 q?

38. Za neko knjigo je treba 24 pól papirja, ako se natisne na vsako stran 50 vrst; a) koliko pól je treba, ako se natisne na vsako stran 40 vrst? b) koliko vrst mora biti na vsaki strani, da obsega knjiga 25 pól?

39. 14 *kg* blaga velja 18 K 60 h; koliko 35 *kg*?
40. A porabi v 30 dneh 85 K 60 h; koliko v 18 dneh?
41. Nekdo dovrši neko delo v 32 dneh, ako dela 9 ur na dan; koliko ur mora delati na dan, da dovrši isto delo v 24 dneh?
42. A izda na dan 4 K 80 h in izhaja z določenim denarjem 51 dnij; kako dolgo izhaja z istim denarjem, ako izda na dan 3 K 60 h?
43. Ako se razdeli določena vsota denarja med 54 oseb, dobi vsaka 720 K; koliko dobi vsaka oseba, ako se razdeli ista vsota med 48 oseb?
44. Iz neke preje natke tkalec 84 *m* platna, ki je 77 *cm* široko; koliko metrov bi natkal iz iste preje, če bi bilo platno 66 *cm* široko?
45. Njiva 12 *ha* dá na leto 1260 K haska; kolika bi morala biti njiva, da bi dala na leto 900 K haska?
46. Neki rokopis ima 144 strani in stran po 32 vrst; koliko istotako dolgih vrst mora biti na strani, da bo imel rokopis 24 strani manj?
47. A zasluži v 4 dneh toliko, kolikor B v 5 dneh; če zasluži A v 15 dneh $48\frac{3}{4}$ K; koliko zasluži B v istem času?
48. 32 delavcev izkoplje neko jamo v 25 dneh; črez 7 dni se odpusti 8 delavcev; koliko dnij bodo morali delati ostali delavci?
49. 30 delavcev dodela neko cesto v 12 tednih; od začetka je delalo 45 delavcev 6 tednov. Koliko delavcev je treba najeti, da dodelajo ostali del ceste v $4\frac{1}{2}$ tedna?
50. Na ladji je 36 mornarjev, ki imajo živeža za 60 dnij; 12 dnij potem, ko so se odpeljali, je utonilo vsled viharja 20 mož; kako dolgo izhajajo ostali mornarji z živežem, kar ga je ostalo?
51. Iz neke cevi priteče v $4\frac{1}{2}$ minute $98\frac{1}{4}$ l vode; koliko litrov priteče iz iste cevi v $45\cdot 2$ minute?
52. Koliko hektolitrov rži dobiš za $36\frac{5}{8}$ hl pšenice, ako dobiš za 3 hl pšenice $4\frac{3}{4}$ hl rži?
53. Trdnjava ima 6800 mož posadke in živeža za $6\frac{1}{2}$ meseca; koliko mož mora oditi, da bodo ostali izhajali z živežem $8\frac{1}{3}$ meseca?
54. Koliko pot preteče lokomotiva v 4 urah 24 minutah, ako preteče v 2 urah 16 minutah 69 *km* 275 *m*?
55. Konjar ima za 28 konj krme za $5\frac{2}{3}$ meseca; črez $1\frac{2}{5}$ meseca pa odproda 12 konj; koliko časa bo imel dovolj krme za ostale konje?

§ 40. Sestavljeni sklepni račun.

Naloga. 15 delavcev dovrši neko delo v 12 dneh, ako delajo 10 ur na dan; v koliko dneh dovrši isto delo 20 delavcev, ako delajo 9 ur na dan?

Sestavljeni
sklepni
račun = die
zusammen-
gesetzte
Schluß-
rechnung.

Pogojni stavek: 15 delavcev 12 dnij 10 ur

Vprašalni stavek: 20 delavcev x dnij 9 ur

Ako dovrši 15 delavcev gotovo delo pri 10urnem dnevnem delu v 12 dneh, dovrši isto delo 1 delavec, ako dela 10 ur na dan, v 15krat 12 dneh, in ako dela samo 1 uro na dan v 10 . 15 . 12 dneh, ako dela 9 ur na dan, dovrši isto delo že v devetini časa, t. j.

$\frac{10 \cdot 15 \cdot 12}{9}$ dneva; 20 delavcev pa dovrši pod enakimi pogoji isto delo v dvajsetini onega časa, t. j. $\frac{10 \cdot 15 \cdot 12}{9 \cdot 20}$ dneva = 10 dneh.

V tej nalogi imamo trojne med seboj odvisne količine: število delavcev, število dnij in število ur dnevnega dela. Vsaka je ali premo ali obratno sorazmerna drugim količinam. V pogojnem stavku so določene vse količine, v vprašalnem stavku pa je ena količina neznana in to moreš, kakor je razvidno, določiti. Način razreševanja nalog te vrste imenujemo sestavljeni sklepni račun, naloge pa sestavljene regeldetrijske naloge.

Pri razreševanju naloge sklepaš zaporedoma pri vsaki količini pogojnega stavka najprej na enoto in od te na ono množino, ki se nahaja v vprašalnem stavku; med sklepanjem nakažeš vsako množenje, oziroma deljenje. Ker ima nakazani rezultat obliko ulomljenega števila, ga okrajšaj, delež s skupno mero en faktor v števcu in en faktor v imenovalcu. Račun tudi skrajšaj tako, da ne pišeš posebej sklepov na enoto in množino, ampak množiš, oziroma deliš količino pogojnega stavka, ki pripada neznani količini vprašalnega stavka. Navedeno nalogo razrešiš tako-le:

$$x = \frac{\overset{2}{12} \overset{5}{\text{dnij}} \cdot 15 \cdot 10}{20 \cdot \underset{3}{9}} = 10 \text{ dnij.}$$

Naloge.

1. 9 delavcev zasluži v 7 dneh 234 K; koliko zasluži 14 delavcev v 11 dneh?

2. V koliko dneh zasluži 18 delavcev 529·2 K, ako zasluži 7 delavcev v 8 dneh 117·6 K?

3. 11 delavcev zasluži v 8 dneh 374 K; koliko delavcev zasluži v 7 dneh 357 K?

4. 12 delavcev dovrši neko delo v 15 dneh, ako delajo 8 ur na dan; koliko ur na dan mora delati 16 delavcev, da dovrše isto delo v 10 dneh?

5. 6 delavcev nakoplje v $5\frac{1}{2}$ dneva 165 m^3 peska; koliko kubičnih metrov peska nakoplje 7 delavcev v $10\frac{1}{2}$ dneva?

6. Iz 16 kg prediva se napravi 70 m platna, ki je 78 cm široko; koliko metrov 117 cm širokega platna se napravi iz 36 kg prediva?

7. Voznik pelje $6\frac{1}{2}$ q za 11·7 K 15 km daleč; koliko metrskih stotov bo peljal za 22 K 12 km daleč?

8. Z nekim živežem izhaja 4800 mož 6 tednov, če dobi vsak mož $\frac{7}{8}$ kg živeža na dan; koliko živeža mora dobiti vsak mož na dan, da izhaja z istim živežem 5040 mož 8 tednov?

9. Parni stroj vzdigne vsakih 6 minut 15 hl vode 180 m visoko; v koliko minutah vzdigne isti stroj 20 hl vode 120 m visoko?

10. Da gori 35 svetilnic 105 ur, je treba 250 kg olja; koliko olja je treba, da gori 50 takih svetilnic 245 ur?

11. Nekdo prehodi v 11 dneh 407 km, ako hodi 8 ur na dan; koliko kilometrov prehodi v 12 dneh, ako hodi le 7 ur na dan?

12. 16 delavcev napravi 150 m dolg nasip v 15 dneh; koliko delavcev napravi v 24 dneh 180 m dolg nasip?

13. 8 konj pozoblje v 15 dneh 10 hl ovsa; koliko dnij izhaja 12 konj s 13 hl ovsa?

14. Na 90 m dolgo in 70 m široko njivo se poseje $2\frac{1}{2}$ hl pšenice; koliko hektolitrov pšenice se poseje na 120 m dolgo in 35 m široko njivo?

15. Knjiga ima 480 strani, ako je na vsaki strani 45 vrstic s 50 črkami; koliko vrstic s 60 črkami mora biti na vsaki strani, da bo imela knjiga le 375 strani?

16. 7 delavcev zasluži v 12 dneh 189 K, ako delajo po 9 ur na dan; koliko zasluži 8 delavcev v 10 dneh, če delajo po 10 ur na dan?

17. 11 delavcev zasluži v 6 dneh pri 8urnem dnevnem delu 132 K; koliko delavcev zasluži pri 9urnem dnevnem delu v 5 dneh 180 K?

18. 6 delavcev napravi v 8 dneh 120 m dolg jarek, ako delajo po 9 ur na dan; koliko delavcev napravi 420 m dolg jarek v 14 dneh, ako delajo po 12 ur na dan?

19. 20 delavcev izkoplje 30 m dolg prekop v 15 dneh, če delajo po 12 ur na dan; koliko delavcev bi moralo delati po 10 ur na dan, da izkopljejo 24 m dolg prekop v 16 dneh?

20. Mlin na 3 kolesa zmelje v 22 urah 24 hl žita, če se zavrte kolesa vsako minuto 126krat; koliko koles je treba, da zmeljejo v 42 urah 72 hl žita, če se zavrte kolesa vsako minuto 99krat?

21. Travnik, ki je 512 m dolg in 72 m širok, dá 10 voz sena po 9 q; koliko voz sena po 10 q bo dal 384 m dolg in 192 m širok travnik?

22. 12 delavcev izkoplje v 7 dneh 140 m dolg, $\frac{1}{2}$ m širok in $\frac{3}{4}$ m globok jarek, ako delajo po 8 ur na dan; v koliko dneh izkoplje 10 delavcev 225 m dolg, $\frac{3}{4}$ m širok in $1\frac{1}{4}$ m globok jarek, ako delajo po 9 ur na dan?

23. 8 zidarjev sezida v 15 dneh 65 m dolg zid; koliko zidarjev sezida 91 m dolg zid v 9 dneh? (Kateri pomen ima rezultat?)

24. 12 delavcev zasluži v 7 dneh 168 K, ako delajo po 10 ur na dan; koliko delavcev zasluži 153 K v 10 dneh, ako delajo po 9 ur na dan?

25. 5 delavcev napravi v 12 dneh 140 m dolg in $2\frac{1}{2}$ m širok nasip; koliko delavcev napravi v 15 dneh 224 m dolg in $3\frac{1}{3}$ m širok nasip?

§ 41. Odstotni ali procentni račun.

Naloga. Trгоvec kupi blago za 275 K in ga proda z 8 odstotnim dobičkom; kolik je dobiček? — Dobіček je 8odstoten pomeni, da ima trгоvec pri vsakih 100 K kupne cene 8 K dobička, pri 200, 300, 50, 25 K kupne cene ima 16, 24, 4, 2 K dobička. Pri 275 K = 200 K + 50 K + 25 K kupne cene ima tedaj 16 K + 4 K + 2 K = 22 K dobička.

Dobiček in kupna cena sta premo sorazmerni količini. Koliko enot prve količine, ki se imenuje odstotni ali procentni delež, pripada 100 enotam druge količine, ki se zove osnovna vrednost, pove odstotek ali procent (pro centum = za sto). Ravno tako

Odstotni račun = die Prozentrechnung.

Odstotni delež = der Prozentanteil.
Osnovna vrednost = der Grundwert.
Odstotek = das Prozent.

Odtisoček =
das Promille.

pomeni odtisoček ali promille, koliko enot prve količine pripada 1000 enotam druge količine. Znak za odstotek je „ $\frac{0}{100}$ “ za odtisoček „ $\frac{0}{1000}$ “.

V odstotkih izražamo sledeče količine:

1. Dobiček ali izgubo, ki jo ima trgovec pri prodaji blaga. 7 $\frac{0}{100}$ dobička (izgube) pomeni: pri vsakih 100 K kupne cene ima trgovec 7 K dobička (izgube).

2. Dohodnino, t. j. davek, ki ga plačamo od letnih dohodkov. 3 $\frac{0}{100}$ -na dohodnina pomeni: od vsakih 100 K dohodkov plačamo 3 K davka.

3. Popust, ki se dovoli plačniku. 5 $\frac{0}{100}$ -ni popust pomeni: pri vsakih 100 K se popusti 5 K; za vsakih 100 K se plača samo 95 K.

4. Odbitek ali skonto, t. j. popust, ki se dovoli trgovcu, ako takoj plača kupljeno blago (gotovo plačilo), ki bi ga moral plačati šele v gotovem poznejšem roku. 2 $\frac{0}{100}$ -ni skonto pomeni: pri vsakih 100 K kupne cene se popustita 2 K.

5. Rabat, t. j. nagrado, ki jo dovoli prodajalec kupcu, ali pa tovarnar, založnik knjig prodajalcu svojih izdelkov. 10 $\frac{0}{100}$ -ni rabat pomeni: pri vsakih 100 K prodajne cene dovoli tovarnar prodajalcu 10 K nagrade.

6. Taro, t. j. težo posode, ki se v njej nahaja blago. 6 $\frac{0}{100}$ tare pomeni: od vsakih 100 kg kosmate teže (brutto) odpade na posodo 6 kg, na blago (čista teža, netto) pa 94 kg.

7. Opravnino ali provizijo, t. j. odškodnino, ki jo prejme opravnik ali mešetar za posredovanje pri nakupu ali prodaji blaga. 3 $\frac{0}{100}$ -na opravnina pomeni: od vsakih 1000 K kupne cene dobi opravnik 3 K. Trgovec, ki zanj kupi opravnik blago, plača kupno ceno in opravnino; trgovec, ki je dal prodati blago, plača opravnino iz prodajne cene.

8. Zavarovalnino. Društva, ki zavarujejo blago, poslopja, hišno opravo, poljske pridelke itd. proti različnim nezgodam, se imenujejo zavarovalna društva. Ako nastane kaka škoda na zavarovani stvari, jo plača društvo. V to svrho se mora plačevati društvu vsako leto neka vsota denarja. Ta vsota se zove zavarovalnina. 3 $\frac{0}{100}$ -na zavarovalnina pomeni: za vsakih 1000 K, ki jih mora plačati društvo za napravljeno škodo posestniku zavarovanih stvari, se plača na leto 3 K zavarovalnine.

9. Čistino kovinskih zmesi ali zlitin. Ker sta zlato in srebro prav mehki kovini, se zlivata pri taljenju navadno z bakrom, da postaneta nekoliko trši in za vsakdanjo rabo pripravnejši. Tako

dobimo kovinske zmesi ali zlitine. Zlitina ima 750 tisočin čistine pomeni: v 1000 delih (*kg*, *g*) zlitine je 750 delov (*kg*, *g*) čistega zlata (srebra), ostalo, t. j. 250 delov (*kg*, *g*), je primešani baker.

10. Množino vinskega cveta ali alkohola v špiritu. 85%₀-ni špirit pomeni: v 100 delih (*l*) špirita je 85 delov (*l*) čistega vinskega cveta ali alkohola, 15 delov (*l*) pa je vode.

11. Strmec. Cesta ima 4%₀-ni strmec pomeni: na vsakih 100 *m* dolžine se vzdigne cesta za 4 *m*.

12. Poravnavo pri konkurzi. 75%₀-na poravnava pomeni: Za vsakih 100 K terjatve dobi upnik samo 75 K.

V vsakem odstotnem ali procentnem računu imamo tri količine, osnovno vrednost, odstotek in odstotni delež; dve izmed njih sta znani, neznano tretjo pa moramo določiti.

Naloge odstotnega računa razrešimo tako, da določimo najprej 1%₀-ni delež in od tega sklepamo na zahtevano količino; razrešimo jih pa tudi lahko kot regeldetrijske naloge po sklepnem računu.

A. Izračunanje odstotnega deleža.

Iz pojasnila o odstotku sledi, da je 1%₀-ni (čitaj: enodstotni ali enprocentni) delež enak stotini osnovne vrednosti, 2%₀, 3%₀, 7%₀ . . -ni delež enak 2, 3, 7 . . . stotinam osnovne vrednosti.

Naloge.

1. Koliko je a) 1%₀; b) 2%₀; c) 4%₀; d) 6%₀ od 100, 300, 800, 1200, 8500, 210, 560, 318, 427 K, 527 *kg*, 425 *m*, 75·6 *m*², 2·73 *hl*, 53·8 *a*?

2. Koliko je a) $\frac{1}{2}$ %₀; b) $\frac{2}{5}$ %₀; c) $\frac{3}{4}$ %₀ od 100, 400, 1500, 256 K, 724 K, 2156 *m*, 516 *m*²?

3. Koliko je a) 1½%₀; b) 3⅓%₀; c) 7½%₀ od 300, 215, 711 K, 2163 *kg*, 4752 *m*², 82·53·*hl*?

4. Koliko je a) 1%₀₀; b) 3%₀₀; c) ½%₀₀; d) 2⅓%₀₀ od 3000, 18600, 2544 K, 7836 *kg*, 873 *m*, 56·7 *km*, 8·37 *m*²?

5. Trgovec kupi blago za 880 K in ga proda s 15%₀ dobičkom; a) koliko znaša dobiček, b) za koliko je prodal blago?

6. Trgovec mora prodati blago, ki ga je kupil za 532 K, s 4%₀-no izgubo; a) kolika je izguba, b) za koliko je prodal blago?

7. Uradnik ima na leto 4658 K dohodka; koliko znaša 4½%₀-na dohodnina?

8. Hiša je vredna 156400 K in nese 3½%₀; koliko kron je to?

9. V nekem konkurzu se je dosegla 55%-na poravnava; koliko dobi upnik, ki je imel terjati 7548 K?

10. Na 35600 K cenjena hiša se zavaruje proti ognju; koliko znaša $3\frac{1}{2}\%$ -na zavarovalnina?

11. Delavcu, ki zasluži na dan 2 K 40 h, se zviša dnina za 15%; koliko zasluži potem na dan?

12. Trгоvec dovoli 6%-ni popust ali rabat pri računu, ki se glasi na 276·5 K; a) koliko znaša popust, b) koliko plača kupec?

13. Koliko litrov a) čistega alkohola, b) vode je v 173·6 l 92%-nega špirta?

14. Posestvo se je prodalo za 214560 K, koliko znaša $1\frac{1}{4}\%$ -na opravnina?

15. Trгоvec dobi iz tovarne za 1856 K blaga; a) koliko znaša 2%-ni skonto, b) koliko plača trгоvec tovarnarju?

16. Blago tehta brutto 1756 kg; kolika je 4·2%-na tara in koliko tehta blago netto?

17. Pri nekem blagu, ki ima 470 kg kosmate teže, znaša tara 4%; koliko velja blago, ako se plača 1 kg netto 70 h?

18. Opravnik kupi za 3054 K blaga; a) koliko znaša opravnina po 2%, b) koliko mora plačati trгоvec, ki je zanj kupil opravnik blago?

19. Opravnik proda neko blago za 2085 K in si zaračuna $1\frac{1}{5}\%$ opravnine; a) kolika je opravnina, b) koliko dobi trгоvec, ki je zanj prodal opravnik blago?

20. Trгоvec kupi 28 q blaga po 52·46 K in ima pri prodaji 7% dobička; kolik je dobiček?

21. Trгоvec kupi blago za 375 K, vozni stroški znašajo $1\frac{2}{3}\%$; a) koliko ga stane blago? b) kolik je dobiček, ako proda blago z 12%-nim dobičkom?

22. Goveje meso izgubi pri kuhanju 15% svoje teže; koliko izgubi $5\frac{1}{2}$ kg siroyega mesa brez kosti pri kuhanju in koliko tehta skuhano meso?

23. Enakomerno napeta 9765 m dolga cesta ima 4·5% strmca; za koliko metrov se vzdigne cesta?

24. Koliko kilogramov čiste kovine je v 512 kg zlitine, ki ima 835 tisočin čistine?

25. Koliko gramov čistega zlata je v 25·345 g zlitine, ki ima 900 tisočin čistine?

26. Iz 1 *kg* srebrne zlitine, ki ima 835 tisočin čistine, se nakuje 200 enokronskih novcev; a) koliko gramov tehta 1 enokronski novce, b) koliko gramov čistega srebra in koliko gramov bakra je v njem?

27. Dvajsetkronski zlatnik tehta 6.775 *g* in ima 900 tisočin čistine; koliko miligramov čistega zlata je v njem?

28. Iz $\frac{1}{9}$ *kg* zlate zlitine, ki ima 900 tisočin čistine, se nakuje 328 desetkronskih zlatnikov. Koliko gramov tehta desetkronski zlatnik in koliko miligramov čistega zlata je v njem?

B. Izračunanje osnovne vrednosti.

Naloga. Kolika je kupna cena blagu, ako znaša 9‰-ni dobiček 23.4 K? Tu sklepaš: 1‰-ni dobiček znaša devetino od 9‰-nega, t. j. $23.4 \text{ K} : 9 = 2.6 \text{ K}$. Ker je 1‰ toliko kakor 1 stotina osnovne vrednosti, je osnovna vrednost 100kratni 1‰-ni delež $2.6 \text{ K} \cdot 100 = 260 \text{ K}$. Blago se je kupilo za 260 K.

Naloge.

29. Kolika je osnovna vrednost, če znaša 3 (5)‰-ni delež a) 45; b) 72; c) 123.6 K; d) 43.5 *g*; e) 72.42 *m*?

30. Od katere vrednosti je 504 K a) 3‰; b) $3\frac{1}{2}$ ‰; c) 4‰; d) $4\frac{1}{2}$ ‰; e) $5\frac{1}{4}$ ‰; f) 7‰; g) 8‰; h) $10\frac{1}{2}$ ‰-ni delež?

31. Trгоvec proda blago s 7‰-nim dobičkom; za koliko je kupil blago, ako znaša dobiček 105 K?

32. Trгоvec proda blago z 8‰-no izgubo; za koliko je kupil blago, ako znaša izguba 125.6 K?

33. Nekdo plača 85.4 K dohodnine; koliki so njegovi dohodki, ako se računa dohodnina po $3\frac{1}{2}$ ‰?

34. Hiša nese 2745 K čistega dohodka; koliko je hiša vredna, ako znašajo dohodki $3\frac{3}{4}$ ‰ njene vrednosti?

35. Upnik dobi pri 65‰-ni poravnavi za svojo terjatev 741 K; kolika je bila terjatev?

36. Nekdo zavaruje svojo hišno opravo proti ognju po 1.6‰ in plača na leto 4.48 K zavarovalnine; koliko je vredna hišna oprava?

37. 2‰-ni skonto znaša 73.5 K; kolika je bila kupna cena in koliko se je plačalo za blago?

38. Opravnik proda posestvo in dobi 213.6 K opravnine, ki se računa po $1\frac{1}{2}$ ‰; za koliko se je prodalo posestvo?

39. V 36%-nem žganju je 15 l čistega alkohola; koliko litrov je vsega žganja?

40. Iz pese se dobi 5 % neprečiščenega sladorja; koliko kilogramov pese je treba za 4720 kg neprečiščenega sladorja?

41. Koliko je vredno blago, pri katerem znašajo po $5\frac{1}{2}\%$ računani postranski stroški 73 K 26 h?

42. Pri prodaji nekega blaga znaša po $7\frac{3}{5}\%$ računani dobiček 261·44 K; za koliko se je kupilo blago?

43. Na učnem zavodu je imelo 45 dijakov, t. j. 12 %, nepovoljni uspeh; koliko dijakov je na zavodu?

44. Gozdarju se je posušilo 135 sadik, t. j. 9 %; koliko sadik je vsadil?

45. V nekem mestu je umrlo v gotovem času 550 ljudi, t. j. $1\frac{1}{3}\%$ vsega prebivalstva; koliko prebivalcev je imelo mesto?

46. Cesta, ki ima $3\frac{1}{3}\%$ -ni strmec, se vzdigne za 215 m; kako dolg je klanec?

47. Koliko tehta zlata zlitina, ki ima 875 tisočin čistine, ako je v njej 27·51 g čistega zlata?

48. Koliko enokronskih novcev se nakuje iz 16·7 kg čistega srebra, ako se nakuje iz 1 kg srbne zlitine, ki ima 835 tisočin čistine, 200 enokronskih novcev?

C. Izračunanje odstotka.

Naloga. Trgovec kupi blago za 325 K in ga proda za 351 K; koliko odstotkov znaša dobiček? Trgovec ima 26 K dobička. Kolikokrat je 26 K več kakor 1 % od 325 K, toliko odstotkov bo znašal dobiček; 1 % od 325 K znaša 3·25 K in ker je $26 K : 3·25 K = 8$, tedaj je 26 K 8 % od 325 K. Dobček znaša 8 %.

49. Koliko odstotkov je a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{3}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{1}{5}$; e) $\frac{1}{10}$; f) $\frac{1}{20}$ števila?

50. Koliko odstotkov je a) 2 od 40; b) 5 od 25; c) 14 od 70; d) 8 od 125; e) $5\frac{1}{4}$ od 35; f) $22\frac{1}{2}$ od 720; g) 35 K od 500 K; h) 39 m od 1300 m; i) 17 kg od 680 kg; k) 23 m² od 184 m²?

51. Iz 150 kg apnenca se dobi 84 kg živega apna; koliko je to v odstotkih?

52. A ima na leto 3400 K dohodka in plača 612 K za stanovanje; koliko odstotkov dohodka velja stanovanje?

53. Blago tehta brutto 1042 kg, netto pa 945·615 kg; koliko odstotkov znaša tara?

54. 875 *kg* kave tehta po žganju 791 *kg*; koliko odstotkov izgubi kava pri žganju?

55. Blago se kupi za 48 K in pride s postranskimi stroški na 49·68 K; koliko odstotkov kupne cene znašajo stroški?

56. A kupi 920 *kg* blaga za 782 K in prodaja metrski stot po 81·6 (92·65) K; koliko odstotkov dobička ali izgube ima pri prodaji?

57. Hiša se je kupila za 116100 K in donaša na leto 5031 K čistega dohodka; koliko odstotkov nese hiša?

58. Koliko odstotkov znaša popust, ako se popusti pri 542 K 24·39 K?

59. Pri nekem konkurzu dobi upnik za 2715 K terjatve samo 1276·05 K; kolikoodstotna je bila poravnava?

60. V 62·5 l žganja je 20 l čistega alkohola; koliko odstotkov je to?

61. Nekdo kupi za 514 K blaga. Voznina znaša 7·71 K; koliko odstotkov kupne cene je to?

62. Trгоvec kupi 250 *kg* blaga po 2·72 K in ga proda za 714 K; koliko odstotkov dobička ima pri prodaji?

63. Nekdo proda 15 *m* sukna po 13·6 K; koliko odstotkov znaša izguba, ako je kupil blago za 212·5 K?

64. Račun, ki se glasi na 852·5 K, se poravna z 818·4 K; koliko odstotkov znaša popust?

65. 40 l 85%-nega alkohola se prilije 5 l vode; koliko odstotkov čistega alkohola ima zmes? Koliko litrov čistega alkohola je v 40 l 85%-nega alkohola?

66. Petkronski srebrni novci se kujejo iz zlitine, ki ima v 12 *kg* 10·02 *kg* čistega srebra; koliko tisočin čistine ima zlitina?

67. Zlatar zlije 2·4 *kg* zlata, ki ima 940 tisočin čistine in 3·6 *kg* zlata, ki ima 850 tisočin čistine. Koliko kilogramov čistega zlata je v novi zlitini? Koliko tisočin čistine ima zlitina?

D. Razreševanje nalog, ki se v njih nahaja poleg odstotka, le vsota ali razlika med osnovno vrednostjo in odstotnim deležem.

Naloga. a) Trгоvec proda blago za 901 K in ima 6 % dobička; za koliko je kupil blago? Kolik je dobiček? 6%-ni dobiček pomeni,

da ima trgovec pri 100 K kupne cene 6 K dobička, t. j. kar je kupil za 100 K, proda za 106 K. Razrešitev naloge napišeš:

Pogojni stavek: 106 K prodajne cene 100 K kupne cene
Vprašalni stavek: 901 K prodajne cene x K kupne cene

$$x = \frac{100 \text{ K}}{106} \cdot 901 = 90100 \text{ K} : 106 = 850 \text{ K}.$$

Dobiček, ki je enak razliki med prodajno in kupno ceno, t. j. 51 K, računaš tudi neposredno tako-le:

Pogojni stavek: 106 K prodajne cene 6 K dobička
Vprašalni stavek: 901 K prodajne cene x K dobička

$$x = \frac{6 \text{ K}}{106} \cdot 901 = 5406 \text{ K} : 106 = 51 \text{ K}.$$

b) Nekdo plača za davek, od katerega se mu je popustilo 15%, 164 K 73 h; koliko je znašal davek? Kolik je bil popust? Za 100 K prvotnega davka plača 85 K.

Pogojni stavek: 100 K davka 85 K
Vprašalni stavek: x K davka 164·73 K

$$x = \frac{100 \text{ K}}{85} \cdot 164 \cdot 73 = 193 \cdot 8 \text{ K}.$$

Prvotni davek je znašal 193 K 80 h.

Pri 85 K plačanega davka je 15 K popusta.

Pogojni stavek: 85 K plačanega davka 15 K popusta
Vprašalni stavek: 164·73 K plačanega davka x K popusta

$$x = \frac{15 \text{ K}}{85} \cdot 164 \cdot 73 = 29 \cdot 07 \text{ K}.$$

Popust je znašal 29·07 K.

Naloge.

68. Nekdo je plačal za davek s 4%-no priklado vred 468 K; koliko je pravega davka?

69. Blago se je prodalo s 3%-no izgubo za 582 K; kolika je kupna cena?

70. Blago velja z 2%-no opravnino vred 3207 K 90 h; kolika je kupna cena?

71. Kolik je 15% -ni dobiček pri blagu, ki se je prodalo za 1840 K?

72. Trгоvec proda blago za 782 K in ima pri tem 8% izgube; koliko znaša izguba in koliko kupna cena?

73. Nekdo je plačal za davek, od katerega se mu je 4% pustilo, 398 K 40 h; koliko znaša popust?

74. Opravnik si zaračuna za prodano blago 2% opravnine in pošlje po odbitku te opravnine trgovcu, za katerega je prodal blago, 2793 K; kolika je opravnina?

75. A ima 1677 K dohodka po odbitku $2\frac{1}{2}\%$ dohodnine; koliko znaša ta davek?

76. Uradnik dobi s 15% -no priklado 3680 K plače na leto; koliko znaša priklada?

77. Ako se proda kilogram nekega blaga za 81 h, znaša izguba 10% ; kako drago bi se moral kilogram prodati, da bi bilo $7\frac{2}{3}\%$ dobička? (Izračunaj najprej kupno ceno za 1 kg!)

78. Blago tehta netto 394.2 kg; koliko tehta brutto, ako znaša tara $2\frac{2}{3}\%$?

79. Kupec plača za blago po odbitku $4\frac{2}{3}\%$ popusta 128.7 K; koliko je znašal račun?

80. Mesto ima 73878 prebivalcev; koliko jih je imelo pred 5 leti, ako se je pomnožilo prebivalstvo v tem času za 5% ?

§ 42. Enostavni obrestni račun.

Naloga. Posestnik si izposodi pri posojilnici 1560 K in se zaveže, da ji bo plačal za vsakih izposojenih 100 K na leto 5 K odškodnine; koliko odškodnino plača v 4 letih?

Ker uporabimo v praktičnem življenju naloge te vrste prav pogostoma, zaznamujemo količine, ki se v njih nahajajo, s posebnimi imeni. Izposojeni denar (1560 K) se zove glavnica ali kapital; odškodnina ali plačilo, ki ga mora plačati dolžnik (posestnik, ki si izposodi denar) upniku (posojilnica, ki posodi denar) za to, da sme rabiti njegov denar, se imenuje obrest, tudi obresti. Obresti se računajo po odstotkih ali procentih ($\%$), to so obresti od 100 K kapitala v enem letu. Leto štejemo v teh računih po 360 dni, mesec pa po 30 dni.

Glavnica =
das Kapital.

Obrest =
der Zins.

Kapital, odstotek, čas in obresti so med seboj odvisne količine. Ako ostanejo ostale količine neizpremenjene, pripadajo dvojnemu kapitalu, oziroma dvojnemu odstotku ali času, tudi dvojne obresti;

obresti so tedaj premo sorazmerne kapitalu, času in odstotku. Ako pa ostanejo obresti neizpremenjene, pripada dvojnemu času, oziroma dvojnemu odstotku, le polovica kapitala, dvojnemu odstotku pri istem kapitalu le polovica časa; kapital in čas, kapital in odstotek, čas in odstotek so tedaj obratno sorazmerne količine. To odvisnost porabiš pri razreševanju naslednjih regeldetrijskih nalog, uvažujoč, da ostanejo količine, ki jih naloga ne omenja, v dotični nalogi neizpremenjene.

Naloge.

1. 350 K kapitala nese na leto 21 K obrestij; koliko obrestij dobiš a) od 1050 K, b) od 70 K kapitala?

