

Univerza
v Ljubljani
Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*



Doktorand
KLEMEN MEDVED

**MODELIRANJE VERTIKALNIH GRADIENTOV
TEŽNOSTI IZ GEODETSKIH IN
GEOFIZIKALNIH PODATKOV ZA OBDELAVO
GRAVIMETRIČNIH MERITEV**

Doktorska disertacija

**MODELING OF VERTICAL GRAVITY
GRADIENTS FROM GEODETIC AND
GEOPHYSICAL DATA FOR PROCESSING
GRAVIMETRIC MEASUREMENTS**

Doctoral dissertation

Ljubljana, januar 2023



Mentor: doc. dr. Božo Koler, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.

Somentor: izr. prof. dr. Oleg Odalović, Univerza v Beogradu, Fakulteta za gradbeništvo.

Komisija za spremljanje doktorskega študenta:

doc. dr. Miran Kuhar, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo,

prof. dr. Marko Vrabec, Univerza v Ljubljani, Univerza v Ljubljani
Naravoslovnotehniška fakulteta,

prof. dr. Tomislav Bašić, Univerza v Zagrebu, Fakulteta za geodezijo.

POPRAVKI – ERRATA

Stran z napako	Vrstica z napako	Namesto	Naj bo
----------------	------------------	---------	--------

»Ta stran je namenoma prazna«

ZAHVALA

Najprej gre zahvala mojemu mentorju dr. Božu Kolerju, ki me je vseskozi usmerjal in podpiral. Velika zahvala gre tudi somentorju dr. Olegu Odaloviću, ki je nesebično z mano delil svoje znanje in izkušnje. Hvala za številne ure strokovnih debat preko spleta.

Posebej bi se rad zahvalil tudi dr. Miroslavu Starčeviću, čigar ideja se je razvila v to doktorsko nalogo.

Hvala odgovornim na Geodetski upravi RS, ki so me podprli pri študiju in hvala Boštjanu in Goranu za vso pomoč pri izvedbi terenskih meritev za to doktorsko nalogo.

Posebno mesto pri zahvalah si zasluži tudi Dušan Mišković, ki mi je pred več kot 20 leti v roke prvič dal gravimeter. S tem mi je odprl nova obzorja in omogočil, da se ukvarjam s tem področjem geodezije.

Rad bi se zahvalil tudi staršem, ki so mi postavili temelje za vse moje delo.

Nenazadnje gre zahvala še mojim najdražjim: Damijani, Jakobu, Ani in Raheli, ki mi dajete smisel. Hvala, ker ste razumeli in predvsem, hvala za čas, ki sem vam ga ukradel ...

»Ta stran je namenoma prazna«

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

- UDK:** 528.27+550.312(497.4)(043)
- Avtor:** mag. Klemen Medved
- Mentor:** doc. dr. Božo Koler
- Somentor:** izr. prof. dr. Oleg Odalović
- Naslov:** Modeliranje vertikalnih gradientov težnosti iz geodetskih in geofizikalnih podatkov za obdelavo gravimetričnih meritev
- Tip dokumenta:** doktorska disertacija
- Obseg in oprema:** XXXII, 210 str., 40 pregl., 97 sl., 113 en., 7 pril., 243 virov
- Ključne besede:** težnostno polje Zemlje, gravimetrija, vertikalni gradient težnosti, modeliranje, anomalije težnosti, karta Bouguerovih anomalij, gravimeter, gravimetrične meritve, digitalni model reliefa

Izveček

V doktorski disertaciji se ukvarjamo z modeliranjem vertikalnega gradienta težnosti. Poznavanje vertikalnega gradienta težnostnega polja ima v gravimetriji in posledično geodeziji namreč velik pomen, saj moramo težni pospešek, izmerjen z instrumentom reducirati na stabilizirano točko. Na osnovi danih geodetskih in geofizikalnih podatkov lahko kreiramo različne kombinacije modelov, iz katerih izračunamo vertikalne gradiente težnosti. Zanima nas natančnost tako pridobljenih vrednosti. V ta namen smo z relativnima gravimetroma Scintrex CG-3M in CG-5 izmerili vertikalne gradiente težnosti na 44 testnih točkah, obdelali meritve in na podlagi rezultatov dobili referenčne vrednosti. Ti nam služijo za empirično preizkušanje vplivov posameznih elementov v postopku modeliranja na končne rezultate. Na podlagi odstopanj merjenih in modeliranih vrednosti smo lahko izvedli analize in statistične ocene rezultatov. Na podlagi tega smo pridobili optimalen model in kriterije za izbor podatkov v procesu modeliranja vertikalnih gradientov težnosti. Na nizu testnih točk smo primerjali tudi vrednosti pridobljene iz nekaterih globalnih modelov težnostnega polja Zemlje, ki so pridobljeni s pomočjo satelitske tehnologije. Za potrebe modeliranja je bil na podlagi obstoječih geoloških podatkov kreiran nov model gostot topografskih mas Slovenije, ki smo ga uporabili v postopku modeliranja vertikalnih gradientov težnosti. Po več desetletjih so bile na podlagi novih in kvalitetnejših podatkov izdelane tudi nove karte gravimetričnih anomalij Republike Slovenije, vključno z novo karto Bouguerovih anomalij. V ta namen smo izvedli analizo obstoječih gravimetričnih podatkov in odstranili grobe napake iz podatkovnih nizov.

»Ta stran je namenoma prazna«

BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT

- UDC:** 528.27+550.312(497.4)(043)
- Author:** Klemen Medved, Msc.
- Supervisor:** Assist. Prof. Božo Koler, Ph.D.
- Co-supervisor:** Assoc. Prof. Oleg Odalović, Ph.D.
- Title:** Modeling of vertical gravity gradients from geodetic and geophysical data for processing gravimetric measurements
- Document type:** Doctoral dissertation
- Notes:** XXXII, 210 p., 40 tab., 97 fig., 113 eq., 7 ann., 243 ref.
- Keywords:** Earth's gravitational field, gravimetry, vertical gravity gradient, modeling, gravity anomalies, Bouguer anomaly, map, gravimeter, gravimetric measurements, digital terrain model

Abstract

In the doctoral dissertation we deal with the modeling of the vertical gravity gradient. The knowledge of the vertical gradient of the gravity field is of great importance in gravimetry and consequently in geodesy, since the gravity acceleration measured with the instrument must be reduced to a stabilized point. Based on the given geodetic and geophysical data, we can create various combinations of models from which we calculate the vertical gravity gradients. We are interested in the accuracy of the modeled values. For this purpose, we measured the vertical gravity gradients at 44 test points using Scintrex CG-3M and CG-5 relative gravimeters, processed the measurements and obtained reference values. We use these to empirically test the effects of individual elements in the modeling process on the final results. Based on the deviations between the measured and modeled values, we were able to perform analyzes and statistical evaluations of the results. This allows us to determine the optimal model and data selection criteria for modeling vertical gravity gradients. We also compared values calculated from some global models of the Earth's gravity field created using satellite technology. For the purpose of modeling, a new model of the density of topographic masses of Slovenia was created based on existing geological data. It was used for modeling of vertical gravity gradients. After several decades, new maps of gravimetric anomalies of the Republic of Slovenia were created based on new and improved input data, including a new map of Bouguer anomalies. For this purpose, an analysis of the existing gravimetric data was performed and some gross errors were removed from the data sets.

»Ta stran je namenoma prazna«

KAZALO VSEBINE

POPRAVKI – ERRATA	III
ZAHVALA.....	V
BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK	VII
BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT	IX
KAZALO VSEBINE	XI
KAZALO SLIK	XV
LIST OF FIGURES	XIX
KAZALO PREGLEDNIC.....	XXIII
LIST OF TABLES	XXV
SEZNAM PRILOG	XXVII
LIST OF APPENDIX.....	XXIX
OKRAJŠAVE IN SIMBOLI.....	XXXI
1 UVOD.....	1
1.1 Izhodišča naloge	1
1.2 Pregled stanja na obravnavanem področju	2
1.3 Raziskovalne hipoteze in metode raziskovanja	4
1.4 Sestava naloge.....	5
2 TEORIJA TEŽNOSTNEGA POLJA ZEMLJE.....	7
2.1 Pomen raziskovanja težnostnega polja Zemlje.....	7
2.2 Koordinatni sistemi težnostnega polja Zemlje	7
2.3 Definicija težnostnega polja Zemlje	9
2.3.1 Gravitacijski potencial.....	10
2.3.2 Centrifugalni potencial.....	12
2.3.3 Težnostni potencial.....	12
2.4 Geometrija težnostnega polja Zemlje.....	14
2.5 Enota težnega pospeška	15
2.6 Normalno težnostno polje Zemlje.....	15
2.7 Anomalijsko težnostno polje Zemlje.....	17
2.7.1 Brunsova enačba, fundamentalna enačba fizikalne geodezije	19
2.8 Srednja vrednost težnosti vzdolž težiščnice.....	20
2.9 Prikaz gravitacijskega in motečega težnostnega potenciala s pomočjo sfernih funkcij.....	22
2.10 Metode določanja vpliva topografskih mas Zemlje na težnost.....	26
2.10.1 Popravek višine oz. popravek prostega zraka	28

2.10.2	Topografski popravek.....	29
2.10.3	Popravek Bouguerove plošče.....	29
2.10.4	Terenski popravek.....	30
2.11	Anomalije težnosti.....	31
2.11.1	Anomalija prostega zraka:	31
2.11.2	Bouguerova anomalija.....	31
2.12	Izračun gravitacijskega vpliva topografskih mas.....	32
2.12.1	Teoretično modeliranje okoliških mas	33
2.12.2	Modeliranje vpliva okoliških mas v praksi	35
2.12.3	Metoda z uporabo kvadrov (rectangular prisms).....	39
2.12.4	Hibridna metoda – kombiniranje različnih likov in con.....	41
2.13	Metode modeliranja vertikalnega gradienta težnosti	42
3	GEOLOŠKO-GEOFIZIKALNI IN GEODETSKI PODATKI.....	45
3.1	Geološko-geofizikalni podatki	45
3.1.1	Globalni modeli gostot Zemljinega površja	47
3.1.2	Regionalni modeli gostot za Slovenijo	49
3.1.3	Lokalni geološki modeli / karte Slovenije.....	55
3.2	Digitalni model reliefa	57
3.2.1	DMR1	58
3.2.2	DMR12_5 in DMR25.....	58
3.2.3	DMR100 in DMR1000.....	59
3.2.4	DMR MERIT	60
3.3	Gravimetrični podatki.....	61
3.3.1	Gravimetrični podatki SFRJ za območje Slovenije in dela Hrvaške	61
3.3.2	Podatki obmejnega območja sosednjih držav (Italija, Avstrija in Madžarska).....	62
3.3.3	Podatki osnovne gravimetrične mreže	63
3.3.4	Gravimetrični podatki reperjev nivelmanske mreže 1. reda	64
3.3.5	Podatki nove regionalne gravimetrične izmere Slovenije.....	64
3.3.6	Analiza kakovosti »starih« jugoslovanskih gravimetričnih podatkov	65
4	KARTA BOUGUEROVIH ANOMALIJ.....	71
4.1	Obstoječa karta Bouguerovih anomalij v Sloveniji.....	71
4.2	Izdelava nove karte Bouguerovih anomalij za Slovenijo.....	72
4.2.1	Uporabljene enačbe za izračun anomalij težnosti.....	73
4.2.2	Karte gravimetričnih anomalij težnosti Slovenije	76
4.2.3	Anomalija prostega zraka.....	76
4.2.4	Bouguerova anomalija težnosti	77
4.2.5	Popolna Bouguerova anomalija težnosti	78
4.2.6	Indirektni efekt.....	79

4.2.7	Primerjave kart popolnih Bouguerovih anomalij Slovenije z analizo vpliva gravimetričnih podatkov.....	80
5	IZMERA VERTIKALNIH GRADIENTOV TEŽNOSTI.....	85
5.1	Redukcije opazovanih vrednosti težnega pospeška.....	85
5.1.1	Plimovanje Zemeljske skorje.....	86
5.1.2	Vpliv zračnega tlaka.....	87
5.1.3	Vpliv gibanja pola.....	88
5.1.4	Vpliv hoda instrumenta.....	89
5.2	Relativni gravimeter Scintrex.....	90
5.2.1	Kalibracija gravimetrov.....	91
5.3	Meritve vertikalnega gradienta težnosti z relativnim gravimetrom.....	92
5.3.1	Izmera vertikalnih gradientov težnosti.....	94
5.4	Območje raziskave in testne gravimetrične meritve.....	95
5.4.1	Določitev položaja in višine detajlnih gravimetričnih točk.....	98
5.4.2	Gravimetrične meritve na testnih območjih.....	99
5.5	Izračun vertikalnih gradientov težnosti.....	103
5.5.1	Izračun popravkov hoda.....	104
5.5.2	Izračun merjenih vertikalnih gradientov težnosti.....	107
5.5.3	Ocena natančnosti merjenih vertikalnih gradientov na testnih točkah.....	111
5.5.4	Vpliv višinskih razlik stojišč na določitev vertikalnega gradienta težnosti..	113
6	UPORABA SATELITSKIH GRAVIMETRIČNIH PODATKOV.....	115
6.1	Posebne satelitske misije (CHAMP, GRACE, GOCE).....	116
6.1.1	Misija CHAMP.....	116
6.1.2	Misiji GRACE in GRACE Follow On.....	118
6.1.3	Misija GOCE.....	120
6.2	Globalni modeli gravitacijskega polja Zemlje.....	124
6.3	Določitev vertikalnih gradientov na testnih točkah iz podatkov satelitskih misij.....	129
7	MODELIRANJE VERTIKALNIH GRADIENTOV TEŽNOSTI NA TESTNIH TOČKAH.....	131
7.1	Vhodni podatki.....	131
7.2	Postopek in metodologija izračuna.....	132
7.3	Rezultati izračuna.....	137
8	ANALIZE IZRAČUNOV VERTIKALNIH GRADIENTOV TEŽNOSTI.....	145
8.1	Vpliv resolucije DMR.....	145
8.2	Vpliv referenčne razdalje.....	146
8.3	Vpliv geoloških modelov oz. gostote obravnavanih topografskih mas.....	148
8.4	Vpliv položaja točke.....	152
8.5	Vpliv neskladnosti višin točk.....	153

8.6	Analiza rezultatov iz globalnih modelov težnostnega polja	158
8.7	Pregled vseh obravnavanih modelov skupaj.....	159
9	PRAKTIČNA UPORABA REZULTATOV RAZISKAVE	161
10	ZAKLJUČKI	167
11	POVZETEK.....	177
12	SUMMARY	185
14	LITERATURA IN VIRI	193
15	PRILOGE.....	210

KAZALO SLIK

Slika 2.1: a) Zveza med krogelnimi in kartezičnimi koordinatami (Kuhar, 2013, str. 20), b) Zveza med lokalnim in globalnim kartezičnim koordinatnim sistemom (Markovinović, 2009, str. 8).	7
Slika 2.2: Prikaz odnosa med koordinatnimi sistemi: a) geografske širine (po Hinze in sod., 2013, str. 23), b) odklon navpičnice (Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005, str. 92).....	8
Slika 2.3: Gravitacijska in centrifugalna sila (Torge, 1989, str. 24).	9
Slika 2.4: Nepravilnosti težnostnega polja Zemlje.	18
Slika 2.5: Določanje velikosti pogreška pri uporabi enostavne skalarne razlike v izračunu anomalije težnosti Δg (Hinze in sod., 2013, str. 26).....	19
Slika 2.6: Izračun povprečne vrednosti g vzdolž težiščnice (Kuhar, 2013).	21
Slika 2.7: Razdalje med elementom mase in obravnavano točko (Kuhar, 2013, str 36)...	23
Slika 2.8: Primeri razvoja sfernih funkcij $Pnmsin\varphi\cos m\lambda$ [od -1 (modra) do $+1$ (vijolična)] (Barthelmes, 2013).....	24
Slika 2.9: Prikaz razvoja sfernih funkcij težnostnega polja (Ince in sod., 2019).	25
Slika 2.10: Reduciranje merjene težnosti v točki P na površju Zemlje navzdol do referenčne ploskve.....	27
Slika 2.11: Popravek Bouguerove plošče.	30
Slika 2.12: Terenski popravek, prikaz vpliva dodatnih oz. manjkajočih topografskih mas.	30
Slika 2.13: Slikovni prikazi parametrov geometrijskih likov za modeliranje gravitacijskih vplivov a) masnih točk, krogle, masnih linij in valja ter b) vodoravnih in nagnjenih plošč navedenih v preglednici 2.3 (Hinze in sod., 2013, str. 50-51).....	35
Slika 2.14: Razdelitev okolice točke na mrežo koncentričnih likov (npr. Hammerova mreža) (Connor in Connor, 2017).....	36
Slika 2.15: Aproksimacija terena: a) ravninska in b) sferna (Tsoulis in sod., 2009).	37
Slika 2.16: Prikaz najpogosteje uporabljenih teles za izračun gravitacijskih vplivov okoljske mase: a) polieder, b) tesoroid, c) kvader, d) masna točka (Meng in sod., 2020).....	38
Slika 2.17: Prikaz topografskih mas okoli obravnavane točke P s pomočjo kvadrov.....	39
Slika 2.18: a) Oznake pri definiranju kvadra (Makhloof, 2007, str. 49), b) Transformacija kvadrov med koordinatnimi sistemi (Makhloof, 2007, str. 52).....	40
Slika 2.19: Uporaba različnih resolucij razpoložljivih DMR po principu iz večjega v manjše in njihova razdelitev po nivojih.	41
Slika 2.20: Primeri razdelitev obravnavanega območja na več con a) na 2 radialni coni (Varga, 2018), b) na 4 cone (Meng in sod., 2020) in c) na 5 con (Cella, 2015). 41	41
Slika 2.21: Problem nepokritosti območja na meji med conama (primer prikazuje kvadre in poliedre, po Meng in sod., 2020).	42
Slika 3.1: a) Zgradba Zemlje (Geološki zakladi, 2021), b) Povprečne gostote v notranjosti Zemlje (Afonso in sod., 2019).....	45
Slika 3.2: Primer modelov gostot: a) konstantna gostota, b) 2D in c) 3D (Varga, 2018). .	46
Slika 3.3: Model UNB Topo Dens, a) celoten globalni model, b) izsek iz modela z ločljivostjo $1^\circ \times 1^\circ$ za širše območje Slovenije (interpoliran), c) izsek iz modela z ločljivostjo $5' \times 5'$ in d) izsek iz modela z ločljivostjo $30'' \times 30''$	49
Slika 3.4: 2D model gostot Slovenije – vir Pribičević, 2001.....	50
Slika 3.5: a) Osnovna geološka karta (OGK) Slovenije v merilu 1 : 100.000, b) Izsek detajla iz OGK100 (OGK100, 2019).....	52
Slika 3.6: Geološka karta Slovenije v merilu 1 : 250.000, <i>shp</i> oblika zapisa.	52

Slika 3.7: Prikaz izdelanega 2D modela gostot Slovenije z velikostjo celice a) 1000×1000 m, b) 100×100 m. Na legendi so gostote izražene v g/cm^3	53
Slika 3.8: Prikaz detajlnega izseka (okolica testne točke 1501) iz izdelanega 2D modela gostot Slovenije z velikostjo celice a) 10×10 m in b) 1×1 m. Na legendi so gostote izražene v g/cm^3	54
Slika 3.9: Prikaz razširjenega 2D modela gostot Slovenije a) in b) 100×100 m, c) in d) 1000×1000 m. Na legendi so gostote izražene v g/cm^3	55
Slika 3.10: a) Oris območja modela (črna črta) z lokacijami vhodnih podatkov: vrtine (rdeče pike) in prerezi (rjave in modre črte) (Šram in sod., 2015), b) Pogled na območje Mursko-Zalskega porečja, ki je postavljen na predneogensko podlago (Šram in sod., 2015), c) 2D prikaz regionalnega geološkega modela z 9 litostratigrafskimi sloji, izvorne koordinate v UTM projekciji, d) 3D prikaz regionalnega geološkega modela Mursko-Zalskega bazena.	56
Slika 3.11: a) Potek linije testne izmere na območju modela, b) Izris profilov posameznih slojev modela na obravnavani liniji (smer Z – V).	57
Slika 3.12: Primer izrisa DMR1 na točki GT13, a) 2D pogled in b) 3D pogled.	58
Slika 3.13: a) Prikaz DMR12_5 v ravninskih koordinatah D96/TM in b) Prikaz DMR25 v D96/TM. Oba pokrivata območje Slovenije z bližnjo okolico.	59
Slika 3.14: Digitalni model reliefa Slovenije s širšo okolico: a) DMR1000 ($30' \times 45'$),	60
Slika 3.15: a) Prikaz globalnega DMR MERIT (MERIT DEM, 2021) in b) Izrez DMR MERIT za območje Slovenije z okolico ($10^\circ - 20^\circ$ E, $42^\circ - 50^\circ$ N).	61
Slika 3.16: a) Gravimetrični podatki SFRJ za območje Slovenije in dela Hrvaške,	63
Slika 3.17: a) Osnovna gravimetrična mreža Slovenije, b) Izvedene gravimetrične meritve na nivelmanski mreži Sloveniji (reperji 1. reda).	64
Slika 3.18: Regionalna gravimetrična izmera Slovenije, modre točke izmerjene do 2016, rdeče točke izmerjene od 2017 do 2019.	65
Slika 3.19: a) Odstopanja po višini na podlagi analize z DMR1, b) Odstopanja po višini po izvedenem filtriranju.	67
Slika 4.1: Karta Bouguerovih anomalij za Slovenijo (Stopar, 2018).	72
Slika 4.2: Model normalnih (γ) težnosti Slovenije (oznaka SLO_NT).	74
Slika 4.3: a) Popravki Bouguerove plošče na širšem območju Slovenije (oznaka SLO_BP), b) Terenski popravki na širšem območju Slovenije (oznaka SLO_TP).	75
Slika 4.4: a) Karta anomalij prostega zraka Slovenije (SLO_FAA), b) Karta elipsoidnih anomalij prostega zraka Slovenije (SLO_EFAA).	77
Slika 4.5: a) Karta Bouguerovih anomalij Slovenije (SLO_BA), b) Karta elipsoidnih Bouguerovih anomalij Slovenije (SLO_EBA).	77
Slika 4.6: a) Karta popolnih Bouguerovih anomalij Slovenije (SLO_CBA), b) Karta popolnih elipsoidnih Bouguerovih anomalij Slovenije (SLO_ECBA).	78
Slika 4.7: (desno) Grafični prikaz razlike med modeloma SLO_CBA in SLO_ECBA.	79
Slika 4.8: Karta geofizikalnega indirektnega efekta Slovenije.	79
Slika 4.9: a) Vsi razpoložljivi gravimetrični podatki Slovenije z okolico, b) CBA_ref, c) CBA_vsi, d) CBA_samoYU, e) CBA_samo_filterYU, f) CBA_samo SLO.	81
Slika 4.10: (a,b) CBA ref – CBA vsi, (c,d) CBA ref – CBA samo YU, (e,f) CBA ref – CBA samo SLO, (g,h) CBA samo SLO – CBA samo YU, (i,j) CBA samo filter YU – CBA samo YU. Pri vseh levo pogled v 2D in desno pogled istega modela v 3D.	84
Slika 5.1: Prikaz gibanja pola po x- in y-osi od leta 1975 do 2020, levo 3D pogled, desno 2D pogled (IERS, 2019).	88
Slika 5.2: Primeri konstrukcij stojal za izmero vertikalnih gradientov težnosti: a) Leaman in sod., 2015, b) Dykowski, 2012, c) Jiang in sod., 2011.	93
Slika 5.3: Testno območje 1 z izmerjenimi točkami.	96

Slika 5.4: Testno območje 2 z izmerjenimi točkami.....	96
Slika 5.5: Primer GNSS izmere na testni točki 1201.	98
Slika 5.6: Stacionarni odčitki gravimetra Scintrex CG-5 skozi obdobje 1 leta.	99
Slika 5.7: Mesto izmere višine instrumenta: a) Scintrex CG-3M, b) Scintrex CG-5.	100
Slika 5.8: Primer terenskega zapisnika za točko a) 1101 in b) GT20.	101
Slika 5.9: a) Položaj instrumenta med meritvami vertikalnega gradienta težnosti, b) primer meritev spodaj na točki 1401 in c) meritev zgoraj.....	102
Slika 5.10: (zgoraj) Popravki plimovanja trdne Zemlje (»Berger« in »ETGTAB«) na točki GT2 za dan 23. 10. 2019; (spodaj) Razlika popravkov med modelom »Berger« in »ETGTAB«.....	104
Slika 5.11: Primer nestabilnega delovanja gravimetra Scintrex CG-5, meritve na točki GT2. a) niz original meritev, b) niz prečiščenih meritev.	105
Slika 5.12: Meritve na točki GT30 z gravimetrom Scintrex CG-5: a) niz meritev z dne 11. 12. 2019 in b) niz ponovljenih meritev z dne 28. 1. 2020.....	105
Slika 5.13: Meritve z instrumentom Scintrex CG-3M na točki GT26.....	106
Slika 5.14: Primer izračuna linearnih funkcij hoda za vsako serijo (sestavljeno iz 3 nizov) meritev na točki 2401.	107
Slika 5.15: Grafični prikaz vrednosti VGT za vse izmerjene točke.....	110
Slika 5.16: Frekvence porazdelitve merjenih vrednosti vertikalnih gradientov težnosti	110
Slika 5.17: Sprememba vertikalnega gradienta težnosti glede na spremembe višinske razlike stojišč.....	114
Slika 6.1: a) Oblika CHAMP satelita (DLR, 2021). b) GNSS-CHAMP sledenje (metoda SST-hl) (GFZ, 2021).	117
Slika 6.2: a) Oblika satelitov GRACE (GFZ, 2021), b) Shematični prikaz delovanja sistema GRACE (Sadiq in sod., 2010).....	119
Slika 6.3: a) Satelit misije GOCE (ESA, 2021) b) Osnova elektrostatičnega gradiometra z prikazom ortogonalnih X, Y in Z osi (ESA, 2021).	121
Slika 6.4: Globalni model gradientov težnosti na višini 225 km nad Zemljinim površjem v WGS84 (Bouman in sod., 2016).	123
Slika 6.5: Drugi odvodi motečega potenciala težnostnega polja izračunani na GRS80 elipsoidu v radialni smeri (Trr). Izseki širšega območja Slovenije iz globalnih modelov: a) GOCO06S, b) GO_CONS_GCF_2_TIM_R6, c) EIGEN-6S4, č) GOCO05s, d) XGM2019e(2190), e) XGM2019e(760), f) GOCO05c, g) EGM2008.....	128
Slika 7.1: a) Topografske mase med površjem Zemlje in elipsoidom in b) njihova razdelitev na mase nad geoidom in mase pod geoidom.....	132
Slika 7.2: Topografske mase a) nad geoidom z ortometričnimi višinami – H in b) pod geoidom z geoidnimi višinam – N	133
Slika 7.3: Razdelitev topografskih mas okoli obravnavane točke na cone z različnimi resolucijami DMR.....	134
Slika 7.4: Nekonsistentost višin: a) razlika med merjeno višino in višino iz DMR – ΔH , b) dvig topografskih mas – kvadra in c) točko spustimo na višino DMR.	135
Slika 7.5: Shematični prikaz celotnega raziskovalnega procesa.....	138
Slika 7.6: Korelacije med referenčnimi in modeliranimi VGT za štiri obravnavane modele.....	144
Slika 8.1: Statistični kazalci – uporaba različnih resolucij DMR v coni 1.	145
Slika 8.2: Statistični kazalci – uporaba različnih resolucij DMR v coni 2 in coni 3.	146
Slika 8.3: Statistični kazalci – vpliv končne referenčne razdalje izračuna.....	147
Slika 8.4: Statistični kazalci – vpliv referenčne razdalje v coni 1 z DMR1.....	148
Slika 8.5: Statistični kazalci – vpliv referenčne razdalje v coni 1 z DMR12_5.....	148
Slika 8.6: Statistični kazalci – vpliv fiksne gostote topografskih mas.....	149
Slika 8.7: Statistični kazalci – vpliv DMG pri grobih DMR1000 in DMR_MERIT_1000.	149

Slika 8.8: Statistični kazalci – vpliv DMG pri DMR100 in DMR_MERIT_100.	150
Slika 8.9: Statistični kazalci – vpliv DMG pri DMR25.....	150
Slika 8.10: Statistični kazalci – uvedba DMG pri DMR12_5.	151
Slika 8.11: Statistični kazalci – uvedba DMG pri DMR1.....	151
Slika 8.12: Statistični kazalci – uvedba DMG na testnem območju 1.....	152
Slika 8.13: Prikaz korelacije med nadmorsko višino točk (H) in levo referenčnim VGT ter desno modeliranim VGT (primer modela 8_1_1).	153
Slika 8.14: Prikaz korelacij med geografsko širino (φ) in a) referenčnim VGT b) modeliranim VGT (primer modela 8_1_1), ter geografsko dolžino (λ) in c) referenčnim VGT d) modeliranim VGT (primer modela 8_1_1).....	153
Slika 8.15: Spremembe izračunanega VGT glede na različne opcije upoštevanja višine obravnavane točke.....	157
Slika 8.16: Spremembe izračunanega VGT v odvisnosti od višinskega odstopanja (ΔH) med merjeno višino in višino iz DMR. Primer za točki (3301 – zgoraj in GT9 – spodaj).....	158
Slika 8.17: Statistični kazalci v primeru uporabe globalnih modelov težnostnega polja.	159
Slika 8.18: Prikaz statističnih cenilk za vse obravnavane modele skupaj.....	160
Slika 9.1: Gravimetrične meritve na točkah: a) 34037, b) 34032, c) N1-2/5-A214 in d) N1-V-2879.....	163

LIST OF FIGURES

<i>Figure 2.1: a) Relationship between spherical and cartesian coordinates (Kuhar, 2013, p. 20),</i>	7
<i>Figure 2.2: Relations between coordinates: a) geographical latitude (after Hinze et al., 2013, p. 23), b) deflection of vertical. (Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005, p. 92)</i>	8
<i>Figure 2.3: Gravitational and centrifugal force. (Torge, 1989, p. 24)</i>	9
<i>Figure 2.4: Irregularities of the Earth's gravitational field.</i>	18
<i>Figure 2.5: Assessing the error magnitude in using simple scalar difference for estimating the intensity of the anomalous vertical gravity component Δg. (Hinze et al., 2013, p. 26)</i>	19
<i>Figure 2.6: Calculation of the average value of g along the plumbline. (Kuhar, 2013)</i>	21
<i>Figure 2.7: Distances between the mass element and considered point (Kuhar, 2013, p. 36)</i>	23
<i>Figure 2.8: Examples for spherical harmonics $P_n \sin^m \varphi \cos m \lambda$ [from -1 (blue) to +1 (violet)]. (Barthelmes, 2013)</i>	24
<i>Figure 2.9: Mathematical representation of gravitational field potential from spherical harmonics. (Ince et al., 2019)</i>	25
<i>Figure 2.10: Reducing of gravity from the Earth surface in point P down to the reference surface.</i>	27
<i>Figure 2.11: Bouguer plate correction.</i>	30
<i>Figure 2.12: Terrain correction, illustration of effect caused by surplus and deficiencies of the topographic masses.</i>	30
<i>Figure 2.13: Pictorial representations of the geometric parameters for modeling the gravity effects of a) the point mass, sphere, line mass and cylinder and b) the horizontal and inclined slabs, all identified in Table 2.3 (Hinze in sod., 2013, p. 50-51).</i>	35
<i>Figure 2.14: Dividing the vicinity of a point into a network of concentric figures (eg Hammer's network). (Connor in Connor, 2017)</i>	36
<i>Figure 2.15: Approximation of terrain: a) planar and b) spherical. (Tsoulis et al., 2009)</i>	37
<i>Figure 2.16: Preview of the most commonly used bodies for calculating the gravitational field of the surrounding mass: a) polyhedron, b) tesseroid, c) rectangular prism, d) point mass (Meng et al., 2020).</i>	38
<i>Figure 2.17: Representation of topographic masses around the considered point P by means of prisms.</i>	39
<i>Figure 2.18: a) Notation used for the definition of a rectangular prism (Makhloof, 2007, p. 49), b) Transformation of prisms between coordinate systems (Makhloof, 2007, p. 52).</i>	40
<i>Figure 2.19: Use of different resolutions of available DMR according to the principle from larger to smaller and their division by levels.</i>	41
<i>Figure 2.20: Distributions' examples of the considered area into several zones, a) with 2 radial zones (Varga, 2018), b) with 4 zones (Meng et al., 2020), and c) with 5 zones. (Cella, 2015)</i>	41
<i>Figure 2.21: Leakage problem between zones (case of prism and polyhedron, after Meng et al., 2020).</i>	42
<i>Figure 3.1: a) The structure of the Earth (Geološki zakladi, 2021), b) The average densities inside the Earth. (Afonso et al., 2019)</i>	45
<i>Figure 3.2: Cases of crustal density models a) constant density b) 2D and c) 3D. (Varga, 2018).</i>	46

<i>Figure 3.3: Model UNB Topo Dens, a) complete global model, b) cut-out from $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ model for the wider area of Slovenia (interpolated), c) cut-out from $5' \times 5'$ model and d) cut-out from $30'' \times 30''$ model.</i>	49
<i>Figure 3.4: 2D density model of Slovenia – ref. Pribičević, 2001.</i>	50
<i>Figure 3.5: a) Basic geological map (OGK) of Slovenia at a scale of 1 : 100.000, b) Cut-off of detail from OGK100. (OGK100, 2019).</i>	52
<i>Figure 3.6: Geological map of Slovenia at a scale of 1 : 250.000, shp format.</i>	52
<i>Figure 3.7: Display of the created 2D density model of Slovenia with a cell size of a) 1000×1000 m, b) 100×100 m. On the legend are the densities expressed in g/cm^3.</i>	53
<i>Figure 3.8: Display of detailed cut-out (surrounding of test point 1501) of created 2D density model of Slovenia with a cell size of a) 10×10 m b) 1×1 m. On the legend are the densities expressed in g/cm^3.</i>	54
<i>Figure 3.9: a) Display of extended 2D density model of Slovenia a) and b) 100×100 m, c) and d) 1000×1000 m. On the legend the densities expressed in g/cm^3.</i>	55
<i>Figure 3.10: a) Outline of the model area (black line) with locations of the input data: boreholes (red dots) and cross-sections (brown and blue lines)(Šram et al., 2015), b) Perpendicular fence diagram of the Mura-Zala Basin fill superimposed on the pre-Neogene basement (Šram et al., 2015), c) 2D visualization of a regional geological model with 9 lithostratigraphic layers, coordinates in UTM projection, d) 3D visualization of the regional geological model of the Mura-Zala basin.</i>	56
<i>Figure 3.11: a) Line of test measurements on the model area, b) Plotted profiles of individual models' layers of the considered line (direction W – E).</i>	57
<i>Figure 3.12: Example of DTM1 plot at point GT13, a) 2D view and b) 3D view.</i>	58
<i>Figure 3.13: a) DTM12,5 in D96/TM planar coordinates and b) DTM25 in D96/TM. Both cover the area of Slovenia with the close vicinity.</i>	59
<i>Figure 3.14: Digital terrain model of Slovenia and its wider surroundings: a) DTM1000 ($30' \times 45'$), b) DTM100 ($3' \times 4,5'$).</i>	60
<i>Figure 3.15: a) Display of global DMR MERIT (MERIT DEM, 2021) and b) Cut-out of DMR MERIT for the area of Slovenia and its surroundings ($10^{\circ} - 20^{\circ} E$, $42^{\circ} - 50^{\circ} N$).</i>	61
<i>Figure 3.16: a) Gravimetric data of the former SFRY for the territory of Slovenia and parts of Croatia, b) Gravimetric data of Italy, Austria and Hungary.</i>	63
<i>Figure 3.17: a) Fundamental gravimetric network of Slovenia, b) Performed gravimetric measurements on the leveling network of Slovenia (1st order benchmarks).</i>	64
<i>Figure 3.18: Regional gravimetric measurement of Slovenia, blue points measured until 2016, red points measured from 2017 to 2019.</i>	65
<i>Figure 3.19: a) Height deviations based on DTM analysis, b) Height deviations after the completion of filtration.</i>	67
<i>Figure 4.1: Map of Bouguer anomalies for Slovenia (Stopar, 2018).</i>	72
<i>Figure 4.2: Normal gravity (γ) model of Slovenia (designation SLO_NT).</i>	74
<i>Figure 4.3: a) Bouguer corrections on the extended territory of Slovenia (designation SLO_BP), b) Terrain corrections on the extended territory of Slovenia (designation SLO_TP).</i>	75
<i>Figure 4.4: a) Free air anomaly map of Slovenia (SLO_FAA), b) Ellipsoidal free air anomaly map of Slovenia (SLO_EFAA).</i>	77
<i>Figure 4.5: a) Bouguer anomaly map of Slovenia (SLO_BA), b) Ellipsoidal Bouguer anomaly map of Slovenia (SLO_EBA).</i>	77

<i>Figure 4.6: a) Complete Bouguer anomaly map of Slovenia (SLO_CBA), b) Complete ellipsoidal Bouguer anomaly map of Slovenia (SLO_ECBA).</i>	78
<i>Figure 4.7: (right) Graphic display of the difference between SLO_CBA and SLO_ECBA models.</i>	79
<i>Figure 4.8: Geophysical indirect effect map of Slovenia.</i>	79
<i>Figure 4.9: a) All available gravimetric data of Slovenia and its surroundings, b) CBA_ref, c) CBA_usi d) CBA_samoYU, e) CBA_samo_filterYU, f) CBA_samo SLO.</i>	81
<i>Figure 4.10: : (a,b) CBA ref – CBA usi, (c,d) CBA ref – CBA samo YU, (e,f) CBA ref – CBA samo SLO, (g,h) CBA samo SLO – CBA samo YU, (i,j) CBA samo filter YU – CBA samo YU. Left side 2D view and right side 3D view.</i>	84
<i>Figure 5.1: Display of pole motions along the x- and y-axes from year 1975 to 2020, left 3D view, right 2D view. (IERS, 2019).</i>	88
<i>Figure 5.2: Examples of stand constructions for measuring vertical gravity gradients: a) Leaman et al., 2015, b) Dykowski, 2012, c) Jiang et al., 2011.</i>	93
<i>Figure 5.3: Test area 1 with measured points.</i>	96
<i>Figure 5.4: Test area 2 with measured points.</i>	96
<i>Figure 5.5: Example of GNSS measurement at test point 1201.</i>	98
<i>Figure 5.6: Stationary readings of the Scintrex CG-5 gravimeter over a period of 1 year.</i>	99
<i>Figure 5.7: Instrument height measurement location: a) Scintrex CG-3M, b) Scintrex CG-5.</i>	100
<i>Figure 5.8: Example of field record for point a) 1101 and b) GT20.</i>	101
<i>Figure 5.9: a) Position of instrument during the measurements of vertical gravity, b) case of measurements below at point 1401 and c) measurement above.</i>	102
<i>Figure 5.10: (above) Solid Earth Tide Corrections («Berger» and «ETGTAB») at point GT2 for 23rd October 2019; (below) The difference between the "Berger" and the «ETGTAB» corrections.</i>	104
<i>Figure 5.11: Example of unstable operation of Scintrex CG-5 gravimeter, measurements at point GT2. a) a set of original measurements, b) a set of refined measurements.</i>	105
<i>Figure 5.12: Measurements at point GT30 with Scintrex CG-5 gravimeter: a) set of measurements dated 11. 12. 2019 and b) a set of repeated measurements dated 28. 1. 2020.</i>	105
<i>Figure 5.13: Measurements with the Scintrex CG-3M instrument at point GT26.</i>	106
<i>Figure 5.14: Example of calculation of linear drift functions for each series (consisting of 3 sets) of measurements at point 2401.</i>	107
<i>Figure 5.15: Graphical display of VGG values for all measured points.</i>	110
<i>Figure 5.16: Frequencies of distribution of measured values of vertical gravity gradients.</i>	110
<i>Figure 5.17: Vertical gradient variations in regarding height differences of station points.</i>	114
<i>Figure 6.1: a) The shape of the CHAMP satellite (DLR, 2021). b) GNSS-CHAMP tracking (SST-hl method) (GFZ, 2021).</i>	117
<i>Figure 6.2: a) The shape of the GRACE satellites (GFZ, 2021), b) Schematic representation of the GRACE system (Sadiq in sod., 2010).</i>	119
<i>Figure 6.3: a) The GOCE satellite (ESA, 2021) b) Core of the electrostatic gradiometer assembly with the configuration of 3 mutually orthogonal X,Y, and Z directions (ESA, 2021).</i>	121
<i>Figure 6.4: Gravity gradients at 225 km above the Earth's surface with respect to WGS84. (Bouman et al., 2016).</i>	123

<i>Figure 6.5: The second derivatives of the disturbance potential in radial direction (Trr) calculated on the GRS80 ellipsoid in the radial direction. Shown wider area of Slovenia from global models: a) GOCO06S, b) GO_CONS_GCF_2_TIM_R6, c) EIGEN-6S4, č) GOCO05s, d) XGM2019e(2190), e) XGM2019e(760), f) GOCO05c, g) EGM2008.</i>	128
<i>Figure 7.1: a) Topographic masses between Earth surface and ellipsoid and b) their splitting on masses above and below the geoid.</i>	132
<i>Figure 7.2: Topographic masses a) above masses above the geoid with orthometric heights – H and b) below the geoid with geoid undulations – N</i>	133
<i>Figure 7.3: Division of topographic masses around the point by zones with different DTMs resolutions.</i>	134
<i>Figure 7.4: Height inconsistency: a) the difference between the measured height and the height from DMR – ΔH, b) the raise of topographic masses – prism and c) the point is lowered to DMR height.....</i>	135
<i>Figure 7.5: Schematic presentation of the research process.....</i>	138
<i>Figure 7.6: Correlations between reference and modeled VGG for four considered models.</i>	144
<i>Figure 8.1: Statistical estimators – use of different DTM resolutions in zone 1.</i>	145
<i>Figure 8.2: Statistical estimates – use of different DTM resolutions in zone 2 and zone 3.....</i>	146
<i>Figure 8.3: Statistical estimates – the influence of the final reference distance of the calculation.....</i>	147
<i>Figure 8.4: Statistical estimates – influence of reference distance in zone 1 with DTM1.</i>	148
<i>Figure 8.5: Statistical estimates – influence of reference distance in zone 1 with DTM12_5.....</i>	148
<i>Figure 8.6: Statistical estimates – influence of fixed density of topographic masses.....</i>	149
<i>Figure 8.7: Statistical estimates – influence of DDM at DTM1000 and DTM_MERIT_1000.....</i>	149
<i>Figure 8.8: Statistical estimates – influence of DDM at DTM100 and DTM_MERIT_100.....</i>	150
<i>Figure 8.9: Statistical estimates – influence of DDM at DTM25.</i>	150
<i>Figure 8.10: Statistical estimates – introduction of DDM at DTM12_5.</i>	151
<i>Figure 8.11: Statistical estimates – introduction of DDM at DTM1.....</i>	151
<i>Figure 8.12: Statistical estimates – introduction of DDM in the test area 1.....</i>	152
<i>Figure 8.13: Correlation between the altitude of the points (H) and left the reference VGG and right the modeled VGG (case of model 8_1_1).</i>	153
<i>Figure 8.14: Correlations between latitude (ϕ) and a) reference VGG b) modeled VGG (case of model 8_1_1) and longitude (λ) and c) reference VGG d) modeled VGG (case of model 8_1_1).</i>	153
<i>Figure 8.15: Changes in the calculated VGG according to the different options for taking into account the height of the considered point.</i>	157
<i>Figure 8.16: Changes in the calculated VGG depending on the height deviation (ΔH) between the measured height and the height from the DMR. Example for points (3301 and GT9).</i>	158
<i>Figure 8.17: Statistical estimates in the case of using global gravity field models.</i>	159
<i>Figure 8.18: Statistical estimates for all considered models together.....</i>	160
<i>Figure 9.1: Gravimetric measurements at points: a) 34037, b) 34032, c) N1-2 / 5-A214 and d) N1-V-2879.....</i>	163

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 2.1: Parametri elipsoida GRS80 in WGS84 (po Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005).	16
Preglednica 2.2: Izvedene količine motečega potenciala T v sferni aproksimaciji. (Denker, 1988).....	20
Preglednica 2.3: Razmerje maksimalne stopnje razvoja, števila koeficientov in ločljivostjo modela.	25
Preglednica 2.4: Pregled različnih točk, likov oz. teles in njihovega vpliva na težnost (Hinze in sod., 2013, str. 49).	33
Preglednica 3.1: (levo) Statistični kazalci analize višin na nizu jugoslovanskih gravimetričnih podatkov; (desno) Histogram odstopanj po višini v 10-ih velikostnih razredih.	67
Preglednica 3.2: Statistični kazalci analize višin na nizu izmerjenih reperjev.	68
Preglednica 3.3: (levo) Statistični kazalci analize višin na nizu filtriranih jugoslovanskih gravimetričnih podatkov; (desno) Histogram odstopanj po višini v 10-ih velikostnih razredih.	69
Preglednica 4.1: Statistični podatki modelov SLO_NT, SLO_BP in SLO_TC.	75
Preglednica 4.2: Statistični kazalci modelov gravimetričnih anomalij Slovenije.	78
Preglednica 4.3: (levo) Statistični kazalci razlike modelov SLO_CBA in SLO_ECBA.	79
Preglednica 4.4: Statistični kazalci razlik med modeli.	82
Preglednica 5.1: Vrednosti vertikalnih gradientov z oceno natančnosti na absolutnih točkah.	95
Preglednica 5.2: Izmerjene točke na testnem območju 1 s koordinatami, datumom izmere in uporabljenim instrumentom.....	97
Preglednica 5.3: Izmerjene točke na testnem območju 2 s koordinatami, datumom izmere in uporabljenim instrumentom.....	97
Preglednica 5.4: Višine sensorja gravimetra nad točko v [mm].	102
Preglednica 5.5: Končne izmerjene vrednosti vertikalnih gradientov težnosti z oceno natančnosti za točke na testnem območju 1.	108
Preglednica 5.6: Izmerjene vrednosti vertikalnih gradientov težnosti z oceno natančnosti za točke na testnem območju 2.	109
Preglednica 5.7: Ocene natančnosti izmerjenih vertikalnih gradientov težnosti.....	113
Preglednica 5.8: Spremembe ocene natančnosti vertikalnega gradienta glede na spremembe višinske razlike stojišč.....	114
Preglednica 6.1: Seznam zadnjih objavljenih statičnih globalnih gravitacijskih modelov Zemlje z osnovnimi značilnostmi in avtorji (ICGEM, 2021)..	125
Preglednica 6.2: Izbor nekaterih globalnih modelov težnostnega polja Zemlje, ki jih uporabimo v raziskavi in so izdelani samo iz satelitskih podatkov.....	126
Preglednica 6.3: Izbor nekaterih globalnih modelov težnostnega polja Zemlje, ki jih uporabimo v raziskavi in so izdelani s kombinacijo različnih vhodnih podatkov.	127
Preglednica 6.4: Osnovni statistični podatki za vrednosti T_{rr} obravnavanih GGM izdelanih iz samo satelitskih podatkov.....	128
Preglednica 6.5: Osnovni statistični podatki za vrednosti T_{rr} obravnavanih GGM s kombinacijo različnih vhodnih podatkov.	128
Preglednica 6.6: Osnovni statistični podatki za vrednosti VGT na testnih točkah dobljenih iz globalnih modelov izdelanih iz samo satelitskih podatkov.	129
Preglednica 6.7: Osnovni statistični podatki za vrednosti VGT na testnih točkah dobljenih iz globalnih modelov izdelanih s kombinacijo različnih vhodnih podatkov.....	129

Preglednica 7.1: Uporabljeni DMR z oznakami in osnovnimi podatki.....	131
Preglednica 7.2: Uporabljeni DMG z oznakami in osnovnimi podatki.	131
Preglednica 7.3: Modeli uporabljeni v izračunih.	136
Preglednica 7.4: Statistični kazalci odstopanj med referenčnimi in modeliranimi vrednostmi VGT na testnem območju 1.....	139
Preglednica 7.5: Statistični kazalci odstopanj med referenčnimi in modeliranimi vrednostmi VGT na testnem območju 2.....	140
Preglednica 7.6: Statistični kazalci odstopanj med referenčnimi in modeliranimi vrednostmi VGT za vse točke skupaj (testno območje 1 in testno območje 2).	141
Preglednica 7.7: Statistični kazalci odstopanj med referenčnimi in modeliranimi vrednostmi VGT za globalne modele.	143
Preglednica 8.1: Računski časi pri uporabi različnih resolucijah DMR.....	146
Preglednica 8.2: Prikaz velikosti izračunanih topografskih vplivov glede na cone (na testni točki 1101 ob uporabi DMR1, DMR25, DMR100 in DMR1000).	147
Preglednica 8.3: Odstopanja višin (ΔH) – med merjeno višino (H_0) in višino iz DMR. ..	154
Preglednica 8.4: Modelirani VGT za vse tri možnosti izračuna zaradi odstopanja višin.	155
Preglednica 9.1: Reducirane vrednosti težnega pospeška na gravimetričnih točkah 1. reda.....	162
Preglednica 9.2: Izračun popravkov zaradi reduciranja višin (δg) z različnimi vrednostmi VGT.	164
Preglednica 9.3: Primerjava popravkov reduciranja višin (δg) z različnimi vrednostmi VGT.	164

LIST OF TABLES

<i>Table 2.1: Parameters of GRS and WGS84 ellipsoid (after Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005).</i>	16
<i>Table 2.2: Functionals of disturbing potencial T in spherical approximation. (Denker, 1988)</i>	20
<i>Table 2.3: Relations between maximum order of expansion, number of coefficients and the resolution of the model.</i>	25
<i>Table 2.4: Gravity effects of the point, spherical, line and cylindrical sources (Hinze et al., 2013, p.49).</i>	33
<i>Table 3.1: (left) Statistical indicators of height analysis on a set of Yugoslavian gravimetric data; (right) Histogram of height deviations in 10 size classes</i>	67
<i>Table 3.2: Statistical indicators of height analysis on a set of measured benchmarks.</i>	68
<i>Table 3.3: (left) Statistical indicators of height analysis on a set of filtered Yugoslav data; (right) Histogram of height deviations in 10 size classes.</i>	69
<i>Table 4.1: Statistical data of models SLO_NP, SLO_BP and SLO_TP.</i>	75
<i>Table 4.2: Statistical data of gravimetric anomalies models of Slovenia.</i>	78
<i>Table 4.3: (left) Statistical indicators of difference between SLO_CBA and SLO_ECBA models.</i>	79
<i>Table 4.4: Statistical characteristics of differences between models.</i>	82
<i>Table 5.1: Values of vertical gradients with accuracy estimations on absolute points.</i>	95
<i>Table 5.2: Measured points in test area 1 with coordinates, date and used instrument.</i> ..	97
<i>Table 5.3: Measured points on test area 1 with coordinates, date and used instrument.</i> .	97
<i>Table 5.4: Gravity sensor heights above point in [mm].</i>	102
<i>Table 5.5: Final measured values of vertical gravity gradients with accuracy estimates for points at test area 1.</i>	108
<i>Table 5.6: Final measured values of vertical gravity gradients with accuracy estimates for points at test area 2.</i>	109
<i>Table 5.7: Accuracy estimates of the measured vertical gravity gradients.</i>	113
<i>Table 5.8: Vertical gradient accuracy variations regarding height differences of station points.</i>	114
<i>Table 6.1: List of recently published static global gravity field models of the Earth with basic features and authors (ICGEM, 2021).</i>	125
<i>Table 6.2: Selection of some of the global gravity field models of the Earth's gravity field that we use in the research and are produced from satellite data only.</i> 126	
<i>Table 6.3: Selection of some of the global gravity field models of the Earth's gravity field that we use in the research and are produced from combined data.</i>	127
<i>Table 6.4: Basic statistical data of the Trr for considered GGM produced from satellite data only.</i>	128
<i>Table 6.5: Basic statistical data of the Trr for considered GGM produced from combined data.</i>	128
<i>Table 6.6: Basic statistical data of VGG on test points determined from global models produced from satellite data only.</i>	129
<i>Table 6.7: Basic statistical data of VGG on test points determined from global models produced from combined data.</i>	129
<i>Table 7.1: Used DTM with assignments and basic data.</i>	131
<i>Table 7.2: Available digital density models.</i>	131
<i>Table 7.3: Computation models.</i>	136
<i>Table 7.4: Statistical indicators of deviations between reference and modeled VGG values on the test area 1.</i>	139
<i>Table 7.5: Statistical indicators of deviations between reference and modeled VGG values on the test area 2.</i>	140

<i>Table 7.6: Statistical indicators of deviations between reference and modeled VGG values for all points (on the test area 1 and test area 2).</i>	141
<i>Table 7.7: Statistical indicators of deviations between reference and modeled VGG values for the global models.</i>	143
<i>Table 8.1: Calculation times when using different DMR resolutions.</i>	146
<i>Table 8.2: Display of the magnitude of the calculated topographic influences by zones (at test point 1101 using DTM1, DTM25, DTM100 and DTM1000).</i>	147
<i>Table 8.3: Height deviations (ΔH) – between the measured height (HO) and the height from the DTM.</i>	154
<i>Table 8.4: Modeled VGG for all three calculation options due to height deviation.</i>	155
<i>Table 9.1: Reduced gravity values at gravimetric points of 1st order.</i>	162
<i>Table 9.2: Calculation of height reduction corrections (δg) with different VGG values. .</i>	164
<i>Table 9.3: Comparison of height reduction corrections (δg) with different VGG values. .</i>	164

SEZNAM PRILOG

PRILOGA A: PRIPIS GOSTOT LITOSTRATIGRAFSKIM ENOTAM ZA GEOLOŠKO KARTO SLOVENIJE V MERILU 1 : 250.000.....	A1
PRILOGA B: PRIPIS GOSTOT 3D REGIONALNEMU GEOLOŠKEMU MODELU MURSKO-ZALSKEGA BAZENA	B1
PRILOGA C: KARTA POPOLNIH BOUGUEROVIH ANOMALIJ SLOVENIJE Z UPORABLJENIMI GRAVIMETRIČNIMI TOČKAMI	C1
PRILOGA D: REZULTATI IZRAČUNA NA TOČKAH TESTNEGA OBMOČJA 1 IN 2, Z UPORABO GLOBALNIH MODELOV TEŽNOSTNEGA POLJA	D1
PRILOGA E: REZULTATI IZRAČUNA NA TOČKAH TESTNEGA OBMOČJA 1 IN 2, ZA VSE UPORABLJENE MODELE.....	E1
PRILOGA F: STATISTIČNI KAZALCI, KI PREDSTAVLJAJO KRITERIJE ZA ANALIZO/PRIMERJAVO MODELOV.....	F1
.	
PRILOGA G: KORELACIJE MED REFERENČNIMI IN MODELIRANIMI VGT ZA VSE OBRAVNAVANE MODELE.....	G1

»Ta stran je namenoma prazna«

LIST OF APPENDIX

APPENDIX A: ANNOTATION OF DENSITIES TO THE LINTHATIGRAPHIC UNITS FOR THE GEOLOGICAL MAP OF SLOVENIA AT SCALE 1: 250,000.....	A1
APPENDIX B: ANNOTATION OF DENSITIES TO THE 3D REGIONAL GEOLOGICAL MODEL OF THE MURSKA-ZALA BASIN	B1
APPENDIX C: A MAP OF COMPLETE BOUGUER ANOMALIES OF SLOVENIA WITH USED GRAVIMETRIC POINTS	C1
APPENDIX D: REZULTATI CALCULATION RESULTS AT POINTS ON TEST AREA 1 AND 2, USING GLOBAL MODELS	D1
APPENDIX E: CALCULATION RESULTS AT POINTS ON TEST AREA 1 AND 2, FOR ALL MODELS USED	E1
APPENDIX F: STATISTICAL INDICATORS THAT REPRESENT CRITERIA FOR ANALYSIS/COMPARISON OF MODELS	F1
APPENDIX G: CORRELATIONS BETWEEN REFERENCE AND MODELED VGG FOR ALL MODELS CONSIDERED	G1

»Ta stran je namenoma prazna«

OKRAJŠAVE IN SIMBOLI

AW3D	Angl. Global High-resolution 3D Map
CAS	Ciklično Aerosnemanje Slovenije
CHAMP	Angl. CHALLENGING Minisatellite Payload
D48/GK	Stari horizontalni državni koordinatni sistem; Vzpostavljen je bil leta 1948, zato je tudi označen z oznako D48, kjer letnica predstavlja datum izračuna položajev točk astrogeodetske mreže.
D96/TM	Novi horizontalni državni koordinatni sistem; Vključitev Slovenije v EUREF je bila izvedena na osnovi treh GNSS kampanj v letih 1994, 1995 in 1996.
DLR	Nem. Deutsche Forschungsanstalt für Luft und Raumfahrt
DMR	Digitalni model reliefa
DMV	Digitalni model višin
DDM	Angl. Digital Density Model
DMG	Digitalni model gostot
DTE	Angl. Direct Topographical Effect
DTM	Angl. Digital Terrain Model
EGM08	Globalni geopotencialni model iz leta 2008 (angl. Earth Gravitational Model 2008)
EGM96	Globalni geopotencialni model iz leta 1996 (angl. Earth Gravitational Model 1996)
ESRS	Evropski prostorski referenčni sistem (angl. European Spatial Reference System)
ETRS89	Evropski terestrični referenčni sistem, ki je bil prvič določen v letu 1989 (angl. European Terrestrial Reference System 1989)
EUREF	Angl. Regional Reference Frame Sub-Commission for Europe
FFT	Angl. Fast Fourier Transform
GIS	Geografski informacijski sistem
GGM	Globalni geopotencialni model
GOCE	Angl. Gravity field and Ocean Circulation Explorer
GRACE	Angl. Gravity Recovery And Climate Experiment
GRACE-FO	Angl. Gravity Recovery And Climate Experiment Follow On
GRS80	Geocentrični referenčni elipsoid Geodetic Reference System 1980
GNSS	Globalni navigacijski satelitski sistem
IGSN71	Mednarodna gravimetrična standardizirana mreža 1971 (angl. International Gravity Standardization Network 1971)
IGRF	Mednarodni gravimetrični referenčni okvir (angl. International Gravity Reference Frame)
IGRS	Mednarodni gravimetrični referenčni sistem (angl. International Gravity Reference System)
LIDAR	Angl. Light Detection and Ranging
NASA	Angl. National Aeronautics and Space Administration

RMS	Angl. Root Mean Square
RTK	Angl. Real Time Kinematic
RTM	Angl. Residual Terrain Model
SIGNAL	Državno omrežje stalnih GNSS postaj (SlovenIja-Geodezija-NAvigacija-Lokacija)
SFRJ	Socialistična federativna republika Jugoslavija
SLO_AMG2000	Slovenski absolutni model geoida iz leta 2000, ki se nanaša na SVS2000/Trst
SLO_VRP2016	Slovenska višinska referenčna ploskev iz leta 2016, ki se nanaša na SVS2010/Koper
SVS2000/Trst	Slovenski višinski sistem 2000 v višinskem datumu Trst
SVS2010/Koper	Slovenski višinski sistem 2010 v višinskem datumu Koper
SRTM	Namenska satelitska misija (angl. Shuttle Radar Topography Mission)
TC	Angl. Terrain Correction
UTM	Angl. Universal Transverse Mercator
VGG	Angl. Vertical Gravity Gradient
VGT	Vertikalni gradient težnosti
WGS84	Geocentrični referenčni elipsoid World Geodetic System 1984

1 UVOD

1.1 Izhodišča naloge

Gravimetrični podatki se uporabljajo tako v geodeziji (npr. določanje ploskve geoida, določanje geopotencialnih kot) kot v geofiziki (interpretacija notranjih struktur Zemlje). Vertikalni gradient predstavlja spremembo pospeška sile teže v prostoru vzdolž vertikale (Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005). Pri izvajanju gravimetričnih meritev ima poznavanje oz. nepoznavanje vertikalnega gradienta težnostnega polja velik pomen, saj moramo težni pospešek, izmerjen z instrumentom reducirati na stabilizirano točko.

V splošnem velja, da z današnjimi gravimetri lahko izmerimo vrednost težnega pospeška z natančnostjo nekaj μGal (Seigel, 1995, Scintrex, 1998, LaCoste & Romberg, 2004), pri tem pa se te meritve nanašajo na merski senzor instrumenta. V praksi se meritve reducirajo na neko trajno ali začasno stabilizirano geodetsko točko (npr. reper), ki po višini lahko odstopa (od sensorja instrumenta) od nekaj mm pa do več kot en meter. Ta popravek imenujemo »popravek višine gravimetra« (Torge, 1989) in pri redukciji uporabimo vrednost vertikalnega gradienta težnosti nad točko. Vertikalni gradient težnosti na površju Zemlje žal ni konstanten, zaradi nehomogene geološke strukture Zemlje se razlikuje od točke do točke. Dejansko vrednost vertikalnega gradienta težnosti lahko določimo z gravimetričnimi meritvami na različnih višinah nad posamezno točko (Hečimović, 2004, Dykowski, 2012, Repanič in sod., 2015), vendar pa so te meritve dolgotrajne in drage in jih ne moremo izvesti na vseh gravimetričnih točkah neke države, npr. v Sloveniji jih imamo več kot 3000. V praksi se zato pri izračunih uporablja vrednost normalnega vertikalnega gradienta, ki se nanaša na nivojski elipsoid in je matematično definiran. Njegova vrednost se nanaša na geodetsko širino, na kateri se nahaja točka in njeno elipsoidno višino (Torge, 1989).

Tako pri uporabi normalnega namesto dejanskega vertikalnega gradienta težnosti pri reduciranju po višini naredimo znaten pogrešek, ki običajno presega natančnost določitve težnega pospeška na točki. Na območju Slovenije je bil vertikalni gradient težnosti določen na samo šestih absolutnih gravimetričnih točkah, tj. na absolutnih gravimetričnih točkah, ki so vključene v gravimetrično mrežo 0. reda. Izmerjen vertikalni gradient znaša od $0,2040 \times 10^{-5} \text{ s}^{-2}$ na točki AGT200 – Gotenica do $0,3946 \times 10^{-5} \text{ s}^{-2}$ na točki AGT300 – Sevnica. Če meritve reduciramo z merjene višine npr. 1 m (višina merskega sensorja nad stabilizirano točko) in namesto dejanskega uporabimo normalni vertikalni gradient težnosti, tj. $0,3086 \times 10^{-5} \text{ s}^{-2}$, znašajo absolutne razlike popravkov od $0,1047 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$, na točki AGT200 – Gotenica do $0,0860 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$, na točki AGT300 – Sevnica, v povprečju $0,0637 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$, pri čemer je natančnost določitve težnega pospeška z absolutnimi gravimetri $0,002 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ (Crossley in sod., 2013). Navedena razlika je prikazana kot primer na vzorcu samo šestih točk, kjer v Sloveniji poznamo dejanski vertikalni gradient težnosti. Dejanske razlike so na območju Slovenije tako lahko še veliko večje.

Povzamemo lahko, da torej nepoznavanje dejanskih vrednosti vertikalnih gradientov težnosti povzroča relativno velike napake pri obdelavi gravimetričnih meritev in posledično končnih vrednostih težnega pospeška na površju Zemlje. Te napake so tudi nekajkrat večje od natančnosti meritev, ki jo omogočajo sodobni relativni gravimetri, npr. Scintrex CG-5, s katerim lahko dosežemo natančnost $0,010 \times 10^{-5} m/s^2$ (Crossley in sod., 2013). Pri relativnih gravimetričnih meritvah, kjer v postopku obdelave določimo razliko težnosti med dvema točkama, se pogrešek delno eliminira, če je senzor instrumenta med meritvami na obeh točkah postavljen na isto višino nad samo točko. To je v teoriji sicer mogoče, v praksi pa prihaja do različnih višin, saj so običajno reperji stabilizirani na različnih višinah od tal, tako so nekateri reperji stabilizirani tudi na višini več kot 1,5 m od tal in to ni možno zagotoviti. Pri obdelavi gravimetričnih meritev, bi bilo torej za območje, kjer se meritve izvajajo, smiselno poznati vrednosti dejanskih vertikalnih gradientov težnosti. V ta namen bi bilo potrebno izdelati model določitve vertikalnih gradientov težnosti na osnovi geodetskih in geofizikalnih podatkov in ga uporabiti v nadaljnjih postopkih obdelave gravimetričnih meritev.

1.2 Pregled stanja na obravnavanem področju

Vertikalni gradient težnosti se nad posamezno točko določa z relativnimi gravimetri. Meritve se izvajajo vsaj na dveh višinah nad točko v več ponovljenih nizih. Da zagotovimo neodvisni niz podatkov, izmero običajno izvedemo z dvema relativnima gravimetroma. Iz rezultatov meritev se lahko modelira funkcijo vertikalnega gradienta, ki je lahko linearna oz. nelinearna. Različni avtorji so raziskovali doseženo natančnost pri takšni metodi meritev, ki znaša nekaj μGal (Csapo in Volgyesi, 2002, 2004, Hečimović, 2004, Dykowski, 2012, Repanić in sod., 2015), pri čemer so postopki dokaj dobro definirani in ponovljivi. Meritve so dolgotrajne in drage in se večinoma izvajajo samo na absolutnih gravimetričnih točkah, kjer se vertikalni gradienti uporabljajo za reduciranje meritev absolutnih gravimetrov z višine merskega senzorja na nivo točke (Crossley in sod., 2013). V določenih primerih se meritve vertikalnih gradientov težnosti izvajajo za potrebe mikrogravimetričnih izmer na geološko zanimivih območjih, kot so npr. vulkani (Zahorec in sod., 2016) ali za potrebe določitve gravimetričnih kalibracijskih linij (Melhorato in de Sousa, 2016). V teh primerih gre za visokokakovostne gravimetrične meritve, ki so potrebne za geofizikalne raziskave na manjših območjih. Meritve vertikalnih gradientov težnosti pa se ne izvajajo sistematično na nekem večjem območju regije ali države, saj je to enostavno ekonomsko neupravičeno.

Po letu 2000 so se pojavile satelitske gravimetrične misije CHAMP (CHALLENGING Minisatellite Payload), GRACE (GRAVITY Recovery and Climate Experiment) in GOCE (GRAVITY field and steady-state Ocean Circulation Explorer), ki so bistveno pripomogle k poznavanju gravitacijskega polja Zemlje na globalnem nivoju. Iz njihovih podatkov so izdelani tudi globalni modeli vertikalnih gradientov težnosti (Sandwell in sod., 2014), katerih resolucija pa žal ne zadošča za potrebe določitve vertikalnih gradientov na regionalnih območjih oz. območju posamezne države. Podatki so dolgovalovni z resolucijo ~ 100 km in z omejeno natančnostjo, njihova uporaba brez dodatnih terestričnih gravimetričnih podatkov je nezanesljiva (Bouman in Fuchs, 2012).

Bistveni vpliv na vertikalni gradient težnosti ima poleg elipsoidne višine in geografske širine, na kateri leži točka, tudi struktura Zemeljske skorje. Različna razporeditev gostote topografskih mas litosfere namreč tudi povzroča spremembe v težnosti, ki se odražajo na površju Zemlje (Crossley in sod., 2013). Z namenom neposredne primerjave merjenih vrednosti težnosti je le te potrebno reducirati na eno skupno raven. Cilj redukcije vrednosti težnega pospeška je dobiti t. i. anomalije težnosti, ki odražajo geofizikalni oz. geodetski problem (kontrast gostote oz. fizikalno obliko Zemlje). Pri tem največji izziv predstavlja topografski popravek. Veliko avtorjev se ukvarja s problemom določitve vpliva okoliških mas nad obravnavano točko na težni pospešek. Uporabljeni so pristopi modeliranja z različnimi telesi kot npr. kvadri (Nagy, 1966, Forsberg, 1984, Tsoulis, 1999). Uporablja se metoda numerične integracije s pomočjo digitalnega modela reliefa in v ta namen je bilo razvitih nekaj različnih programskih orodij, npr. TC (Forsberg, 1984), Terrain (Ma in Watts, 1994), FA2BOUG (Fullea in sod., 2008), GSolve (McCubbine in sod., 2018).

Za geofizikalno interpretacijo strukture notranjosti Zemlje se večinoma uporabljajo karte Bouguerovih anomalij. Številni avtorji se ukvarjajo z njihovo izdelavo, uporabljajo se različne metodologije, poleg izboljšanih topografskih popravkov je na razpolago vedno več kvalitetnih gravimetričnih podatkov (Meurers in Ruess, 2009, Tassis in sod., 2013, Kiss, 2006, Tiberti, 2005). Uporaba globalnih satelitskih navigacijskih tehnologij je omogočila tudi uvedbo elipsoidnih višin točk v postopkih računanja anomalij, ki so jih tudi standardizirali (Hinze in sod., 2005, Meurers in Ruess, 2009). V Sloveniji je bila karta Bouguerovih anomalij izdelana leta 1967 (Čibej, 1967) in dodatno interpolirana in digitalizirana med 1996 in 2000 (Stopar, 2018). Karta Bouguerovih anomalij je bila izdelana na osnovi starih gravimetričnih podatkov, pridobljenih med leti 1956 in 1965, ki pa so vprašljive kakovosti.

V postopkih obdelave (interpretacije) gravimetričnih podatkov se tako v geofiziki (izdelavi kart težnostnih anomalij), kot v geodeziji (izračun ploskve geoida) zaradi nepoznane strukture Zemeljske skorje, prevzemajo različne ocene o njeni gostoti in debelini. Te so bistvenega pomena pri računanju terenskih ali topografsko-izostatskih popravkov. Razvite so različne metode in izboljšave popravkov z uporabo modelov Zemeljske skorje (model gostote in debeline litosfere do Mohoričeve diskontinuitete). Obstajajo 2D in 3D modeli, ki se izdelajo z uporabo različnih pristopov, kot so uporaba izostatskih modelov, inverzna metoda Parasnis-Nettleton ali digitaliziranje obstoječih geoloških kart (Varga, 2018), ki so jih razvili in testirali številni avtorji. Obstajajo tudi globalni modeli Zemeljske skorje kot npr. CRUST 1.0 z resolucijo 1° (Tenzler in sod., 2015), ki pa so samo pogojno uporabni za manjša lokalna (regionalna) območja. Tudi pri postopkih izračuna geoida se vse bolj upoštevajo različni regionalni modeli gostot topografskih mas Zemeljske skorje, ki so izdelani z različnimi pristopi (Odalović in sod., 2018, Varga, 2018, Sanchez-Rojas in Palma, 2014).

1.3 Raziskovalne hipoteze in metode raziskovanja

Pri prijavi teme doktorske disertacije smo postavili naslednje hipoteze:

Hipoteza 1: Na obravnavanem območju lahko izdelamo model vertikalnih gradientov težnosti na osnovi geodetskih in geofizikalnih podatkov.

Pod-hipoteza 1.1: Kakovost digitalnega modela reliefa bistveno vpliva na kakovost modela vertikalnih gradientov težnosti.

Pod-hipoteza 1.2: Kakovost digitalnega modela gostot topografskih mas bistveno vpliva na kakovost modela vertikalnih gradientov težnosti.

Pod-hipoteza 1.3: Globalni modeli vertikalnih gradientov težnosti ne zagotavljajo zadostne natančnosti za njihovo uporabo na lokalnem (regionalnem) območju.

Hipoteza 2: Uporaba modela vertikalnih gradientov težnosti pri postopkih obdelave podatkov gravimetričnih meritev izboljša njihovo kvaliteto.

Hipoteze bomo empirično preverili na različnih primerih, na območjih z različno gostoto topografskih mas Zemeljske skorje nad geoidom. Za izdelavo modela vertikalnih gradientov težnosti bomo uporabili podatke, ki jih imamo na voljo za obravnavano (testno) območje raziskave. V Sloveniji imamo na razpolago več različnih topografskih podatkov o višini reliefa na kopnem – digitalnih modelov reliefa z različnimi resolucijami in sicer velikost celice 1×1 m (izdelan iz LIDAR), 5×5 m, $12,5 \times 12,5$ m, 25×25 m, 100×100 m ... Razpolagamo tudi z javno dostopnimi digitalnimi modeli reliefa sosednjih držav.

Gravimetrične meritve se v Sloveniji izvajajo od leta 1956 naprej. V Sloveniji imamo trenutno več nizov različnih gravimetričnih podatkov in sicer stare gravimetrične podatke SFRJ za območje Slovenije in del Hrvaške, gravimetrične podatke obmejnega območja sosednjih držav, tj. Italije, Avstrije in Madžarske, ki so bili pridobljeni za izračun modela geoida, podatki osnovne gravimetrične mreže, gravimetrični podatki na reperjih nivelmanske mreže 1. reda in podatki nove regionalne gravimetrične izmere za območje Slovenije.

Geološki podatki so v digitalni obliki dostopni v merilu 1 : 250.000. Za posamezna območja, ki so bila predmet geoloških raziskav, so podatki dostopni tudi v večjih merilih. Obstoječa karta Bouguerovih anomalij je bila izdelana leta 1967 in temelji na starih jugoslovanskih gravimetričnih podatkih. Na razpolago je tudi 2D digitalni model gostot topografskih mas Zemeljske skorje Slovenije v rastrski celici velikosti $11,25'' \times 18,75''$, ki je bil izdelan za potrebe izračuna modela geoida leta 2001 v okviru doktorske disertacije [Pribičević \(2001\)](#).

Osnovna ideja je, da model vertikalnih gradientov težnosti lahko izračunamo na osnovi odvodov težnostnega potenciala. Le-te je možno pridobiti z izračunanim topografskim popravkom ob predpostavki, da uporabimo kvaliteten digitalni model reliefa in kvaliteten digitalni model gostot topografskih mas ([Zahorec in sod., 2016](#)). Za točko na površju Zemlje lahko izračunamo topografski popravek na dveh višinah. Razlika med njima predstavlja vpliv topografskega popravka na normalni vertikalni gradient.

Potrebno je določiti ustrezno višinsko razliko med njima, saj npr. višini 0,25 m in 1,5 m, ki sta običajni višini pri merjenju vertikalnega gradienta z relativnim gravimetrom, ne zagotavljata zadostne razlike, glede na kakovost digitalnih modelov reliefa. Po teoriji se topografski popravek na posamezni točki računa do standardne zunanje razdalje 166,7 km (Torge, 1989), največji vpliv pa imajo okoliške mase do razdalje nekaj 100 m (Hinze in sod., 2005). Iz teh podatkov lahko modeliramo vrednosti vertikalnih gradientov težnosti.

1.4 Sestava naloge

Naloga je razdeljena na deset vsebinskih poglavij. V prvem poglavju smo predstavili izhodišča naloge, pregled stanja in literature na obravnavanem območju, ter si postavili raziskovalne hipoteze z metodo raziskovanja.

Sledi povsem teoretično poglavje 2, kjer predstavimo teorijo težnostnega polja Zemlje. Podane so definicije gravitacijskega, centrifugalnega, motečega ter težnostnega polja in potenciala, razlike med normalnim in dejanskim težnostnim poljem Zemlje, metode določanja vpliva topografskih mas na težnost in njihovo modeliranje.

V poglavju 3 je podan pregled obstoječih geološko-geofizikalnih in geodetskih podatkov, ki jih potrebujemo v samem postopku modeliranja vertikalnih gradientov težnosti in izdelave kart gravimetričnih anomalij. V Sloveniji imamo na razpolago različne digitalne modele reliefa z ločljivostjo od 1000×1000 m pa vse do najkvalitetnejšega 1×1 m. Razpolagamo tudi z vrsto gravimetričnih podatkov, ki so bili pridobljeni v različnih časovnih obdobjih in poleg Slovenije delno pokrivajo tudi območje sosednjih držav. Največji problem predstavljajo modeli gostot Zemljinega površja. Na razpolago imamo sicer globalne modele, ki seveda pokrivajo tudi območje naše države, vendar je njihova ločljivost relativno slaba. Zato smo na podlagi obstoječih geoloških kart in podatkov kreirali nov 2D model gostot površinskih mas Slovenije. Za manjše območje severovzhodne Slovenije pa razpolagamo tudi s 3D geološkim modelom.

V Sloveniji je za območje celotne države trenutno aktualna karta Bouguerovih anomalij, ki je bila izdelana pred nekaj desetletji na podlagi starih gravimetričnih meritev na območju bivše Jugoslavije. Ker razpolagamo z novejšimi in predvsem kvalitetnejšimi podatki smo izdelali nove karte gravimetričnih anomalij, med drugim tudi novo karto Bouguerovih anomalij za Slovenijo, kot je predstavljeno v poglavju 4. Izvedene so analize vhodnih podatkov in primerjave izdelanih modelov. Pri tem smo uporabili vse razpoložljive in ustrezno obdelane podatke.

Vertikalni gradienti težnosti se lahko izmerijo tudi z relativnimi gravimetri. V poglavju 5 so tako opisani postopki izmere z obrazložitvijo vseh ustreznih redukcij in popravkov v postopku računanja vertikalnih gradientov težnosti. Predstavljena sta relativna gravimetra Scintrex CG-3M oz. CG-5, s katerima razpolagamo v Sloveniji. Določili smo območje raziskave, ki smo ga razdelili na dve testni območji. Na obeh smo izvedli meritve vertikalnega gradienta težnosti in sicer smo na testnem območju 1, ki pokriva severovzhodni del Slovenije, izmerili 13 točk, na testnem območju 2, ki pokriva celotno

območje Slovenije, pa na dodatnih 31 točkah. Vse meritve smo ustrezno obdelali in tako pridobili vrednosti vertikalnih gradientov težnosti, ki so nam v nadaljevanju naloge služile kot referenčna vrednost za ocenjevanje rezultatov modeliranja.

S pomočjo satelitske tehnologije se z namenskimi misijami pridobivajo gravimetrični podatki za celotno Zemljo. V poglavju 6 so predstavljene satelitske misije, iz katerih so izdelani globalni modeli težnostnega polja Zemlje. V zadnjih letih je bilo tako s kombiniranjem različnih podatkov izdelanih veliko globalnih gravitacijskih modelov. Iz njih se lahko pridobi tudi modele vertikalnih gradientov težnosti. Izbrali smo nekaj modelov in določili vrednosti vertikalnih gradientov za naše testne točke. S tem smo ocenili njihovo praktično uporabnost.

Sledi osrednji del naloge s poglavjem 7, kjer smo modelirali vertikalne gradiente težnosti na testnih točkah. Povzeti so vhodni podatki, predstavljeni postopki in metodologija izračuna. S kombinacijo različnih vhodnih podatkov smo kreirali 54 različnih modelov. Za vsakega od njih smo za obe testni območji, torej skupaj za 44 testnih točk, izračunali vrednosti vertikalnih gradientov težnosti. Na podlagi izračunanih (modeliranih) vrednosti vertikalnih gradientov težnosti lahko za vsako obravnavano točko izvedemo primerjavo z referenčno (merjeno) vrednostjo. Dobimo razliko odstopanj za vse točke za vse modele, ki jo obravnavamo kot napako modeliranja. Na podlagi tega lahko izvedemo statistične analize in ocene kvalitete pridobljenih rezultatov.

Statistični kazalci odstopanj za vse obravnavane testne točke nam omogočijo analize izračunov vertikalnih gradientov težnosti, ki so podane v poglavju 8. Tako lahko obravnavamo vpliv posameznih elementov na rezultate modeliranja. Zanimajo nas vpliv resolucije digitalnih modelov reliefa, vpliv referenčne razdalje, vpliv modelov gostot okoliških topografskih mas in vpliv položaja obravnavanih točk. Dodatno analiziramo tudi neskladnost višin, ki se pojavi kot posledica odstopanja merjene višine in višine prevzete iz DMR. Primerjani so tudi rezultati, ki smo jih pridobili iz globalnih modelov težnostnega polja, torej satelitskih podatkov.

V predzadnjem poglavju 9 so prikazani še konkretni praktični primeri uporabe rezultatov in njihov pomen pri reduciranju merjenih vrednosti težnih pospeškov na višino izmerjene točke.

Naloga se zaključi s poglavjem 10, kjer zberemo zaključne misli dobljenih rezultatov, povzamemo ugotovitve ter se kritično opredelimo do postavljenih hipotez in ciljev.

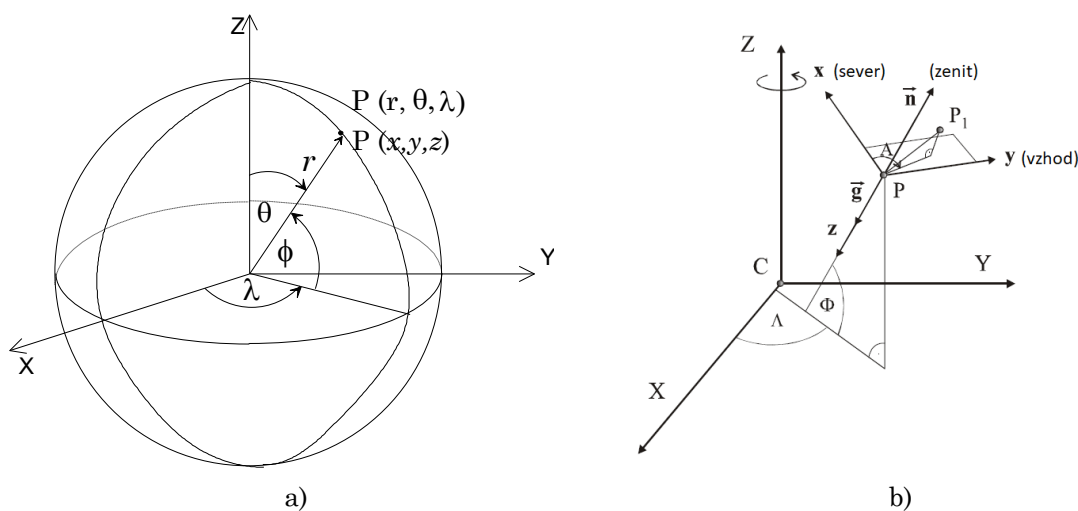
2 TEORIJA TEŽNOSTNEGA POLJA ZEMLJE

2.1 Pomen raziskovanja težnostnega polja Zemlje

Težnostno polje Zemlje preučuje gravimetrija. Sama gravimetrija pomeni merjenje težnosti. Izhaja iz latinske besede »gravis« – težek in grške besede »μετροειω« – meriti. Pomen raziskovanja težnostnega polja Zemlje lahko najkrajše strnemo v naslednjem (Kuhar, 2013): Zunanje težnostno polje Zemlje služi kot referenčni sistem za veliko število geodetskih merskih količin. Težnostno polje moramo dobro poznati, če hočemo te količine reducirati (prevesti) v geometrično točno določen sistem. V primeru znanega razporeda vrednosti težnostnega polja na površini Zemlje lahko, v kombinaciji z drugimi geodetskimi meritvami, določimo obliko zemeljske površine (določimo ploskev, ki v najboljši meri ponazarja obliko Zemlje). Geoid je najpomembnejša referenčna ploskev za določanje višin in višinskih razlik, ta pa ni nič drugega kot nivojska ploskev zemeljskega težnostnega polja. Opazovanja umetnih Zemljinih satelitov so osnova satelitske geodezije. Ti krožijo okoli Zemlje kot posledica dejstva njene privlačne sile. Opis in izračun tirov gibanja umetnih Zemljinih satelitov ni možen brez poznavanja gravitacijskega polja Zemlje. Raziskave zunanjega težnostnega polja Zemlje nam podajo tudi informacije o strukturi in lastnostih Zemljine notranjosti. Z določanjem ustreznih parametrov težnostnega polja geodezija prispeva k raziskavam teoretične geofizike in geologije.