2. 1280 K kapitala dá na leto 44 K 80 h obrestij; a) kateri kapital dá na leto 126 K obrestij, b) koliko obrestij dá 1642 K kapitala v istem času?

3. Kapital dá po 5 % 52·5 K obrestij; a) koliko obrestij dá po 3 %, b) po koliko odstotkov dá isti kapital 42 K obrestij?

4. Neki kapital dá na leto 78 K obrestij; koliko obrestij dá kapital a) v 3 mesecih, b) v 4 mesecih, c) v 30 mesecih?

5. 480 K kapitala nese v 3 letih določene obresti; a) kateri kapital nese v 4 letih iste obresti, b) v koliko letih nese 256 K kapitala iste obresti?

6. Neki kapital dá v 4 letih 8 mesecih 256 K 80 h obrestij; a) koliko obrestij dobiš v 7 mesecih, b) v katerem času dobiš 2568 K obrestij?

7. 1240 K kapitala dá v 2 letih 4 mesecih določene obresti; kateri kapital dá iste obresti a) v 7 mesecih, b) v 9 letih 4 mesecih, c) v katerem času dá kapital 1120 K iste obresti?

8. 930 K kapitala dá v 5 letih 8 mesecih določene obresti; a) kateri kapital dá iste obresti v 7 letih 9 mesecih, b) v katerem času dá kapital 1581 K iste obresti?

9. Kapital 672 (650) K dá po 5 ($3\frac{1}{2}$) % določene obresti; a) kateri kapital dá ravno tolike obresti po 4 ($3\frac{1}{4}$) %, b) po koliko odstotkov dá 560 (364) K iste obresti?

10. Kapital nese v 3 letih 4 mesecih ($9\frac{1}{3}$ leta) po 3 ($4\frac{1}{2}$) % določene obresti; a) v katerem času nese iste obresti po 4 ($3\frac{1}{2}$) %, b) po koliko odstotkov nese iste obresti v 2 letih ($5\frac{1}{4}$ leta)?

11. 3600 K kapitala dá v $4\frac{1}{2}$ leta 972 K obrestij; koliko obrestij nese 5650 K kapitala v $2\frac{1}{2}$ leta?

12. Kateri kapital dá po 6 % v 4 letih iste obresti, ki jih dá 4560 K kapitala po 5 % v $2\frac{1}{2}$ leta?

13. Koliko obrestij nese neki kapital po $3\frac{1}{2}$ % v $2\frac{1}{3}$ leta, ako dá isti kapital po 4 % v $2\frac{1}{2}$ leta 300 K obrestij?

14. Koliko časa moraš izposoditi 1863 K kapitala po 5 %, da dobiš toliko obrestij, kolikor jih dá 3450 K po $4\frac{1}{2}$ % v 9 mesecih?

15. Po koliko odstotkov nese neki kapital v 5 letih 1533 K obrestij, ako dá isti kapital po 5 % v 4 letih 876 K obrestij?

Naloge, v katerih so izmed količin: kapital, odstotek, čas in obresti, tri določene, neznano četrto je pa treba določiti, so naloge obrestnega računa. V nalogah enostavnega obrestnega računa se ne porabijo obresti nikdar v povečanje glavnice; glavnica ostane vedno neizpremenjena.

A. Izračunanje obrestij.

Naloga. a) Koliko obrestij dá 1560 K kapitala po 5 % v 4 letih? Tu sklepaš: 1560 K dá po 1 % v 1 letu $15 \cdot 6$ K obrestij, po 5 % v 1 letu 5 krat $15 \cdot 6$ K, t. j. 78 K, v 4 letih pa štirikrat 78 K, t. j. 312 K.

b) Koliko obrestij dá 2750 K kapitala po 4 % v 8 mesecih? 2750 K dá po 1 % v 1 letu $27 \cdot 5$ K, po 4 % $27 \cdot 5$ K $\cdot 4 = 110$ K; v 1 mesecu dvanajstino od 110 K, t. j. $\frac{11 \cdot 0}{12}$ K in v 8 mesecih 8 krat $\frac{11 \cdot 0}{12}$ K $= 880$ K : 12 $= 73 \cdot 3333 \dots$ K. Ker tisočin krone ne moreš izplačati, določiš obresti tako natanko, kakor je mogoče in pustiš v številu samo prvi dve decimalki, vse druge pa izpustiš ali odrežeš. Ako je prva odrezana, t. j. tretja decimalka, 5 ali večja kakor 5, takrat prišteješ zadnji napisani (drugi) decimalki enoto, ako je pa prva odrezana decimalka manjša kakor 5, ostane zadnja napisana (druga) decimalka neizpremenjena. Tako okrajšaš, kakor pravimo, decimalno število na dve decimalki. 2750 K dá po 4 % v 8 mesecih $73 \cdot 33$ K obrestij.

c) Koliko obrestij dá 3050 K kapitala po $3\frac{1}{2}$ % v 50 dneh? 3050 K dá v 1 letu po 1 % $30 \cdot 5$ K obrestij, po $3\frac{1}{2}$ % $30 \cdot 5$ K $\cdot 3\frac{1}{2}$, v 1 dnevu $\frac{30 \cdot 5 \text{ K} \cdot 3\frac{1}{2}}{360}$, v 50 dneh $\frac{30 \cdot 5 \text{ K} \cdot 3\frac{1}{2}}{360} \cdot 50 = 14 \cdot 826 \text{ K} = 14 \cdot 83 \text{ K}$.

d) Koliko obrestij dá 860 K kapitala po 6 % v 2 letih in 7 mesecih? 860 K dá v 1 letu po 1 % $8 \cdot 6$ K obrestij; po 6 %

$8 \cdot 6 \text{ K} \cdot 6 = 51 \cdot 6 \text{ K}$; v 2 letih $103 \cdot 2 \text{ K}$; v 1 mesecu dvanajstino od $51 \cdot 6 \text{ K}$, t. j. $4 \cdot 3 \text{ K}$, v 7 mesecih 7 krat $4 \cdot 3 \text{ K} = 30 \cdot 1 \text{ K}$. 860 K dá po 6% v 2 letih in 7 mesecih $103 \cdot 2 \text{ K} + 30 \cdot 1 \text{ K} = 133 \cdot 3 \text{ K}$ obrestij.

Naloge.

16. Koliko obrestij dá na leto:

- a) 575 K kapitala po 4% ; c) 708 K kapitala po $4\frac{1}{2} \%$;
b) 1560 K kapitala po 6% ; d) $1848 \cdot 84 \text{ K}$ kapitala po $5\frac{3}{4} \%$?

17. Koliko obrestij nese:

- a) 562 K kapitala po 5% v 3 letih;
b) 298 K kapitala po $3\frac{3}{4} \%$ v 4 letih;
c) 914 K kapitala po $3\frac{1}{2} \%$ v $5\frac{1}{4}$ leta?

18. Koliko obrestij dobiš:

- a) od 753 K kapitala po 5% v 4 mesecih;
b) od 740 K kapitala po $4\frac{1}{2} \%$ v 3 mesecih;
c) od 2985 K kapitala po $3\frac{3}{4} \%$ v $7\frac{1}{2}$ meseca?

19. Koliko obrestij nese:

- a) 1350 K kapitala po 6% v 72 dneh;
b) 4065 K kapitala po 4% v 240 dneh;
c) 2104 K kapitala po $5\frac{1}{4} \%$ v 182 dneh?

20. Koliko obrestij dá:

- a) 760 K kapitala po $5\frac{1}{2} \%$ v 2 letih 3 mesecih 6 dneh;
b) 125 K kapitala po 6% v 1 letu 4 mesecih 18 dneh;
c) 5934 K kapitala po $6\frac{1}{3} \%$ v 3 letih 6 mesecih 15 dneh?

21. Nekdo si izposodi 2453 K ; koliko mora vrniti čez 3 leta 5 mesecev, ako se računa $4\frac{1}{2} \%$ obrestij?

22. Dolg, ki znaša sedaj 856 K , se plača še-le čez 5 let 8 mesecev; koliko je treba plačati, ako se računa $5\frac{1}{2} \%$ obrestij?

23. Kapital 7200 K je naložen 3 leta po 4% . Čez 3 leta se nalože kapital in obresti po $4\frac{1}{2} \%$; kolika je vrednost kapitala in obrestij po nadaljnjih 8 letih?

24. Koliko obresti dá a) 2754 K po $3\frac{1}{2} \%$ od 1. maja do 17. avgusta, b) 824 K po $4\frac{1}{2} \%$ od 2. februarja do 15. aprila, c) $512 \cdot 76 \text{ K}$ po 6% od 12. novembra do 15. aprila naslednjega leta, d) $750 \cdot 6 \text{ K}$ po $5\frac{1}{3} \%$ od 17. avgusta do 20. marca naslednjega leta?

B. Izračunanje kapitala.

Naloga. Kateri kapital dá v 5 letih po 4 % 256·2 K obrestij? Najprej določiš obresti enega leta po 1% in ker je 1% toliko kakor ena stotina kapitala, sklepaš, da mora biti kapital enak sto-kratnemu 1%-nemu deležu, ali drugače izraženo: 100%-ni delež mora biti enak kapitalu. V navedeni nalogi sklepaš tako-le: eno-letne obresti znašajo petino od 256·2 K, t. j. 51·24 K, enoprocentni delež je enak četrtini od 51·24 K, t. j. 12·81 K, 100%-ni delež ali kapital je 100 krat 12·81 K, t. j. 1281 K.

Naloge.

25. Kateri kapital dá a) po 3 % 51 K; b) po $3\frac{1}{2}$ % 35 K; c) po 4 % 50 K; d) po $4\frac{1}{2}$ % 126 K; e) po $5\frac{1}{4}$ % 84 K letnih obrestij?

26. Kateri kapital dá a) po $3\frac{1}{2}$ % v 4 letih; b) po $4\frac{2}{3}$ % v 5 letih; c) po $5\frac{1}{4}$ % v 2 letih; d) po $4\frac{1}{5}$ % v $6\frac{1}{4}$ leta; e) po $3\frac{3}{4}$ % v $9\frac{1}{3}$ leta 210 K obrestij?

27. Kateri kapital nese a) po $5\frac{3}{4}$ % na mesec 326 K 60 h; b) po 6 % v 8 mesecih 288 K; c) po 4 % v 9 mesecih 108 K obrestij?

28. Kateri kapital nese a) po 5 % v 75 dneh 42·5 K; b) po 6 % v 50 dneh 11·25 K; c) po $4\frac{1}{2}$ % v 51 dneh 17 K 34 h obrestij?

29. Kateri kapital dá a) po 6 % v 1 letu 5 mesecih 255 K; b) po $4\frac{3}{4}$ % v 3 letih 5 mesecih 779 K; c) po $3\frac{3}{4}$ % v 2 letih 7 mesecih 465 K obrestij?

30. Nekdo živi od $4\frac{1}{2}$ (4)%-nih obrestij svojega kapitala in izda povprečno na dan 8·5 (7·25) K; kolik je kapital?

31. Kateri kapital dá po 5 % v $3\frac{1}{3}$ leta ravno toliko obrestij, kakor 2156 K po 4 % v 2 letih 8 mesecih? (2 načina.)

C. Izračunanje časa (dobe).

Naloga. V katerem času dá 425 K kapitala po 4 % 85 K obrestij? V 1 letu dá 425 K kapitala po 4 % 17 K obrestij. Kapital mora biti toliko let naložen, kolikorkrat se nahajajo enoletne obresti v določenih obrestih. $85 K : 17 K = 5$. Ker so določene obresti petkrat večje kakor enoletne, mora biti kapital 425 K 5 let naložen, da dá po 4 % 85 K obrestij.

Naloge.

32. V katerem času dá 240 K kapitala a) po 3 % 28 K 80 h; b) po $3\frac{1}{3}$ % 48 K; c) po $4\frac{1}{5}$ % 30·24 K; d) po 5 % 96 K; e) po $5\frac{1}{2}$ % 33 K obrestij?

33. V katerem času dá a) 45 K; b) 150 K; c) 225 K; d) 270 K; e) 675 K kapitala po 4 % 36 K obrestij?

34. Nekdo plača 2760 K dolga in 483 K obrestij; koliko časa je bil dolžan, ako se računajo obresti po 5 %?

35. Koliko časa mora biti 100 K kapitala a) po 3 %; b) po $3\frac{1}{2}$ %; c) po 4 %; d) po $4\frac{3}{4}$ %; e) po 5 % naloženih, da znašajo obresti toliko kakor kapital? (Ali je rezultat isti, če znaša kapital 200, 300, 1000... K? Kaj izvajaš iz tega?)

36. Kapital 2580 (10920) K je narasel s $3\frac{1}{3}$ (5)%-nimi obrestmi na 2795 (11620·7) K; koliko časa je bil naložen?

37. Kdaj se je izposodil kapital 2400 K po $4\frac{1}{2}$ %, ako se plača 1. decembra v poravnavo dolga in obrestij 2415 K?

D. Izračunanje odstotka.

Naloga. 350 K kapitala dá v 3 letih 42 K obrestij; po koliko odstotkov je naložen kapital? Kolikorkrat se nahajajo 1%-ne obresti istega kapitala za isto dobo v določenih obrestih, po toliko odstotkov je naložen kapital. 350 K da v 3 letih po 1 % 3·5 K. $3 = 10·5$ K obrestij. $42 \text{ K} : 10·5 \text{ K} = 4$. Kapital je naložen po 4 %.

Naloge.

38. 960 K kapitala dá a) v 5 letih 144 K; b) v 4 letih 115·2 K; c) v 4 letih 172·8 obrestij; po koliko odstotkov je naložen kapital?

39. 720 K kapitala dá a) v 3 letih 108 K; b) v $2\frac{1}{2}$ leta 63 K; c) v 1 letu 3 mesecih 48 K; d) v 6 letih 3 mesecih 135 K; e) v 7 letih 6 mesecih 243 K obrestij; po koliko odstotkov je naložen kapital?

40. Po koliko odstotkov je naložen kapital 1092 (4080) K, ako nese v $4\frac{1}{2}$ ($3\frac{1}{2}$) leta 196·56 (571·2) K obrestij?

41. Po koliko odstotkov dá 1800 K kapitala v 9 mesecih 121 K 50 h obrestij?

42. Nekdo kupi hišo za 16680 K; koliko odstotkov nese hiša, ako da v 3 mesecih 187 K 65 h najemnine?

43. Po koliko odstotkov je naložen kapital 696 (5832) K, da nese v 3 mesecih 20 dneh 9 K 57 h (89 K 10 h) obrestij?

E. Izračunanje diskonta.

Naloga. Nekdo mora plačati čez 3 leta 812 K; koliko mora plačati v poravnavo dolga danes, ako se računajo 4% -ne obresti? Plačal bo na vsak način manj kakor 812 K, in sicer toliko, da narase izplačana vsota s triletnimi obrestmi po 4 % na 812 K. Ker narase 100 K s 4% -nimi obrestmi v 3 letih na 112 K, najdeš po sklepnem računu vsoto, ki jo mora plačati, tako-le:

Pogojni stavek: 100 K je vredno čez 3 leta 112 K

Vprašalni stavek: x K je vredno čez 3 leta 812 K

$$x = \frac{100 \text{ K}}{112} \cdot 812 = 81200 \text{ K} : 112 = 725 \text{ K}.$$

Dolžnik plača namesto 812 K čez 3 leta, takoj samo 725 K; upnik mu dovoli 87 K popusta ali diskonta. Diskont je popust, ki ga dovoli upnik dolžniku, ako plača slednji svoj dolg pred dogovorjenim rokom. Tako izračunani diskont se imenuje strogi diskont, ki se razlikuje od trgovskega diskonta. V navedeni nalogi je trgovski diskont enak triletnim obrestim po 4% od 812 K, t. j. 87·44 K, dočim je strogi diskont enak triletnim obrestim po 4% od 725 K, t. j. 87 K. Ako imenujemo vrednost, ki jo ima dolg na koncu dobe, končno vrednost in ono, ki jo ima v začetku, začetno vrednost, lahko rečemo, strogi diskont je enak obrestim začetne vrednosti, trgovski diskont pa obrestim končne vrednosti. Iz navedenega sledi, da je trgovski diskont vedno večji nego strogi. Vendar ta razlika ni velika, ako je kapital majhen in doba kratka; trgovski diskont se pa računa ravno v teh slučajih.

Diskont =
der Diskont.

Strogi diskont =
der strenge
Diskont.
Trgovski
diskont =
der kauf-
männische
Diskont.

Končna
vrednost =
der End-
wert.

Začetna
vrednost =
der Anfangs-
wert.

Strogi diskont izračunaš neodvisno od začetne vrednosti tako-le:

Pogojni stavek: 112 K končne vrednosti 12 K diskonta.

Vprašalni stavek: 812 K končne vrednosti x K diskonta.

$$x = \frac{12 \text{ K}}{112} \cdot 812 = 9744 \text{ K} : 112 = 87 \text{ K}.$$

Naloge.

44. Nekdo mora plačati 750 K čez 6 mesecev; koliko znaša diskont po 4%, ako plača takoj? (Obojni diskont.)

45. A dobi čez $4\frac{1}{2}$ leta za izposojeni kapital z obrestmi vred 1288·56 K; kolik je bil kapital, ako se računajo obresti po 4%?

46. 253·33 K se mora plačati čez 8 mesecev; koliko je treba plačati sedaj, ako se računajo obresti po 4 %?

47. Koliko kapitala moraš naložiti po 6 %, da bo njegova vrednost z obrestmi vred čez 2 leti 8 mesecev 2157·95 K?

48. Nekdo podeduje 1200 K, ki se mu izplačajo šele čez 5 let. Koliko je dediščina sedaj vredna, ako se računajo obresti po $4\frac{1}{2}$ %?

49. Nekdo plača a) 712·5 K dolga, ki zapade 15. decembra, pri 6%-nem diskontu že 1. oktobra; b) 2165·2 K dolga, ki zapade 20. avgusta, pri $5\frac{1}{2}$ %-nem diskontu že 5. maja; c) 43850 K dolga, ki zapade 2. novembra, pri 4%-nem diskontu že 21. februarja; kolik je v vsakem slučaju diskont in kolika je plačana vsota? (Obojni diskont.)

50. Nekdo kupi posestvo in plača 3600 K takoj, 3000 K čez 9 mesecev in 2400 K čez poldrugo leto. Koliko je vredno posestvo, ako se računajo obresti po $4\frac{1}{2}$ %?

Okrajšano računanje.

§ 43. Občna pojasnila o nepopolnih številih.

Popolno
število = die
vollständige
Zahl.

Da izmeriš določeno daljico, n. pr. svinčnikovo dolžino, z merilom, ki je razdeljeno v milimetre, položiš svinčnik tako na merilo, da se ujema eno svinčnikovo krajišče s točko na merilu, ki je zaznamovana z 0, in določiš, s katero zarezo na merilu se ujema drugo svinčnikovo krajišče. Ako se ujema drugo krajišče natanko z zarezo, ki je zaznamovana, n. pr. s 165, tedaj praviš: svinčnik je dolg 165 *mm* ali 1·65 *dm*. Vsako celo ali decimalno število, ki mu moreš natanko določiti množino enot ali vrednost, se imenuje popolno število.

Nepopolno
število = die
unvollständige
Zahl.

Ali le redkokrat se dogodi, da se ujema drugo krajišče s kako zarezo na merilu; navadno pade med dve zarezi, n. pr. med 177. in 178. zarezo. Ako je krajišče bliže 177. zarezi, pravimo: svinčnik je približno 177 *mm* ali 1·77 *dm* dolg; ako je pa bliže 178. zarezi: svinčnik je približno 178 *mm* ali 1·78 *dm* dolg. Vsako celo ali decimalno število, ki mu moreš le približno določiti množino enot ali vrednost, se imenuje nepopolno število.

Kako zazna-
mujemo
nepopolna
števila.

Nepopolno število, ki je določeno vsaj na desetine, zaznamujemo tako, da mu pridenemo na desni za decimalkami dve piki; nepopolno število pa, ki mu niso niti celote natančno določene, zaznamujemo tako, da mu izpolnimo mesta, kamor ne moremo postaviti zanesljivih

številke, z zmanjšanimi ničlami. N. pr.: Svinčnik je približno $1\cdot77\text{ dm}$ dolg napišeš v znakih $1\cdot77\cdot\text{ dm}$. Posestnik ima okoli 735 tisoč kron premoženja v znakih $735\text{ }000\text{ K}$.

Števila, ki nam jih podaja štetje, so navadno popolna; števila pa, ki nam jih podaja merjenje, so navadno nepopolna. Računski zneski so včasih popolna, včasih nepopolna števila. Tako so n. pr. zneski pri deljenju, pri pretvarjanju navadnih ulomkov v decimalne itd. prav pogostoma nepopolna števila. Včasih je treba pretvoriti tudi popolne računske zneske v nepopolna števila, da dobe dotični zneski uporaben pomen. N. pr.: Ako velja 1 kg nekega blaga $1\cdot21$ ($1\cdot23$, $1\cdot25$) K, velja $6\cdot34\text{ kg}$ $7\cdot6714$ ($7\cdot7982$, $7\cdot925$) K. Ker v prometu ne moremo izplačati vinarških desetin in stotin, je treba pretvoriti navedene zneske v $7\cdot67\cdot\cdot$ ($7\cdot80\cdot\cdot$, $7\cdot93\cdot\cdot$) K.

Popolnim številom smemo pripisati ničle za decimalke (ali si misliti pripisane); nasprotno smemo izpustiti ničle, ki tvorijo zadnje decimalke. N. pr.: $3\cdot5 = 3\cdot5000$, $6\cdot800 = 6\cdot8$. Nepopolnim številom pa ne smemo ničel niti pripisati niti izpustiti; pripisati jih ne smemo, ker namesto ničel bi utegnile stati kake druge številke, izpustiti jih ne smemo, ker napisana ničla pomeni, da ni enot dotičnega reda; ako pa ni nobene številke na onem mestu, tedaj ne vemo, ali je bilo kaj enot onega reda ali ne. Zato moramo smatrati števili $0\cdot8900\cdot\cdot$ in $0\cdot89\cdot\cdot$ za različni; kajti v prvem številu sta tretja in četrta decimalka znani, v drugem pa neznani.

Ako izpustimo zadnje številke (decimalke) kateregakoli števila, pravimo, da okrajšamo dotično število. Ako pustimo v številu samo prvo, ali prvi dve ali prve štiri decimalke ali samo celote, pravimo, da smo število okrajšali na eno, dve, štiri decimalke, na celote. N. pr.: $53\cdot24371$ tako okrajšano dá $53\cdot2\cdot\cdot$, $53\cdot24\cdot\cdot$, $53\cdot2437\cdot\cdot$, $53\cdot\cdot\cdot$. Tako smo v zgoraj navedeni nalogi okrajšali zneske $7\cdot6714$ ($7\cdot7982$, $7\cdot925$) K na dve decimalki v $7\cdot67\cdot\cdot$ ($7\cdot80\cdot\cdot$, $7\cdot93\cdot\cdot$) K. Pogrešek, ki smo ga napravili v prvem slučaju, znaša $0\cdot0014\text{ K} = 0\cdot14\text{ h}$, t. j. manj ko polovica ($0\cdot5$) enega vinarja ali manj ko polovica zadnje decimalne enote nepopolnega števila $7\cdot67\cdot\cdot\text{ K}$. V drugem slučaju je nepopolno število nekoliko preveliko; toda pogrešek, ki se nahaja v njem, je manjši ko polovica ($0\cdot5$) enega vinarja ali manjši ko polovica zadnje decimalne enote nepopolnega števila $7\cdot80\cdot\cdot\text{ K}$. Če bi pa okrajšanemu številu ne bili povečali zadnje številke za enoto, bi znašal pogrešek več ko pol vinarja ali več ko polovico zadnje decimalne enote nepopolnega števila $7\cdot79\cdot\cdot\text{ K}$. V tretjem

Kdaj dobimo
nepopolna
števila.

Razložek
med popol-
nimi in
nepopolnimi
števili.

Kako
okrajšamo
število.

slučaju znaša pogrešek ravno pol vinarja ali polovico zadnje decimalne enote nepopolnega števila $7\cdot93\dots$. K. Kakor v navedenih primerih postopamo tudi, kakor smo videli, pri merjenju in v vsakem drugem slučaju, kadar je treba okrajšati kako število:

Zadnjo številko okrajšanega števila povečáš za enoto, ako je prva številka, ki jo izpustiš 5 ali pa večja od 5; v vsakem drugem slučaju pustiš zadnjo številko okrajšanega števila neizpremenjeno.

Nepopolna števila so včasih nekoliko premajhna, včasih nekoliko prevelika; toda v vsakem slučaju znaša pogrešek manj ko polovico ali ravno polovico zadnje decimalne enote dotičnega števila.

Kako
spoznamo
natančneje
število.

Pri vsakem izmed števil $500\cdot07\dots m$ in $49\cdot83\dots m$ znaša pogrešek kvečemu pol centimetra, t. j. približno 100000 del prve daljice in 10000 del druge daljice. Prva daljica ima z ozirom na svojo velikost manjši pogrešek kakor druga: prvo število, pravimo, je natančnejše kakor drugo.

Izmed dveh nepopolnih števil je ono natančnejše, ki ima večjo množino enot, ako ga izrazimo v enotah najnižjega reda. Tako so števila $12\cdot7\dots$, $1\cdot27\dots$, $0\cdot127\dots$ enako natančna, ker ima vsako 127 enot najnižjega reda; število $3\cdot1416\dots$ je natančnejše kakor $0\cdot01456$, ker ima prvo 31416, drugo pa le 1456 enot najnižjega reda.

Ker moremo izraziti popolna cela in decimalna števila, kakor tudi periodične decimalne ulomke v enotah kateregakoli reda, in je množina teh enot tako velika, kakor hočemo, sklepamo, da so popolna števila in periodični decimalni ulomki natančnejši kakor vsako nepopolno število. Tako sta ulomka $0\cdot5$ in $0\cdot\dot{3}$ natančnejša kakor $1\cdot75328\dots$, ker napisana v obliki $0\cdot500000$ in $0\cdot333333$, ima prvi 500000, drugi 333333, nepopolni pa samo 175328 enot.

Naloge.

1. Okrajšaj sledeča decimalna števila na 3 decimalke:
 - a) $5\cdot4322$, $0\cdot0716$, $6\cdot0465$, $3\cdot45152$, $2\cdot9997$;
 - b) $3\cdot\dot{6}$, $0\cdot\dot{2}\dot{5}$, $0\cdot\dot{7}23$, $2\cdot\dot{5}71\dot{6}$, $7\cdot\dot{9}$.
2. Okrajšaj na 2 decimalki:
 - a) $3\cdot14159$, $73\cdot567$, $8\cdot7954$, $10\cdot805$, $2\cdot9953$;
 - b) $5\cdot\dot{3}$, $21\cdot0\dot{7}$, $0\cdot\dot{2}4\dot{5}$, $4\cdot\dot{5}964$, $0\cdot\dot{7}0\dot{7}$.
3. Pretvori v decimalne ulomke in jih okrajšaj na 4 decimalke:
 - a) $\frac{8}{17}$; b) $\frac{4}{31}$; c) $\frac{5}{19}$; d) $\frac{11}{109}$; e) $\frac{214}{317}$.

4. Nemška marka velja 1·17563 K; koliko plačaš za 1 marko, za 10, 20, 50, 100 mark?

5. Francoski frank velja 0·95226 K; koliko plačaš za 1 frank, za 10, 20, 70, 100 frankov?

6. Amerikanski dolar velja 4·9351 K; koliko plačaš za 1 dolar, za 10, 100 dolarjev?

7. Uredi sledeča števila po njih natančnosti: 8·3..., 17·456..., 8·12..., 174·52..., 82·4, 0·75..., 0·73..., 10·7823..., 8·756..., 0·0092...!

§ 44. Okrajšano seštevanje in odštevanje.

Pri okrajšanem računanju je treba gledati na to, da se opusti vse nepotrebno računanje in da se določi znesek tako natanko, kakor je nalogi primerno, ali pa tako natanko, kakor je sploh mogoče.

A. Popolna števila.

Naloga. Nekdo kupi četverno blago, ki ima posamič sledeče natanko izračunane vrednosti 12·3564 K, 6·72612 K, 10·5352 K in 3·47602 K; koliko plača za blago?

Kako določiš vsoto popolnih števil tako natanko, kakor se zahteva.

Vrednost vsega blaga je 33·09374 K. Tisočine in manjši deli krone se ne morejo izplačati, zato so zadnje tri decimalke brez pomena in nepotrebno izračunane. Da opustiš nepotrebno računanje, okrajšajš sumande na eno decimalko več, kakor jih v rezultatu potrebuješ in okrajšajš šele rezultat na potrebno število decimalk. Ako pa okrajšajš že sumande na potrebno število decimalk, se lahko dogodi, da je rezultat zaradi popravkov napačen, kakor kaže izračunana naloga.

a) 12·3564 K	b) 12·356.. K	c) 12·36.. K
6·72612 K	6·726.. K	6·73.. K
10·5352 K	10·535.. K	10·54.. K
3·47602 K	3·476.. K	3·48.. K
33·09372 K	33·093.. K	33·11.. K
33 09.. K	33·09.. K	

Kakor se razvidi iz navedenega primera, ni zadnja številka pri okrajšanih računih vedno zanesljiva; zato velja vobče pravilo:

Vsoto ali razliko popolnih števil zanesljivo določiš na zahtevano število decimalk, ako okrajšajš dana popolna števila na eno decimalko več, kakor je zahtevano, izvršiš na teh okrajšanih številih predpisane računske načine, odrežeš v rezultatu zadnjo številko in popraviš, ako potrebno, zadnjo napisano številko.

B. Nepopolna števila.

Kako določiš
vsoto ali
razliko
nepopolnih
števil tako
natančno,
kakor je
mogoče.

Naloga. a) Določi vsoto sledečih števil: $6\cdot3847\ldots + 3\cdot25 + 0\cdot\dot{3} + 7\cdot214\ldots$ tako natančno, kakor je mogoče!

Vsota nepopolnih števil gotovo ne more imeti več zanesljivih decimalk, kakor nepopolni sumand, ki jih ima najmanj. Četrty sumand ima samo tri zanesljive decimalke, tedaj jih tudi vsota ne more več imeti. Ravno tako ne more imeti razlika b) $5\cdot3482\ldots - 2\cdot76\ldots$ več zanesljivih decimalk, kakor jih ima ono nepopolno število, ki jih ima manj, t. j. $2\cdot73\ldots$; tedaj ne več, kakor dve. Iz navedenega izvajaš:

Vsoto ali razliko nepopolnih števil določiš tako natančno, kakor je mogoče, ako okrajšaš vsa dana števila na enako število decimalk, ravnajoč se po tistem nepopolnem številu, ki ima najmanj decimalk, izvršiš na teh okrajšanih številih zahtevane računske načine, odrežeš v rezultatu zadnjo številko in popraviš, ako potrebno, zadnjo napisano številko.

Gorenji nalogi izračunaš tako-le:

a) $6\cdot3847\ldots$ $3\cdot25$ $0\cdot\dot{3}$ $7\cdot214\ldots$ $17\cdot18\dot{2}\ldots$ $17\cdot18\ldots$	b) $6\cdot385\ldots$ $3\cdot250$ $0\cdot333\ldots$ $7\cdot214\ldots$ $17\cdot18\dot{2}\ldots$ $17\cdot18\ldots$	b) $5\cdot3482\ldots$ $2\cdot76\ldots$ $2\cdot59\ldots$ $2\cdot6\ldots$
---	---	---

Naloge.

1. Določi sledeče vsote na 2 decimalki:

a) $6\cdot2193$ $0\cdot2748$ $12\cdot5939$ $7\cdot0185$ $0\cdot0974$ 	b) $3\cdot5874$ $6\cdot721$ $5\cdot87362$ $5\cdot0471$ $0\cdot65$ 	c) $2\cdot\dot{5}\dot{7}$ $0\cdot706$ $9\cdot2384$ $5\cdot\dot{6}$ $11\cdot\dot{1}\dot{7}$
--	---	--

2. Določi sledeče vsote na celote:

a) $765\cdot39$ $213\cdot57$ $106\cdot21$ $419\cdot50$ $151\cdot09$ 	b) $27\cdot46$ 132 $8\cdot087$ $92\cdot45$ $145\cdot304$ 	c) $43\cdot\dot{3}$ $219\cdot\dot{5}\dot{6}\dot{7}$ $7\cdot35$ $205\cdot\dot{7}\dot{0}\dot{4}$ $19\cdot\dot{7}$
---	--	---

3. Določi vsoto in razliko sledečih števil na 3 decimalke:

$$\begin{array}{r} a) 56 \cdot 08725 \\ \underline{39 \cdot 67538} \end{array} \quad \begin{array}{r} b) 17 \cdot 08 \\ \underline{9 \cdot 45729} \end{array} \quad \begin{array}{r} c) 15 \cdot 257 \\ \underline{5 \cdot 6} \end{array}$$

4. Pretvori v decimalne ulomke in izračunaj na 3 decimalke:

$$\begin{array}{l} a) \frac{5}{8} m + \frac{2}{3} m + \frac{7}{12} m + \frac{19}{24} m + \frac{5}{18} m; \\ b) \frac{3}{7} kg + \frac{5}{21} kg + \frac{1}{6} kg + \frac{23}{28} kg + \frac{11}{12} kg. \end{array}$$

Določi vsoto navadnih ulomkov, jo pretvori v decimalni ulomek in tega okrajšaj na 3 decimalke! (Preizkus.)

5. Določi na 2 decimalki in napravi preizkus:

$$\begin{array}{ll} a) 8\frac{3}{7} m - 2\frac{9}{11} m; & b) 12\frac{2}{3} K - 5\frac{1}{17} K; \\ c) 9\frac{1}{13} hl - 5\frac{2}{21} hl; & d) 18\frac{2}{15} q - 5\frac{5}{39} q. \end{array}$$

6. Izračunaj tako natanko, kakor je mogoče:

$$\begin{array}{l} a) 2 \cdot 573.. + 0 \cdot 3428.. + 7 \cdot 58.. + 6 \cdot 498..; \\ b) 2 \cdot 5 + 7 \cdot 042.. + 12 \cdot 498 + 5 \cdot 41..; \\ c) 8 \cdot 3 + 0 \cdot 49 + 5 \cdot 812.. + 4 \cdot 3; \\ d) 5 \cdot 834.. + 12 \cdot 7 + 0 \cdot 34.. + 9 \cdot 35 + 7 \cdot 05421. \end{array}$$

7. Pretvori v decimalne ulomke in izračunaj tako natanko, kakor je mogoče:

$$\begin{array}{l} a) 5 \cdot 38.. + 7\frac{4}{9} + 12\frac{1}{13} + 20\frac{7}{8} + 5\frac{13}{16}; \\ b) 2\frac{2}{3} + 6\frac{5}{21} + 9\frac{9}{14} + 6\frac{3}{50} + 7 \cdot 267..; \\ c) 6\frac{5}{6} + 13\frac{4}{7} + 8 \cdot 125 + 5 \cdot 8214.. + 2\frac{5}{12}; \\ d) 2 \cdot 574.. m + 3\frac{1}{2} m + 7\frac{1}{7} m + 6 \cdot 2840.. m; \\ e) 12\frac{1}{24} kg + 27\frac{1}{31} kg + 5\frac{7}{11} kg + 6 \cdot 273.. kg; \\ f) 153 \cdot 54.. m^2 + 28\frac{45}{57} m^2 + 2\frac{81}{166} m^2 + 45 \cdot 0793 m^2. \end{array}$$

8. Izračunaj sledeče razlike tako natanko, kakor je mogoče in napravi preizkus:

$$\begin{array}{ll} a) 75 \cdot 045.. - 23 \cdot 47..; & b) 12 \cdot 10.. - 8\frac{5}{8}; \\ c) 135 \cdot 3 - 79 \cdot 482..; & d) 123\frac{3}{5} - 102 \cdot 75..; \\ e) 35 \cdot 328.. kg - 26 \cdot 37 kg; & f) 47 \cdot 57.. hl - 29\frac{1}{7} hl; \\ g) 10 \cdot 570.. km - 2 \cdot 75 km; & h) 245 \cdot 52.. K - 14\frac{3}{11} K. \end{array}$$

9. Azija meri 44285000 km^2 , Amerika 38720000 km^2 , Afrika 30016000 km^2 , Evropa 9897000 km^2 in Avstralija 8955000 km^2 ;

a) koliko milijonov kvadratnih kilometrov meri vsak svetovni del;
b) koliko milijonov kvadratnih kilometrov merijo vsi skupaj?

§ 45. Okrajšano množenje.

A. Popolna števila.

Okrajšano
množenje
= die
abgekürzte
Multiplikation.

Naloga. Koliko velja $6 \cdot 7249$ q blaga, ako velja 1 q istega blaga 17·58 K? Vrednost vsega blaga izračunaš na 6 decimalk; ker pa moreš izplačati le kronske stotine, določiš tedaj 4 decimalke preveč. Da se izogneš nepotrebnemu računanju, računaš tako, da določiš v delskih produktih samo dve decimalki. Ker je pa zadnja številka vsakega okrajšanega računa nezanesljiva, določi v delskih produktih in tudi v njih vsoti eno številko več, kakor jih potrebuješ in odrežeš v rezultatu zadnjo številko.

Popolno, oziroma okrajšano množenje izvršiš tako-le:

a) $17 \cdot 58 \text{ K} \cdot 6 \cdot 7249$ $ \begin{array}{r} 10548 \\ 12306 \\ 351 \overline{) 6} \\ 70 \overline{) 32} \\ 15 \overline{) 822} \\ \hline 118 \cdot 22 \overline{) 3} \overline{) 742} \\ 118 \cdot 22 \dots \text{K} \end{array} $	b) $17 \cdot 580 \text{ K} \cdot 6 \cdot 7249$ $ \begin{array}{r} 94276 \\ 105480 \\ 12306 \\ 352 \\ 70 \\ 15 \\ \hline 118 \cdot 22 \overline{) 3} = 118 \cdot 22 \dots \text{K} \end{array} $
---	--

Prvi delski produkt $17 \cdot 58 \cdot 6$ ima dve decimalki, vsak prihodnji ima eno decimalko več. Ako določiš delske produkte na tri decimalke, moraš okrajšati tretji in vsak sledeči delski produkt na tri decimalke in vpštevaš seveda vpliv, ki ga ima prva odrezana številka na zadnjo napisano. Tretji delski produkt se glasi

$$17 \cdot 58 \cdot 0 \cdot 02 = 0 \cdot 3516.$$

Ker potrebuješ samo 3 decimalke, odrežeš četrto in vzameš od nje popravek; isti produkt pa tudi dobiš, ako odrežeš multiplikandu zadnjo številko (8), vzameš popravek od produkta $2 \cdot 8$ in ga prišteješ produktu $2 \cdot 5$. Pišeš tedaj

$$17 \cdot 58 \cdot 0 \cdot 02 = 0 \cdot 352$$

in govoriš: 2 krat 8 je 16, popravek 2; 2 krat 5 je 10 in 2 je 12, 1; 2 krat 7 je 14 in 1 je 15, 1; 2 krat 1 je 2 in 1 je 3.

Četrty delski produkt $17 \cdot 58 \cdot 0 \cdot 004$ ima 5 decimalk; ker potrebuješ samo 3, odrežeš multiplikandu zadnji dve številki in pišeš:

$$17 \cdot 58 \cdot 0 \cdot 004 = 0 \cdot 070$$

in govoriš: 4 krat 5 je 20, popravek 2; 4 krat 7 je 28 in 2 je 30, 3; 4 krat 1 je 4 in 3 je 7.

Peti delski produkt $17 \cdot 58 \cdot 0 \cdot 0009$ ima 6 decimalk; multiplikandu odrežeš zadnje tri številke in pišeš

$$17 \cdot 58 \cdot 0 \cdot 0009 = 0 \cdot 015$$

govoreč: 9 krat 7 je 63, popravek 6; 9 krat 1 je 9 in 6 je 15.

Da veš, od katere multiplikandove številke moraš vzeti popravek, postopaj tako-le: Napiši multiplikatorjeve enice pod ono multiplikandovo številko, ki ima isto mestno vrednost kakor zadnja številka v zahtevanem produktu, vse druge multiplikatorjeve številke pa v obratnem redu. S tem dosežeš, da ima produkt mestnih vrednosti dveh števil, ki stojita druga pod drugo, vedno mestno vrednost zadnje produktove številke. (Prepričaj se!) Delski produkt katerekoli multiplikatorjeve številke določiš s tem, da vzameš od produkta multiplikandove številke, ki stoji na desni, le popravek, pomnožiš pa nad njo stoječo in vse na levi stoječe multiplikandove številke ter pišeš posamezne delske produkte drugega pod drugega.

Kako določiš produkt dveh števil tako natanko, kakor se zahteva.

Primerjaj še sledeče naloge: Določi b) $2 \cdot 8537 \cdot 0 \cdot 5724$ na tri decimalke; in c) $13 \cdot 589 \cdot 4 \cdot 5316$ na eno decimalko.

$$b) 2 \cdot 8537 \cdot 0 \cdot 5724$$

$$\begin{array}{r} 42750 \\ \hline \end{array}$$

$$14269$$

$$1997$$

$$57$$

$$11$$

$$\begin{array}{r} 1 \cdot 6334 \\ \hline \end{array} = 1 \cdot 633 \dots$$

$$c) 13 \cdot 589 \cdot 4 \cdot 5316$$

$$\begin{array}{r} 61354 \\ \hline \end{array}$$

$$5436$$

$$679$$

$$41$$

$$1$$

$$1$$

$$\begin{array}{r} 61 \cdot 58 \\ \hline \end{array} = 61 \cdot 6 \dots$$

B. Nepopolna števila.

Naloga. d) Krogov premer meri $2 \cdot 734 \dots m$; kolik je krogov obod? Krogov obod je $3 \cdot 14159 \dots$ kratni premer. Ker sta v produktu $2 \cdot 734 \dots m \cdot 3 \cdot 14159 \dots$ faktorja nepopolni števili, ne moreš določiti produkta na toliko zanesljivih decimalk, kolikor jih hočeš, ampak samo na toliko, kolikor jih ima prvi delski produkt $2 \cdot 734 \cdot 3$. Ker ima delski produkt samo tri zanesljive decimalke, izračunaš produkt na tri decimalke. Račun izvršiš tako-le:

Kako določiš produkt nepopolnih števil tako natanko, kakor je mogoče.

$$2 \cdot 734 \dots m \cdot 3 \cdot 14159 \dots$$

$$\begin{array}{r} 951413 \\ \hline \end{array}$$

$$8202$$

$$273$$

$$109$$

$$3$$

$$1$$

$$\begin{array}{r} 8 \cdot 588 \\ \hline \end{array} = 8 \cdot 59 \dots m.$$

e) Kolika je ploščina $43 \cdot 56 \dots m$ dolgega in $12 \cdot 7 \dots m$ širokega pravokotnika? — Mersko število pravokotnikove ploščine je enako produktu merskih števil njegove dolžine in širine.

I. $43 \cdot 56 \dots 12 \cdot 7 \dots$

??721

4356

871

305

?

II. $12 \cdot 7 \dots 43 \cdot 56 \dots$

6534

508

38

6

1

$55\overline{3} \dots = 550 m^2$

V računu pod I. ima prvi delski produkt $43 \cdot 56 \dots 10$. eno decimalko in na eno decimalko bi bil določen ves produkt. Iz računa pa razvidiš, da ne moreš določiti četrtega delskega produkta, ker ne poznaš števila multiplikatorjevih stotin. Zadnje številke v produktu ne morejo biti zanesljive. Če pa zamenjaš faktorje (glej račun II.), ima prvi delski produkt $12 \cdot 7 \dots 40$ zanesljive le celote in ves produkt bo določen le na celote; ker pa ima multiplikator več znanih veljavnih števil kakor multiplikand, moreš zanesljivo določiti potrebne delske produkte in vsled tega tudi ves produkt. Iz navedenega izvajaš:

Na okrajšani način moraš množiti, ako je le en faktor nepopolno število. Za multiplikator vzameš vselej natančnejši faktor, t. j. onega, ki ima več znanih veljavnih števil in podpišeš prvo njegovo veljavno številko pod zadnjo multiplikandovo, vse druge pa v obratnem redu. Mestna vrednost multiplikandove številke, ki stoji nad multiplikatorjevimi enicami, je mestna vrednost zadnje produktove številke. Delske produkte določiš na okrajšani način. V končnem produktu odrežeš zadnjo številko, ker ni zanesljiva, in popraviš z njenim popravkom zadnjo v produktu puščeno številko.

Naloge.

1. Izračunaj naslednje produkte na dve decimalki:

a) $9 \cdot 4167 \cdot 1 \cdot 235$;

b) $8 \cdot 35 \cdot 12 \cdot 764$;

c) $98 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 8142$;

d) $0 \cdot 82 \cdot 6 \cdot 7$.

2. Izračunaj naslednje produkte na celote:

a) $16 \cdot 7598 \cdot 25 \cdot 843$;

b) $0 \cdot 7624 \cdot 512 \cdot 4$;

c) $59 \cdot 48 \cdot 3 \cdot 875 \dots$;

d) $30 \cdot 103 \cdot 69 \cdot 876$.

3. Pretvori v naslednjih produktih faktorje v decimalna števila in določi produkt na tri decimalke:

$$a) \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{11}; \quad b) \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3}; \quad c) \frac{9}{13} \cdot \frac{2}{11}; \quad d) \frac{11}{17} \cdot \frac{2}{15}.$$

Za preizkus izračunaj produkt navadnih ulomkov in ga pretvori v decimalni ulomek!

4. Določi naslednje produkte na štiri decimalke in napravi preizkus s tem, da pretvoriš faktorje v navadne ulomke in njihov produkt zopet v decimalni ulomek:

$$a) 0.125 \cdot 0.4\bar{5}; \quad b) 0.3\bar{8} \cdot 0.\bar{0}3\bar{7}; \quad c) 0.0\bar{6}\bar{3} \cdot 2.\bar{4}0\bar{7}.$$

5. Izračunaj naslednje produkte tako natanko, kakor je mogoče:

$$a) 6.539 \dots \times 8.42;$$

$$b) 479.326 \dots \times 854;$$

$$c) 4.756 \times 9.327 \dots;$$

$$d) 965 \times 79.463 \dots;$$

$$e) 67.56 \dots \times 39.257 \dots;$$

$$f) 84.356 \dots \times 7.824 \dots;$$

$$g) 4.256 \dots \times 4.256 \dots;$$

$$h) 15.2346 \dots \times 15.2346 \dots \times 15.2346 \dots$$

6. Koliko stane 4.53 m blaga po 13.76 K ?

7. Koliko velja 8.2375 ha travnika po 572.46 K ?

8. Srednja lunina razdalja od naše zemlje je 60.2778 krat večja kakor zemeljski polumer; koliko tisoč kilometrov je to, ako meri zemeljski polumer 6378 km ?

9. 1 cm^3 živega srebra tehta $13.596 \dots \text{ g}$; koliko tehta a) 4.36 cm^3 ; b) $8.785 \dots \text{ cm}^3$; c) $73.6 \dots \text{ cm}^3$ živega srebra?

10. Trgovec mora plačati 218.42 marke nemškega denarja; koliko kron je to, ako se računa marka po 1.17563 K ?

11. Koliko kron je vredno 357.92 franka, ako se računa frank po 0.95226 K ?

12. Koliko kron je vredno 57.85 dolarja, ako se računa dolar po 4.9351 K ?

§ 46. Okrajšano deljenje.

A. Popolna števila.

Naloga. a) 23.47 m blaga velja 369.5 K ; koliko velja 1 m ?
Cena enega metra je enaka vrednosti vseh metrov, deljeni s številom

metrov. V kvocientu $369 \cdot 5 K : 23 \cdot 47$ določiš najprej mestno vrednost prve njegove številke (§ 15.) in deliš kakor celo število s celim Račun izvršiš tako-le:

I. na navadni način:	II. na okrajšani način:
$369 \cdot 5 K : 23 \cdot 47 = 15 \cdot 74 K$	$369 \cdot 5 K : 23 \cdot 47 = 15 \cdot 74 K$
1348 0	1348
174 50	174
10 210	10
822	1

Ker imata v kvocientu le prvi dve decimalki tako vrednost, da jih vpoštevamo v prometu, je določevanje nadaljnjih decimalk nepotrebno. Pa tudi izračunanje kvocienta na dve decimalki moreš, kakor je razvidno iz računa pod II., nekoliko skrajšati. Kako pa skrajšaš račun? V računu I. določiš drugo kvocientovo številko, ako deliš 13480 z 2347; ako pa deliš dividend in divizor z 10, se kvocient ne izpremeni in druga številka je nepopolni kvocient $1348 : 2347$. Namesto da pripišeš delitvenemu ostanku ničlo, odrežeš divizorju zadnjo številko, ki jo pa moraš vpoštevati pri množenju divizorja z drugo kvocientovo številko v toliko, da vzameš od njenega produkta popravek. Govoriš tedaj tako-le: 5 krat 7 je 35, popravek 4; 5 krat 4 je 20 in 4 je 24 in 4 je 28, 2; 5 krat 3 je 15 in 2 je 17 in 7 je 24, 2; 5 krat 2 je 10 in 2 je 12 in 1 je 13. Tretjo številko najdeš, ako deliš $17450 : 2347$ ali pa $174 : 2347$. Ostanku ne pripišeš ničle, temveč odrežeš divizorju predzadnjo številko, ki jo še toliko vpoštevaš, da vzameš od njenega produkta popravek. Govoriš tedaj: 7 krat 4 je 28, popravek 3; 7 krat 3 je 21 in 3 je 24 in 0 je 24, 2; 7 krat 2 je 14 in 2 je 16 in 1 je 17. Sledečo številko v kvocientu najdeš, ako deliš $10210 : 2347$ ali pa $10 : 2347$ in govoriš: 4 krat 3 je 12, popravek 1; 4 krat 2 je 8 in 1 je 9 in 1 je 10.

Ker najdeš prvo kvocientovo številko s tem, da deliš dividend s celim divizorjem, za vsako naslednjo številko pa odrežeš divizorju po eno številko, zato ima na okrajšani način izračunani kvocient toliko veljavnih števil, kolikor jih ima prvotni divizor; ako je divizor popolno število, mu lahko pripišeš ničle in določiš v kvocientu toliko veljavnih števil, kolikor jih hočeš.

Kako določiš
kvocient
tako
natanko,
kakor se
zahteva.

Ako se zahteva v kvocientu določeno število decimal, določiš najprej število kvocientovih veljavnih števil; ako je teh manj, kakor jih ima divizor, okrajšaš divizor na enako število veljavnih števil;

ako jih je pa več, moraš po prvi kvocientovi številki na navadni način izračunati še toliko števil, kolikor jih ima divizor premalo, ostale pa izračunaš na okrajšani način.

Ker zadnja kvocientova številka ni zanesljiva, izračunaš eno številko več, kakor jih potrebuješ; zato pa v rezultatu zadnjo odrežeš in vzameš od nje popravek. Primerjaj sledeči nalogi!

Izračunaj kvocient $52 \cdot 714 : 0 \cdot 8376$ b) na tri decimalke, c) na celote.

Prva kvocientova številka ima mestno vrednost desetice. Kvocient bo imel pred decimalno piko 2 številki in v nalogi b) 4 decimalke, tedaj 6 veljavnih števil. Ker ima divizor samo 4 številke, izračunaš po prvi kvocientovi številki še 2 na navadni, ostale pa na okrajšani način.

$$\begin{array}{rcl} \text{b) } 52 \cdot 714 : 0 \cdot 8376 & = & 62 \cdot 934\bar{5} \\ 24580 & = & 62 \cdot 935 \dots \\ 78280 & & 78 \\ 2896 & & 3 \\ 383 & & \\ 48 & & \\ 6 & & \end{array} \quad \begin{array}{rcl} \text{c) } 52 \cdot 714 : 0 \cdot 8376 & = & 62 \cdot 9 \\ 245 & = & 63 \dots \\ 78 & & \\ 3 & & \end{array}$$

V nalogi c) sta zahtevani le 2 kvocientovi številki, ki morata biti zanesljivi; zato izračunaš 3 številke. V ta namen okrajšaš divizor na 3 številke in vzameš od produkta prve odrezane številke popravek. Ker tudi v dividendu ne potrebuješ več števil, nego jih ima prvi delski dividend, zato okrajšaš tudi dividend na toliko števil in vzameš od prve odrezane popravek.

B. Deljenje nepopolnih števil.

Naloga. Krogov obod meri $153 \cdot 76 \dots dm$; kolik mu je premer? Krogov premer je enak obodu, deljenemu s $3 \cdot 14159 \dots$. Ker sta dividend in divizor nepopolni števili, ne moreš kvocienta tako natanko izračunati kakor hočeš, ampak samo tako natanko, kakor je mogoče. Račun izvršiš tako-le:

Kako določiš kvocient nepopolnih števil tako natanko, kakor je mogoče.

$$\begin{array}{rcl} 153 \cdot 76 \dots dm : 3 \cdot 14159 \dots & = & 48 \cdot 94 \dots dm = 48 \cdot 9 \dots dm \\ 2810 & & \\ 297 & & \\ 14 & & \\ 2 & & \end{array}$$

Ko si določil mestno vrednost prve kvocientove številke (§ 15.), deliš kakor celo število s celim številom. 15376 pa ne moreš deliti s 314159, in ker nepopolnemu dividendu ne smeš pripisati ničel, moraš divizor toliko okrajšati, da je deljenje mogoče. Divizorju odrežeš tedaj 2 številki in deliš $15376 : 3141\overline{5}9$ na okrajšani način. Tako okrajšani divizor ima eno številko manj kakor dividend, in to zaradi tega, ker je prva dividendova številka manjša kakor prva divizorjeva; v nasprotnem slučaju imata dividend in divizor enako število veljavnih števil. Natančnejši divizor okrajšaš z ozirom na manj natančen dividend.

b) Pravokotnikova ploščina je $35\cdot7285\ldots m^2$; kolika mu je dolžina, ako meri njegova širina $2\cdot87\ldots m$? Mersko število pravokotnikove dolžine je enako kvocientu merskega števila ploščine in širine. Račun izvršiš tako-le:

$$\begin{array}{r} 35\cdot7\overline{2}85\ldots : 2\cdot8\overline{7}\ldots = 12\cdot4\ldots = 12\ldots \\ 70 \\ 13 \\ 2 \end{array}$$

Ko si določil mestno vrednost prve kvocientove številke, deliš tako kakor celo število s celim. Prvem delitvenemu ostanku pa ne smeš pripisati številke 2, ker ne veš, katera številka bi bila tretja v ostanku, če bi imel divizor 4 zanesljive številke. Zato pustiš v natančnejšem dividendu le toliko števil, kakor jih ima prvi delski dividend, vse druge pa odrežeš in vzameš od prve odrezane le popravek; kvocient določiš na okrajšani način in mu odrežeš zadnjo številko, ker ni zanesljiva.

Iz navedenega izvajaš:

Nepopolno število deliš z nepopolnim številom, ako določiš najprej mestno vrednost prve kvocientove številke, okrajšaš natančnejše število tako, da ima, če je prva dividendova številka večja od divizorjeve, toliko veljavnih števil, kakor manj natančno število — sicer mora imeti dividend eno številko več nego divizor — izračunaš kvocient na okrajšani način in mu odrežeš zadnjo številko, ker je nezanesljiva.

Naloge.

1. Izračunaj na 2 decimalki in napravi preizkus:

a) $95\cdot402 : 7\cdot0294$;

b) $286\cdot45 : 3\cdot7928$;

c) $765\cdot4321 : 32\cdot198$;

d) $1234\cdot56 : 85\cdot73$;

- e) $0.07531 : 0.004682$; f) $0.5683 : 0.09256$;
 g) $74.69432... : 8.5769$; h) $9.47658 : 0.754653...$

2. Izračunaj na celote in napravi preizkus:

- a) $38.293 : 0.0476$; b) $0.9258 : 0.00372$;
 c) $472.8 : 0.5281$; d) $27563 : 4.7628$.

3. Pretvori v naslednjih nalogah navadne ulomke v decimalne in določi kvociente na 3 decimalke:

- a) $\frac{5}{8} : \frac{2}{3}$; b) $\frac{6}{7} : \frac{3}{5}$; c) $\frac{10}{11} : \frac{3}{13}$; d) $\frac{53}{74} : \frac{2}{9}$.

Napravi preizkus tako, da pretvoriš kvocient navadnih ulomkov v decimalni ulomek!

4. Izračunaj tako natanko, kakor je mogoče:

- a) $64.82... : 75.64...$; b) $476.32... : 29.58...$;
 c) $3.7182... : 765.8...$; d) $801.945... : 96.8...$;
 e) $65.87... : 125.89$; f) $76.40... : 43.52$;
 g) $104.03 : 713.56...$; h) $283.92 : 684.91...$

5. Izračunaj tako natanko, kakor je mogoče:

- a) $25300 : 430$; b) $1785000 : 42600$;
 c) $8.3 : 2.574...$; d) $16.257... : 0.943$;
 e) $\frac{5}{7} : 942...$; f) $0.578... : \frac{3}{17}$;
 g) $\frac{2.345 \times 0.9237...}{6.51...}$; h) $\frac{0.5217... \times 0.8}{9.41 \times 2.718...}$

6. 47.865 q blaga velja 357.14 K; koliko velja 1 q?

7. 1 dm^3 živega srebra tehta $13.596... \text{ kg}$; koliko dm^3 prostornine ima 1 kg živega srebra?

8. Kranjska meri 9988.3 km^2 in ima 508348 prebivalcev; koliko prebivalcev je povprečno na 1 km^2 ?

9. Koliko mark dobiš za 100 K, ako je marka vredna 1.17563 K?

10. Koliko frankov dobiš za 500 K, ako velja frank 0.95226 K?

11. Koliko dolarjev dobiš za 1000 K, ako velja dolar 4.9351 K?

12. Zemlja napravi v 365.24 dneva svojo 963466000 km dolgo pot okoli solnca; koliko pot napravi v 1 dnevu?

Računanje s celimi občnimi števili.

§ 47. Občna števila.

Posebno
število = die
besondere
Zahl.
Posebna
aritmetika
= die
besondere
Arithmetik.

Števila, ki izražajo določeno množino enot, se imenujejo posebna števila. Nauk o računanju s posebnimi števili se zove posebna aritmetika.

S posebnimi števili smo računali do sedaj.

Dogodi se pa že v navadnem življenju prav pogostoma, da moraš računati z nedoločenimi množinami enot. N. pr.: Posestnik proda 6 košev jabolk, 4 koše hrušk in 3 koše orehov; njegov sosed pa proda 3 koše jabolk, 8 košev hrušk in 1 koš orehov. Dasiravno ne veš niti števila jabolk niti hrušk niti orehov, vendar sklepaš, da je prodal sosed le polovico toliko jabolk, dvakrat toliko hrušk in le tretjino toliko orehov kakor prvi posestnik. To sklepanje je seveda popolnoma utemeljeno le v tem slučaju, ako so koši med seboj enaki in sadovi povprečno iste debelosti. Oba posestnika sta prodala 9 košev jabolk, 12 košev hrušk in 4 koše orehov; prvi je prodal 3 koše jabolk in 2 koša orehov več (kakor drugi) in 4 koše hrušk manj, kakor drugi. Z nedoločeno množino jabolk, hrušk, orehov, ki se nahajajo v enem košu, računaš tedaj ravno tako, kakor s posebnimi števili. Da predočiš in zaznamuješ nedoločeno množino enot, rabiš, kakor v navedenem primeru, celo besedo „koš“, ki jo pa lahko skrajšaš na prvo črko „k“ in pišeš: 9 k jabolk, 12 k hrušk in 4 k orehov. Ta način skrajšanega zaznamovanja nedoločene množine enot nas privede do tega, da si predočujemo nedoločene množine enot sploh z malimi črkami latinske abecede. Tako pomeni črka *a* neko množino enot, črka *b* vobče neko drugo množino enot itd. Različne črke zaznamujejo v enem in istem računu vobče različne, lahko pa tudi zaznamujejo enake množine enot; nasprotno pa zaznamujemo različne množine enot vselej z različnimi črkami. Ako se ponavlja kaka črka v istem računu, pomeni vsakikrat isto množino enot. Vsaka črka pomeni skozi ves račun istotoliko enot, kakor jih je zaznamovala v začetku računa. V različnih računih utegnejo iste črke zaznamovati ali različno ali pa tudi isto množino enot.

Kako
zaznamuješ
nedoločeno
množino
enot.

Občno
število = die
allgemeine
Zahl.
Občna arit-
metika = die
allgemeine
Arithmetik.

Števila, ki izražajo nedoločeno množino enot, se imenujejo občna števila. Nauk o računanju z občnimi števili se zove občna aritmetika. Znaki za osnovne računske načine so pri občnih številih isti kakor pri posebnih. Tako pomeni $a + b$ vsoto, $a - b$ razliko,

$a \times b$ ali $a . b$ produkt in $a : b$ ali $\frac{a}{b}$ kvocient občnih števil a in b .
Znak množenja se navadno izpusti, namesto $a \times b$ ali $a . b$ pišemo ab .

Ako spojimo (združimo) občna ali posebna števila med seboj z računskimi znaki, dobimo številne izraze. Številni izraz, ki ima le posebna števila, lahko izračunaš. N. pr. $5 \times 3 - 8 = 15 - 8 = 7$. Ako ima številni izraz občna števila, ga ne moreš vedno izračunati in krajše napisati. Izraz $a - b$ pomeni razliko števil a in b ; $a - b$ je sicer eno samo število, ki ga pa ne moreš krajše napisati. Razliko $a - b$ zaznamuješ kot eno samo število, ako jo okleneš z oklepajem in pišeš: $(a - b)$. Številni izraz okleneš z oklepajem vselej, če je treba nakazati, da moraš ž njim izvršiti kak računski način. Oklepaji so raznovrstni: okrogli $()$, oglati $[]$ in zaviti $\{\}$. Kadar je treba okleniti oklepaj, rabimo različne oklepaje. Znak množenja smeš izpustiti tudi takrat, ako je faktor številni izraz, ki je oklenjen z oklepajem. N. pr.: $5(7 - 3) = 5 \cdot (7 - 3) = 5 \cdot 4 = 20$.

Številni izraz
= der
Zahlen-
ausdruck.

Okrogli
(oglati,
zaviti)
oklepaj =
die runde
(eckige, ge-
schlungene)
Klammer.

$$40 - \{17 + 2[20 - (18 - 5)]\} = 40 - \{17 + 2[20 - 13]\} = \\ = 40 - \{17 + 2 \cdot 7\} = 40 - \{17 + 14\} = 40 - 31 = 9.$$

Oklepaje odpraviš iz številnega izraza, ki ima samo posebna števila, ako zaporedoma izvršiš v oklepajih nakazane račune, začenši pri najožjem oklepaju.

Da se raba oklepajev nekoliko utesni, velja sledeče:

1. Ako je treba prišteti ali odšteti zaporedoma več števil, se oklepaji izpuste. N. pr.: $[(a + b) - c] + d = a + b - c + d$;
 $\{[(5 + 7) - 4] + 12\} - 9 = 5 + 7 - 4 + 12 - 9 = 11$.

Kdaj smeš
izpustiti
oklepaje.

2. Ako je treba množiti ali deliti zaporedoma z več števili, se oklepaji izpuste. N. pr.:

$$(a : b) \cdot c = a : b \cdot c; (15 : 3) \cdot 4 = 15 : 3 \cdot 4 = 5 \cdot 4 = 20.$$

3. Ako je treba izvršiti v številnem izrazu najprej množenje, oziroma deljenje, in šele potem seštevanje, oziroma odštevanje, se tudi oklepaji izpuste. N. pr.: $5 \cdot 4 - 2 \cdot 7 = (5 \cdot 4) - (2 \cdot 7) = 20 - 14 = 6$; $18 : 3 + 3 \cdot 4 = (18 : 3) + (3 \cdot 4) = 6 + 12 = 18$.

4. Ulomkovih števecv in imenovalcev, ki so številni izrazi, ne oklepamo z oklepaji; vendar moramo računati ž njimi, kakor da so oklenjeni. N. pr.:

$$\frac{5 + 3}{7 - 2} \cdot 10 - \frac{9 + 7}{4} \cdot 3 = \frac{8}{5} \cdot 10 - \frac{16}{4} \cdot 3 = 16 - 12 = 4.$$

Zamenjati
= sub-
stituieren.

Kadar postavimo v številne izraze namesto občnih števil posebna števila ter izvršimo s temi števili nakazane računske načine, tedaj pravimo, da zamenjamo. N. pr. za $a = 2$, $b = 3$ in $c = 4$

dobi številni izraz $\frac{a + b - c}{a} \cdot b$ to-le vrednost:

$$\frac{a + b - c}{a} \cdot b = \frac{2 + 3 - 4}{2} \cdot 3 = \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

Naloge.

1. Določi pomen in vrednost naslednjih številnih izrazov:

- a) $15 + (8 + 3)$; b) $(15 + 8) + 3$; c) $15 + 8 + 3$;
d) $15 + (8 - 3)$; e) $(15 + 8) - 3$; f) $15 + 8 - 3$;
g) $15 - (8 + 3)$; h) $(15 - 8) + 3$; i) $15 - 8 + 3$;
k) $15 - (8 - 3)$; l) $(15 - 8) - 3$; m) $15 - 8 - 3$.

Kdaj smeš izpustiti oklepaj?

2. Izračunaj naslednje številne izraze:

- a) $70 - [30 + (15 - 6)]$; b) $(70 - 30) + (15 - 6)$;
c) $70 - (30 + 15) - 6$; d) $70 - [30 - (15 - 6)]$;
e) $(70 - 30) - (15 - 6)$; f) $70 - (30 - 15) - 6$;
g) $80 - \{40 + [32 - (15 - 7)]\}$;
h) $80 - 40 + [32 - (15 - 7)]$;
i) $80 - [(40 + 32) - (15 - 7)]$;
k) $80 - (40 + 32) - (15 - 7)$.