2.2 Koordinatni sistemi težnostnega polja Zemlje

V teoriji obravnave težnostnega polja Zemlje ločimo dva osnovna koordinatna sistema: sferni (krogelni) in pravokotni koordinatni sistem. Sferne koordinate so geocentrične in sicer polarni kot θ , sferna dolžina λ , in r razdalja od središča Zemlje (slika 2.1a).



Slika 2.1: a) Zveza med krogelnimi in kartezičnimi koordinatami (Kuhar, 2013, str. 20), b) Zveza med lokalnim in globalnim kartezičnim koordinatnim sistemom (Markovinović, 2009, str. 8).

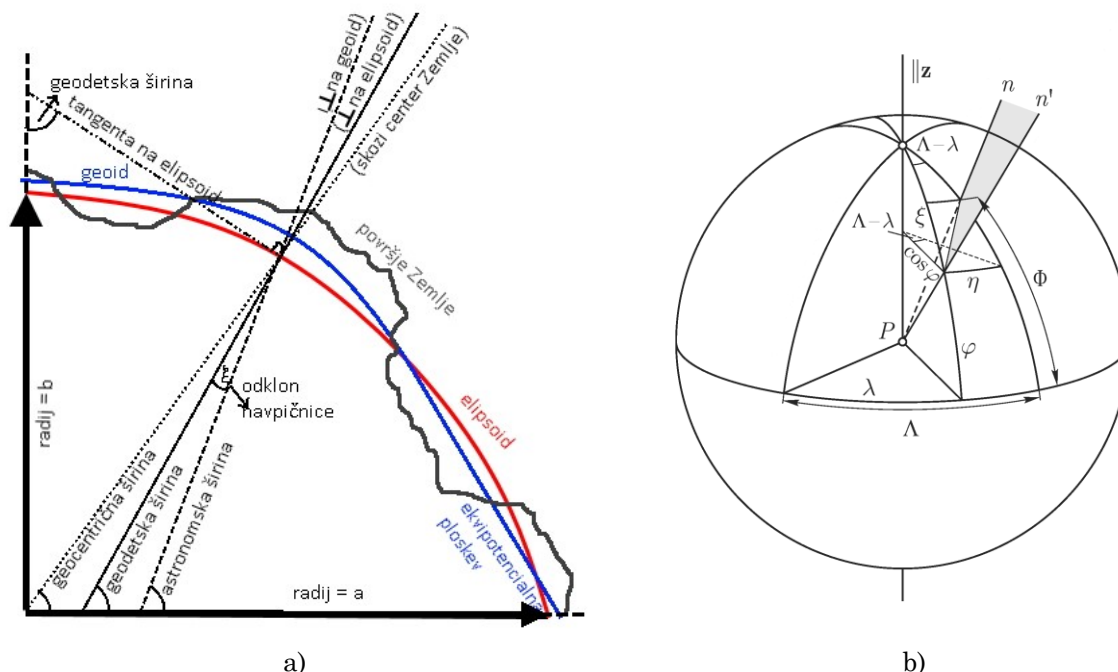
Figure 2.1: a) Relationship between spherical and cartesian coordinates (Kuhar, 2013, p. 20), b) Relationship between local and global cartesian coordinate system (Markovinović, 2009, p. 8).

Z običajno orientacijo koordinatnega sistema skladno z geocentričnim kartezičnim koordinatnim sistemom (θ os se ujema z osjo Z , ki sovpada s rotacijsko osjo; λ os se ujema z osjo X in leži v meridianski ravnini Greenwicha) dobimo naslednjo zvezo:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \lambda \\ \sin \theta \sin \lambda \\ \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Če izhodišče koordinatnega sistema postavimo v neko točko P gravitacijskega polja, govorimo o lokalnem koordinatnem sistemu (slika 2.1b), kjer z os tega sistema sovpada s smerjo težiščnice in je usmerjena proti nadirju (smer vektorja sile teže \mathbf{g}). Osi x in y tvorita lokalno horizontalno ravnino, pri čemer sta usmerjeni proti severu oziroma vzhodu.

V praktični geodeziji se uporabljajo različne koordinate in povezave med njimi so vidne na sliki 2.2a. Gravimetrične meritve (smer težiščnice oz. smer vektorja težnega pospeška \mathbf{g}) se nanašajo na astronomske koordinate in jih običajno označujemo z astronomsko širino Φ in astronomsko dolžino Λ . Elipsoidne oz. geodetske koordinate so določene s smerjo normale na ploskev elipsoida (smer vektorja normalnega težnega pospeška) in jih označujemo z elipsoidno (geodetsko) širino φ in elipsoidno (geodetsko) dolžino λ . Razliko med njima predstavlja t , i. *odklon navpičnice*, ki je na sliki 2.2b prikazan na enotski krogli.



Slika 2.2: Prikaz odnosa med koordinatnimi sistemi: a) geografske širine (po [Hinze in sod., 2013, str. 23](#)), b) odklon navpičnice ([Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005, str. 92](#)).

Figure 2.2: Relations between coordinates: a) geographical latitude (after [Hinze et. al., 2013, p. 23](#)), b) deflection of vertical ([Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005, p. 92](#)).

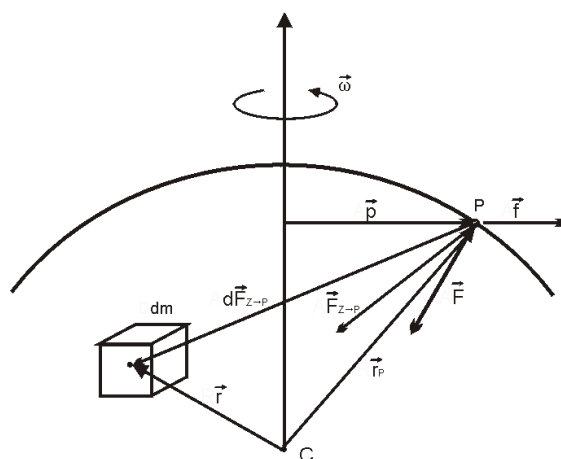
2.3 Definicija težnostnega polja Zemlje

Odvisnost gravitacijske sile od mase teles in njihove razmknjenosti t. i. gravitacijski zakon, je prvi izpeljal angleški fizik Isaac Newton leta 1687, ko je pojasnil kroženje planetov okoli Sonca (v skalarni obliki, enačba podaja jakost gravitacijske sile):

$$F = G \frac{m_1 m_2}{l^2}. \quad (2.2)$$

Newtonov gravitacijski zakon velja za vsa telesa, tudi za telesa na zemeljskem površju. Privlačno silo lahko predstavimo z vektorjem \vec{F} , velikosti F . Na telo na površini Zemlje deluje sila teže \vec{F} kot vsota gravitacijske sile $\vec{F}_{Z \rightarrow P}$ in centrifugalne sile \vec{f} (slika 2.3):

$$\vec{F} = \vec{F}_{Z \rightarrow P} + \vec{f}. \quad (2.3)$$



Slika 2.3: Gravitacijska in centrifugalna sila (Torge, 1989, str. 24).
 Figure 2.3: Gravitational and centrifugal force (Torge, 1989, p. 24).

Gravitacijska sila med dvema telesoma je pomembna le, če je vsaj eno telo astronomsko, zato je gravitacijska sila med dvema telesoma na Zemljini površini zanemarljiva, kar pa ne velja za vpliv Zemlje na ta telesa. Gravitacijska sila je vsota delnih gravitacijskih sil med posameznimi pari točkastih delov obeh teles. Gravitacijsko silo, ki deluje med Zemljo Z in telesom P z maso m , lahko zapišemo kot (Torge, 2001):

$$\vec{F}_{Z \rightarrow P} = Gm \iiint_Z \frac{\sigma(\vec{r})}{|\vec{r} - \vec{r}_P|^3} (\vec{r} - \vec{r}_P) dZ, \quad (2.4)$$

kjer je: G – Newtonova gravitacijska konstanta ($6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$), $\sigma(\vec{r})$ – gostota v obravnavani točki, \vec{r}_P – radij vektor točke na površju Zemlje (slika 2.3).

Za določitev gravitacijske sile med telesom na površju Zemlje, ki ima zanemarljivo velikost v primerjavi z Zemljo, in Zemljo, moramo poznati razporeditev gostote $\sigma(\vec{r})$ v notranjosti Zemlje, za katero pa obstajajo le približni modeli. Iz izraza (2.4) je razvidno, da spreminjanje gostote s časom pomeni spreminjanje gravitacijske sile s časom, ki je v praksi zanemarljiva, z izjemo plimovanja Zemlje (Torge, 2001).

Kot rezultat vrtenja Zemlje okrog svoje osi na telo na površini Zemlje deluje centrifugalna sila. Njen vektor je pravokoten na trenutno rotacijsko os Zemlje. Velikost centrifugalne sile, ki deluje na masni element m , je dana z izrazom:

$$\vec{f} = \omega^2 m \vec{p}, \quad (2.5)$$

kjer je \vec{p} – vektor v smeri pravokotne oddaljenosti masnega elementa od rotacijske osi in ω – kotna hitrost rotacije Zemlje ($7,292115 \cdot 10^{-5}$ rad/s).

Sila teže je vektorska vsota gravitacijske in centrifugalne sile in za masni element P na površju Zemlje velja:

$$\vec{F}(\vec{r}_P) = \vec{F}_{Z \rightarrow P} + \vec{f} = m \left[G \iiint_Z \frac{\sigma(\vec{r})}{|\vec{r} - \vec{r}_P|^3} (\vec{r} - \vec{r}_P) dZ + \vec{p} \omega^2 \right]. \quad (2.6)$$

Sila teže je enaka produktu mase m elementa P in izraza v oklepaju (glej izraz 2.6), ki predstavlja vektor pospeška sile teže $\mathbf{g}(\vec{r}_P)$. Za študij geometrijskih lastnosti težnostnega polja lahko uporabljamo polje težnega pospeška, saj v celoti podaja sliko težnostnega polja. Težnostno polje je vektorsko polje z jakostjo in smerjo.

Za enostavnejše obravnavanje vektorskega težnostnega polja lahko uvedemo skalarno polje. Skalarna funkcija, katere parcialni odvodi so enaki komponentam vektorja sile težnosti, se imenuje težnostni potencial W . Izrazimo ga kot vsoto gravitacijskega potenciala (potencial pospeška privlačne sile) V in centrifugalnega potenciala (potenciala pospeška centrifugalne sile) Φ (Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005):

$$W = W(x, y, z) = V + \Phi. \quad (2.7)$$

2.3.1 Gravitacijski potencial

Gravitacijski potencial je skalarna funkcija, katere parcialni odvodi so enaki komponentam vektorja gravitacijske sile v poljubni točki P . Velja:

$$V(r) = G \iiint_Z \frac{\sigma(\vec{r})}{|\vec{r} - \vec{r}_P|} dZ. \quad (2.8)$$

Gravitacijski potencial je enolična, omejena in zvezna funkcija v celotnem zunanem prostoru Zemlje in izginja v neskončnosti (obnaša se kot recipročna razdalja $1/l$). To je razvidno iz dejstva, da pri velikih razdaljah učinkujejo telesa kot masne točke in rezultat takšnega privlačenja je potencial, približno enak enačbi $V = G \frac{m}{l}$. Primer za to je nebesna mehanika, kjer se planeti obravnavajo kot masne točke.

Prvi odvodi gravitacijskega potenciala V (komponente privlačne sile) so tudi zvezne, enolične in omejene funkcije v celotnem prostoru (v zunanosti in notranosti Zemlje).

Zveznost velja tudi tam, kjer je gostota nezvezna. To pa pomeni, da se zvezno spreminjata tudi na robu telesa (Križanič, 2004):

$$\begin{aligned}
 V_x &= \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial l} \frac{\partial l}{\partial x} = -G \iiint_{Zemlja} \frac{dm}{l^2} \frac{(x-x')}{l} = -G \iiint_{Zemlja} \frac{(x-x')}{l^3} dm, \\
 V_y &= \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial l} \frac{\partial l}{\partial y} = -G \iiint_{Zemlja} \frac{dm}{l^2} \frac{(y-y')}{l} = -G \iiint_{Zemlja} \frac{(y-y')}{l^3} dm, \\
 V_z &= \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\partial V}{\partial l} \frac{\partial l}{\partial z} = -G \iiint_{Zemlja} \frac{dm}{l^2} \frac{(z-z')}{l} = -G \iiint_{Zemlja} \frac{(z-z')}{l^3} dm.
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

To pa ne velja za druge odvode potencialne funkcije. Drugi odvodi vsebujejo diskontinuiteto zaradi hitrega preskoka gostote na mejni ploskvi med atmosfero in trdnim delom (Zemlja):

$$\begin{aligned}
 V_{xx} &= \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -G \iiint_{Zemlja} \frac{1}{l^3} dm + 3G \iiint_{Zemlja} \frac{(x-x')}{l^5} dm, \\
 V_{yy} &= \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -G \iiint_{Zemlja} \frac{1}{l^3} dm + 3G \iiint_{Zemlja} \frac{(y-y')}{l^5} dm, \\
 V_{zz} &= \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -G \iiint_{Zemlja} \frac{1}{l^3} dm + 3G \iiint_{Zemlja} \frac{(z-z')}{l^5} dm.
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Gravitacijski potencial znotraj Zemlje zadošča Poissonovi diferencialni enačbi:

$$\Delta V = -4\pi G\rho. \tag{2.11}$$

Zunaj Zemlje v odprtem prostoru, kjer je $\rho=0$, zadošča gravitacijski potencial Laplaceovi diferencialni enačbi:

$$\Delta V = 0. \tag{2.12}$$

Znak Δ je t. i. Laplaceov operator, ki predstavlja operacijo drugega reda, vsoto drugih odvodov:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \tag{2.13}$$

Rešitve Laplaceove diferencialne enačbe so tako imenovane harmonične funkcije. Torej je gravitacijski potencial harmonična funkcija zunaj mas, ki privlačijo telesa, ne pa tudi v notranjosti teh mas. Laplaceova diferencialna enačba, skupaj z ustreznimi robnimi pogoji, nam omogoča, da v zunanosti Zemlje določimo gravitacijski potencial in njegove odvode na podlagi robnih vrednosti podanih na površini Zemlje. Pri tem nam ni potrebno poznati razporeda gostote v notranjosti. Za rešitev Poissonove diferencialne enačbe moramo poznati razpored gostote v notranjosti Zemlje.

2.3.2 Centrifugalni potencial

Vektor centrifugalne sile je usmerjen navzven, pravokotno na vrtilno os Zemlje; ima smer vektorja s koordinatami: $\mathbf{p} = (x, y, 0)$ oz. velja (glej sliko 2.3):

$$\mathbf{f} = \omega^2 \mathbf{p} = (\omega^2 x, \omega^2 y, 0). \quad (2.14)$$

Podobno kot pri gravitacijski sili, obstaja potencial centrifugalne sile Φ . Velja:

$$\mathbf{f} = \text{grad } \Phi = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right), \quad (2.15)$$

oz.

$$\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) = \frac{1}{2} \omega^2 p^2. \quad (2.16)$$

Centrifugalni potencial ima enako dimenzijo kot gravitacijski potencial; pomeni pa energijo, ki jo ima enota mase zaradi rotacije okoli osi Z . Njegovi parcialni odvodi so enaki komponentam vektorja centrifugalne sile v točki P (slika 2.3). Z uporabo Laplaceovega operatorja dobimo:

$$\Delta \Phi = 2\omega^2. \quad (2.17)$$

Zgornji izraz nam kaže, da analitična funkcija Φ , za razliko od gravitacijskega potenciala V ni harmonična funkcija. Za točke na ekvatorju ima centrifugalni potencial vrednost $\Phi = 1,1 \times 10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$, centrifugalni pospešek pa je $f = |\mathbf{f}| = 0,034 \text{ ms}^{-2}$ ($\approx 0,35\%$ gravitacije). Na polu sta potencial Φ in sila \mathbf{f} enaka nič.

2.3.3 Težnostni potencial

Potencial sile teže (težnostni potencial) dobimo kot vsoto potenciala privlačnosti in potenciala centrifugalne sile:

$$W = V + \Phi = G \iiint_{\text{Zemlja}} \frac{\rho}{l} dv + \frac{\omega^2}{2} p^2. \quad (2.18)$$

Težni pospešek g predstavlja gradient težnostnega potenciala W (Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005):

$$\mathbf{g} = \text{grad } W = -g \begin{pmatrix} \cos \phi \cos \lambda \\ \cos \phi \sin \lambda \\ \sin \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial W}{\partial x} \\ \frac{\partial W}{\partial y} \\ \frac{\partial W}{\partial z} \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

kjer so: ϕ in λ astronomska širina in dolžina, W_x , W_y in W_z pa parcialni odvodi W .

Z odvajanjem vektorja težnega pospeška dobimo tenzor gradienta težnosti ali t. i. *Eötvöseve tenzor* (drugi odvodi težnostnega potenciala):

$$\text{grad } g = \text{grad}(\text{grad}W) = \begin{bmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{xz} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{yz} \\ W_{zx} & W_{zy} & W_{zz} \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

Tenzor je linearni operator v prostoru vektorjev, ki preslika en vektor v drugega. Težnostno polje je brez vrtincev, kar pomeni:

$$\text{rot } g = 0, \quad (2.21)$$

torej velja:

$$W_{xy} = W_{yx}; W_{xz} = W_{zx}; W_{yz} = W_{zy}. \quad (2.22)$$

Tretja vrstica v tenzorju (2.20) predstavlja gradient težnega pospeška. To je vektor, ki kaže v smeri največjega naraščanja težnosti (pri tem je $W_z = -g$):

$$\text{grad } g = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial x} \\ \frac{\partial g}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial z} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} W_{zx} \\ W_{zy} \\ W_{zz} \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Horizontalni gradient težnega pospeška tvorita komponenti $\partial g/\partial x$ in $\partial g/\partial y$, ki kažeta v smeri največjega naraščanja težnosti v horizontalni ravnini. Horizontalni gradient težnosti določa tudi ukrivljenost težiščnice v točki obravnave (točka P na sliki 2.5). Vertikalni gradient $\partial g/\partial z = W_{zz}$ določa spremembo težnega pospeška po višini. Gradient težnega pospeška je pomemben pri določitvi sprememb težnega pospeška po enoti dolžine. Uporablja se za vrednotenje in interpretacijo podatkov gravimetrične izmere.

Potencial W in njegovi prvi in drugi odvodi so enolične, zvezne funkcije, kot posledica lastnosti potencialov V in Φ , razen v primerih z naraščanjem l prek vseh meja: $l \rightarrow \infty$, posledično je tudi $\Phi \rightarrow \infty$; in v primeru ko je $g = 0$ (smer težiščnice ni enolična). Drugi odvodi niso zvezni v primerih nepričakovane spremembe gostote. Najbolj znana ploskev v geodeziji, ki vsebuje diskontinuiteto, je fizična površina Zemlje. Njena gostota se giblje od $\rho = 1,29828 \text{ kgm}^{-3}$ (gostota zraka) do $\rho = 2700 \text{ kgm}^{-3}$ (srednja gostota zgornje plasti Zemeljske skorje).

Iz definicije težnostnega potenciala je jasno, da privlačni potencial upada z oddaljenostjo od Zemlje, centrifugalni pa narašča z večanjem razdalje od osi rotacije. Vendar skupni težnostni potencial ($W = V + \Phi$) deluje samo na telesa, ki so na Zemlji. Takoj, ko se obravnavana točka loči od nje (preneha njegova rotacija) centrifugalni potencial postane nepomemben. Upoštevajoč enačbi (2.11) in (2.17) dobimo generalizirano Poissonovo diferencialno enačbo za težnostni potencial:

$$\Delta W = -4\pi G\rho + 2\omega^2. \quad (2.24)$$

V prostoru zunaj Zemlje velja $\rho = 0$ (če zanemarimo gostoto zraka) in zgornja enačba preide v generalizirano Laplaceovo diferencialno enačbo:

$$\Delta W = 2\omega^2. \quad (2.25)$$

2.4 Geometrija težnostnega polja Zemlje

Ploskve enakega težnostnega potenciala so nivojske ali ekvipotencialne ploskve. Ekvipotencialne ploskve so gladke, zvezne, zaprte ploskve brez prekinitev in se nikoli ne sekajo. Radij ukrivljenosti ekvipotencialne ploskve se zvezno spreminja od točke do točke in je povsod konveksna ploskev. Zaradi nepravilne porazdelitve gostote v notranjosti Zemlje so ekvipotencialne ploskve zemeljskega težnostnega polja nepravilne ploskve, imenovane geope ali geopotencialne ploskve. Same ekvipotencialne ploskve težnostnega polja Zemlje lahko za ploskve izven emeljskega površja zapišemo v analitični obliki, kar pa ni mogoče za ploskve, ki vsaj delno potekajo znotraj površja Zemlje.

Težnostno polje Zemlje je mogoče ponazoriti tudi s silnicami težnostnega polja – težiščnicami (pot prosto padajočega telesa), ki so v vsaki točki pravokotne na nivojsko ploskev in so prostorske krivulje. Tangenta na težiščnico v vsaki točki na Zemeljski površini predstavlja vektor sile teže. Tako je pospešek sile teže vedno pravokoten na nivojske ploskve in predstavlja razliko potencialov dveh ekvipotencialnih ploskev, ki sta neskončno malo oddaljeni:

$$g = -\frac{\delta W}{\delta H}. \quad (2.26)$$

Težni pospešek je negativni vertikalni gradient težnostnega potenciala in je funkcija razdalje točke od težišča zemeljskih mas, v bližini zemeljske skorje pa tudi funkcija razporeditve površinskih mas. Izraz (2.25) podaja zvezo med višino in potencialom ter je osnova teorije določanja višin točk. Predstavlja zvezo med diferencialno razliko potencialov, ki je fizikalna količina, in diferencialno razliko višin sosednjih nivojskih ploskev, ki je geometrična količina. Zvezo med ukrivljenostjo nivojske ploskve in vertikalno komponento gradienta težnosti podaja Brunsova enačba iz leta 1878 ([Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005](#)):

$$W_{zz} = \frac{\partial g}{\partial z} = -2gJ + 4\pi G\rho - 2\omega^2, \quad (2.27)$$

kjer so: g – pospešek sile teže, J – srednja ukrivljenost nivojske ploskve, G – gravitacijska konstanta, ρ – gostota mase in ω – kotna hitrost Zemlje.

Nivojske ploskve so zvezne, vendar niso analitične, zaradi nepravilnosti v razporeditvi gostote. Takšne ploskve konstruiramo z analitičnimi funkcijami, ki jih določamo odsekoma. Te odseke nivojskih ploskev lahko razvijemo v Taylorjevo vrsto.

2.5 Enota težnega pospeška

Enota za težni pospešek v SI sistemu merskih enot je m/s^2 , v geodeziji in geofiziki oz. gravimetriji je še vedno v uporabi začasna enota Gal, poimenovana po Galileu, pri čemer je $1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm/s}^2 = 10^{-2} \text{ m/s}^2$. Vendar pa ponavadi gravitacijski pospešek merimo na tisočinko Gala: $1 \text{ mGal} = 10^{-3} \text{ Gal}$ ali na milijoninko: $1 \text{ } \mu\text{Gal} = 10^{-6} \text{ Gal}$. Osnovna enota gradienta težnega pospeška je Eötvös (E), pri čemer je:

$$1\text{E} = 10^{-9}\text{s}^{-2} = 10^{-9}\frac{\text{Gal}}{\text{cm}} = 10^{-7}\frac{\text{Gal}}{\text{m}} = 10^{-4}\frac{\text{Gal}}{\text{km}} = 10^{-4}\frac{\text{mGal}}{\text{m}} = 10^{-1}\frac{\mu\text{Gal}}{\text{m}}.$$

Enota za gravitacijski potencial je m^2/s^2 .

2.6 Normalno težnostno polje Zemlje

Teoretično (normalno) težnostno polje sile teže je matematično vektorsko polje normalnega vektorja sile teže, ki se nanaša na izbrani nivojski elipsoid. Teorijo ekvipotencialnega elipsoida sta najprej obrazložila P. Pizzeti (Pizzeti, 1894) in C. Somigliana (Somigliana, 1929). Nivojski elipsoid normalnega težnostnega polja je v popolnosti določen z geometričnimi in fizikalnimi parametri rotacijskega elipsoida, to so geometrični parametri (velika polos a in sploščenost h) ter fizikalni parametri (masa M , ki je enaka skupni masi Zemlje in njene atmosfere, kotna hitrost vrtenja ω , ki je enaka Zemljini, normalna sila teže, ki je določena z maso M in normalni težnostni potencial, ki je prav tako določen z maso M). Potencial normalnega težnostnega polja elipsoida zapišemo (Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005):

$$U = U(x, y, z) = \Psi + \Phi, \quad (2.28)$$

kjer sta Ψ – gravitacijski potencial elipsoida in Φ – centrifugalni potencial. Vektor normalne sile teže je gradient normalnega težnostnega potenciala (Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005):

$$\boldsymbol{\gamma} = \text{grad } U = -\gamma_0 \begin{pmatrix} \cos \phi \cos \lambda \\ \cos \phi \sin \lambda \\ \sin \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial x} \\ \frac{\partial U}{\partial y} \\ \frac{\partial U}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Velja, da je potencial nivojskega elipsoida U_0 konstanten in enak potencialu težnostnega polja Zemlje oz. geoida W_0 . Njegov center sovpada z masnim težiščem Zemlje (Li in Götze, 2001).

Poleg tega velja, da podrobno poznavanje razporeda gostote znotraj elipsoida, ki povzroča normalno težnost, ni potrebno, saj Stokes-Poincaré teorem zagotavlja (Torge, 2001): »Če se telo mase M vrtil s konstantno hitrostjo ω okoli fiksne osi in če je S nivojska ploskev

njegovega težnostnega potenciala takšna, da v celoti zajema njegovo maso M , potem je težnostni potencial v zunanosti ploskve S enolično določen«.

Velikost vektorja normalne sile teže predstavlja normalni težni pospešek, ki je pravokoten na nivojski elipsoid, njegova vrednost pa je podana z izrazom *Somiglaïne* (1929):

$$\gamma_0 = \frac{a\gamma_a \cos^2 \phi + b\gamma_b \sin^2 \phi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi}}, \quad (2.30)$$

kjer so: γ_a – vrednost normalnega težnega pospeška na ekvatorju, γ_b – vrednost normalnega težnega pospeška na polu, a in b – velika in mala polos rotacijskega elipsoida.

Referenčni nivojski elipsoid za računanje vrednosti normalnega težnega pospeška je elipsoid referenčnega sistema GRS80 s pripadajočimi geometričnimi in fizikalnimi parametri. Uporablja se tudi elipsoid WGS84. Primerjava parametrov nivojskega elipsoida GRS80 in WGS84 je podana v spodnji preglednici 2.1.

Preglednica 2.1: Parametri elipsoida GRS80 in WGS84 (po Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005).
 Table 2.1: Parameters of GRS and WGS84 ellipsoid (after Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005).

Parameter	GRS 80	WGS 84
GM	$3\,986\,005 \times 10^8 \text{ m}^3\text{s}^{-2}$	$3\,986\,004,418 \times 10^8 \text{ m}^3\text{s}^{-2}$
$1/f$	298,257 222 101	298,257 223 563
b	6 356 752,3141 m	6 356 752,3142 m
e^2	0,006 694 380 022 90	0,006 694 379 990 14
e'^2	0,006 739 496 775 48	0,006 739 496 742 28
E	521 854,0097	521 854,0097
c	6 399 593,6259	6 399 593,6258
U_0	62 636 860,0850 m^2s^{-2}	62 636 851,7146 m^2s^{-2}
γ_a	9,780 326 7715 ms^{-2}	9,780 325 3359 ms^{-2}
γ_b	9,832 186 3685 ms^{-2}	9,832 184 9378 ms^{-2}
m	0,003 449 786 003 08	0,003 449 786 506 84

Vrednost normalnega težnega pospeška v neki točki prostora je odvisna samo od geodetske širine točke in njene elipsoidne višine. Da bi določili vrednosti težnega pospeška v prostoru zunaj nivojskega elipsoida, razvijemo v Taylorjevo vrsto izraz za γ , glede na elipsoidno višino h (velja za male vrednosti višin):

$$\gamma(\varphi, h) = \gamma_0 + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial h}\right)_0 h + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2\gamma}{\partial h^2}\right)_0 h^2 + \dots, \quad (2.31)$$

pri tem se γ in odvodi nanašajo na elipsoid ($h = 0$).

Za nekatere izračune zadošča že enačba v prvem približku (Pellinen, 1982), (ekvatorialni radij elipsoida smo pri tem zamenjali s srednjim radijem Zemlje R , $a = R$):

$$\gamma(\varphi, h) = \gamma_o - 2 \frac{\gamma}{R} h. \quad (2.32)$$

V primeru, da potrebujemo večjo natančnost računanja γ , moramo poiskati še vrednost drugega odvoda v enačbi (2.31). Dobimo vrednost normalne težnosti na elipsoidni višini h (upoštevajoč odvode druge stopnje):

$$\gamma(\varphi, h) = \gamma_o \left(1 - \frac{2}{a} (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) h + \frac{3}{a^2} h^2 \right). \quad (2.33)$$

Danes je v veljavi t. i. *Geodetski referenčni sistem 1980 (GRS 1980)* in izraz za γ_o se glasi:

$$\gamma_o = 9,780327(1 + 0,0053024 \cdot \sin^2 \varphi - 0,0000059 \cdot \sin^2 2\varphi) [ms^{-2}]. \quad (2.34)$$

Normalni težni pospešek γ_o lahko izračunamo z naslednjim izrazom ([Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005](#)):

$$\gamma_o^\phi = 9,7803267715(1 + 5,2790414 \cdot 10^{-3} \sin^2 \varphi + 2,32718 \cdot 10^{-5} \sin^4 \varphi + 1,262 \cdot 10^{-7} \sin^6 \varphi + 7 \cdot 10^{-10} \sin^8 \varphi) [ms^{-2}] \quad (2.35)$$

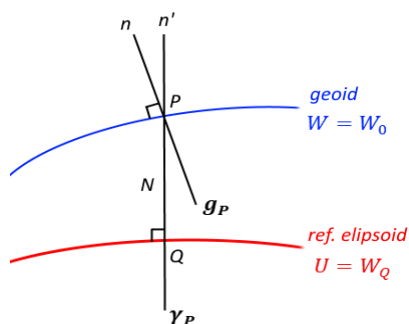
z natančnostjo $10^{-3} \mu ms^{-2}$ oziroma 10^{-4} mGal.

2.7 Anomalijsko težnostno polje Zemlje

Dejansko težnostno polje Zemlje odstopa od normalnega težnostnega polja nivojskega elipsoida. Razliko med dejanskim težnostnim potencialom Zemlje W in normalnim težnostnim potencialom U imenujemo anomalija potenciala oz. moteči potencial in ga označimo s T . Za moteči potencial velja izraz ([Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005](#)):

$$T = W - U \text{ oz. } T(x, y, z) = W(x, y, z) - U(x, y, z). \quad (2.36)$$

Primerjamo dve referenčni ploskvi: geoid za katerega velja $W(x, y, z) = W_o$ in referenčni elipsoid za katerega velja $U(x, y, z) = U_o$ z enakim potencialom $W_o = U_o$. Skozi točko P na geoidu povlečemo normalo na elipsoid in dobimo točko Q na elipsoidu. Razdalja PQ med geoidom in elipsoidom se imenuje *geoidna višina* oz. *geoidna ondulacija*, ki jo označujemo z N (slika 2.4).



Slika 2.4: Nepravilnosti težnostnega polja Zemlje.

Figure 2.4: Irregularities of the Earth's gravitational field.

Anomalija težnosti je opredeljena kot razlika velikosti vektorja dejanske težnosti in vektorja normalne težnosti, pri čemer je iz slike 2.4 razvidno, da se točka P nahaja na površju geoida in točka Q na referenčnem elipsoidu (kot normala skozi točko P). Če ju primerjamo na elipsoidu (točka Q na sliki 2.4) nam njuna razlika poda vektor anomalije težnega pospeška $\Delta \mathbf{g}$. Vektor anomalije težnosti ima svojo velikost in smer, razlika velikosti obeh vektorjev je anomalija težnega pospeška oz. anomalija težnosti¹, razlika v smereh pa je odklon navpičnice. Velja:

$$\Delta \mathbf{g} = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_Q. \quad (2.37)$$

Če vektorja \mathbf{g} in $\boldsymbol{\gamma}$ primerjamo v točki P na geoidu (oz. v poljubni točki P v prostoru) nam razlika poda vektor »motečega« težnega pospeška $\delta \mathbf{g}$. Za motečo težnost² velja:

$$\delta \mathbf{g} = \mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_P. \quad (2.38)$$

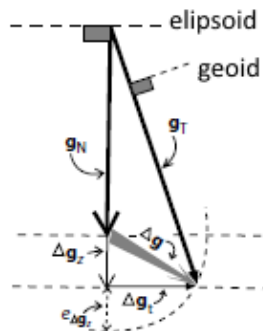
Tudi v tem primeru je razlika v smeri teh dveh vektorjev odklon navpičnice, saj smeri $\boldsymbol{\gamma}_P$ in \mathbf{g}_P tako rekoč sovpadata.

Gravimetri, s katerimi se meri težni pospešek, se horizontirajo s pomočjo libele na lokalno horizontalno ravnino oz. geoid, torej je smer opazovane težnosti (težiščnica) pravokotna na geoid. Pri meritvah se predvideva, da sta vektorja normalne težnosti ($\boldsymbol{\gamma}$) in vektor anomalije težnosti ($\Delta \mathbf{g}$) vzporedna. Iz tega izhaja, da je velikost skalarja vektorja težnega pospeška, kot je podana v enačbi (2.37). Vendar, ker smeri vektorjev dejansko odstopata (slika 2.5) nas zanima, kakšen je vpliv tega dejstva na izračunane anomalije težnosti. Splošno anomalijo težnosti razdelimo na dve komponenti, vzdolžno in prečno ($\Delta \mathbf{g} = \Delta \mathbf{g}_Z - \Delta \mathbf{g}_t$), kot je razvidno na sliki 2.5 in izrazimo pogrešek (Hinze in sod., 2013):

$$e_{\Delta g_Z} = \mathbf{g}_T - (\mathbf{g}_N + \Delta \mathbf{g}_Z) = \sqrt{(\mathbf{g}_N + \Delta \mathbf{g}_Z)^2 + \Delta \mathbf{g}_t^2} - (\mathbf{g}_N + \Delta \mathbf{g}_Z). \quad (2.39)$$

¹ Angl. gravity anomaly

² Angl. gravity disturbance



Slika 2.5: Določanje velikosti pogreška pri uporabi enostavne skalarne razlike v izračunu anomalije težnosti Δg (Hinze in sod., 2013, str. 26).

Figure 2.5: Assessing the error magnitude in using simple scalar difference for estimating the intensity of the anomalous vertical gravity component Δg (Hinze et al., 2013, p. 26).

Razvoj prvega člena enačbe 2.39 in ignoriranje členov drugega reda pokaže, da je največji pogrešek v oceni anomalije:

$$e_{\Delta g_z}(\max) \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta g_t^2}{g_N + \Delta g_z} \right). \quad (2.40)$$

To je za planetarna telesa in seveda tudi Zemljo, kjer je $g_N \gg \Delta g_z$, zanemarljivo. Npr. za $g_N = 10^6$ mGal in $\Delta g_z = \Delta g_t = 10$ mGal je največji pogrešek $e_{\Delta g_z}(\max)$ manjši, kot se ga da izmeriti s trenutno izdelanimi gravimetri (Hinze in sod., 2013).

2.7.1 Brunsova enačba, fundamentalna enačba fizikalne geodezije

Geoidna višina, anomalija težnosti in odklon navpičnice so količine, ki se jih da določiti z geodetskimi meritvami. Njihovo zvezo z motečim potencialom predstavlja znamenita *Brunsova enačba* (Bruns, 1878):

$$T_P = \gamma_Q N_P, \quad (2.41)$$

ki podaja zvezo med geoidno višino in motečim potencialom. S tem je podana povezava geometrične količine N s fizikalno količino T . Iz nje izhaja tudi parcialna diferencialna enačba prvega reda, ki jo imenujemo *fundamentalna enačba fizikalne geodezije*:

$$\frac{\partial T}{\partial h} = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T + \Delta g = 0. \quad (2.42)$$

Izraz je tako poimenovan zaradi povezave merjene vrednosti anomalije težnosti Δg z neznanim motečim potencialom T . Določanje motečega potenciala T je v neposredni povezavi z reševanjem Laplaceove in Poissonove diferencialne enačbe. Vse te enačbe so t. i. parcialne diferencialne enačbe in njihovo reševanje predstavlja matematično reševanje tretjega robnega pogoja t. i. geodetski robni pogoj. Območje rešitev je tu sklenjena ploskev – kroglja, Zemlja s svojo notranjostjo in zunanji prostor okoli nje. Problem robnega pogoja je najti harmonično funkcijo (vsaka rešitev Laplaceove

diferencialne enačbe se imenuje harmonična funkcija), kot rešitev diferencialne enačbe, ki na robu območja (Zemlja – krogla) zadošča dodatnim pogojem. Rezultat reševanja robnega pogoja je T , ki nam preko Brunsove enačbe omogoča izračunati geoidne višine, vsekakor najbolj pomembne količine fizikalne geodezije. Laplaceova diferencialna enačba velja izven topografskih in atmosferskih mas (Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005):

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 T}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 T}{\partial^2 z} = 0. \quad (2.43)$$

Poissonova enačba velja znotraj topografskih mas (Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005):

$$\Delta T = -4\pi G\rho. \quad (2.44)$$

Iz motečega potenciala T se lahko izračunajo različne količine in sicer z uporabo treh različnih metod: 1) metoda linearne aproksimacije, 2) metoda z uporabo integralov in 3) spektralna metoda (Tscherning in sod., 1990). Pri metodi linearne aproksimacije so vse izvedene količine T odvisne od položaja oz. so funkcije širine, dolžine in vertikalne razdalje (radija). Predstavljene so v preglednici 2.2.

Preglednica 2.2: Izvedene količine motečega potenciala T v sferni aproksimaciji. (Denker, 1988)

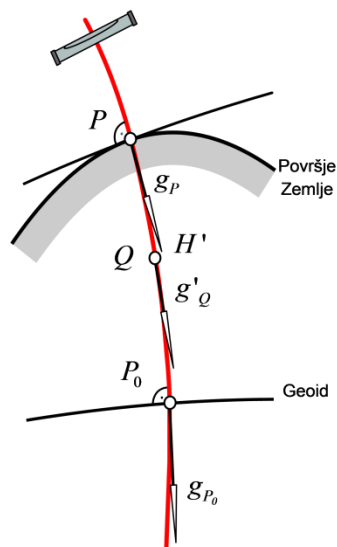
Table 2.2: Functionals of disturbing potential T in spherical approximation. (Denker, 1988)

Izvedene količine T	Enačba	Enota
Moteči potencial	$T = W - U$	[m ² /s ²]
Anomalija višine	$\zeta = \frac{T}{\gamma}$	[m]
Geoidna ondulacija	$N = \frac{T \cdot 2\pi G \rho H^2}{\gamma_0}$	[m]
Anomalija težnosti	$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r}T$	[mGal]
Moteča težnost	$\delta g = -\frac{\partial T}{\partial r}$	[mGal]
Odklon navpičnice – odstopanje v smeri meridiana	$\delta \xi = -\frac{1}{r\gamma} \frac{\partial T}{\partial \varphi}$	["]
Odklon navpičnice – odstopanje v smeri prvega vertikalala	$\eta = -\frac{1}{r\gamma \cos \varphi} \frac{\partial T}{\partial \lambda}$	["]

Na tem mestu je potrebno opozoriti tudi na dva simbola, ki se uporabljata v literaturi in sicer δ , ki označuje popravek (redukcijo) in Δ , ki označuje anomalijo.

2.8 Srednja vrednost težnosti vzdolž težiščnice

Srednjo vrednost g -ja vzdolž težiščnice lahko izračunamo samo z uvajanjem predpostavk o gostoti Zemljine notranjosti.



Slika 2.6: Izračun povprečne vrednosti g vzdolž težiščnice (Kuhar, 2013).
 Figure 2.6: Calculation of the average value of g along the plumbline (Kuhar, 2013).

Naj bo točka P na površju Zemlje, ustreza točka Q vzdolž težiščnice, kjer računamo srednjo vrednost težnosti in P_0 ustreza točka na geoidu (slika 2.6). Vrednost g vzdolž težiščnice izračunamo lahko kot:

$$g'_Q = g_P - \int_Q^P \frac{\partial g}{\partial H} dH. \quad (2.45)$$

Vertikalni gradient težnosti poznamo (glej izraz 2.26):

$$\frac{\partial g}{\partial H} = \frac{\partial g}{\partial z} = -W_{zz} = -2gJ + 4\pi G\rho - 2\omega^2, \quad (2.46)$$

kjer predstavlja J srednjo ukrivljenost nivojske ploskve, izračunano kot $-\frac{W_{xx}+W_{yy}}{2g}$ in ρ predstavlja gostoto mas med površjem Zemlje in geoidom. Zvezo med ukrivljenostjo nivojske ploskve in vertikalno komponento gradienta težnosti nam podaja Bruns (1878). Povprečno težnost iz zgornje enačbe lahko izračunamo, če poznamo povprečno ukrivljenost nivojske ploskve v točki P in gostoto ρ . Ker nam to največkrat ni znano, vzamemo kot približek normalno težnostno polje oz. vertikalni gradient normalne težnosti:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial z} = \frac{\partial \gamma}{\partial h} = -2\gamma J_0 - 2\omega^2, \quad (2.47)$$

kjer je J_0 srednja ukrivljenost sferopotencialne ploskve v točki P . Upoštevamo aproksimacijo:

$$gJ = \gamma J_0. \quad (2.48)$$

Potem sledi iz zgornjih dveh enačb:

$$\frac{\partial g}{\partial H} = \frac{\partial \gamma}{\partial h} + 4\pi G\rho. \quad (2.49)$$

Približna rešitev enačbe (2.45) se potem glasi:

$$\bar{g} \approx g - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} + 2\pi G\rho \right) H, \quad (2.50)$$

pri čemer za normalni vertikalni gradient vzamemo numerični približek:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial h} = -0,3086 \frac{\text{mGal}}{\text{m}} \quad (2.51)$$

oz. se drugi člen z upoštevanjem vrednosti za G in $\rho = 2670 \text{ kgm}^{-3}$ glasi:

$$4\pi G\rho = 0,2238 \frac{\text{mGal}}{\text{m}}. \quad (2.52)$$

Končno se vrednost g -ja vzdolž težiščnice dobi v obliki:

$$g_Q = g_P + 0,0848 (H_P - H_Q). \quad (2.53)$$

Obstaja še druga možnost izračuna povprečne vrednosti g -ja, ki pa je podobna redukciji merjene težnosti na ničelno nivojsko ploskev. Opravimo jo v treh korakih:

- 1.) Odstranimo vse mase nad geopotencialno ploskvijo $W = W_Q$, na kateri leži točka Q , tako da odštejemo njihov privlačni vpliv v točki P , v praksi odštejemo Bouguerovo ploščo ($-0,1119 \times (H_P - H_Q)$).
- 2.) S tem se naše stojišče P znajde (nahaja) v »prostem zraku«, zato uporabimo redukcijo prostega zraka in točko P prestavimo v točko Q ($+0,3086 \times (H_P - H_Q)$).
- 3.) Povrnemo odstranjene mase na njihovo staro mesto ter algebrsko seštejemo njihov privlačni vpliv v točki Q ($+0,1119 \times (H_P - H_Q)$).

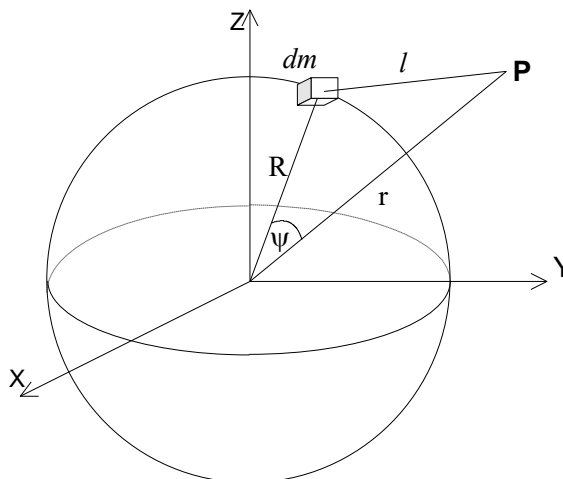
Ta postopek se imenuje redukcija težnega pospeška Poincare-Preya in jo uporabljamo pri določanju ortometričnih višin.

2.9 Prikaz gravitacijskega in motečega težnostnega potenciala s pomočjo sfernih funkcij

Izraz, ki opisuje potencial privlačnosti med Zemljo in točko zunaj nje podaja:

$$V = G \iiint_{\text{Zemlja}} \frac{dm}{l} = \iiint_{\text{Zemlja}} \frac{\rho}{l} dv. \quad (2.54)$$

Vzemimo element mase dm na površini Zemlje s polmerom R (slika 2.7), kjer je l razdalja točke od elementa mase dm , \mathbf{r} krajevni vektor obravnavane točke P . Kot ψ je kot med krajevnima vektorjema točke P in elementom mase.



Slika 2.7: Razdalje med elementom mase in obravnavano točko (Kuhar, 2013, str 36).
 Figure 2.7: Distances between the mass element and considered point (Kuhar, 2013, p. 36).

Harmonična funkcija (recipročna razdalja) $1/l$ se lahko predstavi v obliki vrste:

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n P_n(\cos \psi), \quad (2.55)$$

Kjer je $P_n(\cos \psi)$ Legendrov polinom. Če (2.55) vstavimo v izraz za potencial v obliki prostorninskega integrala (2.54) in vpeljemo krogelne koordinate (r, θ, λ) lahko izrazimo potencial v obliki vrste sfernih funkcij, pri čemer smo integral zamenjali z neskončno vrsto (Torge 2001):

$$V(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} \sum_{m=0}^n P_{nm}(\cos \theta) (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda), \quad (2.56)$$

kjer so A_{nm} in B_{nm} , koeficienti razvoja sfernih funkcij, $P_{nm}(\cos \theta)$ pa prirejene Legendrove funkcije I. vrste, stopnje n reda m , r je (geocentrični) krajevni vektor obravnavane točke. Ta razvoj velja za točko zunaj Zemlje, kjer je potencial harmonična funkcija (zadošča Laplaceovi diferencialni enačbi). Koeficienti razvoja so integrali mase Zemlje.

Prav tako se na podoben način z razvojem v harmonične funkcije lahko zapiše tudi izraz za normalni potencial in sicer velja (Torge 2001):

$$U(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a_e}{r}\right)^n A_{nm} P_{nm}(\cos \theta) \right] + \frac{\omega^2}{2} r^2 \sin^2 \theta, \quad (2.57)$$

kjer so: GM – geocentrična gravitacijska konstanta, ki se nanaša na skupno maso Zemlje in atmosfere in a_e – velika polos elipsoida. Razvoj motečega potencial v vrsto po harmoničnih funkcijah se izrazi z (Barthelmes, 2013):

$$T(r, \theta, \lambda) = \left(\frac{GM}{a_e}\right) \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_e}{r}\right)^n P_{nm}(\cos \theta) (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda), \quad (2.58)$$

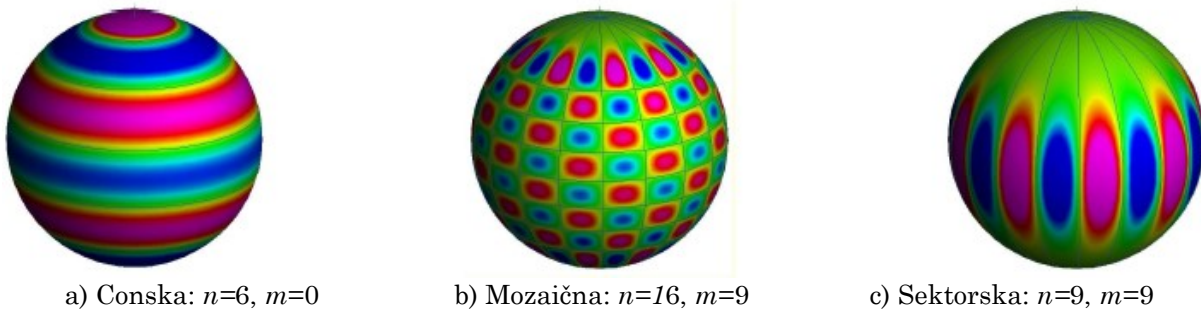
kjer so koeficienti razvoja določeni z:

$$\Delta C_{nm} = C_{nm} \text{ (koef. iz opazovanj)} - C_{nm} \text{ (referenčni - normalno težnostno polje)},$$

$$\Delta S_{nm} = S_{nm} \text{ (koef. iz opazovanj)} - S_{nm} \text{ (referenčni - normalno težnostno polje)}.$$

Pri razvoju potenciala v vrsto sfernih funkcij je potrebno določiti neznane koeficiente razvoja. Določimo jih lahko na različne načine: z izključno satelitskimi opazovanji, ali v kombinaciji s podatki satelitske altimetrije in gravimetrične izmere (anomalije težnosti). Pri tem se uporablja metoda skupne izravnave oz. metoda integralskih enačb. Samo satelitska opazovanja zadoščajo za določitev koeficientov razvoja reda $n = 20, \dots, 36$. Na določitev koeficientov vpliva predvsem člen $(a_e/r)^n$. Zaradi višine tirov gibanja satelitov je $r \geq 200$ km in z naraščanjem n je člen vse manjši. S kombinacijo različnih podatkov je možno določiti višje koeficiente razvoja, vse tja do reda $n = 2800$ (Wieczorek in Meschede, 2018) in celo ultra visoke resolucije do 10.800 ali več (Rexer in Hirt, 2015). Red razvoja ustreza predstavitvi območja z minimalno valovno dolžino težnostnega polja $(360^\circ/n)^3$.

Poudariti je potrebno, da se pri razvoju sfernih funkcij uporabljajo sferne koordinate, torej je $r_p = r_p(\lambda, \varphi)$ razdalja točke na površju Zemlje do Zemljinega središča in φ sferna širina, ki se razlikuje od elipsoidne (geodetske) širine ϕ . Enačbe za transformacijo med njima so podane v npr. Hofman-Wellenhof in Moritz (2005). Slika 2.8 prikazuje primere razvoja treh različnih sfernih funkcij, pri čemer velja za enačbo $P_{nm}(\sin \varphi) \cos m\lambda$: a) conska⁴ z $n \neq 0, m = 0$, b) mozaična⁵ z $n \neq 0, m \neq l \neq 0$ in c) sektorska⁶ z $n = m \neq 0$.



a) Conska: $n=6, m=0$ b) Mozaična: $n=16, m=9$ c) Sektorska: $n=9, m=9$
Slika 2.8: Primeri razvoja sfernih funkcij $P_{nm}(\sin \varphi) \cos m\lambda$ [od -1 (modra) do +1 (vijolična)]
(Barthelmes, 2013).

Figure 2.8: Examples for spherical harmonics $P_{nm}(\sin \varphi) \cos m\lambda$ [from -1 (blue) to +1 (violet)]
(Barthelmes, 2013).

Shema prikaza težnostnega polja Zemlje s pomočjo koeficientov sfernih funkcij je prikazana na sliki 2.9. Sektorske, conske in mozaične sferne harmonične funkcije pomnožene z ustreznimi koeficienti se uporabljajo za razvoj modelov težnostnega polja Zemlje do določene stopnje (n) in reda (m). Razvoj stopnje sferne funkcije ustreza prostorski ločljivosti $\lambda_{[^\circ]} = \frac{180^\circ}{n}$ oziroma $\lambda_{[km]} = \frac{20\,000 \text{ km}}{n}$, kjer je 20.000 km pol valovne dolžine ekvatorja. Sferni harmonični model težnostnega polja do maksimalne stopnje

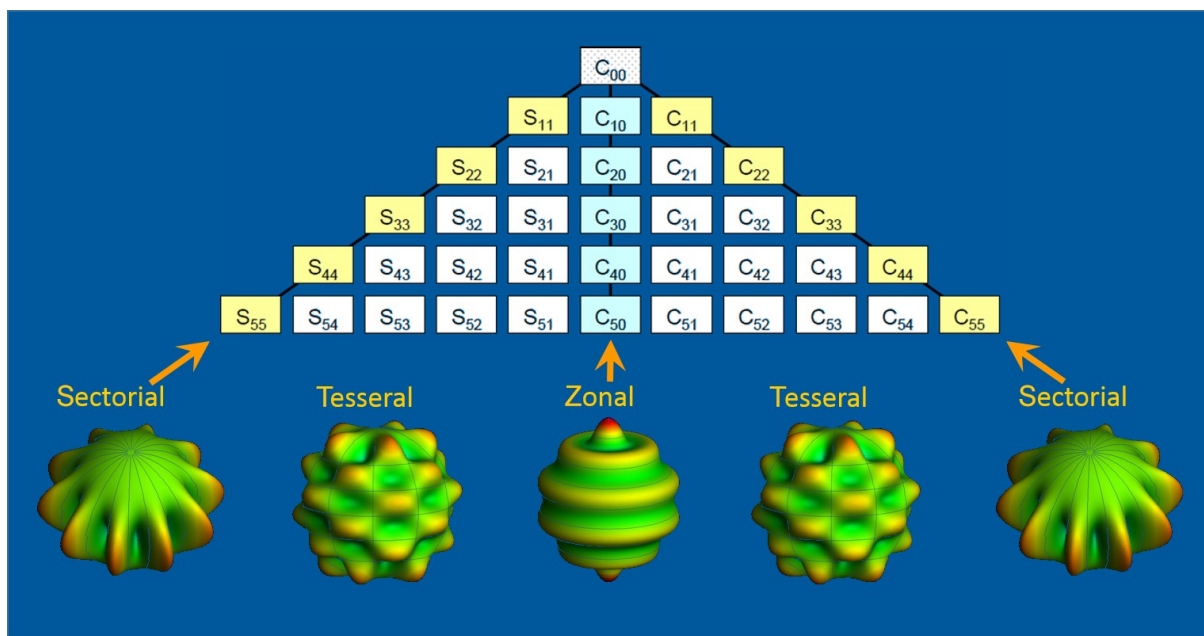
³ npr. $n = 2800$ je ~ 14 km ali $n = 10800$ je $\sim 3,7$ km

⁴ Angl. Zonal

⁵ Angl. Tesseral

⁶ Angl. Sectorial

n_{max} sestavlja $(n_{max} + 1)^2$ koeficientov (glej sliko 2.9). Koeficienti C_{nm} in S_{nm} in njihove kombinacije so v praksi pridobljeni iz terenskih gravimetričnih meritev, satelitskih opazovanj ali kot izvedene količine iz modeliranja digitalnih modelov reliefa. Ti koeficienti se tudi dejansko uporabljajo pri izračunih različnih funkcij iz modelov težnostnega polja (Ince in sod., 2019).



Slika 2.9: Prikaz razvoja sfernih funkcij težnostnega polja (Ince in sod., 2019).

Figure 2.9: Mathematical representation of gravitational field potential from spherical harmonics (Ince et al., 2019).

V preglednici 2.3 so prikazana razmerja med maksimalno stopnjo razvoja (n_{max}), številom sfernih harmoničnih koeficientov (št_{SH}) in samo resolucijo modela (ψ_{min}).

Preglednica 2.3: Razmerje maksimalne stopnje razvoja, števila koeficientov in ločljivostjo modela.
 Table 2.3: Relations between maximum order of expansion, number of coefficients and the resolution of the model.

n_{max}	št_{SH}	ψ_{min}	
		[°]	[km]
2	9	90,000	10.000,0
5	36	36,000	4000,0
10	121	18,000	2000,0
15	256	12,000	1333,3
30	961	6,000	666,7
50	2601	3,600	400,0
75	5776	2,400	266,7
180	32.761	1,000	111,1
360	130.321	0,500	55,6
500	251.001	0,360	40,0
1000	1.002.001	0,180	20,0
2000	4.004.001	0,090	10,0
10.000	100.020.001	0,018	2,0

Globalni geopotencialni modeli imajo velik pomen zaradi svoje uporabnosti na območju celotne Zemlje, ker niso omejeni samo na celine oz. oceane. Njihova slaba stran je relativno majhna ločljivost v predstavitvi težnostnega polja manjših območij na Zemlji.

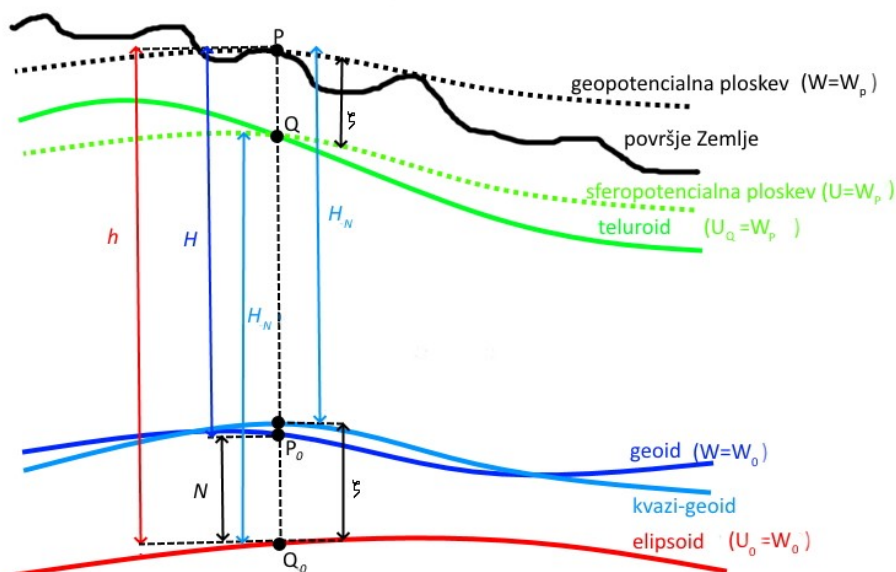
2.10 Metode določanja vpliva topografskih mas Zemlje na težnost

Z absolutnimi ali relativnimi gravimetričnimi meritvami pridobimo podatke dejanske težnosti na (običajno) fizični površini Zemlje. Tako izmerjene vrednosti težnosti so pridobljene na različnih nadmorskih višinah in na različnih geografskih širinah. Vsebujejo vse možne prostorske in časovne vplive na težnostno polje raziskovanega območja in tako niso medsebojno neposredno primerljive. Prostorsko se težni pospešek spreminja z geografsko širino in nadmorsko višino opazovališča, zaradi vpliva okoliške topografije in razlike v gostoti topografskih mas. Prav tako se, v različnih časovnih obdobjih izmerjene vrednosti težnega pospeška, razlikujejo zaradi časovnih sprememb težnostnega polja in zaradi neenakomernega delovanja gravimetra (Kuhar, 2013).

Vrednosti težnostnega polja uporabljata pri svojih raziskavah tako geodezija kot geofizika. Geodezija jih uporablja predvsem za proučevanje odstopanj Zemlje od njene matematično definirane elipsoidne oblike, torej za reševanje problema robnega pogoja (BVP⁷) in s tem določitve mejne ploskve (geoida). Pri klasičnem pristopu reševanja problema se zahteva, da so vse mase znotraj robne ploskve, torej ni zunanjih mas. Zato se morajo: 1.) vse merjene gravimetrične točke »premakniti«⁷ iz površja Zemlje na robno ploskev in 2.) reducirati vse atmosferske in topografske mase med površjem Zemlje (kjer so izvedene gravimetrične meritve) in robno ploskvijo. V geofiziki pa se prostorske spremembe težnosti uporabljajo za določitev sprememb gostote v skorji in zgornjem plašču (t. i. *prečni kontrast gostote*), z namenom pridobitve podatkov o geologiji podzemnih plasti. Na ta način obe vedi pristopata (na podoben vendar ne enak način) k redukciji merjenih vrednosti težnega pospeška v obliko primerno za raziskave (interpretacijo).

Cilj redukcije vrednosti težnosti je dobiti anomaljske vrednosti, ki odražajo geodetski oz. geofizikalni problem (oblika Zemlje oz. kontrast gostote). Redukcija merjenih vrednosti težnosti pomeni preračun merjenih vrednosti na eno skupno raven, kjer lahko medsebojno primerjamo vse vrednosti. V grobem so te primerjalne ploskve geoid oz. katerakoli druga poljubna ekvipotencialna ploskev ali elipsoid, kot je prikazano na sliki 2.10.

⁷ Angl. Boundary Value Problem



Slika 2.10: Reduciranje merjene težnosti v točki P na površju Zemlje navzdol do referenčne ploskve.

Figure 2.10: Reducing of gravity from the Earth surface in point P down to the reference surface.

Redukcijo merjenih vrednosti težnega pospeška dosežemo z uvedbo različnih popravkov. Namen redukcije merjenih vrednosti težnega pospeška v geodeziji je premestitev topografskih mas zunaj referenčne ploskve na takšen način, da npr. geoid postane robna ploskev. V fizikalni geodeziji je zahteva, da s premeščanjem topografskih mas ne vplivamo na maso celotne Zemlje. Torej je potrebno mase v okolici opazovališča vtisniti v notranjost Zemlje, ali pa enakomerno razporediti na njeno površje tako, da oblika geoida ostane nespremenjena. Redukcija na geoid je vedno opravljena z upoštevanjem določenih hipotez o gostoti notranjosti Zemlje. Iz tega izhajajo tudi npr. največji možni pogoški pri gravimetrični določitvi geoida, ki je eden od temeljnih izdelkov fizikalne geodezije (Kuhar, 2013). Zaradi večinoma nepoznane notranje strukture Zemlje je redukcija merjenih težnih pospeškov s površja Zemlje do robne ploskve (npr. geoid) ena od najkompleksnejših in ne-enoličnih nalog v modeliranju težnostnega polja Zemlje (Varga, 2018).

V splošnem se prostorski popravki merjenih vrednosti težnosti delijo na dve skupini: izostazijske in neizostazijske. Pri prvih se pri redukciji upošteva ena od teorij izostazije, pri drugih pa ne. Glede natančnosti in oblike redukcije zaradi privlačnosti okoliških topografskih mas, kot največjega vpliva in ostalih manjših vplivov, poznamo več vrst različnih popravkov. Razvili in dopolnili so jih različni avtorji in so v vsesplošni uporabi:

- 1.) popravek višine oz. popravek prostega zraka⁸,
- 2.) Bouguerov popravek,

⁸ Angl. Free-Air correction (FA)

- 3.) 1. in 2. Helmertova kondenzacija,
- 4.) Molodenski, Airy-Heiskanen, Pratt-Hayford, Vening-Meinescz, Rudzkijeva inverzija,
- 5.) terenski popravki oz. modeliranje preostalega terena⁹ in
- 6.) popravek Poincare-Pray.

V nadaljevanju podajamo opis neizostazijskih popravkov, ki smo jih uporabili v praktičnem delu te naloge.

2.10.1 Popravek višine oz. popravek prostega zraka

Popravek višine oz. popravek prostega zraka (δg_{FA}) predstavlja popravljane merjene vrednosti težnega pospeška za nadmorsko višino opazovališča, ter njegovo direktno redukcijo na referenčno ploskev tj. geoid, teluroid ali elipsoid po težiščnici (slika 2.10). Pri tem se topografske mase, ki se nahajajo med površjem Zemlje in referenčno ploskvijo, ne upoštevajo. Redukcija se izvede v teoretičnem »brezmasnem« prostoru. Popravek je vedno pozitiven in velja (Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005):

$$g_{FA} = g + \delta g_{FA} = g + \left(-\frac{\partial g}{\partial H} H_P\right), \quad (2.59)$$

pri čemer je H_P višina točke P na površju Zemlje merjena od referenčne ploskve in $\delta g_{FA} = -\frac{\partial g}{\partial H} H_P$ popravek prostega zraka ali vertikalni gradient dejanske težnosti, ki je odvisen od položja in dejanskega težnostnega polja Zemlje. Točno vrednost dejanskega vertikalnega gradienta lahko dobimo iz enačbe:

$$\frac{\partial g}{\partial H} = \frac{\partial g}{\partial z} = -W_{zz} = -2gJ + 4\pi G\rho - 2\omega^2. \quad (2.60)$$

Dejanskega vertikalnega gradienta ne moremo enostavno izračunati zaradi nepoznavanja ρ (gostota mas med površjem Zemlje in geoidom), zato za praktične namene popravek lahko izračunamo na več načinov. Prvi način je približna enačba z aproksimacijo vertikalnega gradienta normalne težnosti oz. enačba prvega reda (Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005):

$$\delta g_{FA} = 0,30855076 H_{(m)} [mGal]. \quad (2.61)$$

Uporabljamo lahko enačbo z vključenim drugim redom. Hofmann-Wellenhof in Moritz (2005) podata približno enačbo drugega člena glede na teoretično težnost z uporabo elipsoidne višine h :

$$g_h = -\frac{2g_e}{a} \left[1 + f + m + \left(-3f + \frac{5}{2}m\right) \sin^2 \varphi\right] h + \frac{3g_e h^2}{a^2}, \quad (2.62)$$

⁹ Angl. Residual Terrain Modelling (RTM)

kjer veljajo parametri za elipsoid iz preglednice 2.1. Za GRS80 elipsoid torej velja enačba (Hinze in sod., 2005):

$$\delta g_{FA} = -(0,3087691 + 0,0004398 \sin^2 \varphi)h + 7,2125 \times 10^{-8} h^2, \quad (2.63)$$

kjer je višina h v metrih, popravek v [mGal]. Višina se nanaša na elipsoidno višino.

2.10.2 Topografski popravek

Vpliv okoliških topografskih mas odstranimo s topografskim popravkom. Tega lahko razčlenimo na popravek za Bouguerovo ploščo (δg_B) in terenski popravek (δg_T).

2.10.3 Popravek Bouguerove plošče

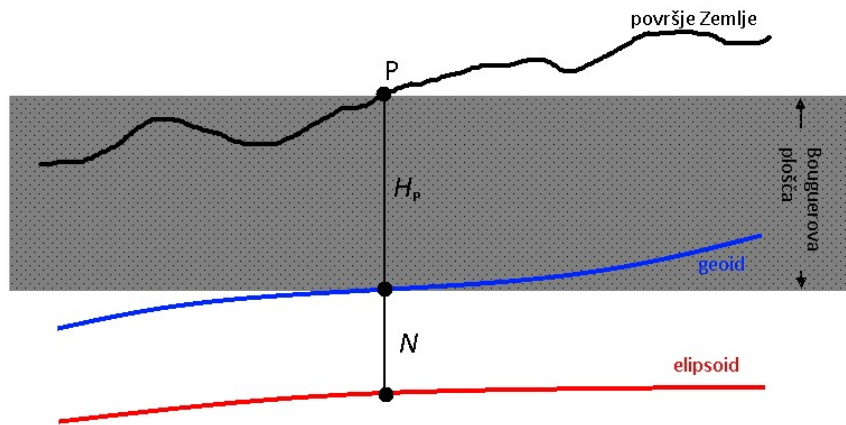
Za izračun Bouguerovega popravka predpostavimo, da se merska točka na površini Zemlje nahaja na horizontalni plošči neskončnih razsežnosti. Plošča ima debelino H_P (nadmorska višina točke P) in konstantno gostoto, t. i. Bouguerovo gostoto ρ (slika 2.11). Bouguerova plošča ne more zamenjati dejanskega reliefa okoli merske točke. Zato z uvedbo terenskega popravka poizkušamo v največji možni meri odpraviti nepravilnosti reliefa. Popravek za Bouguerovo ploščo lahko izračunamo s pomočjo enačbe (Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005):

$$\delta g_B = 2\pi G\rho H_P = 0,04191\rho H_P, \quad (2.64)$$

kjer je ρ gostota, H_P nadmorska višina v m in Bouguerjev gradient $-\frac{\partial g}{\partial h} = -2\pi G\rho$ izražen v $\frac{mGal}{m}$. Enačba (2.64) je poznana kot direktni topografski vpliv – DTE¹⁰ (Wichiencharoen, 1982). Če uporabimo splošno prevzeto vrednost za gostoto $\rho = 2670 \text{ kgm}^{-3}$ dobimo:

$$\delta g_B \approx 0,1119H_P. \quad (2.65)$$

¹⁰ Angl. Direct topographical effect

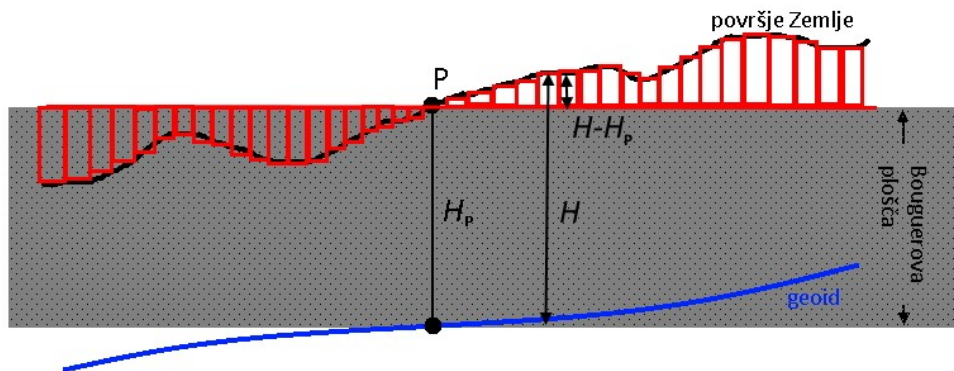


Slika 2.11: Popravek Bouguerove plošče.

Figure 2.11: Bouguer plate correction.

2.10.4 Terenski popravek

Terenski popravek predstavlja vpliv dodatnih oz. manjkajočih okoliških topografskih mas nad Bouguerovo ploščo (slika 2.12). Določajo se relativno glede na višino opazovane točke (H_p).



Slika 2.12: Terenski popravek, prikaz vpliva dodatnih oz. manjkajočih topografskih mas.

Figure 2.12: Terrain correction, illustration of effect caused by surplus and deficiencies of the topographic masses.

Po Hofmann-Wellenhof in Moritz (2005) je terenski popravek:

$$\delta g_{TC} = \frac{G\rho R^2}{2} \int_{\sigma} \frac{(H-H_p)^3}{l^3} d\sigma. \quad (2.66)$$

Analitična oblika izraza za terenski popravek, kot velja na kopnem je (Tziavos in Sideris, 2013):

$$\delta g_{TC} = G \iiint_H^{H_p} \frac{\rho_C(x,y,z)(H_p-z)}{l^3} dx dy dz, \quad (2.67)$$

kjer je P točka izračuna, l razdalja med točko izračuna in točko integrala in velja $l = \sqrt{(x_P - x)^2 + (y_P - y)^2 + (z_P - z)^2}$.

Nad oceani se terenski popravek nadomesti z batimetričnim popravkom (δg_{BC}) ali vplivom kontrastne gostote¹¹ (Tsoulis, 1999, Tziavos in Sideris, 2013):

$$\delta g_{BC} = G \iiint_{-H}^0 \frac{\Delta\rho(x,y,z)(H_P-z)}{l^3} dx dy dz, \quad (2.68)$$

kjer je $\Delta\rho$ razlika v gostoti med plaščem in vodo ($\Delta\rho \approx 1670 \text{ kgm}^{-3}$).

Vpliv (velikost) terenskega popravka je zelo odvisen od bližnje okoliške topografije obravnavane točke. V splošnem velja, da je v ravninskih predelih, kjer je okoliška topografija v razponu nekaj 10 m, popravek velikosti 0,1 do 1 mGal. V hribovitih predelih, kjer je višinski razpon topografije nekaj 100 m, je velikost popravka med 1 in 10 mGal; v gorskih predelih pa lahko doseže popravek tudi nekaj 10 mGal (Hinze in sod., 2013). To kaže na velik pomen točnega modeliranja teh popravkov.

2.11 Anomalije težnosti

Glede na to, katere popravke prištejemo merjeni vrednosti težnega pospeška, razlikujemo naslednje anomalije težnosti:

2.11.1 Anomalija prostega zraka¹²:

$$\Delta g_{FA} = g_{mer} + \delta g_{FA} - \gamma, \quad (2.69)$$

pri čemer je g_{mer} – merjena vrednosti težnega pospeška, δg_{FA} – popravek prostega zraka in γ – normalna vrednost težnega pospeška. Anomalije prostega zraka so sorazmerne z višino območja, torej čim višja je točka, tem večja je anomalija.

2.11.2 Bouguerova anomalija

Ločimo med Bouguerovo anomalijo in popolno Bouguerovo anomalijo. Za Bouguerovo anomalijo velja:

$$\Delta g_B = g_{mer} + \delta g_{FA} - \delta g_B - \gamma, \quad (2.70)$$

pri čemer je δg_B – popravek Bouguerove plošče. Za popolno Bouguerovo anomalijo velja:

$$\Delta g_{CB} = g_{mer} + \delta g_{FA} - \delta g_B + \delta g_T - \gamma, \quad (2.71)$$

¹¹ Angl. Density contrast effect

¹² Angl. Free air anomaly

pri čemer je δg_T – terenski popravek.

Določitev terenskega popravka predstavlja največji izziv v postopku računanja anomalij težnosti in veliko avtorjev se ukvarja s problemom določitve vpliva okoliških mas. Uporabljeni so pristopi modeliranja z različnimi telesi kot npr. pravilni kvadrati (npr. Nagy, 1966, Forsberg, 1984), točkovne, linijske ali ploskovne mase (npr. Tsoulis, 1999), itd. Pri izračunih popravkov se uporablja metoda numerične integracije s pomočjo digitalnega modela reliefa. V ta namen je bilo razvitih nekaj različnih programskih orodij, npr. TC (Forsberg, 1984, Forsberg in Tscherning, 2008), Terrain (Ma in Watts, 1994), FA2BOUG (Fullea in sod., 2008), GSolve (McCubbine in sod., 2018), GTeC (Cella, 2015), TGF (Meng in sod., 2020).

Bouguerove anomalije se uporabljajo v raziskavah uporabne geofizike in geologije, saj so odraz sprememb gostote v notranjosti Zemlje. V hribovitih območjih so večinoma negativne, na morskih površinah pa pozitivne. V primeru, da smo pravilno ocenili gostoto Bouguerove plošče, so anomalije korelirane s topografijo površja Zemlje. Bouguerova anomalija ima velik *indirektni učinek*. Ta nastane, ker se z odstranjevanjem ali premeščanjem vidnih mas spremeni tudi težnostno polje, posledično njegov potencial, s tem pa tudi potencial na samem geoidu.

Indirektni učinek ima različno obravnavo (pomen) v geodeziji oz. geofiziki. V geodeziji predstavlja popravek, ki se ga aplicira na približek geoida¹³, določenega iz reduciranih anomalij težnosti. Tako se s pomočjo indirektnega učinka določi model geoida z uporabo različnih tehnik (Hackney in Featherstone, 2003). V geofiziki pa predstavlja razliko (popravek) med geoidom in referenčnim elipsoidom. Izvor te razlike v smislu anomalij težnosti je jasen, če vemo, da se v posamezni točki primerjata dejansko merjena težnost in teoretična (normalna) težnost. Popravki pri izračunu normalne težnosti (popravek prostega zraka) se nanašajo na elipsoid in elipsoidne višine (h), dejansko merjene vrednosti težnega pospeška, pa se običajno izvajajo na površju zemlje s podano nadmorsko (ortometrično) višino H . Razlika med njima (M) je na globalnem nivoju do ~100 m. To je ekvivalentno maksimalni vrednosti indirektnega efekta ~20 mGal (Hackney in Featherstone, 2003).

2.12 Izračun gravitacijskega vpliva topografskih mas

Vpliv topografskih mas lahko izračunamo z uporabo analitičnih, numeričnih ali kombiniranih metod. Numerične in kombinirane metode so uporabnejše v primeru izračunov več kot ene točke (običajno za točke v pravilni mreži), pri čemer so pristopi odvisni predvsem od narave »problema« in zahtevane stopnje natančnosti. Učinkovitost računskih metod lahko povečamo z uvedbo spektralnih tehnik, ki omogočajo hitro ovrednotenje ustreznih količin (Tsoulis in Tziavos, 2003).

¹³ Angl. Co – geoid

Obstajajo različne računske metode, ki se uporabljajo za izračun topografsko-izostatičnih vplivov:

- 1.) metoda neposredne integracije,
- 2.) hitra Fourierjeva transformacija (FFT),
- 3.) razširitev s sfernimi harmoničnimi funkcijami¹⁴,
- 4.) *spline* funkcije in
- 5.) kombinirane metode.

Terenski popravki, ki temeljijo na zaprtih analitičnih izrazih¹⁵ so sicer časovno potratni vendar najnatančnejši (Tsoulis in sod., 2009). Druge računske metode, ki vključujejo FFT ali polinomske modele pa računske izraze razvijejo v obliko Taylorjevih vrst (glej Schwarz in sod., 1990). V praksi so najpogosteje uporabljeni pristopi izračuna vpliva okoliških mas z naslednjimi liki: kvadri, linijami in tesoroidi (Li, 1993, Tsoulis in sod., 2009), kot je opisano v nadaljevanju. Za vse te preproste like obstajajo analitični izrazi, ki omogočajo izračun gravimetričnega vpliva, vendar pa so računsko (časovno) zahtevni, predvsem ko se uporabi topografske modele z visoko resolucijo (Holzrichter in sod., 2019). Uporaba sfernih harmoničnih vrst zahteva obsežne računske operacije. Na primer, da bi v sferni geometriji uporabili podatke o topografiji z velikostjo celice 1×1 km bi bilo potrebno sferno harmonično raztezanje do stopnje in reda 36.000. Sfernih harmoničnih vrst do te visoke stopnje ni mogoče izračunati zaradi nestabilnosti določitev pripadajočih Legendrejevih funkcij. Zato metoda sferne harmonične razširitve topografije ni najprimernejša za zelo podrobno lokalno omejeno modeliranje, je pa seveda ustrežnejša pri modeliranju na globalnem nivoju (Makhloof, 2007).

2.12.1 Teoretično modeliranje okoliških mas

V teoriji lahko vpliv okoliških topografskih mas modeliramo z različnimi geometrijskimi telesi. Uporabimo različne idealne 2D oz. 3D like oz. teles, modeliranje njihovega vpliva tako pomeni ustrezno prilagoditev enačbe (2.8). V preglednici 2.4 je zbran pregled nekaterih najpogosteje uporabljenih likov oz. teles v kartezičnem koordinatnem sistemu, ki so v vsesplošni uporabi (Hinze in sod., 2013). Prikaz pripadajočih točk, likov oz. teles in njihovih parametrov je na sliki 2.13.

Preglednica 2.4: Pregled različnih točk, likov oz. teles in njihovega vpliva na težnost (Hinze in sod., 2013, str. 49).

Table 2.4: Gravity effects of the point, spherical, line and cylindrical sources (Hinze et al., 2013, p.49).

Vir	Gravimetrični vpliv
(1) Točkovna masa	$g_{\#1} = G \times (m = \Delta\rho \times \text{volumen}) \times (z/r^3)$
(2) Krogla	$g_{\#2} = (4\pi G \Delta\rho R^3) / (3z^2 [1 + (x^2/z^2)]^{3/2})$
(3) ∞ H-linijska masa	$g_{\#3} = 2G \times (m = \Delta\rho \times \text{površina}) \times (z/r^2)$

se nadaljuje ...