3. Določi pomen in vrednost sledečih številnih izrazov:

- a) $50 + 5 \cdot 4 + 3$; b) $50 - 5 \cdot 4 - 3$; c) $50 - 5 \cdot 4 + 3$;
d) $50 + 5 (4 + 3)$; e) $50 - 5 (4 - 3)$; f) $50 - 5 (4 + 3)$;
g) $(50 + 5) \cdot 4 + 3$; h) $(50 - 5) \cdot 4 - 3$; i) $(50 - 5) \cdot 4 + 3$;
k) $(50 + 5) (4 + 3)$; l) $(50 - 5) (4 - 3)$; m) $(50 - 5) (4 + 3)$.

4. Določi ravno tako:

- a) $(3 \cdot 4) \cdot 5$; b) $3 \cdot (4 \cdot 5)$; c) $3 \cdot 4 \cdot 5$;
d) $(24 : 2) \cdot 3$; e) $24 : (2 \cdot 3)$; f) $24 : 2 \cdot 3$;
g) $(15 \cdot 6) : 2$; h) $15 \cdot (6 : 2)$; i) $15 \cdot 6 : 2$.

5. Izračunaj:

- a) $45 : 9 + 2 \cdot 7$; b) $7 \cdot 5 - 24 : 3$;
 c) $63 : 7 - 36 : 12$; d) $3(7 - 5) + 2(5 - 3)$;
 e) $8(4 + 1) - 7(8 - 3)$; f) $15 : (9 - 6) + 5(8 - 7)$;
 g) $(18 : 3) \cdot 5 - 2(12 : 4)$; h) $(45 + 11) : 7 - (21 - 3) : 9$.
 i) $(12 : 3 + 72 : 9) : (19 - 17)$;

6. Izračunaj sledeče izraze:

- a) $105 - 8 \cdot 7 + 92 : (3 \cdot 6 + 5)$;
 b) $196 : [5 + 2 \cdot 3 - 4(2 \cdot 8 - 5 \cdot 3)]$;
 c) $(5 + 2 \cdot 11 - 3) : [6 \cdot (8 : 4) - (17 - 15)(23 - 20)]$;
 d) $[2(3 + 4) - 3 \cdot 3 + 5 : (2 + 3)] \cdot (4 + 12 : 2)$;
 e) $\{4 + 9(8 - 2)[20 - (8 - 4)] + 11 \cdot 12\} : 1000$.

7. Določi pomen naslednjih občnih izrazov in njih vrednost, če zamenjaš za $a = 21$, $b = 7$, $c = 2$:

- a) $a + b$, b) $a + (b + c)$, c) $ab + c$, d) $a : b + c$,
 $a - b$, $a + (b - c)$, $ab - c$, $a : b - c$,
 $a \cdot b$, $a - (b + c)$, $(a + b)c$, $(a + b) : c$,
 $a : b$; $a - (b - c)$; $(a - b)c$; $(a - b) : c$.

8. Določi pomen naslednjih številnih izrazov in njih vrednost za $x = 30$, $y = 6$, $z = 3$, $u = 1$:

- a) $(x + y)(z - u)$, b) $xy + z - u$, c) $xy - z - u$,
 $x + y(z - u)$, $x(y + z) - u$, $x(y - z) - u$,
 $(x + y)z - u$, $x(y + z - u)$, $x(y - z - u)$,
 $x + yz - u$; $xy + (z - u)$; $xy - (z - u)$;
 d) $(x + y) : (z + u)$, e) $xy : z - u$, f) $x : y + z + u$,
 $(x + y) : z + u$, $x(y : z) - u$, $x : (y + z + u)$,
 $(x - y) : (z + u)$, $xy : (z - u)$, $x : y \cdot z - u$,
 $(x - y) : z + u$; $x(y : z - u)$; $x : y(z - u)$.

9. V mnogokotniku, ki ima n stranic, moreš načrtati iz vsakega oglišča $(n - 3)$ diagonale, ki razdele mnogokotnik v $(n - 2)$ trikotnika; vseh diagonal je $\frac{(n - 3) \cdot n}{2}$. Koliko diagonal moreš načrtati iz vsakega oglišča, koliko trikotnikov nastane in koliko je vseh diagonal v mnogokotniku, ki ima 4, 5, 6, 7, ..., 25 stranic?

§ 48. Seštevanje in odštevanje občnih števil.

Kako
seštevaš
občna
števila.

Vsoto dveh ali več občnih števil moreš izraziti le na ta način, da napišeš vse sumande in postaviš med nje znak seštevanja $+$. Vsoto števil a , b , c in d napišeš tako-le: $a + b + c + d$. Tako kakor izračunaš vsoto posebnih števil, n. pr. $5 + 7 + 9 = 21$, ne moreš izračunati vsote občnih števil. Ako hočeš izraziti, da je $a + b + c + d$ izračunana vsota občnih števil a , b , c in d , jo okleneš z oklepajem in pišeš: $a + b + c + d = (a + b + c + d)$.

Kako
odštevaš
občna
števila.

Takisto izraziš razliko, ki jo dobiš, ako odšteješ od občnega števila a občno število b , s tem, da napišeš števili a in b , in postaviš med nji znak odštevanja $-$, pišeš torej: $a - b$. Hoteč izraziti, da je $a - b$ izračunana razlika, jo okleneš z oklepajem in pišeš $a - b = (a - b)$.

Kdaj moraš
vsoto ali raz-
liko občnih
števil krajše
izraziti.

V posebnih slučajih moreš vendarle krajše napisati ali skrajšati vsoto, oziroma razliko občnih števil, in sicer:

1. Ako so vsi sumandi med seboj enaki, napišeš sumand samo enkrat, predenj pa postaviš število, ki pove, koliko enakih sumandov se nahaja v vsoti. N. pr.: $a + a + a + a + a = 5a$; $xy + xy + xy = 3xy$. Številni izraz $5a$ ($3xy$) je tedaj krajše napisana vsota, ki obstoji iz 5 (3) med seboj enakih sumandov a (xy). Občno število a (xy), ki stoji večkrat za sumand, se imenuje glavna količina, število 5 (3) pa, ki pove, koliko je enakih sumandov, se imenuje koeficient krajše napisane vsote. Koeficient 1 se ne piše; torej pomeni a toliko kakor 1 a .

Glavna koli-
čina = die
Hauptgröße.
Koeficient
= der
Koeffizient.

Krajše napisane vsote, ki imajo isto glavno količino, n. pr. $7x$ in $5x$, se imenujejo istoimenske.

Kako
seštevaš
istoimenske
izraze.

2. Ako so sumandi istoimenski, n. pr. $5a + 6a + 7a = 18a$, $5bx + 6bx + 7bx = 18bx$. Ker so sumandi krajše napisanih vsot med seboj enaki in jih ima prva 5, druga 6 in tretja 7, jih imajo vse skupaj 18; vsoto 18 enakih sumandov a (bx) pa krajše napišeš $18a$ ($18bx$).

Istoimenske izraze sešteješ, ako postaviš vsoto koeficientov pred skupno glavno količino.

Kako
odštevaš
istoimenske
izraze.

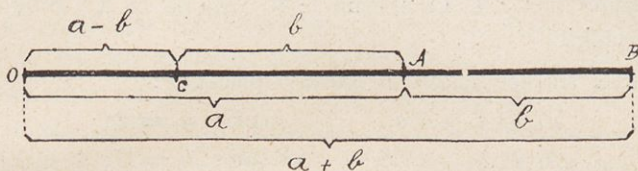
3. Ako sta minuend in subtrahend istoimenska. Odštevanje je seveda le mogoče, ako ima minuend več sumandov kakor subtrahend. N. pr.: $21a - 14a = 7a$, $21ux - 14ux = 7ux$. Od 21 minuentovih sumandov odšteješ 14 subtrahendovih in ostane jih še 7. Vsoto 7 enakih sumandov a (ux) napišeš krajše $7a$ ($7ux$).

Številni izraz odšteješ od istoimenskega, ako postaviš razliko koeficientov pred skupno glavno količino.

Kakor si predočiš na številni črti posebna števila, tako si tudi predočuješ z daljicami občna števila.

Kako predočiš vsoto in razliko občnih števil.

Slika 8.



Tako predstavlja (slika 8.) daljica OA toliko enot, kolikor jih ima občno število a , ali krajše: OA je slika občnega števila a . AB je slika števila b . Daljica OB je slika vsote $a + b$. Da dobiš sliko razlike $a - b$, načrtaš, ker je odštevanje nasprotno seštevanju, daljico AC , ki je slika števila b , od krajišča A v nasprotno smer in dobiš daljico OC , ki je slika razlike $a - b$.

Ker je pa daljica OB , ako jo obrnemo (BO), slika vsote $b + a$, velja

$$a + b = b + a.$$

Vrednost vsote se ne izpremeni, ako zamenjaš sumande med seboj (§ 5).

Pri vsakem računu je važno in tudi umestno, da se prepričaš, si li prav izračunal znesek ali ne. Pri računih z občnimi števili napraviš preizkus najenostavneje, ako zamenjaš v danih številnih izrazih in v izračunanem znesku občna števila s posebnimi. Ako dobiš v obeh slučajih isto vrednost, tedaj smeš vobče reči, da si prav izračunal znesek. V nalogi $8x - 3x + x = 6x$ zamenjaš n. pr. $x = 2$ in dobiš $8x - 3x + x = 8 \cdot 2 - 3 \cdot 2 + 2 = 16 - 6 + 2 = 12$, $6x = 6 \cdot 2 = 12$. Ker imata oba izraza isto vrednost 12, je naloga prav razrešena.

Kako napraviš preizkus v računih z občnimi števili.

Naloge.

1. Štej od števila n a) naprej, b) nazaj!
2. Nekdo je sedaj x let star; a) koliko bo star čez 5, 9, 12, 20 let; b) koliko je bil star pred 3, 6, 11, 15 leti?
3. Trgovec kupi blago za a K in ima pri prodaji 15 K dobička (izgube); za koliko je prodal blago?

4. Blago tehta netto p kg, tara znaša 8 kg; koliko tehta blago brutto?

5. Toplomer je kazal zvečer t° , opoldne 12 (8) $^{\circ}$ več, zjutraj pa 5 (3) $^{\circ}$ manj kakor zvečer; koliko je kazal toplomer opoldne in koliko zjutraj?

6. Nekdo ima a K in prejme 25 K, izda pa 18 K; koliko znaša njegov imetek?

7. Skrči sledeče izraze in napravi preizkus:

$$a) 12a + 7a, \quad \text{pr.: } a = 2;$$

$$b) 21b - 15b, \quad \text{pr.: } b = 3;$$

$$c) 9x + 3x + 5x, \quad \text{pr.: } x = 5;$$

$$d) 10y + 4y - 11y, \quad \text{pr.: } y = 4;$$

$$e) 8a - 3a + a, \quad \text{pr.: } a = 7;$$

$$f) 9u - u + 2u, \quad \text{pr.: } u = 8;$$

$$g) 20m - 8m - 4m, \quad \text{pr.: } m = \frac{1}{2};$$

$$h) 15x + 3x - 17x, \quad \text{pr.: } x = 3.$$

8. Izračunaj in naredi preizkus:

$$a) (7a - 4a) - (13b - 12b), \quad \text{pr.: } a = 3, b = 2;$$

$$b) 14x - [9x - (8x - 5x)], \quad \text{pr.: } x = 3;$$

$$c) 6u - [15u - (22u - 10u) + 2u], \quad \text{pr.: } u = 4;$$

$$d) (21y - 5y) - \{24y - [13y + (5y - 4y) - 4y]\}, \quad \text{pr.: } y = 3;$$

$$e) 5x + 2y - 3x + 7y + 15x - 8y, \quad \text{pr.: } x = 2, y = 4;$$

$$f) 3ax + 5ax - 7ax + 12ax, \quad \text{pr.: } a = 2, x = 5;$$

$$g) 7(x - y) + 5(x - y) - 6(x - y) + 12(x - y), \quad \text{pr.: } x = 6, y = 4.$$

§ 49. Relativna ali algebrajska števila.

Naloga. Toplomer je kazal opoldne 5° C, zjutraj pa 12° manj kakor opoldne; koliko je kazal toplomer zjutraj?

Temperaturo teles merimo s toplomeri ali termometri in jo izrazimo v stopinjah ($^{\circ}$). Razdelbo v stopinje dobimo na sledeči način: Toplomer vtaknemo v vodo, ki v njej plavajo koščki ledu, živo srebro seže do stalne točke, ki jo imenujemo ledišče; drugič postavimo toplomer v vodne pare, ki se vzdigujejo iz vrele vode, živo srebro se vzdigne do druge stalne točke, ki jo imenujemo vrelišče. Razdaljo med lediščem in vreliščem razdelimo po Celsiju v 100 enakih delov.

Ledišče zaznamujemo z 0 in pravimo, ako sega živo srebro do 0, da imamo temperaturo 0° . Nadaljnje zareze so zaznamovane z 1, 2, 3, ... 99, 100 in pomenijo, da je temperatura 2° , 7° , 50° , 100° , ako seže živo srebro do 2., 7., 50., 100. zareze. Da izrazimo temperaturo tudi takrat, ako ne seže živo srebro do ledišča, so zarežani ravno toliki deli, kakor nad lediščem, tudi pod lediščem in so zaznamovani z 1, 2, 3 ... itd. Da določimo temperaturo, ne zadostuje, ako povemo, koliko je stopinj; povedati moramo tudi, ali so stopinje „nad ničlo“ ali „pod ničlo“. Krajše zaznamujemo stopinje „nad ničlo“ z znakom „+“ in one „pod ničlo“ z znakom „-“ in govorimo o $+10^{\circ}$ (plus 10 stopinj), t. j. 10° „nad ničlo“, -10° (minus 10 stopinj), t. j. 10° „pod ničlo“. V koliko je utemeljena uporaba znakov + in -, razvidimo iz sledečega. Ako je prvotno kazal toplomer 0° in se zviša temperatura za 10° , imamo $(0 + 10)^{\circ}$, ako pa pade za 10° , imamo $(0 - 10)^{\circ}$. Ako izpustimo v teh izrazih ničlo, dobimo prej navedene določbe temperature $+10^{\circ}$ in -10° .

Po teh pojasnilih moreš čitati na toplomeru razrešitev dane naloge. Od pete zareze nad ničlo se pomakneš za 12° navzdol in prideš tako do sedme zareze pod ničlo. Toplomer je kazal zjutraj -7° C.

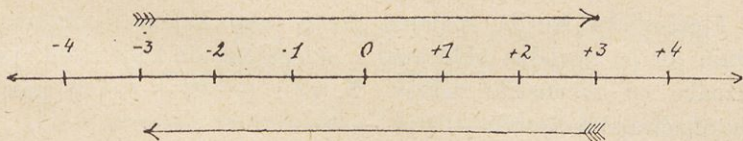
Določil si tedaj razliko $5^{\circ}-12^{\circ}$, ki je v njej subtrahend večji kakor minuend. Take razlike se nahajajo prav pogostoma.

Da bo vselej mogoče odšteti večje število od manjšega, je treba izpopolniti številno vrsto ravno tako kakor toplomerovo razdelbo (skalo). Številno črto podaljšaš črez točko, ki je zaznamovana z 0 (ničlo) in narišeš v nasprotno smer enake daljice ter zaznamuješ njih krajišča z -1 , -2 , -3 ..., dočim zaznamuješ prej z 1, 2, 3 ... zaznamovane točke z $+1$, $+2$, $+3$, $+4$...

Številna črta
relativnih
števil.

Slika 9.

Premikanje v pozitivno smer.



Premikanje v negativno smer.

Števila s predznakom + (plus) imenujemo pozitivna, števila s predznakom - (minus) pa negativna števila. Vsako pozitivno število smatraš za vsoto pozitivnih in vsako negativno za vsoto

Predznak =
das Vor-
zeichen.
Pozitivno
število = die
positive
Zahl.
Negativno
število = die
negative
Zahl.

Relativno
ali algebraj-
sko število =
die relative
oder alge-
braische
Zahl.

Absolutno
število = die
absolute
Zahl.

Absolutna
vrednost =
der absolute
Wert.

Nasprotna
števila =
entgegen-
gesetzte
Zahlen.

negativnih enot. Pozitivna in negativna števila imajo skupno ime: relativna ali algebrajska števila. Števila, ki nimajo predznaka, se zovejo absolutna. Do sedaj smo računali samo z absolutnimi števili.

Pri vsakem algebrajškem številu je treba razločevati predznak in njegovo absolutno vrednost, t. j. množino enot. Predznak pove kakšne so enote, ali so pozitivne ali negativne; absolutna vrednost pa, koliko enot je v številu.

Dve števili, ki imate isto absolutno vrednost, pa različna predznaka, imenujemo nasprotni števili. N. pr.: $+5$ in -5 , $+3a$ in $-3a$.

Na toplomeru spoznaš, da je temperatura tem višja, čim višje stoji živo srebro; ravno tako je tudi algebrajsko število tem večje, čim bolj stoji v številni vrsti proti desni, in tem manjše, čim bolj stoji proti levi. Vsako pozitivno število je večje kakor 0, vsako negativno je manjše kakor 0. Od dveh negativnih je ono večje, ki ima manjšo absolutno vrednost. $+a > 0$, $-b < 0$, $-5 < -3$.

Nasprotno
količine =
entgegen-
gesetzte
Größen.

Algebrajska števila se dajo uporabiti tudi pri drugih količinah vsakdanjega življenja. Take količine so n. pr. gotovina in dolg, dohodki in stroški, dobiček in izguba, korakanje naprej in nazaj. O teh količinah je znano, da uničuje vsako enoto ene količine (gotovina, dohodki, dobiček, korak naprej) enota nasprotno količine (dolg, stroški, izguba, korak nazaj).

Tudi v vedah uporabljamo algebrajska števila. Tako govorimo o letih pred Kristusom in po Kristusu, o severni in južni širini, o vzhodni in zapadni dolžini, o pozitivni in negativni elektriki, o pozitivnih in negativnih kotih in daljicah itd.

§ 50. Seštevanje algebrajških števil.

Algebrajska števila spajamo ravno tako kakor absolutna; v računih jih pa navadno oklepamo z oklepajem, da lažje razlikujemo predznake od računskih znakov. N. pr.: $(+5) + (-3)$ pomeni vsoto algebrajških števil $+5$ in -3 .

Kako
seštevaš
algebrajska
števila.

Vsota algebrajških števil izraža toliko pozitivnih in negativnih enot, kolikor jih je v vseh sumandih skupaj. Računajoč vsoto dveh algebrajških števil, razlikujemo dva slučaja, in sicer:

1. Sumanda imata ista predznaka. $(+8) + (+5) = +13$. 8 pozitivnih in 5 pozitivnih enot dá 13 pozitivnih enot; 8 K gotovine

in 5 K gotovine je 13 K gotovine. $(-8) + (-5) = -13$.
8 negativnih enot in 5 negativnih enot da 13 negativnih enot, 8 K dolga in 5 K dolga je 13 K dolga.

Dvoje algebraskih števil z istim predznakom sešteješ, ako sešteješ absolutni vrednosti in postaviš pred to vsoto skupni predznak.

2. Sumanda imata različna predznaka. $(+8) + (-5) = +3$.
Ker uniči vsaka negativna enota eno pozitivno, ostanejo za vsoto 3 pozitivne; 8 K gotovine in 5 K dolga je toliko kakor 3 K gotovine.
 $(-8) + (+5) = -3$. Ker uniči vsaka pozitivna enota eno negativno, ostanejo za vsoto le 3 negativne; 8 K dolga in 5 K gotovine je toliko kakor 3 K dolga.

Dvoje algebraskih števil z različnim predznakom sešteješ, ako odšteješ manjšo absolutno vrednost od večje in postaviš pred to razliko predznak večje absolutne vrednosti.

Dve nasprotni števili se uničujeta.

Kakor posebna algebrajska števila, seštevamo tudi občna algebrajska števila, ako so istoimenska. N. pr.:

$$(+7a) + (+9a) = +16a$$

$$(-7a) + (-9a) = -16a$$

$$(+7a) + (-9a) = -2a$$

$$(-7a) + (+9a) = +2a$$

Ako je treba sešteti tri, štiri ali več istoimenskih algebraskih števil, je umestno, da sešteješ najprej vse pozitivne sumande, potem vse negativne in spojiš dobljeni vsoti v novo celoto. N. pr.:

$$\begin{aligned} (+8) + (-4) + (-5) + (+12) + (-6) &= \\ &= (+20) + (-15) = +5; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (+5x) + (-7x) + (-9x) + (+8x) + (-12x) &= \\ &= (+13x) + (-28x) = -15x. \end{aligned}$$

Ako so sumandi raznoimenski, jih napišeš drugega poleg drugega z njihovimi predznaki vred; pri tem odpadejo oklepaji in znaki seštevanja. N. pr.:

$$(+2a) + (-4b) + (+3c) + (-5d) = 2a - 4b + 3c - 5d.$$

V vsoti algebraskih števil se sme predznak $+$ pri prvem sumandu izpuščati; predznak $-$ se ne sme nikdar izpustiti.

Vsaka vsota algebraskih števil, n. pr.:

$$(+ a) + (- 2b) + (+ 3c) + (- 4d) = a - 2b + 3c - 4d,$$

Algebrajska
vsota = die
algebraische
Summe.
Člen =
das Glied.
Mnogočlenik
= das
Polynom.

se imenuje algebrajska vsota. Ako imenujemo posamezne sumande člene, imenujemo algebrajsko vsoto tudi mnogočlenski izraz, mnogočlenik ali polinom. Številni izraz, ki ima dva člena, se imenuje dvočlenik ali binom, n. pr.: $a + b$, $x - y$, $4a - 3b$; ako ima tri člene, se imenuje tročlenik ali trinom, n. pr.: $a + b - c$, $3x - 4y + 5z$. Izraz, ki ima samo en člen, se imenuje enočlenik ali monom, n. pr.: a , $7b$, xy , $\frac{a}{b}$.

V algebrajski vsoti ali mnogočleniku

$$a - 2b + 3c - 4d$$

smeš smatrati znake $+$ in $-$ ali za predznake dotičnih členov ali pa za znake računskih načinov; spajanje pozitivnih, oziroma negativnih števil z določenim številom se namreč popolnoma ujema s prištevanjem, oziroma odštevanjem absolutnih števil od dotičnega števila.

Naloge.

1. Izračunaj sledeče vsote:

$$\begin{array}{ll} a) (+ 16) + (- 11) & b) (+ \frac{3}{4}) + (- \frac{5}{8}) \\ (- 15) + (- 25) & (- \frac{5}{6}) + (- \frac{7}{9}) \\ (+ 33) + (+ 8) & (- \frac{11}{12}) + (+ \frac{3}{16}) \\ (+ 68) + (- 79) & (+ \frac{3}{5}) + (+ \frac{3}{4}) \\ c) (- 14\frac{2}{3}) + (- 9\frac{3}{5}) & \\ (+ 10\frac{5}{6}) + (+ 9\frac{5}{8}) & \\ (- 26\frac{1}{9}) + (+ 17\frac{1}{10}) & \\ (+ 30\frac{3}{4}) + (- 19\frac{2}{3}). & \end{array}$$

2. Izračunaj sledeče vsote in naredi preizkus:

$$\begin{array}{ll} a) (+ 15 a) + (- 18 a), & \text{pr.: } a = \frac{1}{3}; \\ b) (- 19 b) + (+ 28 b), & \text{pr.: } b = 2; \\ c) (+ 13 m) + (+ 12 m), & \text{pr.: } m = 5; \\ d) (- 25 x) + (- 27 x), & \text{pr.: } x = \frac{1}{2}; \\ e) (+ 7 a) + (- 4 b), & \text{pr.: } a = 3, b = 2; \\ f) (- 4 a) + (+ 5 b), & \text{pr.: } a = 5, b = 2; \\ g) (- 2 x) + (- 3 y), & \text{pr.: } x = 7, y = 5; \\ h) (+ 18 m) + (- 13 n), & \text{pr.: } m = 2, n = 3. \end{array}$$

3. Izračunaj sledeče vsote:

- a) $(-31) + (-12) + (+47)$;
- b) $(+13) + (-27) + (-14) + (+20)$;
- c) $(-0.35) + (-5.2) + (+7.1) + (-1.9)$;
- d) $(-\frac{1}{3}) + (-\frac{1}{2}) + (+\frac{3}{4}) + (-\frac{5}{6}) + (+\frac{7}{8})$;
- e) $(+6\frac{1}{2}) + (+4\frac{1}{3}) + (-1\frac{3}{4}) + (-2\frac{1}{6}) + (8\frac{2}{5})$.

4. Izračunaj in izvrši preizkus:

- a) $(+45a) + (-37a) + (-6a)$, pr.: $a = 2$;
- b) $(-25a) + (+38a) + (-16a) + (+7a)$, pr.: $a = 3$;
- c) $(+9b) + (-2c) + (+6c) + (-14b)$, pr.: $b = c = 2$;
- d) $(+0.7a) + (-0.24a) + (-0.9a) + (+1.75a)$,
pr.: $a = 100$.

5. Skrči sledeče algebrajske vsote in izvrši preizkus:

- a) $6a - 4a - 5a + 7a - 8a + a$, pr.: $a = 6$;
- b) $-9x + 5x - 3x + 4x - 6x + 2x$, pr.: $x = 7$;
- c) $3a - 7b + 6a - 4b - 12a + 8b - 2a + 7b$,
pr.: $a = 3$, $b = 5$;
- d) $11m + 16n - 4m + 7n - 5m - 8n + 8m + n$,
pr.: $m = n = 3$;
- e) $-4x - 5y + 6z + 9x + 10y - 7z - 3x + 2y - z$,
pr.: $x = y = z = 5$.

6. Toplomer je kazal zjutraj -12°C , dopoldne se je zvišala temperatura za 15°C ; koliko je kazal toplomer opoldne?

7. Rimski cesar Augustus je začel vladati 31. leta pred Kristusovim rojstvom in je vladal 45 let, do svoje smrti; kdaj je umrl?

8. Najjužnejša točka Afrike ima $34^{\circ}51'$ južne širine, $72^{\circ}11'$ severno od nje leži najsevernejša točka, rtič Blanko; katero zemljepisno širino ima rtič Blanko?

9. Gladina Kaspijskega morja je 26 m nižja kakor normalna morska gladina. Katero nadmorsko višino ima mesto Tiflis, ki leži 479 m nad gladino Kaspijskega morja?

10. Gladina Mrtvega morja je 394 m nižja kakor normalna morska gladina. Koliko metrov pod normalno morsko gladino leži dno, če je Mrtvo morje 399 m globoko?

§ 51. Odštevanje algebrajskih števil.

Razlika dveh algebrajskih števil je ono algebrajsko število, ki ga moraš prišteti subtrahendu, da dobiš minuend.

Kako
odštevaš
algebrajska
števila.

Razliko $(+ 8) - (+ 3)$ najdeš, ako odšteješ od 8 pozitivnih enot 3 pozitivne, in dobiš 5 pozitivnih enot; isto število pa tudi najdeš, ako prišteješ 8 pozitivnim enotam 3 negativne, ki uničijo 3 pozitivne. 8 K gotovine manj 3 K gotovine ostane 5 K gotovine; isto pa tudi dobiš, ako prišteješ 8 K gotovine 3 K dolga. Izprememba v imetku je ista, ako zmanjšaš gotovino za 3 K, ali pa ako povečaš dolg za 3 K.

$$(+ 8) - (+ 3) = (+ 8) + (- 3) = + 5,$$

$$\text{preizkus: } (+ 3) + (+ 5) = + 8.$$

Razliko $(+ 8) - (- 3)$ najdeš na isti način, ako namreč prišteješ 8 pozitivnim enotam 3 pozitivne, ki uničijo 3 negativne; 8 K gotovine manj 3 K dolga je isto, kakor če prišteješ 8 K gotovine 3 K gotovine, ki uničijo 3 K dolga. Izprememba v imetku je ista, ako zmanjšaš dolg za 3 K, ali pa ako povečaš gotovino za 3 K.

$$(+ 8) - (- 3) = (+ 8) + (+ 3) = + 11,$$

$$\text{preizkus: } (- 3) + (+ 11) = + 8.$$

Algebrajsko število odšteješ, ako prišteješ neizpremenjenemu minuendu subtrahend z nasprotnim predznakom.

Kakor posebna algebrajska števila, tako odštevamo tudi občna algebrajska števila. N. pr.:

$$(- 8a) - (+ 5a) = (- 8a) + (- 5a) = - 13a,$$

$$\text{preizkus: } (+ 5a) + (- 13a) = - 8a;$$

$$(- 8a) - (- 5a) = (- 8a) + (+ 5a) = - 3a,$$

$$\text{preizkus: } (- 5a) + (- 3a) = - 8a.$$

Naloge.

1. Izračunaj naslednje razlike in izvrši preizkus:

$$a) (+ 25) - (+ 16)$$

$$b) (- \frac{5}{8}) - (+ \frac{3}{4})$$

$$(- 50) - (- 25)$$

$$(- \frac{7}{12}) - (- \frac{5}{8})$$

$$(- 31) - (+ 58)$$

$$(+ \frac{3}{5}) - (- \frac{3}{4})$$

$$(+ 107) - (- 93)$$

$$(+ \frac{2}{3}) - (+ \frac{2}{7})$$

$$\begin{aligned} c) & (-8\frac{3}{4}) - (+6\frac{2}{3}) \\ & (+5\frac{1}{6}) - (+8\frac{1}{9}) \\ & (-12\frac{2}{5}) - (-14\frac{3}{4}) \\ & (+7\frac{5}{12}) - (-3\frac{7}{18}). \end{aligned}$$

2. Izračunaj naslednje razlike in napravi dvojni preizkus:

- a) $(+17a) - (-15a)$, pr.: $a = 3$;
 b) $(-23b) - (-16b)$, pr.: $b = 2$;
 c) $(-24x) - (+18x)$, pr.: $x = \frac{1}{6}$;
 d) $(-27z) - (+18z)$, pr.: $z = \frac{2}{9}$;
 e) $(+56x) - (+67x)$, pr.: $x = 0.1$;
 f) $(-21y) - (-8y)$, pr.: $y = 10$;
 g) $(+15u) - (-12u)$, pr.: $u = 3\frac{1}{3}$;
 h) $(-21m) - (+14m)$, pr.: $m = \frac{2}{7}$.

3. Izračunaj naslednje izraze:

- a) $(-65) - (+78) - (-34)$;
 b) $(+8.2) - (-7.5) - (+9.6) - (-10.3)$;
 c) $(-132) + (-205) - (+85) + (+105) - (-72)$;
 d) $[(-231) - (+265)] - [(+85) + (-176)]$;
 e) $(+108\frac{3}{4}) - [(-712\frac{9}{10}) + (+805\frac{7}{8}) - (+104\frac{5}{6})]$.

4. Izračunaj naslednje izraze in izvrši preizkus:

- a) $(+52a) - (-36a) - (+48a)$, pr.: $a = \frac{1}{4}$;
 b) $(-12a) - (+13b) - (-15c)$, pr.: $a = b = c = 2$;
 c) $(+8x) + (-9y) - (+6z)$, pr.: $x = y = z = 5$;
 d) $(-16a) - (+15a) - (-25a) - (+28a)$, pr.: $a = 0.2$;
 e) $(-2m) + (+3n) + (-4m) - (-7n) - (-5m)$,
 pr.: $m = n = 1$;
 f) $[(-7a) - (+13a)] - [(-24a) + (-19a)]$, pr.: $a = 5$;
 g) $(+18x) - (+19x) + [(-26x) - (+14x)]$, pr.: $x = 6$.

5. Toplomer je kazal zjutraj $-9^{\circ}(-15^{\circ})$, opoldne $6^{\circ}(-2^{\circ})$, zvečer pa $-3^{\circ}(-8^{\circ})$; za koliko se je dopoldne segrelo, za koliko se je popoldne ohladilo? Kolika je celodnevna toplotna razlika?

6. Celina Evrope leži med 12° zapadne in 63° vzhodne dolžine (računano od Pariza); koliko stopinj se razprostira v dolžino?

7. Rimski cesar Augustus je umrl 14. leta po Kristusovem rojstvu v starosti 77 let; kdaj je bil rojen?

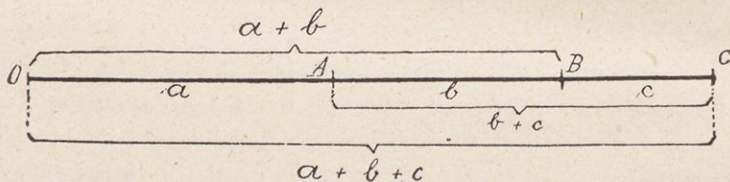
8. Tališče svinca je 332°C , tališče živega srebra je 371°C nižje; pri kateri temperaturi se strdi živi srebro?

9. Gladina Kaspijskega morja je 26 m, dno pa 772 m pod normalno morsko gladino; kako globoko je Kaspijsko morje?

§ 52. Prištevanje in odštevanje mnogočlenskih izrazov. Razreševanje oklepajev.

Pravilo, kako prišteješ ali odšteješ številu vsoto ali razliko, najdeš najlažje s pomočjo številne črte.

Slika 10.



V sliki 10. je daljica OC slika vsot $a + (b + c)$, $(a + b) + c$ in $a + b + c$. Ti številni izrazi morajo biti med seboj enaki, ker jih predočuje ena in ista daljica.

$$a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c. \quad \text{I}$$

Številu prišteješ vsoto, ako mu prišteješ njene sumande drugega za drugim. N. pr.:

$$5a + (2a + 3b) = (5a + 2a) + 3b = 7a + 3b.$$

Obratno pa je

$$(a + b) + c = a + (b + c). \quad \text{II}$$

Vsoti prišteješ število, ako ga prišteješ samo enemu sumandu. N. pr.:

$$(3a + 5b) + 4b = 3a + (5b + 4b) = 3a + 9b.$$

Navedeni pravili imenujemo zakona o združevanju sumandov (§ 5.). Primerjaj: $73 + 25 = 73 + (20 + 5) = (73 + 20) + 5 = 93 + 5 = 98$; $93 + 5 = (90 + 3) + 5 = 90 + 8 = 98$.

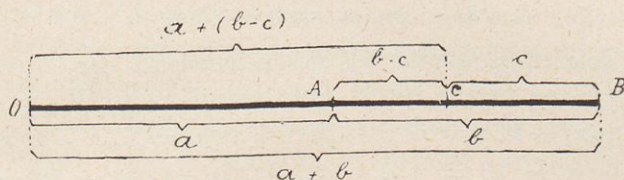
Oba zakona sta prav pogostoma spojena v enem in istem računu. N. pr.:

$$(4a + 7b + 2c) + (3a + 3b + c) = (4a + 3a) + (7b + 3b) + (2c + c) = 7a + 10b + 3c.$$

Kako
prišteješ
vsoto.

Kako
prišteješ
vsoti število.

Slika 11.



V sliki 11. naj bo $OA = a$, $AB = b$, $BC = c$, $AC = b - c$.
 Daljica OC je torej slika vsote $a + (b - c)$ in razlike $(a + b) - c$.
 Ta dva številna izraza morata biti enaka, ker ju predočuje ena in ista daljica.

$$a + (b - c) = (a + b) - c. \quad \text{III}$$

Številu prišteješ razliko, ako mu prišteješ minuend in odšteješ od te vsote subtrahend. N. pr.:

$$17a + (6a - 5b) = (17a + 6a) - 5b = 23a - 5b;$$

$$283 + 96 = 283 + (100 - 4) = 383 - 4 = 379.$$

Obratno pa je

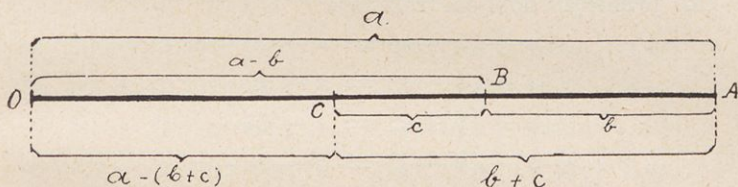
$$(a + b) - c = a + (b - c). \quad \text{IV}$$

Število odšteješ od vsote, ako ga odšteješ le od enega sumanda, N. pr.:

$$(18x + 15y) - 7x = (18x - 7x) + 15y = 11x + 15y;$$

$$47 - 30 = (40 + 7) - 30 = (40 - 30) + 7 = 10 + 7 = 17.$$

Slika 12.



V sliki 12. naj bo $OA = a$, $AB = b$, $BC = c$, $AC = b + c$.
 Daljica OC je slika razlike $a - (b + c)$ in tudi razlike $(a - b) - c$.
 Ta dva številna izraza sta med seboj enaka.

$$a - (b + c) = (a - b) - c. \quad \text{V}$$

Vsoto odšteješ od števila, ako odšteješ od dotičnega števila vsotine sumande drugega za drugim. N. pr.:

$$43x - (23x + 5x) = (43x - 23x) - 5x = 20x - 5x = 15x;$$

$$87 - 24 = 87 - (20 + 4) = (87 - 20) - 4 = 67 - 4 = 63.$$

Kako
prišteješ
razliko.

Kako
odšteješ
od vsote
število.

Kako
odšteješ
vsoto.

Obratno pa velja tudi:

$$(a - b) - c = a - (b + c). \quad \text{VI}$$

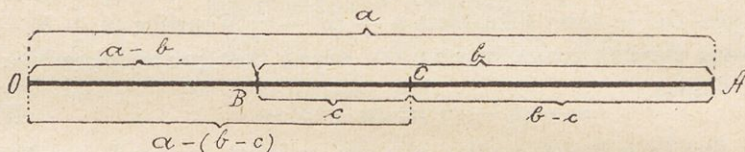
Kako
odšteješ
od števila
več števil.

Od določenega števila odšteješ zaporedoma dve ali več števil, ako odšteješ od prvega števila vsoto zadnjih števil. N. pr.:

$$(61x - 28x) - 12x = 61x - (28x + 12x) = 61x - 40x = 21x;$$

$$132 - 57 - 13 = 132 - (57 + 13) = 132 - 70 = 62.$$

Slika 13.



V sliki 13. naj bo $OA = a$, $OB = b$, $BC = c$, $CA = b - c$. Daljica OC je slika razlike $a - (b - c)$ in tudi vsote $(a - b) + c$. Ta dva izraza sta torej med seboj enaka.

$$a - (b - c) = (a - b) + c. \quad \text{VII}$$

Kako
odšteješ
razliko.

Od števila odšteješ razliko, ako odšteješ od števila minuend in prišteješ tej razliki subtrahend. N. pr.:

$$27p - (18p - 4q) = (27p - 18p) + 4q = 9p + 4q;$$

$$827 - 195 = 827 - (200 - 5) = (827 - 200) + 5 = 627 + 5 = 632.$$

Ako primerjaš dobljene rezultate:

$$a + (b + c) = a + b + c$$

$$a + (b - c) = a + b - c$$

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

Razreše-
vanje
oklepajev =
das Auf-
lösen der
Klammern.

in vpoštevaš, da vzameš lahko računske znake za predznake, dobiš sledeče za razreševanje oklepajev praktično uporabljivo pravilo:

Oklepaj in pred njim stoječi znak prištevanja $+$ smeš izpustiti, pri čemer ostanejo polinomovim členom njih predznaki neizpremenjeni; stoji pa pred oklepajem znak odštevanja $-$, tedaj moraš izpremeniti polinomovim členom predznake, izpustivši oklepaj in pred njim stoječi znak odštevanja.

Pred prvim polinomovim členom, ki nima predznaka, si moraš misliti predznak $+$ (plus).

Več vrst oklepajev razrešiš, začeni razreševanje ali pri najožjih ali pri najširših. V zadnjem slučaju moraš vzeti vsak polinom, ki je oklenjen z ožjim oklepajem, za en člen ali monom in pred njim stoječi znak za predznak.

Kako
razrešiš
več vrst
oklepajev.

Ko si razrešil oklepaje, moraš skržiti istoimenske izraze ali člene. Da veš, katere člene si že skržil, je umestno skržene člene podčrtati. N. pr.:

$$\begin{aligned} 9a - \{5b + [8c + (11a - 13b) - (7a - 9c)] - 6c\} &= \\ 9a - \{5b + [8c + 11a - 13b - 7a + 9c] - 6c\} &= \\ 9a - \{5b + 8c + 11a - 13b - 7a + 9c - 6c\} &= \\ \underline{9a} - \underline{5b} - \underline{8c} - \underline{11a} + \underline{13b} + \underline{7a} - \underline{9c} + \underline{6c} &= \\ &= 5a + 8b - 11c. \end{aligned}$$

ali pa:

$$\begin{aligned} 9a - \{5b + [8c + (11a - 13b) - (7a - 9c)] - 6c\} &= \\ 9a - 5b - [8c + (11a - 13b) - (7a - 9c)] + 6c &= \\ 9a - 5b - 8c - (11a - 13b) + (7a - 9c) + 6c &= \\ \underline{9a} - \underline{5b} - \underline{8c} - \underline{11a} + \underline{13b} + \underline{7a} - \underline{9c} + \underline{6c} &= \\ &= 5a + 8b - 11c. \end{aligned}$$

Naloge.

1. Izračunaj naslednje vsote in razlike, navedi uporabljeno pravilo (I—VII) in izvrši preizkus za $a = 3$, $b = 5$:

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| a) $2a + (3a + 5b)$; | g) $(4a + 7b) + 3b$; |
| b) $5a + (3a - 4b)$; | h) $(7a + 9b) - 5a$; |
| c) $9a - (4a + 3b)$; | i) $19a - (15a - 4b)$; |
| d) $7b + (2a + 6b)$; | k) $(5a + 4b) + 8a$; |
| e) $8b + (5a - 3b)$; | l) $(11a + 15b) - 9b$; |
| f) $17b - (3a + 8b)$; | m) $13b - (14a - 22b)$. |

2. Izračunaj naslednje vsote in razlike uporabljajoč α) pravila I—VII; β) pravilo za razreševanje oklepajev:

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------|
| a) $(8m + 3n) + (5m + 4n)$; | e) $(24 + 8x) - (17 - 5x)$; |
| b) $(9x + 8y) + (6x - 7y)$; | f) $(25m - 9) - (14m + 6)$; |
| c) $(3a - 6b) + (4b - a)$; | g) $(36x - 7y) - (19x + 6y)$; |
| d) $(17a + 13b) - (12a + 4b)$; | h) $(a - 2b) - (2a - b)$. |

3. Razreši oklepaje in napravi preizkus:

a) $(2a + 3b) + (7a + 4b) + (5a + 8b)$, pr.: $a = 2, b = 3$;

b) $(26 + 7a) - (13 + 5a) + (7 + a) - (9 + 2a)$, pr.: $a = 8$;

c) $(18m + 14n) + (15m - 7n) - (2m + 5n) - (16m - 15n)$,
pr.: $m = n$;

d) $(28a - 7b) - (9a + 5b) - (4a - 6b) - (2a + b)$,
pr.: $a = 2, b = 1$;

e) $(6a + 5b) - (-7a - b) - (8a - 9b)$, pr.: $a = b = 3$;

f) $(4x - 3y) - (2x - 5y) - (x - 4y) - (2y - x) +$
 $+ (-5x + 6y)$, pr.: $x = y$;

g) $(3m - 2n) - (11m + 7n) + (-4m - 5n) - (m -$
 $- 9n) - (2m - 6n)$, pr.: $m = n$.

4. Seštej naslednja števila:

a) $7a + 5b - 3c$	b) $5x - 2y + 8z$	c) $-3p + 2q - 7r$
$8a - 6b + 9c$	$4x + 7y - 3z$	$9p - 8q - r$
<u>$-5a + 4b - 3c$</u>	<u>$-8x - 5y - 6z$</u>	<u>$-6p + 7q + 8r$</u>

5. Odštej v naslednjih nalogah spodnji izraz od zgornjega:

a) $17a + 15b - 3c$
 $12a - 10b - 2c$

b) $4x - 12y + 15z$
 $9x - 12y + 8z$

c) $14m - 15n + 8p$
 $-30m + 29n - 36p$

6. Razreši oklepaje in napravi preizkus:

a) $6x + [3x + (2x + 8y)]$, pr.: $x = 5, y = 1$;

b) $[(3a + 2b) + (2a + b)] + 5a$, pr.: $a = b$;

c) $(20a + 32b) - [(14a + 18b) - (9a + 7b)]$, pr.: $a = 2,$
 $b = 3$;

d) $[(16m - 5n) - (7m + 9n)] - (2m + 4n)$, pr.: $m = n$;

e) $[(14x + 17y) - (5x + 8y)] - [(23x + 11y) - (16x +$
 $+ 9y)]$, pr.: $x = 1, y = 2$;

f) $(3x + y) - [(-2x + y) + (3x - 5y) - (4x - 6y)]$,
pr.: $x = 5, y = 4$;

g) $[(17m - 5n) - (9m - n)] - [2m - (3m - n) + (4n - 5m)]$, pr.: $m = n$;

h) $45 - [18 - (x - 2)] - [15 - (5 - 4x) + (7 - 8x)]$, pr.: $x = 5$.

7. V naslednjih nalogah razreši oklepaje in napravi preizkus za $x = 5$, $y = 3$:

a) $9x - 8y - (2x - 7y) + (11x - 4y)$;

b) $9x - 8y - [2x - (7y + 11x) - 4y]$;

c) $9x - \{8y - 2x - [7y + (11x - 4y)]\}$;

d) $9x - \{8y - [2x - (7y + 11x)] - 4y\}$;

e) $9x - \{8y - [2x - (7y + 11x) - 4y]\}$.

8. Razreši oklepaje na oba načina:

a) $7a - \{9a - [(5a - 4b) - (2a - 3b)]\}$;

b) $6m - \{5 - (-8m - 7) - [(4m - 2) + (-6m + 5)] - (3m - 8)\}$;

c) $(8x + 6y) - \{-(2x - 4y) + [(3y - 5x) - (4x - 3y)] - (9x - 7y)\}$;

d) $[(4m + 2n) - (5m - 8p)] - \{(3m - 2p) - [(4m - 2n) - (3m - 4p)]\}$;

e) $(2x - 5y) - \{(-5x + 7y) + [(9x - 6y) - (5x - 4y)]\}$.

§ 53. Uporaba seštevanja in odštevanja za razreševanje enačb.

Ako povemo ali napišemo, da imata dva številna izraza enaki vrednosti, pravimo, da ju izenačimo, da stvorimo enačbo. N. pr.:

$$a = a, 3 + 5 = 8, 4y + 5y = 9y, 2x - 7 = x - 2.$$

Enačba
= die
Gleichung.

Enačba je torej izenačenje dveh številnih izrazov, ki imata ali naj imata enaki vrednosti.

Izenačena izraza se imenujeta enačbena dela. Taka enačba, ki se v njej nahajajo občna števila in ki ima to svojstvo, da dobita enačbena dela vselej med seboj enaki vrednosti, ako zamenjaš za občno število katero koli občno ali posebno število, se imenuje identična enačba. N. pr.: $a = a$, $4y + 5y = 9y$. Spozna se mnogokrat že po vnanji obliki; kajti včasih se ujemata enačbena

Enačbena
dela = die
Teile der
Gleichung.
Identična
enačba
= die
identische
Gleichung.

dela popolnoma v vseh členih, včasih pa je en del le neka pretvorba drugega dela, t. j. v enem delu je računski način nakazan, v drugem pa izvršen. Enačbe, ki smo se ž njimi do sedaj pečali, so bile identične.

Ako pa zamenjamo v enačbi $2x - 7 = x - 2$ občno število x z 1, 2, 3, 4... itd., vidimo, da nimata enačbena dela vsakikrat enakih vrednostij, ampak samo takrat, ako je $x = 5$. Tej enačbi ne zadostuje vsako, ampak le neko določeno število. Enačbe te vrste imenujemo določilne enačbe in število, ki zadostuje enačbi (tvori enačbena dela enaka), se imenuje enačbeni koren. Enačbi določiti koren, se pravi enačbo razrešiti. V enačbi $2x - 7 = x - 2$ se imenuje x neznanka, 5 pa enačbeni koren.

Določilna
enačba =
die Be-
stimmungs-
gleichung.
Enačbeni
koren = die
Wurzel der
Gleichung.
Oblika
razrešene
enačbe.
Preizkus =
die Probe.

Določeno enačbo z eno neznanko razrešiš, ako pretvoriš enačbo tako, da stoji v enem enačbenem delu neznanka sama s koeficientom $+1$, v drugem delu pa stoji znana števila.

Preizkus, ali si prav razrešil enačbo ali ne, napraviš, ako zameniš v prvotni enačbi neznanko z najdenim korenem in izračunaš vrednosti prvega in drugega dela. Če se te vrednosti ujemata, si enačbo prav razrešil. N. pr.:

$$\text{I. } 2x - 7 = 2 \cdot 5 - 7 = 3, \text{ II. } x - 2 = 5 - 2 = 3.$$

Uporabljajoč pravila o seštevanju in odštevanju, lahko razrešiš nekatere enačbe, ki imajo posebno obliko, in sicer:

1. Enačba $5 + x = 8$ izrazi isto, kar naloga: „Katero število moraš k 5 prišteti, da dobiš 8?“ Ker poznaš vsoto (8) in en sumand (5), najdeš drugi sumand, ako odšteješ od znane vsote znani sumand $x = 8 - 5 = 3$. Preizkus se glasi: $5 + 3 = 8$.

2. Enačba $x - 5 = 8$ izrazi isto, kar naloga: „Od katerega števila moraš 5 odšteti, da dobiš 8?“ Ker poznaš subtrahend in razliko, dobiš minuend, ako prišteješ subtrahendu razliko. $x = 5 + 8 = 13$. Preizkus: $13 - 5 = 8$.

3. Enačba $12 - x = 7$ zahteva: „Katero število moraš odšteti od 12, da dobiš 7?“ Ker je minuend enak vsoti iz subtrahenda in razlike, dobiš najprej $12 = x + 7$; ker poznaš vsoto (12) in en sumand (7), dobiš neznani sumand, ako odšteješ 7 od 12. $12 - 7 = x$, $x = 5$. Preizkus $12 - 5 = 7$.

Ako primerjaš dane enačbe in njih razrešitev

$$\begin{array}{lll} 1. \ 5 + x = 8 & 2. \ x - 5 = 8 & 3. \ 12 - x = 7 \\ x = 8 - 5 & x = 5 + 8 & 12 = x + 7 \\ & & 12 - 7 = x \end{array}$$

tedaj spoznaš, da smeš izpremeniti enačbi obliko, ne izpremeniš pa s tem njenega korena. Enačbi si izpremenil obliko, da si prestaviš člen iz enega dela v drugega in mu izpremenil predznak. Iz tega izvajaš praktično uporabljivo pravilo:

Prestavljanje členov = das Transponieren der Glieder.

Vsak člen odpraviš iz enega enačbenega dela, ako ga prestaviš v drugi del z nasprotnim predznakom.

Ako se nahajajo v enačbi oklepaji, razrešiš najprej oklepaje, skrčiš istoimenske izraze in šele potem prestaviš člene z neznanko v en enačbeni del, znane člene pa v drugega. N. pr.:

$$8 - (4 + 5x) = (5 - 6x) - (4 - 2x)$$

$$8 - 4 - 5x = 5 - 6x - 4 + 2x$$

$$4 - 5x = 1 - 4x$$

$$3 = x.$$

$$\text{Preizkus: I. del} = 8 - (4 + 5 \cdot 3) = 8 - 19 = -11,$$

$$\text{II. del} = (5 - 6 \cdot 3) - (4 - 2 \cdot 3) = -13 - (-2) = -13 + 2 = -11.$$

Naloge.

1. Razreši naslednje enačbe, uporabljajoč pravila o seštevanju in odštevanju, in napravi preizkus:

- | | | |
|---------------------|--------------------|-------------------|
| a) $x + 20 = 31$; | b) $25 + x = 40$; | c) $x - 5 = 6$; |
| d) $41 - x = 17$; | e) $x + 5 = 3$; | f) $7 + x = 4$; |
| g) $x - 12 = -20$; | h) $17 - x = 23$; | i) $-6 + x = 0$; |
| k) $x + 5 = 0$; | l) $x - 8 = 0$; | m) $14 - x = 0$. |

2. Razreši naslednje enačbe tako, da smatraš najprej za neznanko izraz v oklepaju:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a) $6 + (x + 7) = 15$; | b) $8 + (5 - x) = 10$; |
| c) $15 - (x + 4) = 10$; | d) $17 - (x - 3) = 14$. |

3. Razreši naslednje enačbe:

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| a) $3x + 5 = 4x + 1$; | b) $4 - 7x = 10 - 8x$; |
| c) $6x - 9 = 9 + 5x$; | d) $25 - 7x = 22 - 6x$. |

4. Razreši oklepaje in določi koren sledečim enačbam:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a) $12 + (4 + x) = 32$; | b) $17 + (x - 5) = 20$; |
| c) $16 - (4 + x) = 9$; | d) $15 - (x - 9) = 11$; |

$$e) 12 + (4x + 1) = 10 + (3x + 5);$$

$$f) 15 - (3x - 5) = 18 - (4x - 5);$$

$$g) (3x - 5) - (4x - 2) - 7 = 0;$$

$$h) 20 - (5 - x) = 6x + (20 - 4x).$$

5. Kolik je kot, čigar *a*) suplementarni, *b*) komplementarni kot meri 65° ?

6. Za koliko moraš podaljšati 15 *cm* dolgo daljico, da bo merila 23 *cm*?

7. Daljica, ki si jo *a*) podaljšal, *b*) skrajšal za 7 *cm*, meri 25 *cm*; kolika ji je bila prvotna dolžina?

8. Trikotnikov obseg meri 42 *cm*; ako merita dve stranici posamič 13 *cm* in 14 *cm*, kolika je tretja stranica?

9. Obseg enakokrakega trikotnika meri 36 *dm*; kolika je osnovnica, ako meri krak 13 *dm*?

10. Dva kota v trikotniku merita posamič 75° in 42° ; koliko meri tretji kot?

§ 54. Množenje enočlenskih izrazov.

Število množiti s številom se pravi, določiti produkt iz multiplikanda na isti način, kakor nastane multiplikator iz prvotne (absolutne) enote (§ 13.).

Kako množiš občna števila. Občno število *a* pomnožiš z občnim številom *b*, ako nakažeš njiju množenje *a . b*. Znak množenja se pri občnih številih navadno izpušča; zato napišeš faktor poleg faktorja: *ab*. Številni izraz *abc* pomeni tedaj produkt občnih števil *a*, *b* in *c*, ki ga dobiš, ako množiš *a* z *b* in dobljeni produkt *ab* s *c*.

Kdaj moreš produkt občnih števil v krajši obliki, in sicer: Kakor nekatere vsote, tako moreš napisati nekatere produkte

1. Ako so vsi faktorji med seboj enaki, napišeš faktor samo enkrat, na desni zgoraj pa število, ki pove, koliko enakih faktorjev se nahaja v produktu. N. pr.:

$$a . a = a^2; a . a . a = a^3; x . x . x . x . x = x^5.$$

Vzmnož = die Potenz. Produkt enakih faktorjev se imenuje vzmnož ali potenca; število, ki stoji večkrat kot faktor, se imenuje osnovno število ali potenčna podloga, in število, ki pove, koliko enakih faktorjev se nahaja v potenci, se zove potenčni eksponent. Tako je x^5 — čitaj: *x* na peto (potenco) — potenca, t. j. produkt, ki ima 5 faktorjev *x*; *x* je podloga, 5 pa potenčni eksponent.

Podloga = die Basis.
Potenčni eksponent = der Potenz-exponent.

2. Ako so faktorji potence iste podloge, napišeš podlogo samo enkrat, za eksponent ji pa postaviš vsoto eksponentov vseh faktorjev. N. pr.: $a^5 \cdot a^7 = a^{12}$. Multiplikand ima 5 faktorjev a , multiplikator pa 7 faktorjev a ; produkt mora imeti $5 + 7 = 12$ faktorjev a . Produkt 12 faktorjev a pa krajše napišeš v obliki potence: a^{12} . Ravno tako najdeš $a^4 \cdot a = a^5$. Iz navedenega izvajaš pravilo:

Kako
množiš
potence iste
podloge.

Potence iste podloge množiš med seboj, ako pridržiš skupno podlogo, za eksponent ji pa postaviš vsoto eksponentov vseh faktorjev.

Ako se nahaja podloga sama kot faktor, ravnaš z njo istotako kakor da ima eksponent 1; a^1 pomeni torej toliko, kakor a , t. j. prva potenca vsakega števila je enaka dotičnemu številu.

Kakor si predočiš števila, bodisi posebna, bodisi občna, z daljicami, tako si moreš predočiti produkt dveh posebnih ali dveh občnih števil s ploskvijo.

Slika 14.

Pravokotnik $ABCD$ (sl. 14.)

je 5 cm dolg in 3 cm širok.

K vsakemu centimetru stranice AB narišeš ploskovno enoto,

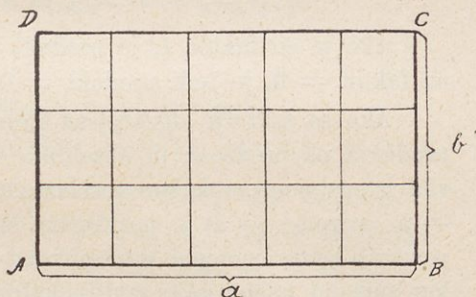
t. j. kvadrat s stranico 1 cm.

V eni vrsti dobiš toliko ploskovnih enot, kolikor centimetrov meri stranica AB .

Poleg prve vrste narišeš drugo in tretjo, vobče, ker je vsaka vrsta

1 cm široka, toliko vrst, kolikor centimetrov meri stranica BC .

V pravokotniku $ABCD$ imaš



$$5 \text{ cm}^2 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2.$$

Pravokotnik s stranicama 5 cm in 3 cm predočuje produkt $5 \cdot 3 = 15$.

V pravokotniku s stranicama a cm in b cm dobiš v eni vrsti a ploskovnih enot, vrst je pa b ; vseh ploskovnih enot imaš tedaj $a \cdot b$.

Pravokotnik s stranicama a in b predočuje produkt $a \cdot b$.

Ako pa narišeš k vsakemu centimetru stranice AD ploskovno enoto, dobiš v eni vrsti 3 cm^2 in ker je 5 vrst, ima pravokotnik $ABCD$

$$3 \text{ cm}^2 \cdot 5 = 15 \text{ cm}^2.$$

V pravokotniku s stranicama a in b pa dobiš na isti način $b \cdot a$ ploskovnih enot. Ker moraš dobiti v enem in istem pravokotniku vsakokrat isto število ploskovnih enot, ako jih šteješ na ta ali oni način, velja

$$5 \text{ cm}^2 \cdot 3 = 3 \text{ cm}^2 \cdot 5, \text{ ali } a \cdot b = b \cdot a.$$

Produktova vrednost se ne izpremeni, ako zamenjaš faktorja med seboj. (Zakon o zamenjavi faktorjev.)

Produkt treh števil abc nam predočuje kvader, t. j. pravokotna čveterostranična prizma z robovi a , b in c .

Kvadrat =
das Quadrat.

Kub =
der Kubus.

Druga potenca (n. pr. a^2) se imenuje vsled tega, ker nam jo predočuje kvadrat (s stranico a), tudi kvadrat (a^2 čitaj: a na kvadrat); tretja potenca (n. pr. b^3) se pa imenuje, ker nam jo predočuje kocka (kubus) [lat. cubus, grški κύβος] z robom b , kub dotične podloge (b^3 čitaj: b na kub).

Po zakonu o zamenjavi faktorjev in po pojmu o množenju dobiš:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a \text{ in } a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$$

Ako je en faktor 1, je produkt enak drugemu faktorju. Ako je en faktor = 0, je tudi produkt = 0.

Ako so faktorji algebrajska števila, moraš paziti pri določevanju produkta na predznak in absolutno vrednost. Ker so pozitivna števila istega pomena kakor absolutna, množiš torej algebrajsko število $+a$ (oziroma $-a$) s pozitivnim številom $+b$ na ta način, da postaviš neizpremenjeni multiplikand $+a$ (oziroma $-a$) tolikokrat kot sumand kakor kaže multiplikator $+b$, v znakih:

$$\begin{aligned} (+a) \cdot (+b) &= (+a) + (+a) + (+a) + \dots \text{ bkrat} = +ab. \\ (-a) \cdot (+b) &= (-a) + (-a) + (-a) + \dots \text{ bkrat} = -ab. \end{aligned}$$

Da je v prvem slučaju produkt pozitiven, v drugem pa negativen, je jasno. Algebrajsko število $+a$ (oziroma $-a$) množiš z negativnim številom $-b$, ako izvajaš produkt iz multiplikanda na isti način kakor nastane multiplikator iz prvotne (absolutne) enote. Ker dobiš $-b$, ako vzameš prvotno enoto $(+1)$ nasprotno ter postaviš to nasprotno enoto (-1) bkrat za sumand, določiš torej produkt s tem, da postaviš nasprotni multiplikand (t. j. $-a$, oziroma $+a$) bkrat za sumand, v znakih:

$$\begin{aligned} (+a) \cdot (-b) &= (-a) + (-a) + (-a) + \dots \text{ bkrat} = -ab, \\ (-a) \cdot (-b) &= (+a) + (+a) + (+a) + \dots \text{ bkrat} = +ab. \end{aligned}$$

Ako primerjaš faktorje in produkt, najdeš za porabno računanje to-le pravilo:

Absolutna vrednost produkta dveh algebraskih števil je enaka produktu absolutnih vrednostij faktorjev in ima pozitivni predznak, ako sta faktorja enako zaznamovana, negativnega pa, ako sta faktorja različno zaznamovana.

Produktu več algebraskih števil določiš predznak in absolutno vrednost, ako opetovano porabiš navedeno pravilo. Glede predznaka končnega produkta najdeš na ta način sledeče pravilo:

Produkt algebraskih števil je pozitiven (negativen), ako je število negativnih faktorjev sodo (liho).

Uporabljaajoč zakon o zamenjavi faktorjev, določiš produkt dveh ali več produktov, ako pomnožiš koeficiente med seboj, postaviš njih produkt za koeficient, urediš občna števila po abecednem redu in napišeš produkte enakih faktorjev v obliki potenc. N. pr.:

$$5ab \cdot 4ac \cdot 2bd = 5 \cdot 4 \cdot 2 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c \cdot d = 40 a^2 b^2 cd;$$

$$- 7a^2x \cdot - 3b^2x^3 \cdot - 2abx = - 42 a^3 b^3 x^5.$$

Naloge.

1. Določi pomen sledečih izrazov in jih izračunaj:

a) 2^5 ; b) 3^4 ; c) 11^3 ; d) $(\frac{1}{2})^4$; e) $(\frac{1}{5})^2$; f) $0 \cdot 3^3$; g) $2 \cdot 1^3$; h) $(1\frac{1}{3})^3$.

2. Določi pomen sledečih izrazov in izračunaj njih vrednost:

a) $4x$, x^4 , za: $x = \frac{1}{2}$; d) $2c$, c^2 , za: $c = 0 \cdot 01$;
 b) $5a$, a^5 , za: $a = 2$; e) $3a^2$, $2a^3$, za: $a = 5$;
 c) $3y$, y^3 , za: $y = 8$; f) $2b^4$, $4b^2$, za: $b = 3$.

3. Izračunaj sledeče produkte, uporabljajoč pojem o potenci:

a) $a^3 \cdot a^2$; b) $x^4 \cdot x^3$; c) $y^5 \cdot y$; d) $a^2 \cdot a^3 \cdot a^5$; e) $d^2 \cdot d^7 \cdot d$;
 f) $2^5 \cdot 2^4 \cdot 2$; g) $5^2 \cdot 5^4 \cdot 5^3$; h) $(a^3)^2$; i) $(y^5)^3$; k) $(2^2)^3$; l) $(2a)^2$;
 m) $(3a^2b)^2$; n) $(-5m^2n^3)^2$; o) $(-7x^2yz^3)^2$.

4. Izračunaj vrednost sledečih polinomov:

a) $a^3 - 3a^2 + 5a - 7$, za: $a = 3$;
 b) $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - x + 5$, za: $x = 2$;
 c) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$, za: $a = 4$, $b = 3$;
 d) $x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$, za: $x = 3$, $y = 2$;
 e) $5x^5 - 7x^4y - 12x^3y^2 - 5x^2y^3 + 2xy^4 - y^5$, za: $x = 2$, $y = 5$.

5. Izračunaj naslednje produkte:

- | | |
|---|--|
| a) $3a \cdot 4$; | b) $7a \cdot 5b$; |
| c) $5ab \cdot 2by$; | d) $3ac \cdot 4bd$; |
| e) $6mn \cdot 2abc \cdot 3xy$; | f) $7mx \cdot 6ay \cdot 5bz$; |
| g) $4a \cdot 3a \cdot 2a$; | h) $5x^2 \cdot 7x^3 \cdot 8x^4$; |
| i) $3a^2b \cdot 6ab^3 \cdot 5a^3b^2$; | k) $2a^2bc^3 \cdot 7ab^4 \cdot 4b^2c^2$; |
| l) $9a^2x \cdot 3b^2y \cdot 4abx \cdot 2ab^2$; | m) $5a^2m \cdot 6bn^2x \cdot 8my^2 \cdot 4ab^3n$. |

6. Izračunaj naslednje algebrajske produkte:

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| a) $(+9)(+7)$; | b) $(-18)(-5)$; |
| c) $(-17)(+8)$; | d) $(+43)(-6)$; |
| e) $(-4a)(-5b)$; | f) $(-6ax)(+4bx)$; |
| g) $(+9mxy^2) \cdot (-2mx)$; | h) $(+7n^2p)(+9n^3p^2)$; |
| i) $(-3xy)(+2a)(-3abx)$; | k) $(-4ax)(-2by)(-5ab)$; |
| l) $(-a^3bx^2)(-7aby)(+4by)$; | m) $(+2mx)(-3nxy)(+7m^2xy^2)$. |

7. Izračunaj vrednost sledečih polinomov:

- a) $x^2 - 5x + 7$, za: $x = -4$;
- b) $2a^3 - 3a^2 + 5a + 7$, za: $a = -3$;
- c) $3y^4 - 7y^3 + 5y^2 + 2y + 4$, za: $y = -2$;
- d) $a^4 - 3a^3b + 4a^2b^2 + 5ab^3 + 2b^4$, za: $a = b = -\frac{1}{2}$.