¹⁴ Angl. Spherical harmonic expansion

¹⁵ Angl. Closed analytic expressions

... nadaljevanje preglednice 2.3

(4) ∞ H-valj

$$g_{\#4} = (2\pi G\Delta\rho R^2)/[x^2 + z^2]$$

(A) 2.5D

$$g_{\#4A} = g_{\#4} \times \left\{ [1 + (r/Y)^2]^{-\frac{1}{2}} \right\}$$

(B) 2.75D

$$g_{\#4B} = g_{\#4} \times \left\{ 0.5[1 + (r/y'_a)^2]^{-\frac{1}{2}} + [1 + (r/y'_b)^2]^{-\frac{1}{2}} \right\}$$

(5) ∞ V-linijska

$$g_{\#5} = (\pi G\Delta\rho R^2)/[x^2 + z^2]^{1/2}$$

masa

(6) ∞ V-valj

$$g_{\#6} = (K_A)g_{\#6A} + (K_B)g_{\#6B} + (K_C)g_{\#6C}$$

(A) $K_A = 0$ & 1

$$g_{\#6A} = 2\pi G\Delta\rho [(z^2 + R^2)^{1/2} - z]$$

$\forall(x = 0)$

(B) $K_B = 0$ & 1

$$g_{\#6B} = 2\pi G\Delta\rho R \left\{ \frac{1}{z} \left(\frac{R}{\sqrt{x^2+z^2}} \right) - \frac{1}{16} \left(\frac{R}{\sqrt{x^2+z^2}} \right)^3 \left(\frac{2z^2-x^2}{x^2+z^2} \right) + \frac{1}{128} \left(\frac{R}{\sqrt{x^2+z^2}} \right)^5 \left(\frac{35z^4}{(x^2+z^2)^2} - \frac{30z^2}{x^2+z^2} + 3 \right) + \dots \right\}$$

$\forall(0 < x \leq R)$

(C) $K_C = 0$ & 1

$$g_{\#6C} = 2\pi G\Delta\rho R \left\{ 1 - \left(\frac{z}{R} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{2z^2-x^2}{R^2} \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{8z^4-24z^2x^2+3x^4}{R^4} \right) + \dots \right\}$$

$\forall(x > R)$

(7) Končni V valj

$$g_{\#7} = g_{\#6} (@z_1) - g_{\#6} (@z_2)$$

(A) $\forall(z > x = 0)$

$$g_{\#7A} = (2\pi G\Delta\rho)[r_1 + \delta z - r_2]$$

$$\forall r_i = [R^2 + z_i^2]^{1/2} \quad i = 1, 2$$

(B) $\forall(z = x = 0)$

$$g_{\#7B} = (2\pi G\Delta\rho)[\delta z + R - (\delta z^2 + R^2)^{1/2}]$$

(C) za $(R \rightarrow \infty)$

$$g_{\#7C} = 2\pi G\Delta\rho \delta z$$

(8) segment (del) V-

$$g_{\#8} = \theta G\Delta\rho [r_1 - r_2 + r_3 - r_4]$$

valja

$$\forall r_i = [R_j^2 + z_i^2] \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad j = 1, 2$$

(9) Bouguer H-plošča

$$g_{\#9} = 2\pi G\Delta\rho \delta z = g_{\#7C}$$

(10) Tanka α -nagnjena

$$g_{\#10} = 2\pi G\Delta\rho t \left[\sin \alpha \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) - (\theta_2 + \theta_1) \cos \alpha \right]$$

ploskev (2D)

(11) Tanka V-ploskev

$$g_{\#11} = (2G\Delta\rho t) \ln[(z_2^2 + x^2)/(z_1^2 + x^2)]$$

(2D)

(12) Tanka H-ploskev

$$g_{\#12} = 2G\Delta\sigma\delta z\Delta\phi$$

(2D)

(13) Tanka $S-\infty$ H-

$$g_{\#13} = 2G\Delta\sigma\delta z[(\pi/2) - \tan^{-1}(x/z)]$$

plošča (prelom)

(A) $\forall(x = 0)$

$$g_{\#13A} = \pi G\Delta\sigma\delta z$$

(14) Debela $S-\infty$ H-

$$g_{\#14} = 2G\Delta\rho [x \ln(r_2/r_1) + \pi t - z_2\phi_2 + z_1\phi_1]$$

plošča (prelom)

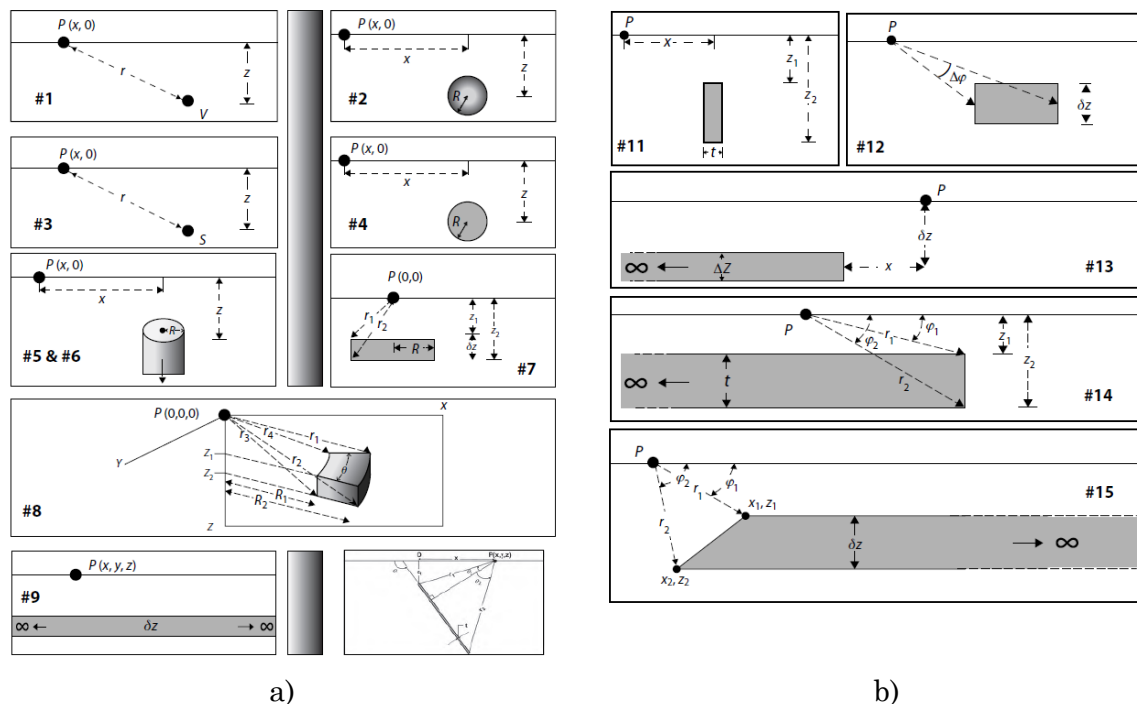
(15) Poševna $S-\infty$ H-

$$g_{\#15} = 2G\Delta\rho \left[z_2\phi_2 - z_1\phi_1 + \left[\frac{x_2z_1 - x_1z_2}{\Delta x^2 + \delta z^2} \right] \left[\delta z \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) + \Delta x \Delta\phi \right] \right]$$

plošča

$$\forall \Delta x = (x_2 - x_1) \quad \Delta\phi = (\phi_1 - \phi_2)$$

Opomba: znak \forall pomeni »za vse«; okrajšava H za horizontalne smeri in V za vertikalne smeri; g je vertikalna anomalija težnosti izražena v [Gal] in izračunana glede na izhodišče (0, 0, 0) s spremembo (kontrastom) gostote $\Delta\rho$ v [gcm^{-3}], na razdalji x in z ; G je gravitacijska konstanta; r je razdalja med točko izračuna in centrom, osjo ali robom lika; R je polmer krogle oz. valja; θ je kot med horizontalno ravnino in ustrezno točko v radianih. Ostale označbe so razvidne iz slike 2.13.

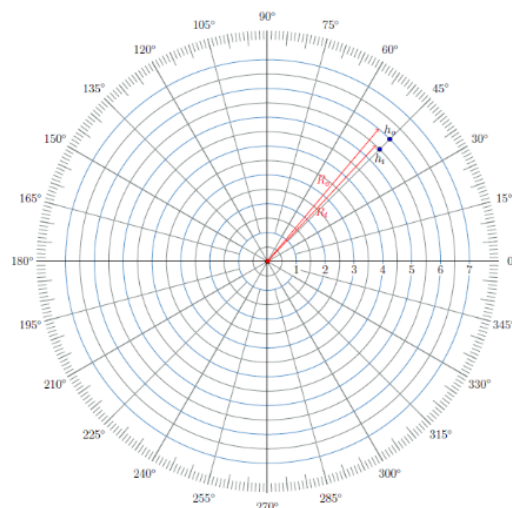


Slika 2.13: Slikovni prikazi parametrov geometrijskih likov za modeliranje gravitacijskih vplivov a) masnih točk, krogle, masnih linij in valja ter b) vodoravnih in nagnjenih plošč navedenih v preglednici 2.3 (Hinze in sod., 2013, str. 50-51).

Figure 2.13: Pictorial representations of the geometric parameters for modeling the gravity effects of a) the point mass, sphere, line mass and cylinder and b) the horizontal and inclined slabs, all identified in Table 2.3 (Hinze in sod., 2013, p. 50-51).

2.12.2 Modeliranje vpliva okoliških mas v praksi

Klasično »ročno« metodologijo računanja terenskih popravkov je razvil Hammer (1939), ki je za praktičen izračun vpliva topografskih mas okolico posamezne točke na Zemlji razdelil v mrežo pravilnih likov. Topografijo v okolici točke obravnave razdelimo na koncentrične cilindre in jih s sistemom vertikalnih ravnin razsekamo na kolobarje. Osnovni princip je razviden iz slike 2.14. Z razdelitvijo na dodatne cone in izboljšavami pripadajočih tabel za izračun popravkov so metodo izpopolnjevali različni avtorji npr. Bible (1962), Douglas in Prah (1972), Hammer (1982), dosega pa se natančnosti izračuna do 0,1 mGal (Hinze in sod., 2013). Ta pristop velja za časovno zelo potratnega in je bil večinoma zanemarljiv, razen za vpliv najbolj »grobe topografije« (Hackney in Featherstone, 2003).

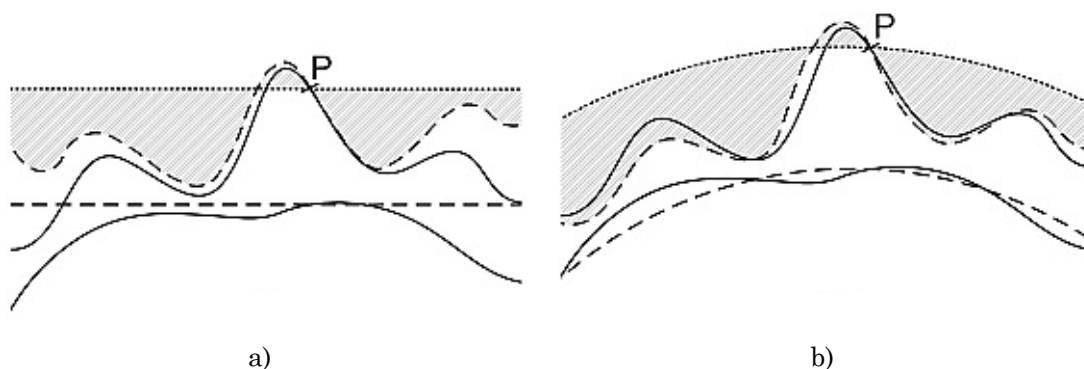


Slika 2.14: Razdelitev okolice točke na mrežo koncentričnih likov (npr. Hammerova mreža) (Connor in Connor, 2017).

Figure 2.14: Dividing the vicinity of a point into a network of concentric figures (eg Hammer's network) (Connor in Connor, 2017).

S pojavom in uporabo digitalnih modelov reliefa (DMR) pa so se postopki izračuna spremenili. Izračun gravitacijskega potenciala in njegovih odvodov (vektorjev), ki je glede na porazdelitev Zemljinih mas, odvisen od dveh osnovnih lastnosti: 1.) izračuna geometrije telesa in 2.) poznavanja ustrezne porazdelitve gostote mas. Običajno porazdelitev gostote mas ni poznana in se v večini primerov izračuna ne upošteva. Prevzame se neko srednjo vrednost gostote za Zemljine mase (Tsoulis in sod., 2009).

Razvite so bile različne računske strategije. Vpliv topografskih mas se modelira z različnimi telesi, kot so predstavljeni v preglednici 2.3 in prikazani na sliki 2.13, pri čemer se računa privlačni vpliv (potencial) teh diferencialno majhnih likov/teles na točko obravnave. Problemi različnih modelov so vezani predvsem na koordinatni okvir podanih DMR-jev, to je njihove velikosti v smislu obravnave celotnega območja in njihove natančnosti. Posamezne celice DMR-ja definirajo različna geometrijska telesa. Tako lokalni/regionalni DMR, običajno pridobljeni z npr. fotogrametričnimi postopki, ki pokrivajo območja nekaj km², podajajo višine topografije v obliki pravokotnih presekov (celic). Medtem pa so globalni modeli DMR, ki pokrivajo večja območja (npr. SRTM), podani v elipsoidnih (geografskih) koordinatnih sistemih in podajajo višine topografije glede na referenčni geoid ali elipsoid (Tsoulis in sod., 2009). Zato se v praktičnih izračunih topografskih vplivov težnosti, glede na zgoraj navedeno, postopki modeliranja ločijo na ravninske in sferno-elipsoidne aproksimacije (pristope), kar je podrobneje predstavljeno v npr. Novák in sod. (2001), Tsoulis (2003), Novák in Grafarend (2005). V izogib strogemu ločevanju, glede na oblike celic podanih DMR, je bilo razvitih tudi več hibridnih metod, ki v osnovi razdelijo obravnavano območje na več delov in se tako lahko uporabi prednosti posameznih pristopov (Tsoulis in sod., 2009), glej tudi poglavje 2.12.4. Na sliki 2.15 sta prikazana ravninska in sferna aproksimacija terena. Polne črte predstavljajo dejanski teren in referenčno ploskev (geoid ali elipsoid), prekinjene črte pa modelirane višine terena glede na točko izračuna P za ravninsko ali sferno aproksimacijo.



Slika 2.15: Aproximacija terena: a) ravninska in b) sferna (Tsoulis in sod., 2009).
Figure 2.15: Approximation of terrain: a) planar and b) spherical (Tsoulis et al., 2009).

Potrebno je poudariti, da je v obeh primerih izračun možen samo do določene razdalje od obravnavane točke. Neupoštevanje ukrivljenosti Zemlje namreč privede do prevelikih pogreškov. Običajno je to nekaj kilometrov oz. nekaj ločnih minut za prehod iz ravninske v sferno oz. iz ravninske v elipsoidno aproksimacijo (Tsoulis in sod., 2009).

Tako iz teorije težnosti kot iz praktičnih izračunov velja dejstvo, da ima pri izračunih težnostnega potenciala in njegovih derivatov največji vpliv okoliška masa v bližini obravnavane točke. Zato je bistvenega pomena njeno pravilno detajlno modeliranje oz. pravilen izračun njenih vplivov. Z oddaljenostjo mas od točke izračuna se njihov vpliv zmanjšuje, zato ni več potrebno tako točno modeliranje. Pri tem se postavlja pomembno vprašanje, kako določiti velikost območja izračuna vpliva okoliških mas. Običajno je velikost določena z 1,5 ločne stopinje¹⁶ sferne kape okoli obravnavane točke, kar znaša 166,7 km (Tsoulis in sod., 2009) in jo imenujemo *Hayford-Bowie O2* cona¹⁷. Vendar pa to ni pravilo in niso redke obravnave npr. do razdalje 100 km (Hwang in sod., 2003), ali pa tudi več kot 200 km, saj pri obravnavi globalnih modelov ta vpliv ni zanemarljiv, kar dokažejo Mikuška in sod. (2006).

V naših praktičnih izračunih pri izdelavi te naloge smo uporabili metodo kvadrov, zato je v nadaljevanju podrobneje predstavljena. Je eden od najpogosteje uporabljenih pristopov pri lokalnem modeliranju vpliva, kjer je smiselna uporaba »ravne« Zemlje (MacMillan 1930, Mader 1951, Tsoulis 1999, Nagy in sod. 2000, Nagy in sod., 2002, Heck in Seitz 2007), saj so na voljo analitične enačbe za izračun gravitacijskega vpliva. Pri uporabi na večjih območjih lahko učinek ukrivljenosti Zemlje upoštevamo z navpičnim premikom kvadrov (Tsoulis in sod. 2009) ali dodatnimi transformacijami koordinat (npr. Makhloof, 2007), ki pa seveda podaljšajo računski čas. Poleg kvadrov se v praksi najpogosteje uporabljajo še naslednji liki: tesoroid¹⁸, polieder¹⁹, masna točka²⁰, masna linija in masna ploskev (slika 2.16 in slika 2.13).

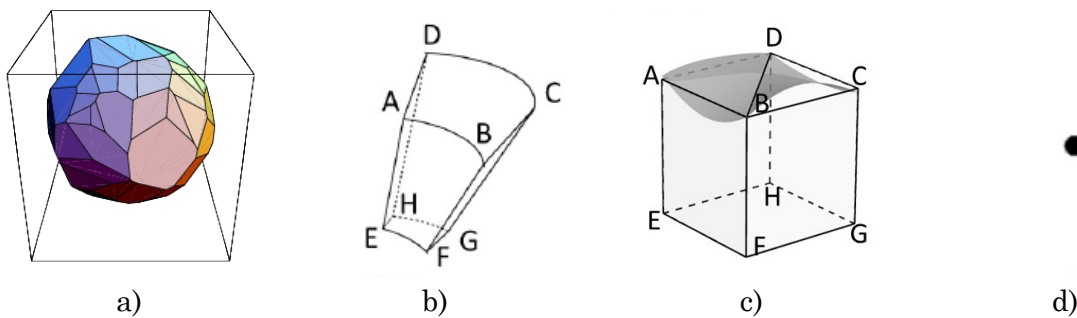
¹⁶ 1°29'58", po Bullard, 1936

¹⁷ Hayford and Bowie, 1912

¹⁸ Angl. Tesseract

¹⁹ Angl. Polyhedron

²⁰ Angl. Point mass



Slika 2.16: Prikaz najpogosteje uporabljenih teles za izračun gravitacijskih vplivov okoliške mase: a) polieder, b) tesoroid, c) kvader, d) masna točka (Meng in sod., 2020).

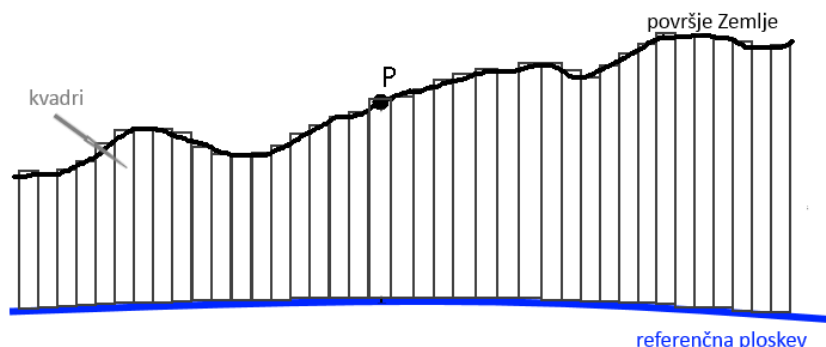
Figure 2.16: Preview of the most commonly used bodies for calculating the gravitational field of the surrounding mass: a) polyhedron, b) tesseroid, c) rectangular prism, d) point mass (Meng et al., 2020).

Z obravnavami različnih likov in različnimi računskimi pristopi se ukvarjajo številni avtorji. Pogosta je uporaba tesoroida (izraz je uvedel Anderson leta 1976), ki je podrobneje opisana v Anderson (1976), Heck in Seitz (2007), Tsoulis in sod. (2009) in dopolnjena s strani številnih avtorjev, npr. Grombein in sod., 2013, Uieda in sod., 2016, Marotta in sod., 2019, Lin in sod., 2020. Lik, ki ga omejujejo geografske krivulje elipsoida (ali krogle) je uporaben pri vseh DMR, ki so podani z geodetskimi koordinatami (φ , λ). Njegova prednost je predvsem v krajšem »računskem času«, saj ni potrebno izvajati transformacij DMR med koordinatni sistemi, kar ni zanemarljivo pri obravnavi večjih območij, kar dokazeta Heck in Seitz (2007). Uporaba poliedra je vse bolj zanimiva, saj omogoča boljše prilaganje razgibanemu terenu in je podrobneje predstavljena v Pohanka (1988), Petrović (1996), Tsoulis (2012), Ren in sod. (2017).

Vsaka metoda/pristop ima svoje prednosti in slabosti. Izvedene so tudi številne primerjave med njimi, npr. Heck in Seitz (2007), Saraswati in sod. (2019), Meng in sod. (2020). Na podlagi različnih tehnik regularizacije so bile v preteklih desetletjih razvita tudi različna programska orodja, npr. »TC« z ravninsko prizmo kot osnovno maso in uporabo Newtonove integracije ali »tcfour« z uporabo FFT pristopa (Forsberg, 1984), »Tcq« z Gaussovo funkcijo (Hwang in sod., 2003), »TOPOGEOPEOP« uporablja kombinacijo kvadrov in masnih linij (Li, 1993), C program »Tesseroids«, z Gauss-Legendrejevo funkcijo temelji na uporabi tesoroidov (Uieda in sod., 2016), »POLYHEDRON« omogoča analitično računanje poljubno oblikovanih poliedrov (Tsoulis, 2012), Matlabov »GTeC« uporablja metodo kvadrov (Cella, 2015) v kombinaciji s FFT (Sampietro in sod., 2016). V teoriji visoko ločljivi DMR-ji, skupaj s kompleksnimi geometrijskimi telesi (npr. poliedri), dajejo boljše in natančnejšo predstavitev terena, vendar predvsem na račun računске učinkovitosti (Wild-Pfeiffer, 2005). Zato se v praksi uporabljajo tudi t. i. kombinirane oz. hibridne metode, kar omogoča program »TGF« (Meng in sod., 2020), pri čemer gre za kombinacijo različnih likov, kot je delno predstavljeno tudi v poglavju 2.12.4.

2.12.3 Metoda z uporabo kvadrov (rectangular prisms)

Pogosto uporabljena metoda modeliranja topografskih mas temelji na uporabi kvadrov. V lokalnem kartezičnem koordinatnem sistemu $\{x, y, z\}$ so ravnine izbrane tako, da sta osi y in x vzporedne z lokalnim koordinatnim sistemom, v katerem imamo na razpolago digitalni model reliefa. Izpeljemo lahko izraze za določitev vpliva težnosti vsakega posameznega kvadra glede na točko obravnave P (slika 2.17 in slika 2.18).



Slika 2.17: Prikaz topografskih mas okoli obravnavane točke P s pomočjo kvadrov.
 Figure 2.17: Representation of topographic masses around the considered point P by means of prisms.

Analitični izraz za določitev težnostnega potenciala kvadra je (Nagy in sod., 2000):

$$V = G\rho \left[\int \int \int xy \ln(z+r) + xz \ln(y+r) + yz \ln(x+r) - \frac{x^2}{2} \arctan \frac{yz}{xr} - \frac{y^2}{2} \arctan \frac{xz}{yr} - \frac{z^2}{2} \arctan \frac{xy}{zr} \right]_{x_1}^{x_2} \Big|_{y_1}^{y_2} \Big|_{z_1}^{z_2} \quad (2.72)$$

pri čemer je $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, kot je razvidno tudi iz slike 2.18a. Odvodi potenciala V so podani z (Nagy in sod., 2000):

$$\begin{aligned} V_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} = -G\rho \left[\int \int \int x \ln(y+r) + y \ln(x+r) - z \arctan \frac{xy}{zr} \right]_{x_1}^{x_2} \Big|_{y_1}^{y_2} \Big|_{z_1}^{z_2} \\ V_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} = -G\rho \left[\int \int \int y \ln(z+r) + z \ln(y+r) - x \arctan \frac{yz}{xr} \right]_{x_1}^{x_2} \Big|_{y_1}^{y_2} \Big|_{z_1}^{z_2} \\ V_y &= -\frac{\partial V}{\partial y} = -G\rho \left[\int \int \int z \ln(x+r) + x \ln(z+r) - y \arctan \frac{zx}{yr} \right]_{x_1}^{x_2} \Big|_{y_1}^{y_2} \Big|_{z_1}^{z_2} \end{aligned} \quad (2.73)$$

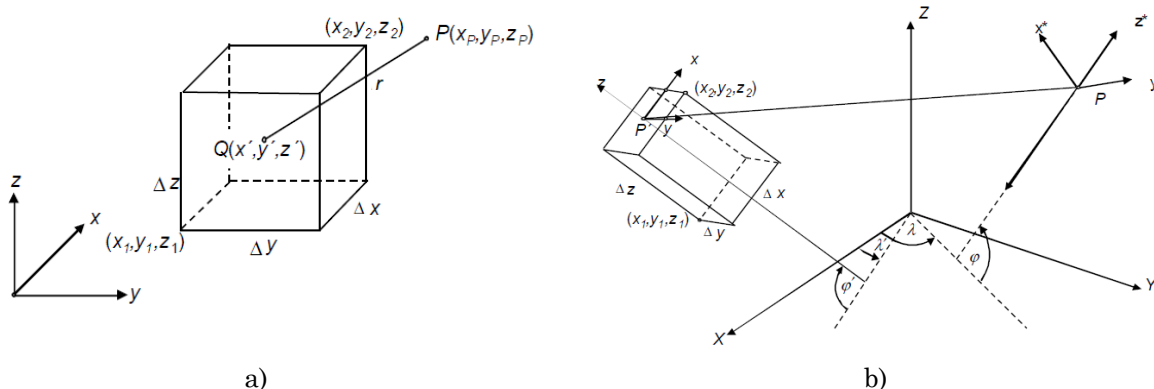
Podani analitični izrazi so primerni za uporabo v razdalji nekaj km okoli obravnavane točke, saj ne upoštevajo ukrivljenosti Zemlje (slika 2.15). Različni avtorji jih uporabljajo

do različnih razdalj, npr. [Nowell \(1999\)](#), [Hinze in sod. \(2005\)](#) do 15 km, [Zahorec in sod. \(2014, 2016\)](#) do 5,2 km, [Ren in sod. \(2020\)](#) celo do 2,0 km.

Vendar pa lahko ukrivljenost upoštevamo z uporabo DMR podanih v geocentričnih koordinatnih sistemih z geodetskimi koordinatami (φ , λ) in sicer s pomočjo transformacije (npr. [Makhloof, 2007](#), [Tsoulis in sod., 2009](#), [Kuhn, 2003](#), [Heck in Seitz, 2007](#)) prikazane na sliki 2.18b. V tem primeru gre večinoma za regionalne/globalne DMR, ki pokrivajo večja območja. Velja:

$$\begin{bmatrix} V_x^* \\ V_y^* \\ V_z^* \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\varphi, \lambda, \varphi', \lambda') \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}, \quad (2.74)$$

kjer je $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} s_1 s'_1 (c_2 c'_2 + s_2 s'_2) + c_1 c'_1 & s_1 (-c_2 s'_2 - s_2 c'_2) & -s_1 c'_1 (c_2 c'_2 + s_2 s'_2) + c_1 c'_1 \\ s'_1 (s_2 c'_2 + c_2 s'_2) & s_2 s'_2 + c_2 c'_2 & c'_1 (-s_2 c'_2 + c_2 s'_2) \\ -c_1 s'_1 (c_2 c'_2 + s_2 s'_2) + s_1 c'_1 & c_1 (-c_2 s'_2 + s_2 c'_2) & c_1 c'_1 (c_2 c'_2 + s_2 s'_2) + s_1 s'_1 \end{bmatrix}$
 in $s_1 = \sin \varphi, s_2 = \sin \lambda, c_1 = \cos \varphi, c_2 = \cos \lambda, s'_1 = \sin \varphi', s'_2 = \sin \lambda', c'_1 = \cos \varphi', c'_2 = \cos \lambda'$.



Slika 2.18: a) Oznake pri definiranju kvadra ([Makhloof, 2007, str. 49](#)), b) Transformacija kvadrov med koordinatnimi sistemi ([Makhloof, 2007, str. 52](#)).

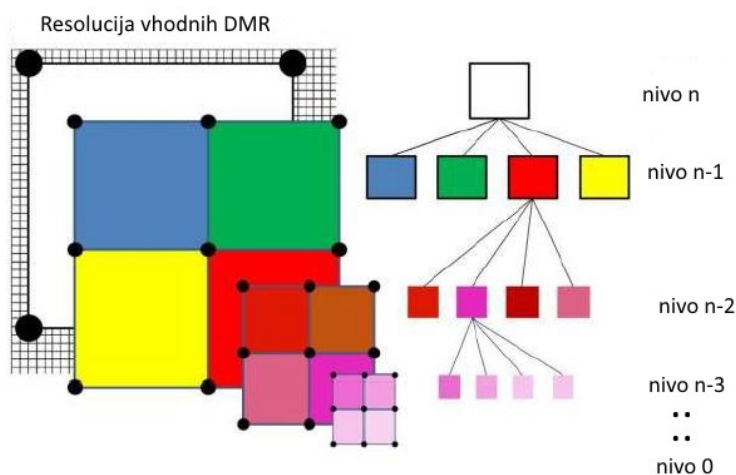
Figure 2.18: a) Notation used for the definition of a rectangular prism ([Makhloof, 2007, p. 49](#)), b) Transformation of prisms between coordinate systems ([Makhloof, 2007, p. 52](#)).

Metoda izračuna vpliva topografije s pomočjo kvadrov velja za eno najbolj učinkovitih, zanesljivih in natančnih za izračune v bližini obravnavane točke. Gre za standardno metodo, ki je najpogosteje uporabljena v postopkih modeliranja topografije, predvsem iz razloga, da je večina DMR-jev podana v lokalnih kartezičnih koordinatnih sistemih, torej v ravninski aproksimaciji s pravokotnimi razrezi ([Tsoulis in sod., 2009](#)).

Podrobnejši opis pristopa modeliranja topografije z metodo uporabe kvadrov, ki temelji na numerični integraciji z zaprtimi analitičnimi izrazi, je podan v [Mader \(1951\)](#), [Nagy in sod. \(1966, 2000, 2002\)](#), [Tsoulis in sod. \(2009\)](#). Z razvojem v Taylorjeve vrste pa v [Heck \(2003\)](#), [Anderson \(1976\)](#), [Forsberg \(1984\)](#), [MacMillan \(1930\)](#) in ga tukaj podrobneje ne predstavljamo.

2.12.4 Hibridna metoda – kombiniranje različnih likov in con

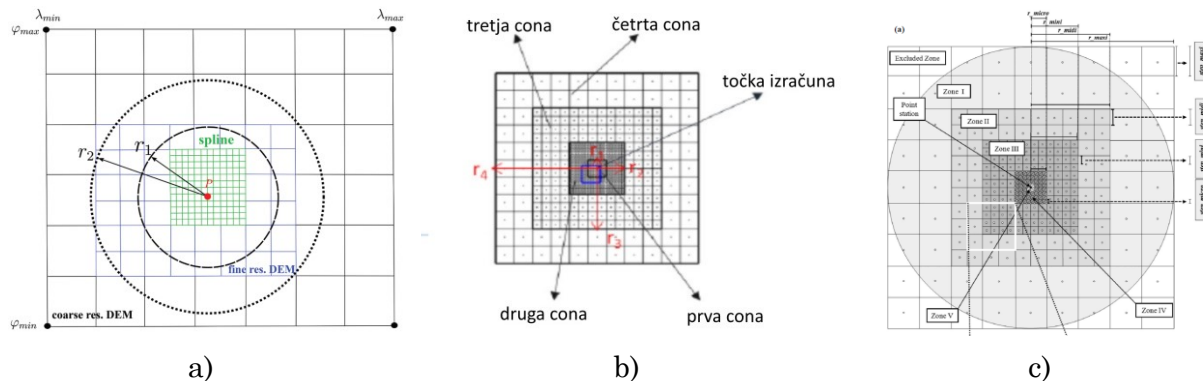
Kot že navedeno, se v praksi zaradi optimizacije izračuna (računskega časa) in z namenom, da bi dosegli kompromis med natančnostjo in učinkovitostjo (Cella, 2015), uporablja pristop razdelitve območja izračuna na več con (območij), kot je prikazano na sliki 2.20. Pri tem se sledi principu iz večjega v manjše, kar pomeni, da so na večji razdalji od obravnavane točke liki večji, blizu točke, kjer pa je vpliv obravnavanih mas največji, pa so liki manjši (slika 2.19). Seveda je to pogojeno z uporabo različnih resolucij (velikosti celic) razpoložljivih DMR.



Slika 2.19: Uporaba različnih resolucij razpoložljivih DMR po principu iz večjega v manjše in njihova razdelitev po nivojih.

Figure 2.19: Use of different resolutions of available DMR according to the principle from larger to smaller and their division by levels.

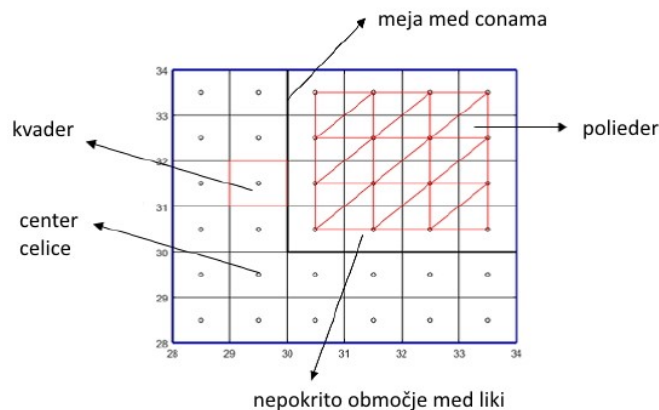
Nekateri avtorji oz. programski paketi obravnavajo razdelitev na dve coni, ki ju določi fini in grobi DMR (npr. program »TC« – Forsberg, 1984, Forsberg in Tschering, 2008), nekateri na štiri cone (npr. program »TopoSK« – Zahorec in sod., 2016 ali program »TGF« – Meng in sod., 2020) ali celo na pet con (npr. programski paket »Gtec« – Cella, 2015).



Slika 2.20: Primeri razdelitev obravnavanega območja na več con a) na 2 radialni coni (Varga, 2018), b) na 4 cone (Meng in sod., 2020) in c) na 5 con (Cella, 2015).

Figure 2.20: Distributions' examples of the considered area into several zones, a) with 2 radial zones (Varga, 2018), b) with 4 zones (Meng et al., 2020), and c) with 5 zones (Cella, 2015).

Razdalje posamezne cone (oznake r na sliki 2.20) niso fiksne in se razlikujejo glede na zahtevano natančnost in razpoložljive podatke. Poleg tega se učinkovitost izboljša tudi s kombinirano uporabo različnih likov. Številna razvita programska okolja uporabljajo kombinacije likov. Tako na primer TGF (Meng in sod., 2020) združuje celo štiri vrste geometrijskih likov: polieder (prva cona), kvader (druga cona), tesoroid (tretja cona) in masna točka (četrti cona). Seveda pa se pri tem pojavi dodaten problem na stiku različnih likov, ki se rešujejo z različnimi pristopi in jih je potrebno tudi ustrezno obravnavati (Heck and Seitz, 2007). Primer takšnega problema je prikazan na sliki 2.21.



Slika 2.21: Problem nepokritosti območja na meji med conama (primer prikazuje kvadre in poliedre, po Meng in sod., 2020).

Figure 2.21: Leakage problem between zones (case of prism and polyhedron, after Meng et al., 2020).

2.13 Metode modeliranja vertikalnega gradienta težnosti

Obstaja veliko znanstvenih raziskav posvečenih modeliranju vertikalnih gradientov težnosti in skoraj vsi temeljijo na uporabi normalnega težnostnega polja, digitalnih modelih terena (DMR) in podatkih izmerjenih vrednostih težnega pospeška, torej težnostnih anomalijah.

Na primer, v Rózsa in Tóth (2005) je vertikalni gradient težnosti predstavljen kot:

$$W_{zz} = U_{zz} + T_{zz}^{\Delta g} + T_{zz}^{Topo}, \quad (2.75)$$

kjer je U_{zz} vertikalni gradient normalnega težnostnega polja, $T_{zz}^{\Delta g}$ je vpliv mas pod nivojem geoida, ki se izračuna s pomočjo Faye-ve anomalije in T_{zz}^{Topo} vpliv topografskih mas nad geoidom. Z uporabo tehnik »remove-restore« je mogoče odstraniti prispevek globalnega geopotencialnega modela (GGM) iz Faye-vih anomalij in določiti preostale anomalije Δg_F^{res} , ki se lahko nato uporabijo za izračun vertikalnega gradienta težnosti z:

$$T_{zz}^{res} = \frac{1}{4\pi R} \iint_{\sigma} \Delta g_F^{res} K_{zz}(r, \psi) d\sigma, \quad (2.76)$$

kjer je:

$$K_{zz}(r, \psi) = \sum_{l=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{l+3} \frac{(l+1)(l+2)(2l+1)}{(l-1)} P_l(\cos \psi), \quad (2.77)$$

Pri tem je P_l Legendrov polinom stopnje l , in R srednji radij krogle. Po izračunu T_{zz}^{res} je mogoče obnoviti vpliv GGM na T_{zz} z uporabo:

$$T_{zz}^{GM}(P) = \frac{GM}{r^3} \sum_{n=2}^{N_{max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n (n+1)(n+2) \sum_{m=-n}^n c_{nm} Y_{nm}(P), \quad (2.78)$$

kjer je GM geocentrična gravitacijska konstanta, c_{nm} so koeficient globalnega geopotencialnega modela in Y_{nm} so koeficienti sfernih funkcij. Z uporabo (2.73) in (2.75) lahko izračunamo $T_{zz}^{\Delta g}$:

$$T_{zz}^{\Delta g} = T_{zz}^{res} + T_{zz}^{GM}. \quad (2.79)$$

Z razdelitvijo topografskih mas nad geoidom na kvadre in z uporabo digitalnih modelov reliefa, je mogoče izračunati učinek posameznih teles s konstantno gostoto po vseh koordinatnih oseh (Nagy in sod., 2000):

$$V_{zz} = G\rho \left| \left| -\arctan \frac{xy}{zr} \right|_{x_1}^{x_2} \right|_{y_1}^{y_2} \Big|_{z_1}^{z_2}, \quad (2.80)$$

$$V_{xx} = G\rho \left| \left| -\arctan \frac{yz}{xr} \right|_{x_1}^{x_2} \right|_{y_1}^{y_2} \Big|_{z_1}^{z_2}, \quad (2.81)$$

$$V_{yy} = G\rho \left| \left| -\arctan \frac{xz}{yr} \right|_{x_1}^{x_2} \right|_{y_1}^{y_2} \Big|_{z_1}^{z_2}. \quad (2.82)$$

kjer so x_1, x_2, y_1, y_2, z_1 in z_2 koordinate vogalov kvadra in je r razdalja med ustrezno točko in vogali kvadra:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (2.83)$$

Nazadnje se s seštevanjem vpliva vseh prizem (kvadrov) lahko izračuna skupen vpliv topografskih mas na vertikalni gradient težnosti T_{zz}^{Topo} .

V Duquenne (2006) je vertikalni gradient težnosti modeliran po več matematičnih modelih, kjer so gradienti predstavljeni kot vsota normalnih in anomalijских delov (Hofmann-Wellenhof in Moritz, 2005):

$$W_{zz} = \frac{\partial g}{\partial h} \approx \frac{\partial \Delta g}{\partial r} + \frac{\partial \gamma}{\partial h}, \quad (2.84)$$

kjer so $\partial \Delta g / \partial r$ radialni odvod anomalije težnosti Δg in $\partial \gamma / \partial h$ gradient normalne težnosti.

Pri prvem pristopu je $\partial\Delta g/\partial r$ podan z:

$$\frac{\partial\Delta g}{\partial r} = \frac{2\gamma}{R^2}\zeta - \frac{\gamma}{R^2}\tan\varphi\frac{\partial\zeta}{\partial\varphi} + \frac{\gamma}{R^2}\frac{\partial^2\zeta}{\partial\varphi^2} + \frac{\gamma}{R^2\cos^2\varphi}\frac{\partial^2\zeta}{\partial\lambda^2}, \quad (2.85)$$

kjer so γ normalna težnost, φ in λ pa geografska širina oziroma dolžina, ter ζ anomalija višine.

V drugem pristopu je $\partial\Delta g/\partial r$ podan kot:

$$\frac{\partial\Delta g}{\partial r} = \frac{1}{16\pi R} \iint_{\sigma} \frac{\Delta g - \Delta g_P}{\sin^3\frac{\psi}{2}} d\sigma - \frac{2}{R}\Delta g_P, \quad (2.86)$$

in kjer P označuje točko izračuna, ψ predstavlja sferni kot med integracijsko točko in točko izračuna, σ pa označuje območje integracije.

Nazadnje, v tretjem pristopu se radialni odvodi anomalije težnosti obravnavajo kot v [Rózsa in Tóth \(2005\)](#) z izrazom (2.72) vključno z uporabo tehnike *remove-restore*, kar zahteva uporabo visoko-ločljivih DMR in matematičnega modela pravokotnih prizem (kvadrov).

V [Zhao in sod. \(2015\)](#) je vertikalni gradient težnosti izražen tudi kot v enačbi (2.79). Predlagane so tri metode. Dokaže se, da se vertikalni gradient težnosti lahko izračuna z uporabo znanega GGM, ki temelji na širitvi sfernih funkcij modela Zemljinega težnostnega polja ali dvakratno diferenciacijo Stokesovega integrala (Stokesova integralna metoda, ki temelji na tehniki *remove-restore*). Posebna pozornost je namenjena tretji metodi, metodi točkovne mase, ki temelji na Bjerhammarjevem problemu mejne (robne) vrednosti.

V [Jekeli in Zhu \(2006\)](#) sta avtorja modelirala gradiente težnosti z uporabo digitalnega modela terena, medtem ko sta v [Zhu in Jekeli \(2009\)](#) avtorja obravnavala določitev gradientov težnosti s pomočjo goste mreže anomalij težnosti. Metode modeliranja, ki uporabljajo podatke DMR, temeljijo na odvodih drugega reda Newtonovega integrala težnostnega potenciala, ki ga ustvarjajo topografske mase. Modeliranje gradientov težnosti iz pridobljenih površinskih anomalij težnosti pa temeljijo na numerični izvedbi Stokesovega integrala, metodi kolokacije in Fourierjevih transformacijah. Prav tako je v [Zhu \(2007\)](#) podan obsežen pregled modeliranja gradientov z uporabo anomalij težnosti in visoko ločljivih digitalnih modelov višin.

3 GEOLOŠKO-GEOFIZIKALNI IN GEODETSKI PODATKI

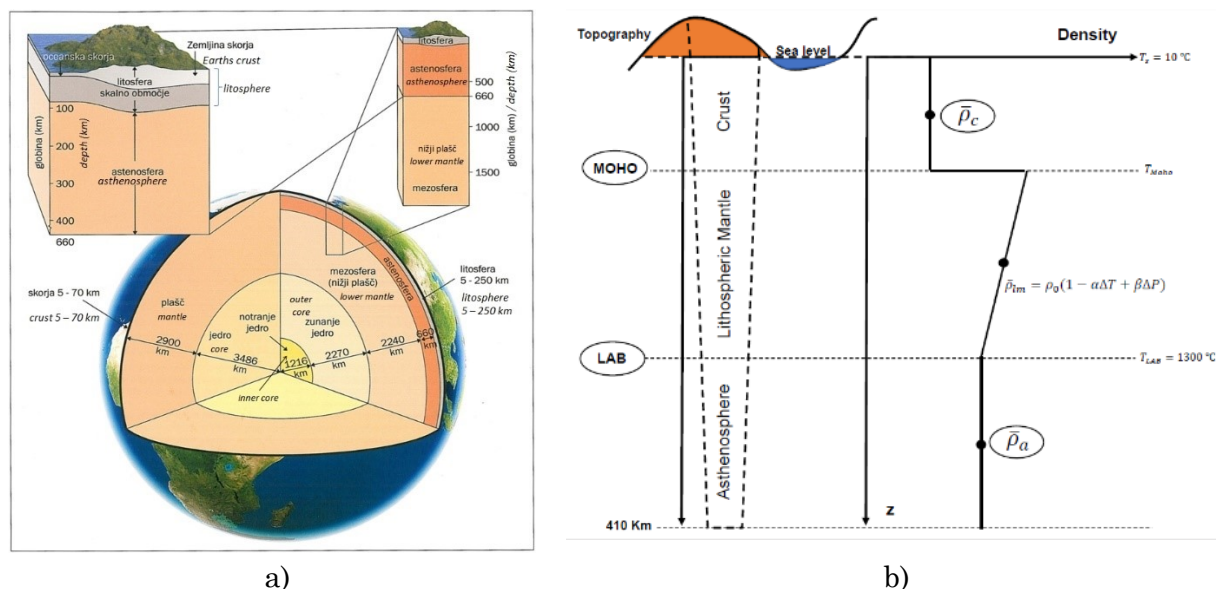
Za potrebe raziskave te naloge potrebujemo različne nize vhodnih podatkov. Pri tem z večino podatkov v Sloveniji že razpolagamo. Za potrebe naloge so bili tako ustrezno pripravljene, obdelani in analizirani gravimetrični podatki, digitalni modeli reliefa, geološke karte, modeli gostot ... Vertikalni gradienti težnosti so bili novo izmerjeni. V splošnem jih razdelimo na 3 segmente:

- geološko-geofizikalni podatki,
- digitalni modeli relief (DMR) in
- gravimetrični podatki.

V nadaljevanju so podani kratki opisi razpoložljivih in uporabljenih podatkov.

3.1 Geološko-geofizikalni podatki

Notranjost Zemlje je sestavljena iz treh ovojev (slika 3.1). V središču je jedro, imenujemo ga tudi *barisfera*. Razdeljeno je na notranje in zunanje jedro (imenovano tudi ovoj ali lupina jedra). Jedro je zaradi visokih pritiskov v trdnem stanju. Debelina je okrog 1220 km, gostota pa znaša od 15.000 do 18.000 kg/m³, temperatura je okrog 4000 °C. Zunanje jedro je debelo okrog 2260 km, temperatura znaša od 2700 °C do 3000 °C, gostota pa od 5500 do 6500 kg/m³; je v tekočem stanju. Sledi plašč, ki ga tvorita zgornji in spodnji plašč. Spodnji plašč je v trdnem stanju, prehodna cona in zgornji plašč pa sta v tekočem stanju. Debelina plašča je okoli 2800 km, gostota pa od 3300 kg/m³ do 5500 kg/m³. Temperatura je od 1500°C do 2700°C.

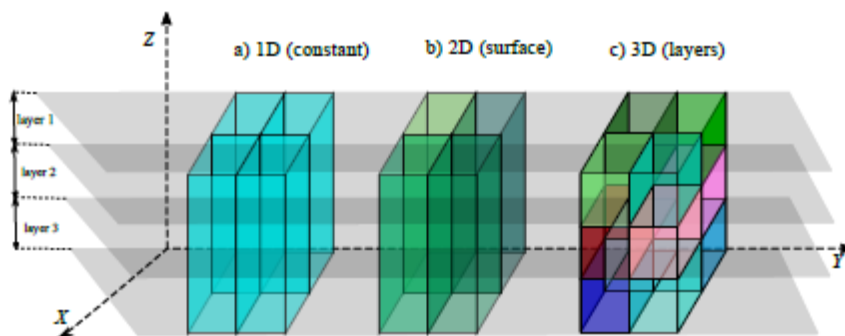


Slika 3.1: a) Zgradba Zemlje (Geološki zakladi, 2021), b) Povprečne gostote v notranjosti Zemlje (Afonso in sod., 2019).

Figure 3.1: a) The structure of the Earth (Geološki zakladi, 2021), b) The average densities inside the Earth (Afonso et al., 2019).

V *litosfero* uvrščamo skorjo in del zgornjega plašča. Vsa je v trdnem stanju in je različno debela. Zemljina skorja sega do Mohorovičićeve diskontinuitete (35–40 km pod celinami, pod gorstvi do 70 km, pod oceani 6–10 km). Za Zemljino notranjost so značilne t. i. diskontinuitete (nezveznosti) ali mejne plasti, pri katerih se ob prehodih z ene na drugo stran določene lastnosti kamnin bistveno spremenijo. Opazimo torej nekakšen skok pri določeni lastnosti, na primer hitrosti potresnega valovanja, gostoti ali sestavi snovi.

S stališča modeliranja topografskih vplivov določenega območja nas zanima sestava Zemlje predvsem v smislu njenih gostot. Za praktično uporabo teh podatkov potrebujemo modele gostot, ki so lahko dvo- (2D) ali trodimenzionalni (3D). 2D modeli ali površinski modeli običajno vsebujejo podatke o pravilni mreži (rastru) z vrednostjo celice, ki predstavlja gostoto. 3D modeli pa so sestavljeni iz več plasti, pri čemer vsaka plast predstavlja kamnine z enakimi lastnostmi. Z modeli nadomeščamo splošno sprejeto vrednost o povprečni gostoti (2670 kgm^{-3}) (slika 3.2). Zanima nas gostota Zemlje do roba obravnavanega območja modeliranja, to je med površjem Zemlje in referenčno ploskvijo, ki jo predstavlja (kvazi)geoid ali izjemoma elipsoid (slika 2.10). To gostoto imenujemo površinska gostota ali gostota t. i. topografskih mas, ki vključuje vse topografske mase med površjem in geoidom (nadmorska višina). Značilnost teh modelov je, da se prvenstveno uporabljajo za potrebe fizikalne geodezije, predvsem za modeliranje geoida (Tsoulis, 2013).



Slika 3.2: Primer modelov gostot: a) konstantna gostota, b) 2D in c) 3D (Varga, 2018).

Figure 3.2: Cases of crustal density models a) constant density b) 2D and c) 3D (Varga, 2018).

V splošnem se metode za določanje gostote zemeljskih mas delijo na indirektne in direktne (Čolić in sod., 1992). Indirektne metode temeljijo na uporabi gravimetričnih in seizmičnih merjenj, medtem ko direktne metode temeljijo na določanju gostot vzorcev kamnin pobranih s terena. V praksi se tako za določanje gostote kamnin uporabljajo naslednje metode (Pribičević, 2001):

- 1.) laboratorijske metode (npr. hidrostatični princip),
- 2.) gravimetrične metode (npr. metoda Junga, Nettletona, Grassmana, triplet, ...) in
- 3.) metode s pomočjo zakonitih odvisnosti med gostoto in ostalimi fizikalnimi parametri kamnin (petrofizikalne lastnosti).

Na globalnem nivoju obstaja več modelov, ki so bili kreirani v različnih obdobjih in se v geodeziji (geofiziki) uporabljajo za namene modeliranja težnostnega polja. Pri tem je njihova dodana vrednost predvsem pri modeliranju globalnega težnostnega polja, v regionalnih oz. lokalnih raziskavah pa omejitev predstavlja njihova »slabša« resolucija in

neznana kvaliteta razpoložljivih podatkov, kot ugotavlja Tsoulis (2013). Običajno uporabnik tudi nima geofizikalnih podatkov, s katerimi bi preveril zanesljivost izdelanih modelov. Zato se običajno modeli kreirajo na podlagi obstoječih podatkov z uvedbami raznih predpostavk oz. hipotez, ki temeljijo na inverznih algoritmih. Razvoj 3D modela gostot je tako kompleksen in zahteven postopek, tako s teoretičnega kot praktičnega stališča. Izdelava 3D modelov je tako omejena na posamezna lokalna območja. Čeprav 2D modeli niso tako realistični kot 3D, pa je njihova izdelava enostavnejša. Pomanjkanje podatkov o gostoti topografskih mas tako predstavlja problem, ki se ga velikokrat rešuje z uporabo inverznih gravimetričnih metod. Na ta način so bili izdelani različni modeli gostot topografskih mas, tako na globalnem kot regionalnem nivoju (npr. Bear in sod., 1995, Tenzer in sod., 2018, Touthmalani in Saibi, 2015, itd.). Potrebno je zbrati veliko različnih podatkov (geoloških, geofizikalnih in geodetskih), poleg tega pa je znano, da so inverzne metode slabo pogojene, kar ima za posledico lahko neresnične vrednosti, ki privedejo do napačnih interpretacij (Sheng in sod., 2019). Pri izdelavi gre za očitno krožno sklicevanje (rešitev) in pristop kot tak ni primeren za geode: če je cilj izboljšati poznavanje težnostnega polja, so potrebni podatki o gostoti mas, zato za potrebe določitve gostot v tem primeru ne moremo uporabiti inverznih gravimetričnih metod (Sheng in sod., 2019). Tako se zdi za naše potrebe predvsem uporabna metoda z uporabo seizmičnih podatkov, vendar pa se tu pojavi problem pomanjkljivih podatkov za večje območje, saj so le ti večinoma vezani na območja lokalnih izmer. Pri kreiranju geoloških modelov za »geodetske potrebe« je tako potrebno imeti v mislih predvsem njihov namen in sicer omogočiti čim bolj rigorozno kompenzacijo topografskih vlivov.

3.1.1 Globalni modeli gostot Zemljinega površja

V preteklosti je bilo razvitih nekaj globalnih modelov gostot Zemljinega površja. Izdelani so bili v okviru različnih projektov in za različne namene. Povzemamo kratek pregled aktualnih globalnih modelov in njihov opis.

3.1.1.1 Modeli CRUST in EP crust

Obstaja več modelov CRUST, ki se razlikujejo po ločljivosti. Model CRUST 1.0 (Laske in sod., 2012, 2013) je globalni 3D model Zemeljske skorje iz leta 2013. Razvit je iz seizmičnih podatkov²¹ (površinski valovi, prosta oscilacija Zemlje, časi potovanja prostorskih valov). Sestavljen je iz 8 slojev (voda, led, trije sloji sedimentov in sloji zgornje, srednje in spodnje skorje (Tenzer in sod., 2015)). Za vsak sloj so na razpolago podatki o hitrosti strižnih (transverzalnih) valov²² (V_S), hitrosti vzdolžnih (longitudinalnih) valov²³ (V_P), Mohorovičičevi diskontinuiteti in gostoti (ρ). Predstavljen je v prostorski ločljivosti $1^\circ \times 1^\circ$. Za vsako celico modela so podani tudi podatki o njeni višini, kar predstavlja meje med sloji. Obstaja tudi modela CRUST 5.1 z ločljivostjo $5^\circ \times$

²¹ Angl. surface waves, free oscillation, body wave travel times

²² Angl. Shear wave velocity

²³ Angl. Pressure wave velocity

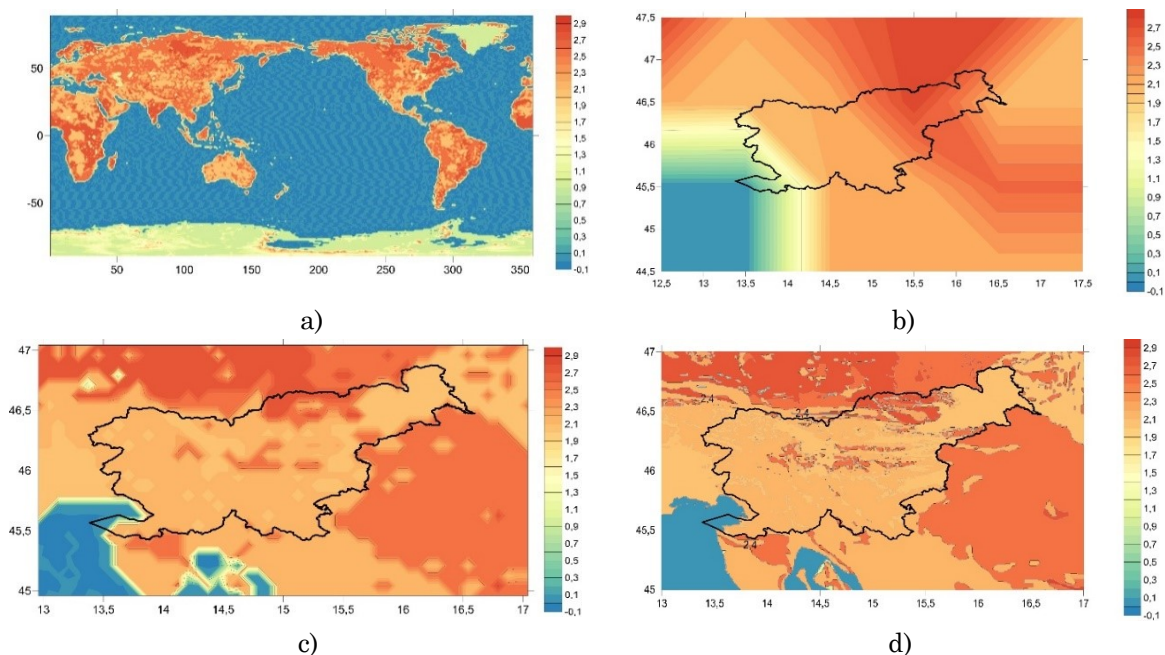
5° (Mooney in sod., 1996) in CRUST 2.0 z ločljivostjo $2^\circ \times 2^\circ$ (Bassin in sod., 2000); oba modela sta predhodnika modela CRUST 1.0.

EPcrust je 3D model Zemeljske skorje, ki pokriva obočje Evropskega kontinenta (Molinari in Morelli, 2011). Izdelan je bil leta 2011, sestavljen je iz treh slojev (sedimenti, zgornja in spodnja skorja) in je na razpolago v prostorski ločljivosti $0,5^\circ \times 0,5^\circ$. Za kreiranje so bili uporabljeni različni vhodni podatki: CRUST 2.0 (Bassin in sod. 2000), EuCRUST-07 (Tesauro in sod., 2008), ESC Moho (Grad in sod., 2009), ETOPO1 (Amante in Eakins, 2009), idr., vsebuje pa podatke o hitrosti vzdolžnih (longitudinalnih) in strižnih (transverzalnih) valov in gostotah (glej Molinari in Morelli, 2011).

3.1.1.2 UNB Topo Dens model

Sheng in sod. (2019) so kreirali globalni model topografskih gostot 'UNB Topo Dens' s pripisom reprezentativnih vrednosti gostot litološkim enotam. Za osnovo so uporabili GLiM²⁴ model (Hartmann in Moosdorf, 2012), ki predstavlja litologijo površja in združuje različne regionalne vire podatkov po vsem svetu. Model 'UNB Topo Dens' sestavlja 15 litoloških razredov s pripisano gostoto, hkrati pa je bil izdelan tudi model z odgovarjajočimi ocenami natančnosti teh vrednosti. Pri tem so uporabljene vrednosti po Carmichael (1984) in Tenzer in sod. (2011). Izdelani so trije modeli s prostorsko ločljivostjo $1^\circ \times 1^\circ$, $5' \times 5'$ in $30'' \times 30''$. Sheng in sod. (2019) so izvedli tudi analizo njihovega modela z regionalnimi modeli gostot za Kanado, Novo Zelandijo, ZDA, Češko in Slovaško kot tudi primerjavo z globalnim modelom CRUST 1.0. Ugotovili so, da se model 'UNB Topo Dens' ujema z vsemi omenjenimi regionalnimi in globalnimi modeli z 95-odstotno stopnjo zaupanja. Še vedno pa obstaja ključni problem, povezan z dejstvom, da je večina vzorcev gostote kamnin zbrana na površini oz. zelo plitvi globini, saj so vzorci iz profilov globokih vrtin relativno redki. Posledično je vedenje o spremembi gostote z globino (zaradi pritiska) še vedno zelo omejeno. Grafični prikazi modela z izseki za območje Slovenije so prikazani na sliki 3.3.

²⁴ Global Lithology Model



Slika 3.3: Model UNB Topo Dens, a) celoten globalni model, b) izsek iz modela z ločljivostjo $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ za širše območje Slovenije (interpoliran), c) izsek iz modela z ločljivostjo $5' \times 5'$ in d) izsek iz modela z ločljivostjo $30'' \times 30''$.

Figure 3.3: Model UNB Topo Dens, a) complete global model, b) cut-out from $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ model for the wider area of Slovenia (interpolated), c) cut-out from $5' \times 5'$ model and d) cut-out from $30'' \times 30''$ model.

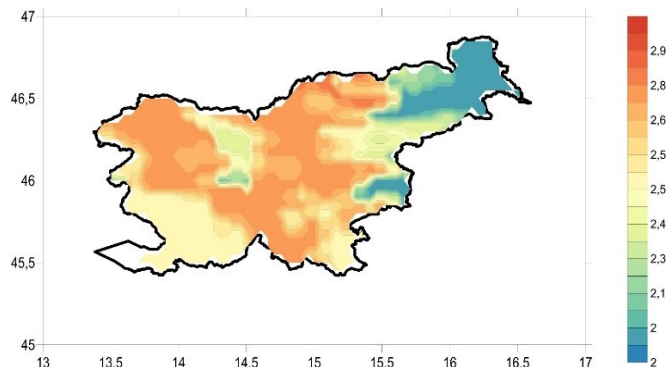
3.1.2 Regionalni modeli gostot za Slovenijo

Območje države Slovenije lahko smatramo kot regionalno območje. Za to območje ne razpolagamo z javno dostopnim modelom (geoloških) gostot. V preteklosti je bil za »geodetske potrebe« izdelan 2D model gostot (Pribičević, 2001), ki se je uporabil v raziskovalne namene pri izračunu absolutnega modela geoida Slovenije (SLO_AMG_2000). Glede na to, da drugih javno dostopnih modelov gostot za Slovenijo ni, smo v okviru te naloge izdelali nov 2D model, kot je opisano v poglavju 3.1.2.4.

3.1.2.1 Digitalni model gostot Slovenije – Pribičević

Podatki o gostoti Zemeljske skorje so pomemben niz vhodnih podatkov za izračun geoida. Tako je bil že za izračun absolutnega modela geoida Slovenije (SLO_AMG_2000) pripravljen 2D digitalni model gostot (Pribičević, 2001). Razlike v primerjavi izračunov geoida na območju Slovenije ob upoštevanju privzete konstantne gostote (2670 kg/m^3) in modela gostot so tako znašale do 0,2 m (Pribičević, 2001). Model je nastal z digitalizacijo oz. s točkovnim zajemom pravilne celične mreže in sicer glede na lego točk v ustrezni coni gostote na geološki karti. Uporabljeni so bili združeni in nekoliko prirejeni podatki inženirsko-geoloških kart bivše Jugoslavije in Avstrije. Cone gostot obsegajo 13 osnovnih razredov (1000 kg/m^3 za Jadransko morje in vrednosti med 2000 kg/m^3 in 2850 kg/m^3 za različne geološke razrede), pri čemer so gostote zaokrožene na 50 oz. 100 kg/m^3 . Gre za izboljšavo začetnega digitalnega modela gostote površinskih mas Zemeljske skorje v

testnem območju Slovenije in dela Hrvaške, ki je opisan že v Čolić in sod. (1992). Glede na to, da so bile geološke karte Jugoslavije podane v koordinatnem sistemu D48/GK (Besselov elipsoid), je bil model transformiran v koordinatni sistem D96/TM (na elipsoidu GRS80). Izvorni model je podan v ločljivosti $3' \times 3'$, obsega pa samo ozemlje znotraj državne meje Republike Slovenije. Model je prikazan na sliki 3.4, v nadaljnjem tekstu se zanj uporablja oznaka '2D_SLO_Prib'.



Slika 3.4: 2D model gostot Slovenije – vir Pribičević, 2001.

Figure 3.4: 2D density model of Slovenia – ref. Pribičević, 2001.

3.1.2.2 Kreiranje novega 2D modela gostot Slovenije

V postopku izdelave novega 2D modela gostot Slovenije smo upoštevali nekaj predvidevanj, ki so podrobneje predstavljene v nadaljevanju. V idealnih razmerah bi imeli za potrebe raziskovanja vpliva gostote površinskih mas Zemeljske skorje na izračunane vertikalne gradiente težnosti na voljo kvaliteten 3D model gostot do globine več km, ki bi pokrival ne samo območje Slovenije, ampak tudi njeno širšo okolico. Ker temu seveda ni tako, je potrebno uporabiti obstoječe podatke v najboljši možni meri. Tako smo za potrebe te naloge izdelali nov 2D model gostot Slovenije. Pri izdelavi modela je uporabljenih kar nekaj predpostavk in poenostavitev, ki verjetno ne izpolnjujejo vseh strokovnih kriterijev izdelave kvalitetnega modela gostot, ki bi bil širše uporaben in z geološkega stališča pomenijo poenostavitev poznavanja geološke zgradbe, vendar je potrebno upoštevati naš končni cilj. Je pa njegova uporaba vsekakor primerna za potrebe fizikalne geodezije, konkretno naše naloge (modeliranje vertikalnih gradientov težnosti). Torej izdelan homogen 2D model gostot, ki pokriva območje Republike Slovenije in je primeren za sistematično oceno vpliva na izračun končnih rezultatov, pri čemer nas zanima predvsem gostota vrhnjega sloja topografije. Ne gre za skupne mase Zemeljske skorje v celotni njeni debelini, temveč za topografske mase, ki se razprostirajo v določenem horizontalnem obsegu okoli obravnavane točke. Te mase se nahajajo v zgornjem, relativno plitvem delu skorje, v območju med geoidom (višina $H = 0$) oz. elipsoidom (višina $h = 0$) in površino Zemlje.

Za potrebe naših raziskav iščemo gostoto kamnin »in situ«, tj. prostorninsko gostoto v naravnih pogojih za posamezne vrste kamnin. Pridobljena vrednost ne sme veljati samo za eno točko ali neposredno okolico, ampak mora biti merodajna in veljavna v nekem določenem območju oz. lokaciji z istim geološkim poreklom in z določeno litološko

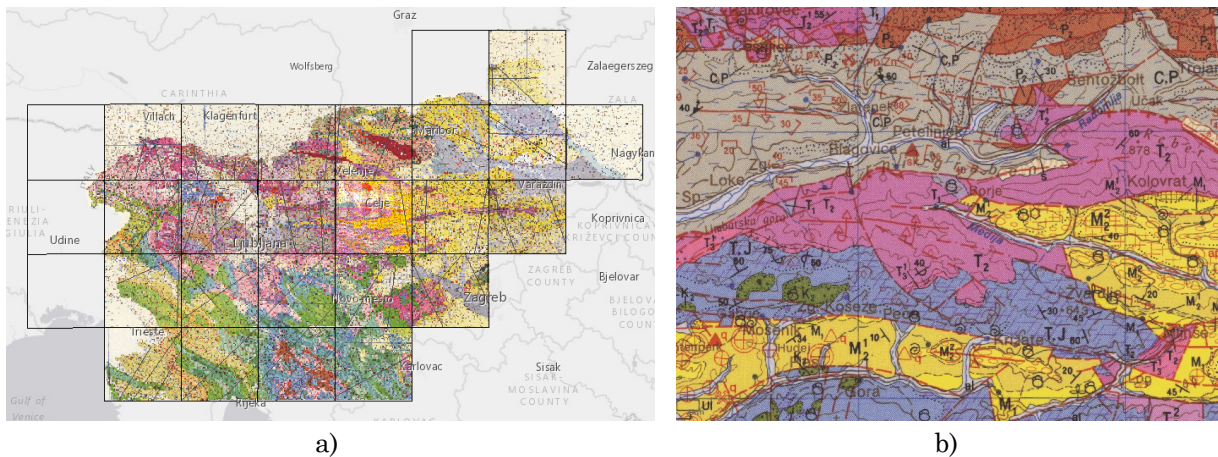
sestavo. Tako gostoto imenujemo tudi »blok-gostota«, ker se nanaša na določene bloke kamnin in upošteva vse posamezne prostornine in mase (tudi npr. pore, razpoke in nasičenost fluidov). Gostoto izražamo v enotah kg/m^3 . Pri izdelavi novega 2D modela gostot smo uporabili samo obstoječe geološke karte Slovenije, torej brez kakršnihkoli dodatnih raziskav.

3.1.2.3 Geološke karte Slovenije

Na razpolago imamo geološke karte Slovenije v različnih merilih. V nadaljevanju je podan pregled s kratkimi osnovnimi opisi. Opisane karte/modeli so neposredno ali posredno uporabljeni za potrebe te naloge. Za vse karte ima avtorske pravice Geološki zavod Slovenije (GeoZS, 2019).

Osnovna Geološka karta v merilu 1 : 100.000

Osnovna geološka karta Slovenije (OGK) izhaja iz stare osnovne geološke karte SFRJ. Opisuje litološko-stratigrafske značilnosti kamnin, ki grade slovensko ozemlje, njihove medsebojne odnose, starost in druge pomembne lastnosti. Predstavlja osnovo za razumevanje geološke zgradbe danega območja. Slovenijo prekriva 23 kart merila 1 : 100.000. Kartiranje osnovne geološke karte SFRJ se je izvajalo sistematično na celotnem ozemlju Slovenije preko 30 let. Terensko kartiranje so spremljale številne znanstvene in strokovne raziskave za razjasnitev posameznih problemov, katerim je pridruženo laboratorijsko preiskovanje številnih vzorcev za določitev sedimentoloških, petrografskih, paleontoloških, metalogenetskih in drugih značilnosti (OGKS, 2019). Pregledovalnik OGK 1 : 100.000 omogoča rastrski prikaz Osnovne geološke karte Slovenije po posameznih listih do merila samih podatkov (1 : 100.000) ter povpraševanje po vrsti in starosti kamnin (OGK100, 2019). Urejena je tudi povezava do legende litostratigrafskih enot, legende standardnih znakov, geoloških profilov in geološkega stolpca posameznega lista OGK. Na sliki 3.5 je prikazana osnovna geološka karta Slovenije z razdelitvijo na liste in primer izseka detajla. Karta predstavlja državno geoinformacijsko osnovo za aplikacije, ki so vezane na geološko osnovo: regionalna geologija, inženirska geologija, geokemija, ekonomska geologija, geofizika, hidrogeologija, ekologija, pedologija in gozdarstvo. Z digitalizacijo posameznih listov so geološke meje in tektonski elementi zajeti kot linije, geološke enote predstavljajo zaključene poligone, enota in starost sta atributa, točkovni strukturni elementi in druge lokacije geoloških pojavov (fosili, mineralne surovine, hidrogeološki pojavi ipd.) so zajeti kot točke (OGKS, 2019).

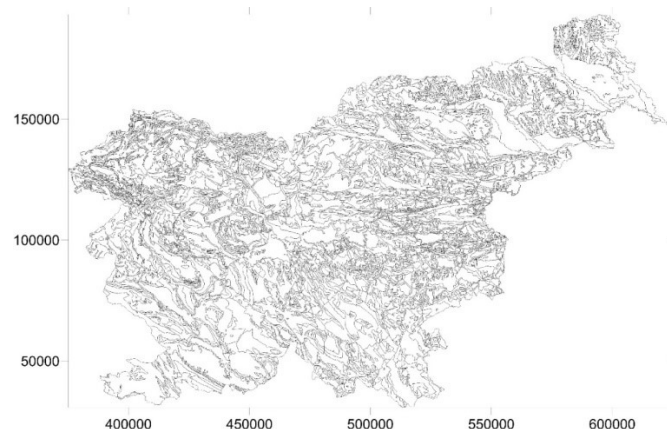


Slika 3.5: a) Osnovna geološka karta (OGK) Slovenije v merilu 1 : 100.000, b) Izsek detajla iz OGK100 (OGK100, 2019).

Figure 3.5: a) Basic geological map (OGK) of Slovenia at a scale of 1 : 100.000, b) Cut-off of detail from OGK100 (OGK100, 2019).

Geološka karta Slovenije 1 : 250.000 (Buser, 2010)

Geološka karta Slovenije v merilu 1 : 250.000 je nastala na podlagi podatkov Osnovne geološke karte 1 : 100.000. Izdelava je trajala več kot 20 let. Zaradi neskladja med posameznimi listi je bilo potrebno opraviti temeljito terensko reambulacijo. Terensko delo je bilo spremljano s številnimi analizami (konodonti, nanoplankton, radiolariji in mikrofavna ter mikroflora). Na karti je izdvojenih 114 litostratigrafskih enot. Prikazane so tudi pomembne geološke strukture in regionalni prelomi. Vsi podatki so zajeti v GIS okolju, kar omogoča njihovo enostavno nadaljnjo uporabo (slika 3.6). Pri reambulacijskih delih so bili pridobljeni številni novi podatki, ki so prvič prikazani na geološki karti (Buser in Komac, 2002).



Slika 3.6: Geološka karta Slovenije v merilu 1 : 250.000, *shp* oblika zapisa.
Figure 3.6: Geological map of Slovenia at a scale of 1 : 250.000, shp format.

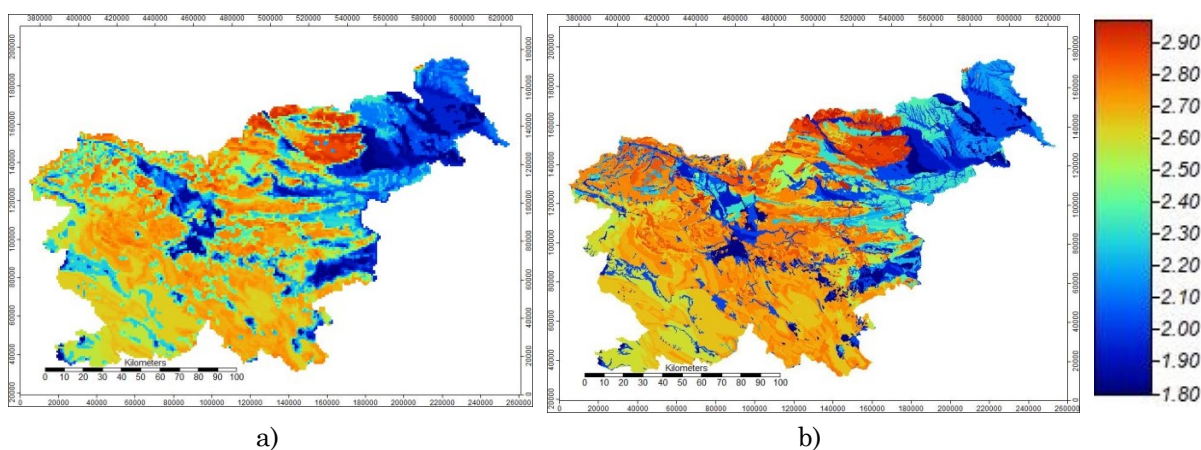
3.1.2.4 Postopek izdelave novega 2D modela gostot Slovenije

Za osnovo smo vzeli digitalno geološko karto Slovenije v merilu 1 : 250.000 (Buser, 2010), ki je na razpolago. Sestavlja jo 114 litostratigrafskih enot, celotno Slovenijo pokriva 4551

zaključenih poligonov v formatu »shp« (slika 3.6). Zanima nas samo povprečna gostota posamezne litostratigrafske enote, pri čemer upoštevamo samo vrhnji sloj topografije, torej površja. Razlog je preprost, saj v večini primerov ne poznamo globine tega sloja oz. bi podrobnejša analiza posamezne geolocirane litostratigrafske enote preseгла obseg te disertacije. Poleg tega je vprašljiva zanesljivost podatkov in njihov vpliv na same spremembe povprečne vrednosti gostote posamezne litostratigrafske enote, če dejansko obravnavamo samo vrhnji sloj topografije, torej sloj nad geoidom oz. elipsoidom. Pri izdelavi modela nas torej z geodetskega stališča zanima samo vrednost gostote posamezne enote in ne npr. njena starost ali kemijska sestava. Hipotetično bi za izdelavo 3D modela gostot Slovenije lahko uporabili kriterije globine, glede na posamezno litostratigrafske enoto, pri čemer bi bile v pomoč obstoječe geološke karte v merilu 1 : 100.000, 1 : 25.000 in 1 : 5000 s pripadajočimi tolmači (OGK100, 2019), vendar kot že omenjeno to bistveno presega okvirje te disertacije.

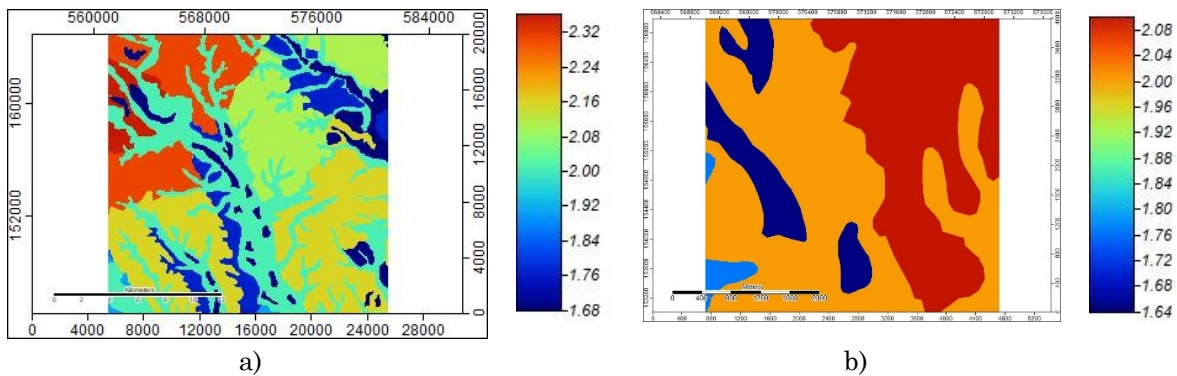
Pri izdelavi poenostavljenega 2D modela Slovenije potencialni problem predstavljajo območja z mešanimi sestavinami, kjer ni enotnih vrednosti (npr. Litotamnijsko-lepidociklinski apnenec, pesek, melj in glina, kot ena enota). Za določanje povprečne gostote kamnin smo uporabili razpoložljive vire in nekatere poenostavitve (Rajver, 2019, Starčević, 2019, Yu in sod., 2015, Engineering Tool Box, 2010, Carmichael, 1984, Manger, 1963). V prilogi A je prikazana preglednica, iz katere je razviden pripis vrednosti gostot za posamezno enoto.

Z uporabo GIS orodij (ArcGis, Saga) smo kreirali 2D model, pri čemer smo izdelali model z različnimi velikostmi celične mreže in sicer 1000×1000 m (slika 3.7a), 100×100 m (slika 3.7b), 10×10 m (slika 3.8a) in 1×1 m, (slika 3.8b). V nadaljnjem tekstu za izdelani model uporabljamo oznako '2D_SLO_Medv'.



Slika 3.7: Prikaz izdelanega 2D modela gostot Slovenije z velikostjo celice a) 1000×1000 m, b) 100×100 m. Na legendi so gostote izražene v g/cm^3 .

Figure 3.7: Display of the created 2D density model of Slovenia with a cell size of a) 1000×1000 m, b) 100×100 m. On the legend are the densities expressed in g/cm^3 .

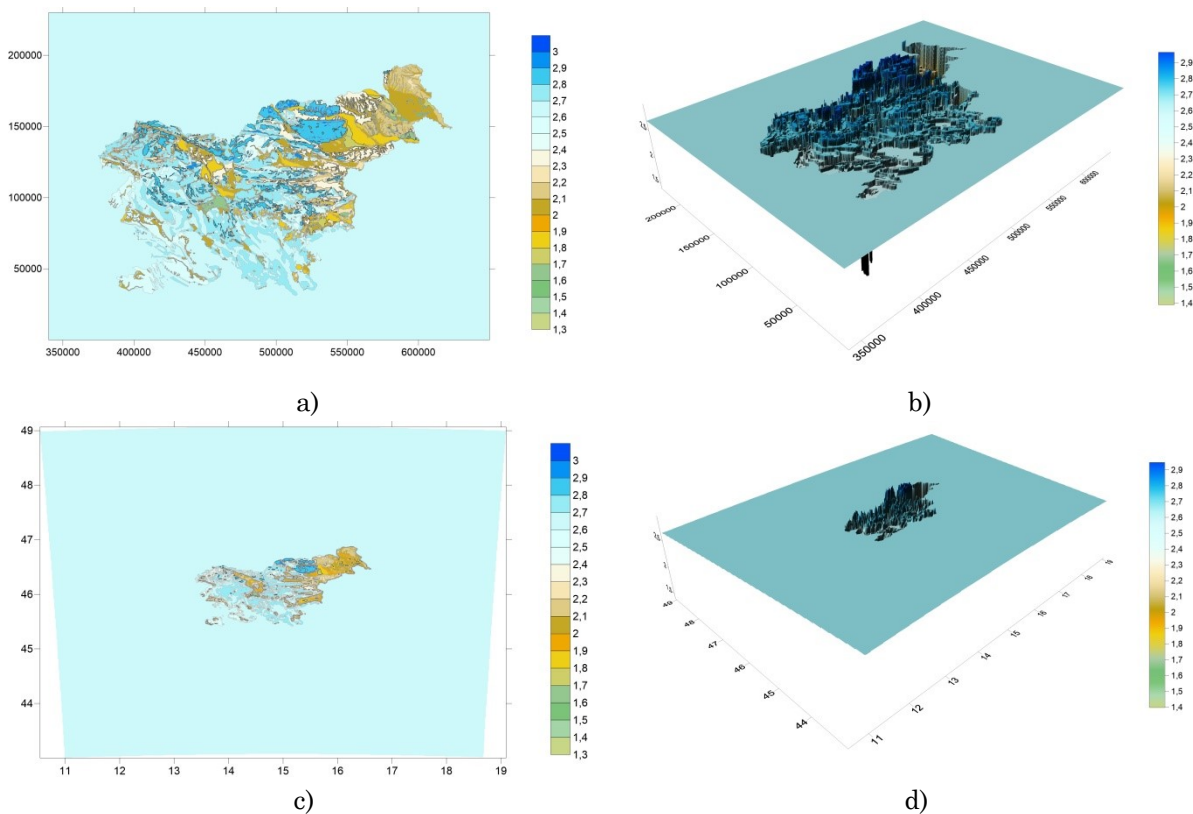


Slika 3.8: Prikaz detajlnega izseka (okolica testne točke 1501) iz izdelanega 2D modela gostot Slovenije z velikostjo celice a) 10×10 m in b) 1×1 m. Na legendi so gostote izražene v g/cm^3 .
Figure 3.8: Display of detailed cut-out (surrounding of test point 1501) of created 2D density model of Slovenia with a cell size of a) 10×10 m b) 1×1 m. On the legend are the densities expressed in g/cm^3 .

Potencialni problem pri nadaljnji uporabi modelov predstavljajo območja izven državne meje, kjer so nam vrednosti gostot nepoznane, saj ne razpolagamo s podatki sosednjih držav. Da se izognemo vrednosti 0, saj ne predstavljajo dejanskega stanja pri upoštevanju topografskih mas, ki segajo čez državno mejo, smo za ta območja uporabili dopolnitve modelov in sicer s pripisom vrednosti $2,67 \text{ g}/\text{cm}^3$ vsem celicam izven območja Slovenije. Razširjen model pokriva območje med 13° in 17° geografske dolžine in 45° in 47° geografske širine²⁵ za velikost celične mreže 100×100 m, kar predstavlja več kot 30 km razdalje od državne meje (slika 3.9a,b) in območje med 11° in 19° geografske dolžine in 43° in 49° geografske širine²⁶ za velikost celične mreže 1000×1000 m, kar predstavlja več kot 167 km razdalje od državne meje (slika 3.9c,d).

²⁵ v D96/TM koordinatah je to okvir v razponu e: 340.050 — 649.950 in n: 50 — 229.950

²⁶ v D96/TM koordinatah je to okvir v razponu e: 173.500 — 799.500 in n: -229.500 — 436.500



Slika 3.9: Prikaz razširjenega 2D modela gostot Slovenije a) in b) 100×100 m, c) in d) 1000×1000 m. Na legendi so gostote izražene v g/cm^3 .