8. Skrči sledeče izraze:

- | | |
|------------------------------|--------------------------------------|
| a) $5ab + 7ab$; | b) $8ax - 2ax$; |
| c) $15x^2 - 4x^2$; | d) $6y^3 - 5y^3$; |
| e) $7mn - mn$; | f) $13xy^2 - 8xy^2$; |
| g) $5a^2 - 3a^2 + 7a^2$; | h) $8y^3 + 9y^3 - 12y^3$; |
| i) $14x^3y - x^3y - 5x^3y$; | k) $22x^2y^3 + 5x^2y^3 - 26x^2y^3$. |

9. Izračunaj sledeče izraze in napravi preizkus:

- a) $(3a^2 + 5a - 7) + (2a^2 - 4a + 3) - (4a^2 + a - 9)$,
pr.: $a = 2$;
- b) $(6x^2 + 3x - 5) - (4x^2 - 3x + 7) - (x^2 + 5x - 2)$,
pr.: $x = -2$;
- c) $(3a^2 + 5ab - 7b^2) - (2a^2 - 3ab + b^2) + (a^2 + 2ab + b^2)$,
pr.: $a = b$;
- d) $(y^3 + 3y^2 - 3y + 4) - (y^3 + 4y - 7) + (2y^2 - 5y - 1)$,
pr.: $y = -4$.

10. Izračunaj naslednje izraze:

- a) $2a^2xy \cdot 3b^2z + 5abz \cdot abxy - a^2b^2 \cdot xyz$;
 b) $8a^3b \cdot 3b^2x - 5ab^3 \cdot 7ax + 4a^2x \cdot 6b^3$;
 c) $(-5a^2b)(+6ab^2) - (-4a^2b^2)(-7ab) + (-2a^3b)(+3b^2)$;
 d) $(+4mnx)(-5mn^2x) - (-8m^2n^2)(-2nx^2) - (+3n^3x)(-7m^2x)$.

11. Razreši oklepaje, začeni pri najožjih:

- a) $[(+7 \cdot 51) - (-2 \cdot 49)] \cdot [(-6 \cdot 03) + (-13 \cdot 97)]$;
 b) $[(+2\frac{3}{4}) - (-8\frac{1}{4})] \cdot [(-5\frac{2}{3}) - (-2\frac{2}{3})] \cdot [(+4\frac{1}{3}) - (-6\frac{2}{3})]$;
 c) $[(-6ax) - (+7ax)] \cdot [(+2ay) - (-8ay)] \cdot [(-5xy) + (+7xy)]$;
 d) $[(+5by) + (-9by) - (+7by)] \cdot [(-4bx) - (-6bx) + (+8bx)]$.

§ 55. Množenje mnogočlenkih izrazov.

Pri računanju z mnogočleniki je jako umestno in včasih celo potrebno, da so členi urejeni, in sicer, ako imajo različna občna števila, po abecednem redu; ako so potence iste podloge, pa tako, da rasejo potenčni eksponenti (po rastočih potencah) ali da se manjšajo (po padajočih potencah). Tako je n. pr. mnogočlenik

$$3a + 5b - 4c + 2d$$

urejen po abecednem redu, mnogočlenik

$$6x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 3x + 1$$

po padajočih potencah z ozirom na podlogo x in mnogočlenik

$$a^3 - 2a^2b - 5ab^2 + 4b^3$$

po padajočih potencah z ozirom na podlogo a in po rastočih potencah z ozirom na podlogo b .

Ker so dekadične enote potence podloge 10, moreš napisati vsako dekadično število v obliki polinoma, ki je urejen po potencah od 10. N. pr.:

$$\begin{aligned} 2387 &= 2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 7 \\ &= 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 7. \end{aligned}$$

Kako se urejajo mnogočleniki.

Kako napišeš dekadično število v obliki polinoma.

Kako
množiš
polinom z
monomom.

Po pojmu o množenju z algebraskimi števili je n. pr.:

$$(a + b - c) \cdot 3 = (a + b - c) + (a + b - c) + (a + b - c) = 3a + 3b - 3c$$

$$(a + b - c)(-3) = (-a - b + c) \cdot 3 = -3a - 3b + 3c,$$

in ravno tako:

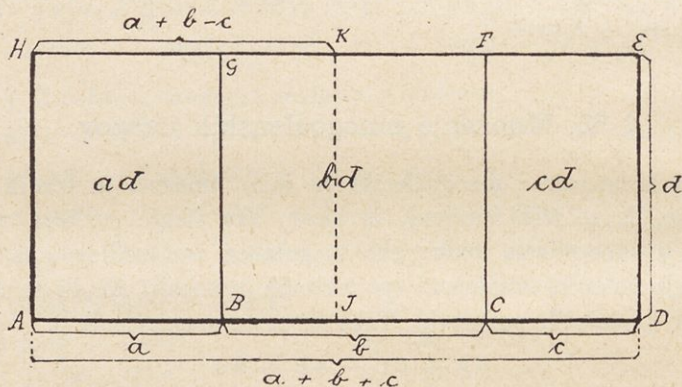
$$(a + b + c) \cdot d = ad + bd + cd$$

$$(a + b - c) \cdot d = ad + bd - cd.$$

Polinom pomnožiš z monomom, ako pomnožiš vsak polinomov člen z monomom ter algebrasko sešteješ delske produkte.

Do navedenega pravila prideš tudi geometrijskim potem.

Slika 15.



Pravokotnik $ADEH$ (slika 15.), ki ima osnovnico $a + b + c$ in višino d , je slika produkta $(a + b + c) \cdot d$. Isti pravokotnik je pa sestavljen iz treh pravokotnikov, ki nam predočujejo produkte ad , bd in cd . Velja torej

$$(a + b + c) \cdot d = ad + bd + cd.$$

Ako pa položiš pravokotnik $CDEF = cd$, ko si ga zavrtel okoli stranice CF , na pravokotnik $ACFH = ad + bd$, ostane za razliko $(ad + bd) - cd$ pravokotnik $AIKH$. Isti pravokotnik pa ima osnovnico $a + b - c$ in višino d , predočuje nam torej produkt $(a + b - c) \cdot d$; velja torej

$$(a + b - c) \cdot d = ad + bd - cd.$$

Po navedenem pravilu najdeš z ozirom na zakon o zamenjavi faktorjev, da je tudi

$$d(a + b - c) = (a + b - c) \cdot d = ad + bd - cd.$$

Ako je treba množiti polinom $a + b + c$ s polinomom $m + n$, si misliš prvi polinom izražen z nekim številom x ter množiš po prejšnjem pravilu

Kako
množiš
polinom s
polinomom.

$$(a + b + c)(m + n) = x(m + n) = xm + xn.$$

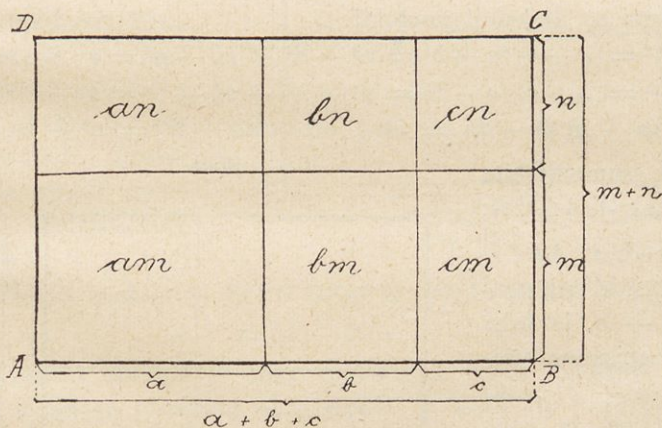
Če postaviš v izračunanem izrazu namesto x to, kar x pomeni, ter izvršiš nakazane računske načine, najdeš

$$(a + b + c)(m + n) = (a + b + c)m + (a + b + c)n = am + bm + cm + an + bn + cn.$$

Polinom pomnožiš z polinomom, ako pomnožiš vsak multiplikandov člen z vsakim multiplikatorjevim členom ter algebrajsko sešteješ delske produkte.

Do navedenega pravila prideš tudi geometrijskim putem.

Slika 16.



Pravokotnik $ABCD$ (slika 16.), ki ima osnovnico $a + b + c$ in višino $m + n$, je slika produkta $(a + b + c)(m + n)$. Isti pravokotnik je pa enak vsoti šestih pravokotnikov, ki so slike produktov am , bm , cm , an , bn in cn . Zato velja

$$(a + b + c)(m + n) = am + bm + cm + an + bn + cn.$$

V končnem produktu skrčiš istoimenske izraze. Da to laže izvršiš, urediš pred množenjem oba polinoma na isti način ter pišeš med množenjem istoimenske izraze drugega pod drugega. N. pr.:

$$\begin{array}{r}
 (x^3 - 3x^2 + 5x - 7)(2x^2 + 4x + 6) \\
 \hline
 2x^5 - 6x^4 + 10x^3 - 14x^2 \\
 + 4x^4 - 12x^3 + 20x^2 - 28x \\
 + 6x^3 - 18x^2 + 30x - 42 \\
 \hline
 2x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 2x - 42
 \end{array}$$

Kako
napraviš
preizkus.

Preizkus, ali si prav množil ali ne, napraviš, ako zamenjaš faktorja in jih iznova pomnožiš med seboj; ako je drugač dobljeni produkt enak prejšnjemu, smeš biti vobče prepričan, da je produkt prav določen. Hitreje napraviš preizkus, ako zamenjaš v faktorjih za občna števila posebne vrednosti, skrčiš člene in šele potem izvršiš množenje. Ravno tako zamenjaš v dobljenem produktu za občna števila iste vrednosti kakor v faktorjih; ako najdeš isti rezultat kakor prej, si prav računal. — Ako zameniš v gorenji nalogi $x = 1$, dobiš

$$\begin{aligned}
 (1 - 3 + 5 - 7)(2 + 4 + 6) &= (-4) \cdot (+12) = -48 \\
 2 - 2 + 4 - 12 + 2 - 42 &= -48.
 \end{aligned}$$

Važni so naslednji produkti:

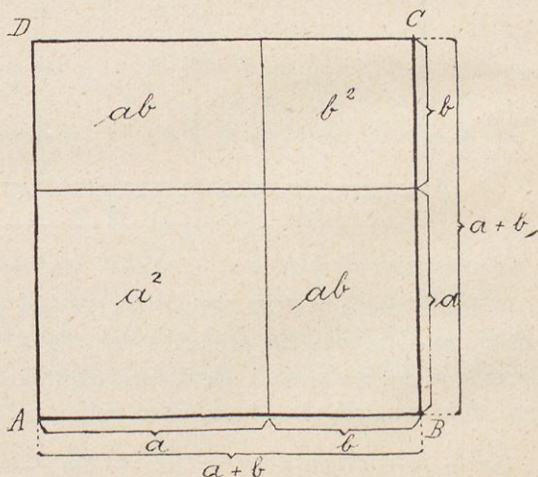
$$\begin{aligned}
 (a + b)^2 &= (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2, \\
 (a - b)^2 &= (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2, \\
 (a + b)(a - b) &= a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2,
 \end{aligned}$$

ki jih geometrijskim
potem tako-le dokažeš:

Slika 17.

Kvadrat $ABCD$ (slika 17.), ki ima stranico $a + b$, je slika krajše napisanega produkta $(a + b)^2$; isti kvadrat pa je enak vsoti kvadratov, ozir. pravokotnikov, ki so slike produktov a^2 , ab , ab in b^2 . Velja torej

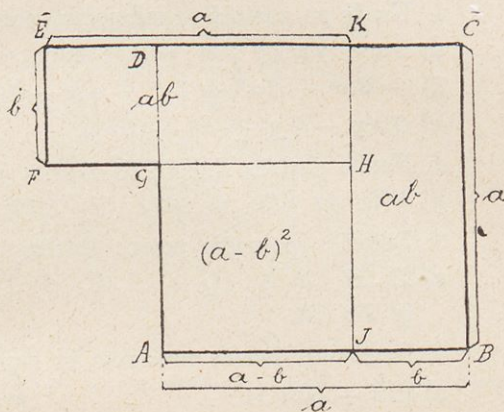
$$\begin{aligned}
 (a + b)^2 &= a^2 + \\
 &+ 2ab + b^2.
 \end{aligned}$$



Kvadrat $AHIG$ (slika 18.), ki ima stranico $a - b$, predločuje krajše napisani produkt $(a - b)^2$; isti kvadrat pa dobiš, ako odšteješ od šestokotnika $ABCEFG$, ki je enak vsoti kvadratov $ABCD = a^2$ in $DEFG = b^2$, pravokotnika $IBCK = ab$ in $KEFH = ab$. Zato velja

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = a^2 - 2ab + b^2.$$

Slika 18.



Slika 19.

Pravokotnik $AEFH$ (slika 19.) s stranicama $a + b$ in $a - b$ je slika produkta $(a + b)(a - b)$. Ako preneseš pravokotnik $BEFG = (a - b) \cdot b$ v lego pravokotnika $GCIK = (a - b) \cdot b$, dobiš namesto pravokotnika $AEFH$ njemu enak šestokotnik $ABCIKH$, ki je tudi enak razliki kvadratov $ABCD = a^2$ in $HKID = b^2$. Tedaj je

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2.$$

Kvadrat binoma je enak algebraski vsoti kvadrata prvega člena, dvojnega produkta obeh členov in kvadrata drugega člena.

Vsota dveh števil, pomnožena z njiju razliko, dá razliko kvadratov dotičnih števil.

Nasprotno smeš reči:

Razlika kvadratov dveh števil je enaka produktu iz vsote in razlike dotičnih dveh števil.

N. pr.: $57^2 - 47^2 = (57 + 47)(57 - 47) = 104 \cdot 10 = 1040.$

Naloge.

1. Uredi po rastočih (padajočih) potencah sledeče polinome:

a) $5a - 6a^2 + 9a^3 - 2 + 6a^4$;

b) $-3x^3 + 2x^2 + 7x^5 + 4x + 10$;

c) $2x^2y - 5y^3 + x^3 + 2x^2y$.

2. Napiši sledeča dekadična števila v obliki polinomov:

a) 543; b) 705; c) 2374; d) 7050; e) 25439; f) 92006.

3. Določi s pomočjo potenc števila 10 sledeče produkte:

a) $D \cdot D$; b) $S \cdot D$; c) $S \cdot T$; d) $T \cdot D$; e) $Dt \cdot D$; f) $T \cdot T$;
g) $Dt \cdot St$.

4. Izračunaj sledeče produkte in napravi preizkus:

a) $(2a + 5b) \cdot 4$, pr.: $a = 2, b = 3$;

b) $(5x - 3y) \cdot -2$, pr.: $x = 3, y = 8$;

c) $(3a^2 - 5a + 4) \cdot -2a$, pr.: $a = -2$;

d) $5y(3y^2 - 2y - 4)$, pr.: $y = -1$;

e) $4x^2y(3x^2 - 4xy + 5y^2)$, pr.: $x = y$;

f) $-5a^2b^3(a^2 - 2ab - b^2)$, pr.: $a = b$.

5. Razreši oklepaje in naredi preizkus:

a) $(a + 7b)3a + (9a - 5b)6a$, pr.: $a = b$;

b) $3x(2x - 5y) + 4x(6x - 7y)$, pr.: $x = y$;

c) $7a(6a - 5b) - 8b(3a + 4b)$, pr.: $a = b$;

d) $4x^2(x - 2) - 5x(x^2 - 7)$, pr.: $x = 3$;

e) $(5x - 7y)6x - (3x + 6y)5y + (6x - 8y)4x$,
pr.: $x = 2, y = 3$;

f) $9a(4a - 6b) + 7a(5a - 8b) - 3a(7a - 9b)$,
pr.: $a = b$;

g) $(4a^2 - 3ab + 6b^2)5a^2b^2 - 2ab^2(3a^3 - 5a^2b + 7ab^2)$,
pr.: $a = b$.

6. Izračunaj najkrajšim potem:

a) $(a + 4)^2$; b) $(x - 5)^2$;

c) $(2x - 3)^2$; d) $(3x + 2y)^2$;

e) $(x + 5)(x - 5)$; f) $(2a + 3)(2a - 3)$;

g) $(5y + 7)(5y - 7)$; h) $(3p + 4q)(3p - 4q)$;

i) $42^2 - 22^2$; k) $63^2 - 37^2$;

l) $135^2 - 35^2$; m) $157^2 - 143^2$.

7. Izračunaj sledeče produkte in napravi preizkus:

- a) $(4x + 5y)(8x - 4y)$, pr.: $x = y$;
- b) $(3x - 4y)(y + 9x)$, pr.: $x = 3, y = 2$;
- c) $(3m - 8)(2m - 7)$, pr.: $m = 5$;
- d) $(x^2 + 2xy + 3y^2)(3x - 2y)$, pr.: $x = y$;
- e) $(3a^2 - 2ab - b^2)(7a + 5b)$, pr.: $a = b$;
- f) $(4 - 3x + 6x^2)(2 - 6x - 7x^2)$, pr.: $x = -1$;
- g) $(m^2 + 2m - 3)(m^2 - 2m + 3)$, pr.: $m = -5$;
- h) $(8a^2 - 9a + 12)(7 - 6a + 5a^2)$, pr.: $a = 5$;
- i) $(2x^2 - 3xy + 4y^2)(3x^2 - 2xy - y^2)$, pr.: $x = y$;
- k) $(5x^4 - 4x^3y + 3x^2y^2 - 2xy^3 + y^4)(3x^2 - 2xy + y^2)$,
pr.: $x = y$;
- l) $(8x^3 + 1 - 6x^2 - 2x)(8x + 2x^3 - 4 - 3x^2)$,
pr.: $x = 1$;
- m) $(5a^2b^2 - 6ab^3 - 4a^3b + 7b^4 + 3a^4)(4b^4 - 5ab^3 - 2a^2b^2 + a^4)$, pr.: $a = b$.

8. Izračunaj naslednje produkte in napravi preizkus na naj-prikladnejši način:

- a) $(2a - b)(5a - 4b)(a + b)$;
- b) $(6m^2 - 5)(8m^2 + 4)(3m^2 - 9)$;
- c) $(2x - 3)(3x - 4)(4x - 5)(5x + 6)$;
- d) $(4x^2 - 4xy - y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)(2x^2 + 2xy + 3y^2)$;
- e) $(3y^2 - 4yz + 2z^2)(5y^2 - 7yz - 6z^2)(y^2 - 2yz + 5z^2)$.

9. Določi pomen sledečih izrazov in jih izračunaj:

- a) $(4 + 2x)(5 + 3x) - (4 - 3x)(5 - 2x)$, pr.: $x = 2$;
- b) $(x - 3)(5x + 6) - (-10x + 7)(2 - x)(x + 8)$,
pr.: $x = 1$;
- c) $(3m^2 - 8m - 5)(7m^2 + 5m - 6) - (6m^2 + 4m - 3)(3m^2 - 9m + 7)$, pr.: $m = -1$;
- d) $(x^2 - 4x + 4)(x^2 + 4x + 4) - (x + 1)(x - 2)(x + 4)(x - 5)$, pr.: $x = 3$;
- e) $[(a - 3)(5a + 6) - (10a + 7)(2 - a)](a + 8)$,
pr.: $a = -1$;
- f) $[3x(2x - y) - 2y(x + 3y)](x + 2y)$, pr.: $x = 2, y = 1$.

§ 56. Kvadrat.

Kvadratovati
=
quadrieren.

Število povišati na kvadrat ali kvadratovati se pravi, število postaviti dvakrat za faktor, t. j. število množiti samo s seboj. N. pr.:

$$37^2 = 37 \cdot 37 = 1369.$$

Kvadrati enoštevilknih števil so po vrsti: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

Število tedaj kvadriraj, ako pomnožiš število s številom samim; vendar se hočemo seznaniti s posebnim načinom kvadriranja mnogoštevilčnih števil, ki se razlikuje samo po obliki od navadnega množenja, ki nam pa pokaže pot, po kateri razrešimo nasprotno nalogo, da namreč poiščemo število, ki dá, samo s seboj pomnoženo, za produkt določeno število.

Kako
kvadriraj
dvoštevilčno
celo število.

Dvoštevilčno dekadično celo število, n. pr. 78, kvadriraj, ko si ga napisal v obliki binoma $70 + 8$, po obrazcu

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

in najdeš

$$(70 + 8)^2 = 70^2 + 2 \cdot 70 \cdot 8 + 8^2 = 49 \cdot 100 + 2 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 10 + 64 = 4900 + 1120 + 64 = 6084.$$

Kvadrat dvoštevilčnega celega števila ima tri sestavine:

1. kvadrat prve številke z mestno vrednostjo stotic,
2. dvojni produkt obeh števil z mestno vrednostjo desetice in
3. kvadrat druge številke z mestno vrednostjo enic.

Kvadratove sestavine pišeš zaporedoma drugo pod drugo tako, da pomakneš vsako naslednjo za eno mesto proti desni ter jih potem sešteješ.

78^2	
7^2	49
$2 \cdot 7 \cdot 8$	112
8^2	64
	6084

Kvadrat dvoštevilčnega števila pa lahko takoj napišeš, ako začneš kvadriranje pri enicah in računaš: 8^2 je 64, 6; 7 krat 8 je 56, 2 krat 56 je 112 in 6 je 118, 11; 7^2 je 49 in 11 je 60 ter napišeš v kvadratu le debeleje tiskane številke.

Kako
kvadriraj
decimalno
število.

Decimalno število kvadriraj na isti način, kakor celo število. Med kvadriranjem se ne brigaš za decimalno piko. V kvadratu pa odrežeš dvakrat toliko decimalk, kolikor jih je v podlogi; kajti produkt mora imeti toliko decimalk, kolikor jih imata oba faktorja skupaj. N. pr.: $7 \cdot 8^2 = 60 \cdot 84$.

Navaden ulomek kvadruješ, ako postaviš kvadrat števca za števec in kvadrat imenovalca za imenovalec. N. pr.:

$$\left(\frac{11}{15}\right)^2 = \frac{11}{15} \cdot \frac{11}{15} = \frac{11^2}{15^2} = \frac{121}{225}.$$

Mešano število pretvori, preden ga kvadruješ, v nepravi ulomek in kvadruj le-tega. N. pr.:

$$\left(2\frac{3}{7}\right)^2 = \left(\frac{17}{7}\right)^2 = \frac{17^2}{7^2} = \frac{289}{49} = 5\frac{44}{49}.$$

Kako kvadruješ navaden ulomek in mešano število.

Naloge.

1. Napiši neposredno kvadrate sledečih števil:

a) 14, 31, 48, 65, 79, 82, 87, 95;

b) 1.3, 2.9, 0.37, 0.64, 0.039, 0.083;

c) $160 = 16 \cdot 10$, 390, 470, 5900, 7200, 8500;

d) $\frac{5}{12}$, $\frac{23}{41}$, $\frac{49}{52}$, $\frac{35}{71}$, $2\frac{8}{15}$, $3\frac{14}{25}$, $4\frac{11}{13}$.

2. Izračunaj na dva načina [$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$]:

a) $27^2 - 17^2$; b) $53^2 - 23^2$; c) $73^2 - 27^2$; d) $58^2 - 42^2$;

e) $72^2 - 45^2$; f) $38^2 - 12^2$.

Kvadrovanje tro- in mnogoštevilčnih števil si nekoliko skrajšaj, ako uporabiš sledečo pretvorbo binomovega kvadrata.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + (2a + b)b.$$

$$(70 + 8)^2 = 70^2 + 2 \cdot 70 \cdot 8 + 8^2 = 70^2 + (2 \cdot 70 + 8)8 = 4900 + (140 + 8)8 = 4900 + 148 \cdot 8 = 4900 + 1184 = 6084.$$

Dvojni produkt obeh števil in kvadrat druge številke spojiš v eno sestavino, ki jo dobiš, ako prišteješ dvojnim deseticam enice, pomnožiš to vsoto z enicami in pišeš produkt za dve mesti proti desni. Praktično izvedeš to okrajšavo kvadrovanja, ako pripišeš dvojnemu številu desetic število enic in tako dobljeno število pomnožiš s številom enic.

$$\begin{array}{r} 78^2 \\ 7^2 \quad 49 \\ 148 \cdot 8 \quad 1184 \\ \hline 6084 \end{array}$$

Troštevilčno število, n. pr. 379, kvadruješ, ko si ga razstaviš v desetice in enice ($370 + 9$), ravno tako kakor dvoštevilčno število. $(370 + 9)^2 = 370^2 + 2 \cdot 370 \cdot 9 + 9^2 = 37^2 \cdot 100 + (2 \cdot 370 + 9) \cdot 9$.

Kvadrat števila 37 seveda lahko takoj napišeš ali ga pa izvršiš po prej navedenem pravilu. Pišeš tedaj:

$$\begin{array}{r} 379^2 \\ 3^2 \quad 9 \\ 67 \cdot 7 \quad 469 \\ 749 \cdot 9 \quad 6741 \\ \hline 143641 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{ali pa: } 379^2 = 1369 \\ 749 \cdot 9 \quad 6741 \\ \hline 143641 \end{array}$$

Kako kvadruješ mnogoštevilčna števila.

Na isti način razstaviš vsako mnogoštevilčno število in ga kvadrueš.
N. pr.:

$$7318^2 = (7310 + 8)^2 = 731^2 \cdot 100 + (2 \cdot 7310 + 8)8$$

$$\begin{array}{r} 7318^2 \\ \hline 7^2 \quad 49 \\ 143 \cdot 3 \quad 429 \\ 1461 \cdot 1 \quad 1461 \\ 14628 \cdot 8 \quad 117024 \\ \hline 53553124 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{ali pa: } 7318^2 = 5329 \\ 1461 \cdot 1 \quad 1461 \\ 14628 \cdot 8 \quad 117024 \\ \hline 53553124 \end{array}$$

Mnogoštevilčna števila kvadrueš tako-le:

1. Od prve številke (na levi) dobiš kvadrat.
2. Od druge in vsake naslednje številke dobiš sestavino, ako pripišeš dvojnemu pred dotično številko stoječemu številu to številko in tako dobljeno število pomnožiš z dotično številko.
3. Sestavine, ki jih tako dobiš, pišeš zaporedoma drugo pod drugo, vsako naslednjo pa pomakneš za dve mesti proti desni in jih sešteješ.

Ako se nahaja v številu, ki ga kvadrueš, kaka ničla, prideneš sestavini pred ničlo stoječe številke dve ničli, ker je k ničli spadajoča sestavina = 0. N. pr.:

$$\begin{array}{r} 5 \cdot 702^2 = 324900 \\ 11402 \cdot 2 \quad 22804 \\ \hline 32 \cdot 512804 \end{array}$$

Kako
kvadrueš
nepopolno
število.

Nepopolno število kvadrueš, ako ga pomnožiš na okrajšani način s samim seboj.

Periodičen ulomek pretvori, preden ga kvadrueš, v navadnega, in kvadruij le-tega, ali ga pa pomnoži na okrajšani način s samim seboj.

Naloge.

3. Izračunaj kvadrate naslednjih števil:

a) 316, 528, 706, 925, 596, 804, 697;

b) 1235, 3456, 6708, 9008, 7549, 8395;

c) $7 \cdot 35$, $9 \cdot 804$, $58 \cdot 26$, $0 \cdot 4078$, $0 \cdot 0796$;

d) $\frac{79}{113}$, $\frac{166}{315}$, $\frac{257}{489}$, $\frac{609}{907}$, $8\frac{3}{15}$, $12\frac{7}{25}$;

e) $8 \cdot 732 \dots$, $14 \cdot 96 \dots$, $19 \cdot 853 \dots$, $0 \cdot 463 \dots$, $0 \cdot 06892 \dots$;

f) $5 \cdot \dot{3}$, $0 \cdot \dot{5}4$, $0 \cdot 2\dot{5}4$, $3 \cdot 0\dot{5}2\dot{2}$, $2 \cdot \dot{7}$, $0 \cdot \dot{8}1$.

4. Izračunaj na dva načina:

- a) $217^2 - 183^2$; b) $357^2 - 307^2$; c) $756^2 - 656^2$;
 d) $269^2 - 231^2$; e) $628^2 - 372^2$; f) $5971^2 - 4029^2$.

§ 57. Kvadratni koren.

Danemu številu določiti drugi ali kvadratni koren ali dano število koreniti z 2 se pravi, poiskati število, čigar kvadrat je enak danemu številu. Dano število se imenuje radikand, število, ki ga iščeš, se zove drugi ali kvadratni koren. N. pr.: Drugi ali kvadratni koren števila 81 je 9, v znakih $\sqrt{81} = 9$ (čitaj: drugi ali kvadratni koren iz 81 je 9), ker je $9^2 = 81$. Korensko znamenje $\sqrt{}$ je nastalo iz prve črke latinske besede „radix“ (= koren, korenina).

Kvadratni koren = die Quadratwurzel.
 Koreniti = radizieren.
 Radikand = der Radikand.

Naloga. Koliko je $\sqrt{0}$, $\sqrt{1}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{25}$, $\sqrt{36}$, $\sqrt{49}$, $\sqrt{64}$, $\sqrt{81}$, $\sqrt{100}$?

Pravilo, ki po njem izračunaš mnogoštevilčnemu številu kvadratni koren, najdeš iz načina kvadrovanja dekadičnih števil.

Kako koreniš celo število z 2.

Naloga. Kvadrui število 87 in koreni dobljeni kvadrat z 2!

87^2		$\sqrt{75 69} = 87;$	$\sqrt{75 69} = 87$
8^2	64	64	1169 : 167
167 . 7	1169	1169 : 167	0
	7569	1169	
		0	

Ako kvadruiš dekadično število, dá prva njegova številka v kvadratu eno ali pa dve številki, vsaka naslednja številka pa dá v kvadratu dve nadaljnji številki, ker pomakneš njeno sestavino za dve mesti proti desni. Ako razdeliš kvadrat od desne proti levi na oddelke po dve številki — zadnji oddelek na levi ima lahko tudi eno samo številko — dobiš toliko oddelkov, kolikor ima število, ki si ga kvadroval, številčk. V navedeni nalogi ima kvadrat 7569 dva oddelka po dve številki, koren ima dve številki. V 75 stoticah se nahaja kvadrat korenovih desetic; njih število najdeš, ako poiščeš največje število, čigar kvadrat je manjši od 75. To število je 8, ker $9^2 = 81$ je večje kakor 75. Od prvega oddelka odšteješ kvadrat korenovih desetic (64) in pripišeš ostanku drugi radikandov oddelek. V deseticah

tako dobljenega števila (1169) se nahaja produkt iz dvojnih korenovih desetic in enic. Korenov enice najdeš torej, ako deliš število ostankovih desetic (116) z dvojnim številom korenovih desetic (16). Kvocienit je 7. Potem določiš sestavino druge korenove številke (167.7) in jo odšteješ od prejšnjega ostanka. Ker zdaj ne dobiš ostanka je $\sqrt{7569} = 87$.

Preizkus pri korenjenju.

Preizkus, da si kvadratni koren prav izračunal, napraviš, ako kvadriruješ dobljeni koren; korenov kvadrat mora biti enak radikandu. Dobiš pa pri korenjenju ostanek, mora biti vsota korenovega kvadrata in ostanka enaka radikandu. N. pr.:

$$\begin{array}{r} \sqrt{2130} = 46 \\ 530 : 86 \\ 14 \text{ ostanek.} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{Preizkus: } 46^2 = 2116 \\ 14 \\ \hline 2130. \end{array}$$

Naloge.

- Kvadriraj sledeča števila in koreni dobljeni kvadrat z 2:
a) 23, 52; b) 18, 85; c) 39, 62; d) 48, 69; e) 36, 97.
- Poišči naslednjim številom kvadratne korene in napravi preizkus:
a) 1444; b) 2025; c) 3025;
d) 5041; e) 6241; f) 7744;
g) 1100; h) 1300; i) 4100;
k) 6890; l) 5930; m) 9414.

3. Določi pomen in vrednost naslednjih izrazov:

$$\begin{array}{lll} a) \sqrt{12^2 + 35^2}; & b) \sqrt{12^2} + \sqrt{35^2}; & c) \sqrt{27^2 + 36^2}; \\ d) \sqrt{55^2 + 48^2}; & e) \sqrt{65^2 + 72^2}; & f) \sqrt{37^2 - 12^2}; \\ g) \sqrt{37^2} - \sqrt{12^2}; & h) \sqrt{65^2} - 56^2; & i) \sqrt{89^2} - 80^2. \end{array}$$

Dekadičnemu številu, ki ima več kakor štiri številke, določiš kvadratni koren, ako računaš na isti način, kakor koreniš tro- ali štirištevilčno število, kar razvidiš iz naslednjega primera.

Naloga. Kvadriraj število 678 in koreni dobljeni kvadrat z 2:

$$\begin{array}{r} 678^2 \\ \hline 6^2 \quad 36 \\ 127.7 \quad 889 \\ 1348.8 \quad 10784 \\ \hline 459684 \end{array} \quad \begin{array}{r} \sqrt{45|96|84} = 678 \\ 99\bar{6} \quad : 127 \\ 1078\bar{4} \quad : 1348 \\ \hline 0 \end{array}$$

Radikand ima tri oddelke po dve številki, zato ima koren tri številke. Število korenovih desetic najdeš, ako določiš kvadratni koren 4596 stoticam; po prejšnjem načinu korenjenja štirištevilčnega števila dobiš 67 desetic. Ostanku (107) pripišeš naslednji oddelek, deliš število desetic tako dobljenega števila (1078) z dvojn timer številom korenovih desetic (134) in najdeš korenove enice (8). Zdaj izračunaš kvadratovo sestavino tretje korenove številke (1348.8) in jo odšteješ od popolnega ostanka.

Ravno tako računaš, ako ima radikand še več števil.

Kvadratni koren dekadičnega števila najdeš po tem-le pravilu:

1. Razdeli določeno število od desne proti levi na oddelke po dve številki; prvi oddelek na levi utegne imeti tudi le eno številko.

2. Prvo korenovo številko najdeš, ako poiščeš največje število, čigar kvadrat se nahaja v prvem oddelku. Kvadrat prve korenove številke odšteješ od prvega oddelka in ostanku pripišeš naslednji oddelek.

3. Ako odrežeš tako dobljenemu številu zadnjo številko (na desni) in deliš ostalo število z dvojn timer že znanim koren timer, dobiš drugo korenovo številko. Potem izračunaš kvadratovo sestavino druge korenove številke in jo odšteješ od popolnega ostanka. Novemu ostanku pripišeš prihodnji oddelek.

4. Naslednje korenove številke izračunaš istotako, kakor si našel drugo številko.

5. Ko si vzel vse radikandove oddelke v račun, najdeš ostanek = 0, ako je radikand popoln kvadrat.

Naloge.

4. Kvadrui sledeča števila in koreni dobljeni kvadrat z 2:

a) 212; b) 335; c) 526; d) 673; e) 1857; f) 2949.

5. Koreni sledeča števila z 2 in napravi preizkus:

a) 11664;	b) 43681;	c) 60516;
d) 139876;	e) 321489;	f) 463761;
g) 5499025;	h) 7480225;	i) 18671041.

6. Določi pomen in vrednost sledečim izrazom:

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------------|
| a) $\sqrt{105^2 + 88^2}$; | b) $\sqrt{105^2 + \sqrt{88^2}}$; |
| c) $\sqrt{168^2 + 95^2}$; | d) $\sqrt{165^2 + 52^2}$; |
| e) $\sqrt{185^2 - 57^2}$; | f) $\sqrt{185^2 - \sqrt{57^2}}$; |
| g) $\sqrt{169^2 - 119^2}$; | h) $\sqrt{205^2 - 156^2}$; |
| i) $\sqrt{283024 + 389376}$; | k) $\sqrt{283024 + \sqrt{389376}}$; |
| l) $\sqrt{338724 - 186624}$; | m) $\sqrt{338724 - \sqrt{186624}}$. |

Kako
koreniš
decimalna
števila z 2.

Ker kvadrueš decimalno število prav tako kakor celo število, koreniš tudi decimalno število z 2 na isti način kakor celo število. Ker je

$$87^2 = 7569, \quad 8 \cdot 7^2 = 75 \cdot 69, \quad 0 \cdot 87^2 = 0 \cdot 7569$$

$$\text{in } 0 \cdot 087^2 = 0 \cdot 007569,$$

je obratno tudi

$$\sqrt{75|69} = 87, \quad \sqrt{75 \cdot 69} = 8 \cdot 7, \quad \sqrt{0 \cdot 75|69} = 0 \cdot 87$$

$$\text{in } \sqrt{0 \cdot 00|75|69} = 0 \cdot 087.$$

Kolikor oddelkov po dve številki ima radikand pred decimalno piko, toliko številčk pred decimalno piko ima koren; za vsak oddelek po dve decimalki v radikandu dobi pa koren eno decimalko.

Decimalno število moraš torej razdeliti na oddelke po dve številki od decimalne pike na levo in na desno; kadar manjka katere številke v zadnjem oddelku (na desni), jo nadomestiš, ako je radikand popolno število, z ničlo. Nadaljnji račun izvršiš prav tako, kakor da je radikand celo število; samo to si dobro zapomni, da postaviš v korenu decimalno piko, preden vzameš prvi oddelek decimalk v račun.

Kako
koreniš
število, ki ni
popoln
kvadrat, z 2.

Ako radikand ni popoln kvadrat, ne moreš določiti kvadratnega korena popolnoma natanko, temveč le približno na toliko decimalk, kolikor jih potrebuješ. N. pr. število 7 ni popoln kvadrat nobenega dekadičnega števila: kajti število 7 je večje kakor kvadrat od 2 in manjše kakor kvadrat od 3. Kvadratni koren števila 7 se dá torej določiti le približno. Ker je radikand popolno število, mu smeš pripisati toliko oddelkov po dve ničli za decimalke, kolikor jih hočeš (§ 43.), in dobiš v korenu poljubno število decimalk. Navadno si samo misliš te oddelke pripisane in pripisuješ le ostankom po dve ničli.

N. pr.: a) $\sqrt{7} = \sqrt{7\cdot00|00|00} = 2\cdot645751\ldots$

30 <u>0</u>	: 46
240 <u>0</u>	: 524
3040 <u>0</u>	: 5285
39750 <u>0</u>	: 529 07
271510 <u>0</u>	: 529 145
6937500	: 529 1501
1645999	

Ker se ujemajo prve številke v zadnjih divizorjih, moreš določiti nekatere korenove številke z okrajšanim deljenjem (§ 46.) in računaš tako-le:

Kako koreniš na okrajšani način z 2.

b) $\sqrt{7} = 2\cdot645751\ldots$

30 <u>0</u>	: 46
240 <u>0</u>	: 524
3040 <u>0</u>	: 5285
3975	: 5 <u>290</u>
272	
7	
2	

Ako računaš na navadni način, moraš deliti 39750 s 5290; ker pa ostanku ne pripišeš nobene ničle, moraš odrezati, da ostane kvocient isti, divizorju zadnjo številko, vzameš pa od njenega produkta z novo korenovo številko popravek in deliš dalje na okrajšani način,

Ako je prva korenova številka večja kakor 4, ima okrajšani divizor ravno toliko številok kakor že znani koren; zato dobiš z okrajšanim deljenjem ravno toliko številok, kolikor si jih dobil na navadni način, sicer pa eno manj.

Koliko številok določiš na okrajšani način.

Ako je radikand nepopolno število, ne smeš pripisati ostankom ničel, temveč moraš določiti nadaljnje korenove številke na okrajšani način; ako je pa radikand periodičen ulomek, moraš pripisovati ostankom namesto ničel številke, kakor se nahajajo po vrsti v periodi. Primerjaj sledeče naloge:

Kako koreniš nepopolne in periodične decimalne ulomke z 2.

c) Določi $\sqrt{12}$ na 4 decimalke!

$\sqrt{12} = 3\cdot4641$

30 <u>0</u>	: 64
440 <u>0</u>	: 686
284	: 6 <u>92</u>
7	
0	

Ker bo imel koren 5 številok in je prva manjša kakor 5, dobiš z okrajšanim deljenjem eno številko manj, nego jih dobiš na navadni način; na navadni način določiš torej 3, na okrajšani način pa 2 korenovi številki.

d) Določi $\sqrt{27 \cdot 34 \dots}$ tako natanko, kakor je mogoče!

$$\sqrt{27 \cdot 34 \dots} = 5 \cdot 229 \dots$$

$$\begin{array}{r} 234 \\ 30 \\ 9 \\ 0 \end{array} : 102$$

$$: 104$$

$$:$$

$$:$$

Ker je radikand nepopolno število, določiš na navadni način 2 številki, ostale pa na okrajšani način.

e) Določi $\sqrt{5 \cdot 235}$ na 4 decimalke!

$$\sqrt{5 \cdot 23 | 52 | 35} = 2 \cdot 2880 \dots$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ 3952 \\ 368 \end{array} : 42$$

$$: 448$$

$$: 456$$

$$:$$

Koren bo imel 5 številke, in ker je prva manjša kakor 5, določiš 3 na navadni, 2 pa na okrajšani način.

Ako si določil kvadratni koren na okrajšani način, napraviš preizkus s tem, da množiš na okrajšani način nepopolni kvadratni koren ž njim samim in določiš v produktu, ki mora biti enak radikandu, toliko decimalke, kolikor jih je zanesljivih (§ 56.).

Naloge.

7. Koreni sledeča števila z 2 in napravi preizkus:

a) $18 \cdot 49$;

b) $0 \cdot 3025$;

c) $0 \cdot 0961$;

d) $4 \cdot 7524$;

e) $51 \cdot 9841$;

f) $0 \cdot 544644$;

g) $0 \cdot 000784$;

h) $0 \cdot 00692224$;

i) $0 \cdot 00077284$.

8. Izračunaj na 5 decimalke in napravi preizkus:

a) $\sqrt{2}$;

b) $\sqrt{3}$;

c) $\sqrt{39}$;

d) $\sqrt{70}$;

e) $\sqrt{6 \cdot 37}$;

f) $\sqrt{0 \cdot 352}$.

9. Izračunaj na 3 decimalke in napravi preizkus:

a) $\sqrt{5^2 + 7^2}$;

b) $\sqrt{3 \cdot 9^2 + 2 \cdot 3^2}$;

c) $\sqrt{0 \cdot 54^2 + 3 \cdot 8^2 + 1 \cdot 52^2}$.

10. Izračunaj tako natanko, kakor je mogoče:

a) $\sqrt{3 \cdot 1416 \dots}$;

b) $\sqrt{15 \cdot 6477 \dots}$;

c) $\sqrt{0 \cdot 6678 \dots}$;

d) $\sqrt{423 \cdot 86 \dots}$;

e) $\sqrt{52 \cdot 27 \dots}$;

f) $\sqrt{0 \cdot 05929 \dots}$.

Navaden ulomek koreniš z 2, ako postaviš kvadratni koren števca za števec in kvadratni koren imenovalca za imenovalec. N. pr.:

Kako
koreniš
navaden
ulomek z 2.

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}, \text{ preizkus: } \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{25}.$$

Ako pa imenovalec ni popoln kvadrat, razširiš ulomek toliko, da postane imenovalec popoln kvadrat, ki mu lahko določiš kvadratni koren. Ko si določil števcu razširjenega ulomka kvadratni koren na potrebno število decimalk, deliš števec koren z imenovalčevim korenem. N. pr.:

$$\sqrt{\frac{3}{7}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 7}{7^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7} = \frac{4.58258}{7} = 0.65465...$$

Navaden ulomek pa tudi koreniš z 2, ako ga pretvoriš v decimalnega in določiš temu kvadratni koren. N. pr.:

$$\sqrt{\frac{3}{7}} = \sqrt{0.428571} = 0.654654...$$

Naloge.

11. Izračunaj na dva načina in naredi preizkus:

$$a) \sqrt{\frac{9}{25}}; \quad b) \sqrt{\frac{49}{64}}; \quad c) \sqrt{3\frac{6}{25}}; \quad d) \sqrt{4\frac{33}{64}}; \quad e) \sqrt{6\frac{58}{121}}.$$

12. Izračunaj na dva načina na 4 decimalke:

$$a) \sqrt{\frac{3}{4}}; \quad b) \sqrt{1\frac{7}{25}}; \quad c) \sqrt{\frac{3}{2}}; \quad d) \sqrt{1\frac{0}{11}}; \quad e) \sqrt{1\frac{2}{3}}; \quad f) \sqrt{8\frac{2}{5}}.$$

Določevanje kvadratnega korena občnih števil omejimo le na nekatere slučaje, ki se prav pogostoma nahajajo, in sicer:

Kako
koreniš
občna
števila z 2.

1. Potenco koreniš z 2, ako deliš potenčni eksponent z 2.

$$\sqrt{a^2} = a, (a^2)^2 = a \cdot a = a^2; \quad \sqrt{a^6} = a^3, (a^3)^2 = a^3 \cdot a^3 = a^6.$$

2. Produkt koreniš z 2, ako koreniš vsak faktor z 2.

$$\sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b^2} = ab, (ab)^2 = ab \cdot ab = a^2 b^2;$$

$$\sqrt{9x^2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{x^2} = 3x, (3x)^2 = 3x \cdot 3x = 9x^2.$$

3. Kvadratni koren odpraviš iz ulomkovega imenovalca, ako pomnožiš števec in imenovalec z dotičnim korenem.

$$\frac{a}{\sqrt{5}} = \frac{a \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{a \sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{a \sqrt{5}}{5}.$$

Naloge.

13. Izračunaj in napravi preizkus:

a) $\sqrt{x^4}$; b) $\sqrt{a^8}$; c) $\sqrt{4y^4}$; d) $\sqrt{25a^2b^2}$; e) $\sqrt{16a^4b^2}$; f) $\sqrt{49x^4y^6}$.

14. Izračunaj po primeru $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ koeficiente na 4 decimalke:

a) $\sqrt{3a^2}$; b) $\sqrt{2x^2}$; c) $\sqrt{5y^2}$; d) $\sqrt{8b^4} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot b^4}$;

e) $\sqrt{12a^2}$; f) $\sqrt{50x^4}$.

15. Odpravi koren iz imenovalca sledečih ulomkov:

a) $\frac{a}{\sqrt{2}}$; b) $\frac{3x}{\sqrt{3}}$; c) $\frac{a}{2\sqrt{2}}$; d) $\frac{3c}{2\sqrt{5}}$; e) $\sqrt{\frac{2a^2}{3}}$; f) $\sqrt{\frac{3a^2}{4}}$.

§ 58. Kub.

Kubovati = Število povišati na kub ali kubovati se pravi, postaviti število
kubieren. trikrat za faktor. N. pr.:
Kub =
der Kubus.

$$37^3 = 37 \cdot 37 \cdot 37 = 50653.$$

Kubi enošteviličnih števil so po vrsti: 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729.

Število kubuješ, ako pomnožiš kvadrat števila s številom samim; vendar se hočemo seznaniti s posebnim načinom kubovanja mnogoštevilčnih števil, ki se razlikuje samo po obliki od navadnega množenja, a nam pokaže pot, kako naj razrešimo nasprotno nalogo, da namreč poiščemo število, ki dá, postavljeno trikrat kot faktor, za produkt določeno število.

Kako
kubuješ
binom.

Po pojmu o kubu velja:

$$\begin{aligned}(a + b)^3 &= (a + b)^2 \cdot (a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b) = \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.\end{aligned}$$

Tako izračunani izraz binomovega kuba dokažeš tudi geometrijskim potem.

Ker je kockin rob (slika 20.) enak $a + b$, je njena prostornina $(a + b)^3$. Kocka z robom $a + b$ nam predločuje krajše napisani produkt $(a + b)^3$. Na robah, ki se stikajo v točki A , odrežeš daljico a in najdeš točke J, K in L . Ako položiš skozi točke J, K in L ravnine, ki stoje pravokotno na dotičnih robih, razpade kocka na 8 delov, ki so po svoji obliki kvadri,

oziroma kocke. Štirji deli, ki se nahajajo pod ravnino $LMNP$, imajo višino a , osnovne ploskve pa a^2, ab, ab, b^2 , njih prostornina je tedaj $a^2 \cdot a, ab \cdot a, ab \cdot a, b^2 \cdot a$; štirji deli so nad ravnino $LMNP$ in imajo višino b , osnovne ploskve so jim a^2, ab, ab, b^2 , njih prostornina je tedaj $a^2 \cdot b, ab \cdot b, ab \cdot b, b^2 \cdot b$. Ker je kockina prostornina enaka vsoti prostornin vseh kvadrov, oziroma kock, velja

$$(a + b)^3 = (a^3 + a^2b + a^2b + ab^2) + (a^2b + ab^2 + ab^2 + b^3) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Dvoštevilčno dekadično celo število, n. pr. 27, kubuješ, ko si ga napisal v obliki binoma $20 + 7$, po obrazcu

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3,$$

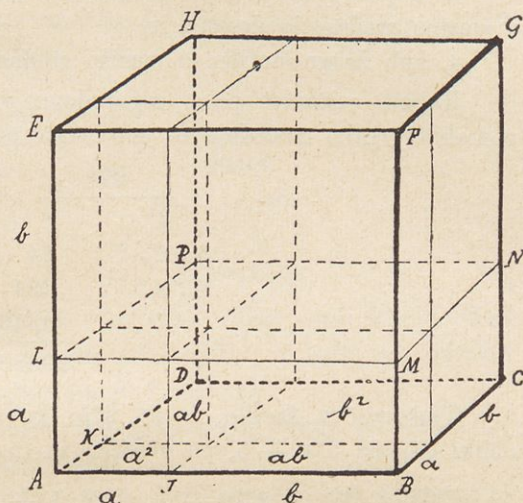
in najdeš

$$(20 + 7)^3 = 20^3 + 3 \cdot 20^2 \cdot 7 + 3 \cdot 20 \cdot 7^2 + 7^3 = 2^3 \cdot 10^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot 7 \cdot 10^2 + 3 \cdot 2 \cdot 7^2 \cdot 10 + 7^3 = 8000 + 8400 + 2940 + 343 = 19683.$$

Kub dvoštevilčnega celega števila ima štiri sestavine:

1. kub prve številke z mestno vrednostjo tisočic,
2. trojni kvadrat prve številke, pomnožen z drugo številko, z mestno vrednostjo stotic,

Slika 20.



Kako
kubuješ
dvoštevilčno
celo število.

3. trojna prva številka, pomnožena s kvadratom druge številke, z mestno vrednostjo desetice, in

4. kub druge številke z mestno vrednostjo enic.

Kubove sestavine pišeš zaporedoma drugo pod drugo tako, da pomakneš vsako naslednjo za eno mesto proti desni ter jih sešteješ.

$$\begin{array}{r}
 27^3 \\
 \hline
 2^3 \qquad 8 \\
 3 \cdot 2^2 \cdot 7 \qquad 84 \\
 3 \cdot 2 \cdot 7^2 \qquad 294 \\
 7^3 \qquad \underline{343} \\
 19683
 \end{array}$$

Kako
kubuješ
mnogo-
številčno
celo število.

Troštevilično število, n. pr. 275, kubuješ, ko si ga napisal v obliki binoma $270 + 5$, po obrazcu za $(a + b)^3$ in najdeš

$$\begin{aligned}
 (270 + 5)^3 &= 270^3 + 3 \cdot 270^2 \cdot 5 + 3 \cdot 270 \cdot 5^2 + 5^3 = \\
 &= 27^3 \cdot 10^3 + 3 \cdot 27^2 \cdot 5 \cdot 10^2 + 3 \cdot 27 \cdot 5^2 \cdot 10 + 5^3.
 \end{aligned}$$

Prvo sestavino 27^3 določiš po prej navedenem načinu in pomniš, da ima ta sestavina mestno vrednost tisočic. Račun izvršiš tako-le:

$$\begin{array}{r}
 275^3 \\
 \hline
 2^3 \qquad 8 \\
 3 \cdot 2^2 \cdot 7 \qquad 84 \\
 3 \cdot 2 \cdot 7^2 \qquad 294 \\
 7^3 \qquad 343 \\
 3 \cdot 27^2 \cdot 5 \qquad 10935 \\
 3 \cdot 27 \cdot 5^2 \qquad 2025 \\
 5^3 \qquad \underline{125} \\
 20796875
 \end{array}$$

Mnogoštevilčno dekadično število kubuješ po tem-le pravilu:

1. Od prve številke dobiš kub.
2. Od druge in vsake naslednje številke dobiš tri sestavine, in sicer: a) trojni kvadrat pred dotično številko stoječega števila pomnožen z dotično številko; b) trojno pred dotično številko stoječe število pomnoženo s kvadratom dotične številke; c) kub dotične številke.

3. Navedene sestavine pišeš zaporedoma drugo pod drugo, vsako naslednjo pomakneš za eno mesto proti desni ter jih sešteješ.

§ 59. Kubični koren.

Kubični
koren =
die Kubik-
wurzel.

Danemu številu določiti tretji ali kubični koren ali dano število koreniti s 3 se pravi poiskati število, čigar kub je enak danemu številu. N. pr.: Tretji ali kubični koren števila 216 je 6, v znakih $\sqrt[3]{216} = 6$ (čitaj: tretji ali kubični koren števila 216 je 6), ker je $6^3 = 216$. Število 3 v korenskem znaku $\sqrt[3]{}$ se imenuje korenski eksponent.

Korenski
eksponent =
der Wurzel-
exponent.

Naloga. Koliko je $\sqrt[3]{0}$, $\sqrt[3]{1}$, $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt[3]{64}$, $\sqrt[3]{125}$, $\sqrt[3]{216}$, $\sqrt[3]{343}$, $\sqrt[3]{512}$, $\sqrt[3]{729}$, $\sqrt[3]{1000}$?

Kako
koreniš celo
število s 3.

Pravilo, ki po njem izračunaš mnogoštevilčnemu številu kubični koren, najdeš iz načina kubovanja dekadičnih števil.

Naloga. Kubuj število 47 in koreni dobljeni kub s 3!

47^3		$\sqrt[3]{103 823} = 47$	
4^3	64	64	
$3 \cdot 4^2 \cdot 7$	336	$398\overline{23}$	: 48
$3 \cdot 4 \cdot 7^2$	588	336	: $3 \cdot 4^2 \cdot 7$
7^3	343	588	: $3 \cdot 4 \cdot 7^2$
	103823	343	: 7^3
		0	

Ako kubuješ dekadično število, dá prva številka osnovnega števila v kubu eno, dve ali pa tri številke, vsaka naslednja številka pa dá v kubu tri nadaljnje številke, ker pomakneš vsako njeno sestavino za eno mesto proti desni. Ako razdeliš kub (radikand) od desne proti levi na oddelke po tri številke — zadnji oddelek (na levi) ima lahko tudi samo dve ali eno številko — dobiš toliko oddelkov, kolikor številčk ima koren. V navedeni nalogi ima kub 103823 dva oddelka po tri številke, koren ima dve številki.

V 103 tisočicah se nahaja kub korenovih desetih; njih število dobiš, ako poiščeš največje število, čigar kub se nahaja v 103. To število je 4, ker $5^3 = 125$ je večje kakor 103. Od prvega oddelka odšteješ kub korenovih desetih (64) in pripišeš ostanku drugi radikandov oddelek. V tako nastalem številu 39823 se nahajajo vse tri sestavine druge korenove številke. Ker prva sestavina, kakor se razvidi iz kubovanja, nič ne vpliva na zadnji dve številki, mora biti

prva sestavina druge številke manjša kakor 398, t. j. število stotic v številu 39823. Število korenovih enic najdeš torej, ako deliš število ostankovih stotic (398) s trojnim kvadratom števila korenovih desetice (48); enic je kvečjemu $398 : 48 = 8$. Ker pa dajo sestavine druge številke (8)

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 4^2 \cdot 8 \qquad 384 \\ 3 \cdot 4 \cdot 8^2 \qquad 768 \\ 8^3 \qquad \underline{\hspace{1cm}} \qquad 512 \\ \qquad \qquad \qquad 46592 \end{array}$$

za vsoto, ki je večja kakor ostanek 39823, uvidiš, da ne more biti 8 enic, ampak kvečjemu 7. Ako vzameš 7 za drugo korenovo številko, je vsota njenih sestavin enaka ostanku; torej je 7 druga korenova številka.

Preizkus, da si kubični koren prav izračunal, napraviš, ako kubičeš koren; korenov kub mora biti enak radikandu. Dobiš li pri korenjenju ostanek, mora biti vsota korenovega kuba in ostanka enaka radikandu. N. pr.:

$$\sqrt[3]{69|000} = 41$$

$$\begin{array}{r} 50\overline{00} : 48 \\ 48 \qquad 3 \cdot 4^2 \cdot 1 \\ 12 \qquad 3 \cdot 4 \cdot 1^2 \\ \underline{1} \qquad \qquad 1^3 \\ 79 \end{array}$$

$$\text{Preizkus: } 41^3$$

$$\begin{array}{r} 4^3 \qquad 64 \qquad \qquad 68921 \\ 3 \cdot 4^2 \cdot 1 \qquad 48 \qquad \qquad \underline{79} \\ 3 \cdot 4 \cdot 1^2 \qquad 12 \qquad \qquad 69000 \\ 1^3 \qquad \qquad \underline{1} \qquad \qquad 68921 \end{array}$$

Naloge.

1. Kubuj sledeča števila in koreni dobljeni kub s 3:

a) 18; b) 29; c) 42; d) 67; e) 78; f) 95.

2. Poišči naslednjim številom kubične korene in napravi preizkus:

a) 2197; b) 17576; c) 79509;
d) 91225; e) 157464; f) 195112;
g) 405226; h) 551368; i) 658533.

Dekadičnemu številu, ki ima več kakor šest števil, določiš kubični koren, ako računaš na isti način kakor pri korenjenju šestštevilknega števila, kar razvidiš iz naslednjega primera.

Naloga. Kubuj število 345 in koreni dobljeni kub s 3!

$ \begin{array}{r} 345^3 \\ \hline 3^3 \quad 27 \\ 3 \cdot 3^2 \cdot 4 \quad 108 \\ 3 \cdot 3 \cdot 4^2 \quad 144 \\ \hline 4^3 \quad 64 \\ 3 \cdot 34^2 \cdot 5 \quad 17340 \\ 3 \cdot 34 \cdot 5^2 \quad 2550 \\ \hline 5^3 \quad 125 \\ \hline 41063625 \end{array} $	$ \begin{array}{r} \sqrt[3]{41 063 625} = 345 \\ \hline 27 \\ \hline 140\overline{6}3 \quad : \quad 27 \\ 108 \quad 3 \cdot 3^2 \cdot 4 \\ 144 \quad 3 \cdot 3 \cdot 4^2 \\ \hline 64 \quad 4^3 \\ 17596\overline{2}5 \quad : \quad 3468 \\ 17340 \quad 3 \cdot 34^2 \cdot 5 \\ 2550 \quad 3 \cdot 34 \cdot 5^2 \\ \hline 125 \quad 5^3 \\ \hline 0 \end{array} $
--	--

Radikand ima tri oddelke, zato ima koren tri številke. Število korenovih desetic najdeš, ako določiš kubični koren 41063 tisočicam; po prejšnjem načinu korenjenja dobiš 34 desetice. Ostanku pripišeš naslednji oddelek, deliš število stotic (17596) s trojnim kvadratom števila korenovih desetic (3468) in najdeš število korenovih enic (5). Zdaj izračunaš vse tri kubove sestavine tretje korenove številke in odšteješ njih vsoto od popolnega ostanka.

Ravno tako računaš, če ima radikand še več oddelkov po tri številke.

Kubični koren dekadičnega števila najdeš torej po tem-le pravilu:

1. Razdeli določeno število od desne proti levi na oddelke po tri številke; prvi oddelek na levi utegne imeti tudi manj števil.

2. Prvo korenovo številko najdeš, ako poiščeš največje število, čigar kub se nahaja v prvem oddelku. Kub prve korenove številke odšteješ od prvega oddelka in pripišeš ostanku naslednji oddelek.

3. Ako odrežeš tako dobljenemu številu zadnji dve številki (na desni) in deliš ostalo število s trojnim kvadratom že znanega korena, dobiš drugo korenovo številko. Potem izračunaš vse tri kubove sestavine druge korenove številke ter odšteješ njih vsoto od popolnega ostanka.

4. Naslednje korenove številke izračunaš na isti način kakor si našel drugo številko.

5. Ko si vzel vse radikandove oddelke v račun, najdeš ostanek = 0, ako je radikand popoln kub.

Naloge.

3. Kubuj sledeča števila in koreni dobljeni kub s 3:

a) 123; b) 246; c) 579; d) 288; e) 2738; f) 3054.

4. Koreni sledeča števila s 3 in naredi preizkus:

a) 2146689; b) 3176523; c) 12812904;

d) 24137569; e) 2000380; f) 67419143;

g) 131872229; h) 481890304; i) 707347971.

Ker kubuješ decimalno število prav tako kakor celo število, zato tudi koreniš decimalno število s 3 na isti način kakor celo število. Ker je

$$27^3 = 19683, \quad 2 \cdot 7^3 = 19 \cdot 683,$$

$$0 \cdot 27^3 = 0 \cdot 019683, \quad 0 \cdot 027^3 = 0 \cdot 000019683,$$

je obratno tudi

$$\sqrt[3]{19|683} = 27, \quad \sqrt[3]{19 \cdot 683} = 2 \cdot 7,$$

$$\sqrt[3]{0 \cdot 019|683} = 0 \cdot 27, \quad \sqrt[3]{0 \cdot 000|019|683} = 0 \cdot 027.$$

Kolikor oddelkov po tri številke ima radikand pred decimalno piko, toliko številčk pred decimalno piko ima kubični koren; za vsak oddelek po tri decimalke v radikandu dobi pa koren eno decimalko.

Decimalno število moraš torej razdeliti na oddelke po tri številke od decimalne pike na desno in na levo; kadar manjka katera številka v zadnjem oddelku (na desni), nadomestiš jo, ako je radikand popolno število, z ničlo. Nadaljnji račun izvršiš prav tako, kakor da je radikand celo število; samo to si dobro zapomni, da postaviš v korenu decimalno piko, preden vzameš prvi oddelek decimalk v račun.

Ako ni radikand popoln kub, ne moreš določiti kubičnega korena popolnoma natanko, ampak le približno na toliko decimalk, kolikor jih potrebuješ. Radikandu, ki je popolno število (§ 43.), smeš namreč pripisati toliko oddelkov po tri ničle za decimalke, kolikor jih hočeš in zato dobiš v korenu poljubno število decimalk. Navadno si samo misliš te oddelke pripisane in pripisuješ ostankom po tri ničle. Ker postaja takšen račun vedno bolj težaven in dolgočasen, smeš ga okrajšati tako-le: Ko si določil na navadni način nekaj veljavnih številčk kubičnega korena, deliš zadnji ostanek s trojnim kvadratom že znanega

Kako
koreniš
decimalno
število s 3.

Kako
koreniš
število, ki ni
popoln
kub, s 3.

korena na okrajšani način in najdeš, tako postopajoč, še nekatere zanesljive korenove številke; vobče eno manj nego si jih določil na navadni način. N. pr.:

$$\begin{array}{r}
 \sqrt[3]{10} = 2.1544 \\
 \begin{array}{r}
 2000 : 12 \\
 12 \quad 3 \cdot 2^2 \cdot 1 \\
 6 \quad 3 \cdot 2 \cdot 1^2 \\
 \hline 1 \quad 1^3 \\
 739000 : 1323 \\
 6615 \quad 3 \cdot 21^2 \cdot 5 \\
 1575 \quad 3 \cdot 21 \cdot 5^2 \\
 \hline 125 \quad 5^3 \\
 61625 : 138675 \\
 6 \\
 1
 \end{array}
 \end{array}$$

Ako moraš določiti n. pr. $\sqrt[3]{2}$ na 4 decimalke, določiš, ker bo imel koren 5 veljavnih števil, 3 na navadni način, 2 pa z okrajšanim deljenjem.

Ako je treba nepopolnemu številu, n. pr. $3.142 \dots$, določiti kubični koren tako natanko, kakor mogoče, moreš na navadni način najti le dve korenovi številki; z okrajšanim deljenjem pa določiš še eno korenovo številko.

Ako je radikand periodičen ulomek, pripišeš ostankom namesto ničel številke, kakor se nahajajo po vrsti v periodi.

Kako
koreniš
nepopolno
število s 3.

Kako
koreniš
periodičen
ulomek s 3.

Naloge.

5. Koreni sledeča števila s 3 in napravi preizkus:

- a) 157.464 ; b) 2048.383 ; c) 20346.417 ;
 d) 41.063625 ; e) 469.097433 ; f) 0.571787 ;
 g) 0.079507 ; h) 0.009393931 ; i) 0.000066923416 .

6. Izračunaj na štiri decimalke in napravi preizkus (§ 58.):

- a) $\sqrt[3]{3}$; b) $\sqrt[3]{83}$; c) $\sqrt[3]{12.8}$;
 d) $\sqrt[3]{9.7}$; e) $\sqrt[3]{0.23}$; f) $\sqrt[3]{0.124}$.