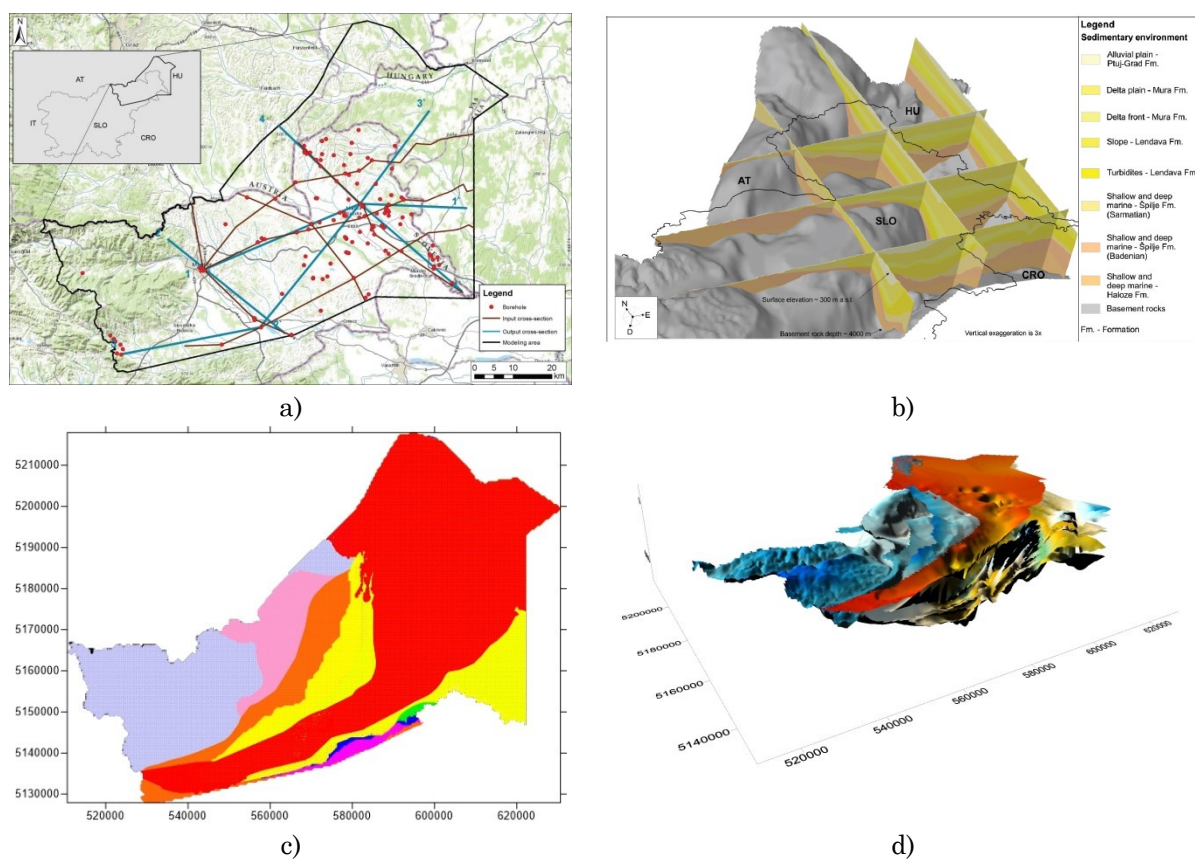
Figure 3.9: a) Display of extended 2D density model of Slovenia a) and b) 100×100 m, c) and d) 1000×1000 m. On the legend the densities expressed in g/cm^3 .

3.1.3 Lokalni geološki modeli / karte Slovenije

V Sloveniji je na razpolago kar nekaj lokalnih geoloških kart, ki so bile večinoma izdelane v okviru raznih projektov. Za izdelavo teh kart so bili tako poleg terenskih geoloških podatkov na voljo tudi podatki pridobljeni v okviru drugih namenskih in komplementarnih raziskav (geofizikalne, geomehanske, seizmološke in geodetske raziskave) ter podatki pridobljeni z vrtnanjem. Množica raznovrstnih podatkov je omogočila zanesljivejšo interpretacijo površinske in globinske geološke zgradbe raziskanega ozemlja. Primeri takih kart so npr. Geološka karta vzhodnega dela Krške kotline 1 : 25.000 (Poljak M., 2017), Geološka karta Selške doline 1 : 25.000 (Demšar M., 2016). Obstajajo tudi nekatera območja, kjer je karta izdelana v merilu 1 : 10.000 ali celo 1 : 5.000, vendar gre večinoma za 2D geološke karte s posameznimi profili, stolpci in legendo, ki seveda ne podajajo trodimenzionalnega geološkega modela za obravnavano območje.

Zato v Sloveniji izstopa 3D geološki model Mursko-Zalskega bazena, ki se razteza med SV Slovenijo in JZ Madžarsko. Geološka zgradba tega območja je razmeroma dobro poznana, kar je omogočilo njegovo izdelavo. Po Šram in sod. (2015) je Mursko-Zalski sedimentacijski bazen neogenski bazen s številnimi konkurenčnimi geopotenciali, ki se razširja v Sloveniji, Avstriji, Hrvaški in na Madžarskem. Izdelali so 3D regionalni

geološki model slovenskega dela Mursko-Zalskega bazena z namenom prikaza najnovejših informacij o geološki zgradbi SV Slovenije in objavo v prosto dostopni obliki, ki omogoča lažjo in hitrejšo oceno geopotencialov. To so dosegli z uskladitvijo predhodnih geoloških modelov, reinterpetacijo 145 geofizikalnih popisov globokih vrtin, izdelavo 3D matematičnega modela s programom »JewelSuite™« in njegovo implementacijo v orodju »3D-Explorer« (slika 3.10a,b). Model sestavlja devet litostratigrafskih enot. Pred neogenske kamnine v podlagi bazena so prekrivane s Haloško formacijo, Špiljsko formacijo – sarmatij in badenij, Lendavsko formacijo – pobočje in turbiditi, Mursko formacijo – deltno čelo in ravnico ter aluvialno Ptujsko-Grajsko formacijo. Model ima dve poglavitni slabosti, ki sta posledica nedostopnosti seizmičnih podatkov: vanj niso vključeni prelomi in sedimenti kvartarne starosti, ki niso razmejeni. Sestavlja ga 9 litostratigrafskih slojev (slika 3.10c,d), do največje globine okoli 4 km. Skupaj pokriva območje ~5000 km².



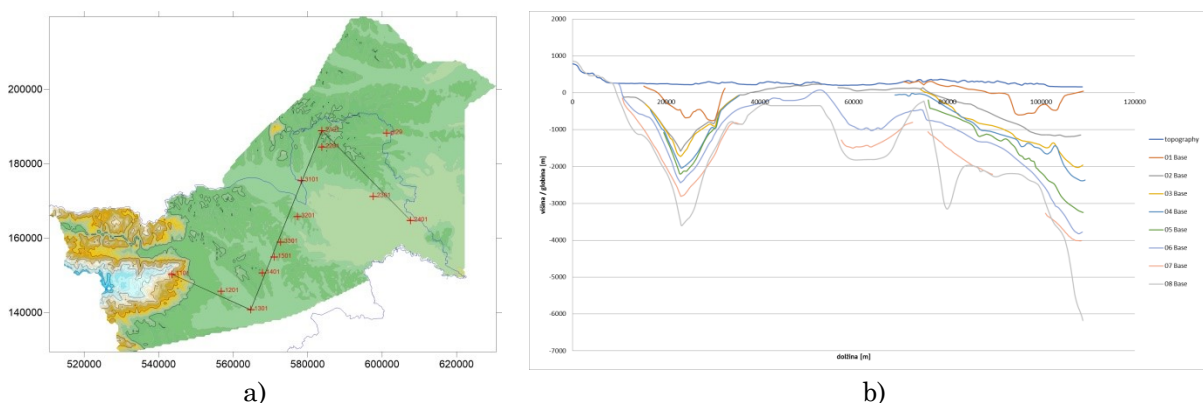
Slika 3.10: a) Oris območja modela (črna črta) z lokacijami vhodnih podatkov: vrtnice (rdeče pike) in prerezi (rjave in modre črte) (Šram in sod., 2015), b) Pogled na območje Mursko-Zalskega porečja, ki je postavljen na predneogensko podlago (Šram in sod., 2015), c) 2D prikaz regionalnega geološkega modela z 9 litostratigrafskimi sloji, izvirne koordinate v UTM projekciji, d) 3D prikaz regionalnega geološkega modela Mursko-Zalskega bazena.

Figure 3.10: a) Outline of the model area (black line) with locations of the input data: boreholes (red dots) and cross-sections (brown and blue lines) (Šram et al., 2015), b) Perpendicular fence diagram of the Mura-Zala Basin fill superimposed on the pre-Neogene basement (Šram et al., 2015), c) 2D visualization of a regional geological model with 9 lithostratigraphic layers, coordinates in UTM projection, d) 3D visualization of the regional geological model of the Mura-Zala basin.

3.1.3.1 Izdelava 3D modela gostot Mursko-Zalskega bazena

Podobno metodologijo kot pri izdelavi novega 2D modela gostot za Slovenijo (poglavje 3.1.2.4), smo uporabili tudi pri izdelavi 3D modela gostot za območje SV Slovenije. Torej posameznim geološkim slojem smo pripisali povprečne vrednosti gostot zemljin oz. kamnin, pri čemer smo upoštevali določene predpostavke (poznane vrednosti gostot) in poenostavitve (povprečna gostota je določena glede na to, katera zvrst zemljine/kamnine je napisana na prvem mestu) (Rajver, 2019). V prilogi B je prikazana preglednica, iz katere je razviden pripis vrednosti gostot za posamezno enoto.

Na območju, ki ga pokriva model, smo izvedli testne meritve vertikalnih gradientov težnosti (glej poglavje 5.4, slika 5.4). Točke izmere so bile določene tako, da približno sledijo trem linijam, ki presekajo celoten model (slika 3.11a). Za celotno linijo testne izmere so na sliki 3.11b prikazani izrisi profilov s potekom posameznih slojev za lažjo predstavbo sprememb gostot na tem območju.



Slika 3.11: a) Potek linije testne izmere na območju modela, b) Izris profilov posameznih slojev modela na obravnavani liniji (smer Z – V).

Figure 3.11: a) Line of test measurements on the model area, b) Plotted profiles of individual models' layers of the considered line (direction W – E).

3.2 Digitalni model reliefa

Za Slovenijo imamo na razpolago več različnih topografskih podatkov o višini reliefa na kopnem, t. i. digitalnih modelov reliefa. Za potrebe te naloge smo jim dali oznake DMR1, DMR12_5, DMR25, DMR100, DMR250 in DMR1000, ki jih uporabljamo v nadaljnjem tekstu:

- DMR1 – Podatki digitalnega modela reliefa s celično mrežo 1×1 m,
- DMR12_5 – Podatki digitalnega modela reliefa s celično mrežo $12,5 \times 12,5$ m,
- DMR25 – Podatki digitalnega modela reliefa s celično mrežo 25×25 m,
- DMR100 – Podatki digitalnega modela reliefa s celično mrežo 100×100 m,
- DMR1000 – Podatki digitalnega modela reliefa s celično mrežo 1000×1000 m.

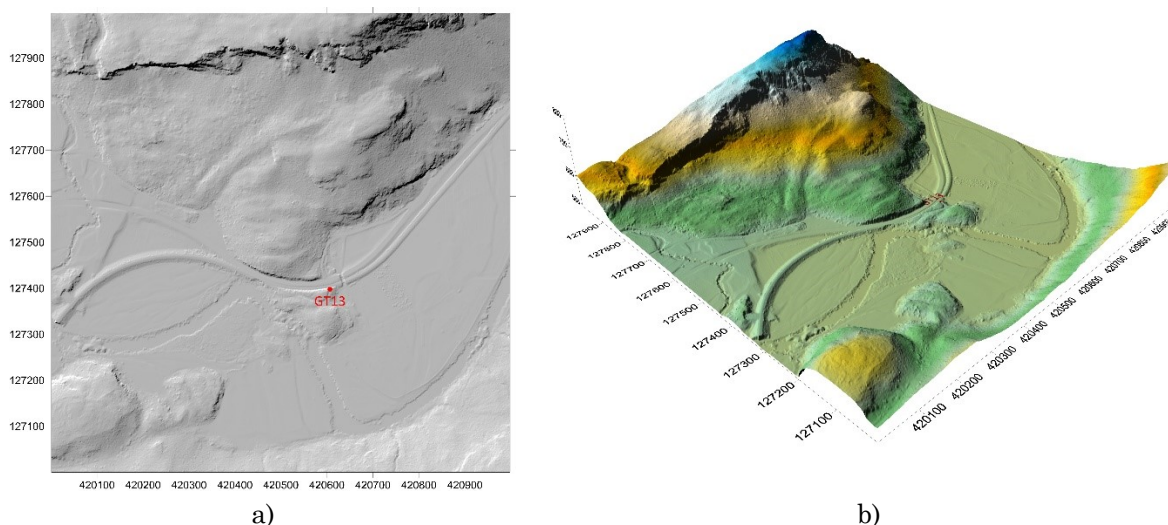
V nadaljevanju so podani kratki opisi posameznih uporabljenih modelov. Vse uporabljene modele DMR smo zaradi uporabe v različnih programskih paketih in zaradi

uporabe v različne namene izdelali (pretvorili) v ravninska koordinatna sistema D96/TM, UTM ter geodetske koordinate (φ, λ) na elipsoidu GRS80.

3.2.1 DMR1

DMR1 je bil pridobljen v projektu *Lasersko skeniranje Slovenije (LSS)*, ki se je izvajalo v letih 2011, 2014 in 2015. Iz podatkov LSS je bil izdelan digitalni model reliefa s prostorsko ločljivostjo 1 m (DMR1). Podatke o DMR1 je mogoče pridobiti na spletni strani ([LIDAR, 2019](#)), kjer je mogoče za posamezno območje laserskega skeniranja prevzeti tudi poročilo o izvedbi in o ravninski ter višinski točnosti. Vzdrževanje DMR se z nekaj slabšo višinsko točnostjo izvaja v okviru projekta *Ciklično aerofotografiranje Slovenije (CAS)*, kjer se za izračun višin uporablja tehnologija slikovnega ujemanja iz prekrivajočih se letalskih posnetkov.

DMR1 je na omenjeni spletni strani na razpolago v obliki ASCII, s podatki e, n in H v starem (D48/GK) in novem (D96/TM) državnem koordinatnem sistemu. Podatki o DMR1 so na razpolago v obliki datotek, ki obsegajo območje 1 km², katerih spodnji levi vogal je podan v imenu datoteke npr. TM1_506_152.asc (tj. $e = 506.000$ m, $n = 152.000$ m), višine so podane v nadmorskih višinah v metrih na dve decimalni mesti in se nanašajo na SVS2000/Trst. Primer izrisa DMR1 je podan na sliki 3.12.

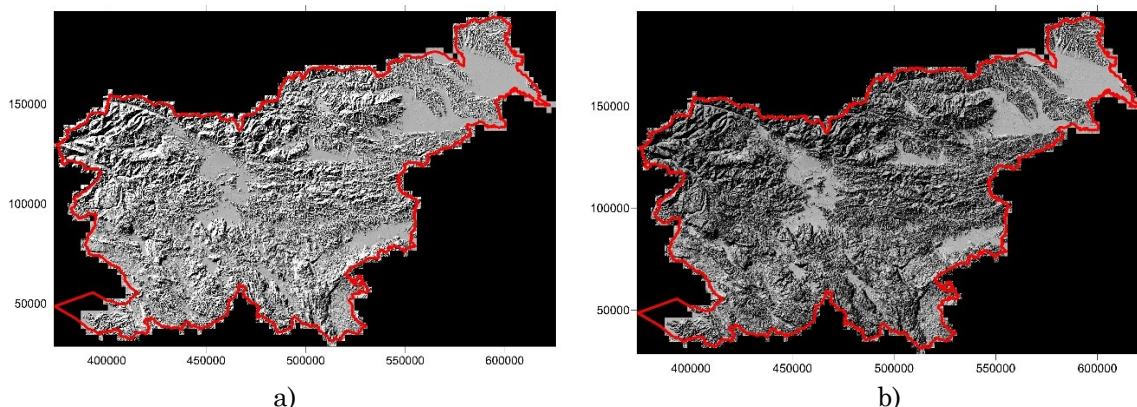


Slika 3.12: Primer izrisa DMR1 na točki GT13, a) 2D pogled in b) 3D pogled.
Figure 3.12: Example of DTM1 plot at point GT13, a) 2D view and b) 3D view.

3.2.2 DMR12_5 in DMR25

Digitalni model višin Slovenije je sistem, ki obsega podatke digitalnih modelov višin Slovenije in njene okolice z ločljivostjo 12,5 m in 25 m. V model je vključenih več kot 25 vrst višinskih podatkov, zajetih od leta 1947 do leta 2005, kot so digitalni modeli reliefa z ločljivostjo od 10 do 600 m, digitalizirane plastnice, sloji cest in železnic različnih meril, geodetske točke, kataster stavb ipd. ([Portal Prostor, 2019](#)). Značilnosti Digitalnega modela višin Slovenije so: model višin je homogen in ne vsebuje grobih napak, model

višin obsega širše območje okoli Slovenije in višin obsega več kot 353 milijonov točk pri ločljivosti 12,5 m, ocenjena natančnost modela je 3,2 m (ravnine 1,1 m, gričevja 2,3 m, hribovja 3,8 m, gorovja 7,0 m). Podatki Digitalnega modela višin Slovenije so na voljo v ločljivosti 12,5 m (DMR 12_5) in 25 m (DMR 25) (slika 3.13). Podatki digitalnih modelov višin se izdajajo v formatu XYZ. Osnovna enota izdajanja je list TTN 5. Velikost lista TTN 5 je 3000×2250 m. Slovenijo prekriva 3258 listov TTN 5.



Slika 3.13: a) Prikaz DMR12_5 v ravninskih koordinatah D96/TM in b) Prikaz DMR25 v D96/TM. Oba pokrivata območje Slovenije z bližnjo okolico.

Figure 3.13: a) DTM12,5 in D96/TM planar coordinates and b) DTM25 in D96/TM. Both cover the area of Slovenia with the close vicinity.

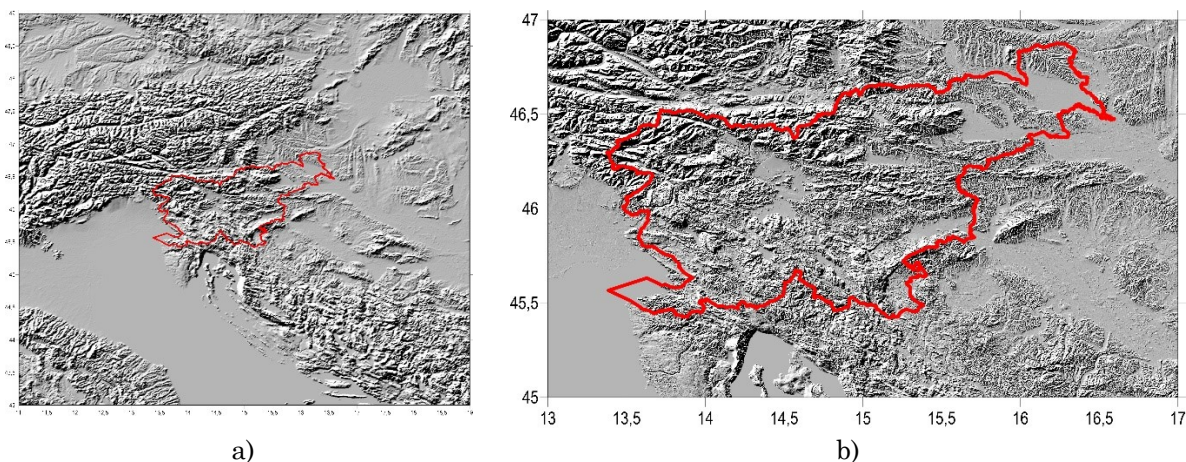
Tako DMR12_5 kot DMR25 izvorno pokrivata območje znotraj državne meje Republike Slovenije. Ker pri izračunih upoštevamo tudi območje izven države, smo oba DMR razširili v koordinatni okvir od 45° do 47° severne geografske širine in od 15° do 17° vzhodne geografske dolžine in sicer z interpolacijo DMR100.

3.2.3 DMR100 in DMR1000

Podatki o izoblikovanosti Zemeljskega površja (reliefa) sodijo med ključne nize vhodnih podatkov za izračun modela (kvazi)geoida. Zato je bil za potrebe njegovega izračuna pripravljen digitalni model višin, ki je bil izdelan v okviru projekta *Razvoj DGS 2009: Prehod na nov koordinatni sistem* (Berk in sod., 2009). Za slovensko območje so uporabili podatke DMR12_5 in za čezmejni pas do oddaljenosti vsaj 167 km podatke SRTM-3 v2.1²⁷ (Farr in sod., 2007). Iz podatkov SRTM-3 v2.1 sta izdelana fini (DMR100) in grobi model višin (DMR1000), kjer prvi ustreza stometrski celični mreži v ravninskih koordinatah (ločljivost $3' \times 4,5'$) in drugi kilometrski celični mreži (ločljivost $30' \times 45'$). Izvedena je bila tudi kontrola kakovosti podatkov SRTM, in sicer s primerjavo ujemanja s podatki slovenskega DMV na testnih območjih znotraj Slovenije (Žagar in Berk, 2009). Obe končni celični mreži sta bili tvorjeni z linearno interpolacijo združenih podatkov DMV (za državno ozemlje) in SRTM (za čezmejni pas). DMR100 obsega območje v koordinatnem okvirju od 45° do 47° severne geografske širine in od 15° do 17° vzhodne

²⁷ Angl. Shuttle Radar Topography Mission

geografske dolžine, DMR1000 pa obsega območje od 43° do 49° severne geografske širine in od 11° do 19° vzhodne geografske dolžine. Oba sta prikazana na sliki 3.14.



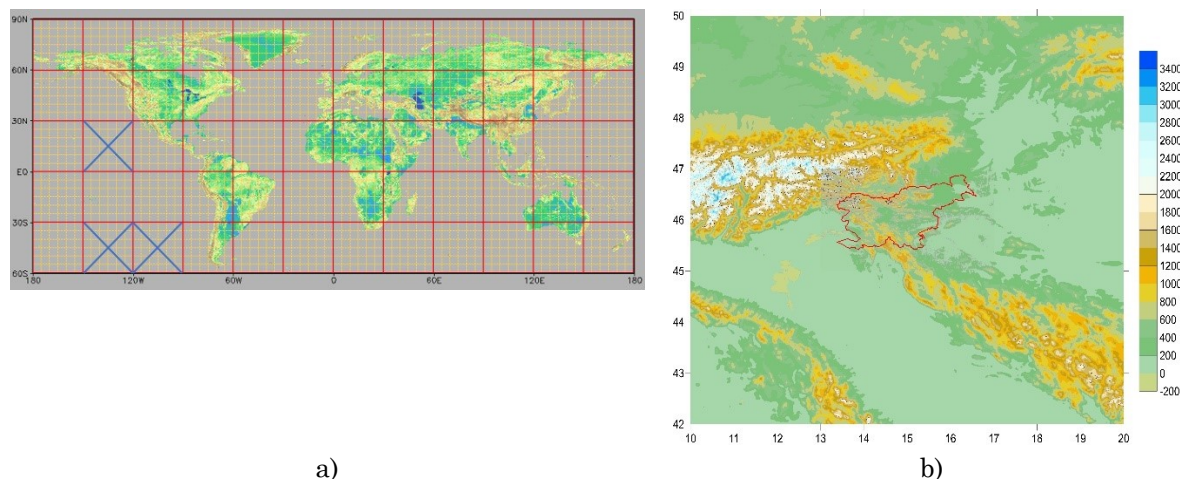
Slika 3.14: Digitalni model reliefa Slovenije s širšo okolico: a) DMR1000 (30' × 45'),
b) DMR100 (3' × 4,5').

Figure 3.14: Digital terrain model of Slovenia and its wider surroundings: a) DTM1000 (30' × 45'),
b) DTM100 (3' × 4,5').

3.2.4 DMR MERIT

MERIT je visoko kakovostni globalni DMR, ki pokriva območje med 90° severne geografske širine in 60° južne geografske širine (slika 3.15), temelji pa na WGS84 elipsoidu in EGM96 geoidu (Yamazaki in sod., 2017). Njegova ločljivost je 3" (~90 m na ekvatorju), razvit pa je bil iz obstoječih DMR-jev izdelanih iz satelitskih podatkov (SRTM3 v2.1 (Farr in sod., 2007) in AW3D-30m v1²⁸ (Tadono in sod., 2015)). S kombiniranjem različnih modelov, filtriranjem in odstranitvijo različnih napak v obstoječih modelih je izdelan DMR, ki zagotavlja višinsko natančnost do ±2 m za okoli 58% površja Zemlje. Prednost pred globalnim DMR SRTM3 naj bi bila v boljši višinski natančnosti (Yamazaki in sod., 2017).

²⁸ ALOS: Advanced Land Observing Satellite, World 3D-DEM



Slika 3.15: a) Prikaz globalnega DMR MERIT (MERIT DEM, 2021) in b) Izrez DMR MERIT za območje Slovenije z okolico (10° – 20° E, 42° – 50° N).

Figure 3.15: a) Display of global DMR MERIT (MERIT DEM, 2021) and b) Cut-out of DMR MERIT for the area of Slovenia and its surroundings (10 ° – 20 ° E, 42 ° – 50 ° N).

3.3 Gravimetrični podatki

V Sloveniji razpolagamo z več nizi gravimetričnih podatkov in sicer:

- stari gravimetrični podatki SFRJ za območje Slovenije in dela Hrvaške,
- gravimetrični podatki obmejnega območja sosednjih držav, tj. Italije, Avstrije in Madžarske,
- podatki osnovne gravimetrične mreže,
- gravimetrični podatki reperjev nivelmanske mreže 1. reda in
- podatki nove regionalne gravimetrične izmere za območje Slovenije.

Vsi ali vsaj večina teh podatkov se je uporabila tudi pri izračunu nove višinske referenčne ploskve, tj. modela kvazigeoida Slovenije z oznako SLO_VRP2016 (Omang, 2016).

3.3.1 Gravimetrični podatki SFRJ za območje Slovenije in dela Hrvaške

Podatki stare gravimetrične izmere SFRJ segajo v sedemdeseta leta prejšnjega stoletja. Že v projektu izračuna novega geoida je bil niz teh podatkov analiziran, predvsem z vidika kakovosti podatkov. Analiza kakovosti podatkov je potekala v smeri preverjanja ustreznosti in pravilnosti, (pre)številčevanja, razvrščanja in transformacij izvorno pridobljenih podatkov gravimetrične izmere. Posebej se je preverjala pravilnost geolociranja podatkov v D96/TM ter podanih nadmorskih višin točk. Za vse gravimetrične podatke stare gravimetrične izmere SFRJ na območju Slovenije in dela Hrvaške je bilo izvedeno novo georeferenciranje podatkov (Stopar in sod., 2016). Horizontalni položaji teh točk so bili namreč izvorno določeni v geodetskem datumu D48, na Besslovem elipsoidu. Za transformacijo iz D48/GK v D96/TM je bila uporabljena državna trikotniška transformacija, različica 3.0 (Berk in Komadina, 2013). Na sliki 3.16a so prikazani stari gravimetrični podatki SFRJ za območje Slovenije in dela

Hrvaške, ki jih imamo na razpolago. Celotni niz vsebuje 6362 točk, od tega jih je na ozemlju Slovenije 3365, ostalih 2997 je na območju Hrvaške. Meritve so se izvorno izvajale v Potsdamskem gravimetričnem sistemu, ki je bil takrat v veljavi. Naknadno so bile transformirane v IGSN71 gravimetrični sistem, vendar ne razpolagamo z informacijami o samih izvornih meritvah, niti o samem postopku transformacije podatkov. Predvidevamo pa, da je bila v preračunu uporabljena splošno uveljavljena konstanta 15 mGal. Glede na ocenjeno natančnost podatkov in na naknadno določeno transformacijsko enačbo med obema sistemoma za območje Slovenije (Medved in sod., 2009) je ta zamik ustrezen.

3.3.2 Podatki obmejnega območja sosednjih držav (Italija, Avstrija in Madžarska)

Vse gravimetrične podatke z obmejnih območij sosednjih držav je Geodetska uprava RS pridobila z medsebojnimi sporazumi za potrebe izračuna novega geoida. Z njimi razpolaga samo za interne potrebe in niso dostopni drugim uporabnikom. Gravimetrični podatki obmejnega območja z Italijo vključujejo dva niza podatkov; prvi niz z 2113 točkami²⁹ in drugi niz s 1874 točkami³⁰ kot alternativa. Drugi niz je bil namreč pridobljen že pred leti in se je izkazal za zelo vprašljivega, saj so podatki le delno uporabni. Izvedene so bile analize teh podatkov (Stopar in sod., 2016), ker je bila vprašljiva predvsem geolokacija podatkov. Končni, prečiščeni set gravimetričnih podatkov obmejnega območja z Italijo tako vsebuje 1402 točk. Koordinate so podane v ETRS89 (elipsoid GRS80). Obdobje meritev ni poznano. Izvirne višine se nanašajo na italijanski višinski sistem z datumom Genova 1942, zato so bile transformirane v višinski datum Trst 1875 (enostaven zamik za +0.102 m) (CRSEU, 2016). Gravimetrične vrednosti se nanašajo na IGSN71. Dodaten problem pri nizu teh točk je bil, da niso bile pridobljene izvirne vrednosti težnih pospeškov, ampak anomalije prostega zraka, ki jih je bilo potrebno preračunati.

Gravimetrične podatke iz Avstrije je Geodetska uprava RS pridobila v okviru izmenjave podatkov. Pokrivajo mejno območje južno od vzporednika 47°. Gre za skupno 3984 točk. Horizontalni položaji so podani v ETRS89, višine pa se nanašajo na višinski datum Trst 1875. Gravimetrične meritve izhajajo iz obdobja 1952 – 2009. Glede na vir pridobitve podatkov je natančnost horizontalnega položaja (standardni odklon koordinate) ocenjena glede na način njegove pridobitve in sicer < 0.1 m za kontrolne točke, < 1 m za koordinate katastrskih točk, < 5 m za koordinate iz ortofota in < 25 m za koordinate iz topografskih podatkov (Stopar in sod., 2016).

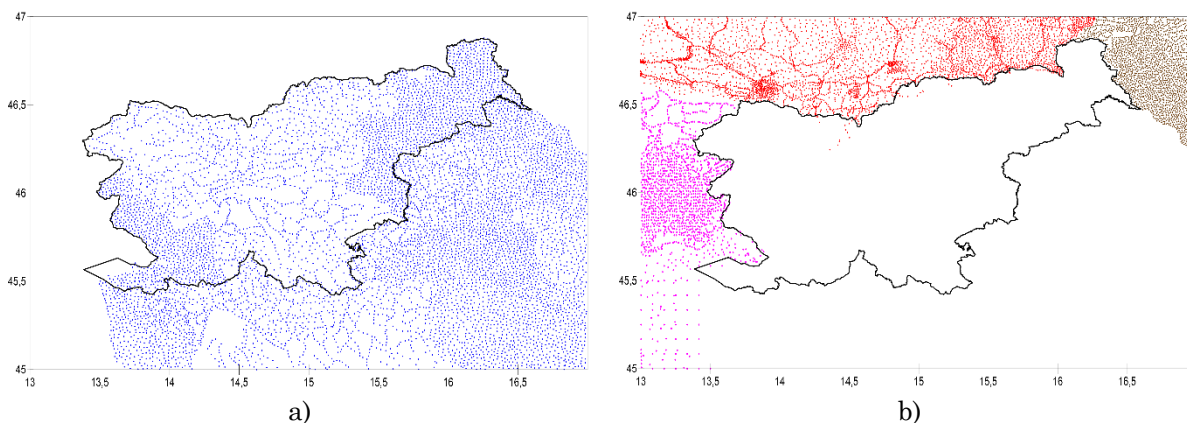
Gravimetrični podatki obmejnega območja z Madžarsko vsebujejo niz 1801 točk. Gre za dejansko merjene točke in ne točke interpolirane v pravilni celični mreži, ki so bile predhodno na razpolago (Kuhar in sod., 2011). Geolocirane so v ETRS89 (elipsoid

²⁹ prejeti od Riccarda Barzaghija, korespondenca GU RS

³⁰ prejeti od Franca Corena, korespondenca GU RS

GRS80). Izvirne višine se nanašajo na višinski datum Kronstadt, zato so z enostavnim zamikom (+0.551 m) pretvorjene v višinski datum Trst (CRSEU 2016).

Na sliki 3.16b so prikazani vsi gravimetrični podatki s sosednjih držav opisani v tem poglavju, torej brez hrvaških. Za območje Hrvaške imamo namreč na razpolago niz gravimetričnih podatkov SFRJ in je prikazan na sliki 3.16a.



Slika 3.16: a) Gravimetrični podatki SFRJ za območje Slovenije in dela Hrvaške,
b) Gravimetrični podatki Italije, Avstrije in Madžarske.

Figure 3.16: a) Gravimetric data of the former SFRY for the territory of Slovenia and parts of Croatia, b) Gravimetric data of Italy, Austria and Hungary.

3.3.3 Podatki osnovne gravimetrične mreže

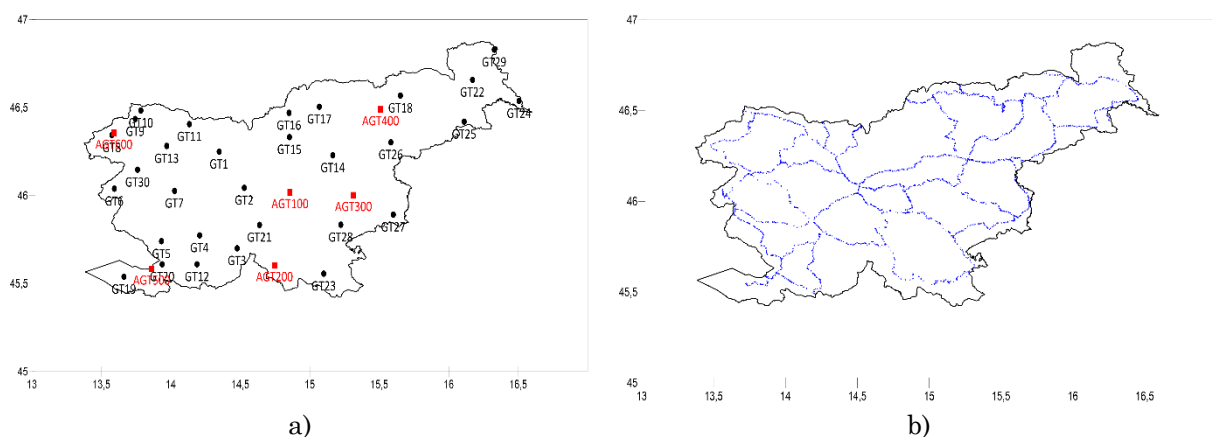
Osnovno gravimetrično mrežo Slovenije tvori 36 točk, 6 absolutnih gravimetričnih točk mreže 0. reda in 30 relativnih gravimetričnih točk 1. reda (slika 3.17a). Določitev vrednosti težnega pospeška na točkah 1. reda je bila opravljena z gravimetričnimi meritvami leta 2006 (Medved in sod., 2009). Meritve so se izvajale z dvema relativnima gravimetroma Scintrex CG-3M. Obdelava gravimetričnih meritev je opravljena z izračunom ustreznih popravkov in redukcij merjenih vrednosti težnega pospeška. Iz popravljenih vrednosti opazovanj na posameznih točkah so izračunane razlike težnih pospeškov, ki so obravnavane kot opazovanja v mreži pri postopku posredne izravnave po metodi najmanjših kvadratov. Pri tem so upoštewane prostorske in časovne spremembe na absolutnih gravimetričnih točkah, ki so se zgodile od njihove stabilizacije in izmere v letih 1995 in 1996. To je izvedeno z izravnavo gravimetrične mreže v dveh korakih. Najprej z izravnavo proste mreže z opazovanji na absolutnih točkah. Na ta način se pridobi z izravnavo ocenjene vrednosti težnega pospeška na absolutnih gravimetričnih točkah, ki so bile kasneje obravnavane kot dane vrednosti v izravnavi opazovanj v celotni mreži. Končne vrednosti težnega pospeška na točkah relativne gravimetrične mreže 1. reda so bile pridobljene z izravnavo vseh opazovanj v celotni mreži. Ocenjena natančnost določitve posameznih točk znaša od 3,0 μGal do 6,2 μGal (Koler in sod., 2012a).

Na osnovi novo izračunane osnovne gravimetrične mreže je bila narejena tudi primerjava s starim Potsdamskim datumom, v katerem so bile opravljene vse predhodne

gravimetrične meritve v Sloveniji, in določena transformacija med sistemoma Potsdam in IGSN71 (Medved in sod., 2009). Leta 2014 so se na absolutnih točkah gravimetrične mreže ponovno izvedle meritve, saj je na nekaterih točkah prišlo do lokalnih sprememb, ki vplivajo na izmerjeno vrednost težnega pospeška (Ullrich in Medved, 2015). Nova osnovna gravimetrična mreža Republike Slovenije predstavlja kakovostno osnovo za vse nadaljnje gravimetrične meritve na območju Slovenije, prav tako po veljavni zakonodaji predstavlja tudi gravimetrični datum Slovenije GD06 (Uredba, 2014).

3.3.4 Gravimetrični podatki reperjev nivelmanske mreže 1. reda

Za potrebe uvedbe novega višinskega sistema (SVS2010/Koper), kar v praksi pomeni izračun geopotencialnih kot reperjev, je bila na 2054 reperjih izvedena gravimetrična izmera, kar predstavlja ~85 % reperjev nivelmanske mreže 1. reda Slovenije (Koler in sod., 2019). Ta se je izvajala sočasno z nivelmansko izmero, to je od leta 2006 do 2016 in sicer z dvema relativnima gravimetroma Scintrex (model CG-3M in CG-5) v lasti Geodetske uprave RS. Ocena natančnosti izvedenih meritev je $\pm 50 \mu\text{Gal}$. Vse meritve težnega pospeška se nanašajo na osnovno gravimetrično mrežo Slovenije. Na sliki 3.17b so prikazane vse točke (reperji), na katerih je bila izvedena gravimetrična izmera.



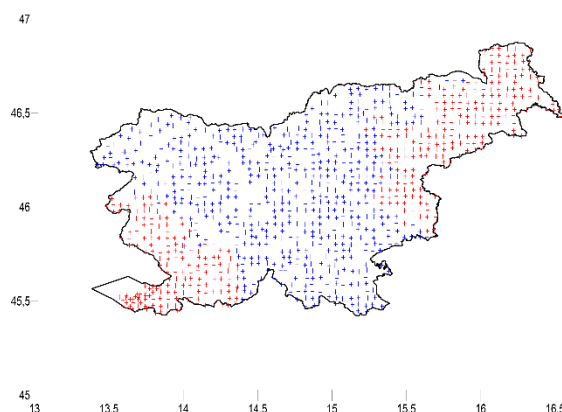
Slika 3.17: a) Osnovna gravimetrična mreža Slovenije, b) Izvedene gravimetrične meritve na nivelmanski mreži Sloveniji (reperji 1. reda).

Figure 3.17: a) Fundamental gravimetric network of Slovenia, b) Performed gravimetric measurements on the leveling network of Slovenia (1st order benchmarks).

3.3.5 Podatki nove regionalne gravimetrične izmere Slovenije

Za potrebe izračuna nove referenčne višinske ploskve (kvazigeoid) se je v Sloveniji izvedla regionalna gravimetrična izmera. Predhodno je bila narejena analiza gostote obstoječih gravimetričnih točk, ki se nanašajo na GD06, torej točk izmerjenih po letu 2006 za potrebe določitve geopotencialnih kot reperjev. Na podlagi tega se je izdelal predlog zgostitve točk na območju, kjer njihova gostota ne zadošča (Medved in sod., 2019). Predlog zgostitve je vključeval vzpostavitev novih regionalnih gravimetričnih točk v obliki celične mreže z velikostjo celice $4 \times 4 \text{ km}$ (slika 3.18), kar skupaj predstavlja gravimetrično izmero na približno 1000 novih točkah v Sloveniji. Celotna država je

razdeljena na 11 območij. Do leta 2016, ko se je izračunal nov kvazigeoid, je bila končana in izračunana izmera osrednjega dela Slovenije. To predstavlja 6 območij, skupaj gre za 595 točk, ki so prikazane na sliki 3.18 z modro barvo. V obdobju 2017 – 2019 je bilo izmerjenih še dodatnih 178 točk na JZ in 250 točk na SV delu Slovenije (rdeče točke na sliki 3.18). Na območju slovenske obale je bila celična mreža zgoščena na velikost celice 2×2 km in sicer za potrebe izračuna geoida na morju (slika 3.18). S tem je celotno območje države pokrito s kvalitetnimi gravimetričnimi točkami v rastru vsaj 4×4 km, pri čemer se vse meritve nanašajo na osnovno gravimetrično mrežo Slovenije, tj. gravimetrični datum GD06.



Slika 3.18: Regionalna gravimetrična izmera Slovenije, modre točke izmerjene do 2016, rdeče točke izmerjene od 2017 do 2019.

Figure 3.18: Regional gravimetric measurement of Slovenia, blue points measured until 2016, red points measured from 2017 to 2019.

Koordinate vseh izmerjenih detajlnih točk regionalne gravimetrične izmere so bile določene z izmero GNSS, z dvofrekvenčnimi instrumenti GNSS in z navezavo na omrežje SIGNAL. Uporabljali sta se dve metodi izmere GNSS in sicer RTK metoda izmere GNSS v omrežju SIGNAL s tremi neodvisnimi serijami izmere v trajanju po 30 sekund ali hitra statična³¹ metoda izmere GNSS. Določene so bile elipsoidne koordinate na elipsoidu GRS80 in ravninske koordinate D96/TM. Nadmorske višine so določene z interpolacijo ustreznega modela geoida za območje Slovenije.

3.3.6 Analiza kakovosti »starih« jugoslovanskih gravimetričnih podatkov

Z vidika kakovosti gravimetričnih podatkov je potrebno posebno pozornost nameniti podatkom stare gravimetrične izmere SFRJ na območju Slovenije in dela Hrvaške. Kot že navedeno, podatki stare gravimetrične izmere SFRJ namreč segajo v šestdeseta in sedemdeseta leta prejšnjega stoletja, nekatere gravimetrične izmere višjih redov pa še dlje v preteklost. Izvedla se je analiza kakovosti teh podatkov za potrebe izračuna novega slovenskega kvazigeoida v okviru že omenjenega projekta *Posodobitev prostorske podatkovne infrastrukture za zmanjšanje tveganj in posledic poplav*, ki ga je izvajala Geodetska uprava RS (Projekt EGP, 2013, Režek, 2017). V gradivu »Implementacija

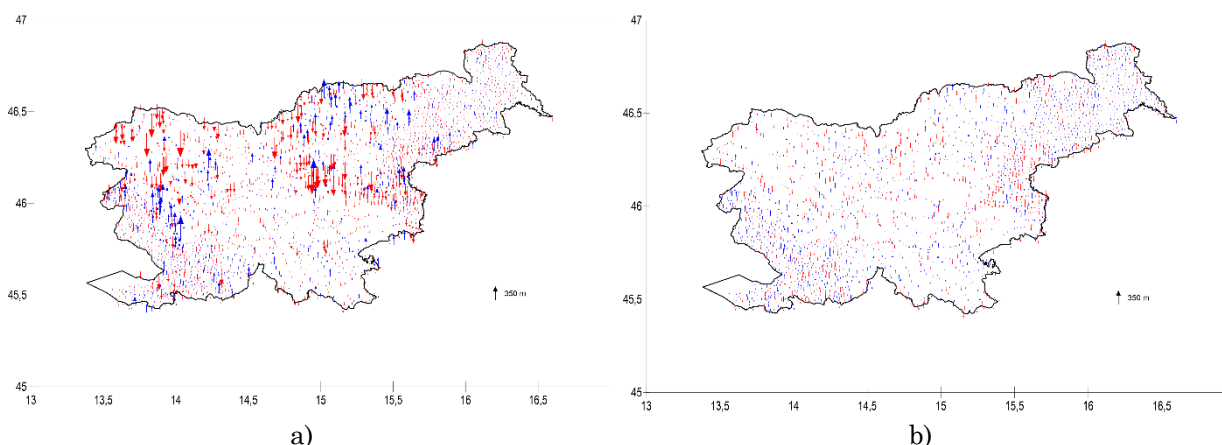
³¹ Angl. fast static

kombinirane geodetske mreže in višinske komponente ESRS v državni geodetski referenčni sistem« (Stopar in sod., 2016) je analiza kakovosti podatkov potekala v smeri preverjanja ustreznosti in pravilnosti prečiščevanja, (pre)oštevilčevanja, sortiranja in transformacij izvorno pridobljenih podatkov gravimetrične izmere. Posebej se je preverjala pravilnost geolociranja podatkov v D96 ter podanih nadmorskih višin točk. V tej analizi se je preverjala tudi korelacija med velikostmi odstopanj nadmorskih višin (ΔH) in tipom reliefa. Kot referenca v kontroli so se uporabili najnovejši LIDAR podatki, in sicer OTR (oblak terenskih točk) s točnostjo višin ~ 15 cm in točnost horizontalnega položaja ~ 30 cm (Triglav Čekada in Bric, 2015). Potrdila so se predvidevanja, da so velika odstopanja v ΔH prisotna v hribovitih predelih, srednja odstopanja ΔH v manj reliefno razgibanem predelu Slovenije in manjša odstopanja v severovzhodnem delu Slovenije. Skladno z arhivsko dokumentacijo (Bilibajkić in sod., 1979), ki opisuje način izvedbe gravimetričnih meritev v SFRJ, vključno z določitvijo horizontalnih položajev in višin gravimetričnih točk, ter glede na ugotovljene višinske razlike ΔH lahko sklepamo, da ima položajna točnost gravimetričnih točk velik vpliv na dobljeno višinsko razliko ΔH , kar zelo otežuje kakovostno kontrolo po izbrani metodi.

Pri gravimetričnih meritvah v SFRJ so bili namreč za določitev položaja točk izbrani večinoma značilni objekti, ki so bili prikazani na topografskih kartah merila 1 : 50.000 ali 1 : 25.000. Kjer to ni bilo možno, so položaj točk določali glede na referenčni objekt in izmerili oddaljenost od objekta. Za določanje smeri so v nekaterih primerih uporabljali tudi busolo. Pri regionalnih raziskavah so za gravimetrične točke skladno z možnostmi uporabljali reperje in trigonometre državne mreže. Pri detajlnih gravimetričnih meritvah je položaj določen na osnovi poligonov (tudi busolnih) ali pa z merjenjem razdalje od gravimetrične točke do izbranega objekta, katerega položaj so določili na karti. Poligone so povezali bodisi s trigonometrično mrežo, bodisi s točkami, ki so že imele znane položaje. Merjeni podatki so bili izravnani z uporabo približnih metod. Glede na podatke so bile višine starih gravimetričnih točk (iz obdobja SFRJ) dobljene z nivelmanom oz. s trigonometričnim višinomerstvom. Vsaki gravimetrični točki je določena absolutna nadmorska višina. Ocenjena natančnost teh višin je 0,20 m za točke določene z geometričnim nivelmanom in 0,30 m za točke določene s trigonometričnim višinomerstvom (Bilibajkić in sod., 1979).

Glede na rezultate zgoraj navedene analize kakovosti podatkov o gravimetričnih točkah s pomočjo podatkov LIDAR, ne moremo z gotovostjo niti zavreči niti potrditi uporabnost teh podatkov za npr. izračun geoida, uspeli pa smo izpostaviti in izločiti nekaj očitno grobih odstopanj. V izračunu novega slovenskega geoida oz. kvazigeoida (Omang, 2016) so bili ti podatki sicer uporabljeni, saj regionalna gravimetrična izmera Slovenije, opisana v poglavju 3.3.5, še ni bila končana. Tako niti ni bilo druge alternative. Kot je bilo torej ugotovljeno v tej analizi (Stopar in sod., 2016) so stari gravimetrični podatki problematični predvsem z vidika kakovosti geolociranja. Ker imamo sedaj na voljo bistveno več novejših gravimetričnih podatkov pridobljenih z regionalno gravimetrično izmero (Medved in sod., 2019), katerih uporaba predstavljajo alternativno možnost, smo za potrebe te naloge izvedli novo analizo in filtriranje podatkov.

Podatke stare gravimetrične izmere SFRJ na območju Slovenije in dela Hrvaške smo primerjali z digitalnim modelom reliefa DMR1 (glej poglavje 3.2.1) in sicer višine izvornih koordinat gravimetričnih točk s pripadajočimi višinami iz DMR1. Na ta način dobimo odstopanja (razlike) med obema višinama za vsako posamezno gravimetrično točko. Pri tem ne vemo ali je odstopanje posledica pogrešene višine ali pogrešene horizontalne koordinate posamezne točke. Na sliki 3.19a so prikazana odstopanja po celotnem ozemlju Slovenije za posamezne točke. Točke iz tega podatkovnega niza pokrivajo tudi območje Hrvaške, vendar so iz te analize izvzete, saj ne razpolagamo z DMR-jem iste kvalitete za to območje.



Slika 3.19: a) Odstopanja po višini na podlagi analize z DMR1, b) Odstopanja po višini po izvedenem filtriranju.

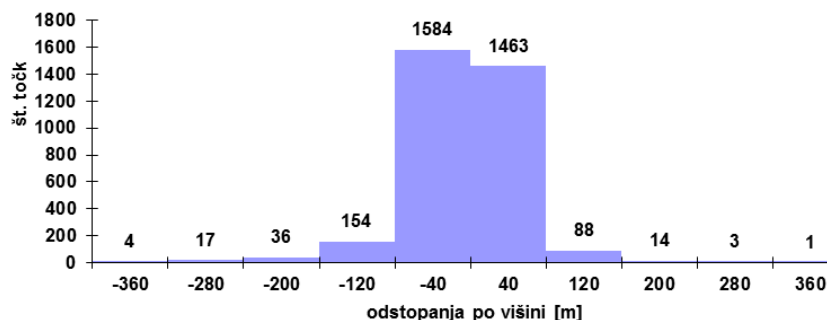
Figure 3.19: a) Height deviations based on DTM analysis, b) Height deviations after the completion of filtration.

Odstopanja so prikazana kot razlika med 'izvorno višino' minus 'DMR višino'. Na prvi pogled se zdi, da so odstopanja največja na območju S in SZ Slovenije, predvsem v goratih predelih. Na območjih SV in J Slovenije so odstopanja v povprečju manjša. Verjetno so bile izmere izvedene v posameznih sklopih in je metoda določitve koordinat vezana tudi na to, vendar o tem trenutno nimamo podatkov. Statistični kazalci te analize so zbrani v preglednici 3.1.

Preglednica 3.1: (levo) Statistični kazalci analize višin na nizu jugoslovanskih gravimetričnih podatkov; (desno) Histogram odstopanj po višini v 10-ih velikostnih razredih.

Table 3.1: (left) Statistical indicators of height analysis on a set of Yugoslavian gravimetric data; (right) Histogram of height deviations in 10 size classes.

Število točk	3364
Min. [m]	-390,94
Maks. [m]	333,14
Pov. [m]	-7,10
Med. [m]	-0,42
Std. o. [m]	51,25



Statistični kazalci analize višin starih jugoslovanskih gravimetričnih podatkov na območju Slovenije kažejo, da je izvorna višina nekaterih točk oz. posledično njihov položaj zelo vprašljiv. Odstopanja so od min. -391 m do maks. $+333$ m. Posledično to pomeni, da je uporaba teh podatkov v nekaterih primerih neprimerna za nadaljnje izračune. Gre pa za normalno porazdelitev odstopanj, kar kaže da ni nekega sistematičnega zamika oz. napake, kar bi povzročilo takšna odstopanja. Zato smo se odločili, da te podatke ustrezno filtriramo in v nadaljnjih postopkih uporabimo samo podatke, za katere predvidevamo, da niso grobo pogrešeni.

Za določitev kriterija za izločitev oz. filtriranje podatkov izvedemo podobno analizo na nizu gravimetričnih podatkov na reperjih (glej poglavje 3.3.4), ki imajo kvalitetno določeno višino z metodo niveliranja. Njihov horizontalni položaj je določen na različne načine, v nekaterih primerih tudi odčitane iz karte oz. DOF-a, zato tudi tukaj pričakujemo odstopanja. Statistični rezultati te analize (primerjava višin reperjev na DMR1) so prikazani v preglednici 3.2.

Preglednica 3.2: Statistični kazalci analize višin na nizu izmerjenih reperjev.

Table 3.2: Statistical indicators of height analysis on a set of measured benchmarks.

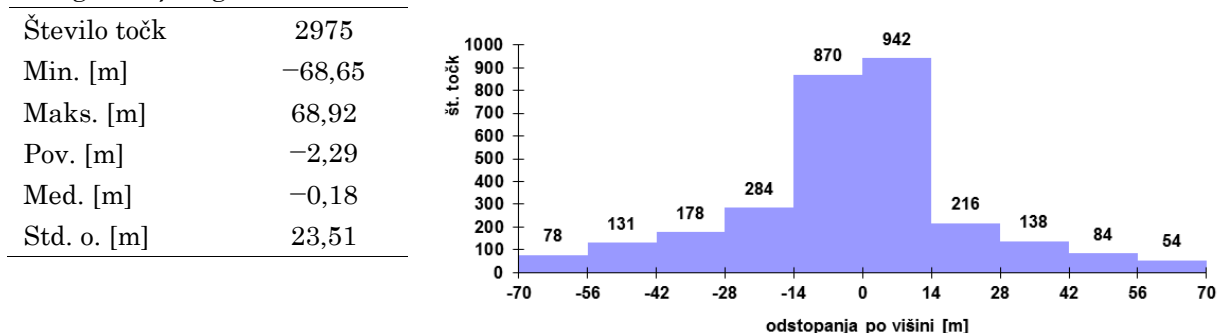
Število točk	2054
Min. [m]	-22,72
Maks. [m]	14,45
Pov. [m]	0,58
Med. [m]	0,73
Std. o. [m]	2,38

Rezultati analize tega niza podatkov, ki vsebuje 2054 točk, so pričakovano boljši. Minimalno odstopanje po višini znaša -23 m in maksimalno znaša $+14$ m. Ob predvidevanju, da so koordinate teh točk določene kvalitetno, vzamemo kot kriterij za izločanje (filtriranje) 3-kratno vrednost maksimalnega odstopanja. S tem izločimo grobo pogrešene položaje točk. Kriterij tako znaša 3×22 m, kar zaokrožimo na ± 70 m in je postavljen zelo ohlapno.

Tako iz niza starih jugoslovanskih gravimetričnih podatkov, ki na območju Slovenije vsebuje 3365 točk izločimo vse, ki po višini odstopajo za več kot ± 70 m. Izločenih je 390 predvidoma grobo pogrešenih točk, v filtriranem nizu ostane 2975 točk. Na sliki 3.19b so grafično prikazana odstopanja na posameznih gravimetričnih točkah po izvedenem filtriranju. Primerjava s sliko 3.19a nam prikaže, da smo izločili vsa »prevelika« odstopanja. Statistični kazalci po izvedenem filtriranju niza jugoslovanskih gravimetričnih podatkov na območju Slovenije so zbrani v preglednici 3.3.

Preglednica 3.3: (levo) Statistični kazalci analize višin na nizu filtriranih jugoslovanskih gravimetričnih podatkov; (desno) Histogram odstopanj po višini v 10-ih velikostnih razredih.

Table 3.3: (left) Statistical indicators of height analysis on a set of filtered Yugoslav data; (right) Histogram of height deviations in 10 size classes.



Za širša območja sosednjih držav nimamo na razpolago podatkov digitalnega modela reliefa z mrežno celico 1×1 m (DMR1), zato uporabimo podatke digitalnega modela reliefa z mrežno celico 100×100 m (DMR100, glej poglavje 3.2.3). Zaradi slabše natančnosti in zanesljivosti tega modela (v primerjavi z DMR1), kot kriterij za izločitev grobih podatkov vzamemo odstopanja po višini ± 100 m. S tem kriterijem so podatki filtrirani in dodatno so izločene 4 točke z območja Italije in 28 točk z območja Hrvaške. Za podatke z območja Avstrije in Madžarske ni zaznati grobih napak v njihovi geolokaciji.

4 KARTA BOUGUEROVIH ANOMALIJ

Karta Bouguerovih anomalij se uporablja v geoloških in geofizikalnih raziskavah. V Sloveniji je za območje celotne države trenutno aktualna karta Bouguerovih anomalij, ki je bila izdelana v drugi polovici prejšnjega stoletja. Nastala je na podlagi gravimetričnih meritev na območju bivše Jugoslavije. Te meritve so se nanašale na Potsdamski gravimetrični sistem, na območju Slovenije so se izvajale v različnih izmerah od leta 1952 do 1965. Analize kažejo, da je vprašljiva kvaliteta uporabljenih gravimetričnih podatkov, pri čemer največji problem predstavlja predvsem njihova geolokacija ([Stopar in sod., 2016](#), glej tudi poglavje [3.3.6](#)), ki je namreč pridobljena na različne načine, tudi iz topografsko-kartografskih podatkov (glej poglavje [3.3.1](#)). Predvidevamo, da je posledično slabše kakovosti tudi obstoječa karta Bouguerovih anomalij.

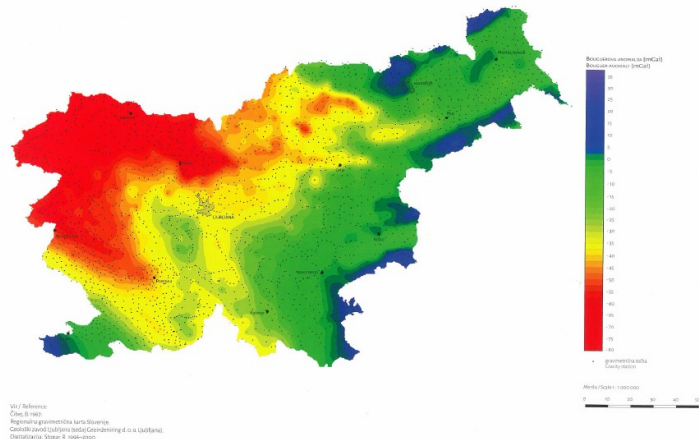
V Sloveniji se je po letu 1996 začela vzpostavljati nova osnovna gravimetrična mreža, ki temelji na gravimetričnem sistemu IGSN71 in predstavlja temelj za vsa sodobna gravimetrična opazovanja. Z [Uredbo \(2014\)](#) so bili v Sloveniji tudi določeni parametri gravimetričnega dela državnega prostorskega koordinatnega sistema. Oznaka slovenskega gravimetričnega datuma je GD06 in v njem se dandanes izvajajo vse gravimetrične meritve v Sloveniji. Tako je bilo na ozemlju Slovenije v zadnjem obdobju izvedenih veliko kvalitetnih gravimetričnih meritev, predvsem z namenom vzpostavitve novega državnega višinskega sistema in izračuna nove višinske referenčne ploskve (model (kvazi)geoida). Za ta namen so bili pridobljeni tudi gravimetrični podatki iz sosednjih držav. Vse te novejšje gravimetrične podatke lahko uporabimo pri izdelavi nove karte Bouguerovih anomalij za območje Slovenije. Za izdelavo karte Bouguerovih anomalij pa poleg gravimetričnih podatkov potrebujemo še druge podatkovne nize.

4.1 Obstoječa karta Bouguerovih anomalij v Sloveniji

Pred osamosvojitvijo Slovenije so bile izdelane karte Bouguerovih anomalij, ki so pokrivalo celotno območje takratne Jugoslavije. Zvezni geološki zavod iz Beograda je v sodelovanju z drugimi inštitucijami leta 1972 izdal »Gravimetrijsko karto SFR Jugoslavije: Bouguerove anomalije« v merilu 1 : 500.000. Temelji na regionalni in detajlni gravimetrični izmeri območja Slovenije in štirih sosednjih dežel iz petdesetih in šestdesetih let, ki je bila namenjena izdelavi te karte. Informacije glede teh gravimetričnih podatkov izhajajo iz publikacije: »Tolmač za gravimetrično karto SFR Jugoslavije – Bouguerove anomalije« avtorjev [Bilibajkić in sod. \(1979\)](#).

V Sloveniji je bila karta Bouguerovih anomalij izdelana leta 1967 ([Čibej, 1967](#)), ter dodatno interpolirana in digitalizirana med 1996 in 2000 ([Stopar, 2018](#)). Kot že navedeno je bila izdelana na osnovi starih gravimetričnih podatkov, pridobljenih med leti 1956 in 1965. Meritve na območju Slovenije je izvajal takratni Geološki zavod Ljubljana (danes Geološki zavod Slovenije). Za izdelavo karte v merilu 1 : 100.000 so uporabili približno 2500 točk z izmerjenimi relativnimi vrednostmi težnega pospeška. Te so bile preko takratnih nacionalnih gravimetričnih mrež navezane na Potsdamski gravimetrični sistem. Izdelana karta je prikazana na sliki [4.1](#). Izolinije razmejujejo

območja z enako vrednostjo anomalij. Ker karta Bouguerovih anomalij odraža podzemne strukture in mase različnih gostot za celotno ozemlje Slovenije, so jo nekoč imenovali Regionalna gravimetrična karta. Na njej prevladuje močan regionalni vpliv globljih struktur, v nasprotju z lokalnimi ali rezidualnimi, ki so posledica plitvejših geoloških struktur (Stopar, 2018). Podatki v Sloveniji odražajo zapleteno strukturo postavitev na prehodnem območju med Alpami, Karpati, Dinaridi in Panonsko kotlino. Velike razlike v debelini skorje (Gosar, 2018) in globina sedimentnih bazenov pri prehodu iz Alp – Dinaridov v Panonsko kotlino v Sloveniji se jasno kažejo v Bouguerovih anomalijah.



Slika 4.1: Karta Bouguerovih anomalij za Slovenijo (Stopar, 2018).

Figure 4.1: Map of Bouguer anomalies for Slovenia (Stopar, 2018).

4.2 Izdelava nove karte Bouguerovih anomalij za Slovenijo

Cilj redukcij merjenih vrednosti težnega pospeška je dobiti t. i. anomalije težnosti, ki odražajo geofizikalni oz. geodetski problem (kontrast gostote oz. obliko Zemlje). Za grafični prikaz anomalij težnosti se večinoma uporabljajo karte Bouguerovih anomalij. Številni avtorji se ukvarjajo z njihovo izdelavo, uporabljajo se različne metodologije (De Marchi in sod., 2014), saj je, poleg izboljšanih topografskih modelov, na razpolago vedno več kvalitetnih gravimetričnih podatkov. To vodi v izdelavo novejših kart, npr. primeri iz sosednjih držav v zadnjih letih: Avstrija (Meurers in Ruess, 2009); Madžarska (Kiss, 2006); Italija (Tiberti, 2005); Hrvaška (Varga in Stipčević, 2021); Jadransko morje (Tassis in sod., 2013); območje Alp (Zahorec in sod., 2021). Obstoječa karta Bouguerovih anomalij za Slovenijo je bila torej izdelana že pred časom. Kot navedeno imamo na območju Slovenije kar nekaj novih gravimetričnih izmer (podatkov), poleg tega imamo na voljo tudi kvalitetne digitalne modele reliefa (poglavje 3.2), ki jih potrebujemo pri izdelavi te karte. Pred kratkim izdelana regionalna karta gravimetričnih anomalij, ki zajema območje Alp (Zahorec in sod., 2021), žal ni vključila novejših slovenskih gravimetričnih podatkov, ampak so uporabljeni le stari. Zato bi se bilo smiselno v prihodnje v mednarodne projekte vključevati s posodobljenimi gravimetričnimi podatki. Če torej izhajamo iz obstoječega stanja, je smiselno posodobiti državno karto Bouguerjevih anomalij. Tudi sama metodologija oz. standardi za izdelavo kart anomalij težnosti so se posodobili (Hinze in sod., 2005).

V splošnem velja, da večja kot je kakovost (natančnost) vhodnih podatkov, boljše kakovosti bo izdelana karta anomalij težnosti. Za izdelavo novih kart gravimetričnih

anomalij smo tako uporabili vse razpoložljive podatke, sami postopki izračuna in grafični prikazi z analizo so podani v nadaljevanju.

4.2.1 Uporabljene enačbe za izračun anomalij težnosti

Kot je bilo že opisano, je potrebno merjene vrednosti težnosti reducirati za različne popravke z namenom izračuna anomalij težnosti. V splošnem so postopki za reduciranje merjenih težnosti neregulirani in se v raznih geofizikalnih tekstih, dostopnih (komercialnih) programskih paketih in znanstvenih člankih med seboj razlikujejo (Holom in Oldow, 2007). Z namenom poenotenja in standardiziranja postopkov je Geološki zavod ZDA in Odbor za gravimetrično podatkovno bazo Severne Amerike³² predpisal enotne standardne postopke izračuna anomalij težnosti (NGIA, 2008). Bistvena sprememba je uvedba elipsoidne višine v postopke izračuna anomalij težnosti (Hinze in sod., 2005, Meurers in Ruess, 2009). To je omogočila uporaba globalnih navigacijskih satelitskih tehnologij, katerih meritve višin se nanašajo na elipsoid. V preteklosti se namreč elipsoidne višine niso dale izmeriti.

Potrebno je poudariti še terminološko razliko pri uporabi različnih višin (Hackney in Featherstone, 2003). Pri uporabi nadmorskih oz. ortometričnih višin (oznaka H) govorimo o »anomalijah težnosti«³³, pri uporabi elipsoidnih višin (oznaka h) pa o »motnjah težnosti«³⁴. Razliko med njima predstavlja geoidna višina (onaka N na sliki 2.10). Če bi bila le-ta konstantna, bi bilo dejansko vseeno, katere višine uporabljamo v izračunih, ker pa se spreminja (na območju Slovenije znaša od 44,16 m do 48,81 m), je to potrebno upoštevati. V fizikalnem smislu to razliko predstavlja t. i. *indirektni efekt*.

V naših izračunih smo uporabili spodaj navedene enačbe za posamezne popravke. Gre za znane metode, enačbe in konstante pri čemer smo ločeno in ustrezno obravnavali dva primera izračuna in sicer:

- a) redukcije temeljijo na nadmorskih višinah, podanih v slovenskem višinskem sistemu SVS2000/Trst in
- b) redukcije temeljijo na elipsoidnih višinah, uporabljen je elipsoid GRS80.

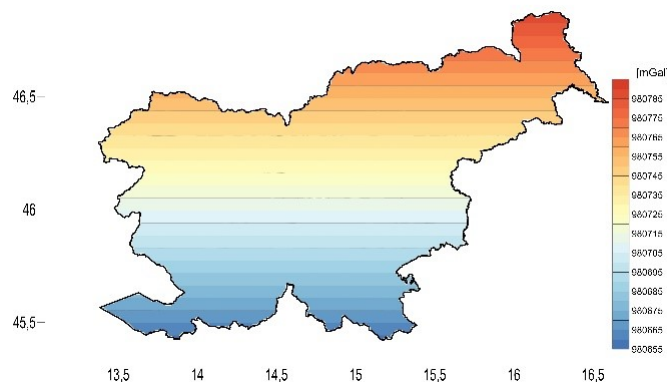
V obdelavah/izračunih smo uporabili naslednje enačbe/popravke:

- 1.) Teoretična oz. **normalna težnost** na elipsoidu (oznaka γ), je izračunana z izrazom Somiglaine (1929) (glej izraz 2.30), ki se nanaša na elipsoid GRS80 (preglednica 2.1). Za območje Slovenije se izračunane vrednosti normalnih težnosti gibajo v razponu od 980658,360 mGal do 980789,220 mGal, to je v razponu 130,860 mGal na geografski širini od 45,35016° do 46,97134°. Grafični prikaz je podan na sliki 4.2, statistični podatki pa so podani v preglednici 4.1.

³² Angl. U.S. Geological Survey and the North American Gravity Database Committee

³³ Angl. Gravity anomaly

³⁴ Angl. Gravity disturbance

Slika 4.2: Model normalnih (γ) težnosti Slovenije (oznaka SLO_NT).Figure 4.2: Normal gravity (γ) model of Slovenia (designation SLO_NT).

2.) **Atmosferski popravek**³⁵ se izračuna z izrazom (Wenzel, 1985, cit. po Hinze in sod., 2005):

$$\delta g_{ATM} = 0,874 - 9,9 \times 10^{-5}h + 3,56 \times 10^{-9}h^2. \quad (4.1)$$

Popravek je v [mGal], h elipsoidna višina v [m].

3.) Za **popravek višine oz. popravek prostega zraka**³⁶ uporabimo enačbo (2.61) (glej poglavje 2.10.1).

4.) **Topografski popravek** razdelimo na dva dela in sicer popravek Bouguerove plošče in terenski popravek.

4.a) **Popravek Bouguerove plošče** za točke na terenu se izračuna z (LaFehr, 1991, NGIA, 2008):

$$\delta g_B = 2\pi G\rho(\mu h - \lambda R), \quad (4.2)$$

kjer sta μ in λ brez dimenzionalna koeficienta vzeta iz (Holom in Oldow, 2007)³⁷. Upošteva se radij 166.7 km (LaFehr, 1991), ki temelji na sferni Zemlji s polmerom 6371 km; G (gravitacijska konstanta) = $6.673 \pm 0.01 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$. Ta konstanta je nedavno sprejeta vrednost in se razlikuje od vrednosti podane v elipsoidu GRS80. h predstavlja referenčno višino točke. V enačbi so popravki podani v enoti m/s^2 , ki se pretvori v [mGal] z množenjem 10^5 , ρ – povprečna gostota Zemlje je 2670 kg/m^3 (Hinze in sod., 2005). Prikaz izračunanih popravkov za Slovenijo je na sliki 4.3a, statistični kazalci pa v preglednici 4.1.

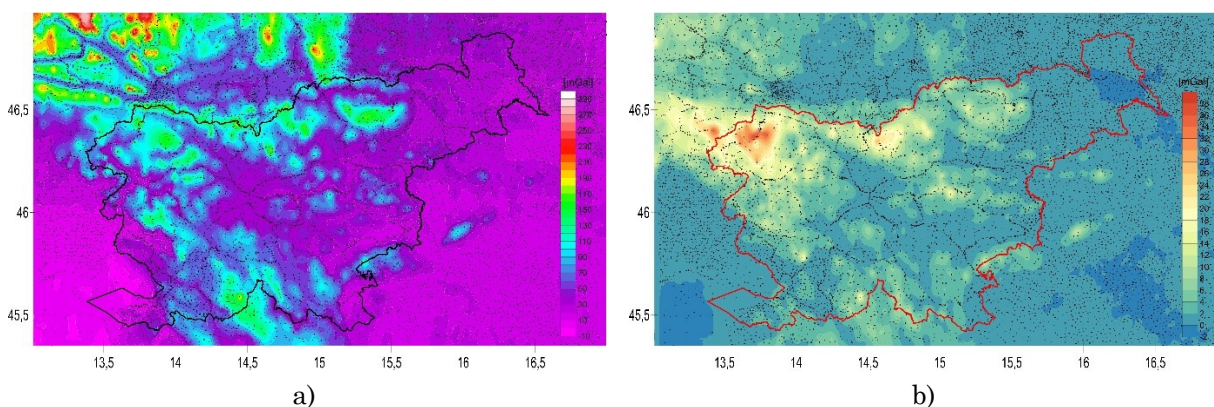
4.b) Za izračune **terenskih popravkov** smo uporabili programsko orodje TopoSK (Zahorec in sod., 2017). Program TopoSK omogoča izračun različnih terenskih

³⁵ Angl. Atmospheric effect

³⁶ Angl. Height correction oz. Free-air correction

³⁷ avtorja sta izdelala Excel datoteko z tabelo Bullard B koeficientov

(topografskih) vplivov oz. popravkov gravimetričnih količin. Izračuni temeljijo na Pohankini enačbi, ki izračuna gravitacijski učinek poliedričnega telesa (Pohanka, 1988) do podane razdalje. Uporabijo se različne ločljivosti DMR, pri čemer ločljivost narašča proti točki izračuna. V našem primeru je bil DMR25 (velikost celice 25×25 m) uporabljen do razdalje 250 m, DTM100 (velikost celice 100×100 m) od 250 m do 5240 m in DTM1000 (velikost celice 1000×1000 m oz. $3,0^\circ \times 4,5^\circ$) od 5240 m naprej. Za zunanji radij izračuna smo vzeli standardno razdaljo 166,7km (npr. Hinze in sod., 2005), saj se s tem eliminira vpliv sfernega pokrova (Nowell, 1999). Za gostoto topografije je vzeta konstanta 2670 kg/m^3 , kar predstavlja povprečno gostoto kamnin na obravnavanem območju. Popravki so bili izračunani za 16.455 točk v koordinatnem okvirju $45^\circ - 47^\circ$ severne geografske širine in $15^\circ - 17^\circ$ vzhodne geografske dolžine. Povprečna vrednost terenskega popravka je 3,03 mGal, standardni odklon je 4,90 mGal, minimalni je 0,0 mGal (območje SV Slovenije) in maksimalni 56,70 mGal (v Avstriji). Razporeditev in velikost terenskih popravkov na območju Slovenije je prikazana na sliki 4.3b.



Slika 4.3: a) Popravki Bouguerove plošče na širšem območju Slovenije (oznaka SLO_BP), b) Terenski popravki na širšem območju Slovenije (oznaka SLO_TP).

Figure 4.3: a) Bouguer corrections on the extended territory of Slovenia (designation SLO_BP), b) Terrain corrections on the extended territory of Slovenia (designation SLO_TP).

V preglednici 4.1 so zbrani statistični podatki za karto (model) normalnih težnosti γ Slovenije (oznaka SLO_NT), model Bouguerovih popravkov na območju Slovenije (oznaka SLO_BP) in model terenskih popravkov na območju Slovenije (oznaka SLO_TP).

Preglednica 4.1: Statistični podatki modelov SLO_NT, SLO_BP in SLO_TC.
 Table 4.1: Statistical data of models SLO_NT, SLO_BP and SLO_TP.

	SLO_NT [mGal]	SLO_BP [mGal]	SLO_TC [mGal]
Min.	980658,360	-1,680	-0,030
Maks.	980789,220	196,040	37,230
Raz.	130,860	197,720	37,260
Pov.	980720,731	55,684	4,185
Med.	980722,330	48,545	2,300
Std. o.	30,591	31,303	5,173

Pri tem se je potrebno zavedati, da je kvaliteta terenskih popravkov odvisna predvsem od kvalitete uporabljenih digitalnih modelov reliefa. V postopku izračuna terenskih popravkov imamo kot referenčno višino možnost upoštevati višino posamezne dane točke, za katero se anomalija računa, ali pa pripadajočo višino te točke vzeto iz digitalnega modela reliefa. Glede na raznolikost kvalitete vhodnih podatkov gravimetričnih točk, pri čemer so vprašljive predvsem geolokacije in posledično višine jugoslovanskih gravimetričnih podatkov, lahko upravičeno sklepamo tudi na vprašljivo kvaliteto izračunanih terenskih popravkov. V tem postopku smo s filtriranjem groba odstopanja sicer izločili (poglavje 3.3.6), v nadaljevanju pa smo izvedli tudi analizo njihovega vpliva na končni rezultat (poglavje 4.2.7).

4.2.2 Karte gravimetričnih anomalij težnosti Slovenije

Z uporabo zgoraj navedenih popravkov lahko izračunamo različne anomalije težnosti. Izračuni se nanašajo na posamezne točke, na katerih imamo opravljene gravimetrične meritve in, ki niso enakomerno (homogeno) razporejene. Za potrebe izrisa novih kart anomalij jih je zato potrebno prikazati v pravilni celični mreži. Območje danih podatkov in izračuna je od 45° do 47° severne geografske širine in od 15° do 17° vzhodne geografske dolžine. Za ciljno ločljivost izberemo korak po geografski širini 30" (0,0083333°) in po geogr. dolžini 45" (0,0125°). V naravi to predstavlja celico velikosti približno 1000 × 1000 m. Ta korak je izbran na podlagi dejstva, da je z enako ločljivostjo izdelan novi slovenski model kvazigeoida SLO_VRP2016 (Omang, 2016).

Za interpolacijo izračunanih vrednosti točkastih anomalij uporabimo metodo interpolacije 'Krigging'. Metoda interpolacije je izbrana na podlagi testne študije interpolacije gravimetričnih anomalij (Kamguia in sod., 2007). Kamguia in sod. so na več testnih območjih izvedli primerjalno študijo, pri čemer so testirali in analizirali naslednje metode interpolacije: 'Minimum Curvate Spline in Tension', 'Least Square Polynomial Fitting' (dve varianti), 'Krigging' in 'Inverse distance to a power' (dve varianti). Kot optimalna se je izkazala metoda 'Krigging' zato jo uporabimo tudi v našem primeru, saj gre za podobna izhodišča.

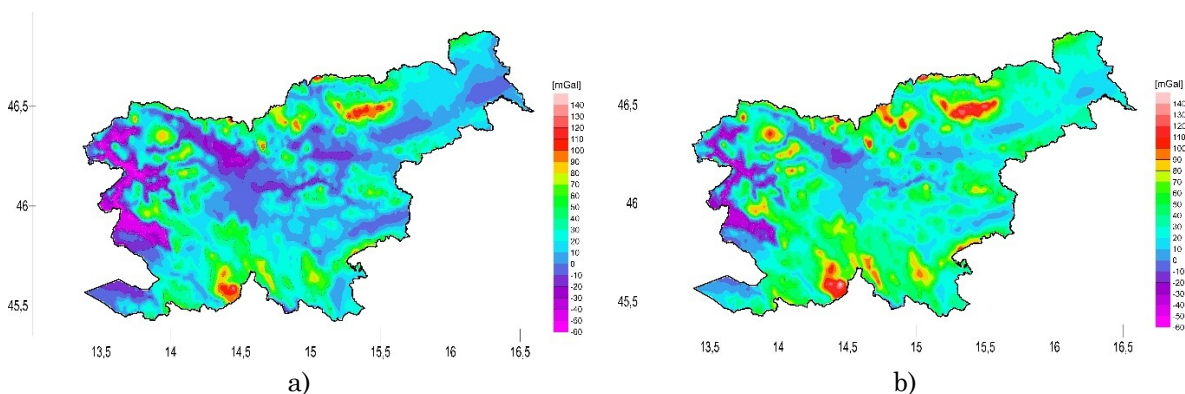
Pri izdelavi kart gravimetričnih anomalij so uporabljeni vsi filtrirani slovenski gravimetrični podatki in gravimetrični podatki sosednjih držav. S smiselno uporabo elipsoidnih višin v postopkih izračuna anomalij težnosti izdelamo tudi elipsoidne karte gravimetričnih anomalij. V skladu z revidiranimi standardi (Hinze in sod., 2005) uporabimo termine »karta elipsoidnih anomalij prostega zraka« (oznaka SLO_EFAA), ki je prikazana na sliki 4.4b »karta elipsoidnih Bouguerovih anomalij« (oznaka SLO_EBA) (sliki 4.5b) in »karta elipsoidnih popolnih Bouguerovih anomalij« (oznaka SLO_ECBA), ki je prikazana na sliki 4.6b.

4.2.3 Anomalija prostega zraka

Anomalije prostega zraka izračunamo za vse dane gravimetrične točke s pomočjo enačbe:

$$\Delta g_{FA} = g_{OPZ} - \gamma + \delta g_{ATM} + \delta g_{FA}, \quad (4.3)$$

pri čemer so g_{OPZ} – opazovana (merjena) vrednost težnega pospeška, γ – normalna težnost na elipsoidu GRS80, atmosferski popravek δg_{ATM} iz enačbe (4.1) in popravek prostega zraka δg_{FA} iz enačbe (2.61). Iz njih izdelamo karto anomalij prostega zraka Slovenije (oznaka SLO_FAA), ki je prikazana na sliki 4.4.



Slika 4.4: a) Karta anomalij prostega zraka Slovenije (SLO_FAA), b) Karta elipsoidnih anomalij prostega zraka Slovenije (SLO_EFAA).

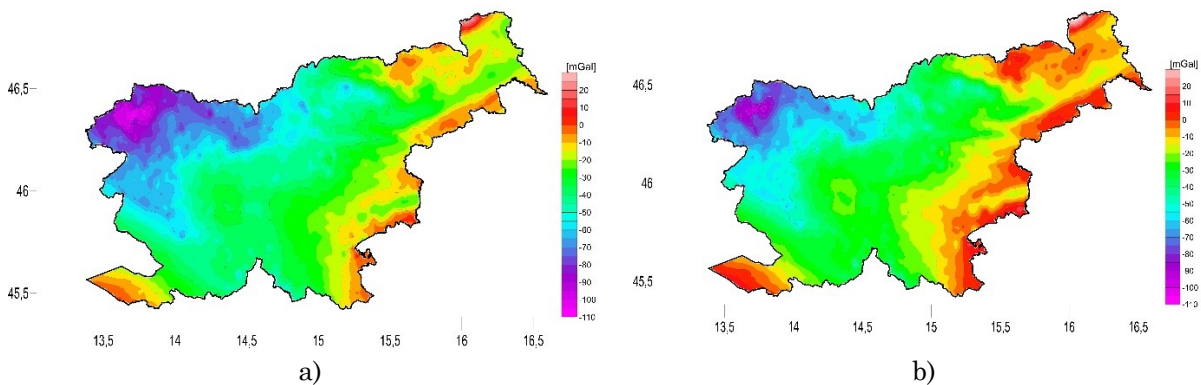
Figure 4.4: a) Free air anomaly map of Slovenia (SLO_FAA), b) Ellipsoidal free air anomaly map of Slovenia (SLO_EFAA).

4.2.4 Bouguerova anomalija težnosti

Bouguerove anomalije težnosti izračunamo z:

$$\Delta g_B = g_{OPZ} - \gamma + \delta g_{ATM} + \delta g_{FA} - \delta g_B, \quad (4.4)$$

kjer je δg_B – popravek Bouguerove plošče iz enačbe (4.2). Anomalije izračunamo za vse dane gravimetrične točke. Iz njih izdelamo Bouguerovo karto anomalij (oznaka SLO_BA), ki je prikazana na sliki 4.5.



Slika 4.5: a) Karta Bouguerovih anomalij Slovenije(SLO_BA), b) Karta elipsoidnih Bouguerovih anomalij Slovenije (SLO_EBA).

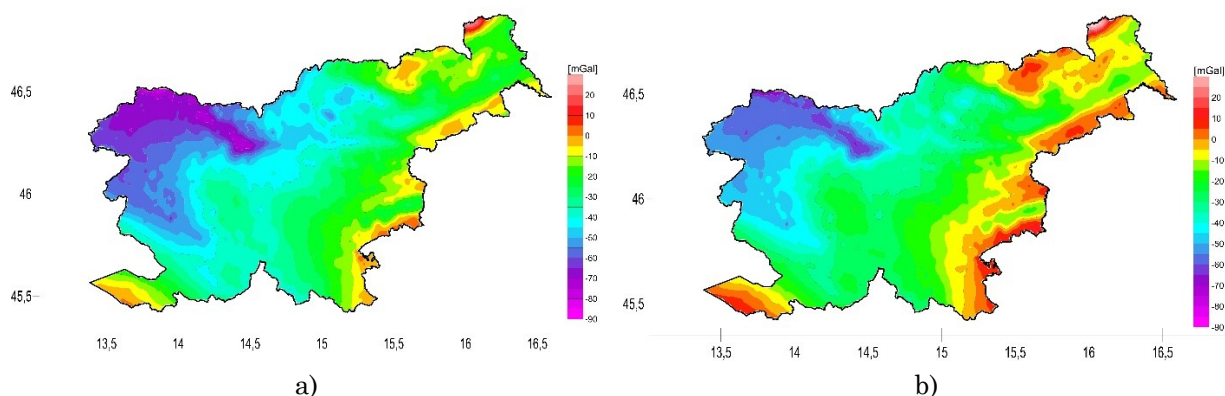
Figure 4.5: a) Bouguer anomaly map of Slovenia (SLO_BA), b) Ellipsoidal Bouguer anomaly map of Slovenia (SLO_EBA).

4.2.5 Popolna Bouguerova anomalija težnosti

Za izračun popolne Bouguerove anomalije težnosti uporabimo:

$$\Delta g_{CB} = g_{OPZ} - \gamma + \delta g_{ATM} + \delta g_{FA} - \delta g_B + TP, \quad (4.5)$$

kjer je TP – terenski popravek. Popolne Bouguerova anomalije težnosti dobimo tako, da Bouguerovim anomalijam težnosti prištejemo še terenski popravek. Anomalije izračunamo za vse dane gravimetrične točke. Iz njih izdelamo karto popolnih Bouguerovih anomalij (oznaka SLO_CBA), ki je prikazana na sliki 4.6a.



Slika 4.6: a) Karta popolnih Bouguerovih anomalij Slovenije (SLO_CBA), b) Karta popolnih elipsoidnih Bouguerovih anomalij Slovenije (SLO_ECBA).

Figure 4.6: a) Complete Bouguer anomaly map of Slovenia (SLO_CBA), b) Complete ellipsoidal Bouguer anomaly map of Slovenia (SLO_ECBA).

Statistični podatki za zgoraj navedene in prikazane karte (modele) gravimetričnih anomalij so zbrani v preglednici 4.2. Nanašajo se na izrezano območje znotraj Slovenije.

Preglednica 4.2: Statistični kazalci modelov gravimetričnih anomalij Slovenije.

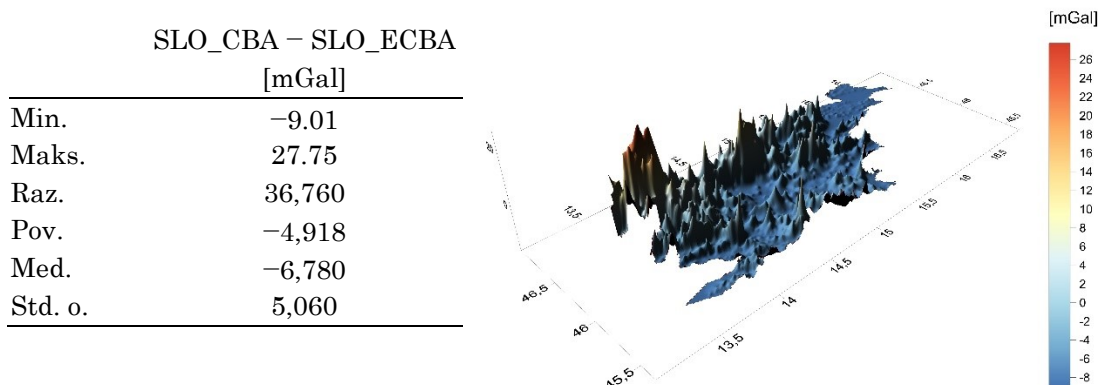
Table 4.2: Statistical data of gravimetric anomalies models of Slovenia.

	SLO_FAA [mGal]	SLO_EFAA [mGal]	SLO_BA [mGal]	SLO_EBA [mGal]	SLO_CBA [mGal]	SLO_ECBA [mGal]
Min.	-58,620	-44,120	-106,030	-96,560	-86,620	-77,070
Maks.	135,120	149,580	22,680	31,690	23,150	32,160
Raz.	193,740	193,700	128,710	128,250	109,770	109,230
Pov.	17,878	32,244	-37,806	-28,702	-33,621	-24,517
Med.	15,090	29,415	-36,900	-27,800	-34,270	-25,150
Std. o.	26,017	26,078	21,254	21,142	17,753	17,652

Izvedemo še primerjavo med karto popolnih Bouguerovih anomalij Slovenije (SLO_CBA) in karto popolnih elipsoidnih Bouguerovih anomalij Slovenije (SLO_ECBA). Rezultati so zbrani v preglednici 4.3 in prikazani na sliki 4.7.

Preglednica 4.3: (levo) Statistični kazalci razlike modelov SLO_CBA in SLO_ECBA.

Table 4.3: (left) Statistical indicators of difference between SLO_CBA and SLO_ECBA models.



Slika 4.7: (desno) Grafični prikaz razlike med modeloma SLO_CBA in SLO_ECBA.

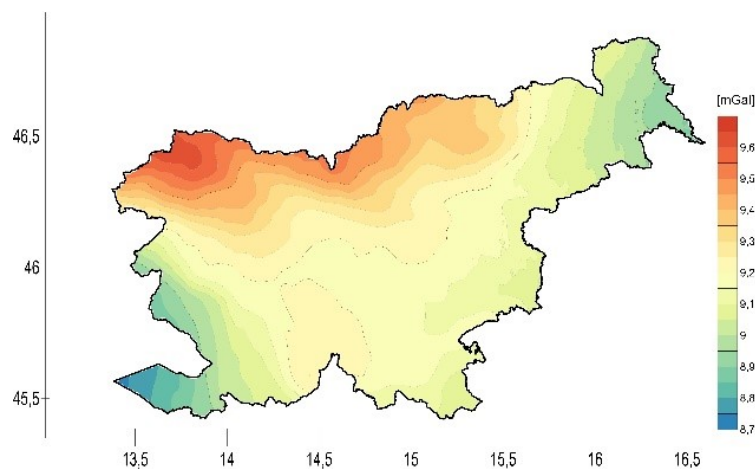
Figure 4.7: (right) Graphic display of the difference between SLO_CBA and SLO_ECBA models.

4.2.6 Indirektni efekt

Indirektni efekt se pojavi zaradi uporabe različnih višinskih datumov pri določitvi višin gravimetričnih točk in teoretičnega polja težnosti. Predstavlja vpliv težnosti mas med tema dvema višinskima datumoma, ki so zajete v popravke Bouguerove plošče. Če predpostavimo konstantno gostoto plošče med njima, lahko popravek indirektnega efekta izračunamo kot (Hackney in Featherstone, 2003):

$$\delta g_{IE} = (0,3086 - 2\pi G\rho) \times N = 0,1976 \times N, \quad (4.6)$$

kjer je N – geoidna ondulacija v [m], ρ – povprečna gostota Zemlje (2670 kg/m^3). Popravek nam poda vrednost v [mGal]. Na sliki 4.8 je prikazana karta indirektnih efektov za območje Slovenije z izolinijami $0,05 \text{ mGal}$.



Slika 4.8: Karta geofizikalnega indirektnega efekta Slovenije.

Figure 4.8: Geophysical indirect effect map of Slovenia.

Poudariti je potrebno, da se pri vseh izdelanih kartah nismo posvečali morski obali oz. morju. Za morske površine namreč nimamo na razpolago gravimetričnih podatkov, prav tako nismo upoštevali ustreznih enačb pri računanju terenskih popravkov na morju. Pri vodnih površinah bi bilo namreč potrebno upoštevati ustrezno gostoto vode. Tako je npr. za opazovanja, izvedena na morju gostota morske vode 1027 kg/m^3 , za opazovanja na sladki vodi znaša gostota vode 1000 kg/m^3 in za opazovanja na ledenikih znaša gostota ledu 917 kg/m^3 . Več o tem podaja [Nowell \(1999\)](#).

4.2.7 Primerjave kart popolnih Bouguerovih anomalij Slovenije z analizo vpliva gravimetričnih podatkov

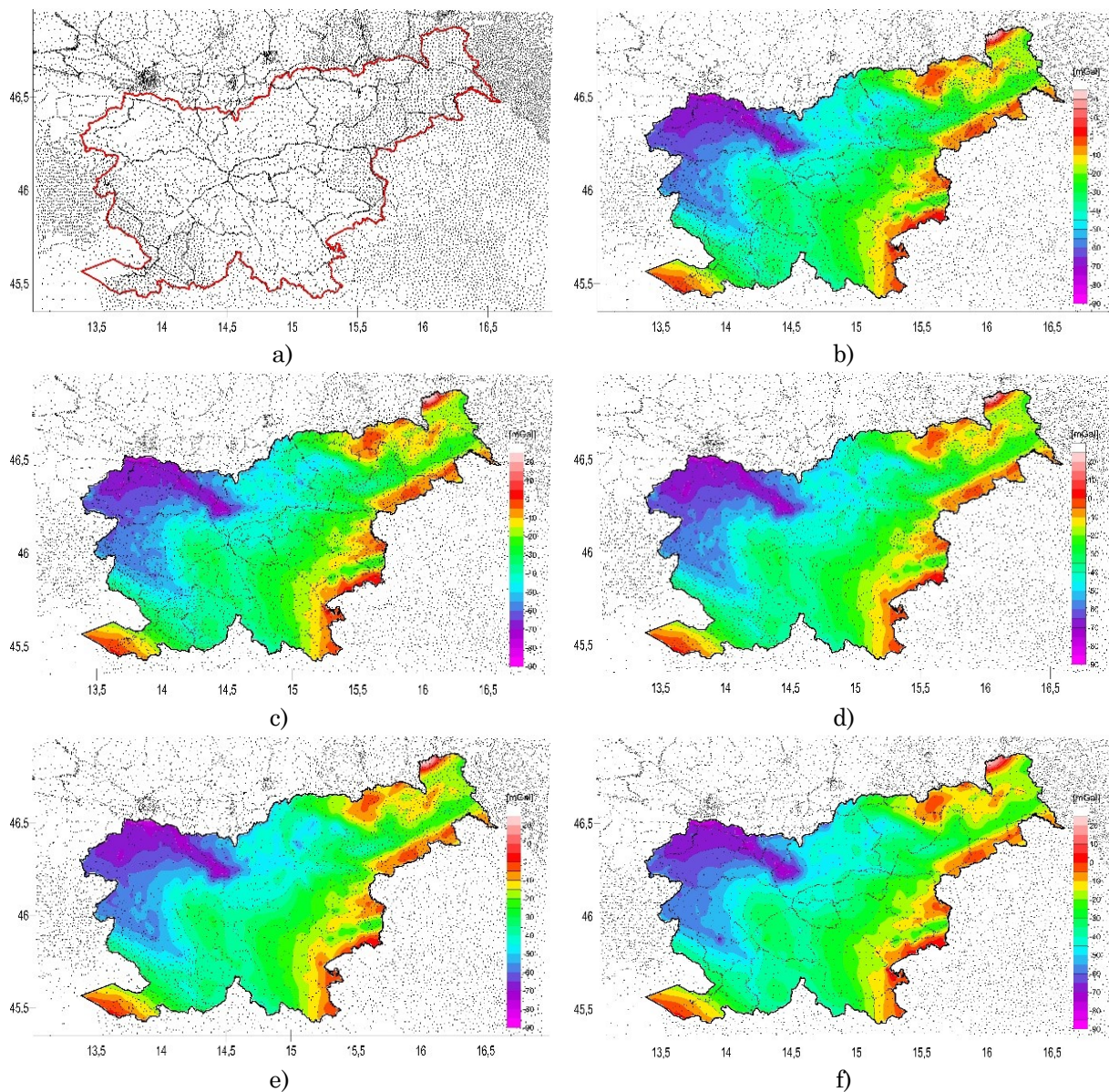
Za izdelavo prikazov smo uporabili vse razpoložljive gravimetrične podatke na območju Slovenije in okolice (podatki Italije, Avstrije, Madžarske in Hrvaške). Skupaj je bilo tako izračunanih 15.930 točkovnih anomalij (sliki [4.9a](#)), od tega 6457 na območju Slovenije in preostalih 9473 na območju sosednjih držav.

Razpolagamo torej z velikim številom gravimetričnih točk, kar nam omogoča, da za primerjavo vpliva vhodnih podatkov na izračunane anomalije težnosti, lahko izdelamo še karte z različnimi vhodnimi podatki. Analizo izvedemo na modelu popolnih Bouguerovih anomalij za Slovenijo in sicer izvedemo izračune z različnimi nizi gravimetričnih podatkov. Zanima nas njihov vpliv na modele oz. razlika med izračunanimi modeli.

Izdelamo različne modele z naslednjimi oznakami in vhodnimi podatki:

- CBA_ref: uporabljeni so novi gravimetrični podatki Slovenije (poglavje [3.3.3](#), [3.3.4](#) in [3.3.5](#)), filtrirani stari gravimetrični podatki SFRJ za območje Slovenije in dela Hrvaške (poglavje [3.3.6](#)) in gravimetrični podatki obmejnega območja sosednjih držav, tj. Italije, Avstrije in Madžarske (poglavje [3.3.2](#)), slika [4.9b](#).
- CBA_vsi: uporabljeni so novi gravimetrični podatki Slovenije (poglavje [3.3.3](#), [3.3.4](#) in [3.3.5](#)), vsi stari gravimetrični podatki SFRJ (poglavje [3.3.1](#)), torej nefiltrirani in gravimetrični podatki obmejnega območja sosednjih držav (poglavje [3.3.2](#)), slika [4.9c](#).
- CBA_samoYU: za območje Slovenije so uporabljeni samo stari gravimetrični podatki SFRJ (poglavje [3.3.1](#)), ki so bili predvidoma uporabljeni pri aktualni karti Bouguerovih anomalij za Slovenijo ([Čibej, 1967](#), [Stopar, 2018](#)) iz leta 1972. Uporabimo izvorni niz jugoslovanskih podatkov brez filtriranja in gravimetrične podatke sosednjih držav (poglavje [3.3.2](#)), slika [4.9d](#).
- CBA_samo_filterYU: za območje Slovenije so uporabljeni samo filtrirani stari gravimetrični podatki SFRJ (poglavje [3.3.6](#)) in gravimetrični podatki sosednjih držav (poglavje [3.3.2](#)), slika [4.9e](#).
- CBA_samoSLO: na območju Slovenije izločimo vse stare jugoslovanske podatke, in uporabimo samo novejšje slovenske meritve (poglavje [3.3.3](#), [3.3.4](#) in [3.3.5](#)), ter gravimetrični podatki sosednjih držav (poglavje [3.3.2](#)), slika [4.9f](#).

Modeli popolnih Bouguerovih anomalij z uporabljenimi gravimetričnimi točkami, kot je opisano zgoraj, so prikazani na sliki [4.9b](#) do [f](#).



Slika 4.9: a) Vsi razpoložljivi gravimetrični podatki Slovenije z okolico, b) CBA_ref, c) CBA_vsi, d) CBA_samoYU, e) CBA_samo_filterYU, f) CBA_samo SLO.

Figure 4.9: a) All available gravimetric data of Slovenia and its surroundings, b) CBA_ref, c) CBA_vsi, d) CBA_samoYU, e) CBA_samo_filterYU, f) CBA_samo SLO.

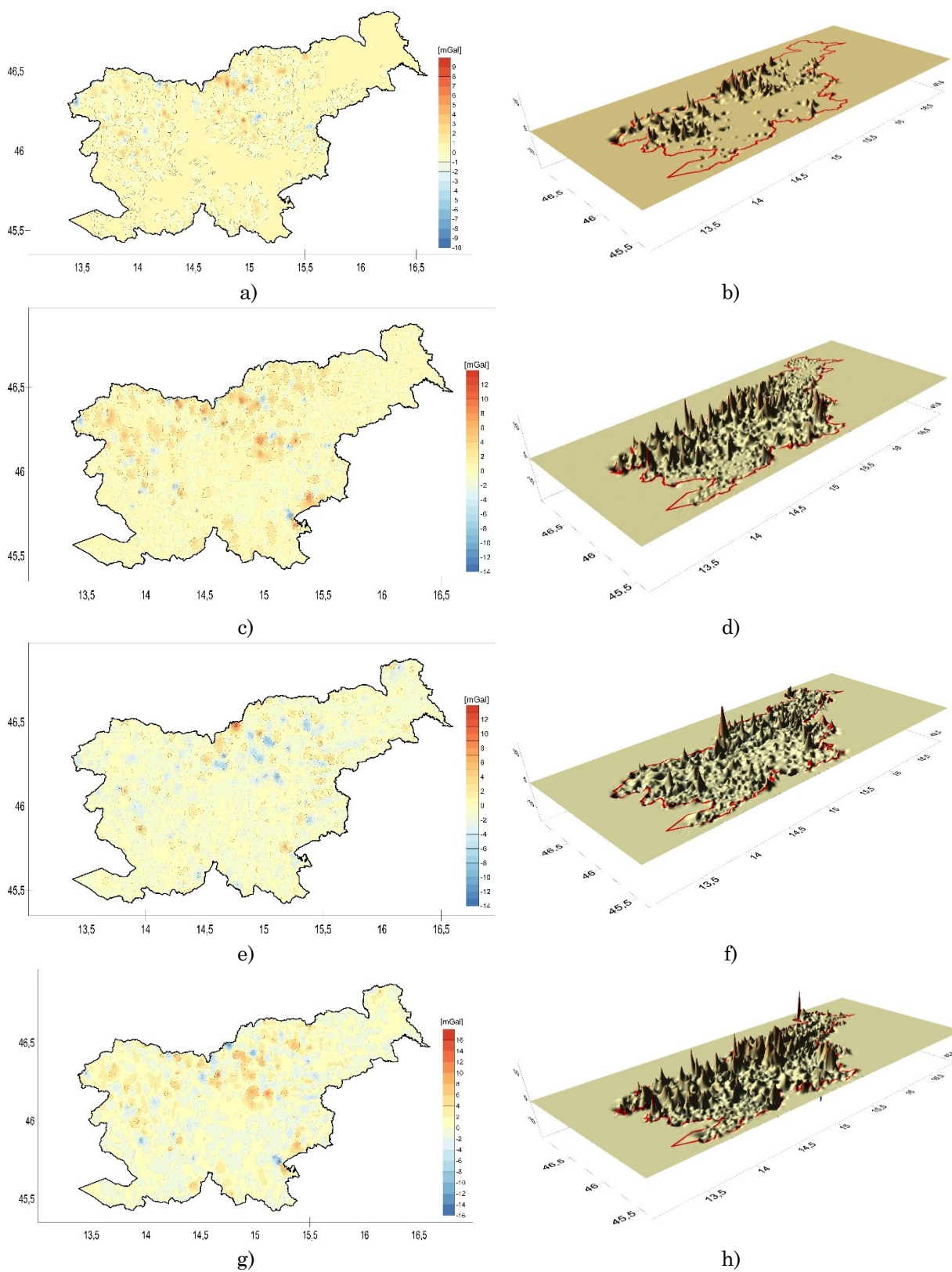
Z odštevanjem različnih modelov dobimo razlike med izdelanimi kartami. Tako lahko ocenimo, kakšen je dejanski vpliv vhodnih gravimetričnih podatkovnih nizov na končni rezultat, saj je pri vseh modelih uporabljena ista metodologija izračuna in interpolacije. Statistični kazalci razlik modelov so zbrani v preglednici 4.4.

Preglednica 4.4: Statistični kazalci razlik med modeli.

Table 4.4: Statistical characteristics of differences between models.

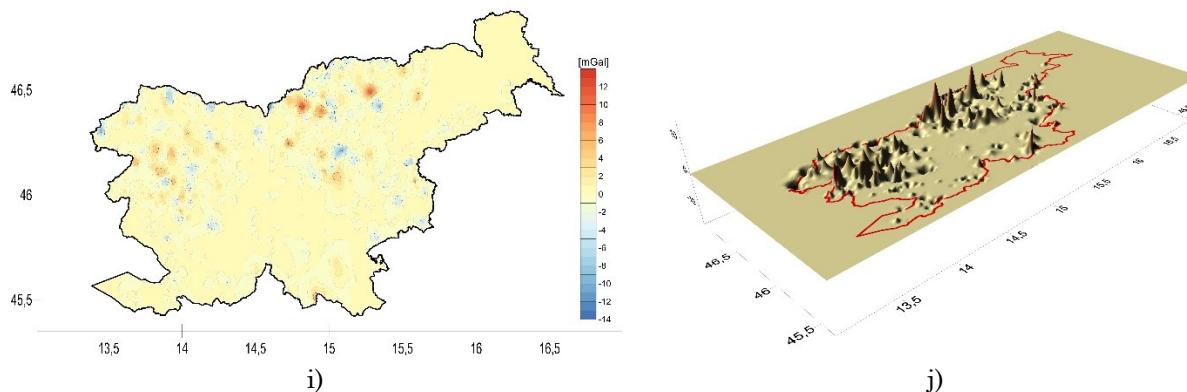
Razlika modelov	Min. [mGal]	Maks. [mGal]	Raz. [mGal]	Pov. [mGal]	Med. [mGal]	Std. o. [mGal]	Št. slike
CBA_ref – CBA_vsi	-12,28	8,42	20,70	0,02	0,00	0,42	5.10(a,b)
CBA_ref – CBA_samo YU	-13,37	12,05	25,42	0,12	0,00	0,77	5.10(c,d)
CBA_ref – CBA_samo SLO	-13,56	13,11	26,67	-0,04	0,00	0,71	5.10(e,f)
CBA_samo SLO – CBA_samo YU	-15,91	15,24	31,15	0,16	0,00	1,10	5.10(g,h)
CBA_samo filter YU – CBA_samo YU	-13,14	10,97	24,11	0,00	0,00	0,58	5.10(i,j)

Razlike med modeli prikažemo tudi grafično, kar nam poda vpogled v prostorsko razporeditev sprememb, ki je posledica različnih vhodnih gravimetričnih podatkov za območje Slovenije. Razlike so prikazane na sliki 4.10, pri čemer so na levi prikazani 2D izrisi in na desni za lažjo predstavo tudi 3D prikazi istih modelov. Za referenčni model vzamemo model CBA_ref, ki je enak karti popolnih Bouguerovih anomalij SLO_CBA (poglavje 4.2.5). Iz slike 4.10(a,b) je tako razviden dejanski vpliv izločenih (filtriranih) starih gravimetričnih podatkov SFRJ glede na referenco (poglavje 3.3.6). Spremembe grafično sovpadajo z izločenimi podatki, kot so prikazani na sliki 3.19. Na sliki 4.10(c,d) vidimo razliko, ki nastane glede na referenco, če v izračunih uporabimo samo filtrirane gravimetrične podatke SFRJ, torej brez novih gravimetričnih podatkov Slovenije. Slika 4.10(e,f) prikazuje razliko glede na referenco, če uporabimo samo nove gravimetrične podatke Slovenije, torej podatke pridobljene po letu 2000. Na sliki 4.10(g,h) pa je prikazana direktna razlika med modeloma, če uporabimo samo stare gravimetrične podatke SFRJ in samo nove gravimetrične podatke Slovenije. Vidimo, da so spremembe relativno velike (maksimalni razpon 31,15 mGal, glej preglednico 4.4) in razporejene po celotnem ozemlju. Torej ne gre za nek sistematičen zamik ampak so spremembe posledica uporabe kvalitetnejših podatkov. Na sliki 4.10(i,j) je prikazan še direktni vpliv izločenih (filtriranih) gravimetričnih podatkov SFRJ in priča o smiselnosti te izvedbe, saj so razlike v razponu 24,11 mGal. Seveda pa je ta razlika zelo podobna prikazani razliki na sliki 4.10(a,b).



Slika 4.10 se nadaljuje ...

... nadaljevanje slike 4.10



Slika 4.10: (a,b) CBA ref – CBA vsi, (c,d) CBA ref – CBA samo YU, (e,f) CBA ref – CBA samo SLO, (g,h) CBA samo SLO – CBA samo YU, (i,j) CBA samo filter YU – CBA samo YU. Pri vseh levo pogled v 2D in desno pogled istega modela v 3D.

Figure 4.10: : (a,b) CBA ref – CBA vsi, (c,d) CBA ref – CBA samo YU, (e,f) CBA ref – CBA samo SLO, (g,h) CBA samo SLO – CBA samo YU, (i,j) CBA samo filter YU – CBA samo YU. Left side 2D view and right side 3D view.

Iz navedenega lahko zaključimo, da imajo novejši gravimetrični podatki Slovenije velik vpliv na izdelavo kart gravimetričnih anomalij Slovenije. Prav tako pa je pomembno, da so vhodni podatki, iz katerih se v nadaljnjih postopkih modelirajo karte zanesljivi, torej brez prisotnih grobih napak, saj na našem vzorcu podatkov razlike v končnih vrednostih modelov presegajo 30 mGal.

Na območju Slovenije smo tako po nekaj desetletjih dobili posodobljeno karto gravimetričnih anomalij, ki temelji na posodobljenih postopkih izračuna in predvsem na kvalitetnejših vhodnih podatkih, tako gravimetričnih kot DMR. Predvidevamo, da je zato izdelana nova karta Bouguerovih anomalij za območje Slovenije (priloga C) boljše kakovosti in bolje odraža dejansko stanje na področju težnostnega polja in kot taka omogoča kvalitetnejše interpretacije pojavov.

5 IZMERA VERTIKALNIH GRADIENTOV TEŽNOSTI

Merjenje težnega pospeška se izvaja z gravimetri. Natančnost meritev v splošnem dosega natančnost razreda 1 mGal (Hinze in sod., 2013), sodobni instrumenti, s katerimi se izvajajo meritve na površju Zemlje, pa dosegajo natančnost 1 μ Gal (Timmen, 2003) ali celo več z najnovejšimi kvantnimi absolutnimi gravimetri (Menoret in sod., 2018). Doseganje te stopnje natančnosti je izjemno, če upoštevamo, da celotno težnostno polje Zemlje znaša 1000 Gal. To pomeni, da z meritvami dosežemo eno milijardinko celotnega težnostnega polja.

5.1 Redukcije opazovanih vrednosti težnega pospeška

Težnostno polje se spreminja časovno in prostorsko. Čas vpliva na izmerjene vrednosti težnostnega pospeška na dva načina in sicer zaradi časovnih sprememb težnostnega polja in zaradi neenakomernega delovanja gravimetra. Zaradi geoloških in geofizikalnih procesov, ki se dogajajo v Zemljini notranjosti, se Zemlja stalno spreminja, tako na površju kot v notranjosti. Prihaja do plimovanja in preoblikovanja Zemeljske skorje in do prerazporeditve Zemeljskih mas, zaradi česar sila teže v določeni točki ni konstantna. Na silo teže na Zemlji vplivajo tudi nebesna telesa in tako lahko spremembe, ki vplivajo na silo teže, razdelimo na periodične, ki so vezane na rotacijo Zemlje in posledično spreminjanje položaja opazovališča na Zemlji glede na Sonce, Luno in ostala nebesna telesa ter na neperiodične, ki so vezane na geološke in geofizikalne procese v Zemljini notranjosti (Kuhar, 2013). Nenehne spremembe se dogajajo na globalnem, regionalnem in lokalnem nivoju (Torge 1989, 2001). Zato moramo pri obdelavi podatkov gravimetričnih opazovanj izračunati ustrezne popravke in redukcije, ki jih izračunamo za meritve na vsaki točki in za vsak trenutek opazovanj. To se opravi s pomočjo različnih modelov, s čimer dosežemo, da se gravimetrična opazovanja nanašajo na neko referenčno točko (Torge, 1989). S tem dobimo tudi možnost neposredne primerjave rezultatov. Vplive sprememb/premikov mas v atmosferi, hidrosferi in trdni Zemlji pa ne moremo v celoti upoštevati, saj so nekateri podatki pomanjkljivi oz. nepopolni (npr. spremembe v podtalnici ali vlažnost tal) in jih zato le izjemoma upoštevamo. V splošnem modeliramo/upoštevamo vplive plimovanja trdne Zemlje in oceanov, vplive zaradi sprememb zračnega tlaka in vplive gibanja polov (Timmen, 2010). Glede na to, da obravnavanje teh vplivov ni cilj konkretne raziskave, v nadaljevanju samo kratko navajamo način njihovega obravnavanja.

Na tem mestu je potrebno izpostaviti, da se vse gravimetrične meritve v Sloveniji nanašajo na Mednarodno gravimetrično standardizirano mrežo 1971 (IGNS71). Na globalnem nivoju se namreč vzpostavlja nov globalni absolutni gravimetrični referenčni sistem (IGRS), ki bo v prihodnosti nadomestil obstoječi IGSN71, o čemer priča tudi resolucija IAG (IAG resolucija št. 2, 2015). Razlog temu je vse večja natančnost meritev, ki jih dosegajo sodobni absolutni gravimetri in posledično neskladja med njimi (Wziontek in sod., 2021). Realizacija novega sistema IGRF (IAG resolucija št. 4, 2019) bo izvedena preko globalno razporejenih točk, na katerih je merjena absolutna vrednost težnega pospeška z natančnostjo boljšo od 10^{-8} ms^{-2} (Wilmes in sod., 2016). Tako so npr. Poljaki

z absolutnimi gravimetričnimi meritvami že vzpostavili nov državni gravimetrični referenčni sistem in izdelali transformacijski model za prehod med njima (Dykowski in Krynski, 2021).

5.1.1 Plimovanje Zemeljske skorje

Vsako nebesno telo in Zemlja delujeta vzajemno drug na drugega, kar pomeni, da nebesno telo z gravitacijsko silo deluje na vsak element mase Zemlje in to močneje na tiste točke, ki so bližje temu telesu. Vendar pa ponavadi obravnavamo le vpliv Sonca in Lune, saj imata v primerjavi z ostalimi nebesnimi telesi najmočnejši vpliv. Zaradi gibanja Zemlje okrog Sonca in rotacije okrog svoje osi, je medsebojni položaj Sonca, Zemlje in Lune spremenljiv, posledično pa se spreminja tudi rezultanta privlačnih sil. Te spremembe, ki so periodične, vplivajo na Zemljo, ki ni absolutno čvrsto telo in zato nastajajo periodični plimni valovi; ta pojav imenujemo plimovanje Zemeljske skorje. Za trdno Zemljo se učinek plimovanja v neki točki na površju Zemlje lahko določi iz Newtonovega gravitacijskega zakona in efemerid (koordinat) Lune oz. Sonca. Izračun se izpelje posebej za vsak sistem dveh teles (Sonca, Luna) in izračuna se rezultanta obeh sil, kot vsota časovno-odvisnih periodičnih funkcij.

Na srednjih geografskih širinah vplivi plimovanja povzročijo periodične deformacije trdne Zemlje z amplitudnim razponom do 40 cm na dan (Timmen, 2010). Amplitude spremembe težnosti so reda velikosti do 0,30 mGal (Ducarme, 2006), pri čemer Zemljino telo povečuje izmerjeno plimsko težnost tudi do 15 %. Vpliv plimnih valov se torej odraža na vertikalnih pomikih nivojskih ploskev (ζ), spremembi pospeška sile teže (Δg_v) in spremembi odklona težiščnice ($\Delta g_h/\Delta g_0$). Vplive plimovanja Zemlje lahko izračunamo kot funkcije geografske širine, geografske dolžine in časa (UTC – Coordinated Universal Time). Plimni valovi so sestavljeni iz amplitude in faze. Vsi računski modeli uporabljajo razvoj plimskega potenciala v vrsto po sfernih funkcijah. Razlika je samo v številu koeficientov razvoja, pri čemer večje število zagotavlja višjo natančnost izračunanih popravkov. Različni avtorji so razvili računske modele, med drugimi npr. Doodson (1921), Schureman (1941), Pettit (1954), Longman (1959), Munk in Cartwright (1966), Cartwright in Tayler (1971), Tamura (1987), Xi (1989), Merriam (1992), Hartman in Wenzel (1995) in Kudryavtsev (2004).

V splošnem pa velja naslednji izraz (Torge, 1989):

$$g_v = -\frac{3}{2} Gm \frac{R}{r_t^3} \left[3 \left(\sin^2 \delta - \frac{1}{3} \right) \left(\sin^2 \varphi - \frac{1}{3} \right) + \sin(2\delta) \sin(2\varphi) \cos t + \cos^2 \delta \cos^2 \varphi \cos(2t) \right] \quad (5.1)$$

Obstajajo prosto dostopni programi, ki omogočajo izračun plimnih valov, kot so npr. PREDICT-ETERNA package (Wenzel, 1996), T-soft (Van Camp in Vanterin, 2005), GSolve (McCubbine in sod., 2018), MT80w/MT80Tw (ICET, 2019), LTide (Bjelotomić Oršulić in sod., 2019). Zahtevana natančnost pri upoštevanju vpliva plimnih valov je seveda odvisna od zahtev izvedenih terenskih meritev. Po Ducarme (2009) naj bi pri

absolutnih gravimetričnih meritvah natančnost popravkov zaradi vpliva plimovanja Zemlje znašala 1 nms^{-2} , za ostale terenske meritve je zahtevana natančnost manjša. Za absolutne gravimetrične meritve to pomeni, da v praksi potrebujemo natančnost geografskih koordinat $10''$, natančnost določitve višine pod 100 m in natančnost določitve časa pod 10 s (Timmen, 2010). Podrobnejši pregled uporabe popravkov plimovanja Zemlje v gravimetriji je podan v npr. Amarante in Trabanco, (2016). Obstaja pet pristopov za reduciranje popravkov plimovanja, kot so podani v Repanić (2019, str.27), pri čemer pa je pomembno upoštevati IAG standard (IAG Resolucija 9 in 16, Rapp, 1983), da naj bodo gravimetrične meritve izražene v t. i. »zero-tide« težnostnem sistemu.

Gravimetri Scintrex že med samimi meritvami aplicirajo popravke plimovanja po Longmanovi (1959) enačbi. Določijo se iz koordinat stojišča, časa odčitka in razlike med lokalnim in UTC časom (Scintrex, 1998, 2012). V naši obdelavi smo le-te odstranili s pomočjo programa SeeG3, verzija 2.1, podjetja *Micro-g La Coste* (MGLC, 2019). Program omogoča izračun Bergerjevih popravkov zaradi plimovanja trdne Zemlje. Bergerjevi popravki se določijo na podlagi ne-harmonične metode izračuna plimnega potenciala. Ti popravki se večinoma uporabljajo tudi pri absolutnih meritvah težnega pospeška z FG5 gravimetrom (Van Camp, 2003). Izhajajo iz enačb, ki jih je leta 1969 izpeljal Jonathan Berger (*Micro-g La Coste*, 2012), kasneje pa so bile večkrat izboljšane s strani različnih avtorjev³⁸, predvsem z uporabo novejšega astronomskega almanaha. Plimni potencial se izračuna glede na koordinate točke v odvisnosti od časa, pri čemer se odštejeta vpliva Sonca in Lune. Pri izračunu se ne upošteva vpliva gibanja oceanov. Glede na izvedene analize so razlike med Bergerjevimi popravki in ETGTAB³⁹ popravki, manjše od $0,4 \mu\text{Gal}$ (Van Camp, 2003). V to analizo so bili vključeni ETGTAB popravki, izračunani z uporabo harmoničnega Tamura potenciala in različnimi plimnimi parametri.

5.1.2 Vpliv zračnega tlaka

Sprememba zračnega tlaka vpliva na spremembo vrednosti pospeška sile teže. Vpliv se računa glede na tlak normalne atmosfere DIN 5450 po izrazu, ki ga priporoča International Association of Geodesy (IAG) v resoluciji št. 9, iz leta 1983 (Timmen, 2010):

$$P_n = 1013,25 \cdot \left(1 - \frac{0,0065 \cdot H}{288,15}\right)^{5,2559}. \quad (5.2)$$

Če vnesemo nadmorsko višino stojišča H v [m], dobimo vrednost normalnega zračnega tlaka v [hPa]. Popravek sile teže v enoti [10^{-8} ms^{-2}] dobimo z izrazom (Schüler, 2000):

³⁸ Izračuni plimnih valov temeljijo na fortranovi rutini, ki jo je napisal Jon Berger novembra 1969. Astronomijo je septembra 1973 pregledal Juda Levine (po J. C. Harrisonu). Posodobitve sta naredila Karen Young leta 1977 in Duncan Agnew junija 1979. Koeficiente Munk-Cartwright je dodal Duncan leta 1981 in 1982. Program je Glen Sasagawa dopolnil v letu 1988, tako da podaja rezultate v μGal .

³⁹ ETGTAB uporablja za izračun popravkov plimovanja Fourierove transformacije z razvojem plimnega potenciala v harmonične vrste.

$$\Delta g_p = 0,30 \cdot (P_i - P_n), \tag{5.3}$$

kjer so: P_i – merjena vrednost zračnega tlaka na stojišču, P_n – normalna vrednost zračnega tlaka. Spremembe težnosti so torej odvisne od vremena (stabilnosti zračnega tlaka), v praksi pa se upoštevajo le pri najnatančnejših izmerah, saj se pri spremembi tlaka za 10 hPa spremeni merjena težnost za 3–4 μGal .

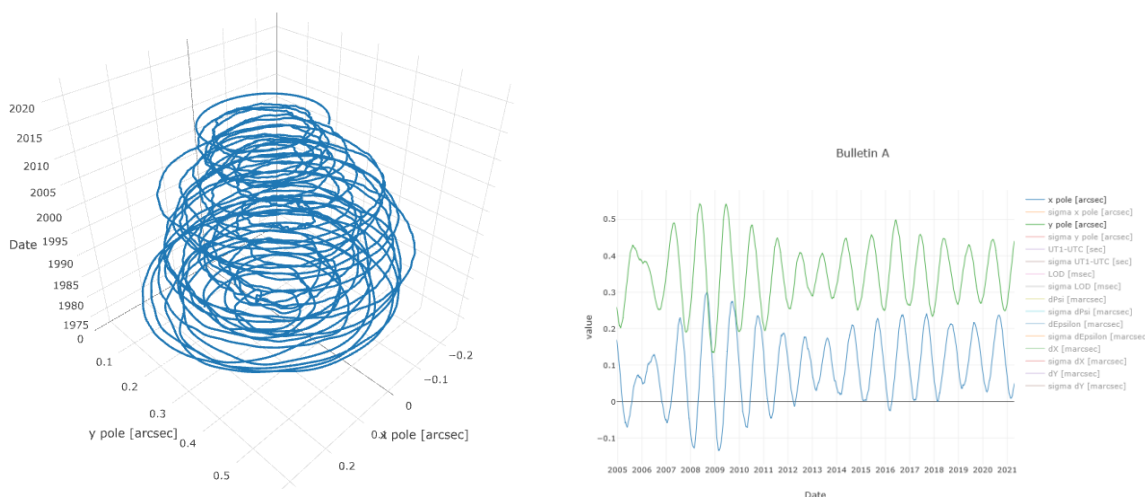
5.1.3 Vpliv gibanja pola

Popravek vpliva gibanja pola kompenzira dolgoročne vplive zaradi spremembe trenutnega položaja pola glede na srednji pol CIO (Conventional International Origin) (Torge, 2001):

$$\Delta g_{pol}(t) = -1,16 \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \sin 2 \varphi \cdot (x(t) \cdot \cos \lambda - y(t) \cdot \sin \lambda) [ms^{-2}], \tag{5.4}$$

kjer so ω – kotna hitrost Zemlje ($2\pi/\text{dan}$), R – radij Zemlje, φ in λ – geografski koordinati opazovališča, $x(t)$ in $y(t)$ – koordinati trenutnega položaja pola glede na CIO (podatki so dostopni v elektronskem biltenu International Earth Rotation Service (IERS, 2019) in se dnevno dopolnjujejo).

Gibanje pola je sestavljeno iz dveh periodičnih komponent in neregularnega dolgoročnega hoda (Torge, 2001, Timmen, 2010). Grafični prikaz gibanja pola je prikazan na sliki 5.1.



Slika 5.1: Prikaz gibanja pola po x- in y-osi od leta 1975 do 2020, levo 3D pogled, desno 2D pogled (IERS, 2019).

Figure 5.1: Display of pole motions along the x- and y-axes from year 1975 to 2020, left 3D view, right 2D view (IERS, 2019).

Gibanje pola (preko spremembe geografske širine v posamezni točki) povzroča spremembe v centrifugalnem pospešku, torej posledično v spremembi težnega pospeška. Ker imajo te spremembe v težnosti dolgo periodo, se popravek večinoma upošteva le pri

absolutnih meritvah težnosti (Timmen, 2010) in pri izračunu gravimetričnih mrež, ki pokrivajo velika območja oz. se relativne gravimetrične meritve izvajajo skozi daljše časovno obdobje (Schüler, 2000). Največja sprememba težnosti zaradi tega vpliva se pojavi pri geografski širini $\varphi = 45^\circ$ in znaša manj kot $0,1 \mu\text{ms}^{-2}$ (Torge, 1989, 2001).

V naši obdelavi smo popravke zaradi spremembe trenutnega položaja pola glede na referenčni (srednji) pol CIO po enačbi (5.4) zaradi korektnosti postopka upoštevali, pri čemer smo uporabili program SeeG3, verzija 2.1.

5.1.4 Vpliv hoda instrumenta

Vplivi na elastičnost in dolžino vzmeti, kot so spreminjanje temperature in pritiska v notranjosti instrumenta, staranje vzmeti ter razni tresljaji, povzročajo, da gravimeter tekom časa spremeni ničelni odčitek. Ta pojav imenujemo hod⁴⁰ instrumenta. Hod v grobem razdelimo na dve vrsti in sicer dolgoročni hod in kratkoročni hod. Dolgoročni hod instrumenta je posledica staranja vzmeti, temperaturnih sprememb in sprememb pritiska in znaša od 10 do 100 μGal na dan in se s staranjem instrumenta zmanjšuje. Kratkoročni hod pa je posledica tresljajev med transportom instrumenta in znaša do 100 μGal na uro in je v kratkih časovnih periodah (nekaj ur) skoraj linearen, odvisen pa je od instrumenta, načina transporta in zaščite instrumenta. Po Drewesu temelji določanje hoda na Taylorjevi vrsti merjene vrednosti g v odvisnosti od časa t (Torge, 1989) :

$$g(t) = g(t_0) + \left(\frac{\partial g}{\partial t}\right)_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g}{\partial t^2}\right)_0 (t - t_0)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 g}{\partial t^3}\right)_0 (t - t_0)^3 + \dots, \quad (5.5)$$

pri čemer so t_0 – referenčni (začetni) čas merjenja in $d_1, d_2, d_3 \dots$ koeficienti polinoma.

Običajno računamo koeficiente hoda v enačbi (5.5) s podatki enega dneva, torej določimo funkcijo hoda za vsak dan posebej. Koeficiente polinoma izračunamo z izravnavo po metodi najmanjših kvadratov in sicer določimo polinom čim nižje stopnje, ki se najbolje prilega določenim vrednostim hoda na posameznih točkah. Ponovljena merjenja naj bodo čim enakomerneje časovno razporejena, odvisna pa so od tipa hoda (linearen, nelinearen, preskoki), velikosti hoda in zahtevane natančnosti meritev. V splošnem poznamo več metod merjenj (Torge, 1989): metoda razlik, metoda zvezde, metoda korakov in metoda profilov.

Kratkoročni hod gravimetra je odvisen od spremembe temperature, tlaka in napetosti, ter od prisotnosti različnih šokov in vibracij tekom transporta. Po Repanić (2019) sta vzroka za možno nelinearnost transportnega hoda nenadna sprememba temperature in nelinearna sprememba napetosti. Šoki in vibracije, prisotni pri transportu, povzročajo histerezo, ki se kaže kot kratkotrajen hod, ki je prisoten na vsaki točki izmere. Nehomogen vpliv histereze se kaže kot pogrešek, ki je prisoten v meritvah na določenih

⁴⁰ Angl. drift

točkah izmere, kar otežuje določitev hoda. Pregled literature jasno kaže na to, da so lastnosti hoda odvisne od instrumenta.

5.2 Relativni gravimeter Scintrex

Relativna gravimetra, ki jih imamo na razpolago v Sloveniji, s katerima se izvajajo vse gravimetrične izmere, sta v lasti Geodetske uprave RS. To sta Scintrex CG-3M, serijska številka 10241 in Scintrex CG-5 serijska številka 40651. Z njima so bile izvedene tudi vse izmere za potrebe te naloge.

Relativni gravimetri Scintrex CG-3M in CG-5 delujejo na principu vertikalne tehtnice ničelne dolžine z določeno maso in s kvarčno vzmetjo (Scintrex, 1998, 2012, Seigel, 1995). Sprememba težnega pospeška povzroča spremembo položaja merilnega sistema. Elektronski sistem povratne zveze vrača maso v začetni ničelni položaj, medtem ko se sprememba položaja določa indirektno s povratno silo. Sistem povratne zveze je kombiniran s sistemom CPI (Capacity Position Indicator – kondenzatorski indikator položaja) ločljivosti 0,2 nm (Timmen, 2010, Repanić, 2019). Visoka ločljivost sistema za določitev premika omogoča tudi visoko ločljivost spremembe težnega pospeška z ločljivostjo $0,01 \mu\text{ms}^{-2}$ (Scintrex, 1998, 2012). Prednosti gravimetrov Scintrex so v globalnem razponu merjenja, možnosti uporabe v težkih terenskih pogojih in linearni ali skoraj linearni kalibracijski funkciji, brez periodičnih členov, ter izjemni zaščiti pred spremembami atmosferskega tlaka in temperature (Scintrex, 1998, 2012, Seigel, 1995). Najobčutljivejši deli instrumenta (t. i. senzor težnega pospeška, sistem CPI, senzorji nagiba in temperature) so v dvojnem vakuumskem ohišju, kjer termostat ohranja temperaturo v območju 1 mK. Signali senzorjev se samodejno shranjujejo, kar omogoča programski opremi instrumenta izračun popravkov odčitkov gravimetra. Gravimetrični signal instrumenta je razmerje med napetostjo gravitacijskega pretvornika V_{fb} in stabilne kalibracijske napetosti V_{cal} . Končni signal se izračuna kot povprečje vzorcev 1 Hz (pri CG-3M), oz. 6 Hz (pri CG-5) v vnaprej izbranem časovnem intervalu.

Pri gravimetrih Scintrex lahko instrumentalni vplivi povzročajo spremembo gravimetričnih odčitkov, ki niso nujno posledica spremembe težnosti. Med instrumentalne vplive uvrščamo vpliv elastične histereze, pogrešek kalibracijske funkcije, odklon gravimetra od pokončne lege, vpliv temperature in atmosferskega tlaka, spremembe napetosti, različne šoke in vibracije, pogreške, nastale zaradi neustreznega modeliranja hoda in tudi tek ure gravimetra. Njuna deklarirana ponovljivost je $0,05 \mu\text{ms}^{-2}$ (Seigel, 1995, Scintrex, 2012, 2017). Meritve z relativnimi gravimetri z vzmetjo so obremenjene z izrazitimi instrumentalnimi vplivi. Najpomembnejši instrumentalni vplivi so transportni hod, elastična histereza po transportu ter pogrešek določitve kalibracijske funkcije (Repanić, 2019).

Instrumenta omogočata uporabo nekaterih redukcij v realnem času (Scintrex, 1995): popravek nehorizontalnosti gravimetra, popravek zaradi spremembe temperature senzorja, redukcijo opazovanj za kalibracijski faktor in popravek zaradi plimovanja trde

Zemlje (upoštevana enačba po Longmanu (1959)). Ostale popravke je potrebno izračunati in ustrezno aplicirati na meritve.

Kot že omenjeno, smo vse gravimetrične meritve izvedli z instrumentoma Scintrex CG-3M, serijska številka 10241 in Scintrex CG-5, serijska številka 40651. Gravimeter Scintrex CG-3M je bil kupljen že leta 1997 in je v Sloveniji v uporabi od leta 1999. Z njim so bile izmerjene vse meritve osnovne gravimetrične mreže (Koler in sod., 2012b), gravimetrične meritve na reperjih 1. reda za potrebe določitve geopotencialnih kot reperjev (Koler in sod., 2019) in delno tudi meritve regionalne gravimetrične izmere (Medved in sod., 2019). Na podlagi vseh opravljenih meritev in večletnimi izkušnjami z njim, lahko rečemo, da je imel zelo stabilno delovanje, majhen hod in tako rekoč nobenih nepredvidenih skokov v odčitkih. Žal se je v marcu 2018 pokvaril in ni več operativen; potrebno ga je servisirati. Zato se je večina meritev, ki so vključene in obdelane v tej nalogi, izvedlo z gravimetrom Scintrex CG-5. Le ta je bil nabavljen leta 2015 in od takrat tudi uporabljen v gravimetričnih izmerah na reperjih 1. reda in v regionalni gravimetrični izmeri Slovenije. Na podlagi izkušenj lahko rečemo, da njegovo delovanje ni tako stabilno, saj se občasno pojavljajo nerazložljivi skoki v odčitkih. Ocenjujemo, da je žal tudi manj primeren za najnatančnejše meritve, kar merjenje vertikalnega gradienta težnosti vsekakor je. Poleg tega se najnatančnejše meritve vertikalnega gradienta težnosti opravljajo z vsaj dvema gravimetroma hkrati (Jousset in sod., 1995, Timmen in Gitlein, 2004, Csapó and Völgyesi, 2003, 2004, Jiang in sod., 2011, Dykowski, 2012, Repanić in sod., 2015), kar omogoča neodvisno oceno in izvedbo analize meritev. Zaradi okvare gravimetra Scintrex CG-3M žal za to nismo imeli možnosti, posledično smo morali temu ustrezno prilagoditi obdelavo meritev (predvsem kratkoročnega hoda). S tem je bila onemogočena tudi neodvisna kontrola rezultatov meritev. Vsekakor pa ni namen te disertacije podrobnejša analiza samega delovanja gravimetra, zato smo izvedene meritve vertikalnega gradienta težnosti na posameznih točkah prevzeli kot absolutno točne, kljub vedenju, da z gravimetrom Scintrex CG-5 dobimo slabše rezultate. V primeru ocene, da gre pri meritvah težnega pospeška za prisotne grobe napake (na podlagi analize odčitkov, kot je podrobneje predstavljeno v poglavju 5.3.1), smo meritve na posameznih točkah ponovili.

Dokler je gravimeter Scintrex CG-3M še deloval, smo z njim že opravili meritve na nekaterih točkah (skupaj 9 točk, kot je razvidno iz preglednice 5.4), na vseh preostalih točkah smo jih torej opravili z gravimetrom Scintrex CG-5. Z namenom kontrole delovanja instrumenta Scintrex CG-5 smo meritve na nekaterih točkah tudi ponovili (npr. GT24) in pri tem nismo opazili signifikantnih odstopanj. V splošnem vseeno lahko rečemo, da je bila zanesljivost meritev s Scintrex CG-3M večja, kar dokazujejo tudi izračunane aposteriori ocene natančnosti, kot je prikazano v poglavju 5.5.2.

5.2.1 Kalibracija gravimetrov

Relativna natančnost linearnega koeficienta kalibracije je odvisna od natančnosti določitve vrednosti težnega pospeška na referenčnih točkah, natančnosti relativnih meritev in od razpona vrednosti težnega pospeška na referenčnih točkah ter stabilnosti

točk (Torge, 1989, Timmen in sod., 2006, Flury in sod., 2007). Negotovost določitve linearnega kalibracijskega koeficienta 1×10^{-4} lahko povzroči negotovost vrednosti težnega pospeška na novih točkah do $0,5 \mu\text{ms}^{-2}$ v mreži razpona $5.000 \mu\text{ms}^{-2}$. Časovna sprememba linearne kalibracijske konstante lahko znaša tudi do 7×10^{-4} na leto in to celo po začetnem obdobju uporabe gravimetra, ko se konstanta pomembneje spreminja (Scintrex, 1998, 2012). To je pomembno dejstvo, ki ga ne smemo spregledati (Repanić, 2019).

Relativna gravimetra smo kalibrirali z zaporednimi meritvami na slovenskih absolutnih gravimetričnih točkah AGT200 – Gotenica in AGT300 – Sevnica, ki imata razpon približno 150 mGal. Izmero smo izvedli v zaporedju: AGT200 → AGT300 → AGT200. Kalibracijo instrumentov izvajamo enkrat letno, ob večjih izmerah (kot je npr. regionalna gravimetrična izmera Slovenije) pa običajno pred začetkom in po zaključku izmere.

Vsaka posamezna meritev je sestavljena iz petih ponovljenih ciklov. Med meritvami so bili v instrumentih nastavljeni parametri za računanje popravkov v realnem času: popravek plimnih valov, popravek zaradi nehorizontalnosti instrumenta⁴¹ in seizmični filter⁴². Razlike težnosti so izračunane po uvedbi popravkov za višino instrumenta, popravkov zaradi vpliva zračnega tlaka in popravkov dnevnega hoda instrumenta. Redukcije za višino instrumenta so opravljene z izmerjenim vertikalnim gradientom težnosti.

Kalibracijski koeficient (K) je izračunan glede na razliko med dano (absolutne vrednosti g , Δg_{ABS}) in merjeno razliko težnih pospeškov (Δg_{mer}):

$$K = \frac{\Delta g_{ABS}}{\Delta g_{mer}} \quad (5.6)$$

Na podlagi kalibracijskih koeficientov (K) sta izračunani vrednosti GCAL1⁴³ za oba instrumenta, ki sta po prvi kalibraciji vnesena v instrument in sta se uporabljala med celotno izmero.

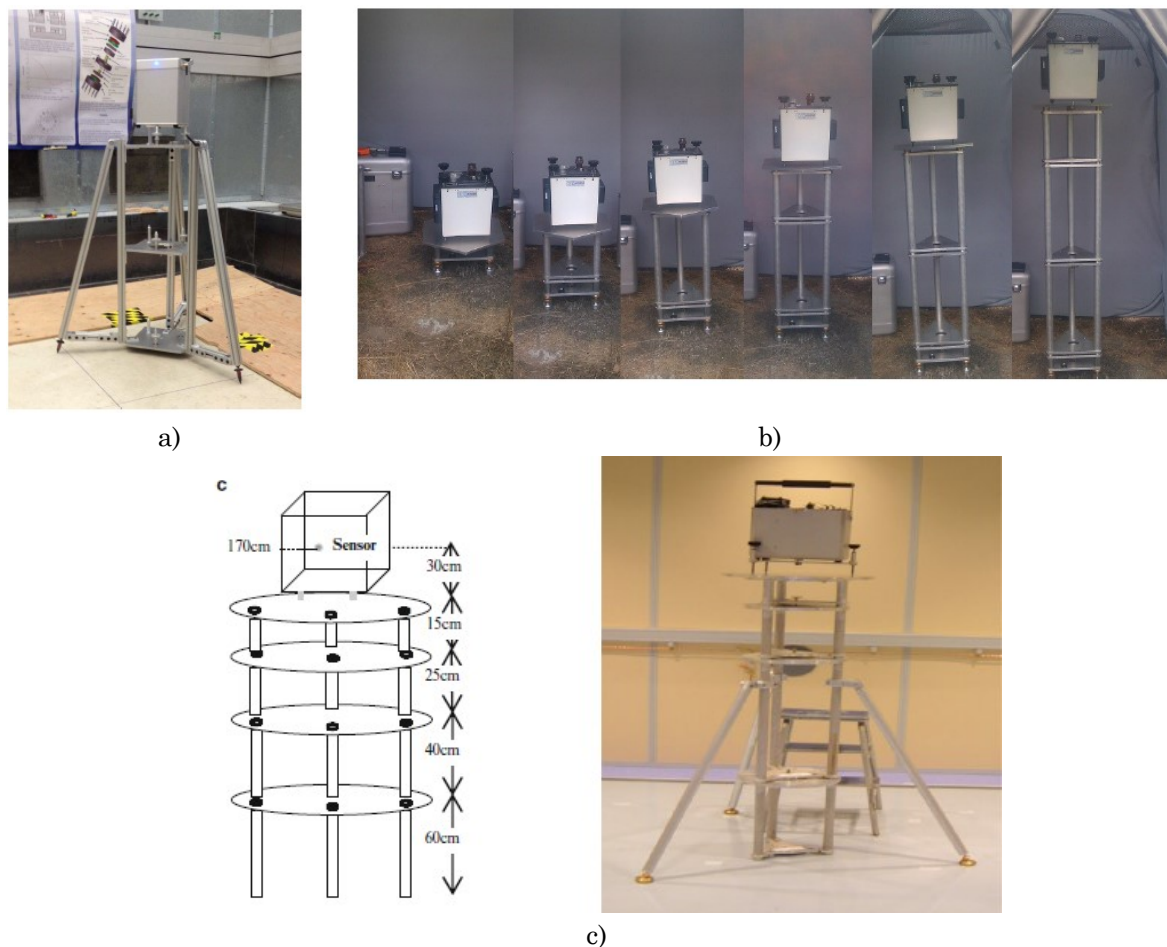
5.3 Meritve vertikalnega gradienta težnosti z relativnim gravimetrom

Z relativnimi gravimetri ne moremo neposredno izmeriti vertikalnega gradienta, lahko pa ga določimo na osnovi relativnih merjenj na različnih višinah nad isto točko. Postopek je vsesplošno znan in se uporablja predvsem pri reduciranju absolutnih gravimetričnih meritev na nivo stabilizirane točke (npr. Timmen, 2003, Csapó and Völgyesi, 2003, 2004, Jiang in sod., 2011, Dykowski, 2012, Leaman in sod., 2015). Avtorji se ukvarjajo z različno problematiko in pristopi k samim meritvam. Skupno vsem je, da se izmera izvede na različnih (točno definiranih) višinah nad točko izmere. Pri tem se uporabljajo posebej konstruirana stojala, ki omogočajo izvedbo teh meritev. Primeri konstrukcij stojal so podani na sliki 5.2.

⁴¹ Angl. tilt correction

⁴² Angl. seismic filter

⁴³ Oznaka za kalibracijsko konstanto v instrumentu Scintrex CG-3M in CG-5



Slika 5.2: Primeri konstrukcij stojal za izmero vertikalnih gradientov težnosti: a) [Leaman in sod., 2015](#), b) [Dykowski, 2012](#), c) [Jiang in sod., 2011](#).

Figure 5.2: Examples of stand constructions for measuring vertical gravity gradients: a) [Leaman et al., 2015](#), b) [Dykowski, 2012](#), c) [Jiang et al., 2011](#).

Skupno vsem je, da se meritve na njih izvajajo večinoma v laboratorijih (zaprti prostori, stabilna betonska tla, brez meteoroloških vplivov (sonce in veter)). S tem so zagotovljeni optimalni pogoji za izvedbo meritev. V Sloveniji takega stojala nimamo na razpolago, poleg tega so se vse meritve za potrebe te naloge izvajale na odprtem terenu, zato smo uporabili pristop izmere na običajnem geodetskem stativu, ki se lahko postavi na poljubno višino (slika 5.9). Ta pristop izmere vertikalnih gradientov težnosti je v praksi zelo pogosto uporabljen (npr. [Jousset in sod., 1995](#), [Timmen in Gitlein, 2004](#), [Csapó in Völgyesi, 2004](#), [Hečimović, 2004](#), [Repanić in sod., 2015](#)).

Glede postopka meritve vertikalnega gradienta težnosti ne obstaja nek standardizirani postopek, ki bi predpisal število ponovljenih meritev, točno definiral optimalne višine meritev, ter samo metodologijo in interpretacijo izmere. Višine izmere so običajno prilagojene referenčnim višinam absolutnih gravimetrov, ki so med 0,8 m – 1,3 m ([Csapó in Völgyesi, 2003](#), [Dykowski, 2012](#)). Število ponovljenih meritev na posameznih višinah se razlikujejo. Tako so npr. [Jousset in sod. \(1995\)](#) izvedli samo 5 meritev (3 spodaj, 2 zgoraj), [Csapó in Völgyesi \(2003\)](#) izvedeta 8 serij meritev (9 spodaj, 8 zgoraj), [Timmen in Gitlein \(2004\)](#) izvedeta 10 serij meritev, [Leaman in sod. \(2015\)](#) izvedejo po 7 serij meritev

(7 zgoraj, 6 spodaj). S ponavljajočimi serijami meritev se omogoči izračun funkcije hoda in posledično popravkov hoda instrumenta. Običajno se meritve izvajajo simultano z dvema ali tremi instrumenti, kar omogoča neodvisno kontrolo, pa vendar niso redki tudi primeri izmere s samo enim gravimetrom (npr. [Leaman in sod., 2015](#)). S potrebnim številom ponovljenih meritev (oz. serij) in njihovim vplivom na natančnost se ukvarjajo [Repanić in sod. \(2015\)](#), ki zaključujejo, da zadostuje niz 4 serij (4 spodaj in 3 zgoraj). Podobno ugotavljata tudi [Csapó in Völgyesi \(2003\)](#), da večje število serij (meritev) ne prinaša bistveno izboljšane natančnosti določitve vrednosti vertikalnega gradienta.

Spremembe vertikalnega gradienta težnosti so največje prvih nekaj 10 cm nad tlemi, kjer vertikalni gradient lahko obravnavamo kot funkcijo polinoma druge stopnje, nelinearnost izgine pri višinah nad 40 m ([Torge, 1989](#), [Dykowski, 2012](#)). Iz tega razloga je smiselno vertikalni gradient obravnavati kot polinomsko funkcijo drugega reda, ki je izračunana na podlagi meritev na vsaj 3 različnih višinah vzdolž težiščnice. Če so meritve izvedene na samo dveh višinah, je po [Csapó in Völgyesi \(2003, 2004\)](#) smiselno pri izmeri uporabiti referenčne višine absolutnih gravimetrov. To se seveda nanaša na točke, kjer so bile izvedene absolutne gravimetrične meritve, saj se na njih vertikalni gradienti težnosti uporabijo za reduciranje vrednosti na nivo točke.

Poleg opisanih kriterijev za višinske razlike stojišč, ter za povezavo kvalitete merjenja glede na zahtevano kvaliteto vertikalnega gradienta, je potrebno pri izbiri višine stojišč gravimetra upoštevati še dodatne kriterije. Višine stojišč morajo biti dovolj goste, da zagotovo opišejo nelinearno spremembo vertikalnega gradienta z višino. Problem nelinearnosti vertikalnega gradienta se pojavi kot še en dodaten kriterij pri izbiri višine stojišča. Vertikalni gradient je občutljiv na lokalne spremembe razporeda mas, tj. na spremembe reliefa in gostote površinskih mas. Od anomalij polja pospeška sile teže na stojišču je odvisno, kakšne bodo višinske razlike med stojišči. Vpliv nelinearnosti vertikalnega gradienta pride posebno do izraza na gravimetričnih točkah, ki so stabilizirane pod nivojem terena, površja Zemlje (npr. klet) ali znotraj večjih objektov (npr. grad ali cerkev), saj se vertikalni gradient spreminja nepravilno in za večje vrednosti. Na takih točkah je potrebno meriti na več vertikalno razmaknjenih stojiščih, z manjšimi višinskimi razlikami.

5.3.1 Izmera vertikalnih gradientov težnosti

Do sedaj so bile v Sloveniji gravimetrične meritve za potrebe določitve vertikalnega gradienta izvedene samo na šestih absolutnih gravimetričnih točkah, ki so vključene v slovensko gravimetrično mrežo 0. reda. To so točke: AGT100 (Bogenšperk), AGT200 (Gotenica), AGT 300 (Sevnica), AGT 400 (Sv. Areh na Pohorju), AGT 500 (Socerb) in AGT 600 (Kluže). Meritve so bile izvedene leta 1996, 1998, 2000 in 2014, hkrati s samo izvedbo absolutnih gravimetričnih meritev ([Cerutti in sod., 1996](#), [Richter in sod., 1997](#), [Mäkinen, 1999](#), [Ullrich, 2014](#)) in tudi leta 2006 in 2007 ([Medved, 2008](#)). Vertikalni gradienti so bili določeni z različnimi relativnimi gravimetri: La Coste & Romberg ([Cerutti in sod., 1996](#), [Richter in sod., 1997](#), [Mäkinen, 1999](#)), Scintrex CG-3M ([Medved, 2008](#)) in Scintrex CG-5 ([Ullrich, 2014](#)), za potrebe reduciranja merjenih absolutnih

vrednosti težnega pospeška z referenčne višine absolutnega gravimetra na nivo točke. Pregled in rezultati teh izmer so zbrani v preglednici 5.1.

Preglednica 5.1: Vrednosti vertikalnih gradientov z oceno natančnosti na absolutnih točkah.
Table 5.1: Values of vertical gradients with accuracy estimations on absolute points.

Točka	Epoha meritev	VGT [$\mu\text{Gal/m}$]	$\hat{\sigma}$ [μGal]
AGT 100	7/1996	290,0	/
AGT 100	5/1996	284,5	/
AGT 100	5/2000	290,7	/
AGT 100	12/1998	294,7	/
AGT 100	10/2014	287,7	3,0
AGT 200	7/1996	205,8	/
AGT 200	10/2014	202,1	4,3
AGT 300	3/2006	394,1	1,5
AGT 300	10/2014	395,1	2,9
AGT 400	12/2007	381,0	0,7
AGT 400	10/2014	384,0	13,5
AGT 500	12/2007	340,5	1,3
AGT 500	10/2014	337,3	3,4
AGT 600	3/2006	241,0	0,8
AGT 600	10/2014	239,6	3,9

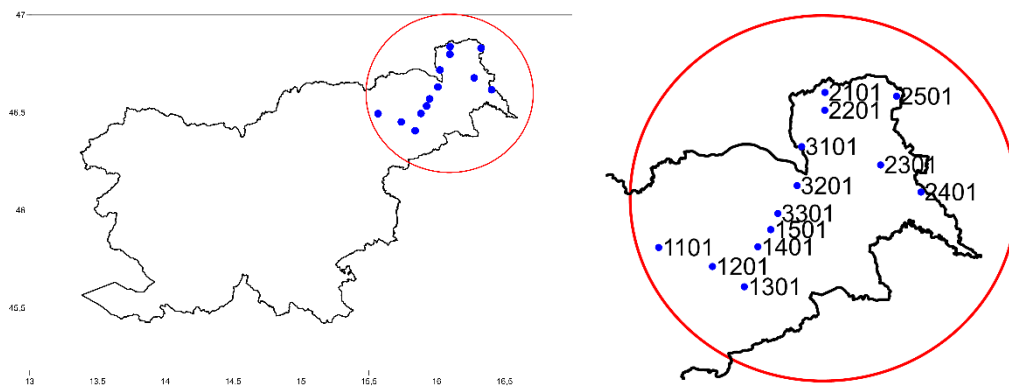
Skupno vsem točkam je, da so stabilizirane v večjih stabilnih objektih (gradovi, cerkve), večinoma v kletnih etažah, kar pomeni, da ni nezanemarljiv vpliv mas (topografskih in umetnih), ki se nahajajo nad samim nivojem točke. Te točke oz. same meritve tako niso najprimernejše za raziskovalne potrebe te naloge, saj je iz teorije znano, da v tem primeru potencial ni harmonična funkcija (Torge, 2001). Zato smo za potrebe te naloge izvedli niz meritev vertikalnih gradientov na točkah razporejenih po celotnem ozemlju Slovenije.

5.4 Območje raziskave in testne gravimetrične meritve

Območje raziskave predstavlja Slovenija. Razdelili smo jo na dve testni območji, na katerih smo izvedli meritve vertikalnega gradienta težnosti:

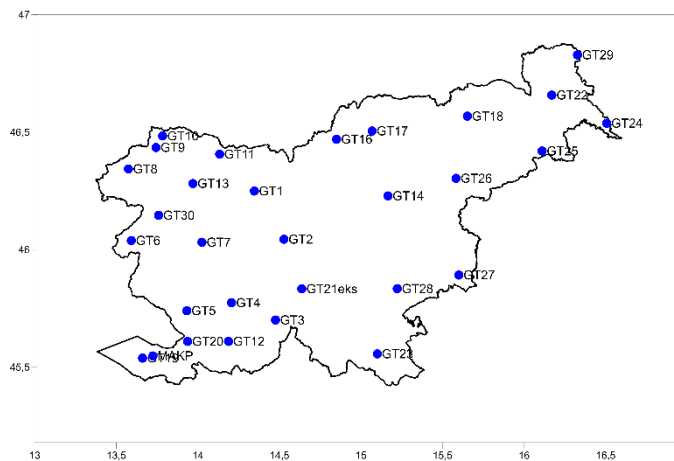
- **Območje 1**, ki ga predstavlja severovzhodni del Slovenije (slika 5.3). To območje je bilo izbrano, ker je bila predhodno že izvedena podrobna geološka raziskava za namen, kot je opisan v Šram in sod. (2015). Naknadno se je sicer izkazalo, da izbrano območje ni najprimernejše za potrebe raziskave vpliva topografije na izračun vertikalnega gradienta težnosti, saj območje leži v bližini državne meje, zato ne razpolagamo z vsemi DMR za področje sosednjih držav. Problem predstavlja tudi relativno nerazgibana topografija. Na tem območju je bilo skupno izmerjenih 13 točk, ki so izbrane v smeri 3 profilov. Meritve so se izvajale v juliju 2019 in so bile izvedene z instrumentom Scintrex CG-5, kot je razvidno iz preglednice 5.2.

- **Območje 2** predstavlja celotno ozemlje Slovenije. Na tem območju so bile v testno izmero vzete vse točke gravimetrične mreže 1. reda (Koler in sod., 2012a), ki so relativno enakomerno porazdeljene po celotnem državnem ozemlju. Grafični prikaz razporeditve izmerjenih točk je na sliki 5.4. Točke so trajno stabilizirane, poleg tega bodo rezultati izvedenih meritev lahko uporabni tudi v nadaljnjih izračunih osnovne gravimetrične mreže. Pri prvotnih izračunih osnovne gravimetrične mreže namreč podatki o vertikalnih gradientih težnosti niso bili na voljo (Medved in sod., 2009), zato jih bo smiselno uporabiti pri ponovni izmeri oz. potencialnem preračunu te mreže. Meritve so se izvajale skozi daljše časovno obdobje in sicer v letu 2018 z instrumentom Scintrex CG-3M, v letu 2019 in 2020 pa z instrumentom Scintrex CG-5, kot je razvidno iz preglednice 5.3.



Slika 5.3: Testno območje 1 z izmerjenimi točkami.

Figure 5.3: Test area 1 with measured points.



Slika 5.4: Testno območje 2 z izmerjenimi točkami.

Figure 5.4: Test area 2 with measured points.

Preglednica 5.2: Izmerjene točke na testnem območju 1 s koordinatami, datumom izmere in uporabljenim instrumentom.

Table 5.2: Measured points in test area 1 with coordinates, date and used instrument.

OBMOČJE 1	E (D96/TM)	N (D96/TM)	H (SVS2000)	Datum	Instrument
Točka	[m]	[m]	[m]	meritve	
1101	543607,29	150610,42	880,46	9.07.2019	Scintrex CG-5
1201	556811,51	146054,95	246,75	9.07.2019	Scintrex CG-5
1301	564698,07	141116,91	226,77	9.07.2019	Scintrex CG-5
1401	567885,63	150983,56	312,09	9.07.2019	Scintrex CG-5
1501	571006,24	155281,43	226,92	9.07.2019	Scintrex CG-5
2101	583819,14	189211,31	268,86	10.07.2019	Scintrex CG-5
2201	583826,03	184827,02	343,25	10.07.2019	Scintrex CG-5
2301	597624,34	171582,95	186,32	10.07.2019	Scintrex CG-5
2401	607598,37	165061,02	166,39	10.07.2019	Scintrex CG-5
2501	615516,00	156481,00	166,88	10.07.2019	Scintrex CG-5
3101	578272,30	175817,30	210,55	11.07.2019	Scintrex CG-5
3201	577295,52	166149,19	282,05	11.07.2019	Scintrex CG-5
3301	572706,44	159282,06	313,67	11.07.2019	Scintrex CG-5

Preglednica 5.3: Izmerjene točke na testnem območju 2 s koordinatami, datumom izmere in uporabljenim instrumentom.

Table 5.3: Measured points on test area 1 with coordinates, date and used instrument.

OBMOČJE 2	E (D96/TM)	N (D96/TM)	H (SVS2000)	Datum	Instrument
Točka	[m]	[m]	[m]	meritve	
MAKP	400409,00	46146,00	1,64	13.01.2006	Scintrex CG-3M
GT19	395455,00	45151,00	3,27	15.03.2018	Scintrex CG-3M
GT26	544904,00	129469,00	272,73	23.05.2018	Scintrex CG-3M
GT18	550007,00	158926,00	385,30	24.05.2018	Scintrex CG-3M
GT24	615518,00	156479,00	166,60	7.11.2018	Scintrex CG-3M
GT25	585368,00	142818,00	230,00	7.11.2018	Scintrex CG-3M
GT29	601247,00	188567,00	259,15	8.11.2018	Scintrex CG-3M
GT6	391050,46	100859,91	95,41	19.11.2018	Scintrex CG-3M
GT20	417097,00	52717,00	499,52	22.11.2018	Scintrex CG-3M
GT14	512773,00	121035,00	340,60	6.12.2018	Scintrex CG-3M
GT28	517281,00	77152,00	165,00	11.12.2018	Scintrex CG-3M
GT11	433357,00	141089,00	557,56	13.12.2018	Scintrex CG-3M
GT22	589528,00	169358,00	191,19	13.06.2019	Scintrex CG-5
GT7	424548,00	99531,00	321,43	13.08.2019	Scintrex CG-5
GT1	449611,78	123527,05	404,06	16.10.2019	Scintrex CG-5
GT13	420606,35	127397,89	508,61	16.10.2019	Scintrex CG-5
GT5	416905,22	67260,90	365,69	17.10.2019	Scintrex CG-5
GT27	546590,00	83744,00	175,00	22.10.2019	Scintrex CG-5
GT2	463447,82	100570,36	400,06	23.10.2019	Scintrex CG-5
GT21	471807,00	77130,00	542,00	23.10.2019	Scintrex CG-5
GT23	507803,71	46286,605	543,16	14.11.2019	Scintrex CG-5
GT16	488469,00	147836,00	576,21	19.11.2019	Scintrex CG-5
GT17	505251,00	151725,00	429,90	20.11.2019	Scintrex CG-5
GT3	459241,12	62420,90	578,90	27.11.2019	Scintrex CG-5

se nadaljuje ...

... nadaljevanje preglednice 5.4

GT4	438267,75	70774,68	545,86	28.11.2019	Scintrex CG-5
GT12	436690,75	52493,94	393,78	28.11.2019	Scintrex CG-5
GT10	406657,98	150075,07	811,58	3.12.2019	Scintrex CG-5
GT21	471807,00	77130,00	542,00	10.12.2019	Scintrex CG-5
GT21eks	471802,00	77135,00	541,70	10.12.2019	Scintrex CG-5
GT30	404173,00	112611,00	180,93	11.12.2019	Scintrex CG-5
GT9	403444,50	144664,53	1613,54	16.01.2020	Scintrex CG-5
GT30	404173,00	112611,00	180,93	28.01.2020	Scintrex CG-5
GT8	390284,33	134746,61	447,22	29.01.2020	Scintrex CG-5

5.4.1 Določitev položaja in višine detajlnih gravimetričnih točk

Položaj in višina detajlne gravimetrične točke je bila določena z GNSS-RTK metodo izmere, s tremi neodvisnimi serijami izmere v trajanju po 30 sekund, z dvofrekvenčnimi sprejemniki GNSS in navezavo na omrežje SIGNAL. Uporabili smo sprejemnik Leica GNSS Rover GS16, serijska številka 3706550 (slika 5.5). Določene so bile elipsoidne in ravninske koordinate v D96/TM, geoidne višine so pridobljene z interpolacijo modela geoida za območje Slovenije, to je SLO_AMG2000. Če sprejemnik GNSS ni bil postavljen na točki, je bila višinska razlika med stojiščem sprejemnika GNSS in detajlno gravimetrično točko določena z geometričnim nivelmanom. Antena je bila postavljena na stativ oz. togo grezilo z opornimi nogami, kot je prikazano na spodnji sliki 5.5.

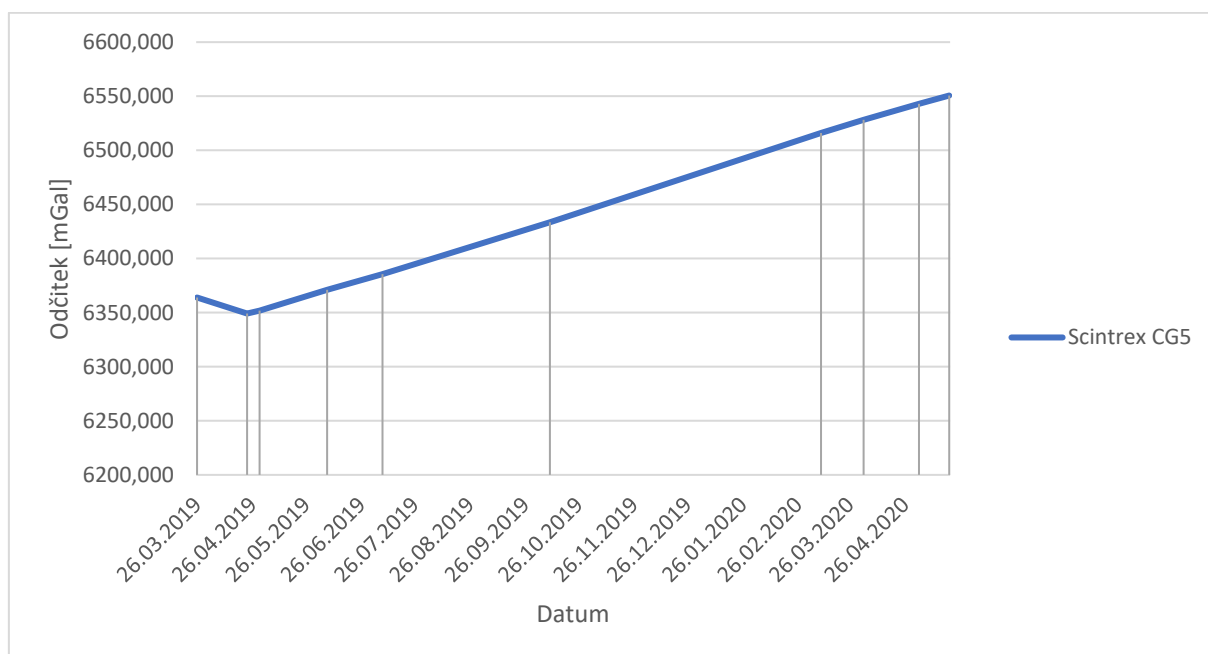


Slika 5.5: Primer GNSS izmere na testni točki 1201.

Figure 5.5: Example of GNSS measurement at test point 1201.

5.4.2 Gravimetrične meritve na testnih območjih

Za uspešno gravimetrično izmero je potrebno gravimeter primerno vzdrževati. Ko se instrument ne uporablja za meritve, mora biti priklopljen na vir električne energije, postavljen na trinožni podstavek in horizontaliran. V primeru izgube električne energije, je instrument pripravljen za meritve šele, ko je čas ponovnega priklopa na vir energije vsaj štirikrat daljši od časa, ko instrument ni bil priključen na električno energijo. Vsak mesec je potrebno spremljati in določati dolgoročni hod instrumenta, kot ga predpisuje proizvajalec (različno za Scintrex CG-3M in Scintrex CG-5). Občasno je potrebno preveriti parametre temperaturne kompenzacije in parametre nagiba⁴⁴. Instrumenti Scintrex omogočajo vnos dolgoročnega linearnega hoda instrumenta. Zato je bil stacionarni hod instrumentov preverjen pred začetkom gravimetrične izmere. 60 sekundne ciklične meritve, z 10-minutnim intervalom, so se izvajale več kot 24 ur. Na osnovi opravljenih meritev je bila za oba gravimetra izračunana vrednost koeficienta za dolgoročni linearni hod⁴⁵, ki je vnesen v instrument in se tekom samih meritev ne spreminja. Redno spremljanje hoda instrumenta je pomembno tudi za oceno delovanja instrumenta. Nepredvidljivi skoki pomenijo nepravilno delovanje, zato je bistveno da se spremlja hod skozi daljše časovno obdobje, kar priporoča tudi proizvajalec (Scintrex, 1998, 2012, 2017). Na sliki 5.6 so prikazani odčitki gravimetra Scintrex CG-5, na istem mestu v obdobju približno enega leta. Iz grafa vidimo, da gre od 26. 4. 2019 za linearni trend hoda.



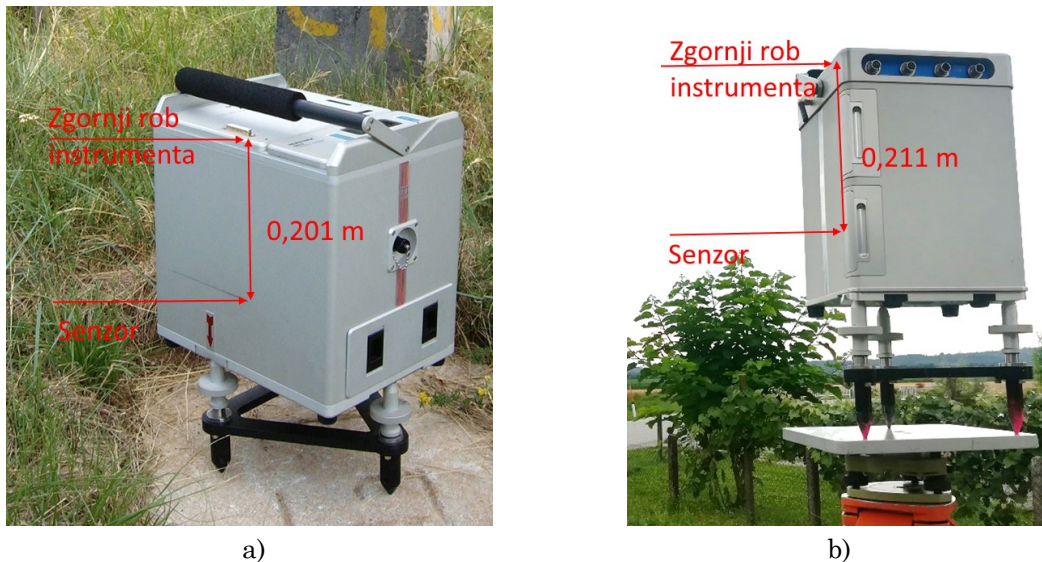
Slika 5.6: Stacionarni odčitki gravimetra Scintrex CG-5 skozi obdobje 1 leta.