7. Izračunaj tako natanko, kakor je mogoče:

- a) $\sqrt[3]{3.141592\dots}$; b) $\sqrt[3]{8762.753\dots}$; c) $\sqrt[3]{0.0097684\dots}$

Navaden ulomek koreniš s 3, ako postaviš kubični koren števca za števec in kubični koren imenovalca za imenovalec. N. pr.:

Kako
koreniš
navaden
ulomek s 3.

$$\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{2}{5}, \text{ preizkus: } \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{125}.$$

Ako pa imenovalec ni popoln kub, razširiš ulomek toliko, da postane imenovalec popoln kub, ki mu lahko določiš kubični koren. Ko si določil števcu razširjenega ulomka kubični koren na potrebno število decimalk, deliš števec kubični koren z imenovalčevim korenom. N. pr.:

$$\sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 9}} = \frac{\sqrt[3]{18}}{3} = \frac{2.6207..}{3} = 0.8735..$$

Navaden ulomek pa tudi koreniš, ako ga pretvoriš v decimalnega in določiš le-temu kubični koren. N. pr.:

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{0.6} = \sqrt[3]{0.666\overline{666}} = 0.8735.. \\ 1546\overline{66} : 192 \\ 1344 \quad 3.8^2.7 \\ 1176 \quad 3.8.7^3 \\ \hline 343 \quad 7^3 \\ 81\overline{63} : 2\overline{27}07 \\ 13 \\ 2 \end{array}$$

Naloge.

8. Izračunaj na dva načina in napravi preizkus:

$$\begin{array}{llll} a) \sqrt[3]{\frac{125}{512}}; & b) \sqrt[3]{\frac{343}{4096}}; & c) \sqrt[3]{\frac{1331}{3375}}; & d) \sqrt[3]{\frac{9261}{15625}}; \\ e) \sqrt[3]{15\frac{5}{8}}; & f) \sqrt[3]{10\frac{37}{216}}; & g) \sqrt[3]{41063\frac{5}{8}}; & h) \sqrt[3]{903\frac{8}{27}}. \end{array}$$

9. Izračunaj na dva načina na 3 decimalke:

$$a) \sqrt[3]{\frac{3}{5}}; \quad b) \sqrt[3]{1\frac{2}{7}}; \quad c) \sqrt[3]{\frac{7}{25}}; \quad d) \sqrt[3]{3\frac{3}{4}}; \quad e) \sqrt[3]{9\frac{5}{12}}.$$

Določevanje kubičnega korena občnih števil omejimo le na nekatere slučaje, ki se prav pogostoma nahajajo, in sicer:

1. Potenco koreniš s 3, ako deliš potenčni eksponent s 3.

$$\sqrt[3]{a^3} = a, \quad (a)^3 = a \cdot a \cdot a = a^3;$$

$$\sqrt[3]{a^6} = a^2, \quad (a^2)^3 = a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 = a^6.$$

2. Produkt koreniš s 3, ako koreniš vsak faktor s 3.

$$\sqrt[3]{a^3 \cdot b^3} = \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{b^3} = a \cdot b, \quad (ab)^3 = ab \cdot ab \cdot ab = a^3 b^3.$$

$$\sqrt[3]{64 y^3} = \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{y^3} = 4y, \quad (4y)^3 = 4y \cdot 4y \cdot 4y = 64 y^3.$$

Naloge.

10. Izračunaj in napravi preizkus:

a) $\sqrt[3]{a^{12}}$; b) $\sqrt[3]{x^9}$; c) $\sqrt[3]{8b^3}$; d) $\sqrt[3]{27a^3b^6}$;

e) $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{8 \cdot 2}$; f) $\sqrt[3]{54}$; g) $\sqrt[3]{375}$; h) $\sqrt[3]{81a^3b}$.

§ 60. Deljenje enočlenskih izrazov.

Število deliti s številom se pravi, iz produkta dveh faktorjev in enega teh faktorjev poiskati drugega.

Kako deliš
občna
števila.

Občno število a deliš z občnim številom b , ako nakažeš njiju deljenje: $a : b$ ali: $\frac{a}{b}$. Kvocijent ($a : b$) ali $\frac{a}{b}$ je tedaj ono število, ki ž njim pomnožiš divizor, da dobiš dividend. V znakih (§ 54.)

$$b \cdot (a : b) = (a : b) \cdot b = a \quad \text{ali} \quad b \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot b = a.$$

Ker velja

$$a \cdot b = ab, \quad a \cdot 1 = a, \quad a \cdot 0 = 0$$

sledi po pojmu o deljenju veljavnost naslednjih enačb:

$$ab : a = b, \quad a : 1 = a, \quad a : a = 1, \quad 0 : a = 0, \quad 0 : 0 = a.$$

Povej pravila, ki jih izražajo navedene enačbe! (§ 8.) Kaj pomeni a ? Je-li pomen izraza $0 : 0$, oziroma $\frac{0}{0}$ določen?

Kdaj moreš
kvocijent
občnih števil
krajše
izraziti.

Tudi kvocijent dveh občnih števil moreš v nekaterih slučajih krajše izraziti, in sicer:

1. Ako se nahajajo v dividendu vsi divizorjevi faktorji, izpustiš v dividendu vse divizorjeve faktorje in kar ostane, je kvocijent. N. pr.: V izrazu $12xyz : 3yz$ moreš napisati dividend v obliki $(4x) \cdot (3yz)$ in dobiš po pojmu o deljenju $[ab : a = b]$.

$$12xyz : 3yz = 4x \cdot 3yz : 3yz = 4x; \quad 3yz \cdot 4x = 12xyz.$$

2. Ako sta dividend in divizor potence iste podloge, izpustiš v dividendu toliko faktorjev, kolikor jih ima divizor, ostali faktorji tvorijo kvocijent. N. pr.: $a^8 : a^5 = a^3$. V dividendu, ki ima 8 faktorjev a , izpustiš 5 faktorjev, produkt ostalih treh faktorjev a pa napišeš v obliki potence a^3 .

3. Ako imata dividend in divizor le nekatere skupne faktorje, deliš dividend in divizor s skupnimi faktorji, ker s tem ne izpremeniš kvocientove vrednosti (§ 8.). N. pr.: V izrazu $28a^3bx : 21abx^2$ imata dividend in divizor skupne faktorje $7abx$; ako deliš oba s temi faktorji, najdeš

$$28a^3bx : 21abx^2 = 4a : 3x = \frac{4a}{3x}.$$

Kakor so dekadične enote višjih redov potence števila 10 (§ 55.), tako so tudi dekadične enote nižjih redov, kakor so enice, recipročne vrednosti potenc števila 10. N. pr.:

Kako
napišeš
dekadične
enote nižjih
redov.

$$d = \frac{1}{10} = \frac{1}{10^1}, \quad s = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}, \quad t = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} \text{ itd.}$$

Vsako decimalno število tedaj lahko napišeš v obliki polinoma, ki je urejen po potencah števila 10. N. pr.:

$$1.732 = 1 + \frac{7}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{2}{10^3};$$

$$0.69897 = \frac{6}{10} + \frac{9}{10^2} + \frac{8}{10^3} + \frac{9}{10^4} + \frac{7}{10^5}.$$

Pišoč dekadične enote v tej obliki, določiš produkt ali kvocient dveh dekadičnih enot na sledeči način. N. pr.:

$$D \cdot t = 10 \cdot \frac{1}{10^3} = \frac{10}{10^3} = \frac{1}{10^2} = s;$$

$$d : t = \frac{1}{10} : \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10} \cdot \frac{10^3}{1} = 10^2 = S;$$

$$D : s = 10 : \frac{1}{10^2} = 10 \cdot \frac{10^2}{1} = 10^3 = T.$$

Ako sta dividend in divizor algebrajski števili, moraš pri določevanju kvocienta gledati na predznak in na absolutno vrednost. Ker mora kvocient, pomnožen z divizorjem, dati v vsakem slučaju dividend za produkt, morata torej kvocient in divizor (faktorja) imeti enaka predznaka, če je dividend pozitiven; različna predznaka pa, če je dividend negativen. Torej je:

Kako deliš
algebrajska
števila.

$$(+a) : (+b) = +\frac{a}{b},$$

$$(+a) : (-b) = -\frac{a}{b},$$

$$(-a) : (+b) = -\frac{a}{b},$$

$$(-a) : (-b) = +\frac{a}{b}.$$

Kvociënt dveh algebrajskih števil je pozitiven, ako sta dividend in divizor enako zaznamovana, negativen pa, ako sta dividend in divizor različno zaznamovana. Kvociëntovo absolutno vrednost pa najdeš, ako deliš dividendovo absolutno vrednost z divizorjevo absolutno vrednostjo.

Naloge.

1. Izračunaj in napravi preizkus:

- a) $36xy : 4x$; b) $35abcd : 5bd$; c) $x^5 : x^2$;
 d) $8y^7 : 4y^3$; e) $12m^2n : 6mn$; f) $6a^2x^4 : 3a^2x$;
 g) $54x^3y^3 : 6xy^3$; h) $39x^2y : 26xy^2$; i) $24a^2bx : 36ab^2y$.

2. Izračunaj s pomočjo potenc števila 10:

- a) $S : d$; b) $Dt : s$; c) $S : dt$; d) $S : s$;
 e) $S : st$; f) $d : s$; g) $D : S$; h) $S : Dt$;
 i) $E : d$; k) $d : t$; l) $dt : s$; m) $st : m$.

3. Izračunaj naslednje algebrajske kvociënte:

- a) $(+ 3840) : (- 30)$; b) $(- 2568) : (+ 12)$;
 c) $(- 106 \cdot 33) : 4 \cdot 9$; d) $(- 42 \cdot 435) : (- 34 \cdot 5)$;
 e) $(+ 27a^5) : (- 3a^3)$; f) $(- 51aby^2) : (+ 3by)$;
 g) $(- 30x^2y) : (- 5x^2y)$; h) $(+ 48a^3b^4c) : (- 16a^2b^2c)$.

4. Določi pomen in vrednost sledečih izrazov:

- a) $(35m^3n^2 : 7m^2) : mn$; b) $(35m^3n^2) : (7m^2 \cdot mn)$;
 c) $(9a^5b^4 : 6a^2b) : 3ab^2$; d) $90a^5b^4 : (6a^2b \cdot 3ab^2)$;
 e) $(4a^2z \cdot 10a^3z^4) : 5a^3z^3$; f) $4a^2z \cdot (10a^3z^4 : 5a^3z^3)$;
 g) $(42x^3y^5 : 7x^2y) \cdot 3xy^3$; h) $42x^3y^5 : (7x^2y \cdot 3xy^3)$;
 i) $[24a^5b^3x : 3a^2b^2] + [35a^6b^2x^2 : 5a^3bx]$;
 k) $[32x^6 : (4x^2 \cdot 2x)] - [(32x^6 : 4x^2) \cdot 2x]$.

[Kateri oklepaji so v gorenjih nalogah nepotrebni?]

5. Razreši oklepaje v naslednjih nalogah:

- a) $[(- 49 \cdot 15) - (+ 13 \cdot 85)] : [(- 10 \cdot 35) - (- 3 \cdot 35)]$;
 b) $[(- 15) (- 3) - (- 8) (+ 5)] : [- 20 + (+ 3)]$;
 c) $[(- 12) (+ 3) - (- 15) (- 2)] : [- 14 + (- 8)]$;
 d) $[(- 3\frac{1}{3}) (- 2\frac{2}{5}) - (- 5\frac{1}{3}) : (+ \frac{4}{15})] : [(- 4\frac{1}{5}) : (- \frac{3}{5}) - 3]$;
 e) $[(- 80a^3b^2) - (+ 48a^3b^2)] : [(+ 72ab^2) + (- 40ab^2)]$;
 f) $[(- 138x^2y^4) + (+ 51x^2y^4)] : [(- 58x^2y^3) - (- 29x^2y^3)]$.

6. Izračunaj z ozirom na § 55. sledeče kvociente:

- a) $(a^2 - b^2) : (a + b)$; b) $(a^2 - b^2) : (a - b)$;
 c) $(x^2 - 4) : (x + 2)$; d) $(y^2 - 9) : (y - 3)$;
 e) $(4x^2 - 49) : (2x + 7)$; f) $(25a^2 - 9b^2) : (5a - 3b)$;
 g) $(64p^3 - 81q^2) : (8p - 9q)$;
 h) $(16a^2b^2 - 9x^4) : (4ab - 3x^2)$.

7. Z oklepaji oklenjene izraze smatraj za monome in izračunaj:

- a) $3(a + b)x : (a + b)$; b) $6(a - b)^3 : 2(a - b)^2$;
 c) $15a^2(x - y) : 5a(x - y)$; d) $12(a + b)(x - y) : 2(x - y)$;
 e) $21(a + 2b)^3(x + y) : 7(a + 2b)^2$;
 f) $25(x + 2y)^5 : 5(x + 2y)^3$.

8.) Toplomer je kazal nekega dne zjutraj -15° (-9°) C, opoldne $+1^{\circ}$ ($+4^{\circ}$) C in zvečer -4° (-1°) C; kolika je bila povprečna dnevna temperatura?

§ 61. Deljenje mnogočlenskih izrazov.

Ker je $(a + b - c)d = ad + bd - cd$, mora biti po pojmu o deljenju tudi nasprotno

Kako deliš polinom z monomom.

$$(ad + bd - cd) : d = a + b - c = \frac{ad}{d} + \frac{bd}{d} - \frac{cd}{d}.$$

Polinom deliš z monomom, ako deliš vsak polinomov člen z monomom in algebrasko sešteješ delske kvociente.

Enačbo

$$ad + bd - cd = (a + b - c) \cdot d = d(a + b - c)$$

porabiš tudi v to, da izpostaviš polinomu skupni faktor. Ako imajo vsi polinomovi členi skupen faktor, napišeš lahko polinom v obliki produkta iz skupnega faktorja in kvocienta, ki ga najdeš, ako deliš polinom s skupnim faktorjem. N. pr.:

Izpostaviti skupni faktor = den gemeinsamen Faktor herausheben.

$$15a^3x + 10a^2x^2 - 35ax^3 = 5ax(3a^2 + 2ax - 7x^2).$$

Naloge.

1. Izračunaj naslednje kvociente in napravi preizkus:

- a) $(12x + 4) : 4$; b) $(15x - 25y) : 5$;
 c) $(8a - 7ab) : +a$; d) $(ax - bx) : -x$;
 e) $(12a + 16b - 20c) : 4$; f) $(x^3 - 2x^2 + 3x) : x$;

$$g) (18y^4 - 24y^3 + 30y^2) : -6y^2;$$

$$h) (42a^3b - 35a^2b^2 + 21ab^3) : -7ab;$$

$$i) (5a^3 - 35a^4 - 15a^5 + 10a^6) : -5a^3, \text{ pr.: } a = -2;$$

$$k) (35a^4y^3 - 28a^3y^4 - 14a^2y^5 + 21ay^6) : 7ay^3, \text{ pr.: } a = y;$$

$$l) (108ax^4 - 72a^2x^3 - 36a^3x^2 + 60a^4x) : -12ax, \text{ pr.: } a = x.$$

2. Izpostavi naslednjim izrazom skupen faktor:

$$a) 9a + 18b;$$

$$b) 18ab - 27ac;$$

$$c) 9x^2 - 24xy;$$

$$d) 5(a - b)x - 2(a - b)y;$$

$$e) 2a^4 - 4a^3 + 6a^2;$$

$$f) 6x^3z^2 - 15x^2z^3 + 25xz^4;$$

$$g) 18x^3y - 27x^2y^2 + 45xy^3;$$

$$h) 12a(x - y) + 16b(x - y) - 28c(x - y).$$

Kako deliš
polinom s
polinomom.

Da najdeš pravilo, kako deliš polinom s polinomom, pomnoži n. pr. $2x^2 + 3x - 4$ s $3x - 5$ ter skušaj najti iz produkta $6x^3 - x^2 - 27x + 20$ in faktorja $2x^2 + 3x - 4$ drugi faktor $3x - 5$ ali deliti $(6x^3 - x^2 - 27x + 20)$ z $(2x^2 + 3x - 4)$. Prvi dividendov člen ($6x^3$) je produkt prvega divizorjevega člena ($2x^2$) in prvega kvocientovega člena ($3x$). Prvi kvocientov člen je tedaj $6x^3 : 2x^2 = 3x$. Če pomnožiš ves divizor s prvim kvocientovim členom ($3x$) ter odšteješ ta produkt od dividenda, najdeš prvi dividendov ostanek $-10x^2 - 15x + 20$, ki se v njem nahaja delski produkt divizorja in drugega kvocientovega člena. Ker je prvi člen urejenega dividendovega ostanka ($-10x^2$) produkt prvega divizorjevega člena ($2x^2$) in drugega kvocientovega člena (-5), je torej drugi kvocientov člen $-10x^2 : 2x^2 = -5$. Če pomnožiš ves divizor z drugim kvocientovim členom in odšteješ dobljeni produkt od prvega dividendovega ostanka, najdeš drugi dividendov ostanek $= 0$. Ako je pa ta ostanek od ničle različen, dobiš naslednje kvocientove člene na isti način, kakor si dobil drugega. Račun napišeš tako-le:

$$\begin{array}{r} (6x^3 - x^2 - 27x + 20) : (2x^2 + 3x - 4) = 3x - 5 \\ \underline{6x^3 + 9x^2 - 12x} \\ -10x^2 - 15x + 20 \\ \underline{-10x^2 - 15x + 20} \\ + + - \\ 0 \end{array}$$

Iz navedenega posnameš za delitev polinoma s polinomom to-le pravilo:

1. Uredi, preden začneš deliti, na isti način dividend in divizor.
2. Prvi kvocientov člen najdeš, ako deliš prvi dividendov člen s prvim divizorjevim členom. Potem pomnožiš ves divizor s prvim kvocientovim členom ter odšteješ ta delski produkt od dividenda.
3. Prvi člen urejenega dividendovega ostanka deliš s prvim divizorjevim členom in dobiš drugi kvocientov člen. Potem pomnožiš ves divizor z drugim kvocientovim členom in odšteješ ta delski produkt od dividendovega ostanka.
4. Naslednje kvocientove člene izračunaš iz naslednjih dividendovih ostankov prav tako, kakor si našel drugi kvocientov člen.

Samo ob sebi se razume, da zapišeš v dividendove ostanke samo toliko členov, kolikor jih ravno potrebuješ. Ako prideš pri deljenju do ostanka, čigar prvi člen ni deljiv s prvim divizorjevim členom, pretrgaš delitev. V tem slučaju dobiš delitveni ostanek in nepopoln kvocient.

Deljenje si prav izvršil, ako je produkt divizorja in popolnega kvocienta enak dividendu; produkt divizorja in nepopolnega kvocienta je pa za delitveni ostanek manjši od dividenda. Hitreje napraviš preizkus, ako zamenjaš v dividendu in divizorju za občna števila posebne vrednosti, skrečiš člene in še-le potem izvršiš deljenje; ravno tako zamenjaš v kvocientu za občna števila iste vrednosti in ako je rezultat isti, kakor prej, si prav računal. Ako zamenjaš v gorenji nalogi za $x = 1$, dobiš

Kako
napraviš
preizkus.

$$\text{I} \quad (6 - 1 - 27 + 20) : (2 + 3 - 4) = -2 : +1 = -2,$$

$$\text{II} \quad 3 - 5 = -2.$$

Naloge.

3. Izračunaj naslednje kvociente in napravi dvojni preizkus:

- | | |
|--|----------------------|
| a) $(a^2 + 2ab + b^2) : (a + b),$ | pr.: $a = 5, b = 2;$ |
| b) $(a^2 - 2ab + b^2) : (a - b),$ | pr.: $a = 4, b = 3;$ |
| c) $(x^2 - 7x + 12) : (x - 3),$ | pr.: $x = 4;$ |
| d) $(y^2 + 2y - 15) : (y - 3),$ | pr.: $y = -7;$ |
| e) $(25x^2 + 30x + 9) : (5x - 3),$ | pr.: $x = 2;$ |
| f) $(16a^2 - 40ax + 25x^2) : (4a - 5x),$ | pr.: $a = x;$ |
| g) $(24x^4 - 38a^2x + 15a^2) : (4x^2 - 3a),$ | pr.: $a = 3, x = 2;$ |

4. Izračunaj sledeče kvociente in napravi preizkus:

- a) $(6x^3 - 15x^2 + 12x - 3) : (x^2 - 2x + 1)$, pr.: $x = 3$;
 b) $(6 + 2a - 23a^2 + 49a^3 - 30a^4) : (2 + 4a - 5a^2)$, pr.: $a = 2$;
 c) $(2x^5 + 6x^4 - 41x^3 + 47x^2 - 21x + 22) : (x^2 + 5x - 11)$,
 pr.: $x = -1$;
 d) $(12x^4 + x^3y - x^2y^2 + 14xy^3 - 48y^4) : (4x^2 - xy + 8y^2)$,
 pr.: $x = y$;
 e) $(2a^4 - 3a^2b^2 + 3a^2c^2 + b^4 - b^2c^2 - 2c^4) : (2a^2 - b^2 - c^2)$;
 f) $(y^6 - 2y^5 - 7y^4 + 20y^3 - 21y^2 - 18y + 27) : (y^2 - 2y - 3)$,
 pr.: $y = 1$.

5. Izračunaj ravno tako:

- a) $(5ab - 6b^2 + 6a^2) : (2a + 3b)$, pr.: $a = b$;
 b) $(9y - 46y^2 + 5 - 32y^4) : (-3y + 4y^2 - 1)$, pr.: $y = -1$;
 c) $(26m^2 - 15m^3 + 4 + 4m^4 - 15m) : (1 - 3m + 4m^2)$,
 pr.: $m = 3$;
 d) $(3a^3 - 2a + 5a^3 + 24) : (a + 2)$, pr.: $a = 5$;
 e) $(8x^5y^2 - 11x^6y + 10x^7 - 12x^3y^4 + 17x^4y^3) : (2xy - 3y^2 + 5x^2)$,
 pr.: $x = y$;
 f) $(6a^3 + a^6 - 5a^4 - 1) : (2a - a^2 + 1 - a^3)$, pr.: $a = -2$.

6. Izračunaj sledeče kvociente in napravi preizkus $\alpha)$ z množenjem, $\beta)$ z zamenjanjem, $\gamma)$ da urediš polinome drugače, kakor so zdaj urejeni:

- a) $(81a^4 - 16b^4) : (3a - 2b)$, pr.: $a = b$;
 b) $(a^4 + 4b^4) : (a^2 - 2ab + 2b^2)$, pr.: $a = 3, b = 2$;
 c) $(8x^6 + 27) : (4x^4 - 6x^2 + 9)$, pr.: $x = -2$;
 d) $(1 + 2x^2 - 7x^4 - 16x^6) : (1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)$, pr.: $= -1$;
 e) $(2x^4 + 7bx^3 + b^2x^2 + 2b^3x + 24b^4) : (2x^2 - 3bx + 4b^2)$,
 pr.: $x = b$;
 f) $(24b^4 - 38ab^3 + 31a^2b^2 - 13a^3b + 2a^4) : (4b^2 - 3ab + 2a^2)$,
 pr.: $a = b$;
 g) $(25 + 51a^2 - 6a^4 - 49a^6) : (5 - 3a + 6a^2 - 7a^3)$, pr.: $a = -1$;
 h) $(32a^{10}m^5 - 243x^{10}) : (2a^2m - 3x^2)$, pr.: $a = x, m = 1$;

- i) $(1 - 64a^6) : (1 - 2a + 4a^2 - 8a^3 + 16a^4 - 32a^5)$,
pr.: $a = -\frac{1}{2}$;
k) $[(6 - 40x + 86x^2 - 60x^3) : (3 - 5x)] : (1 - 3x)$, pr.: $x = -1$;
l) $[(24x^4 - 98x^3 + 85x^2 + 64x - 80) : (4x - 5)] : (3x - 4)$,
pr.: $x = 2$.

§ 62. Uporaba množenja in deljenja za razreševanje enačb.

Enačba $7x = 21$ izrazi isto, kar naloga: „Katero število moraš množiti s 7, da dobiš 21?“ Ker poznaš produkt in en faktor, dobiš drugi faktor, ako deliš produkt z znanim faktorjem, $x = 21 : 7 = 3$. Preizkus se glasi: $7 \cdot 3 = 21$.

Kako dobiš
neznanko s
koeficientom
1.

2. Enačba $\frac{x}{5} = 4$ izrazi nalogo: „Katero število moraš deliti s 5, da dobiš 4?“ Ker poznaš divizor in kvocient, najdeš dividend, ako pomnožiš kvocient z divizorjem (§ 8). $x = 4 \cdot 5 = 20$. Preizkus: $\frac{20}{5} = 4$.

Kako
odpraviš
ulomke iz
enačbe.

Iz navedenega izvajaš praktično uporabljivo pravilo:

Enačben koren se ne izpremeni, ako množiš ali pa deliš oba enačbena dela z istim številom.

Naloge.

1. Razreši naslednje enačbe in napravi preizkus:

- a) $7x = 63$; b) $56y = 8$; c) $9z = -12$;
d) $5x + 14 = 49$; e) $2y - 11 = 23$; f) $13 - 4z = 5$;
g) $6x - 9 = 9 - 3x$; h) $44 - y = 3y + 4$; i) $37 - 4z = 12 - 7z$.

2. Razreši oklepaje in določi koren sledečim enačbam:

- a) $12(x - 1) = 3(x + 8)$;
b) $4(2y - 1) = 5(y + 1)$;
c) $7(2z + 1) = 4(4z + 1)$;
d) $3(x - 3) + 12 = 33 - 7(x - 10)$;
e) $y - 3(2y - 1) - 5(3y - 2) = 0$;
f) $6(z - 2) - 2(3z + 1) = 1 - 4(2z + 3)$.

3. Odpravi iz naslednjih enačb najprej ulomke s tem, da pomnožiš oba enačbena dela z najmanjšim skupnim imenovalcem, razreši enačbe in napravi preizkus:

$$a) \frac{x}{2} = x - 5;$$

$$f) \frac{3z}{4} - \frac{z}{6} = 7;$$

$$b) \frac{3x}{5} + 4 = y;$$

$$g) \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 13;$$

$$c) z - \frac{5z}{6} = 2;$$

$$h) \frac{y}{2} - \frac{3y}{4} + 18 = \frac{y}{5};$$

$$d) \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5;$$

$$i) \frac{3z}{8} + \frac{5z}{6} = 4\frac{3}{8} + \frac{z}{3}.$$

$$e) \frac{2y}{3} + \frac{3y}{5} = 19;$$

4. Rombov obseg meri 56 cm; koliko meri njegova stranica?

5. Obseg enakokrakega trikotnika meri 42 cm, osnovnica pa 12 cm; koliko meri krak?

6. Obseg enakokrakega trapeza meri 46 m, vzporednici pa 15 m in 7 m; koliko meri krak?

7. Kot pri vrhu enakokrakega trikotnika meri 36°; koliko meri kot na osnovnici?

8. Paralelogramova ploščina $p = o \cdot v$; kolika je osnovnica o (višina v)? ($p = 108 \text{ cm}^2$, $v = 9 \text{ cm}$.)

9. Trikotnikova ploščina $p = \frac{o \cdot v}{2}$; kolika je osnovnica o (višina v)? ($p = 135 \text{ dm}^2$, $v = 30 \text{ dm}$.)

10. Krogov obseg $o = 2r\pi$; kolik je polumer r ? ($o = 131 \text{ cm}$.)

11. Višina enakostraničnega trikotnika $v = \frac{a}{2}\sqrt{3}$; kolika je stranica a ? (§ 57.) ($v = 6 \text{ cm}$.)

12. Trapecova ploščina $p = \frac{a+b}{2} \cdot v$; kolika je višina v (vzporednica a , oziroma vzporednica b)? ($p = 105 \text{ cm}^2$, $v = 7 \text{ cm}$, $a = 16 \text{ cm}$.)

13. Kvadrova prostornina $k = a \cdot b \cdot c$; kolik je rob a (oziroma b , c)? ($k = 504 \text{ cm}^3$, $a = 7 \text{ cm}$, $c = 9 \text{ cm}$.)

§ 63. Uporaba vzmoževanja in korenjenja za razreševanje enačb.

1. Enačba $x^2 = 25$ izrazi isto, kar naloga: „Poišči število, čigar kvadrat je 25“. To število je kvadratni koren števila 25 (§ 57). $x = \sqrt{25} = 5$, ker je $5^2 = 25$. Kako najdeš prvo potenco neznanke.

2. Enačba $y^3 = 64$ izrazi: „Katero število moraš kubovati, da dobiš 64“, ali: „Poišči število, čigar kub je 64.“ To število je kubični koren števila 64. $y = \sqrt[3]{64} = 4$, ker je $4^3 = 64$.

3. Enačba $\sqrt{x} = 7$ izrazi isto, kar naloga: „Katero število moraš koreniti z 2, da dobiš 7?“ Ker je radikand enak kvadratu kvadratnega korena, je $x = 7^2 = 49$. Preizkus $\sqrt{49} = 7$.

Kako odpraviš koren iz enačbe.

4. Kaj izrazi enačba $\sqrt[3]{y} = 8$? $y = 8^3 = 512$.

Enačben koren se ne izpremeni, ako zmnožiš ali pa koreniš oba enačbena dela z istim številom.

Naloge.

1. Razreši naslednje enačbe in napravi preizkus:

- | | | |
|------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| a) $x^2 = 49$; | b) $3y^2 = 27$; | c) $2z^2 - 12 = 60$; |
| d) $x^3 = 343$; | e) $2y^3 = 250$; | f) $5z^3 + 7 = 47$; |
| g) $\sqrt{x} = 11$; | h) $3\sqrt{y} = 24$; | i) $5\sqrt{z} - 3 = 17$; |
| k) $\sqrt[3]{x} = 5$; | l) $3\sqrt[3]{y} = 21$; | m) $2\sqrt[3]{z} - 5 = 9$. |

2. Razreši sledeče enačbe, da smatraš najprej za neznanko izraz v oklepaju:

- | | |
|------------------------------|----------------------------|
| a) $(x + 1)^2 = 25$; | b) $2(y - 3)^2 = 18$; |
| c) $3(z - 1)^2 + 8 = 20$; | d) $(x - 2)^3 = 27$; |
| e) $3(y + 1)^3 = 375$; | f) $2(z - 4)^3 + 5 = 21$; |
| g) $\sqrt{x + 9} = 5$; | |
| h) $3\sqrt{y - 2} = 12$; | |
| i) $2\sqrt[3]{2y - 4} = 8$. | |

3. Kvadratova ploščina $p = a^2$; kolika je stranica a ? (Izrazi v tej in naslednjih nalogah rezultat z besedami!) ($p = 3969 \text{ cm}^2$.)

4. Kockina površina $p = 6a^2$; kolik je rob a ? ($p = 150 \text{ cm}^2$.)

5. Krogova ploščina $p = r^2\pi$; kolik je polumer r ? ($p = 78,54 \text{ cm}^2$.)

6. Krogline površina $p = 4 r^2 \pi$; kolik je polumer r ? ($p = 66 \cdot 48 \text{ cm}^2$.)

7. V pravokotnem trikotniku velja $a^2 + b^2 = c^2$; izrazi vsako izmed trikotnikovih stranic z ostalima!

($a = 8 \text{ cm}$, $b = 15 \text{ cm}$; $a = 12 \text{ dm}$, $c = 13 \text{ dm}$; $b = 12 \text{ m}$, $c = 20 \text{ m}$.)

8. V enakostraničnem trikotniku velja $s^2 = v^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2$; kolika je višina v (stranica s)? ($s = 8 \text{ cm}$; $v = 12 \text{ dm}$.)

9. Ploščina enakostraničnega trikotnika $p = \frac{s^2}{4} \sqrt{3}$; kolika je stranica s ? (§ 57.) ($p = 9 \text{ dm}^2$.)

10. Kockina prostornina $k = a^3$; kolik je rob a ? ($k = 50653 \text{ cm}^3$.)

11. Krogline prostornina $k = \frac{4}{3} r^3 \pi$; kolik je polumer r ? ($k = 1372 \cdot 8 \text{ dm}^3$.)

12. Površina enakostraničnega valja $p = 6 r^2 \pi$; kolik je polumer r ? ($p = 29 \cdot 1 \text{ dm}^2$.)

13. Prostornina enakostraničnega valja $k = 2 r^3 \pi$; kolik je polumer r ? ($k = 46 \cdot 796 \text{ dm}^3$.)

14. Površina enakostraničnega stožca $p = 3 r^2 \pi$; kolik je polumer r ? ($p = 199 \cdot 43 \text{ dm}^2$.)

15. Prostornina enakostraničnega stožca $k = \frac{r^3 \pi \sqrt{3}}{3}$; kolik je polumer r ? ($k = 60 \text{ cm}^3$.)

NARODNA IN UNIVERZITETNA
KNJIŽNICA



00000048742