Figure 5.6: Stationary readings of the Scintrex CG-5 gravimeter over a period of 1 year.

⁴⁴ Angl. tilt correction

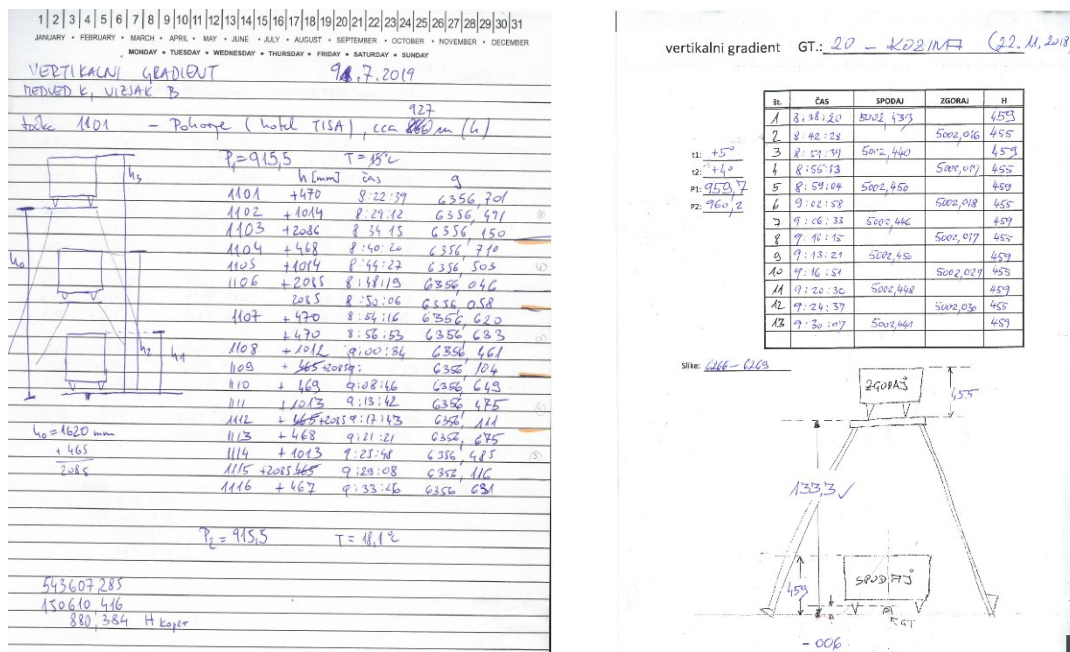
⁴⁵ Angl. drift

Pri gravimetrični izmeri moramo pozorno izmeriti višino instrumenta (senzorja) nad točko. Praviloma se dogovori mesto/rob, do katerega se vsakokrat izmeri višina. Med našimi meritvami smo višino instrumenta merili do zgornjega roba instrumenta. Razlika med merilnim sistemom instrumenta (senzorjem) in zgornjim robom znaša 0,201 m za instrument CG-3M in 0,211 m za instrument CG-5, kot je prikazano na sliki 5.7. Navedena razlika se odšteje od merjene višine v obdelavi meritev, na ta način zagotovimo, da se merjena vrednost dejansko nanaša na senzor instrumenta.



Slika 5.7: Mesto izmere višine instrumenta: a) Scintrex CG-3M, b) Scintrex CG-5.
Figure 5.7: Instrument height measurement location: a) Scintrex CG-3M, b) Scintrex CG-5.

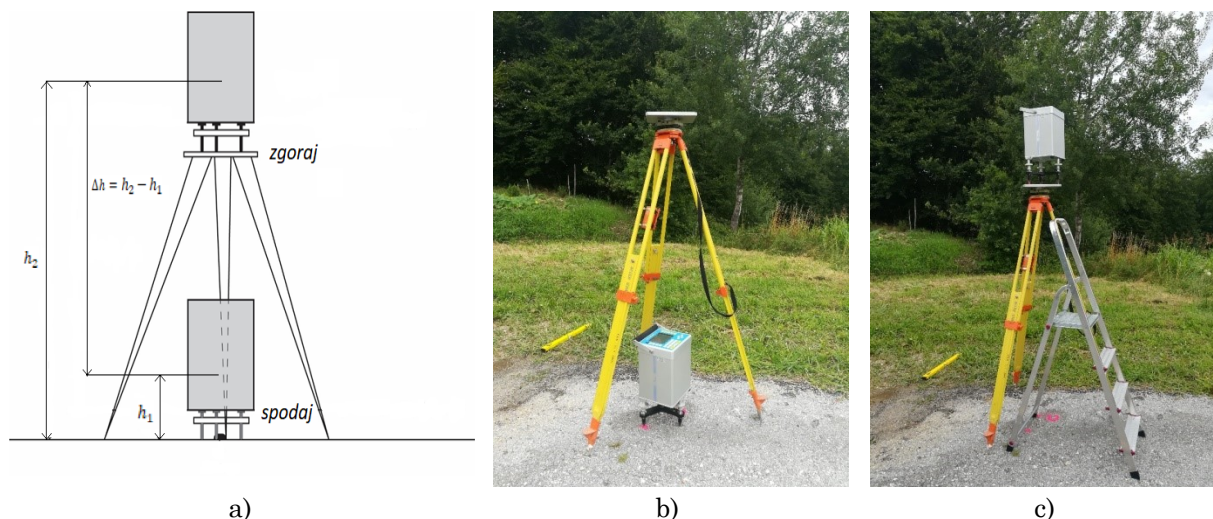
Za vsako izvedeno meritev se vodi terenski zapisnik gravimetričnih meritev, v katerega so vpisani naslednji podatki: ime projekta, datum, opazovalec, instrument in njegova serijska številka, oznaka točke, številka fotografije, ki se nanaša na posamezno točko, višina instrumenta, začetek meritev, odčitek na gravimetru (mGal), tlak (mbar), temperatura zraka (°C) in opombe, kot so npr. posamezne motnje na točki. Primera gravimetričnega zapisnika z dne 9. 7. 2019 in 22. 11. 2018 sta prikazana na spodnji sliki 5.8.



a) b)
 Slika 5.8: Primer terenskega zapisnika za točko a) 1101 in b) GT20.
 Figure 5.8: Example of field record for point a) 1101 and b) GT20.

Sam postopek izmere na točki je bil sledeč: če točka ni trajno stabilizirana, smo jo označili z začasnim znamenjem (npr. klin) in ji določili koordinate. Nad stabilizirano točko smo postavili stativ in nanj namestili posebej v ta namen izdelano ploščo, ki omogoči postavitev instrumentovega podnožja. Zaradi tresljajev pri transportu z avtom, smo pred meritvami počakali vsaj 15 minut, da se instrument umiri in stabilizira. S tem tudi preprečimo temperaturne šoke in zmanjšamo pogoške zaradi vpliva histereze (Repanić, 2019).

Na vsaki točki je izvedeno vsaj 11 nizov meritev, izmenjujoče na obeh višinah nad gravimetrično točko (6 spodaj, 5 zgoraj), pri čemer vsak niz tvori 60 eno-sekundnih meritev. Primer izmere je prikazan na sliki 5.9. Meritve so opravljene v naslednjem zaporedju: 1-2-1-2-1 ..., pri čemer je 1 – meritev spodaj in 2 – meritev zgoraj. Za vsak niz posebej izmerimo višino instrumenta (glej sliko 5.9) in jo zabeležimo v zapisnik. Prav tako zapišemo izmerjene vrednosti težnega pospeška za vsak niz, ki jih poda instrument. Temperaturo zraka in zračni tlak smo merili s prenosno meteorološko postajo Thommen HM-30 s serijsko številko B111225, proizvajalca Huber, ki je bil ustrezno certificiran.



Slika 5.9: a) Položaj instrumenta med meritvami vertikalnega gradienta težnosti, b) primer meritev spodaj na točki 1401 in c) meritev zgoraj.

Figure 5.9: a) Position of instrument during the measurements of vertical gravity, b) case of measurements below at point 1401 and c) measurement above.

Na vseh točkah so meritve izvedene na dveh višinah na razmiku, ki je približno 1,5 m. Povprečna višina senzorja vseh meritev znaša 0,255 m za postavitvev spodaj, 1,705 m za postavitvev zgoraj. Povprečna razlika v višinah med postavitvijo spodaj in zgoraj znaša 1,450 m. Za vse izvedene meritve na obeh območjih je višina meritev nad točko zbrana v preglednici 5.4, pri čemer je h_1 višina senzorja pri meritvi spodaj, h_2 višina senzorja pri meritvi zgoraj in Δh razlika med njima.

Preglednica 5.4: Višine senzorja gravimetra nad točko v [mm].

Table 5.4: Gravity sensor heights above point in [mm].

Območje 1

Točka	1101	1201	1301	1401	1501	2101	2201	2301	2401	2501	3101	3201	3301
h_1 [mm]	259	265	257	261	261	257	266	262	268	263	265	265	246
h_2 [mm]	1875	1916	1862	1856	1892	1831	1839	1875	1853	1849	1899	1899	1893
Δh	1616	1651	1605	1595	1631	1574	1573	1613	1585	1586	1634	1634	1647

Območje 2

Točka	MAKP	GT19	GT26	GT18	GT24	GT25	GT29	GT6	GT20	GT14	GT28	GT11	GT22
h_1 [mm]	227	246	258	252	254	248	233	290	252	249	253	211	259
h_2 [mm]	1514	1681	1496	1684	1669	1669	1650	1784	1581	1752	1789	1721	1684
Δh [mm]	1287	1435	1238	1432	1415	1421	1417	1494	1329	1503	1536	1510	1425

Točka	GT7	GT1	GT13	GT5	GT27	GT2	GT21	GT23	GT16	GT17	GT3	GT4	GT12
h_1 [mm]	256	257	246	253	254	254	258	242	260	260	259	262	258
h_2 [mm]	1757	1638	1759	1812	1703	1666	1809	1613	1876	1742	1842	1696	1622
Δh [mm]	1501	1381	1513	1559	1449	1412	1551	1371	1616	1482	1583	1434	1364

se nadaljuje ...

... nadaljevanje preglednice 5.5

Točka	GT10	GT21	GT21es	GT30	GT9	GT30	GT8
h_1 [mm]	258	260	263	199	253	257	254
h_2 [mm]	1728	1829	1812	1773	1758	1751	1727
Δh [mm]	1470	1569	1549	1574	1505	1494	1473

Vse točke	Pov.	Min.	Maks.
Δh [mm]	1508	1238	1651

5.5 Izračun vertikalnih gradientov težnosti

V okviru obdelave podatkov meritev izračunamo ustrezne popravke in redukcije za meritve na vsaki točki. Relativna gravimetra Scintrex CG-3M in Scintrex CG-5 omogočata uporabo nekaterih redukcij v realnem času, ki smo jih upoštevali med samimi meritvami. To so:

- popravek dolgoročnega hoda gravimetra,
- popravek za nehorizontalnost gravimetra,
- popravek zaradi spremembe temperature senzorja,
- redukcijo meritev za kalibracijski faktor in
- popravek zaradi plimovanja trdne Zemlje (po modelu Longman).

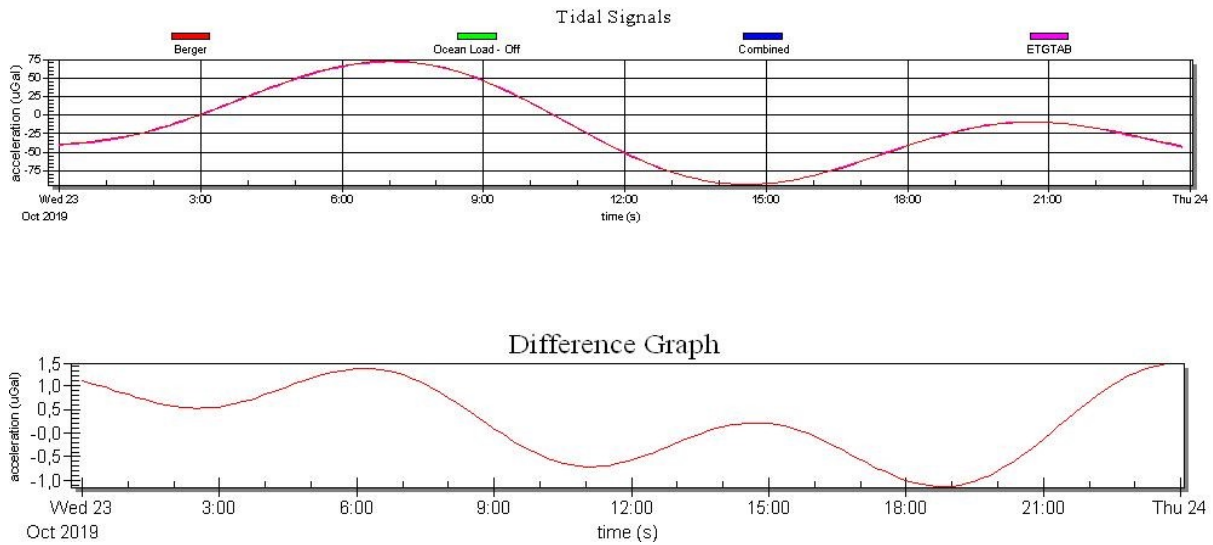
Naknadno pa smo upoštevali še naslednje (Torge, 1989):

- redukcijo izmerjene vrednosti težnega pospeška z nivoja senzorja instrumenta na nivo točke oz. redukcijo za višino instrumenta,
- popravek zaradi vpliva zračnega tlaka,
- popravek zaradi gibanja Zemljinih polov,
- redukcijo opazovanj za preostali hod instrumenta.

Vsem meritvam smo odstranili popravke zaradi plimovanja trdne Zemlje po modelu Longman, ki jih uporablja instrument Scintrex in aplicirali Bergerjeve⁴⁶ popravke, kot je opisano v poglavju 5.1.1. Razlike med apliciranimi Bergerjevimi popravki in popravki izračunanimi s harmoničnimi potenciali (razvoj v vrsto s koeficienti)⁴⁷ so minimalne – nekaj μGal . Glede na to, da so meritve na isti točki izvedene v relativno kratkem časovnem obdobju (približno 40 minut), popravek nima signifikantnega vpliva na dobljeno razliko težnega pospeška oziroma je konstanten. Na sliki 5.10 je zgoraj prikazana velikost izračunanega popravka plimovanja trdne Zemlje za obdobje 24 ur (na dan 23. 10. 2019 na točki GT2) in razlike v velikosti popravka med obema modeloma.

⁴⁶ Uporabljen program SeeG3 (Scintrex)

⁴⁷ Uporabljen program ETGTAB (glej poglavje 5.1.1)



Slika 5.10: (zgoraj) Popravki plimovanja trdne Zemlje (»Berger« in »ETGTAB«) na točki GT2 za dan 23. 10. 2019; (spodaj) Razlika popravkov med modelom »Berger« in »ETGTAB«.

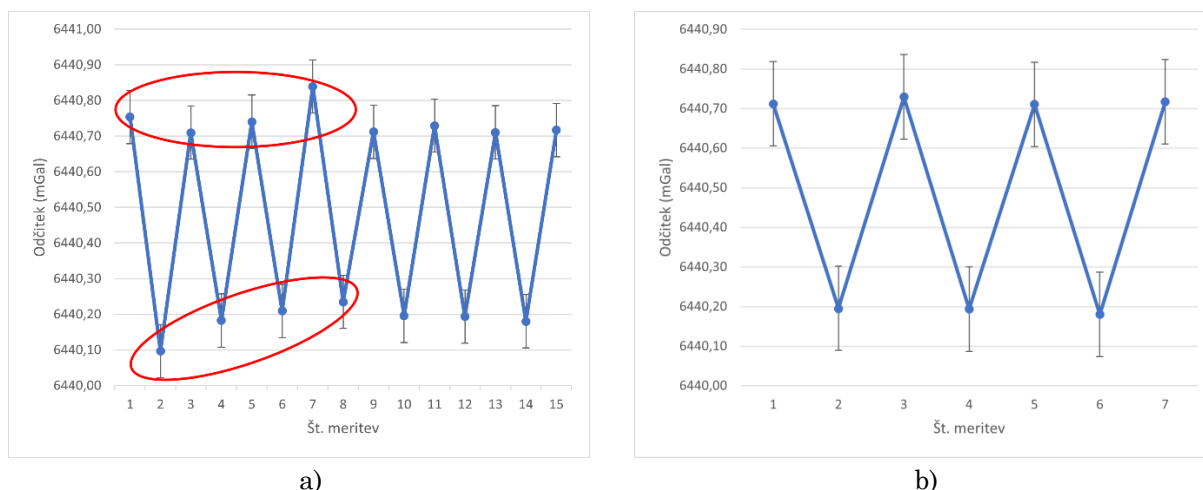
Figure 5.10: (above) Solid Earth Tide Corrections (»Berger« and »ETGTAB«) at point GT2 for 23rd October 2019; (below) The difference between the "Berger" and the »ETGTAB« corrections.

V primeru določitve vrednosti težnih pospeškov (z absolutnimi ali relativnimi gravimetri) je seveda smiselno upoštevati čim natančnejši model, saj izračunani popravki bistveno vplivajo na končne rezultate (npr. [Bjelotomić Oršulić in sod., 2019](#)).

Podobno velja tudi za popravke zaradi gibanja Zemljinih polov, kjer je njihov velikostni razred nekajkrat manjši. Upoštevali smo jih zaradi korektnosti postopka, čeprav dejansko nimajo vpliva na končni rezultat (razlika med dvema odčitkoma, v kratkem časovnem obdobju, je konstantna).

5.5.1 Izračun popravkov hoda

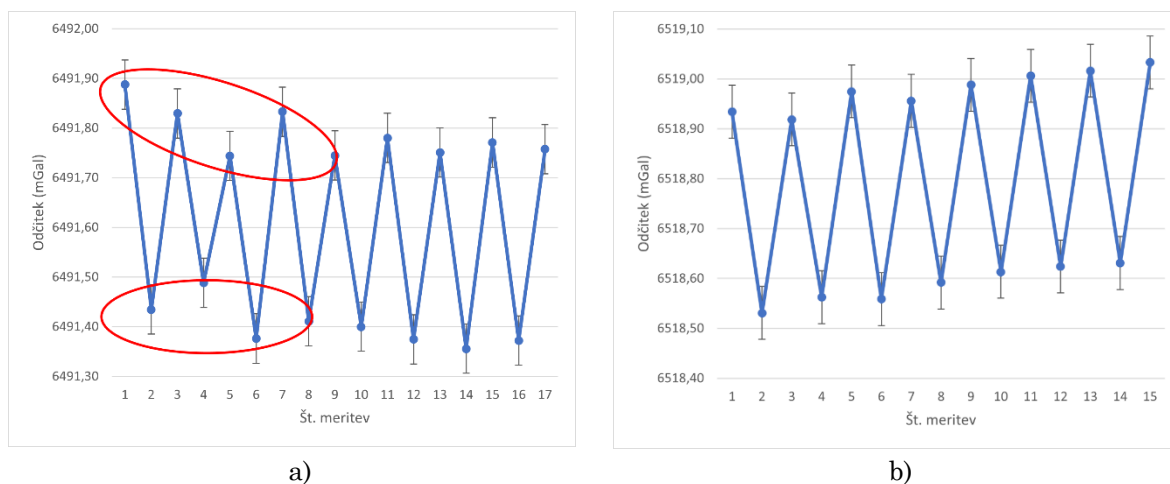
Največji izziv pri obdelavi meritev predstavlja določitev funkcije hoda, saj lahko neprimerna funkcija povzroči relativno velike spremembe končnih odčitkov. Na sliki [5.11](#) je prikazano nekaj rezultatov meritev izvedenih na točkah v okviru te naloge, kjer je iz grafa jasno vidno, da je prišlo do nepričakovanih odskokov med posameznimi nizi meritev. Na levem grafikonu so prikazane vse izvedene meritve na točki GT2. Na podlagi analize so izločeni nizi meritev od 1 do 7. Na desni strani so prikazani prečiščeni podatki, na osnovi katerih je izračunana vrednost vertikalnega gradienta težnosti.



Slika 5.11: Primer nestabilnega delovanja gravimetra Scintrex CG-5, meritve na točki GT2. a) niz original meritev, b) niz prečiščenih meritev.

Figure 5.11: Example of unstable operation of Scintrex CG-5 gravimeter, measurements at point GT2. a) a set of original measurements, b) a set of refined measurements.

Podoben primer je prikazan na sliki 5.12, kjer predvsem prvih 8 nizov kaže na nerazumljive skoke med odčitki. V tem primeru smo meritve naknadno tudi ponovili. Taka skrajna primera sta bila na izmerjenih točkah GT21 in GT30.

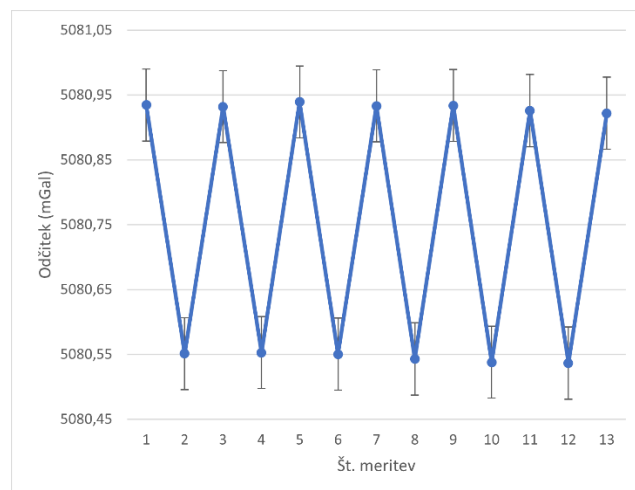


Slika 5.12: Meritve na točki GT30 z gravimetrom Scintrex CG-5: a) niz meritev z dne 11. 12. 2019 in b) niz ponovljenih meritev z dne 28. 1. 2020.

Figure 5.12: Measurements at point GT30 with Scintrex CG-5 gravimeter: a) set of measurements dated 11. 12. 2019 and b) a set of repeated measurements dated 28. 1. 2020.

Poudariti je potrebno, da nismo opazili nekega vzorca, ki bi napeljeval k vzroku takšnih odskokov. Že med samimi meritvami smo spremljali odčitke in če smo opazili nestabilno delovanje smo povečali število izmerjenih nizov, kar nam je omogočilo naknadno potencialno izločitev »sumljivih meritev« med samo obdelavo.

V nasprotju z instrumentom Scintrex CG-5 pa se je instrument Scintrex CG-3M izkazal za zelo stabilnega. Analiza je pokazala, da so vsi njegovi odčitki zelo stabilni, ima minimalen hod in niti na eni točki ni bilo potrebno izločiti kakšnega odčitka. Primer meritev z instrumentom Scintrex CG-3M je prikazan na sliki 5.13.



Slika 5.13: Meritve z instrumentom Scintrex CG-3M na točki GT26.

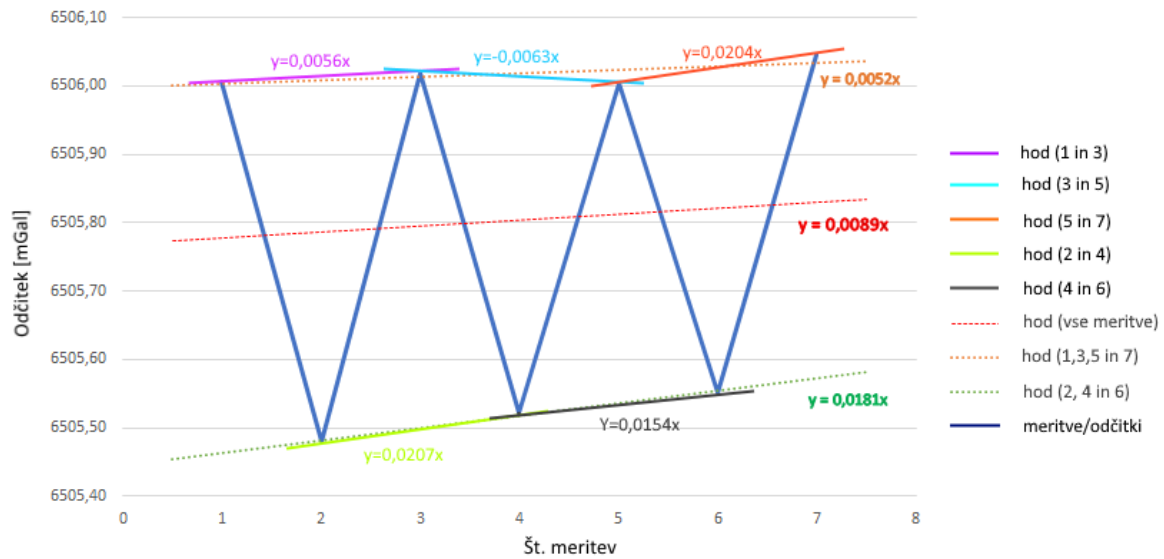
Figure 5.13: Measurements with the Scintrex CG-3M instrument at point GT26.

Po izvedeni predhodni oceni natančnosti se izločijo meritve, ki zadoščajo naslednjim pogojem:

- σ_i posameznega merjenja se od aritmetične sredine vseh nizov meritev na isti višini razlikuje za več kot 0,010 mGal,
- razlika med maksimalnim in minimalnim odčitkom je več kot 0,020 mGal,
- linearna funkcija hoda, izračunana na podlagi dveh zaporednih meritev na isti višini, ima signifikantno spremembo koeficienta (predznak, velikost),
- število slabih meritev⁴⁸ je večje od 10.

Glede na analizo meritev in predvsem probleme z instrumentom Scintrex CG-5 (kot je že predhodno opisano), smo se odločili za izračun linearne funkcije hoda za vsako posamezno serijo meritev. Pri tem serija predstavlja 3 nize meritev, torej meritev spodaj – zgoraj – spodaj oz. zgoraj – spodaj – zgoraj. To pomeni, da smo izračunali linearno funkcijo hoda za vsake 3 zaporedne odčitke. S tem smo dodatno skušali določiti in eliminirati »skoke« v odčitkih, ki so se pojavili kot posledica nestabilnega delovanja gravimetra. Primer izračuna linearnih funkcij hoda je prikazan na sliki 5.14. Na podlagi izračunanih funkcij hoda smo aplicirali popravke na posamezne meritve.

⁴⁸ Angl. Rejected measurements



Slika 5.14: Primer izračuna linearnih funkcij hoda za vsako serijo (sestavljeno iz 3 nizov) meritev na točki 2401.

Figure 5.14: Example of calculation of linear drift functions for each series (consisting of 3 sets) of measurements at point 2401.

5.5.2 Izračun merjenih vertikalnih gradientov težnosti

Z relativnimi gravimetričnimi meritvami na različnih višinah torej dobimo razlike pospeška sile teže na vsaj dveh višinah nad točko izmere. Z merjenjem višine med stojišči lahko določimo vertikalni gradient težnosti s pomočjo linearne funkcije:

$$g(h) = a \cdot h + b, \quad (5.7)$$

ali pa nelinearne funkcije:

$$g(h) = a \cdot h^2 + b \cdot h + c, \quad (5.8)$$

kjer je $g(h)$ odčitek gravimetra na višini merjenja h glede na referenčno točko (npr. reper) in so a, b, c konstante. V primeru linearne funkcije se vertikalni gradient določi po enačbi:

$$VGT(h_i) = \frac{g(h_i) - g(h_0)}{h_i} = a. \quad (5.9)$$

Medtem, ko se v primeru uporabe polinoma druge stopnje vertikalni gradient težnosti izračuna z enačbo:

$$VGT(h_i) = \frac{g(h_i) - g(h_0)}{h_i} = a \cdot h_i + b \quad (5.10)$$

pri čemer je v obeh primerih h_i višina na kateri je izvedeno merjenje in h_0 referenčna višina (npr. višina reperja). Če se uporabi linearni model je vertikalni gradient težnosti konstanta, ko pa se predpostavlja nelinearna sprememba težnosti po višini (polinom druge stopnje) se izračunani vertikalni gradient spreminja linearno po višini.

V naši raziskavi smo meritve izvajali na dveh višinah, torej se nad točko izmere predpostavlja konstantni vertikalni gradient, ki se izračuna z:

$$VGT = \frac{g_j - g_k}{h_j - h_k} = \frac{\Delta g_{jk}}{\Delta h_{jk}}, \quad (5.11)$$

kjer so: $g_{j,k}$ – odčitki gravimetra na stojiščih j in k , $h_{j,k}$ – referenčne višine gravimetra na stojiščih j in k , Δg_{jk} – razlika odčitkov in Δh_{jk} – razlika referenčnih višin gravimetra.

Končne vrednosti vertikalnih gradientov težnosti za vse izmerjene točke, s standardnim odklonom meritev, so prikazane v preglednici 5.5 za območje 1 in v preglednici 5.6 za območje 2.

Preglednica 5.5: Končne izmerjene vrednosti vertikalnih gradientov težnosti z oceno natančnosti za točke na testnem območju 1.

Table 5.5: Final measured values of vertical gravity gradients with accuracy estimates for points at test area 1.

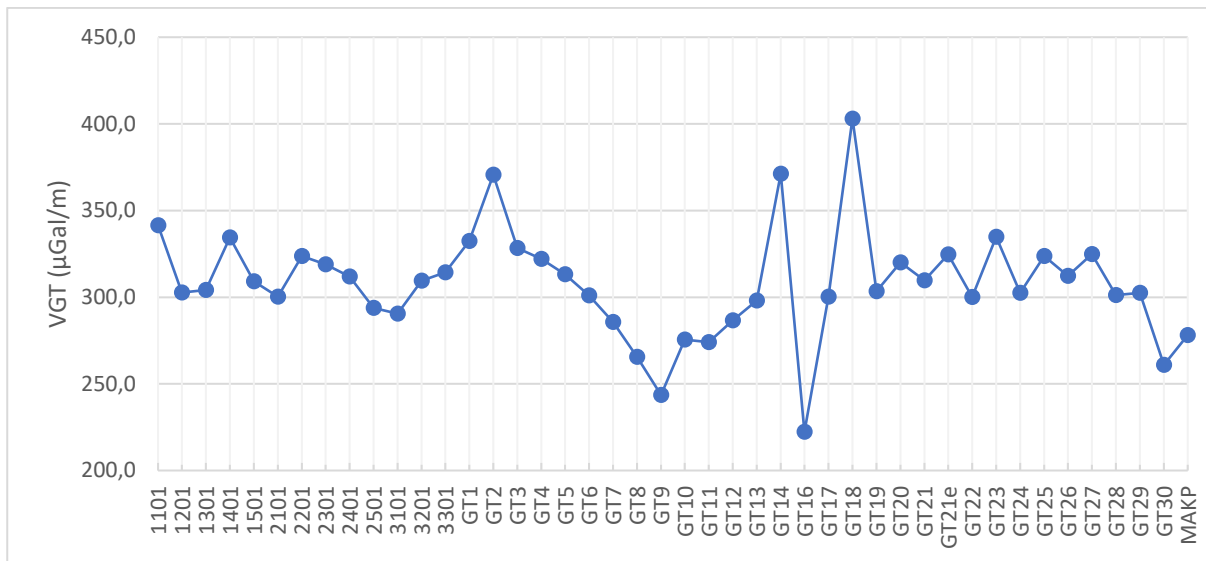
Točka	φ [°]	λ [°]	H [m]	VGT [$\mu\text{Gal}/\text{m}$]	Std. o. meritev [μGal]
1101	46,49375	15,56807	880,46	341,5	2,5
1201	46,45178	15,73952	246,75	302,6	2,5
1301	46,40665	15,84148	226,77	304,1	3,5
1401	46,49509	15,88437	312,09	334,5	3,1
1501	46,53343	15,92567	226,92	309,1	2,0
2101	46,83716	16,09885	268,86	300,4	3,1
2201	46,79772	16,09814	343,25	323,8	4,2
2301	46,67672	16,27604	186,32	319,0	6,0
2401	46,61654	16,40486	166,39	312,0	6,9
2501	46,53806	16,50606	166,88	293,8	4,6
3101	46,71735	16,02386	210,55	290,5	3,2
3201	46,63050	16,00946	282,05	309,5	3,3
3301	46,56924	15,94846	313,67	314,3	6,2
			Pov.	311,9	3,9
			Min.	290,5	2,0
			Maks.	341,5	6,9

Preglednica 5.6: Izmerjene vrednosti vertikalnih gradientov težnosti z oceno natančnosti za točke na testnem območju 2.

Table 5.6: Final measured values of vertical gravity gradients with accuracy estimates for points at test area 2.

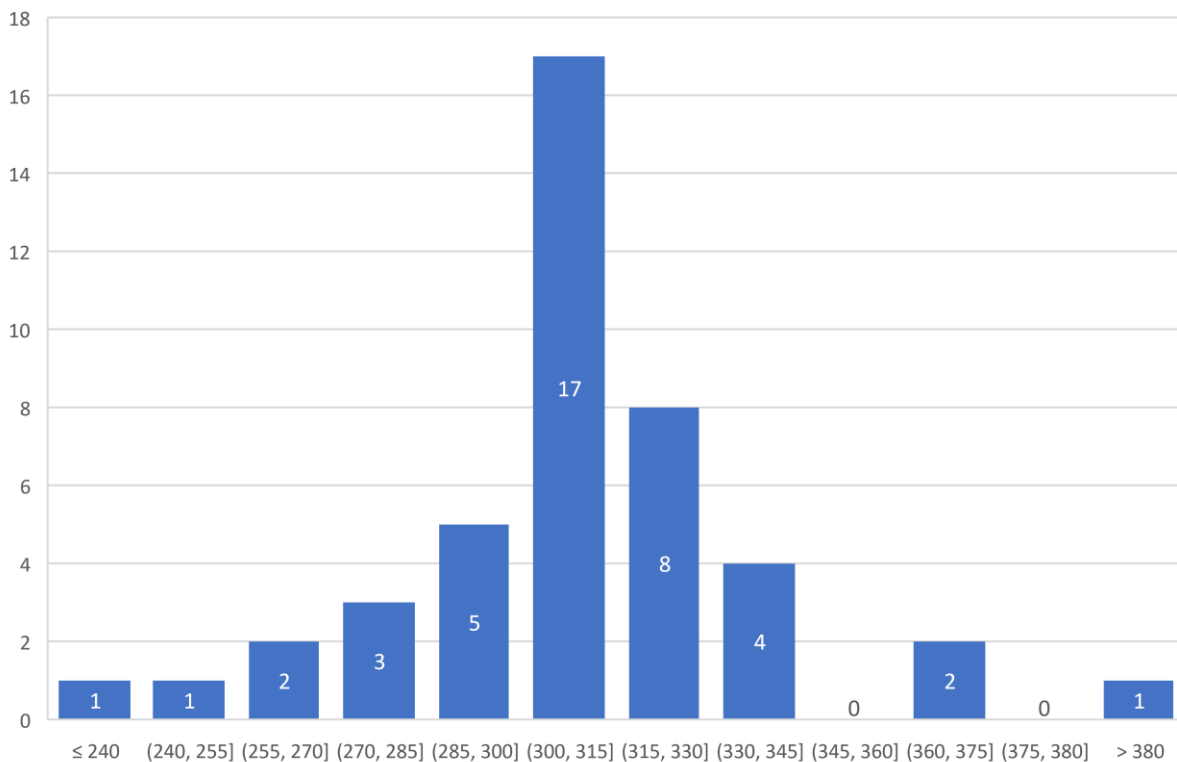
Točka	φ [°]	λ [°]	H [m]	VGT [μ Gal/m]	Std. o. meritev [μ Gal]
GT1	46,24962	14,34651	404,06	332,4	2,5
GT2	46,04396	14,52771	400,06	370,7	4,0
GT3	45,70047	14,47659	578,90	328,3	4,1
GT4	45,77408	14,20622	545,86	322,0	2,5
GT5	45,74023	13,93218	365,69	313,1	1,7
GT6	46,03887	13,59240	95,41	301,0	1,4
GT7	46,03143	14,02531	321,43	285,6	4,2
GT8	46,34355	13,57465	447,22	265,6	1,1
GT9	46,43476	13,74353	1613,54	243,5	2,4
GT10	46,48388	13,78425	811,58	275,6	2,6
GT11	46,40621	14,13323	557,56	274,1	0,6
GT12	45,60946	14,18833	393,78	286,6	1,8
GT13	46,28167	13,96974	508,61	298,1	3,1
GT14	46,22894	15,16559	340,60	371,3	0,7
GT16	46,47010	14,84985	576,21	222,3	1,8
GT17	46,50516	15,06842	429,90	300,2	1,0
GT18	46,56811	15,65233	385,30	403,0	0,7
GT19	45,53843	13,66134	3,27	303,4	1,0
GT20	45,60941	13,93712	499,52	320,1	1,0
GT21	45,83345	14,63710	542,00	309,8	1,6
GT21e	45,83349	14,63703	541,70	324,7	3,5
GT22	46,65784	16,16981	191,19	300,1	3,3
GT23	45,55645	15,09996	543,16	334,8	4,3
GT24	46,53804	16,50608	166,60	302,5	0,6
GT25	46,41966	16,11058	230,00	323,8	1,2
GT26	46,30346	15,58293	272,73	312,3	1,0
GT27	45,89196	15,60034	175,00	324,8	2,2
GT28	45,83401	15,22244	165,00	301,2	0,6
GT29	46,82894	16,32713	259,15	302,5	0,6
GT30	46,14654	13,75953	180,93	260,9	1,7
MAKP	45,54811	13,72456	1,64	278,1	0,7
			Pov.	306,2	1,9
			Min.	222,3	0,6
			Maks.	403,0	4,3

Za lažjo predstavo so na sliki 5.15 prikazane izmerjene vrednosti vertikalnih gradientov vseh izmerjenih točk.



Slika 5.15: Grafični prikaz vrednosti VGT za vse izmerjene točke.
Figure 5.15: Graphical display of VGT values for all measured points.

Na sliki 5.16 je prikazan histogram porazdelitve vseh merjenih vrednosti vertikalnih gradientov težnosti iz obeh testnih območij v 12 velikostnih razredov. Več kot 60 % vrednosti se nahaja v intervalu [285, 330], kar pomeni da ima več kot 60 % rezultatov vrednost, ki je izjemno blizu teoretični vrednosti, to je vrednosti normalnega gradienta težnosti (308,6 $\mu\text{Gal/m}$).



Slika 5.16: Frekvence porazdelitve merjenih vrednosti vertikalnih gradientov težnosti
Figure 5.16: Frequencies of distribution of measured values of vertical gravity gradients.

Razlike med minimalnim in maksimalnim izmerjenim vertikalnim gradientom težnosti na območju 1 (vzorec 13 točk v preglednici 5.5) znašajo 51,1 $\mu\text{Gal}/\text{m}$. Gre za relativno majhne spremembe, kar je posledica nerazgibanega terena in podobne geološke sestave. Največji vertikalni gradient (341,5 $\mu\text{Gal}/\text{m}$) je izmerjen na točki 1101, ki se tudi nahaja na najvišji višini 880,46 m (Pohorje), najmanjši (290,5 $\mu\text{Gal}/\text{m}$) pa na točki 3101. Vsi so torej relativno blizu normalnega vertikalnega gradienta in iz tega stališča izbrano območje 1 mogoče ni najbolj primerno za nadaljnje analize modeliranja vertikalnega gradienta, saj med točkami ni velikih razlik. Povprečni standardni odklon vseh izvedenih meritev je 3,9 μGal , pri čemer so bile vse meritve izvedene z gravimetrom Scintrex CG-5.

Na območju 2, ki obsega celotno ozemlje Slovenije, je bilo izmerjenih 33 točk (preglednica 5.6). Razlike med minimalnim in maksimalnim izmerjenim vertikalnim gradientom težnosti na tem območju znašajo 180,7 $\mu\text{Gal}/\text{m}$. Torej gre za relativno velike spremembe. Največji vertikalni gradient (403,0 $\mu\text{Gal}/\text{m}$) je izmerjen na točki GT18 (Maribor), najmanjši (222,3 $\mu\text{Gal}/\text{m}$) pa na točki GT16 (Črna na Koroškem). Povprečna vrednost na vseh izmerjenih točkah je 306,2 $\mu\text{Gal}/\text{m}$, kar je zelo blizu vrednosti normalnega gradienta težnosti (308,6 $\mu\text{Gal}/\text{m}$). Iz tega stališča lahko rečemo, da je izbor točk za nadaljnje analize modeliranja vertikalnega gradienta zelo primeren, saj vsebuje odstopanja od normalne (srednje) vrednosti tako v eno kot v drugo stran. Povprečni standardni odklon vseh izvedenih meritev je 2,52 μGal , minimalni znaša 0,6 μGal in maksimalni 6,9 μGal , pri čemer upoštevamo vse meritve z obema gravimetroma. Zanimiv je podatek, da povprečni standardni odklon za instrument Scintrex CG-5 znaša 2,4 μGal in za instrument Scintrex CG-3M le 0,8 μGal . Glede na to, da smo za oba instrumenta uporabili enako metodologijo obdelave merskih podatkov, lahko tudi iz teh rezultatov sklepamo na bistveno stabilnejše delovanje instrumenta Scintrex CG-3M.

5.5.3 Ocena natančnosti merjenih vertikalnih gradientov na testnih točkah

Pri vsaki gravimetrični meritvi instrument Scintrex CG-3M oz. CG-5 poda tudi oceno natančnosti, ki je izračunana na osnovi standardnih odklonov meritev posameznih sekundnih odčitkov v času meritev in števila zavrženih merenj⁴⁹ (Scintrex, 1995, 2012). Standardni odklon posamezne serije (σ_i) nato izračunamo iz standardnih odklonov posameznih meritev (σ_m) s pomočjo enačbe:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_{m+1}^2 + \sigma_{m+2}^2}. \quad (5.12)$$

Pri tem je posamezna serija sestavljena iz treh meritev (spodaj – zgoraj – spodaj oz. zgoraj – spodaj – zgoraj), kot je že predhodno opisano. Nadštevilna opazovanja (vsaj 7 serij) nam omogočajo, da izračunamo splošno aritmetično sredino vertikalnega gradienta na posamezni točki. Uteži za posamezno serijo meritev si izračunamo po enačbi:

⁴⁹ Angl. rejected measurements

$$p_i = \frac{c^2}{\sigma_i^2}, \quad (5.13)$$

kjer je: c – varianca enote uteži in σ_i – standardni odklon serije i . Oceno natančnosti izvedenih meritev nam poda standardni odklon utežene sredine:

$$\bar{\sigma}_{\Delta g} = \sqrt{\frac{\sum p_i v_i^2}{(n-1) \sum p_i}}, \quad (5.14)$$

kjer je: p_i – utež posamezne serije, n – število serij in v_i – odstopanje posamezne serije od sredine.

Standardni odkloni izvedenih meritev ($\bar{\sigma}_{\Delta g}$), ki so navedeni tudi v preglednicah 5.5 in 5.6, so pridobljeni iz ocene natančnosti posameznih odčitkov (σ_m), kot je opisano zgoraj (glej enačbe 5.13 – 5.15) in predstavljajo t. i. notranjo natančnost meritev. Zanima pa nas kakšna je dejanska ocena natančnosti izvedenih gravimetričnih meritev vertikalnega gradienta z relativnim gravimetrom Scintrex, oziroma t. i. zunanja natančnost. Številni avtorji (npr. Parseliunas in sod., 2008, Lederer, 2009, Parseliunas in sod., 2011, Yushkin, 2011, Crossley in sod., 2013, Reudink in sod., 2014, Repanić in sod., 2015, Melhorato in De Sousa, 2016) se ukvarjajo z oceno natančnosti in na podlagi izvedenih raziskav lahko povzamemo, da je dejansko dosegljiva natančnost meritev pod 10 μGal . Seveda pa je za to potrebno upoštevati številne zunanje in notranje dejavnike, ki lahko vplivajo na končno natančnost. Med zunanje dejavnike štejemo: plimovanje Zemlje in oceanov, hidro-geološki vplivi, spremembe zračnega tlaka, gibanje polov, seizmični vplivi, spremembe mas v notranjosti Zemlje, vertikalni tektonski premiki in razni drugi sezonski periodični in kvaziperiodični vplivi. Med notranje dejavnike štejemo: pogreški instrumenta, kalibracijska funkcija, hod, nehorizontalnost osi, vpliv spremembe tlaka, histereza, vplivi temperaturnih sprememb, vpliv magnetnega polja, nestabilna napetost na bateriji, napake odčitkov in drugi nenadni skoki. Dodatno na natančnost zelo vpliva transport instrumenta, saj se večinoma prevaža v avtu, kjer ni zagotovljena horizontalnost v času mirovanja. Potrebno se je tudi zavedati, da se pridobljene vrednosti na podlagi predhodno izvedenih testov, ki so jih izvedli različni avtorji, nanašajo na določene instrumente, ki imajo seveda svoje specifične lastnosti. Ni nepomembno tudi okolje, v katerem se izvajajo meritve, saj se laboratorijski testi, ki jih izvedemo v skoraj idealnih razmerah, ne morejo primerjati s terenskimi meritvami, ki včasih potekajo tudi v ekstremnih pogojih.

V naši raziskavi (meritvah) smo skušali upoštevati vse dejavnike, ki vplivajo na natančnost meritev. Vpliv posameznih dejavnikov smo poskušali zmanjšati že med samimi meritvami, kot tudi med obdelavo podatkov izmere. O tem pričajo tudi doseženi standardni odkloni posameznih meritev. Na podlagi vsega navedenega lahko ocenimo dosežene natančnosti meritev vertikalnih gradientov. Funkcionalni model, ki povezuje merjene količine in iskani vertikalni gradient težnosti ima obliko enačbe (5.11). V izraz vpeljemo zakon o prenosu varianc in kovarianc za nekorelirana merjenja in tako dobimo

vpogled, kako vpliva natančnost razlike pospeška sile teže Δg in natančnost spremembe višinske razlike stojišča Δh na natančnost izračunanega vertikalnega gradienta. Velja:

$$\sigma_{VGT}^2 = \left(\frac{1}{\Delta h}\right)^2 \sigma_{\Delta g}^2 + \left(-\frac{\Delta g}{\Delta h^2}\right)^2 \sigma_{\Delta h}^2. \quad (5.15)$$

Z instrumentom Scintrex CG-5 smo v realnih pogojih na terenu vedno dosegli natančnost meritev ($\sigma_{\Delta g}$) pod 6,9 μGal (maksimalni standardni odklon v preglednici 5.6), višino stojišča pa lahko določimo z natančnostjo ± 1 mm, torej znaša standardni odklon merjenja višin ($\sigma_{\Delta h}$) 1,4 mm. S pomočjo enačbe (5.16) določimo natančnost izmerjenih vertikalnih gradientov težnosti. V preglednici 5.7 so zbrane minimalne, maksimalne in povprečne vrednosti izmerjenih razlik težnih pospeškov, izmerjenih višinskih razlik in pripadajoče izračunane ocene natančnosti določitve vertikalnega gradienta težnosti.

Preglednica 5.7: Ocene natančnosti izmerjenih vertikalnih gradientov težnosti
 Table 5.7: Accuracy estimates of the measured vertical gravity gradients.

	Min.	Maks.	Pov.
Δg [μGal]	222,3	403,0	465,0
Δh [m]	1,238	1,651	1,505
σ_{VGT} [$\mu\text{Gal}/\text{m}$]	5,6	4,2	4,6

Na podlagi navedenega lahko zaključimo, da pri izmeri vertikalnih gradientov težnosti z uporabo relativnega gravimetra Scintrex CG-3M oz. CG-5 in metodo izmere, kot je predhodno opisana, znašajo ocenjene natančnosti določitve vertikalnih gradientov težnosti do maks. 5,6 $\mu\text{Gal}/\text{m}$. To vrednost v nadaljevanju obravnavamo kot kriterij za oceno natančnosti pri obdelavi oz. analizi modeliranih vrednosti vertikalnih gradientov.

5.5.4 Vpliv višinskih razlik stojišč na določitev vertikalnega gradienta težnosti

Zanima nas še vpliv višinske razlike med stojiščema oz. točkama merjenja. Če prevzamemo višinsko razliko med točkama Δh za točno, tj. konstantno, dobimo izraz (Hećimović, 2004):

$$\sigma_{VGT}^2 = \frac{1}{\Delta h^2} \sigma_{\Delta g}^2. \quad (5.16)$$

Spremembe ocene natančnosti določitve vertikalnega gradienta lahko prikažemo, če v izraz (5.17) vstavimo različne vrednosti višinskih razlik. Za višinske razlike med stojišči Δh uporabimo vrednosti med 0,01 do 3,00 m. Navedene vrednosti se uporabljajo za določanje vertikalnega gradienta z relativnimi gravimetričnimi meritvami. Za standardni odklon merjenja razlike pospeška sile teže $\sigma_{\Delta g}$ uporabimo vrednost 1 μGal , kar je tudi resolucija čitanja gravimetra Scintrex CG-3M oz. Scintrex CG-5. Zavedamo se, da je pri meritvah dejansko odstopanje večje, vendar tako dobimo vpogled v občutljivost vertikalnega gradienta, glede na spremembe višinskih razlik pri

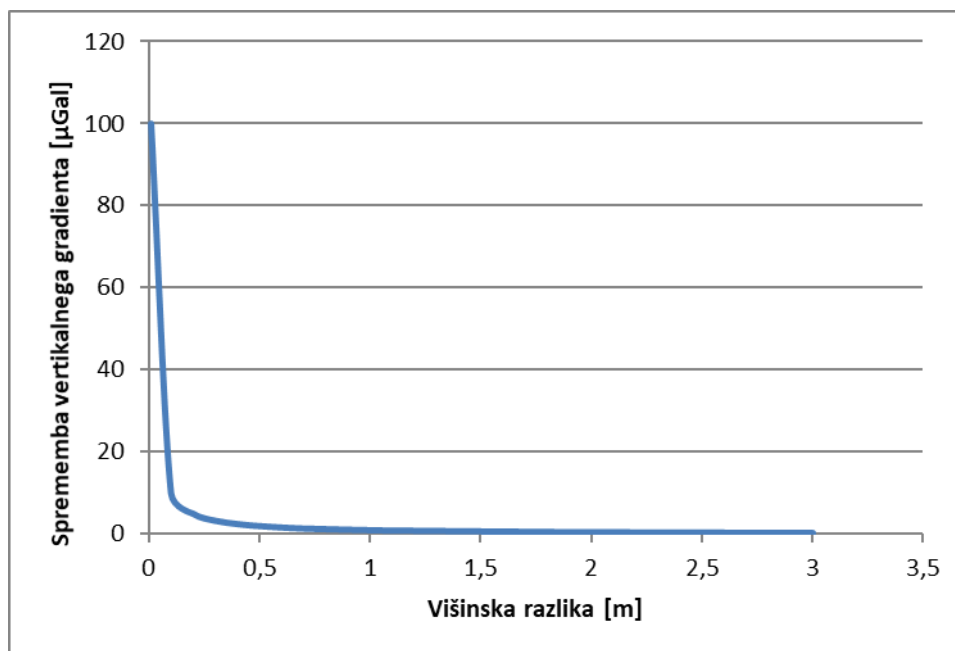
konstantnem standardnem odklonu merjenja. Rezultati so prikazani v preglednici 5.8 in na sliki 5.3.

Preglednica 5.8: Spremembe ocene natančnosti vertikalnega gradienta glede na spremembe višinske razlike stojišč.

Table 5.8: Vertical gradient accuracy variations regarding height differences of station points.

Δh [m]	0,01	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	1	1,1	1,3	1,5	1,7	2	2,5	3
σ_{VGT} [μGal]	100	10,0	5,0	3,3	2,5	2,0	1,4	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3

Na sliki 5.3 se vidi, da prihaja do velikih sprememb v natančnosti določitve vertikalnega gradienta pri višinskih razlikah stojišč manjših od 0,20 m. Pri višinskih razlikah od 0,20 do 1,00 m so spremembe znatno manjše, po 1,00 m pa imajo blago asimptotsko padanje. Iz tega sledi, da je vertikalni gradient zelo občutljiv na pogoške meritev pri merjenju na manjših višinskih razlikah. Zaradi tega je zaželeno, da so višinske razlike med stojišči čim večje.



Slika 5.17: Sprememba vertikalnega gradienta težnosti glede na spremembe višinske razlike stojišč.

Figure 5.17: Vertical gradient variations in regarding height differences of station points.

Razlika pospeška sile teže za 1 μGal (kar je resolucija čitanja relativnega gravimetra Scintrex CG-3M ali Scintrex CG-5), pri višinski razliki 0,30 m, povzroči spremembo vertikalnega gradienta za $\sim 3 \mu\text{Gal/m}$ (preglednica 5.2). To pa je zgornja meja iskane kvalitete določanja vertikalnega gradienta na osnovi merjenj z enim relativnim gravimetrom in več ponavljanj. Iz tega izhaja, da mora biti višinska razlika med stojišči večja od 0,3 m, saj tako zadovoljimo zadani kriterij kvalitete določanja vertikalnega gradienta. Iz navedenega vidimo, da majhne spremembe razlik pospeška sile teže povzročijo signifikantne spremembe vertikalnega gradienta težnosti.

6 UPORABA SATELITSKIH GRAVIMETRIČNIH PODATKOV

Globalni modeli težnostnega polja Zemlje so sestavljeni iz gravitacijskega dela, po Newtonovem zakonu privlačnosti med masami in iz centrifugalnega dela zaradi vrtenja Zemlje. Takšni modeli so zapisani v obliki matematičnih funkcij, ki omogočajo izračun različnih količin težnostnega polja (npr. gravitacijskega potenciala ali vektorjev težnosti) tako na točkah na površju Zemlje kot tudi v točkah nad površjem Zemlje. Pri tem je za določitev količin, ki so v geodeziji zelo pomembne (npr. geoidne višine, anomalije težnosti in motnje težnosti), poleg globalnega modela potreben tudi ustrezen referenčni sistem. Običajno so globalni modeli predstavljeni v obliki sfernih harmoničnih koeficientov (glej poglavje 2.9).

Za razvoj visokokakovostnih modelov globalnega gravitacijskega polja se uporabljajo različni komplementarni podatkovni viri. Sem spadajo predvsem podatki naprednih satelitskih misij, pri čemer gre lahko za direktno zajete podatke ali pa njihove izpeljane količine. To so npr. podatki o satelitskih orbitalnih perturbacijah, ki izhajajo iz meritev GNSS, meritve razdalj med dvema satelitoma (mikrovalovne in laserske meritve), SLR⁵⁰ opazovanja s površja Zemlje do satelitov in nenazadnje tudi direktno na satelitih izmerjeni gravitacijski gradienti in ne-gravitacijski pospeški (Ince in sod, 2019). V zadnjem obdobju je bilo izvedenih nekaj namenskih satelitskih misij, katerih podatki izjemno prispevajo k izboljšanju modeliranja globalnega gravitacijskega polja. To so misije CHAMP (Reigber in sod., 2002, Hečimović in Bašić, 2005a), GRACE (Tapley in sod., 2004, Hečimović in Bašić, 2005b), GRACE Follow-On (Flechtner in sod., 2016) in GOCE (Hečimović in Bašić, 2005c, Floberghagen in sod., 2011). Sem spadajo tudi podatki pridobljeni s tehnologijo SLR, kamor uvrščamo npr. LAGEOS 1 in LAGEOS 2, ter satelitski altimetrični podatki, npr. s satelitov Topex/Poseidon in Jason 1 in 2. Drugi temeljni podatkovni nizi, ki se uporabljajo pri razvoju modelov globalnega gravitacijskega polja, so terestrične gravimetrične meritve, kamor vključujemo tudi meritve izvedene na ladjah⁵¹ in letalih⁵². Dodatno se pri kreiranju modelov globalnega gravitacijskega polja uporabljajo digitalni modeli višin z visoko ločljivostjo, ki dopolnjujejo globalne modele predvsem na območjih s pomanjkljivimi podatki (npr. Antarktika) (Ince in sod., 2019).

Globalni modeli gravitacijskega polja so razviti na podlagi različnih matematičnih pristopov. Ti pristopi so zasnovani tako, da izkoristijo prednosti vseh zgoraj naštetih merskih tehnik, pri čemer je glavni cilj prikazati težnostno polje Zemlje čim bolj detajlno in seveda tudi spremljati njegove časovne spremembe. Za izdelavo globalnih modelov gravitacijskega polja v obdobju pred namenski gravimetričnimi misijami CHAMP in GRACE, je bilo treba zbirati podatke satelitskih meritev več let, da se je lahko zagotovila stabilna rešitev. Tako ti modeli predstavljajo gravitacijsko polje, povprečeno v časovnem obdobju uporabljenih podatkov. Prav CHAMP in zlasti GRACE pa sta omogočila izdelavo

⁵⁰ Angl. Satellite Laser Ranging

⁵¹ Angl. Shipborn marine gravity

⁵² Angl. Airborn gravity

globalnih gravitacijskih modelov z veliko krajšimi časovnimi obdobji zajema (npr. en mesec ali en teden), kar je prvič omogočilo določiti njihove časovne spremembe. To je tudi glavni razlog, da danes modeliranje globalnega gravitacijskega polja ni več samo geodetska naloga, ampak postaja vse pomembnejše tudi za ostale geo-znanosti (oceanografija, hidrologija, glaciologija, seizmologija, klimatologija, meteorologija). Skupaj z ustreznimi geofizikalnimi podatki predstavljajo nov mejnik v raziskavah Zemlje in njene notranjosti. Pomembne izboljšave pri poznavanju statičnega težnostnega polja Zemlje imajo vpliv predvsem na naslednjih področjih (Ince in sod., 2019):

- izboljšave referenčnega okvirja za definiranje položajnih koordinat,
- boljši izračuni orbit za druge tehnike daljinskega zaznavanja, kot so altimetrija in radarska interferometrija,
- bolj natančen geoid, ekvipotencialno ploskev, na katero se nanašajo nadmorske višine na celinah in cirkulacije oceanov,
- izravnave in datumski popravki regionalnih terestričnih, morskih in aero podatkov o težnosti.

Satelitska gravimetrija tako omogoča uporabo novih metod določitve težnostnega polja Zemlje in v dovolj dolgem časovnem razdobju celo njegove spremembe. Pri tem omogočajo predvsem globalni pogled na težnostno polje Zemlje. Poleg tega pa imajo zadostno prostorsko resolucijo, da pomagajo pri preučevanju posameznih predelov Zemlje, predvsem tam, kjer je manko terenskih gravimetričnih podatkov. Vendar že pred analizo podatkov predvidevamo, da za potrebe modeliranja lokalnih vertikalnih gradientov težnosti, prostorska resolucija obstoječih globalnih modelov še ne zadošča za njihovo dovolj natančno modeliranje.

6.1 Posebne satelitske misije (CHAMP, GRACE, GOCE)

Kot navedeno so pri kreiranju globalnih gravitacijskih modelov bistven napredek omogočile tri namenske satelitske misije CHAMP (v orbiti od leta 2000 do 2010), GRACE (v orbiti od leta 2002 do 2017, od 2018 se nadaljuje z GRACE Follow-On) in GOCE (v orbiti med letom 2009 in 2013), zato jih v nadaljevanju na kratko opisujemo.

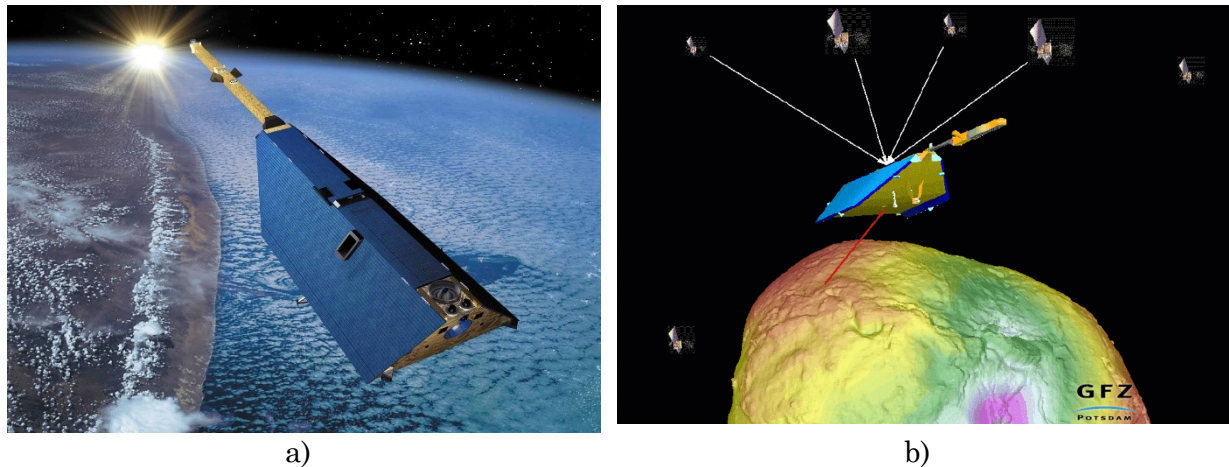
6.1.1 Misija CHAMP

CHAMP (CHALLENGING Minisatellite Payload) je nemška večnamenska geo-znanstvena misija, katere namen je poleg preučevanja težnostnega polja Zemlje tudi izvajanje atmosferskega/ionosferskega sondiranja (GFZ, 2021). Misija CHAMP kombinira metodo »sledenja satelit-satelit« na visoki in nizki orbiti (SST-hl⁵³) z merilnikom pospeška⁵⁴. Uporablja se koncept »sledenje satelit-satelit« med eno visoko in eno nizko orbito. Iz teoretičnega vidika je osnovni princip delovanja opazovanje relativnih premikov testne mase v njeni orbiti, kot posledica delovanja težnostnega polja Zemlje. Glavni namen

⁵³ Angl. Satellite-to-Satellite tracking, high-low

⁵⁴ Angl. Accelerometer

misije je kartiranje dolgih valov težnostnega polja Zemlje in raziskave magnetnega polja Zemlje. Na sliki 6.1a je prikazana oblika satelita misije CHAMP. Satelit leti na nizki orbiti (~454 km) z majhno ekscentriciteto. Orbita je skoraj polarna, inklinacija je ~87,9°.



Slika 6.1: a) Oblika CHAMP satelita (DLR, 2021). b) GNSS-CHAMP sledenje (metoda SST-hl) (GFZ, 2021).

Figure 6.1: a) The shape of the CHAMP satellite (DLR, 2021). b) GNSS-CHAMP tracking (SST-hl method) (GFZ, 2021).

Za delovanje merilnega sistema so bistveni naslednji deli satelita:

- GNSS sprejemnik z nizom štirih anten, vključno z anteno za precizno določevanje orbite – POD⁵⁵,
- visoko občutljivi triosni elektro-statični merilnik pospeška, ki je lociran v masnem centru satelita in z visoko natančnostjo meri vse ne-gravitacijske sile, ki delujejo na satelit,
- laserski retro reflektor – LRR⁵⁶ sestavljen iz štirih prizem, ki služi kot zunanja referenca za radiometrično določanje orbite – metoda SLR.

GNSS-CHAMP sledenje (SST-hl metoda) omogoča kontinuirano spremljanje orbite in posledično popolno in homogeno določitev perturbacij (motenj) orbit (glej sliko 6.1b). Sprejem kode/faze je izvršen vsakih 30 s od najmanj 8 satelitov. Poleg tega se položaj satelita določa tudi s sistemom laserskega sledenja satelitu (SLR) preko fiksnih postaj lociranih na Zemlji. Pomemben sestavni del satelita je merilnik pospeška. Merilnik pospeška ne zazna gravitacijskih pospeškov, ampak nepredvidljive (neobičajne) sile, ki nastanejo kot posledica razgibanosti površja Zemlje. Razlika med perturbacijami orbit kot posledica opazovanih sil površja Zemlje in celotnimi perturbacijami orbit določenimi z meritvami GNSS, nam poda čisti gravitacijski signal vzdolž orbite. Določanje globalnega težnostnega polja s CHAMP misijo tako temelji na analizi gravitacijskih perturbacij orbit. Podroben pregled misije CHAMP podajajo npr. Hećimović in Bašić (2005a) ali Flechtner in sod. (2021).

⁵⁵ Angl. Precision Orbit Determination

⁵⁶ Angl. Laser Retro Reflector

Z misijo CHAMP je prvokrat uspelo določiti težnostno polje Zemlje s samo enim satelitom in opazovanji v kratkem časovnem obdobju. Znatno sta se izboljšala določitevi dolgovalovnih komponent (> 800 km) tako težnostnega kot geomagnetnega polja Zemlje. Prvi model težnostnega polja Zemlje, ki je nastal po obdelavi trimesečnih opazovanj se imenuje EIGEN-1 – European Improved Gravity Model of the Earth by New techniques (Reigber in sod., 2003), ki vsebuje popolnoma normalizirane koeficiente sfernih harmoničnih vrst do stopnje in reda 100 in pripadajoče standardne deviacije (Hećimović in Bašić, 2005a). Naslednji modeli EIGEN so prvega znatno izboljšali, saj temeljijo na dopoljenih in izboljšanih podatkih, tako npr. model EIGEN-2 iz leta 2003 vsebuje razvoj harmoničnih vrst do stopnje in reda 120, model EIGEN-CHAMP05S iz leta 2010 pa do stopnje in reda 150.

Z rezultati, pridobljenimi že v prvem letu misije CHAMP, je postala jasna pomembnost tovrstnih misij za poznavanje težnostnega polja Zemlje in kot pilotska misija je povzročila pripravo naslednjih namenskih misij. Primeri tega so tako NASA⁵⁷/DLR⁵⁸ misija GRACE (izstrelitev 2002) in ESA⁵⁹ misija SWARM (izstrelitev 2011). Prav tako je pomembno vplivala tudi na določanje položaja orbit in kot taka vplivala na DLR misije TerraSAR-X (izstrelitev 2007) in Tandem-X (izstrelitev 2010) (Flechtner in sod., 2021).

6.1.2 Misiji GRACE in GRACE Follow-On

GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) je satelitska misija, katere namen je modeliranje globalnega težnostnega polja s prostorsko ločljivostjo od 400 km do 40.000 km in sicer vsakih 30 dni (GRACE, 2021). Ti podatki, skupaj z ostalimi podatki in modeli, omogočajo tudi npr. opazovanja sprememb vodnih zalog, sprememb ledenikov, sprememb pritiska na dnu oceanov in nihanja nivoja morja. Misija deluje pod okriljem ameriške NASA in nemške DLR, izstrelitev satelitov pa je bila 17. 3. 2002. Uporablja koncept »sledenje satelit-satelit« med dvema nizkima orbitama (SST-II⁶⁰). Dva nizkoleteča satelita si sledita na isti orbiti na medsebojni razdalji okoli 220 km, kot je prikazano na sliki 6.2a. Njuno relativno premikanje se zelo natančno izmeri. Iz teoretičnega vidika je osnovni princip delovanja naslednji: opazovanje premikov dveh testnih mas, ki sta med seboj oddaljeni okoli 220 km.

Misija GRACE je sestavljena iz dveh identičnih satelitov, ki na višini ~500 km krožita na orbiti z inklinacijo 98,5°. Orbita je skoraj krožnica (majhna ekscentriciteta). Satelita, ki sta med seboj oddaljena 220 km, sta povezana z visoko-natančnim sistemom mikrovalov⁶¹. Poleg tega je vsak satelit opremljen tudi s sprejemnikom GNSS, »senzorji vedenja⁶²« in natančnim 3D merilnikom pospeška. Shematični prikaz delovanja sistema

⁵⁷ National Aeronautics and Space Administration

⁵⁸ Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt

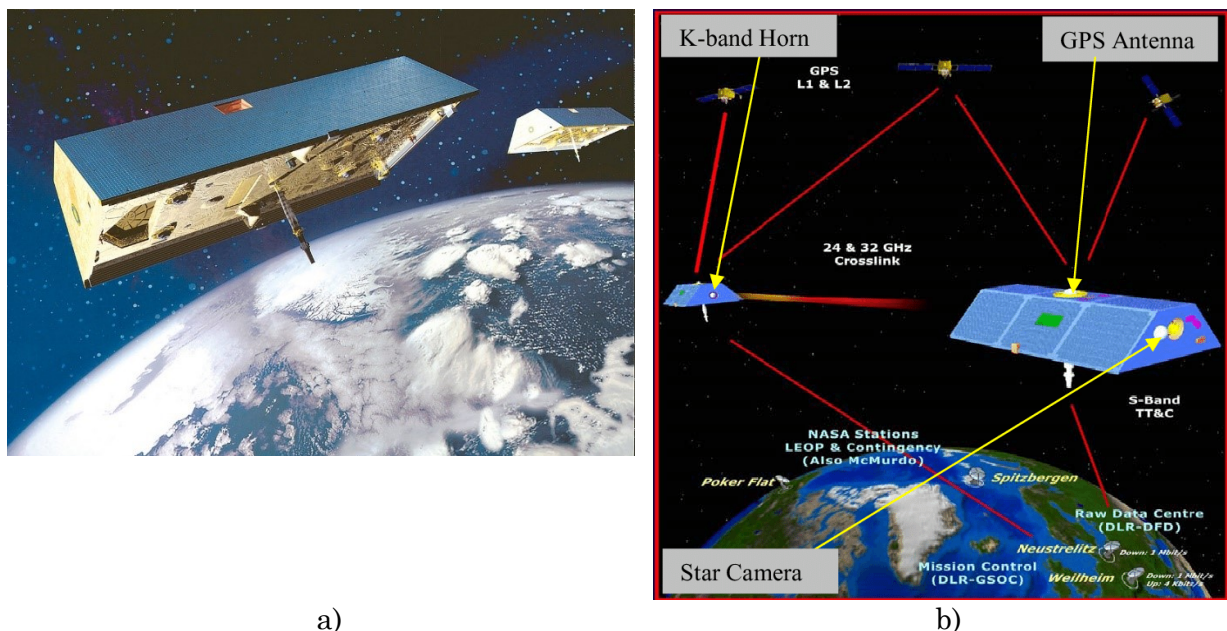
⁵⁹ European Space Agency

⁶⁰ SST-II: Satellite-to-Satellite tracking, low-low

⁶¹ Angl. K-Band microwave ranging system

⁶² Angl. Attitude sensor

GRACE je prikazan na sliki 6.2b. Višina satelita se naravno spreminja (zmanjšuje ~30 m/dan), tako da se sled tirnice na Zemlji ne ponavlja. Položaj obeh satelitov je v vseh treh oseh stabilen, tako sta anteni K-valov obrnjeni točno druga proti drugi. Merjenje sprememb sloni na določanju faznih razlik sprejemanja/oddajanja enosmernih K-valov med obema satelitoma. Nosilni signal se oddaja na dveh frekvencah, kar omogoča izračun ionosferskih popravkov. Procesiranje podatkov poteka v centrih na Zemlji. Vpliv ne-gravitacijskih sil, ki delujejo na satelit, se odstrani s pomočjo preciznih merilnikov pospeška. Ti merijo vplive sil Zemljinega površja. Sprejemnik GNSS omogoča točne meritve razdalje (sprememb razdalje) med satelitoma. Poleg tega podaja absoluten položaj satelitov nad Zemljo. Razen sistema določanja razdalje med satelitoma⁶³ je večina sistema delovanja in oblike satelita prevzeta iz CHAMP misije. Pregleden opis misije GRACE je podan v npr. Hećimović in Bašić, 2005b. Misija GRACE se je zaključila oktobra leta 2017, vendar se je nadaljevala s ponovno izstrelitvijo satelitov v letu 2018 s t. i. misijo GRACE-FO⁶⁴.



Slika 6.2: a) Oblika satelitov GRACE (GFZ, 2021), b) Shematični prikaz delovanja sistema GRACE (Sadiq in sod., 2010).

Figure 6.2: a) The shape of the GRACE satellites (GFZ, 2021), b) Schematic representation of the GRACE system (Sadiq in sod., 2010).

Vsi podatki in proizvodi misije GRACE so preko spletnih servisov dostopni v t. i. treh nivojih:

- nivo 0 predstavljajo originalni surovi telemetrijski podatki meritev,
- nivo 1 vsebuje merjenja K-band razdaljemera, akcelometra, zvezdne kamere in obeh GPS sprejemnikov. Na tem nivoju obdelave se uvedejo kalibracijski faktorji in atributi kontrole kvalitete,

⁶³ Angl. K-Band ranging

⁶⁴ GRACE Follow-On

- nivo 2 pa predstavljajo mesečni modeli Zemljinega težnostnega polja v obliki sfernih harmoničnih koeficientov.

Prvi statični globalni modeli gravitacijskega polja Zemlje, ki so nastali samo iz podatkov GRACE misije so GGM01S (Tapley in sod., 2003) in EIGEN_GRACE01S (Reigber in sod., 2003), z razvojem harmoničnih vrst do stopnje in reda 120 oz. 140. Kasneje so bili razviti še številni modeli, ki so se posodabljali z zajemom novejših podatkov, npr. GGM02S (v letu 2004, z razvojem do stopnje/redu 160), GGM03S (v letu 2008, stopnja/red 180), GGM05S (v letu 2014, stopnja/red 180) ali Tongji-GRACE02k (v letu 2018, stopnja/red 180). Prav tako so podatki misije GRACE uporabljeni tudi pri izdelavi drugih modelov, ki v kombinaciji z ostalimi vhodnimi podatki (terestričnimi, altimetričnimi in ostalimi satelitskimi) omogočajo izdelavo statičnih modelov globalnega gravitacijskega polja Zemlje (glej poglavje 6.2).

Najpomembnejši doprinos misije GRACE pa so ponavljajoči se izračuni modelov, kar omogoča vpogled v časovno odvisnost sprememb težnostnega polja. Izračunani so bili tedenski oz. mesečni modeli, skoraj brez prekinitev, med aprilom 2002 in junijem 2017. Te časovne vrste, izračunane s tremi neodvisnimi ekipami, so dostopne v t. i. obliki nivoja 2, torej v obliki sfernih harmoničnih koeficientov, ki opisujejo Zemeljski težnostni potencial za določeno časovno obdobje pri dani prostorski resoluciji. Časovne vrste so bile reprocessirane kar šestkrat na podlagi izboljšanih podatkih o instrumentih, pripadajočih uporabljenih vhodnih modelih ali dopolnjenih standardih in vsebujejo kar 163 mesečnih rešitev (Flechtner in sod., 2021), ki so dostopni tudi preko spletnih strani ICGEM (2021).

Nadaljevalna misija GRACE-FO, ki se izvaja od leta 2018, je še vedno v operativni fazi, predvidoma je nominalna življenska doba satelitov vsaj 5 let. Pomembno tehnološko izboljšavo predstavlja nov laserski interferometer (LRI⁶⁵), ki se uporablja namesto sistema mikrovalov in omogoča boljšo določitev razdalje med satelitoma. Prvi rezultati kažejo, da je posledično šum meritev zmanjšan za faktor 100 (Flechtner in sod., 2021).

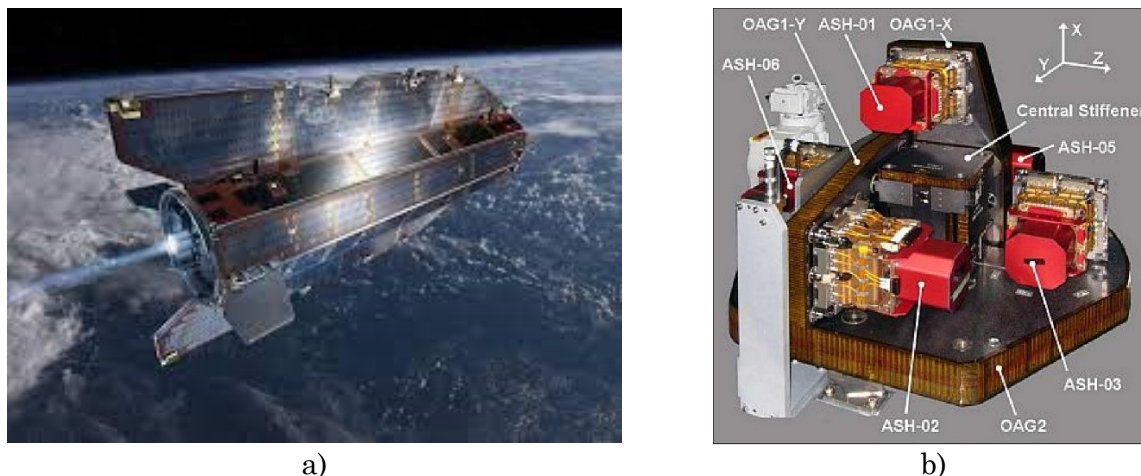
6.1.3 Misija GOCE

Misija GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) (Floberghagen in sod., 2011) je potekala pod okriljem Evropske vesoljske agencije – ESA⁶⁶ in je zagotovila podatke za široko paleto vprašanj na področjih oceanografije, fizike trdne Zemlje, morske gladine in podnebnih sprememb. Glavni cilj misije je bil določitev gravitacijskega polja Zemlje z visoko natančnostjo in prostorsko ločljivostjo pod 100 km. Meritve so se izvajale od novembra 2009 do oktobra 2013. Misija GOCE deluje na principu težnostne gradiometrije (Hečimović in Bašić, 2005c, Rummel in sod., 2010). Na satelitih (slika 6.3a) je nameščen tri-osni gradiometer (slika 6.3b), ki meri gradiente težnosti, torej druge prostorske odvode gravitacijskega potenciala. V kombinaciji s sprejemnikom GNSS se gradienti uporabijo za izdelavo globalnih modelov gravitacijskega polja v obliki Stokesovih koeficientov (Pail in sod., 2011). Ti modeli nato

⁶⁵ Laser Ranging Interferometer

⁶⁶ Angl. European Space Agency

omogočajo izračun poljubnih količin gravitacijskega potenciala povsod na površini Zemlje ali nad njo.



Slika 6.3: a) Satelit misije GOCE (ESA, 2021) b) Osnova elektrostatičnega gradiometra z prikazom ortogonalnih X, Y in Z osi (ESA, 2021).

Figure 6.3: a) The GOCE satellite (ESA, 2021) b) Core of the electrostatic gradiometer assembly with the configuration of 3 mutually orthogonal X, Y, and Z directions (ESA, 2021).

Šest gradientov je podanih v referenčnem sestavu gradiometra (GRF⁶⁷), ki se vrti sočasno s satelitom. Gradienti V_{XX} , V_{YY} , V_{ZZ} in V_{XZ} dosegajo visoko natančnost v merilni pasovni širini (MBW⁶⁸), medtem ko je natančnost V_{XY} in V_{YZ} veliko slabša (približno dva velikostna razreda). MBW približno ustreza prostorski ločljivosti 40–750 km (pol-valovne dolžine). Zunaj MBW pa so izmerjeni gradienti manj natančni in lahko vsebujejo sistematične napake. Kljub temu se gradienti v GRF uporabljajo pri določanju regionalnega gravitacijskega polja za različne namene, kot je npr. podano v Bouman in sod. (2014), Bouman in sod. (2015), Fuchs in sod. (2013), Lieb in sod. (2015). Druga možnost je, da se gradienti podajo v lokalno (sever – jug) orientiranem sestavu (LNOF⁶⁹) (Fuchs in Bouman, 2011). Pri tem se gradienti transformirajo v LNOF in sicer po zamenjavi signala dolgih valovnih dolžin z gradienti pridobljenimi iz globalnih modelov gravitacijskega polja. Prehod v LNOF predstavlja kompromis med enostavno uporabo (dostopnostjo) in čim večjo ohranitvijo izvornih informacij. Na ta način pridobljeni gradienti v LNOF so bili uporabljeni v različnih raziskavah tako na regionalnem kot globalnem nivoju (npr. Ebbing in sod., 2014, Yildiz, 2012, Panet in sod., 2014).

Glavni produkti podatkov GOCE se torej nanašajo na težnostno polje Zemlje in jih v grobem delimo na: druge odvode gravitacijskega potenciala na tirnici satelita GOCE, geoidne ondulacije in anomalije težnega pospeška (Hečimović in Bašić, 2005c). Iz pridobljenih surovih podatkov GOCE so bile tako izdelane različne celične mreže gravitacijskih gradientov. Metodologija izdelave celičnih mrež je podrobneje predstavljena v Bouman in sod. (2016) in jo tukaj samo na kratko povzemamo.

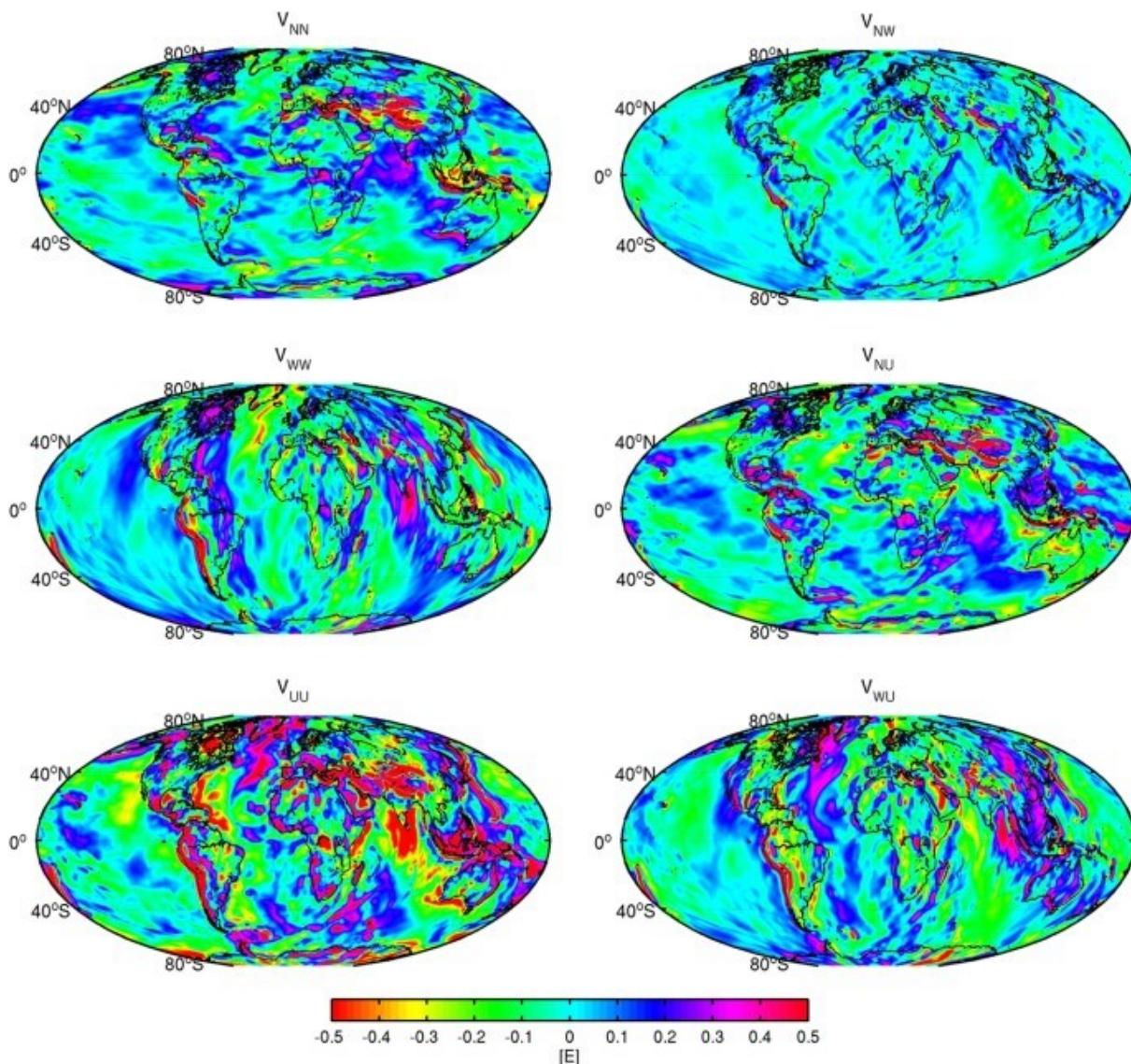
⁶⁷ Angl. Gradiometer Reference Frame

⁶⁸ Angl. Measurement Bandwidth ($< 10^{-12} \text{ m s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$)

⁶⁹ Angl. Local North Oriented Frame

Iz zajetih podatkov so izračunani gravitacijski gradienti (v obliki celičnih mrež) na nadmorski višini 225 km in 255 km, kar ustreza višini leta satelita v nominalni in spodnji fazi orbite. Podatki pridobljeni v prvih dveh mesecih zajema niso bili uporabljeni, saj je bila natančnost vertikalnega gravitacijskega gradienta v začetnih fazah misije slabša. Ker je znano, da so gravitacijski gradienti GOCE (podani v GRF) slabi pri prostorski ločljivosti 750 km (pol-valovna dolžina) in več, so bili visoko-pasovno filtrirani in kombinirani z gravitacijskimi gradienti, pridobljenimi iz modelov globalnega gravitacijskega polja GRACE. Podatki GRACE so bili nasprotno filtrirani nizko-pasovno (manjše frekvence signalov), saj so točnejši pri dolgih valovnih dolžinah. Tako izboljšani gradienti so bili uporabljeni za izračun celičnih mrež na dveh različnih nadmorskih višinah in sicer s pomočjo tesaroidov. Teseroid je volumenski element, ki je običajno definiran na krogli. Ko je tesaroidu dodeljena gostota, lahko izračunamo njegov gravitacijski potencial, težnost in gradiente težnosti (Grombein in sod., 2013). Nasprotno pa tudi lahko ob poznavanju gravitacijskih gradientov GOCE (kot opazovanja) ocenimo neznanu gostoto tesaroida. Kot vhodni podatki so se uporabile štiri natančne komponente GOCE/GRACE gradientov težnosti (V_{XX} , V_{YY} , V_{ZZ} in V_{XZ}) in sicer v GRF. V iterativnem postopku s pomočjo uporabe Poissonove integralne enačbe (PIE⁷⁰) so izdelani modeli gravitacijskih gradientov na končni višini 225 km nad Zemljinim površjem (v WGS84). Izdelani modeli so prikazani na sliki 6.4. Prikazani so v LNOF, pri čemer je os X usmerjena proti severu, os Y proti zahodu in os Z navzgor, gradienti V_{XX} , V_{XY} , V_{XZ} , V_{YY} , V_{YZ} in V_{ZZ} so označeni kot V_{NN} , V_{NW} , V_{NU} , V_{WW} , V_{WU} in V_{UU} . Razpon barvne lestvice je $\pm 0,5 \text{ E}$ ($1 \text{ E} = 10^{-9} \text{ s}^{-2}$).

⁷⁰Angl. Poisson integral equation



Slika 6.4: Globalni model gradientov težnosti na višini 225 km nad Zemljinim površjem v WGS84 (Bouman in sod., 2016).

Figure 6.4: Gravity gradients at 225 km above the Earth's surface with respect to WGS84 (Bouman et al., 2016).

Vsi prikazani gradienti imajo različno občutljivost po posameznih smereh. Na primer, gradient v smeri sever – jug (V_{NN}) je bolj občutljiv na strukture, usmerjene v smeri vzhod – zahod, medtem ko za gradient v smeri vzhod – zahod velja obratno. Vertikalni (radialno usmerjen) gradient (V_{UU}) je izotropen, saj velja Laplaceova enačba ($V_{UU} = -V_{NN} - V_{WW}$) in tako vsebuje najmočnejši gravitacijski signal. Prikazani gradienti težnosti prikazujejo izjemne podrobnosti povezane predvsem s topografijo in batimetrijo, čeprav so določeni na nadmorski višini satelitov. Poleg tega so vidne tudi globlje geološke strukture, ki so vidne celo bolj jasno kot na gravimetričnih kartah izdelanih na površju Zemlje (Panet in sod., 2014). V splošnem prikazani gradienti težnosti pomagajo razmejiti posamezne geološke (tektonske) značilnosti in jasneje prikazati segmentacijo med oceanskimi in celinskimi tektonskimi ploščami.

Gradienti GOCE vsebujejo zelo natančne in podrobne informacije o gravitacijskem polju. Njihova uporaba pa morda ni vedno enostavna, saj so izvorni gradienti podani v referenčnem sistemu gradiometra, vsi gradienti niso izmerjeni z enako natančnostjo, podatki lahko vsebujejo skoke itd. Zaradi tega so gradienti GOCE, z dodatno obdelavo podatkov, na razpolago tudi v zemeljskih referenčnih sistemih. Poleg tega gradienti niso na voljo samo na višini satelita, ampak tudi blizu Zemeljske površine.

V okviru naše naloge nas zanima uporaba vertikalnih gradientov težnosti (V_{UU}) na površju Zemlje. Zato smo preverili uporabnost teh podatkov za naše potrebe. Na spletnem portalu Evropske vesolske agencije (ESA, 2021) so dostopni že izdelani modeli (v obliki celičnih mrež) gradientov in gravimetričnih anomalij na površini Zemlje in na višini satelita. Prav tako pa so dostopni tudi GOCE modeli težnostnega polja (npr. EGM_GOC_2, EGM_GCF_2) in njune kovariančne matrike. Izdelane celične mreže so rezultat projekta GOCE+ GeoExplore. Gradienti težnosti GOCE so združeni z drugimi heterogenimi satelitskimi gravimetričnimi podatki z namenom izdelave kombiniranega niza gravitacijskih gradientov, ki dopolnjujejo podatke na oziroma blizu površju Zemlje.

6.2 Globalni modeli gravitacijskega polja Zemlje

Različne inštitucije in avtorji preučujejo in izboljšujejo te tehnike, ter razvijajo in redno posodablajo globalne modele za različne namene uporabe, ko so na voljo novi podatki meritev s satelitov in novi terestrični podatki. Mednarodni center za globalne Zemljine modele (ICGEM⁷¹), ki deluje v okviru Mednarodnega združenja za geodezijo (IAG), prispeva k zbiranju, arhiviranju in potrjevanju teh modelov, vsi pa so prosto dostopni preko njihovih spletnih strani (ICGEM, 2021). Zbirka globalnih modelov gravitacijskega polja vključuje tako prve modele iz obdobja od 60. do 90. let 20. stoletja, kot modele, ki so bili razviti predvsem z uporabo podatkov namenskih satelitskih misij (CHAMP, GRACE, GOCE), naprednih metodologij in dodatnih virov podatkov, kot so satelitska altimetrija in terestrična gravimetrija (Ince in sod., 2019). Spletni vmesnik omogoča izračun funkcij gravitacijskega polja iz sfernih harmoničnih modelov za poljubne celične mreže in tudi na uporabniško določenih točkah (ICGEM, 2021).

V zadnjih letih je bilo tako s pomočjo podatkov pridobljenih s satelitsko tehnologijo (predvsem misije CHAMP, GRACE in GOCE) izdelanih veliko globalnih modelov težnostnega polja Zemlje. Nekateri modeli so izdelani izključno iz satelitskih podatkov, drugi pa v kombinaciji s podatki altimetrije in s podatki terestrične gravimetrične izmere. V preglednici 6.1 so prikazani najnovejši globalni modeli težnostnega polja Zemlje, ki so bili izdelani po letu 2017. Navedene so oznake modelov, leto izdelave, stopnja razvoja sfernih harmoničnih koeficientov, vhodni podatki in avtorji. Na spletnih straneh ICGEM (ICGEM, 2021) je trenutno dostopnih več kot 177 različnih modelov (statičnih, začasnih in topografsko-izostatskih). Izračuni večinoma temeljijo na določitvi elipsoidnih harmoničnih koeficientov, ki se nato transformirajo v sferne harmonične koeficiente.

⁷¹ Angl. International Centre for Global Earth Models

Preglednica 6.1: Seznam zadnjih objavljenih statičnih globalnih gravitacijskih modelov Zemlje z osnovnimi značilnostmi in avtorji (ICGEM, 2021).

Table 6.1: List of recently published static global gravity field models of the Earth with basic features and authors (ICGEM, 2021).

Št.*	Oznaka modela	Leto	Stopnja	Podatki**	Reference	Vir
177	SGG-UGM-2	2020	2190	A, EGM2008, Grace), S(Goce)	Liang, W. et al. 2020	
176	XGM2019e_2159	2019	2190 5540 760	A, G, S(GOCO06s), T	Zingerle, P. et al, 2019	✓
175	GO_CONS_GCF_2_TIM_R6e	2019	300	G (Polar), S(Goce)	Zingerle, P. et al, 2019	✓
174	ITSG-Grace2018s	2019	200	S(Grace)	Mayer-Gürr, T. et al, 2018	✓
173	EIGEN-GRGS.RL04.MEAN-FIELD	2019	300	S	Lemoine, J.M. et al, 2019	✓
172	GOCO06s	2019	300	S	Kvas, A. et al, 2021	✓
171	GO_CONS_GCF_2_TIM_R6	2019	300	S(Goce)	Brockmann, J. M. et al, 2021	✓
170	GO_CONS_GCF_2_DIR_R6	2019	300	S	Bruinsma, S. L. et al, 2014	✓
169	IGGT_R1C	2018	240	G, S(Goce), S(Grace)	Lu, B. et al., 2019	✓
168	Tongji-Grace02k	2018	180	S(Grace)	Chen, Q. et al, 2018	
167	SGG-UGM-1	2018	2159	EGM2008, S(Goce)	Liang, W. et al., 2018 & Xu, X. et al. (2017)	✓
166	GOSG01S	2018	220	S(Goce)	Xu, X. et al., 2018	✓
165	IGGT_R1	2017	240	S(Goce)	Lu, B. et al, 2017	✓
164	Ife_GOCE05s	2017	250	S	Wu, H. et al, 2017	✓
163	GO_CONS_GCF_2_SPW_R5	2017	330	S(Goce)	Gatti, A. et al, 2016	✓
161	XGM2016	2017	719	A, G, S(GOCO05s)	Pail, R. et al, 2017	✓
160	Tongji-Grace02s	2017	180	S(Grace)	Chen, Q. et al, 2016	✓
159	NULP-02s	2017	250	S(Goce)	A.N. Marchenko et al, 2016	✓

Opombe:

* Zaporedna številka modela kot je voden na ICGEM (ICGEM, 2021)

** Vrsta vhodnih podatkov: A – altimetrični podatki, S – satelitski podatki, G – terenske gravimetrične meritve, T – topografija.

Za potrebe naše raziskave nas zanimajo vrednosti vertikalnih gradientov težnosti, ki so pridobljeni iz globalnih modelov, in sicer za konkretne točke na testnem območju Slovenije. Ker v okviru te disertacije ni predvidena analiza vseh objavljenih modelov, smo izbrali samo nekaj reprezentativnih modelov, ki se v praksi najpogosteje uporabljajo (npr. za določitev modela geoida) in ki so značilni za posamezne tipe modelov (v smislu zajemanja podatkov). Izbrani modeli so prikazani v preglednicah 6.2 in 6.3, pri čemer jih ločimo glede na vir vhodnih podatkov, ki so bili uporabljeni za izdelavo modela. Tako so v preglednici 6.2 zbrani modeli, ki so izdelani iz »samo satelitskih podatkov« in v preglednici 6.3 modeli, ki so izdelani s kombinacijo različnih vhodnih podatkov. Pri drugi opciji se lahko dodatno uporabijo altimetrični podatki, podatki gravimetričnih meritev na

površju Zemlje, kar v praksi pomeni terestrične meritve, meritve na ladjah⁷² in meritve z letal⁷³ ter dodatno podatke o topografiji. Vir uporabljenih podatkov pri izdelavi modela je v obeh preglednicah razviden v stolpcu 'Podatki'. Iz obeh preglednic je očitna tudi razlika v stopnji in redu razvoja harmoničnih vrst, pri čemer seveda višja stopnja razvoja predstavlja boljšo prostorsko ločljivost modela. Dejstvo je, da modeli izdelani s kombinacijo različnih vhodnih podatkov predstavljajo t.i. »visoko resolucijske modele«, ki so razviti do višje stopnje in reda sfernih harmoničnih vrst.

Globalni modeli gravitacijskega polja Zemlje so običajno razdeljeni na »samo satelitske modele« in »kombinirane modele«. Samo satelitski modeli so izračunani samo iz satelitskih meritev, medtem ko se za kombinirane modele uporabljajo različni vhodni podatki. Prostorska ločljivost satelitskih modelov je manjša, saj se krajše valovne dolžine gravitacijskega polja dušijo veliko hitreje z večanjem oddaljenosti od Zemlje, orbite pa seveda ne morejo biti poljubno nizko (280 – 250 km za GOCE). Po drugi strani pa je natančnost in prostorska ločljivost teh modelov skoraj enaka po vsej Zemlji (razen možnih polarnih vrzeli, odvisno od naklona orbite). Poleg tega nanje ne vplivajo morebitne napake v modeliranju topografije morskega površja, ki se ga vključi, če se uporabljajo altimetrični podatki nad oceani (v primeru računanja kombiniranega modela). Satelitske modele z najvišjo prostorsko ločljivostjo (npr. iz podatkov GOCE) je mogoče izračunati s sfernimi harmoničnimi koeficienti do najvišje stopnje in reda 250 – 300, kar ustreza najmanjšemu možnemu prikazu prostorske ločljivosti približno 100 – 80 km. Najboljši kombinirani modeli imajo najvišjo stopnjo in red razvoja približno 2000, kar predstavlja prostorsko ločljivost približno 10 km (polovična valovna dolžina). Vendar pa v praksi takšna prostorska ločljivost obstaja le na območjih (regijah), kjer so v model vključene goste in natančne terestrične meritve.

Preglednica 6.2: Izbor nekaterih globalnih modelov težnostnega polja Zemlje, ki jih uporabimo v raziskavi in so izdelani samo iz satelitskih podatkov.

Table 6.2: Selection of some of the global gravity field models of the Earth's gravity field that we use in the research and are produced from satellite data only.

Oznaka modela	Leto izdelave	Podatki*	Stopnja	Št. modela	Št. slike
GOCO06s	2019	S	300	14_3	6.5 a)
GO_CONS_GCF_2_TIM_R6	2019	G (polarno območje), S(Goce)	300	14_4	6.5 b)
EIGEN-6S4 (v2)	2016	S(Goce), S(Grace), S(Lageos)	300	14_5	6.5 c)
GOCO05s	2015	S	280	14_7	6.5 č)

* Vrsta vhodnih podatkov: A – altimetrični podatki, S – satelitski podatki, G – zemeljski podatki (terestrične, ladijske, letalske gravimetrične meritve), T – topografija.

⁷² Angl. Shipborne measurements

⁷³ Angl. Airborne measurements

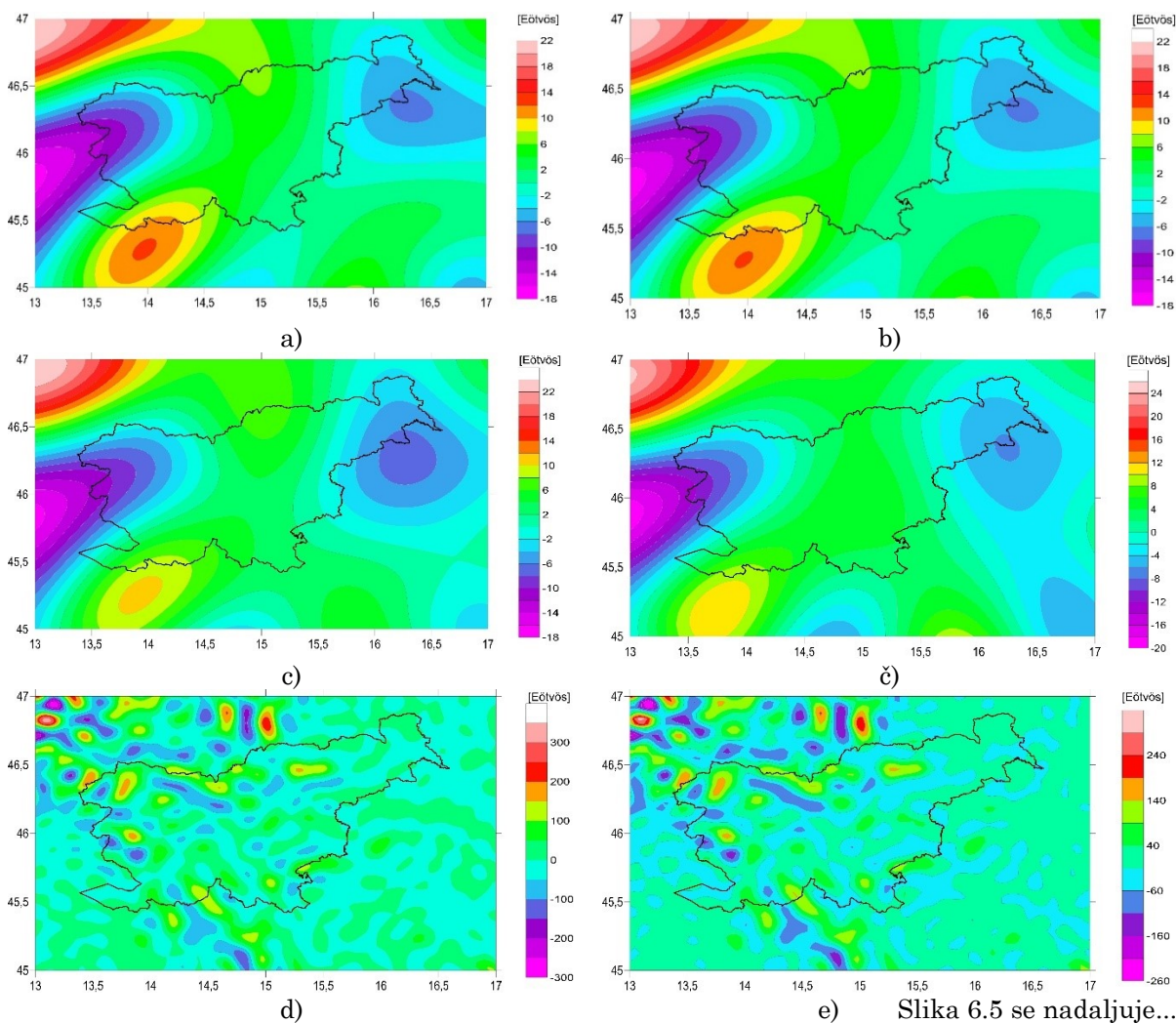
Preglednica 6.3: Izbor nekaterih globalnih modelov težnostnega polja Zemlje, ki jih uporabimo v raziskavi in so izdelani s kombinacijo različnih vhodnih podatkov.

Table 6.3: Selection of some of the global gravity field models of the Earth's gravity field that we use in the research and are produced from combined data.

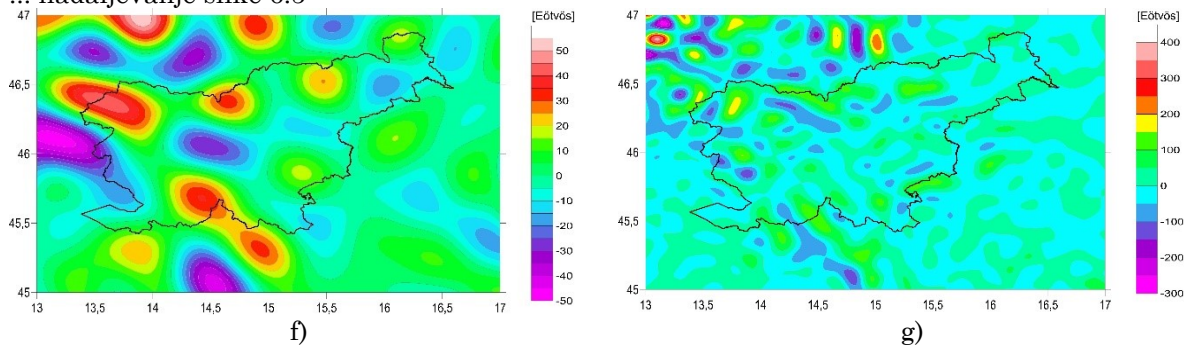
Oznaka modela	Leto izdelave	Podatki*	Stopnja	Št. modela	Št. slike
XGM2019e	2019	A, G, S(GOCO06s), T	2190	14_1	6.5 d)
XGM2019e	2019	A, G, S(GOCO06s), T	760	14_2	6.5 e)
GOCO05c	2016	A, G, S	720	14_6	6.5 f)
EGM2008	2008	A, G, S(Grace)	2190	14_8	6.5 g)

* Vrsta vhodnih podatkov: A – altimetrični podatki, S – satelitski podatki, G – zemeljski podatki (terestrične, ladijske, letalske gravimetrične meritve), T – topografija.

Na sliki 6.5 so prikazani izseki teh izbranih globalnih modelov za širše območje Slovenije, torej v koordinatnem okvirju 13° – 17° E in 45° – 47° N. Gre za prikaze vertikalnih gradientov iz moteče težnosti (T_{rr}), torej druge odvode motečega potenciala izračunane v radialni smeri na ali nad elipsoidom (GRS80). Za njihov izračun je uporabljen ICGEM spletni kalkulator (ICGEM, 2021), pri čemer je za posamezni model uporabljena maksimalna stopnja razvoja sferne funkcije, kot je razvidna iz preglednic 6.2 in 6.3. Višina izračuna je prevzeta na nivo elipsoida, torej je 0. Za prikaz modelov je uporabljena 'Krigging' metoda interpolacije.



... nadaljevanje slike 6.5



Slika 6.5: Drugi odvodi motečega potenciala težnostnega polja izračunani na GRS80 elipsoidu v radialni smeri (T_{rr}). Izseki širšega območja Slovenije iz globalnih modelov: a) GOCO06S, b) GO_CONS_GCF_2_TIM_R6, c) EIGEN-6S4, č) GOCO05s, d) XGM2019e(2190), e) XGM2019e(760), f) GOCO05c, g) EGM2008.

Figure 6.5: The second derivatives of the disturbance potential in radial direction (T_{rr}) calculated on the GRS80 ellipsoid in the radial direction. Shown wider area of Slovenia from global models: a) GOCO06S, b) GO_CONS_GCF_2_TIM_R6, c) EIGEN-6S4, č) GOCO05s, d) XGM2019e(2190), e) XGM2019e(760), f) GOCO05c, g) EGM2008.

Osnovni statistični podatki vertikalnih gradientov, torej drugih odvodov motečega potenciala (T_{rr}) v radialni smeri, za izbrane modele (slika 6.5) so podani v preglednici 6.4 za GGM izdelane iz samo satelitskih vhodnih podatkov in v preglednici 6.5 za GGM iz kombiniranih vhodnih podatkov. Pri tem se vsi navedeni podatki nanašajo na območje v podanem koordinatnem okvirju $13^{\circ} - 17^{\circ} E$ in $45^{\circ} - 47^{\circ} N$.

Preglednica 6.4: Osnovni statistični podatki za vrednosti T_{rr} obravnavanih GGM izdelanih iz samo satelitskih podatkov.

Table 6.4: Basic statistical data of the T_{rr} for considered GGM produced from satellite data only.

Oznaka modela	Št. modela	Min. [E]	Maks. [E]	Pov. [E]	RMS [E]	Std. o. [E]
GOCO06S	14_3	-16,63	21,99	1,04	6,17	6,08
GO_CONS_GCF_2_TIM_R6	14_4	-16,83	21,83	1,06	6,13	6,04
EIGEN-6S4	14_5	-16,62	23,47	1,10	6,08	5,98
GOCO05s	14_7	-19,02	24,52	0,85	6,26	6,21

Preglednica 6.5: Osnovni statistični podatki za vrednosti T_{rr} obravnavanih GGM s kombinacijo različnih vhodnih podatkov.

Table 6.5: Basic statistical data of the T_{rr} for considered GGM produced from combined data..

Oznaka modela	Št. modela	Min. [E]	Maks. [E]	Pov. [E]	RMS [E]	Std. o. [E]
XGM2019e (0'001°)	14_1	-283,06	330,18	0,85	45,89	45,88
XGM2019e (0'1°)	14_2	-255,39	312,92	1,01	45,94	45,94
GOCO05c	14_6	-47,59	54,03	0,65	14,61	14,59
EGM2008	14_8	-275,51	362,92	0,84	47,21	47,20

Osnovni statistični podatki kažejo na precejšnje razlike med posameznimi obravnavanimi modeli za izbrano območje. Pri tem je očitno, da bistveno vlogo igra stopnja razvoja sfernih harmoničnih koeficientov, saj so GGM v preglednici 6.4 razviti do maksimalne stopnje in reda 300 in GGM v preglednici 6.5 do maksimalne stopnje in reda 2190.

Dejstvo je, da ima prostorska ločljivost oz. stopnja razvoja modela (glej tudi preglednico 2.3) tako bistven vpliv na rezultat. V nadaljevanju jih testiramo na naših testnih točkah, kar nam omogoči vpogled v njihovo uporabnost za namene določitve vertikalnih gradientov težnosti na konkretnih točkah na lokalnem nivoju.

6.3 Določitev vertikalnih gradientov na testnih točkah iz podatkov satelitskih misij

Vertikalni gradienti moteče težnosti (T_{zz}), torej drugi odvodi motečega potenciala so izračunani s pomočjo enačbe (2.58), glej poglavje 2.9. Dejanske oz. modelirane vrednosti vertikalnih gradientov težnosti ($W_{zz} = VGT$) lahko izračunamo s pomočjo osnovne povezave iz enačbe (2.36), pri čemer je potrebno upoštevati še vrednosti normalnega težnostnega polja (enačba 2.57). Kot že navedeno smo vrednosti T_{zz} (oz. T_{rr}) določili s pomočjo spletnega kalkulatorja ICGEM (ICGEM, 2021), pri čemer je za posamezni model uporabljena maksimalna stopnja razvoja sferne funkcije, kot je razvidna iz preglednic 6.2 in 6.3, višina izračuna pa je prevzeta na nivo elipsoida, torej je 0. Za območje Slovenije smo to izvedli na testnih točkah, ki so opisane v poglavju 5.4 za obe testni območji (skupaj 44 točk).

Rezultati izračunanih vrednosti vertikalnih gradientov za vse testne točke (skupaj 44 točk) so prikazani v prilogi D. V preglednici 6.6 pa so zbrani samo osnovni statistični podatki tako dobljenih vrednosti VGT za obravnavane modele, ki so izdelani iz samo satelitskih podatkov in v preglednici 6.7 za obravnavane modele, ki so izdelani s kombinacijo različnih vhodnih podatkov.

Preglednica 6.6: Osnovni statistični podatki za vrednosti VGT na testnih točkah dobljenih iz globalnih modelov izdelanih iz samo satelitskih podatkov.

Table 6.6: Basic statistical data of VGG on test points determined from global models produced from satellite data only.

Oznaka modela	Št. modela	Min. [μGal/m]	Maks. [μGal/m]	Raz. [μGal/m]	Pov. [μGal/m]	Med. [μGal/m]	Std. o. [μGal/m]
GOCO06s	14_3	300,1	320,5	20,4	309,8	311,2	4,8
GO_CONS_GCF_2_TIM_R6	14_4	300,4	320,4	20,1	309,7	311,0	4,6
EIGEN-6S4	14_5	301,8	319,4	17,7	309,6	310,8	4,2
GOCO05s	14_7	302,1	320,2	18,1	309,7	311,1	4,5

Preglednica 6.7: Osnovni statistični podatki za vrednosti VGT na testnih točkah dobljenih iz globalnih modelov izdelanih s kombinacijo različnih vhodnih podatkov.

Table 6.7: Basic statistical data of VGG on test points determined from global models produced from combined data.

Oznaka modela	Št. modela	Min. [μGal/m]	Maks. [μGal/m]	Raz. [μGal/m]	Pov. [μGal/m]	Med. [μGal/m]	Std. o. [μGal/m]
XGM2019e 0'001°	14_1	212,1	406,3	194,2	318,1	316,0	37,8
XGM2019e 0'1°	14_2	216,8	401,6	184,7	317,2	315,3	35,1
GOCO05c	14_6	267,1	337,8	70,7	305,9	307,8	14,9
EGM2008	14_8	208,5	398,8	190,3	315,6	319,2	39,8

Analiza njihovih vrednosti je izvedena skupaj z ostalimi modeliranimi vrednostmi v poglavju 8.6. Pokaže se, da vrednosti pridobljene iz globalnih modelov žal ne zadoščajo potrebam določitve vertikalnih gradientov težnosti na lokalnih oz. regionalnih območjih, saj so odstopanja med izračunanimi in dejanskimi VGT relativno velika (od -145 do $+107$ μGal). Prav tako je korelacija med merjenimi in modeliranimi vrednostmi VGT zelo nizka (r je med $0,125$ in $0,346$) oz. ni statistično značilna.

Dejstvo je, da so gravimetrični podatki pridobljeni s satelitskimi misijami vedno bolj kvalitetni in natančni, predvsem v kombinaciji z ostalimi razpoložljivimi podatki. Z njihovo uporabo se ukvarjajo številni avtorji in njihove raziskave kažejo uporabnost teh podatkov v različnih znanstvenih izzivih. Vendar pa hkrati poudarjamo, da ni bil primarni namen te naloge podrobna raziskava določitve vertikalnih gradientov iz satelitskih gravimetričnih podatkov, saj je obseg takega raziskovanja zelo obsežen in bi bistveno presegel okvire te disertacije. Podrobne raziskave satelitskih gravimetričnih podatkov so podane tudi že v drugih disertacijah kot npr. [Eshagh \(2009\)](#), [Yi \(2012\)](#), [Ou \(2012\)](#), [Ince \(2016\)](#). V okviru naše naloge pa smo želeli samo predstaviti to področje in iz že predhodno izdelanih in objavljenih modelov določiti vertikalne gradiente težnosti ter tako dobiti vpogled v trenutno že javno razpoložljive podatke oz. modele. Pri tem se zavedamo, da so primerjave in analize narejene na lokalnem nivoju, kjer so razdalje med testnimi točkami relativno kratke. Torej gre za zelo izrazit vpliv lokalnih anomalij težnosti, ki je podana resolucija obstoječih modelov pač ne more zaznati. Če preidemo na širši (globalni ali kontinentalni) nivo, pa nam ti modeli omogočajo različne interdisciplinarne geofizikalne študije. Vsekakor je potrebno na tem mestu poudariti njihov doprinos k tovrstnim raziskavam, kot jih povzemajo tudi [Flechtner in sod. \(2021\)](#). Zato se zdi smiselno, da se v prihodnosti izvedejo dodatne raziskave na to temo, predvsem z uporabo GOCE podatkov in s pomočjo pristopov, kot so podani v npr. [Yildiz \(2012\)](#) ali [Bouman in sod. \(2016\)](#). V ta namen so bila tudi že razvita različna prosto dostopna programska orodja, kot so GUT – GOCE User Toolbox ([GUT, 2022](#)), GOCEPARSER ([GOCEPARSER, 2022](#)), GrafLab – GRAvity Field LABoratory ([Bucha in Janák, 2012](#) ali [GeoGravGOCE \(Mamagiannou in sod., 2022\)](#)).

7 MODELIRANJE VERTIKALNIH GRADIENTOV TEŽNOSTI NA TESTNIH TOČKAH

Modeliranje težnostnega polja Zemlje, lahko v splošnem razdelimo na 3 skupine, ki jih sestavljajo:

- modeli normalnega težnostnega polja,
- modeli težnostnega polja, pridobljeni z vesoljsko tehnologijo⁷⁴ in
- modeli težnostnega polja, pridobljeni z metodo »forward-modelling«.

V naši raziskavi smo uporabili vse tri variante, pri čemer je največji poudarek posvečen možnosti c), s katero smo izvedli modeliranje vertikalnih gradientov težnosti, kot je predstavljeno v nadaljevanju.

7.1 Vhodni podatki

Kot je že opisano v predhodnih poglavjih (glej poglavje 3) imamo na razpolago različne vhodne podatke. V preglednici 7.1 so zbrani osnovni podatki o uporabljenih DMR in v preglednici 7.2 podatki o uporabljenih digitalnih modelih gostot (DMG).

Preglednica 7.1: Uporabljeni DMR z oznakami in osnovnimi podatki.

Table 7.1: Used DTM with assignments and basic data.

Oznaka	Velikost celice [m]	Opis	Koord. okvir
DMR1	1 × 1	LIDAR, poglavje 3.2.1	Območje Slovenije
DMR12_5	12,5 × 12,5	CAS, poglavje 3.2.2	Območje Slovenije
DMR25	25 × 25	CAS, poglavje 3.2.2	Območje Slovenije
DMR100	100 × 100	CAS+SRTM, poglavje 3.2.3	45° – 47° N, 13° – 17° N
DMR1000	1000 × 1000	CAS+SRTM, poglavje 3.2.3	43° – 49° N, 11° – 19° E
DMR_MERIT_100	100 × 100	SRTM+AW3D, poglavje 3.2.4	45° – 47° N, 13° – 17° N
DMR_MERIT_1000	1000 × 1000	SRTM+AW3D, poglavje 3.2.4	43° – 49° N, 11° – 19° E

Preglednica 7.2: Uporabljeni DMG z oznakami in osnovnimi podatki.

Table 7.2: Available digital density models.

Oznaka	Velikost celice [m]	Opis	Koord. okvir
3D_SLO_Šram	100 × 100, 500 × 500	Poglavje 3.1.3	Območje SV Slovenije
2D_SLO_Medv	10 × 10, 100 × 100, 1000 × 1000	Poglavje 3.1.2.2	Območje Slovenije
2D_SLO_Prib	1000 × 1000	Poglavje 3.1.2.1	Območje Slovenije
2D_SLO_UNB	1000 × 1000	Poglavje 3.1.1.2	43° – 49°N, 11° – 19°E

Vsem modelom, ki izvirno pokrivajo samo območje znotraj Slovenije, smo za potrebe nadaljnjih izračunov za vse celice mreže izven državne meje pripisali fiksno vrednost gostote (2,67 g/cm³) v koordinatnem okvirju 11° – 19° E, 43° – 49° N (glej sliko 3.9).

V Sloveniji imamo trenutno dva javno dostopna modela (kvazi)geoida. V naši raziskavi smo uporabili model geoida SLO_AMG2000 (Pribičević, 2001), ki se nanaša na državni

⁷⁴ Angl. Space-collected gravity field

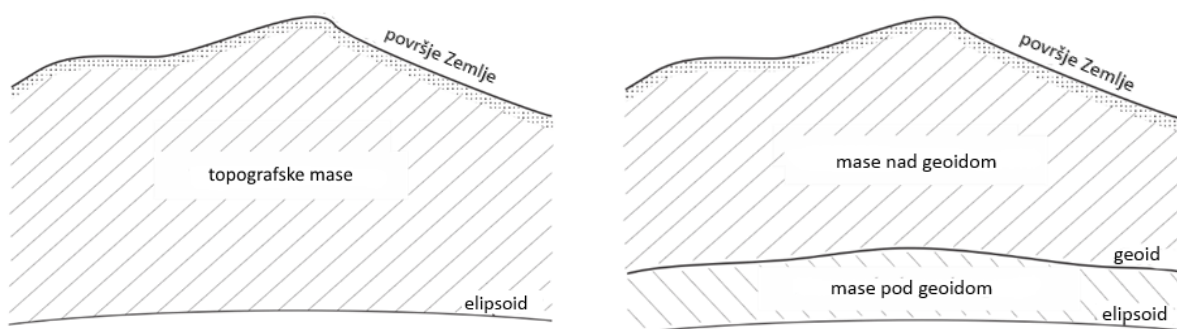
višinski sistem SVS2000/Trst. To pomeni, da se tudi vsi izračuni nanašajo na ta višinski sistem in sicer iz razloga, da so tudi vsi uporabljeni DMR-ji podani v tem višinskem sistemu. Poleg tega modela geoida smo uporabili globalni geopotencialni model GOCO05c (Pail in sod., 2016) za določitev geoidnih višin na območju zunaj državnih meja Slovenije.

7.2 Postopek in metodologija izračuna

V naši raziskavi smo vse mase nad elipsoidom obravnavali kot topografske mase (slika 7.1a), pri čemer smo sprejeli predpostavko, da lahko vertikalni gradient težnosti modeliramo z naslednjo enačbo:

$$VGT = W_{zz} = U_{zz} + \delta W_{zz}^{TOPO}, \quad (7.1)$$

kjer je δW_{zz}^{TOPO} predstavlja vpliv topografskih mas na vertikalni gradient težnosti. Nato v vseh izračunih topografske mase razdelimo na mase nad geoidom in mase pod geoidom, kot je prikazano na sliki 7.1b.



Slika 7.1: a) Topografske mase med površjem Zemlje in elipsoidom in b) njihova razdelitev na mase nad geoidom in mase pod geoidom.

Figure 7.1: a) Topographic masses between Earth surface and ellipsoid and b) their splitting on masses above and below the geoid.

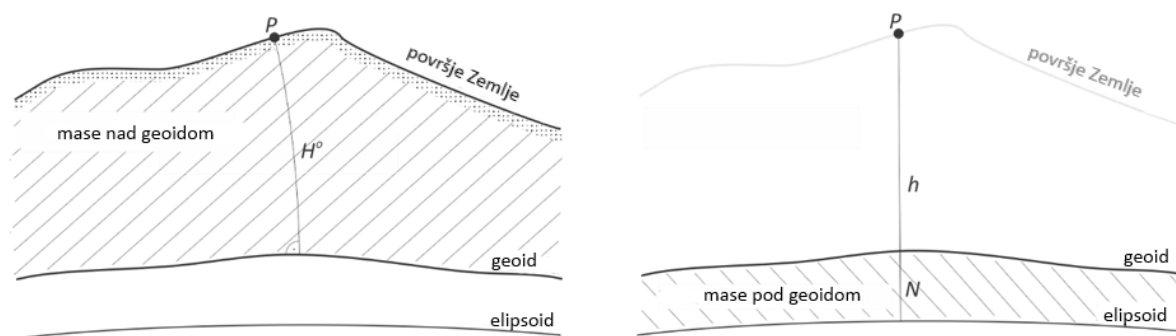
Posledično smo tudi učinek topografskih mas na vertikalni gradient težnosti razdelili na vpliv mas nad geoidom in vpliv mas pod geoidom:

$$VGT = W_{zz} = U_{zz} + \delta W_{zz}^{NG} + \delta W_{zz}^{PG}, \quad (7.2)$$

kjer je δW_{zz}^{NG} vpliv topografskih mas, ki se nahajajo med ploskvijo geoida in fizičnim površjem Zemlje in δW_{zz}^{PG} vpliv topografskih mas med ploskvijo geoida in elipsoidom.

Kot je že opisano v poglavju 2.12, se običajno vse topografske mase nad geoidom razdelijo v elementarna telesa s konstantno gostoto, kot so kvadri, teseroidi ali poliedri. Za ta telesa se nato izračunajo Newtonovi prostorski integrali v obliki zaprtih izrazov. Gradienti težnostnega potenciala vseh topografskih mas se nato dobijo s seštevanjem posameznih drugih odvodov težnostnega potenciala vseh elementarnih teles (Hirt, 2016).

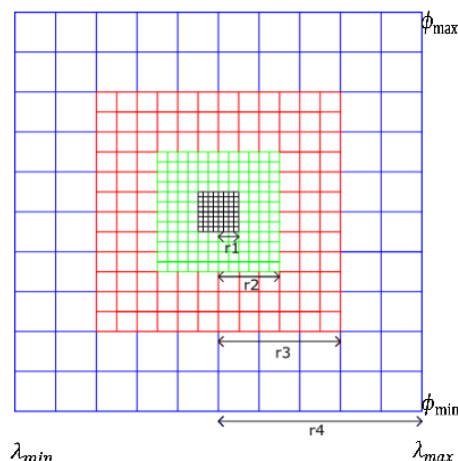
V našem pristopu smo modelirali gravitacijski vpliv topografskih mas v obliki seštevanja topografskih mas med elipsoidom in geoidom in topografske mase med geoidom in fizično površino Zemlje, glej sliko 7.2. Te topografske mase smo obravnavali kot izbrane topografske mase, pri čemer je njihova višina oz. globina določena z normalno-ortometrično višino H (med ploskvijo geoida in površjem Zemlje) in geoidno višino N (med ploskvijo geoida in elipsoidom).



Slika 7.2: Topografske mase a) nad geoidom z ortometričnimi višinami – H in b) pod geoidom z geoidnimi višinam – N .

Figure 7.2: Topographic masses a) above masses above the geoid with orthometric heights – H and b) below the geoid with geoid undulations – N .

Raziskavo smo začeli z izbiro, kateri del topografskih mas bo vključen v izračun vertikalnega gradienta težnosti, za vsako obravnavano točko P na fizični površini Zemlje. Običajno se to stori z določitvijo polmera r kroga s središčem v točki P in vrednostjo 166,74 km (Tsoulis, 1999). Pri tej raziskavi smo se odločili, da uporabimo enako maksimalno razdaljo, le da smo namesto krožnice kot omejitvenega lika uporabili kvadrat, vse z namenom izboljšanja hitrosti izračuna. DMR je namreč podan v obliki kvadratov s poljubno dimenzijo. Če pri obravnavanem območju upoštevamo radij kroga se pojavi problem pri preseku krožnice (valja) in kvadratov (kvadrov). Problem se rešuje na različne načine, ena od rešitev je uvedba teseroida (npr. Heck and Seitz, 2007, Tsoulis in sod. 2009, Marotta in sod., 2019). Poseben primer so tudi neravne linije, npr. obalna črta, kjer je rešitev po Holzrichter in sod. (2019) podana z Delaunayevo triangulacijo. V našem primeru smo torej za obravnavano območje okoli točke vzeli kvadrat, kot je tudi razvidno iz slike 7.3. Na tak način je bila vsaka obravnavana točka P pozicionirana v središče kvadrata, ki ga omejujejo geografska širina ϕ_{\min} in ϕ_{\max} in geografska dolžina λ_{\min} in λ_{\max} . Vse izbrane topografske mase so bile s presekom z DMR-ji razdeljene tudi na kvadre (Nagy in sod., 2000). Za dodatno izboljšanje hitrosti izračunov pa smo, kot je običajno, uporabili različne DMR-je glede na razdaljo med točko P in središčem mase vsakega upoštevanega kvadra. Tako smo opredelili do štiri referenčne razdalje r_i , $i = 1, \dots, 4$, (glej sliko 7.3 in preglednico 7.3).



Slika 7.3: Razdelitev topografskih mas okoli obravnavane točke na cone z različnimi resolucijami DMR.

Figure 7.3: Division of topographic masses around the point by zones with different DTMs resolutions.

Na koncu smo izračunali skupni vpliv izbranih topografskih mas na vertikalni gradient težnosti z :

$$\delta W_{zz}^{TOPO} = \sum_{i=1}^n (\delta W_{zz}^{Kvader})_i, \quad (7.3)$$

kjer je n skupno število kvadrov na obravnavanem območju in se δW_{zz}^{Prism} izračuna z enačbo (2.80).

Med celotnim procesom računanja vertikalnih gradientov težnosti preverjamo skladnost vseh izračunov z uporabo dveh drugih odvodov po koordinatnih oseh x in y (enačbi 2.81 in 2.82), da velja pogoj:

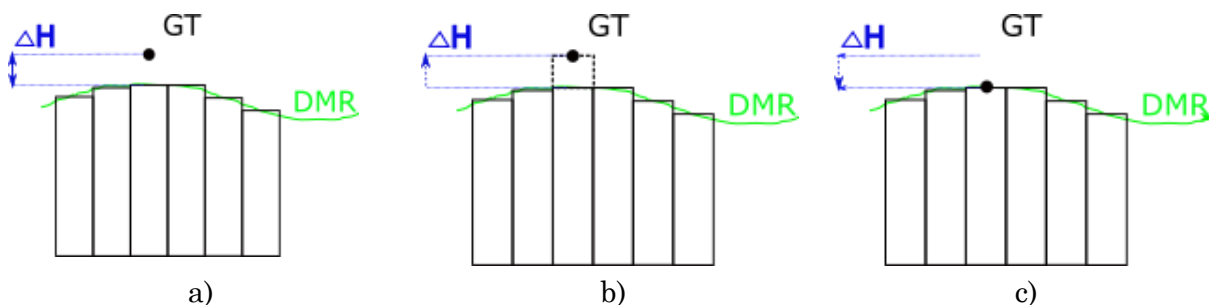
$$\delta W_{xx}^{TOPO} + \delta W_{yy}^{TOPO} + \delta W_{zz}^{TOPO} = 0. \quad (7.4)$$

Upoštevan je tudi vpliv ukrivljenosti Zemlje, kot je opisano v poglavju 2.12, in sicer se gravitacijski vpliv posameznega kvadra (enačbe 2.80, 2.81 in 2.82) popravi, če je kvader oddaljen več kot 10 km od obravnavane točke P . Uporabi se metodo transformacije (enačba 2.74); opis postopkov in uporabljene enačbe določitve tega vpliva so detajlno podani v Makhloof (2007).

Dodaten izziv v postopku modeliranja vertikalnega gradienta težnosti predstavlja nekonsistentnost višin na obravnavanih točkah. Točke imajo višine določene večinoma z geodetskimi merskimi tehnikami (nivelman, trigonometrično višinomerstvo, GNSS višinomerstvo), medtem ko so višine DMR določene s tehnikami daljinskega zaznavanja. Seveda se tako pojavi neskladnost (ΔH) med merjeno višino stabilizirane točke in višino iste točke določene s presekom DMR (slika 7.4). Odstopanje je odvisno predvsem od višinske kakovosti DMR, pri čemer v splošnem lahko rečemo, da višja prostorska ločljivost DMR (npr. 1×1 m) zagotavlja manjša odstopanja.

S podobnim problemom nekonsistentnosti višin se za potrebe določitve geoida ukvarjata npr. že [Tscherning in Forsberg \(1990\)](#). Obstajajo različni načini rešitve tega problema npr. glajenje, predikcija ... V splošnem pa imamo 3 možnosti:

- a) ne spreminjamo višin in izračune opravimo z obema fiksnima višinama (slika [7.4a](#)). V primeru računanja vertikalnega gradienta težnosti s tem dejansko točko izračuna dvignemo nad višino terena za ΔH , s čimer naredimo pogrešek (glej tudi poglavje [8.5](#), konkreten primer na dveh točkah),
- b) dvig/spust topografskih mas (DMR), torej konkretnega kvadra, na merjeno višino točke (slika [7.4b](#)). Pri tem se pojavi vprašanje, v kakšni razdalji okoli točke dvignemo ostale mrežne celice – glajenje z različnimi metodami interpolacije oz. jih sploh ne prilagajamo,
- c) obravnavano točko spustimo/dvignemo na DMR (slika [7.4c](#)). To je enostavnejši pristop, vendar je v večini primerov tako storjen pogrešek, saj so »višine DMR« običajno slabše točnosti, seveda odvisno od kvalitete in resolucije DMR.



Slika 7.4: Nekonsistentnost višin: a) razlika med merjeno višino in višino iz DMR – ΔH , b) dvig topografskih mas – kvadra in c) točko spustimo na višino DMR.

Figure 7.4: Height inconsistency: a) the difference between the measured height and the height from DMR – ΔH , b) the raise of topographic masses – prism and c) the point is lowered to DMR height.

Na podlagi podatkov o natančnosti obstoječih DMR (glej poglavje [3.2](#)) smo se odločili, da v naših izračunih uporabimo zgoraj opisano opcijo a), pri čemer okolice točke nismo gladili ali interpolirali. Podrobneje smo vpliv vseh treh opcij na rezultat (modelirana vrednost vertikalnega gradienta težnosti) tudi analizirali in izsledki so podani v poglavju [8.5](#).

V izračunih smo uporabili različne razpoložljive DMR (preglednica [7.1](#)), DMG (preglednica [7.2](#)) in različne razdalje območij r_i (slika [7.3](#)). S kombiniranjem teh podatkov smo ustvarili različne modele izračuna, kot so prikazani v preglednici [7.3](#). Zaradi prostorske omejitve so v preglednici uporabljene okrajšave obrazložene v sprotnih opombah. Vse skupaj smo obravnavali 54 različnih variant modelov.

Referenčne razdalje r_1, r_2, r_3 in r_4 so izražene v km, pri čemer se računa od 0,0 km naprej, glej sliko 7.3. Uporabljene so različne razdalje, pri čemer smo uporabili pristop podrobneje predstavljen v Zahorec in sod. (2017).

Preglednica 7.3: Modeli uporabljeni v izračunih.

Table 7.3: Computation models.

oznaka modela	DMG ⁷⁵	DMR ⁷⁶	r_1 [km]	DMR	r_2 [km]	DMR	r_3 [km]	DMR	r_4 [km]
1_1	2,67	1000	166,74	/	/	/	/	/	/
1_2	A	1000	166,74	/	/	/	/	/	/
1_3	B	1000	166,74	/	/	/	/	/	/
2_1	2,67	M_1000	166,74	/	/	/	/	/	/
2_2	A	M_1000	166,74	/	/	/	/	/	/
2_3	B	M_1000	166,74	/	/	/	/	/	/
3_1	2,67	100	28,80	1000	166,74	/	/	/	/
3_2	A	100	28,80	1000	166,74	/	/	/	/
3_3	B	100	28,80	1000	166,74	/	/	/	/
3_4	C	100	28,80	1000	166,74	/	/	/	/
4_1	2,67	M_100	28,80	M_1000	166,74	/	/	/	/
4_2	A	M_100	28,80	M_1000	166,74	/	/	/	/
4_3	B	M_100	28,80	M_1000	166,74	/	/	/	/
5_1	2,67	25	28,80	1000	166,74	/	/	/	/
5_2	A	25	28,80	1000	166,74	/	/	/	/
5_3	B	25	28,80	1000	166,74	/	/	/	/
5_4	C	25	28,80	1000	166,74	/	/	/	/
6_1	2,67	12_5	28,80	1000	166,74	/	/	/	/
7_1	2,67	12_5	5,24	100	28,80	1000	166,74	/	/
7_2	A	12_5	5,24	100	28,80	1000	166,74	/	/
8_1_1	2,67	1	0,25	25	5,24	100	28,80	1000	166,74
8_1_2	2,67	1	0,50	25	5,24	100	28,80	1000	166,74
8_1_3	2,67	1	1,00	25	5,24	100	28,80	1000	166,74
8_2_2	A	1	0,50	25	5,24	100	28,80	1000	166,74
8_3_2	B	1	0,50	25	5,24	100	28,80	1000	166,74
8_4_2	C	1	0,50	25	5,24	100	28,80	1000	166,74
9_1_1	2,67	1	0,25	12_5	5,24	100	28,80	1000	166,74
9_1_2	2,67	1	0,50	12_5	5,24	100	28,80	1000	166,74
9_1_3	2,67	1	1,00	12_5	5,24	100	28,80	1000	166,74
9_2_2	A	1	0,50	12_5	5,24	100	28,80	1000	166,74
9_3_2	B	1	0,50	12_5	5,24	100	28,80	1000	166,74

se nadaljuje ...

⁷⁵ Oznake za DMG so: A = 2D_SLO_Medv, B = 2D_SLO_UNB, C = 2D_SLO_Preb, D = 3D_SLO_Šram, številka (npr. 2,67) predstavlja fiksno gostoto izraženo v g/cm³

⁷⁶ Oznake za DMR so: 1 = DMR1, 12_5 = DMR12_5, 25 = DMR25, 100 = DMR100, 1000 = DMR1000, M100 = DMR_MERIT_100 in M1000 = DMR_MERIT_1000

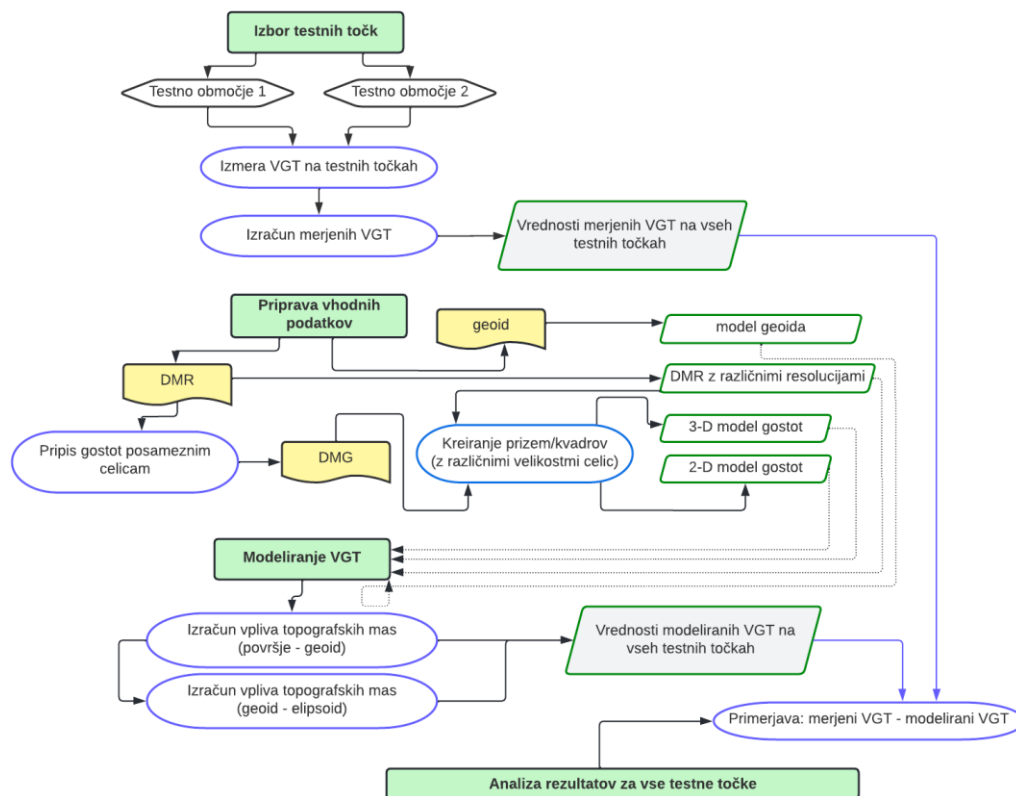
... nadaljevanje preglednice 7.3

9_4_2	C	1	0,50	12_5	5,24	100	28,80	1000	166,74
10_1	2,67	1	0,25	12_5	5,24	25	28,80	1000	166,74
10_2	2,67	1	0,50	12_5	5,24	25	28,80	1000	166,74
10_3	2,67	1	0,25	12_5	5,24	1000	166,74	/	/
11_1	D	1	0,25	12_5	5,24	100	28,80	1000	166,74
11_2	D	1	0,50	12_5	5,24	100	28,80	1000	166,74
11_3	D	1	1,00	12_5	5,24	100	28,80	1000	166,74
11_4	D	1	0,50	25	5,24	100	28,80	1000	166,74
12_1	2,67	1	0,05	/	/	/	/	/	/
12_2	2,67	1	0,10	/	/	/	/	/	/
12_3	2,67	1	0,25	/	/	/	/	/	/
12_4	2,67	1	0,50	/	/	/	/	/	/
12_5	2,67	1	1,00	/	/	/	/	/	/
12_6	2,67	1	1,50	/	/	/	/	/	/
12_7	2,67	1	0,50	25	5,24	/	/	/	/
12_8	2,67	1	0,50	25	5,24	100	28,80	/	/
12_9	2,67	1	0,50	25	10,00	100	28,80	/	/
12_10	2,67	1	0,50	25	5,24	100	32,00	/	/
12_11	2,67	1	0,50	25	5,24	100	28,80	1000	50,00
12_12	2,67	1	0,50	25	5,24	100	28,80	1000	100,00
12_13	2,67	1	0,50	25	5,24	100	28,80	1000	150,00
13_1	1	1	0,50	25	5,24	100	28,80	1000	166,74
13_2	3,5	1	0,50	25	5,24	100	28,80	1000	166,74

Rezultati izračunov – modelirani vertikalni gradienti so za vse obravnavane modele in za vse točke podani v [prilogi E](#).

7.3 Rezultati izračuna

Raziskovalni proces je bil izveden v naslednjih fazah: merjenje vertikalnega gradienta težnosti na vseh točkah (skupaj 44), obdelava podatkov gravimetričnih meritev, priprava vhodnih podatkov za modeliranje, modeliranje vertikalnega gradienta, validacija modela, statistične analize in preskušanje hipotez. Celoten proces je shematično prikazan na sliki [7.5](#).



Slika 7.5: Shematični prikaz celotnega raziskovalnega procesa.
Figure 7.5: Schematic presentation of the research process.

Na podlagi izračunanih (modeliranih) vrednosti VGT lahko za vsako obravnavano točko izvedemo primerjavo z referenčno (merjeno) vrednostjo VGT (glej poglavje 5.5.2). Dobimo razliko odstopanj za vse točke za vse modele, ki jo obravnavamo kot napako modeliranja:

$$\Delta_i = VGT_{ref} - VGT_{mod}, \quad (7.5)$$

kjer je VGT_{ref} referenčna (merjena) vrednost vertikalnega gradienta težnosti in VGT_{mod} modelirana (izračunana) vrednost vertikalnega gradienta težnosti.

Za vsak posamezni model lahko na podlagi odstopanj (Δ_i) na vseh 44 točkah v obeh testnih območjih določimo statistične kazalce odstopanj: Min. – minimum, Maks. – maksimum, Raz. – razpon, Pov. – povprečje, Med. – mediana, Std. o. – standardni odklon, RMS – korenjen srednji kvadratni pogrešek. Korelacijo med merjenimi in modeliranimi vrednostmi vertikalnih gradientov težnosti preverimo s pomočjo Pearsonovega korelacijskega testa: vrednosti R^2 (RSQ) – kvadrat korelacijskega koeficienta, r – korelacijski koeficient, m – koeficient linearne trendne regresije. Navedeni statistični kazalci so obrazloženi v prilogi F. Zbirnik statističnih kazalcev vseh izračunanih modelov za testno območje 1, kjer obravnavamo 13 točk, je prikazan v preglednici 7.4 in za testno območje 2, kjer obravnavamo 31 točk, v preglednici 7.5. Ločeno obravnavamo tudi vse točke skupaj (44 točk), torej brez razdelitve na testna območja, rezultati so prikazani v preglednici 7.6.

Preglednica 7.4: Statistični kazalci odstopanj med referenčnimi in modeliranimi vrednostmi VGT na testnem območju 1.

Table 7.4: Statistical indicators of deviations between reference and modeled VGG values on the test area 1.

Model	Min. [μGal/m]	Maks. [μGal/m]	Raz. [μGal/m]	Pov. [μGal/m]	Med. [μGal/m]	Std. o. [μGal/m]	RMS [μGal/m]	R ² /	r /	m /
1_1	-17,9	40,5	58,4	3,6	-3,0	16,3	16,7	0,018	0,132	0,987
1_2	-16,0	42,8	58,8	4,9	2,4	15,9	16,7	0,003	0,058	0,982
1_3	-15,2	39,4	54,6	3,9	0,9	15,1	15,6	0,028	0,168	0,986
2_1	-16,8	24,1	40,9	1,0	-0,4	11,8	11,8	0,352	0,593	0,995
2_2	-15,6	26,5	42,1	1,6	-0,9	11,3	11,4	0,433	0,658	0,993
2_3	-14,5	24,5	39	1,4	-1,4	11,2	11,3	0,479	0,692	0,994
3_1	-28,8	14,2	43	-3,7	-4,1	13,5	14,0	0,492	0,702	1,012
3_2	-21,1	14,8	35,9	-2,9	-4,0	11,8	12,1	0,568	0,754	1,009
3_3	-21,1	15,8	36,9	-3,2	-4,1	11,9	12,3	0,532	0,729	1,010
3_4	-21,7	16,2	37,9	-2,0	-3,7	12,0	12,1	0,499	0,706	1,006
4_1	-24,8	20,9	45,7	-0,2	-2,5	13,7	13,8	0,503	0,709	1,001
4_2	-19,5	19,8	39,3	-0,2	-2,9	12,1	12,1	0,567	0,753	1,000
4_3	-18,0	20,8	38,8	-0,4	-3,1	12,1	12,1	0,539	0,734	1,001
5_1	-62,7	25,5	88,2	-13,4	-8,7	23,5	27,1	0,553	0,743	1,044
5_2	-46,8	19,3	66,1	-10,7	-6,7	19,0	21,8	0,646	0,804	1,036
5_3	-47,4	18,6	66	-11,1	-6,1	18,8	21,8	0,612	0,782	1,037
5_4	-48,3	24,9	73,2	-9,4	-9,8	18,8	21,0	0,574	0,757	1,031
6_1	-80,3	38,2	118,5	-19,8	-18,4	32,8	38,4	0,560	0,748	1,066
7_1	-74,6	39,8	114,4	-19,8	-21,5	32,7	38,2	0,573	0,757	1,066
7_2	-64,9	30,4	95,3	-15,9	-10,2	26,8	31,1	0,667	0,816	1,053
8_1_1	-29,2	13,6	42,8	-6,5	-4,6	13,1	14,6	0,464	0,682	1,021
8_1_2	-29,2	13,7	42,9	-6,5	-4,3	13,1	14,6	0,464	0,682	1,020
8_1_3	-29,2	13,9	43,1	-6,4	-4,3	13,2	14,6	0,464	0,681	1,020
8_2_2	-21,0	13,7	34,7	-4,8	-5,2	10,7	11,7	0,574	0,757	1,015
8_3_2	-21,4	12,9	34,3	-5,1	-5,4	11,0	12,1	0,530	0,728	1,016
8_4_2	-21,9	13,1	35	-4,2	-2,6	11,0	11,8	0,497	0,705	1,013
9_1_1	-29,0	13,5	42,5	-6,5	-4,2	13,1	14,6	0,463	0,680	1,020
9_1_2	-29,2	13,7	42,9	-6,4	-4,2	13,1	14,6	0,463	0,681	1,020
9_1_3	-29,2	13,9	43,1	-6,4	-4,2	13,2	14,6	0,464	0,681	1,020
9_2_2	-21,0	13,7	34,7	-4,8	-5,1	10,7	11,7	0,573	0,757	1,015
9_3_2	-21,4	12,9	34,3	-5,1	-5,4	11,0	12,1	0,530	0,728	1,016
9_4_2	-21,9	13,1	35	-4,2	-2,6	11,0	11,8	0,496	0,704	1,013
10_1	-29,0	13,5	42,5	-6,5	-4,2	13,1	14,6	0,463	0,680	1,020
10_2	-29,2	13,7	42,9	-6,4	-4,2	13,1	14,6	0,463	0,681	1,020
10_3	-29,0	13,5	42,5	-6,5	-4,4	13,1	14,6	0,464	0,681	1,020
11_1	-21,7	12,1	33,8	-5,6	-4,2	9,7	11,2	0,566	0,752	1,017
11_2	-21,6	12,2	33,8	-5,0	-4,0	9,9	11,1	0,552	0,743	1,015
11_3	-21,6	12,3	33,9	-4,2	-3,9	10,6	11,4	0,518	0,720	1,013
11_4	-21,6	12,2	33,8	-4,9	-4,0	9,9	11,1	0,551	0,742	1,015

se nadaljuje ...

... nadaljevanje preglednice 7.4

12_1	-130,0	-73,1	56,9	-107,8	-110,1	14,8	108,9	0,006	0,079	1,343
12_2	-118,8	-76,5	42,3	-102,8	-106,5	12,7	103,6	0,234	0,484	1,327
12_3	-100,4	-51,3	49,1	-78,7	-81,0	13,7	79,9	0,486	0,697	1,252
12_4	-76,1	-24,2	51,9	-52,9	-52,2	15,9	55,2	0,560	0,749	1,170
12_5	-58,0	-6,4	51,6	-32,6	-30,9	15,6	36,1	0,568	0,754	1,105
12_6	-46,2	-0,1	46,1	-24,4	-23,0	14,4	28,4	0,555	0,745	1,078
12_7	-34,2	9,5	43,7	-11,7	-11,5	13,1	17,6	0,488	0,699	1,037
12_8	-30,3	12,9	43,2	-7,5	-5,6	13,1	15,1	0,466	0,683	1,024
12_9	-30,3	12,9	43,2	-7,5	-5,3	13,1	15,1	0,464	0,681	1,024
12_10	-30,2	12,9	43,1	-7,4	-5,5	13,1	15,1	0,466	0,683	1,023
12_11	-29,8	13,2	43,0	-7,0	-5,0	13,1	14,9	0,465	0,682	1,022
12_12	-29,4	13,6	43,0	-6,6	-4,6	13,1	14,7	0,465	0,682	1,021
12_13	-29,2	13,7	42,9	-6,5	-4,4	13,1	14,6	0,464	0,682	1,020
13_1	-19,0	18,7	37,7	-1,1	-2,9	11,0	11,1	0,456	0,676	1,002
13_2	-39,7	15,2	54,9	-9,1	-4,9	17,0	19,3	0,466	0,682	1,029

Preglednica 7.5: Statistični kazalci odstopanj med referenčnimi in modeliranimi vrednostmi VGT na testnem območju 2.

Table 7.5: Statistical indicators of deviations between reference and modeled VGG values on the test area 2.

Model	Min.	Maks.	Raz.	Pov.	Med.	Std. o.	RMS	R ²	r	m
	[μ Gal/m]	[μ Gal/m]	[μ Gal/m]	[μ Gal/m]	[μ Gal/m]	[μ Gal/m]	[μ Gal/m]	/	/	/
1_1	-47,6	56,2	103,8	13,0	12,3	25,2	28,4	0,505	0,711	0,952
1_2	-47,4	66,4	113,8	13,4	12,9	25,4	28,7	0,496	0,705	0,950
1_3	-51,3	67,4	118,7	10,3	9,9	25,4	27,4	0,511	0,715	0,959
2_1	-62,6	70,5	133,1	12,0	13,1	27,0	29,5	0,439	0,662	0,953
2_2	-61,5	76,1	137,6	13,1	15,3	27,5	30,5	0,414	0,643	0,949
2_3	-63,0	78,3	141,3	9,6	9,2	27,6	29,2	0,445	0,667	0,960
3_1	-27,8	34,3	62,1	0,8	1,2	14,6	14,6	0,835	0,914	0,995
3_2	-28,0	33,8	61,8	3,4	3,4	15,8	16,1	0,817	0,904	0,985
3_3	-33,2	26,7	59,9	0,3	1,2	15,6	15,6	0,848	0,921	0,995
3_4	-28,0	34,7	62,7	1,6	2,2	15,0	15,1	0,829	0,911	0,992
4_1	-25,0	31,6	56,6	5,3	7,3	13,8	14,8	0,852	0,923	0,981
4_2	-25,4	31,7	57,1	7,4	9,5	14,7	16,5	0,834	0,913	0,973
4_3	-28,9	27,5	56,4	3,8	6,1	14,3	14,8	0,863	0,929	0,984
5_1	-46,6	28,6	75,2	-15,8	-20,2	20,1	25,6	0,841	0,917	1,054
5_2	-42,2	26,3	68,5	-11,1	-13,7	17,5	20,7	0,826	0,909	1,037
5_3	-33,7	18,6	52,3	-13,0	-15,0	14,7	19,7	0,853	0,924	1,042
5_4	-42,6	29,5	72,1	-13,5	-14,7	18,6	23,0	0,828	0,910	1,045
6_1	-63,4	65,1	128,5	-26,4	-37,2	28,6	39,0	0,766	0,875	1,090
7_1	-63,9	73,3	137,2	-24,8	-34,9	31,1	39,7	0,728	0,853	1,084
7_2	-65,2	63,9	129,1	-18,9	-25,9	27,2	33,2	0,711	0,844	1,063
8_1_1	-34,5	18,8	53,3	-10,4	-8,8	11,7	15,7	0,910	0,954	1,034
8_1_2	-34,7	18,1	52,8	-10,4	-8,8	11,7	15,7	0,911	0,954	1,034

se nadaljuje ...

... nadaljevanje preglednice 7.5

8_1_3	-34,7	18,0	52,7	-10,6	-11,2	11,7	15,8	0,912	0,955	1,035
8_2_2	-31,1	19,3	50,4	-6,5	-5,5	10,6	12,4	0,912	0,955	1,020
8_3_2	-29,2	12,6	41,8	-8,6	-7,9	10,6	13,6	0,917	0,958	1,026
8_4_2	-31,2	18,3	49,5	-8,5	-8,6	10,4	13,4	0,918	0,958	1,027
9_1_1	-34,5	18,8	53,3	-10,4	-8,7	11,7	15,6	0,911	0,954	1,034
9_1_2	-34,7	18,1	52,8	-10,4	-8,8	11,7	15,6	0,911	0,954	1,034
9_1_3	-34,7	18,0	52,7	-10,6	-11,2	11,7	15,8	0,912	0,955	1,035
9_2_2	-31,1	19,2	50,3	-6,5	-5,5	10,6	12,4	0,912	0,955	1,020
9_3_2	-29,2	12,5	41,7	-8,6	-7,9	10,6	13,6	0,917	0,958	1,026
9_4_2	-31,2	18,3	49,5	-8,5	-8,6	10,4	13,4	0,918	0,958	1,027
10_1	-34,5	18,8	53,3	-10,4	-8,7	11,7	15,6	0,911	0,954	1,034
10_2	-34,7	18,1	52,8	-10,4	-8,8	11,7	15,6	0,911	0,954	1,034
10_3	-34,6	18,7	53,3	-10,4	-8,7	11,7	15,6	0,911	0,954	1,034
12_1	-190,3	-18,5	171,8	-116,1	-113,7	36,6	121,7	0,157	0,396	1,365
12_2	-187,9	-15,3	172,6	-116,0	-112,9	34,8	121,1	0,253	0,503	1,367
12_3	-168,6	-12,8	155,8	-101,8	-101,2	32,9	106,9	0,366	0,605	1,323
12_4	-139,4	-12,0	127,4	-79,2	-79,0	29,6	84,6	0,455	0,675	1,251
12_5	-108,7	-11,4	97,3	-54,7	-52,5	23,0	59,3	0,622	0,789	1,173
12_6	-93,4	-10,7	82,7	-45,0	-41,7	19,7	49,1	0,712	0,844	1,143
12_7	-41,9	1,8	43,7	-20,6	-21,0	12,0	23,9	0,895	0,946	1,066
12_8	-36,0	16,0	52	-11,9	-10,4	11,7	16,7	0,910	0,954	1,039
12_9	-36,0	15,9	51,9	-11,9	-10,4	11,7	16,7	0,910	0,954	1,039
12_10	-35,8	16,3	52,1	-11,7	-10,3	11,7	16,6	0,910	0,954	1,038
12_11	-35,3	17,1	52,4	-11,1	-9,6	11,7	16,2	0,910	0,954	1,036
12_12	-34,9	17,8	52,7	-10,6	-9,0	11,7	15,8	0,911	0,954	1,035
12_13	-34,7	18,1	52,8	-10,4	-8,8	11,7	15,7	0,911	0,954	1,034
13_1	-62,3	45,4	107,7	-6,1	-6,2	22,3	23,1	0,910	0,954	1,011
13_2	-74,4	27,3	101,7	-12,6	-8,6	19,9	23,6	0,911	0,954	1,045

Preglednica 7.6: Statistični kazalci odstopanj med referenčnimi in modeliranimi vrednostmi VGT za vse točke skupaj (testno območje 1 in testno območje 2).

Table 7.6: Statistical indicators of deviations between reference and modeled VGG values for all points (on the test area 1 and test area 2).

Model	Min.	Maks.	Raz.	Pov.	Med.	Std. o.	RMS	R ²	r	m
	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	/	/	/
1_1	-47,6	56,2	103,8	10,2	6,6	23,4	25,5	0,448	0,669	0,962
1_2	-47,4	66,4	113,8	10,9	6,2	23,4	25,8	0,439	0,662	0,960
1_3	-51,3	67,4	118,7	8,4	5,2	23,1	24,5	0,456	0,675	0,967
2_1	-62,6	70,5	133,1	8,7	6,8	24,1	25,6	0,403	0,635	0,966
2_2	-61,5	76,1	137,6	9,7	6,7	24,5	26,3	0,383	0,619	0,963
2_3	-63,0	78,3	141,3	7,2	5,3	24,3	25,3	0,413	0,642	0,970
3_1	-28,8	34,3	63,1	-0,6	-0,7	14,4	14,4	0,788	0,888	1,000
3_2	-28,0	33,8	61,8	1,5	2,0	15,0	15,1	0,769	0,877	0,993

se nadaljuje ...

... nadaljevanje preglednice 7.6

3_3	-33,2	26,7	59,9	-0,8	0,5	14,7	14,7	0,791	0,889	0,999
3_4	-28,0	34,7	62,7	0,5	0,6	14,3	14,3	0,790	0,889	0,996
4_1	-25,0	31,6	56,6	3,7	5,4	14,0	14,5	0,806	0,898	0,987
4_2	-25,4	31,7	57,1	5,2	7,7	14,4	15,3	0,786	0,886	0,981
4_3	-28,9	27,5	56,4	2,6	4,4	13,8	14,1	0,809	0,899	0,989
5_1	-62,7	28,6	91,3	-15,1	-19,3	21,2	26,1	0,786	0,886	1,051
5_2	-46,8	26,3	73,1	-11,0	-11,2	17,9	21,0	0,785	0,886	1,036
5_3	-47,4	18,6	66,0	-12,5	-12,9	16,0	20,3	0,797	0,893	1,040
5_4	-48,3	29,5	77,8	-12,3	-14,2	18,8	22,4	0,786	0,887	1,041
6_1	-80,3	65,1	145,4	-24,5	-34,6	30,1	38,8	0,701	0,837	1,082
7_1	-74,6	73,3	147,9	-23,3	-33,4	31,6	39,3	0,676	0,822	1,079
7_2	-65,2	63,9	129,1	-18,0	-23,8	27,1	32,6	0,677	0,823	1,060
8_1_1	-34,5	18,8	53,3	-9,2	-7,9	12,3	15,4	0,870	0,933	1,030
8_1_2	-34,7	18,1	52,8	-9,2	-8,0	12,3	15,4	0,871	0,933	1,030
8_1_3	-34,7	18,0	52,7	-9,4	-8,8	12,3	15,4	0,871	0,933	1,030
8_2_2	-31,1	19,3	50,4	-6,0	-5,3	10,7	12,2	0,883	0,940	1,018
8_3_2	-29,2	12,9	42,1	-7,6	-7,1	10,8	13,2	0,881	0,939	1,023
8_4_2	-31,2	18,3	49,5	-7,3	-6,6	10,7	13,0	0,884	0,940	1,023
9_1_1	-34,5	18,8	53,3	-9,2	-7,9	12,3	15,3	0,870	0,933	1,030
9_1_2	-34,7	18,1	52,8	-9,2	-7,9	12,3	15,4	0,870	0,933	1,030
9_1_3	-34,7	18,0	52,7	-9,4	-8,7	12,3	15,4	0,871	0,933	1,030
9_2_2	-31,1	19,2	50,3	-6,0	-5,3	10,7	12,2	0,883	0,940	1,018
9_3_2	-29,2	12,9	42,1	-7,6	-7,0	10,8	13,2	0,881	0,939	1,023
9_4_2	-31,2	18,3	49,5	-7,2	-6,6	10,7	13,0	0,885	0,940	1,023
10_1	-34,5	18,8	53,3	-9,2	-7,9	12,3	15,3	0,871	0,933	1,030
10_2	-34,7	18,1	52,8	-9,2	-7,9	12,3	15,3	0,871	0,933	1,030
10_3	-34,6	18,7	53,3	-9,2	-7,8	12,3	15,3	0,871	0,933	1,030
11_1	-37,3	26,4	63,7	-7,2	-5,9	12,5	14,4	0,872	0,934	1,020
12_1	-190,3	-18,5	171,8	-113,7	-112,8	32,0	118,1	0,143	0,378	1,358
12_2	-187,9	-15,3	172,6	-112,1	-112,3	30,6	116,2	0,236	0,486	1,355
12_3	-168,6	-12,8	155,8	-95,0	-94,2	30,5	99,7	0,329	0,573	1,302
12_4	-139,4	-12,0	127,4	-71,4	-71,9	28,9	77,1	0,393	0,627	1,227
12_5	-108,7	-6,4	102,3	-48,2	-47,6	23,3	53,5	0,538	0,733	1,152
12_6	-93,4	-0,1	93,3	-38,9	-38,6	20,5	44,0	0,621	0,788	1,123
12_7	-41,9	9,5	51,4	-18,0	-18,3	13,0	22,2	0,841	0,917	1,057
12_8	-36,0	16,0	52	-10,6	-9,1	12,3	16,2	0,869	0,932	1,034
12_9	-36,0	15,9	51,9	-10,6	-9,1	12,3	16,2	0,869	0,932	1,034
12_10	-35,8	16,3	52,1	-10,5	-8,9	12,3	16,1	0,869	0,932	1,034
12_11	-35,3	17,1	52,4	-9,9	-8,5	12,3	15,8	0,870	0,933	1,032
12_12	-34,9	17,8	52,7	-9,5	-8,2	12,3	15,5	0,870	0,933	1,031
12_13	-34,7	18,1	52,8	-9,3	-8,0	12,3	15,4	0,870	0,933	1,030
13_1	-62,3	45,4	107,7	-4,6	-4,8	19,8	20,3	0,870	0,933	1,008
13_2	-74,4	27,3	101,7	-11,5	-8,3	19,2	22,4	0,871	0,933	1,041

Dodatno obravnavamo še vrednosti, ki so določene iz globalnih modelov težnostnega polja, kot je opisano v poglavju 6.2, torej gre za modele, ki so izdelani s pomočjo satelitske tehnologije. Tudi za te modele naredimo primerjavo na testnih točkah. Statistični kazalci odstopanj za vse obravnavane testne točke skupaj (44 točk) so prikazani v preglednici 7.7. Oznake modelov so razvidne iz preglednice 6.2.

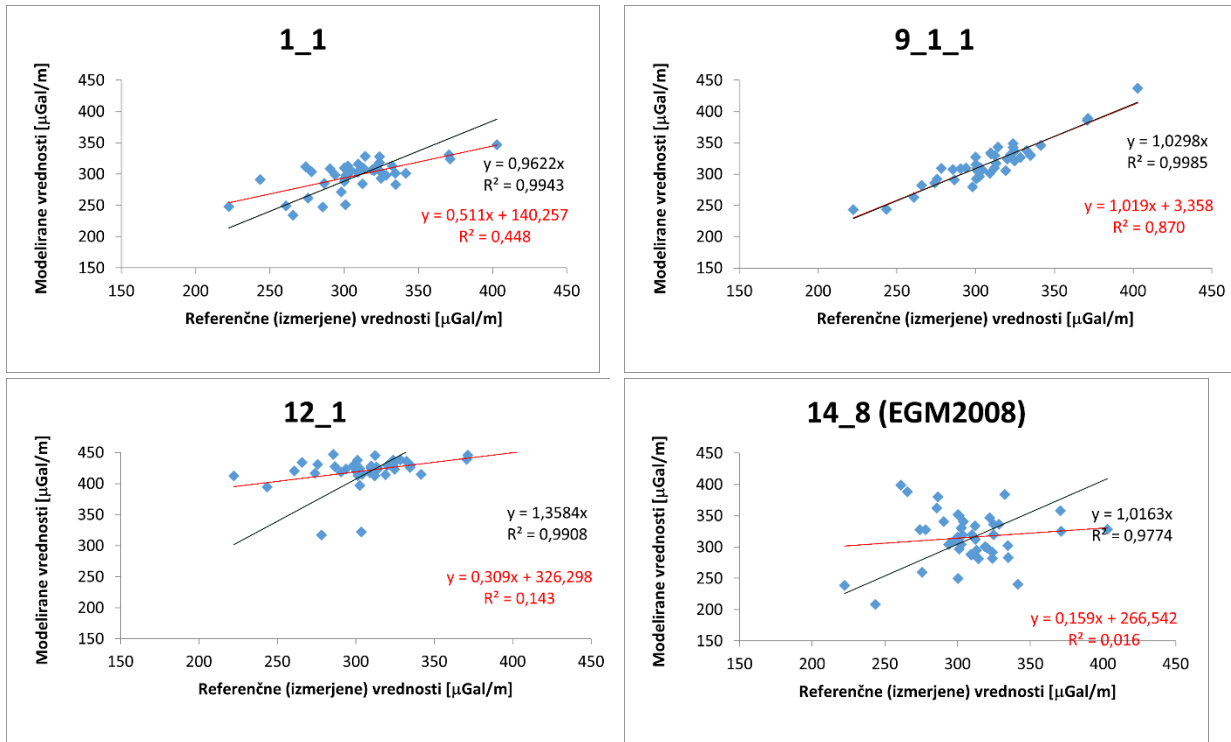
Preglednica 7.7: Statistični kazalci odstopanj med referenčnimi in modeliranimi vrednostmi VGT za globalne modele.

Table 7.7: Statistical indicators of deviations between reference and modeled VGG values for the global models.

Model	Min.	Maks.	Raz.	Pov.	Med.	Std. o.	RMS	R ²	r	m
	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	/	/	/
14_1	-145,4	90,7	236,1	-10,2	-10,4	44,7	45,8	0,030	0,172	1,025
14_2	-140,7	82,0	222,7	-9,3	-7,7	42,4	43,4	0,034	0,184	1,022
14_3	-80,5	93,7	174,2	-1,9	-2,9	32,5	32,5	0,042	0,205	0,996
14_4	-80,7	93,8	174,5	-1,8	-3,0	32,4	32,4	0,040	0,199	0,995
14_5	-80,5	94,8	175,3	-1,7	-2,7	32,2	32,3	0,036	0,190	0,995
14_6	-73,7	107,2	180,9	2,0	-2,8	29,5	29,6	0,120	0,346	0,985
14_7	-82,3	92,6	174,9	-1,8	-3,1	32,3	32,4	0,036	0,189	0,995
14_8	-137,9	101,3	239,2	-7,7	-9,1	47,4	48,0	0,016	0,125	1,016

Za lažjo predstavo so na grafikonih prikazane korelacije med referenčnimi (merjenimi) in modeliranimi vrednostmi vertikalnih gradientov težnosti za vse obravnavane modele (skupaj 62 modelov, od tega 54 modelov opisanih v poglavju 7.2 in 8 modelov opisanih v poglavju 6.2). Zaradi omejitve prostora so na sliki 7.6 samo štirje vzorčni (karakteristični) primeri, vsi ostali so zbrani v prilogi G. Na vseh grafikonih sta skupaj obravnavana (prikazana) testno območje 1 in testno območje 2 (torej skupaj 13 + 31 = 44 točk)⁷⁷. Za vsak posamezni model so na grafikonih izrisane linearne regresijske (trendne) funkcije in pripadajoči R² (RSQ). Z rdečo barvo so prikazane funkcije v obliki enačbe $y = mx + a$ in s črno barvo v obliki enačbe $y = mx + 0$. Na osi x so modelirane (izračunane) vrednosti, na osi y pa referenčne (merjene) vrednosti vertikalnih gradientov težnosti.

⁷⁷ Izjema so modeli 11_1, 11_2, 11_3 in 11_4, kjer je obravnavano samo testno območje 1; zaradi uporabe 3D geološkega modela, ki pokriva samo to območje.



Slika 7.6: Korelacije med referenčnimi in modeliranimi VGT za štiri obravnavane modele.

Figure 7.6: Correlations between reference and modeled VGG for four considered models.

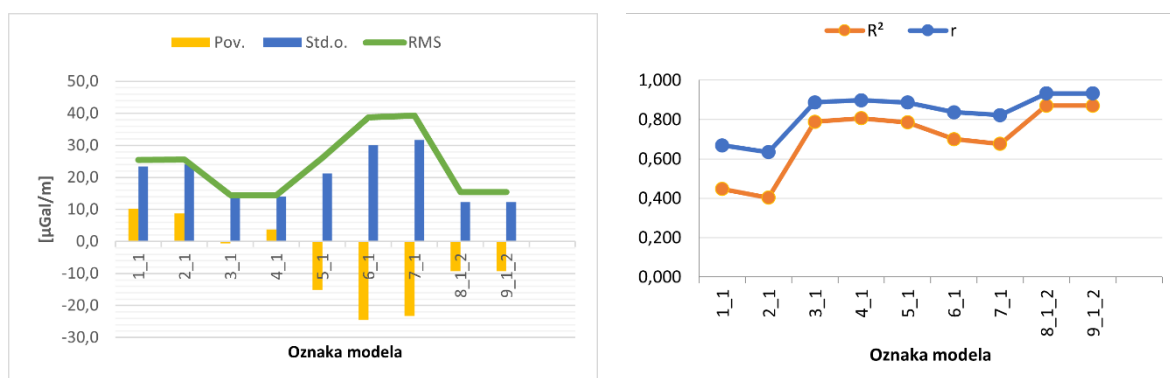
Iz zgornjih štirih prikazanih modelov se vidi, da se korelacije močno razlikujejo glede na izbrani model. V nadaljevanju je narejena analiza, kako vhodni podatki posameznih modelov vplivajo na končni rezultat.

8 ANALIZE IZRAČUNOV VERTIKALNIH GRADIENTOV TEŽNOSTI

Kot smo predhodno opisali gre pri obravnavanih modelih za kombinacije različnih resolucij DMR (od 1×1 m do 1000×1000 m) in različnih razdalj ($r_i = 0,05$ km do 167 km). Na podlagi izvedenih računov lahko s pomočjo statističnih kazalcev in korelacijskega testa neposredno primerjamo vpliv posameznih vhodnih podatkov na končni rezultat in izvedemo analizo. Vse nadaljnje primerjave so tako izvedene na podlagi rezultatov predstavljenih v preglednicah 7.4, 7.5, 7.6 in 7.7. Na slikah (grafikonih) v nadaljevanju so prikazani statistični kazalci za obravnavane modele in sicer levo povprečna vrednost odstopanj za vse točke (Pov.), standardni odklon odstopanj (Std.o.) in koren srednjega pogreška (RMS). Na desni imamo vrednosti Pearsonovega korelacijskega testa (R^2 in r). Pri prikazih ne ločujemo obeh testnih področij, ampak obravnavamo vse točke skupaj, torej sta skupaj obravnavana testno območje 1 in 2. Izjema je primer, ko izračun ni mogoč na obeh območjih, torej v primeru uvedbe 3D modela gostot, kjer obravnavamo samo testno območje 1.

8.1 Vpliv resolucije DMR

Na sliki 8.1 so obravnavani modeli, kjer se spreminjajo podatki DMR (resolucije 1000 m, 100 m, 25 m, 12,5 m, 1 m), pri čemer so razdalje izračuna enake (166,74 km). Pričakovano se rezultati modeliranih VGT izboljšujejo z večanjem resolucije uporabljenih DMR, torej najboljši so rezultati pri uporabi DMR1 (modela 8_1_2 in 9_1_2) in najslabši pri uporabi DMR1000 (modela 1_1 in 2_1). Pri tem tudi ni zaznati bistvenih razlik med uporabo državnega DMR1000 in globalnega DMR_MERIT_1000, čeprav so rezultati boljši pri uporabi DMR1000. Presenetljivo dobre rezultate dobimo že z uporabo DMR100 oz. DMR_MERIT_100 (modela 3_1 in 4_1). Pearsonov korelacijski koeficient znaša od 0,669 (DMR_MERIT_1000) do 0,933 (kombinacija z DMR1). Iz tega sklepamo, da resolucija DMR bistveno vpliva na rezultat izračuna, pri čemer večja resolucija DMR poda boljše rezultate modeliranega vertikalnega gradienta.

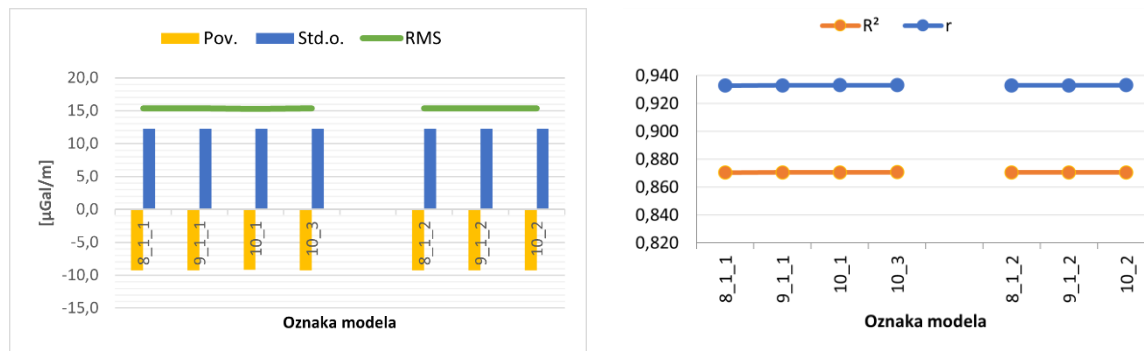


Slika 8.1: Statistični kazalci – uporaba različnih resolucij DMR v coni 1.

Figure 8.1: Statistical estimators – use of different DTM resolutions in zone 1.

Na sliki 8.2 prikazujemo vpliv uporabe različnih resolucij DMR v oddaljenih conah (cona 2 in cona 3), pri čemer referenčne razdalje ostajajo nespremenjene. Pri vseh modelih je do razdalje r_1 (0,25 km ali 0,5 km) uporabljen DMR1, od r_1 naprej pa različni

razpoložljivi DMR in sicer (12,5 m, 25 m, 100m) in v coni 4 DMR1000. Uporabljeni so modeli 8_1_1, 9_1_1, 10_1, 10_3, 8_1_2, 9_1_2 in 10_2. Vidimo, da sprememb med njimi dejansko ni zaznati. Iz tega sklepamo, da resolucija DMR v conah 2 in 3, torej na razdalji do 5,24 oz. 28,8 km, ne vpliva na rezultat izračuna, seveda pa se z večanjem resolucije podaljšuje računski čas.



Slika 8.2: Statistični kazalci – uporaba različnih resolucij DMR v coni 2 in coni 3.
 Figure 8.2: Statistical estimates – use of different DTM resolutions in zone 2 and zone 3.

Za občutek podaljšanja računskega časa so v preglednici 8.1 podani računski časi pri uporabi nekaterih DMR, torej če uporabimo enako resolucijo DMR v celotni razdalji do 166,74 km okoli vseh obravnavanih točk (skupaj vzorec 44 točk).

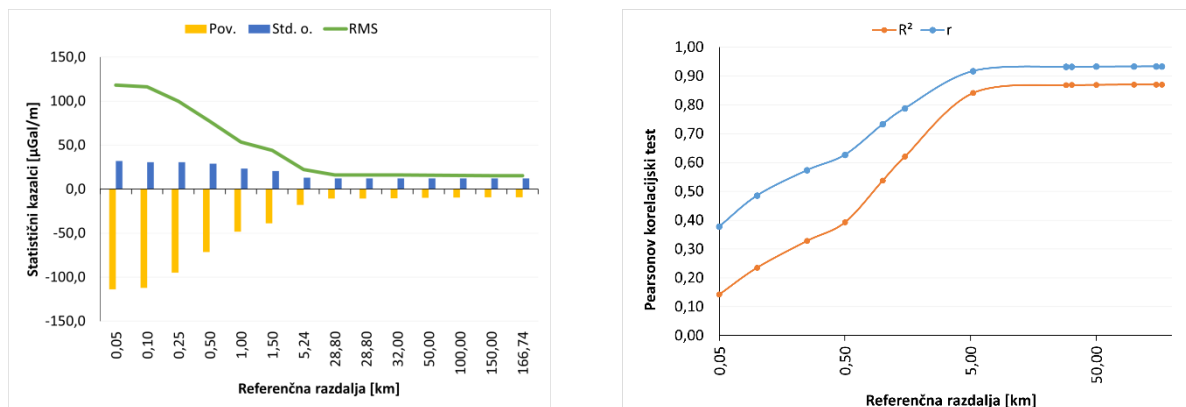
Preglednica 8.1: Računski časi pri uporabi različnih resolucijah DMR.
 Table 8.1: Calculation times when using different DMR resolutions.

DMR [m]	Št. teles	Računski čas
25 × 25	$4,45 \cdot 10^7$	1 h 35 m 51 s
100 × 100	$2,81 \cdot 10^6$	0 h 9 m 31 s
1000 × 1000	$2,85 \cdot 10^4$	0 h 4 m 17 s

Kot najustreznejša kombinacija uporabljenih DMR z različnimi resolucijami, v smislu optimizacije računskega časa in natančnosti rezultatov, se izkaže uporaba DMR1 v coni1, DMR 25 v coni 2, DMR100 v coni 3 in DMR1000 v coni 4.

8.2 Vpliv referenčne razdalje

Na sliki 8.3 so prikazani statistični kazalci izračunov v odvisnosti od končne razdalje izračuna okoli posamezne točke (modeli od 12_1, 12_2, 12_3, 12_4, 12_5, 12_6, 12_7, 12_8, 12_9, 12_10, 12_11, 12_12, 12_13 in 10a). Pri tem smo pri vseh izračunih uporabili isto kombinacijo DMR (DMR1, DMR25, DMR100 in DMR1000), spreminja se samo r_i . Vidimo, da se rezultati bistveno izboljšajo, če v izračunu upoštevamo radij vsaj 10 km okoli posamezne točke, od 30 km naprej pa ni zaznati nobenega vpliva.



Slika 8.3: Statistični kazalci – vpliv končne referenčne razdalje izračuna.

Figure 8.3: Statistical estimates – the influence of the final reference distance of the calculation.

Za lažjo predstavo vpliva okoliških topografskih mas, glede na razdalje izračuna oz. posamezne cone, si pogledjmo izračune na konkretni točki. Primer za točko 1101 je podan v preglednici 8.2., seveda pa je v splošnem odvisen od razgibanosti okoliške topografije. Zato konkretna točka služi le kot primer za uvid v rang velikosti izračunanih vplivov po conah.

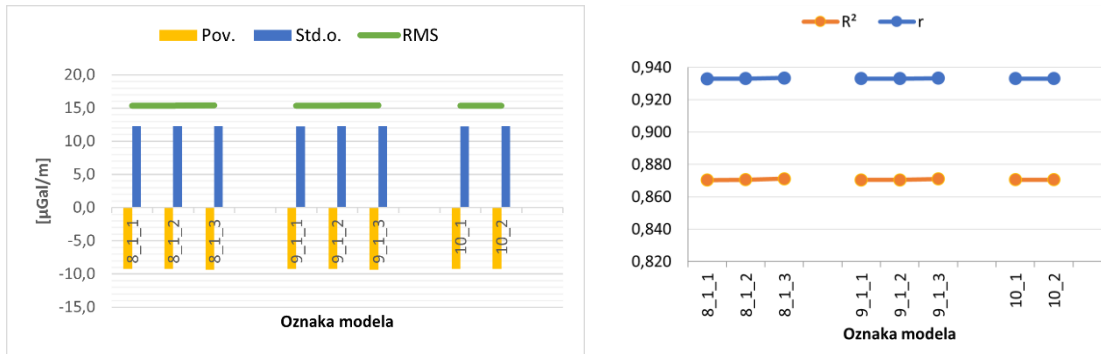
Preglednica 8.2: Prikaz velikosti izračunanih topografskih vplivov glede na cone (na testni točki 1101 ob uporabi DMR1, DMR25, DMR100 in DMR1000).

Table 8.2: Display of the magnitude of the calculated topographic influences by zones (at test point 1101 using DTM1, DTM25, DTM100 and DTM1000).

Razdalja izračuna [km]	Izračunani topografski vpliv [mGal/m]		
	Dejanska vrednost	Absolutna vrednost	%
Cona 1: 0 do 0,25	-0,1138	0,1138	59,64
Cona 2: 0,25 do 5,2	0,0670	0,067	35,12
Cona 3: 5,2 do 28,8	0,0085	0,0085	4,45
Cona 4: 28,8 do 166,7	0,0015	0,0015	0,79
Skupaj	-0,0368	0,1908	100,00

Tudi ta konkretni prikaz izračuna na točki potrjuje zelo majhen vpliv topografskih mas v oddaljenejših conah na končni rezultat izračunanega vertikalnega gradienta težnosti.

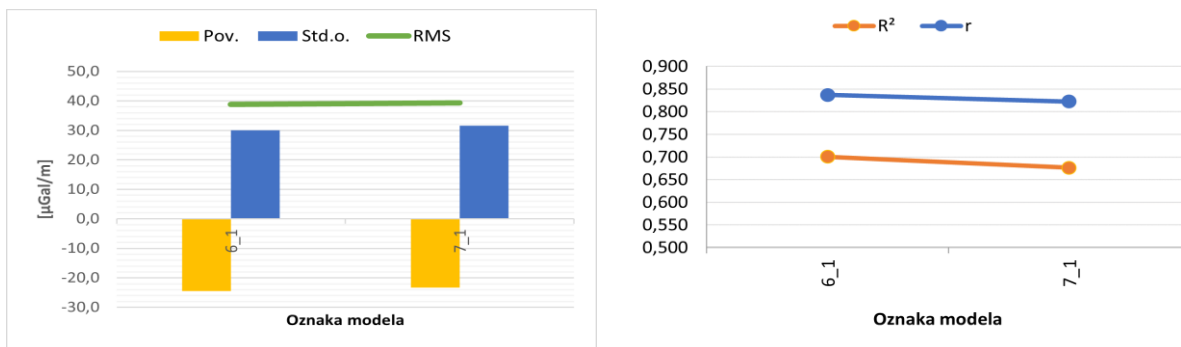
Na sliki 8.4 so prikazane razlike med modeli, kjer spreminjamo samo razdaljo v coni 1 (r_1), torej v neposredni bližini točke (0,25 km, 0,5 km in 1km). Pri vseh variantah uporabimo isto kombinacijo DMR, v coni 1 uporabimo DMR1, v coni 2 DMR25 (modeli 8_*) oz. DMR12_5 (modeli 9_*), v coni 3 DMR100 in coni 4 DMR1000. Uporabljeni so modeli 8_1_1, 8_1_2, 8_1_3, 9_1_1, 9_1_2, 9_1_3, 10_1 in 10_2. Vidimo, da sprememba r_1 dejansko ne vpliva na rezultate izračuna, saj so vsi statistični kazalci skoraj identični.



Slika 8.4: Statistični kazalci – vpliv referenčne razdalje v coni 1 z DMR1.

Figure 8.4: Statistical estimates – influence of reference distance in zone 1 with DTM1.

Podobno kot zgoraj, kjer je bil v coni 1 uporabljen DMR1, preverimo še spremembo r_1 z uporabo DMR12_5. Na sliki 8.5 so prikazane statistične ocene za 2 modela, kjer je v prvem primeru (model 6_1) DMR12_5 uporabljen do $r_1 = 28,8$ km in v drugem primeru (model 7_1) $r_1 = 5,24$ km. Vidimo, da praktično ni sprememb.

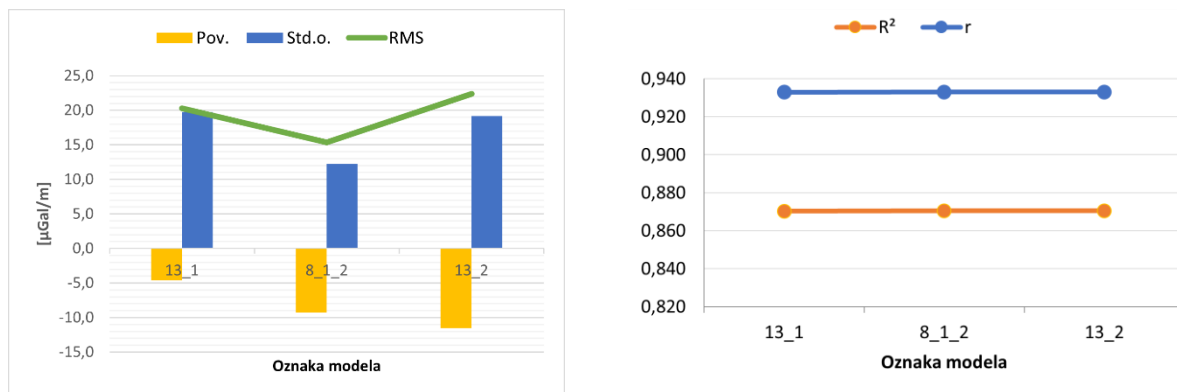


Slika 8.5: Statistični kazalci – vpliv referenčne razdalje v coni 1 z DMR12_5.

Figure 8.5: Statistical estimates – influence of reference distance in zone 1 with DTM12_5.

8.3 Vpliv geoloških modelov oz. gostote obravnavanih topografskih mas

Zanima nas kakšen je vpliv različnih gostot (ρ) obravnavanih topografskih mas na končne izračune vertikalnih gradientov težnosti. Za prvi prikaz tega vpliva naredimo izračun s tremi karakterističnimi fiksnimi gostotami, ki dejansko pokrivajo celoten teoretičen razpon gostot. Vzamemo tri modele, pri čemer so uporabljene fiksne gostote: v modelu 13_1 je $\rho = 1000$ kg/m³, v 8_1_2 je $\rho = 2670$ kg/m³ in v 13_2 je $\rho = 3500$ kg/m³. Glede na statistične kazalce (slika 8.6) se dejanskemu stanju najbolj približa model 8_1_2, kjer je uporabljena fiksna gostota $\rho = 2670$ kg/m³. Glede na znana dejstva, je to pričakovano.

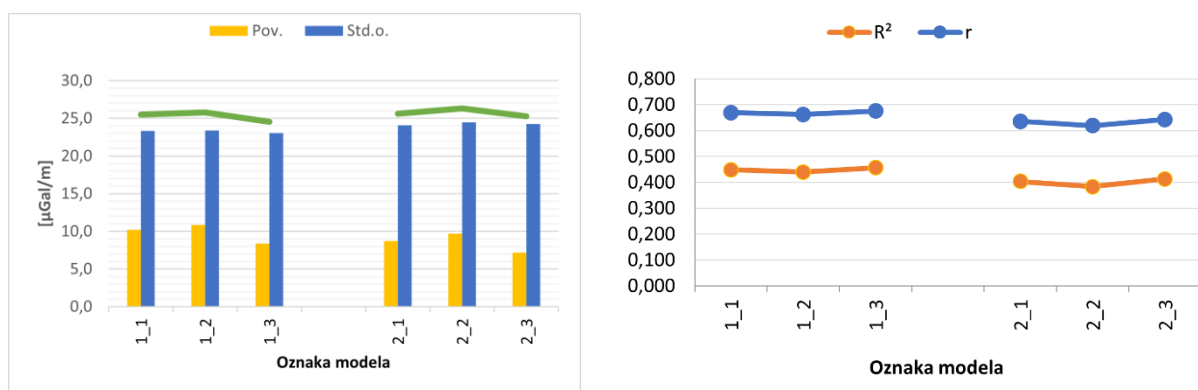


Slika 8.6: Statistični kazalci – vpliv fiksne gostote topografskih mas.

Figure 8.6: Statistical estimates – influence of fixed density of topographic masses.

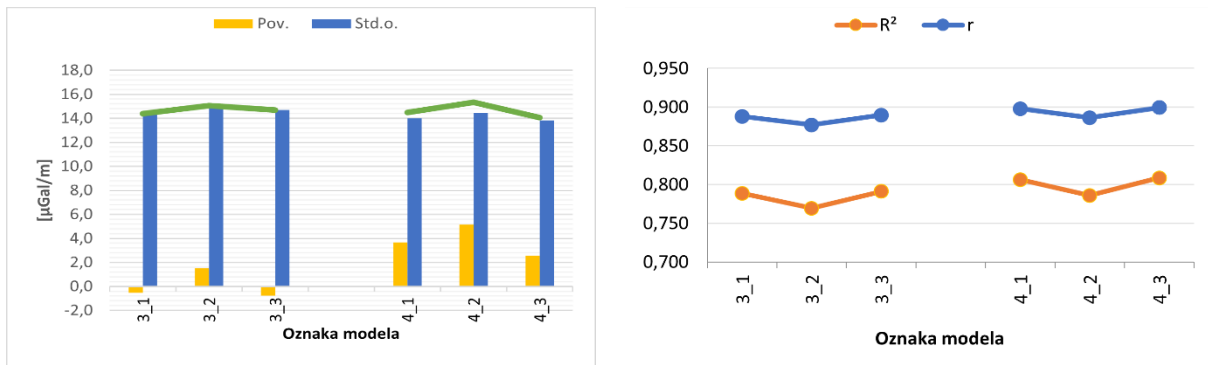
V nadaljevanju pogledamo vpliv različnih digitalnih modelov gostot (glej preglednico 7.2), pri čemer med sabo primerjamo modele z enako resolucijo DMR in različnimi DMG. Poleg fiksne gostote (2670 kg/m^3) so to še modeli: (A) 2D_SLO_Medv, (B) 2D_SLO_UNB, (C) 2D_SLO_Prib in (D) 3D_SLO_Šram. Kot je že predhodno opisano (poglavje 3.1.3), je slednji relevanten samo za testno območje 1. Iz preglednice 7.3 je razvidno, da oznake modelov sledijo logiki, kjer druga številka v oznaki modela označuje uporabljen DMG, torej *_1 – fiksna gostota 2670 kg/m^3 , *_2 – model 2D_SLO_Medv, *_3 – model 2D_SLO_UNB in *_4 – model 2D_SLO_Prib.

Primerjavo pri uporabi »grobih« DMR ($1000 \times 1000\text{m}$ in $100 \times 100\text{m}$) nam podajo modeli 1_1, 1_2, 1_3 za DMR1000, modeli 2_1, 2_2 in 2_3 za DMR_MERIT_1000 ter modeli 3_1, 3_2, 3_3, 3_4 za DMR100 in modeli 4_1, 4_2 in 4_3 za DMR_MERIT_100. Statistični kazalci so prikazani na sliki 8.7 za DMR1000 in na sliki 8.8 za DMR100. Vidimo, da se v primeru uporabe samo grobih DMR (že v coni 1), malenkostno izboljša statistična korelacija rezultatov dosežena z uporabo modela (B) – 2D_SLO_UNB. Verjetno je to posledica tega, da se resolucija modela gostot najbolj ujema z resolucijo uporabljenega DMR.



Slika 8.7: Statistični kazalci – vpliv DMG pri grobih DMR1000 in DMR_MERIT_1000.

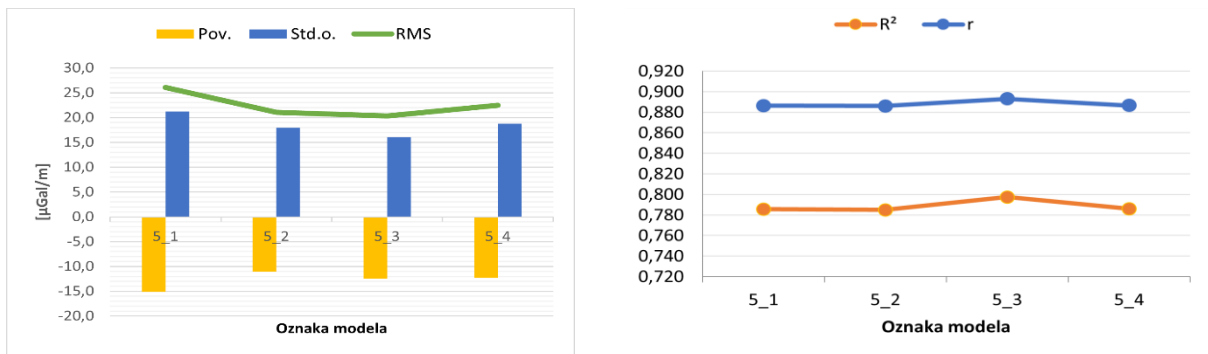
Figure 8.7: Statistical estimates – influence of DDM at DTM1000 and DTM_MERIT_1000.



Slika 8.8: Statistični kazalci – vpliv DMG pri DMR100 in DMR_MERIT_100.

Figure 8.8: Statistical estimates – influence of DDM at DTM100 and DTM_MERIT_100.

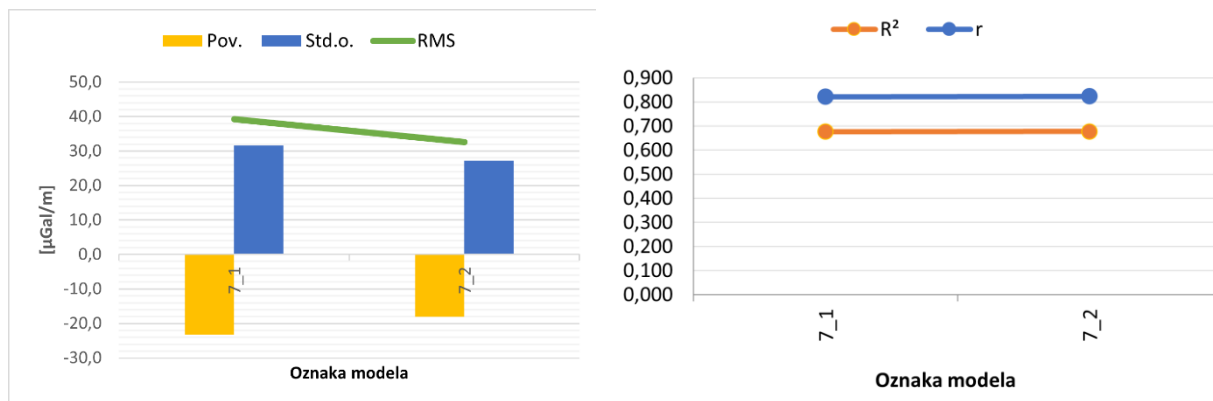
Izvedemo tudi primerjavo pri uporabi DMR25 (cona 1, 2 in 3), ki je uporabljen v modelih 5_1, 5_2, 5_3 in 5_4 ($r_3=28,80\text{km}$). Vidimo, da so najboljše rezultati doseženi z uporabo modela (A) – 2D_SLO_Medv in (B) – 2D_SLO_UNB (slika 8.9).



Slika 8.9: Statistični kazalci – vpliv DMG pri DMR25.

Figure 8.9: Statistical estimates – influence of DDM at DTM25.

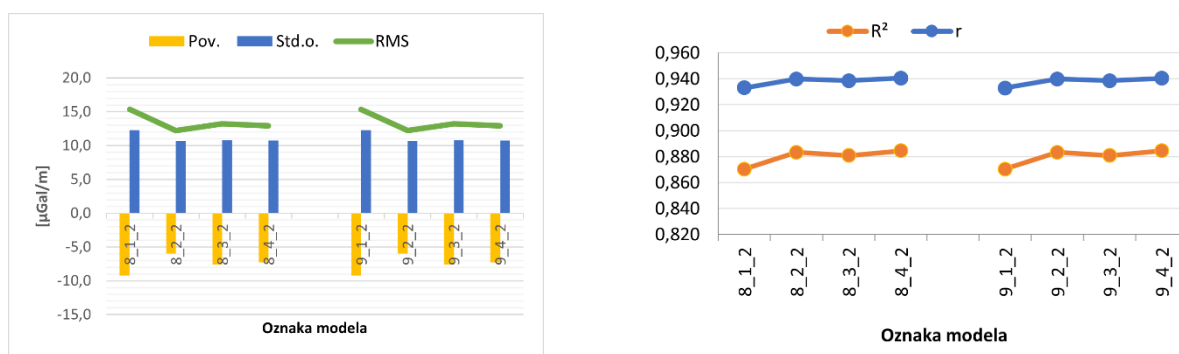
Ker je iz zgoraj navedenega opazno, da uvedba DMG vpliva na izboljšanje modeliranja že pri uporabi DMR100, primerjamo dva identična modela z uporabo DMR12_5 v najbližji coni 1 (do 5,24 km) in naprej DMR100 (do 28,8 km) in DMR1000 (do 188,74km). V modelu 7_1 je uporabljena fiksna gostota, v modelu 7_2 pa je uporabljen model gostot z oznako (A) - 2D_SLO_Medv. Statistični kazalci so prikazani na sliki 8.10. Vidimo, da se rezultat izračuna vertikalnega gradienta težnosti z uvedbo DMG izboljša (npr. RMS iz 39,2 na 32,6).



Slika 8.10: Statistični kazalci – uvedba DMG pri DMR12_5.

Figure 8.10: Statistical estimates – introduction of DDM at DTM12_5.

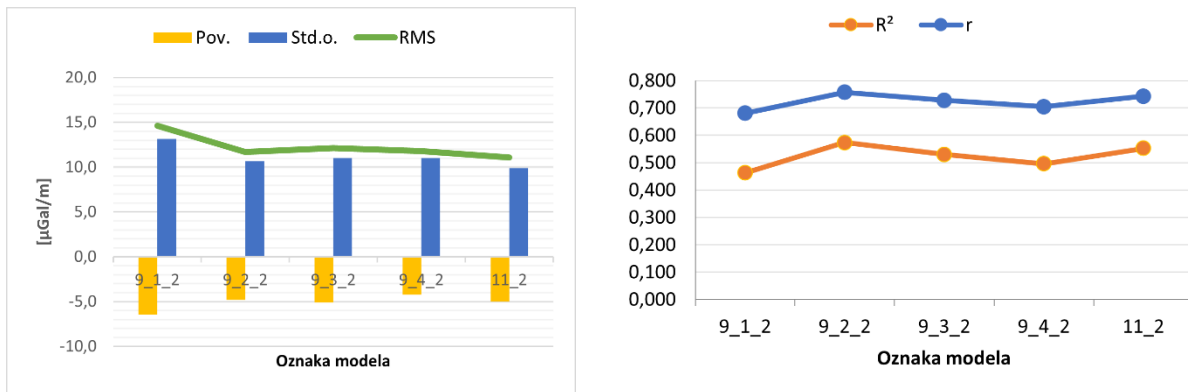
Že iz zgoraj prikazanih analiz z uporabo manjših resolucij DMR je jasno, da uvedba DMG izboljša izračunane vrednosti VGT. Pričakujemo pa, da se bo njihov vpliv najbolj odrazil pri modelih, kjer v coni 1 uporabljamo DMR z visoko resolucijo. Pri uporabi DMR1 v coni 1 so rezultati prikazani na sliki 8.11. Pri modelih 8_1_2, 8_2_2, 8_3_2 in 8_4_2 je v coni 2 ($r_2 = 5,24$ km) uporabljen DMR25, ter pri modelih 9_1_2, 9_2_2, 9_3_2 in 9_4_2 je v coni 2 uporabljen DMR12_5. Vidimo, da uporaba kateregakoli DMG izboljša izračune, pri čemer so najboljši rezultati doseženi z uporabo modela (A) – 2D_SLO_Medv (modeli *_2_*).



Slika 8.11: Statistični kazalci – uvedba DMG pri DMR1.

Figure 8.11: Statistical estimates – introduction of DDM at DTM1.

Seveda nas zanima še vpeljava 3D modela gostot (3D_SLO_Šram). To primerjavo lahko izvedemo samo na testnem območju 1. Uporabimo modele 9_1_2, 9_2_2, 9_3_2, 9_4_2 in 11_2. Pri vseh je uporabljena enaka kombinacija DMR in referenčnih razdalj, to je DMR1 do $r_1 = 0,5$ km, DMR12_5 do $r_2 = 5,24$, DMR100 do $r_3 = 28,8$ km in DMR1000 do $r_4 = 166,74$ km. Rezultati so prikazani na sliki 8.12. Vidimo, da gre v primeru testnega območja 1 za precej slabše korelacije, kot v primeru obravnavanja obeh območij skupaj (primerjava slike 8.11 in slike 8.12). Vseeno pa so boljši rezultati na območju 1 doseženi, če uporabimo DMG. Statistični kazalci kažejo najboljše rezultate pri uporabi modela gostot (D) – 3D_SLO_Šram (model 11_2).



Slika 8.12: Statistični kazalci – uvedba DMG na testnem območju 1.

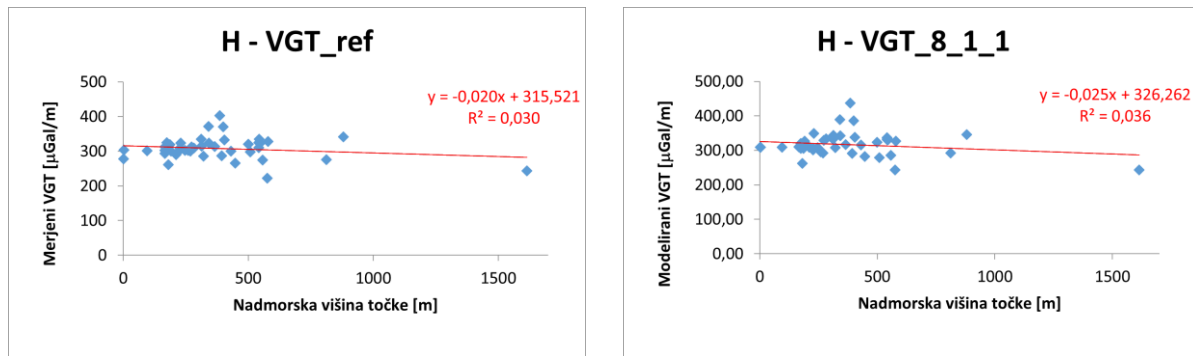
Figure 8.12: Statistical estimates – introduction of DDM in the test area 1.

Povprečne razlike med izmerjeno in modelirano vrednostjo vertikalnih gradientov težnosti ob uporabi fiksne gostote ($2670 \text{ kg}/\text{m}^3$) znašajo $-6,4 \mu\text{Gal}/\text{m}$ s standardnim odklonom $13,1 \mu\text{Gal}/\text{m}$ in RMS $14,6 \mu\text{Gal}/\text{m}$. Ob uporabi modela gostot 2D_SLO_Medv se povprečne razlike zmanjšajo na $-4,8 \mu\text{Gal}/\text{m}$ s standardnim odklonom $10,7 \mu\text{Gal}/\text{m}$ in RMS $11,7 \mu\text{Gal}/\text{m}$, ob uporabi modela gostot 2D_SLO_UNB so $-5,1 \mu\text{Gal}/\text{m}$ s standardnim odklonom $11,0 \mu\text{Gal}/\text{m}$ in RMS $12,1 \mu\text{Gal}/\text{m}$, ob uporabi modela gostot 2D_SLO_Prib so $-4,2 \mu\text{Gal}/\text{m}$ s standardnim odklonom $11,0 \mu\text{Gal}/\text{m}$ in RMS $11,8 \mu\text{Gal}/\text{m}$ ter ob uporabi 3D modela 3D_SLO_Šram pa so $-5,0 \mu\text{Gal}/\text{m}$ s standardnim odklonom $9,9 \mu\text{Gal}/\text{m}$ in RMS $11,1 \mu\text{Gal}/\text{m}$. Pri tem Pearsonovi korelacijski koeficienti znašajo $0,681$, $0,757$, $0,728$, $0,704$ ter $0,743$.

8.4 Vpliv položaja točke

Zanimajo nas morebitne korelacije med vertikalnimi gradienti težnosti (merjenimi ali modeliranimi) in ostalimi spremenljivkami – nadmorsko višino, geografsko širino, geografsko dolžino, odstopanji Δ_i (enačba 7.5). Predvidevamo, da korelacije ni. V nadaljevanju so zaradi omejitve prostora prikazani samo naključno izbrani modeli, vendar je analiza izvedena na več obravnavanih modelih na podlagi vseh točk.

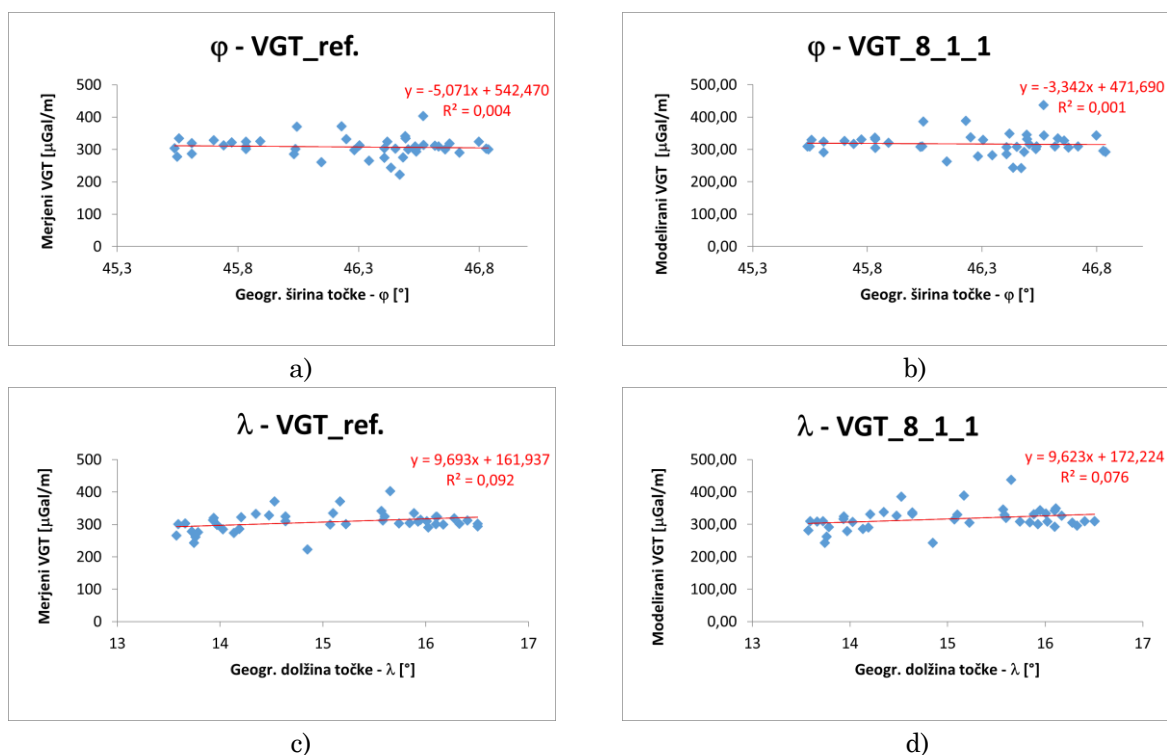
Korelacije med merjenim (referenčnim) vertikalnim gradientom težnosti (VG_{ref}) in nadmorsko višino (H) ni. Na sliki 8.13 je prikazan grafikon korelacije z višino za referenčni VGT ($R^2=0,030$) in modelirani VGT za model 8_1_1 ($R^2=0,036$).



Slika 8.13: Prikaz korelacije med nadmorsko višino točk (H) in levo referenčnim VGT ter desno modeliranim VGT (primer modela 8_1_1).

Figure 8.13: Correlation between the altitude of the points (H) and left the reference VGG and right the modeled VGG (case of model 8_1_1).

Prav tako ni zaznati korelacije med merjenimi oz. modeliranimi VGT in položajem točk (φ , λ), ki je prikazana na grafikonih na sliki 8.14. Vrednosti R^2 so med 0,001 in 0,092, torej so nekorelirani.



Slika 8.14: Prikaz korelacij med geografsko širino (φ) in a) referenčnim VGT b) modeliranim VGT (primer modela 8_1_1), ter geografsko dolžino (λ) in c) referenčnim VGT d) modeliranim VGT (primer modela 8_1_1).

Figure 8.14: Correlations between latitude (φ) and a) reference VGG b) modeled VGG (case of model 8_1_1) and longitude (λ) and c) reference VGG d) modeled VGG (case of model 8_1_1).

8.5 Vpliv neskladnosti višin točk

Kot je že navedeno v poglavju 7.2, se pri izračunih pojavi problem višinske neskladnosti (ΔH) med geodetsko izmerjeno višino (niveliranje, trigonometrično višinomerstvo oz.

GNSS višinomerstvo) in višino pridobljeno z DMR. Zanima nas, kakšen je dejanski vpliv nekonsistentnosti višin na izračunane vrednosti vertikalnih gradientov. V preglednici 8.3 so prikazana odstopanja za točke z vsemi uporabljenimi DMR. Pričakovano so odstopanja najmanjša pri DMR1 (povprečno $-0,16$ m) in največja pri DMR1000 (povprečno $-4,85$ m).

Preglednica 8.3: Odstopanja višin (ΔH) – med merjeno višino (H_0) in višino iz DMR.

Table 8.3: Height deviations (ΔH) – between the measured height (H_0) and the height from the DTM.

Oznaka	DMR_1	DMR_12_5	DMR_25	DMR100	DMR1000
	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]
1101	-0,03	0,24	0,27	2,87	60,48
1201	0,15	0,06	0,02	-0,22	-1,75
1301	0,13	0,11	0,08	0,45	-0,64
1401	0,05	-0,55	-0,48	1,51	7,89
1501	-0,02	1,13	1,13	1,02	0,12
2101	-0,06	0,24	0,22	-0,69	-32,43
2201	-0,05	0,19	0,43	2,83	20,71
2301	-0,02	0,48	0,56	0,62	-2,93
2401	0,01	1,39	1,37	1,26	2,23
2501	-0,78	0,60	0,56	0,07	-18,76
3101	0,06	0,27	0,17	0,42	0,04
3201	-0,06	0,56	0,84	1,51	21,46
3301	-0,08	1,68	1,86	2,79	35,21
GT1	-0,06	2,58	2,67	5,57	12,62
GT2	0,03	1,66	1,83	10,39	41,17
GT3	-0,31	0,79	0,85	1,86	5,45
GT4	-0,24	0,76	0,79	1,25	13,54
GT5	0,01	1,42	1,43	1,91	-5,10
GT6	-0,30	6,10	5,95	7,35	-107,88
GT7	-0,28	4,91	5,39	11,10	-25,12
GT8	0,07	7,50	7,51	8,46	-3,37
GT9	0,46	-0,39	-0,62	-8,25	-105,35
GT10	-0,08	1,67	1,75	2,51	-6,26
GT11	-0,16	0,99	0,97	1,15	15,33
GT12	-0,18	1,12	1,14	0,89	-12,03
GT13	0,05	1,59	1,69	4,76	-16,39
GT14	0,04	2,07	3,02	21,84	31,50
GT16	-0,21	-0,42	-0,44	-0,50	-38,41
GT17	-0,50	1,06	1,35	4,03	-15,43
GT18	-0,90	4,53	4,90	15,86	79,88
GT19	-0,09	0,28	0,33	0,07	-4,46
GT20	-0,25	2,45	2,44	1,18	-0,94
GT21	-0,92	1,65	1,77	3,06	1,09
GT21e	-0,30	1,39	1,37	2,82	0,04

se nadaljuje ...

... nadaljevanje preglednice 8.3

GT22	-0,29	1,66	1,66	2,50	2,91
GT23	0,18	3,47	3,54	4,62	-22,00
GT24	-0,50	0,37	0,31	-0,13	-19,00
GT25	-0,10	0,94	1,18	7,45	0,54
GT26	-0,53	3,09	3,35	5,62	-44,54
GT27	-0,20	1,61	1,70	3,10	-0,91
GT28	0,06	0,46	0,46	0,74	9,40
GT29	0,35	2,13	2,22	3,05	4,51
GT30	-0,33	-0,44	-0,57	1,11	-96,88
MAKP	-0,99	1,44	1,38	0,95	1,12
Min.	-0,99	-0,55	-0,62	-8,25	-107,88
Maks.	0,46	7,50	7,51	21,84	79,88
Pov.	-0,16	1,47	1,55	3,20	-4,85
Std. o.	0,31	1,68	1,74	4,77	35,38

Obravnavamo tri možnosti: a) merjena višine točke in višina prizme (iz DMR) ostaneta nespremenjeni, b) prevzame se merjena višina točke (dvig prizme/kvadra) in c) višina točke se prevzame iz DMR (glej tudi sliko 7.4). Kot že navedeno smo v naših izračunih uporabili možnost b). Za konkretno primerjavo rezultatov za vse tri opcije izvedemo izračune za vse obravnavane točke v enem od uporabljenih modelov (model 8_1_1), pri čemer se višinska odstopanja (ΔH) nanašajo na DMR z resolucijo 1×1 m. Rezultati izračunov in primerjava z merjenimi vrednostmi VGT so zbrani v preglednici 8.4.

Preglednica 8.4: Modelirani VGT za vse tri možnosti izračuna zaradi odstopanja višin.

Table 8.4: Modeled VGG for all three calculation options due to height deviation.

Oznaka	ΔH [m]	a [$\mu\text{Gal/m}$]	b [$\mu\text{Gal/m}$]	c [$\mu\text{Gal/m}$]	b-a [$\mu\text{Gal/m}$]	b-c [$\mu\text{Gal/m}$]	a-c [$\mu\text{Gal/m}$]
1101	-0,03	344,8	345,6	344,7	0,81	0,88	0,07
1201	0,15	309,7	307,0	309,1	-2,73	-2,13	0,60
1301	0,13	309,1	305,7	309,0	-3,42	-3,32	0,10
1401	0,05	330,8	330,7	330,5	-0,12	0,17	0,29
1501	-0,02	299,2	299,5	299,2	0,31	0,32	0,01
2101	-0,06	290,0	291,1	290,0	1,04	1,09	0,05
2201	-0,05	340,5	341,6	340,5	1,18	1,13	-0,05
2301	-0,02	303,8	304,1	303,8	0,36	0,37	0,01
2401	0,01	308,2	308,1	308,2	-0,13	-0,16	-0,03
2501	-0,78	299,1	308,2	300,6	9,12	7,59	-1,53
3101	0,06	308,0	307,0	308,0	-1,02	-0,99	0,03
3201	-0,06	332,0	332,7	332,0	0,73	0,67	-0,06
3301	-0,08	341,2	342,4	341,3	1,16	1,10	-0,06
GT1	-0,06	335,3	336,6	335,6	1,24	0,96	-0,28
GT2	0,03	385,8	385,1	385,8	-0,68	-0,65	0,03
GT3	-0,31	322,0	325,5	322,8	3,51	2,72	-0,79
GT4	-0,24	326,2	329,9	326,6	3,74	3,28	-0,46

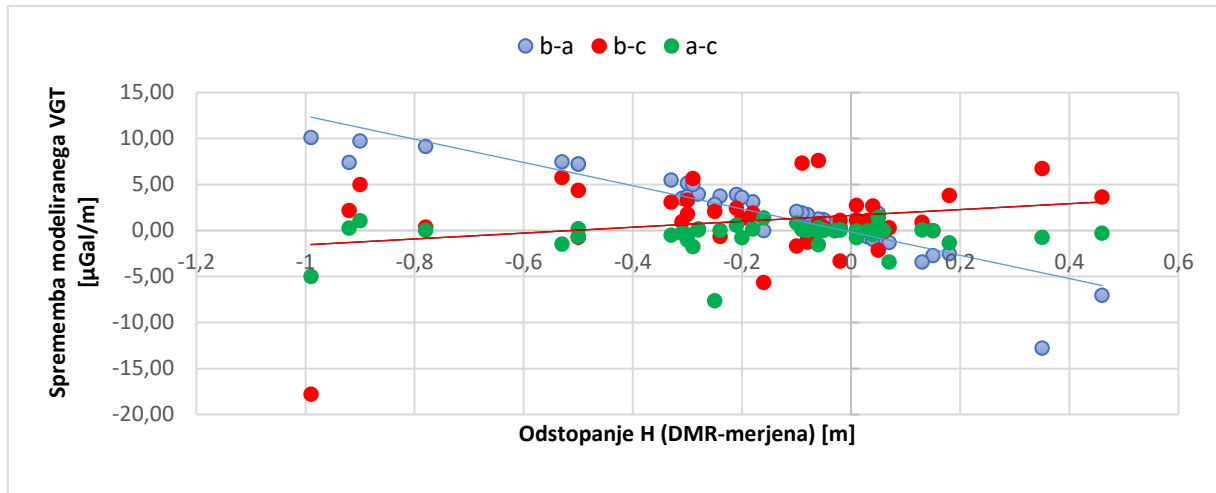
se nadaljuje ...

... nadaljevanje preglednice 8.4

GT5	0,01	315,9	316,0	315,8	0,10	0,15	0,05
GT6	-0,3	304,9	308,6	308,3	3,70	0,29	-3,41
GT7	-0,28	303,1	307,0	303,4	3,94	3,65	-0,29
GT8	0,07	282,9	281,6	282,9	-1,32	-1,28	0,04
GT9	0,46	250,7	243,7	249,3	-7,06	-5,67	1,39
GT10	-0,08	290,5	292,3	290,4	1,74	1,89	0,15
GT11	-0,16	284,8	284,8	283,4	-0,01	1,44	1,45
GT12	-0,18	286,8	289,9	287,2	3,12	2,67	-0,45
GT13	0,05	276,2	278,1	275,7	1,85	2,43	0,58
GT14	0,04	389,0	388,1	388,8	-0,96	-0,75	0,21
GT16	-0,21	238,3	242,3	237,3	3,92	4,99	1,07
GT17	-0,5	306,9	314,1	306,8	7,22	7,32	0,10
GT18	-0,9	426,8	436,5	434,4	9,73	2,08	-7,65
GT19	-0,09	296,4	298,3	296,1	1,89	2,16	0,27
GT20	-0,25	320,7	323,6	321,8	2,84	1,80	-1,04
GT21	-0,92	323,9	331,3	325,7	7,40	5,65	-1,75
GT21e	-0,3	330,6	335,7	331,9	5,14	3,80	-1,34
GT22	-0,29	320,6	325,6	321,3	5,01	4,37	-0,64
GT23	0,18	331,0	328,5	330,2	-2,51	-1,68	0,83
GT24	-0,5	301,0	308,2	302,4	7,22	5,76	-1,46
GT25	-0,1	345,4	347,5	346,2	2,09	1,30	-0,79
GT26	-0,53	321,3	328,8	322,0	7,47	6,72	-0,75
GT27	-0,2	315,6	319,2	316,1	3,59	3,08	-0,51
GT29	0,35	306,9	294,1	311,9	-12,80	-17,79	-4,99
GT30	-0,33	255,9	261,3	256,2	5,47	5,13	-0,34
MAKP	-0,99	280,6	290,7	278,9	10,11	11,81	1,70
Min.					-12,80	-17,79	-7,65
Maks.					10,11	11,81	1,70
Pov.					1,95	1,50	-0,46
Std. o.					4,30	4,36	1,61

Opomba: a – merjena višina točke in višina prizme (iz DMR) ostaneta nespremenjeni, b – prevzame se merjena višina točke (dvig prizme/kvadra), c – višina točke se prevzame iz DMR.

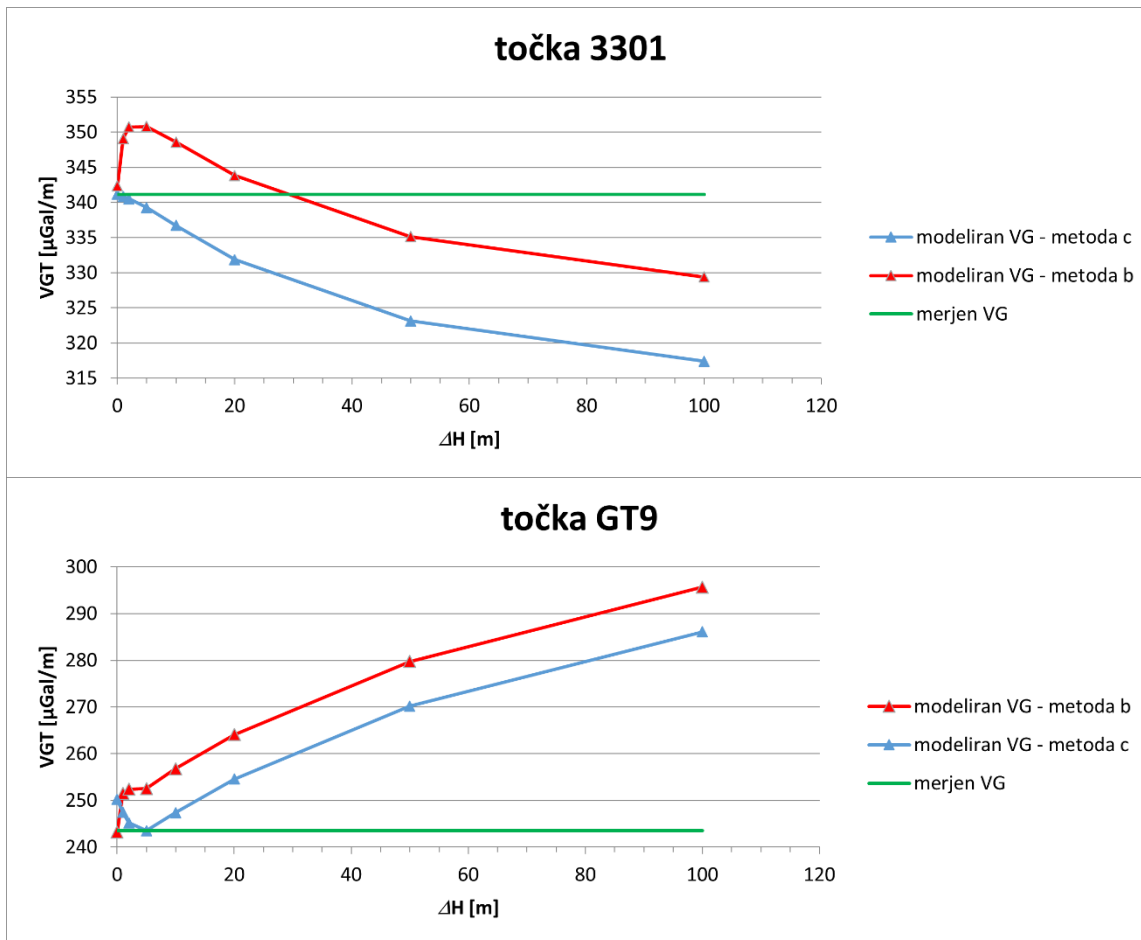
Za lažji pregled so odstopanja VGT tudi grafično prikazana na sliki 8.15. Na podlagi prikazanega lahko rečemo, da gre za relativno majhne razlike med vsemi tremi opcijami. Lahko zaključimo, da odstopanja med višinami ne vplivajo bistveno na rezultat, kar je tudi posledica relativno majhnih višinskih odstopanj, kot je razvidno iz preglednice 8.3 (stolpec ΔH).



Slika 8.15: Spremembe izračunanega VGT glede na različne opcije upoštevanja višine obravnavane točke.

Figure 8.15: Changes in the calculated VGG according to the different options for taking into account the height of the considered point.

Zato nas zanima, kakšne bi bile spremembe v izračunanem VGT, če bi bila odstopanja višin večja. Izvedemo izračun na dveh karakterističnih točkah: točka 3301 z izmerjeno nadmorsko višino 313,67 m v relativno ravninskem predelu Slovenije in GT9 z nadmorsko višino 1613,54 m v gorskem predelu Slovenije. Izračunane vrednosti VGT za obe točki so prikazane na sliki 8.16. Vidimo, da so spremembe relativno velike in iz tega zaključujemo, da je kvalitetno določena višina točke, tako merjena, kot prevzeta iz DMR, bistvena za izračun vertikalnega gradienta težnosti. V primeru neskladnosti med obema, je potrebno preveriti, zakaj prihaja do odstopanj, saj so v nasprotnem primeru rezultati izračunov bistveno spremenjeni.

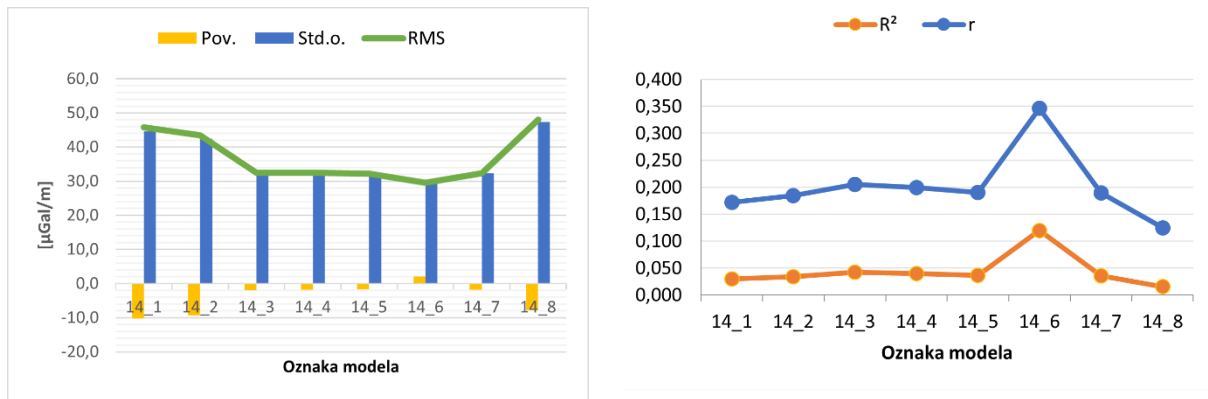


Slika 8.16: Spremembe izračunanega VGT v odvisnosti od višinskega odstopanja (ΔH) med merjeno višino in višino iz DMR. Primer za točki (3301 – zgoraj in GT9 – spodaj).

Figure 8.16: Changes in the calculated VGG depending on the height deviation (ΔH) between the measured height and the height from the DMR. Example for points (3301 and GT9).

8.6 Analiza rezultatov iz globalnih modelov težnostnega polja

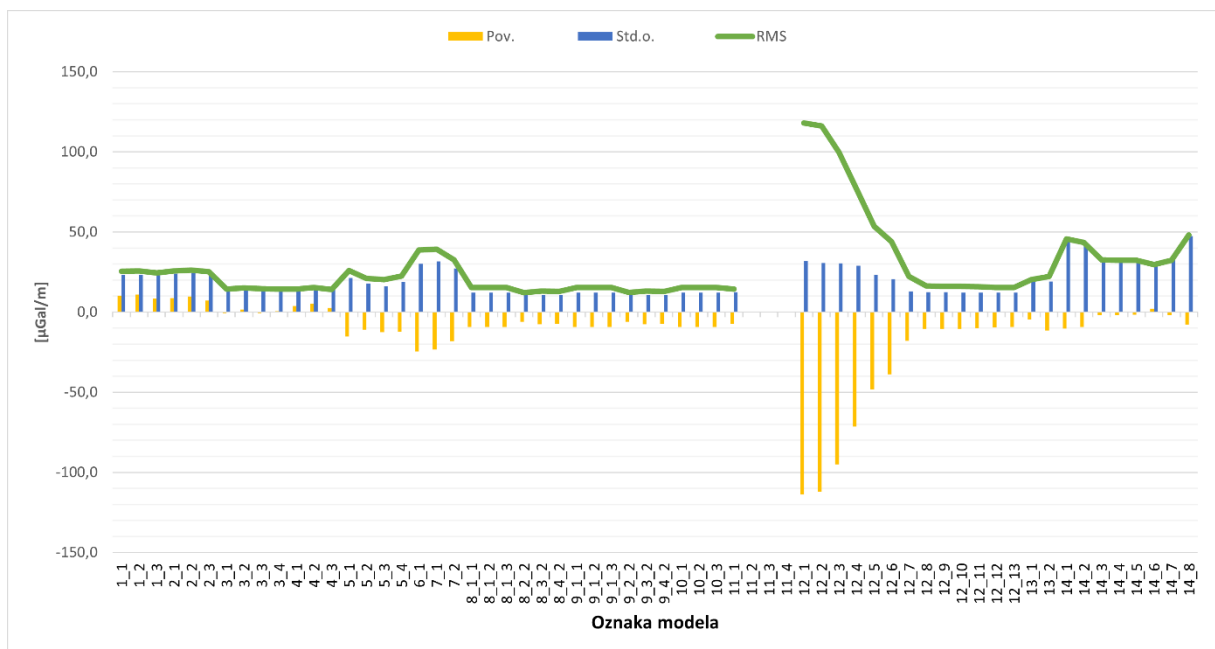
Kot že opisano, smo v naših izračunih obravnavali tudi nekaj izbranih globalnih modelov težnostnega polja (poglavje 6.2). Na sliki 8.17 so prikazani statistični kazalci za vse obravnavane globalne modele. Vidimo (glej tudi preglednico 7.7), da so rezultati pri teh modelih najslabši, torej za nekaj razredov slabši kot v primeru modeliranja VGT z uporabo DMR (glej tudi sliko 8.18). Korelacija med merjenimi in modeliranimi vrednostmi VGT je zelo nizka (r je med 0,125 in 0,346) oz. ni statistično značilna. Nekoliko izstopa model 14_6, kjer smo uporabili GOCO05c, ki očitno na obravnavanem območju najboljše poda težnostno polje. Rezultati so pričakovani, saj izračuni temeljijo na globalnih modelih težnostnega polja, ki seveda s trenutno dano resolucijo, ne morejo upoštevati vseh lokalnih vplivov, kot je to v primeru uporabe DMR.



Slika 8.17: Statistični kazalci v primeru uporabe globalnih modelov težnostnega polja.
 Figure 8.17: Statistical estimates in the case of using global gravity field models.

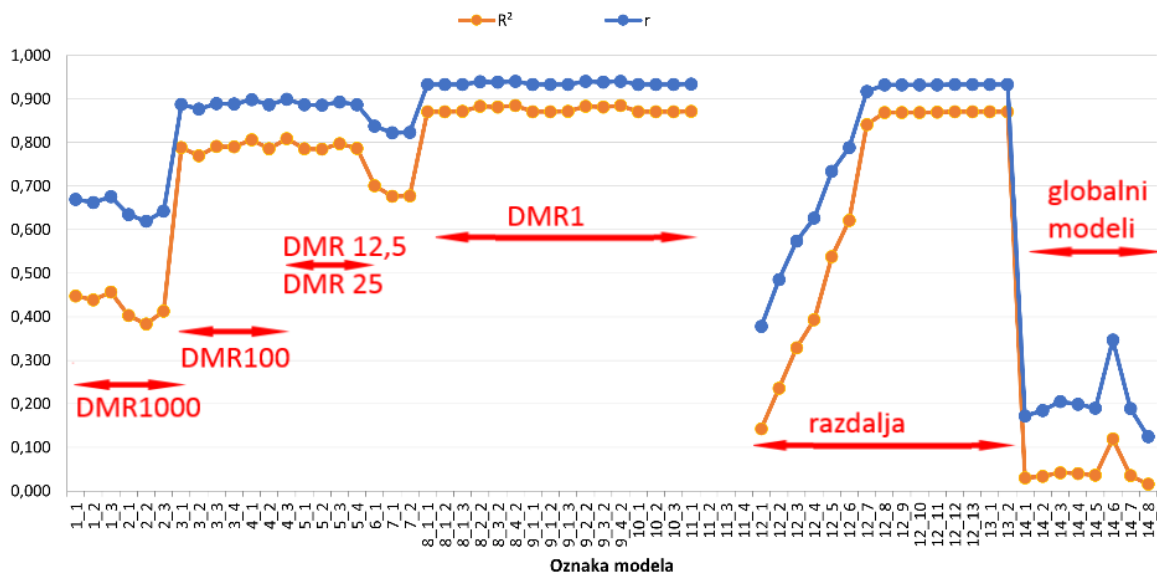
8.7 Pregled vseh obravnavanih modelov skupaj

Za celovitejši pregled je smiselno grafično prikazati statistične kazalce izračunov še za vse obravnavane modele skupaj. To nam poda grobi vpogled v razmerja med posameznimi modeli in končnimi modeliranimi vrednostmi VGT. Na sliki 8.18 so prikazani vsi modeli za oba obravnavana testna območja skupaj, pri čemer so izpuščeni modeli od 11_1, 11_2, 11_3 in 11_4, saj se nanašajo samo na testno območje 1. Na spodnjem grafikonu so tudi označeni osnovni parametri, ki v grobem podajajo vpliv bistvenega elementa na rezultate.



se nadaljuje ...

... nadaljevanje slike 8.18



Slika 8.18: Prikaz statističnih cenilk za vse obravnavane modele skupaj.

Figure 8.18: Statistical estimates for all considered models together.

Kot je navedeno v poglavju 5.5.3 je ocenjena natančnost (σ_{VGT}) izvedenih terenskih meritev vertikalnih gradientov težnosti z relativnim gravimetrom Scintrex $\sim 6 \mu\text{Gal/m}$ (glej preglednico 5.9). S faktorjem $k = 2$ lahko sprejmemo zgornjo kontrolno mejno vrednost razlik med izmerjenimi in modeliranimi vertikalnimi gradienti, ki tako znaša $\sim 12 \mu\text{Gal/m}$. Na podlagi te mejne vrednosti lahko ugotovimo, kateri modeli dejansko dosegajo natančnost, ki je primerljiva z merjenimi vrednostmi. Za primerljivo statistično cenilko vzamemo standardni odklon obravnavanih modelov (iz preglednic 7.6 in 7.7) in na podlagi tega kriterija lahko sklepamo naslednje:

- če želimo, da je natančnost modeliranih vrednosti vertikalnih gradientov težnosti primerljiva z natančnostjo merjenih vrednost, je potrebno v postopku modeliranja (v bližnji okolici obravnavane točke) uporabiti DMR v resoluciji 1×1 m. Za bližnjo okolico (cona 1) se smatra razdalja vsaj 250 m.
- če želimo, da je natančnost modeliranih vrednosti vertikalnih gradientov težnosti primerljiva z natančnostjo merjenih vrednost, je potrebno poleg zgoraj navedenega v postopku modeliranja upoštevati razdaljo vsaj 28,8 km okoli obravnavane točke.

Očitno je torej, da resolucija uporabljenega DMR, predvsem v najbližji coni (cona 1), bistveno vpliva na kvaliteto rezultata. Razlika med DMR1000 in DMR1 je očitna (glej sliko 8.18), saj je korelacijski koeficient bistveno višji (od 0,6 do 0,9). Podobno pričajo tudi ostali statistični kazalci. Zanimiva je tudi primerjava z globalnimi modeli težnostnega polja, kjer dejansko vidimo, da so rezultati glede na statistične kazalce nekaj razredov nižje kakovosti, in kot taki neuporabni za praktično uporabo.

9 PRAKTIČNA UPORABA REZULTATOV RAZISKAVE

Poznane vrednosti vertikalnih gradientov težnosti imajo v geodeziji velik pomen. Pri gravimetričnih meritvah je namreč potrebno reducirati vrednosti izmerjenih težnih pospeškov, pa naj si gre za relativne ali absolutne gravimetrične meritve, iz nivoja senzorja gravimetra na nivo same merjene točke. Običajno se za to uporabi normalni vertikalni gradient težnosti ($308,6 \mu\text{Gal/m}$), ki predstavlja splošno sprejeto povprečno vrednost. Vendar pa dejanske vrednosti vertikalnih gradientov težnosti lahko tudi zelo odstopajo. Tako imamo v Sloveniji na izmerjenih točkah razpon med minimalnim $222,3 \mu\text{Gal/m}$ (na GT16) in $403,0 \mu\text{Gal/m}$ (na GT18), kot je razvidno iz preglednice 5.8. To seveda povzroči, da so izračunane vrednosti težnih pospeškov na točkah ali reperjih obremenjene s pogreški.

V izogib temu je seveda smiselno poznati dejanske vrednosti vertikalnih gradientov težnosti. To lahko naredimo na dva načina. Prvi je seveda izvedba meritev, kar pa pomeni znaten časovni in finančni vložek, saj so meritve dolgotrajne in zahtevne. Ob tem se pojavi smiselnost izvedbe le-teh. Drugi način je, da vertikalni gradient težnosti modeliramo oz. izračunamo, kot je prikazano v tej disertaciji. To bistveno zmanjša tako čas kot finančni vložek, zato je smiselno uporabiti ta pristop pri določitvi težnega pospeška. Seveda gre pri tem za gravimetrične meritve, ki zahtevajo najvišjo natančnost.

Na dveh konkretnih primerih iz prakse si lahko ogledamo, kako poznavanje vrednosti vertikalnega gradienta težnosti dejansko vpliva na končni rezultat izmerjenega težnega pospeška.

Prvi primer je iz meritev/izračunov osnovne gravimetrične mreže, ki smo jih v Sloveniji izvedli v letu 2006 (Medved in sod., 2009). Zanima nas, kakšne so spremembe vrednosti težnega pospeška – g , če za reduciranje z višine merskega senzorja na višino točke namesto normalnega vertikalnega gradienta težnosti uporabimo izmerjeno oz. modelirano vrednost vertikalnega gradienta težnosti. V preglednici 9.1 so prikazani podatki o vseh točkah gravimetrične mreže 1. reda, vključno s končno vrednostjo težnega pospeška (g), oceno natančnosti ($\hat{\sigma}$) po izravnavi celotne mreže in med meritvami pridobljeno višino merskega senzorja nad samo točko (h). Izračunane so vrednosti g na višini merskega senzorja relativnega gravimetra Scintrex CG-3M, s katerim so se izvajale meritve in sicer z uporabo normalnega vertikalnega gradienta (VGT_{nor}) in modeliranega vertikalnega gradienta težnosti (VGT_{mod}). Prikazane so tudi razlike med obema vrednostima.

Preglednica 9.1: Reducirane vrednosti težnega pospeška na gravimetričnih točkah 1. reda.

Table 9.1: Reduced gravity values at gravimetric points of 1st order.

Točka	g – točka	$\hat{\sigma}$	h	g – senzor (VGT_{nor})	VGT_{mod}	g – senzor (VGT_{mod})	razlika $g_{VGT_{nor}} - g_{VGT_{mod}}$
	[μ Gal]	[μ Gal]	[m]	[μ Gal]	[μ Gal/m]	[μ Gal]	[μ Gal]
GT 1	980592042	3,3	0,252	980591964	328,8	980591959	5
GT 2	980593070	3,7	0,262	980592989	380,4	980592970	19
GT 3	980532984	3,8	0,256	980532905	319,2	980532902	3
GT 4	980535512	3,9	0,251	980535435	324,2	980535431	4
GT 5	980573175	3,4	0,254	980573097	317,3	980573094	2
GT 6	980630948	4,1	0,258	980630868	310,8	980630868	1
GT 7	980594108	3,3	0,254	980594030	308,1	980594030	0
GT 8	980567041	5,4	0,256	980566962	286,3	980566968	-6
GT 9	980355043	5,6	0,256	980354964	246,6	980354980	-16
GT 10	980515975	4,8	0,255	980515896	280,3	980515904	-7
GT 11	980560125	4,5	0,257	980560046	286,9	980560051	-6
GT 12	980554333	3,8	0,254	980554255	286,7	980554260	-6
GT 13	980566861	4,1	0,256	980566782	278,9	980566790	-8
GT 14	980625540	3,0	0,256	980625461	370,6	980625445	16
GT 16	980588023	4,6	0,267	980587941	242,0	980587958	-18
GT 17	980629789	4,1	0,252	980629711	304,7	980629712	-1
GT 18	980670803	4,4	0,250	980670726	408,5	980670701	25
GT 19	980661904	5,3	0,253	980661826	309,1	980661826	0
GT 20	980547740	4,6	0,255	980547661	324,4	980547657	4
GT 21	980551035	4,3	0,257	980550956	333,1	980550949	6
GT 22	980716219	5,6	0,255	980716140	322,3	980716137	4
GT 23	980545390	4,3	0,259	980545310	331,1	980545304	6
GT 24	980716163	6,2	0,257	980716084	308,9	980716084	0
GT 25	980695159	4,4	0,253	980695081	333,1	980695075	6
GT 26	980658581	3,5	0,252	980658503	320,2	980658500	3
GT 27	980662145	4,5	0,255	980662066	317,8	980662064	2
GT 28	980647776	3,9	0,254	980647698	303,5	980647699	-1
GT 29	980711507	6,2	0,253	980711429	296,4	980711432	-3
GT30	980618260	5,2	0,257	980618181	266,5	980618192	-11
Min.	980355043	3,0	0,250	980354964	242,0	980354980	-18
Maks.	980716219	6,2	0,267	980716140	408,5	980716137	25
Pov.	980600595	4,4	0,255	980600516	312,0	980600515	0,8
Std. o.							8,9

Vidimo, da gre za relativno velike razlike (od -18 do $+25$ μ Gal), saj presegajo natančnost ($\hat{\sigma}$) samih vrednosti težnih pospeškov (od $\pm 3,0$ do $\pm 6,2$ μ Gal). Vendar pa je na tem mestu potrebno poudariti, da se pri relativnih gravimetričnih meritvah, kjer v postopku obdelave določimo razliko težnosti med dvema točkama, ta pogrešek eliminira, če je senzor instrumenta med meritvami na obeh točkah postavljen na enako višino nad samo točko. Kot je razvidno iz uporabljenih višin (stolpec h) so bile višine instrumenta v konkretnem primeru izmere osnovne gravimetrične mreže Slovenije dejansko zelo enakomerne, v povprečju $0,255$ m. Maksimalna razlika med njimi znaša $0,017$ m, kar pomeni, da pogrešek praktično nima vpliva na končne rezultate. Zato ocenjujemo, da ni potrebe po ponovnem preračunu osnovne gravimetrične mreže Slovenije.

Seveda pa se relativne gravimetrične meritve izvajajo tudi na drugih točkah, npr. reperjih, kjer ni mogoče zagotoviti konstantne višine sensorja nad samo točko, saj so nekateri stabilizirani tudi več kot 1,5 m nad tlemi. Zato si oglejmo vzorčne primere iz prakse, ki so bili izmerjeni v okviru implementacije novega državnega višinskega sistema v Sloveniji. Na sliki 9.1 so prikazani štiri konkretni primeri gravimetrične izmere na točkah in sicer dve točki iz regionalne gravimetrične izmere (Medved in sod., 2019) in dva reperja nivelmanske mreže 1. reda (Koler in sod., 2019). Meritve so se izvajale z relativnim gravimetrom Scintrex CG-3M, pri čemer je izhodišče vedno gravimetrična točka 1. reda.



Slika 9.1: Gravimetrične meritve na točkah: a) 34037, b) 34032, c) N1-2/5-A214 in d) N1-V-2879.

Figure 9.1: Gravimetric measurements at points: a) 34037, b) 34032, c) N1-2 / 5-A214 and d) N1-V-2879.

Zanimajo nas sprememba izmerjenih težnih pospeškov na teh točkah, če bi v postopku obdelave reduciranja merjenih vrednosti iz višine sensorja na višino točke (δg_h) namesto uporabljenega normalnega vertikalnega gradienta težnosti (VGT_{nor}) uporabili dejanski vertikalni gradient težnosti. Izračunani so popravki za tri različne variante in sicer uporabimo:

- minimalni vertikalni gradient ($VGT_{min} = 222,3 \mu\text{Gal/m}$, popravek δg_{min}),
- maksimalni vertikalni gradient ($VGT_{maks} = 403,0 \mu\text{Gal/m}$, popravek δg_{maks}),
- modeliran/izračunan vertikalni gradient težnosti (VGT_{mod} , popravek δg_{mod}).

Vse vrednosti so pridobljene iz modela 9_2_2, ki je izbran kot optimalen model. Za VGT_{mod} vzamemo vrednost, ki se nanaša na najbližjo testno točko uporabljeno v tej raziskavi. To so za točko 34037 vrednost 317,8 $\mu\text{Gal}/\text{m}$ (iz GT27), za 34032 vrednost 370,6 $\mu\text{Gal}/\text{m}$ (iz GT14), za reper N1-2/5-A214 vrednost 308,1 $\mu\text{Gal}/\text{m}$ (iz GT7) in za reper N1-V-2879 vrednost 278,9 $\mu\text{Gal}/\text{m}$ (iz GT13). Rezultati so prikazani v preglednici 9.2.

Preglednica 9.2: Izračun popravkov zaradi reduciranja višin (δg) z različnimi vrednostmi VGT.

Table 9.2: Calculation of height reduction corrections (δg) with different VGG values.

Točka	g – točka [μGal]	σ [μGal]	h [m]	g – senzor [μGal]	δg_{nor} [μGal]	δg_{min} [μGal]	δg_{maks} [μGal]	δg_{mod} [μGal]
34037	980597887	21,0	0,270	980597804	83,3	60,0	108,8	85,8
34032	980578470	9,0	0,850	980578208	262,3	189,0	342,6	315,0
N1-2/5-A214	980561474	50,0	1,040	980561153	320,9	231,2	419,1	320,4
N1-V-2879	980560030	50,0	-1,250	980560416	-385,8	-277,9	-503,8	-348,6

Vidimo, da so spremembe popravkov (δg) relativno velike. Medsebojna primerjava je razvidna iz preglednice 9.3. Vidimo, da je velikost popravkov in posledično spremembe vrednosti težnih pospeškov na točkah oz. reperjih večja, kot je ocenjena natančnost njihove določitve (glej σ v preglednici 9.2).

Preglednica 9.3: Primerjava popravkov reduciranja višin (δg) z različnimi vrednostmi VGT.

Table 9.3: Comparison of height reduction corrections (δg) with different VGG values.

Točka	$\delta g_{nor} - \delta g_{min}$ [μGal]	$\delta g_{nor} - \delta g_{maks}$ [μGal]	$\delta g_{nor} - \delta g_{mod}$ [μGal]
34037	23,3	-25,5	-2,5
34032	73,4	-80,2	-52,7
N1-2/5-A214	89,8	-98,2	0,5
N1-V-2879	-107,9	118,0	-37,2

Iz navedenih primerov na samo štirih konkretnih točkah je očitno, da je v nekaterih primerih pogrešek, ki ga naredimo v postopku obdelave relativnih gravimetričnih meritev, zaradi nepoznavanja dejanskega vertikalnega gradienta težnosti, zelo velik. Lahko celo preseže 100 μGal , kar bistveno presega oceno natančnosti rezultata (vrednosti težnega pospeška na točki). Na njegovo velikost vplivata dva bistvena dejavnika:

- *vrednost dejanskega vertikalnega gradienta težnosti na točki.* Glede na 44 testnih točk, ki smo jih v Sloveniji izmerili v okviru te disertacije, je povprečna vrednost vertikalnega gradienta 312,0 $\mu\text{Gal}/\text{m}$ (preglednica 9.1). Ta vrednost je dejansko zelo blizu vrednosti normalnega vertikalnega gradienta (308,6 $\mu\text{Gal}/\text{m}$). Vseeno pa je razpon na izmerjenih točkah med 242,0 $\mu\text{Gal}/\text{m}$ in 408,5 $\mu\text{Gal}/\text{m}$.
- *višinska razlika med točko in merskim senzorjem gravimetra.* Pri tem je bistvena relativna sprememba te višinske razlike med dvema merjenima točkama, torej med referenčno točko (običajno točka osnovne gravimetrične mreže) in merjeno točko (običajno reper). V primeru, da je ta razlika velika (npr. več kot 1 m) je zelo smiselno v postopek obdelave meritev uvesti tudi reduciranje z dejanskimi oziroma modeliranimi vrednostmi vertikalnih gradientov težnosti.

Iz navedenih primerov lahko zaključimo, da je za praktično implementacijo te raziskave v geodetsko prakso oz. v obdelavo gravimetričnih meritev, bistveno vprašanje, s kakšno natančnostjo želimo dobiti rezultate meritve. V splošnem lahko rečemo, da npr. za potrebe določitve geopotencialnih kot reperjev ali izračun (kvazi)geoida zadostuje uporaba normalnega vertikalnega gradienta težnosti. Nasprotno pa je poznavanje dejanskega vertikalnega gradienta težnosti bistveno pri izvedbi lokalnih mikro-gravimetričnih meritev, kjer se zahteva natančnost pod 10 μGal . Ravno tako je nujno dejanski vertikalni gradient težnosti upoštevati pri izvedbi absolutnih gravimetričnih meritev, kjer ga običajno težnosti tudi izmerimo.

10 ZAKLJUČKI

Raziskovalni proces, ki smo ga izvedli v okviru te doktorske disertacije, je bil izveden v naslednjih fazah:

- pregled stanja in analiza vseh razpoložljivih podatkov,
- izdelava novih kart gravimetričnih anomalij za Slovenijo,
- izbor dveh testnih območij, glede na vrsto geoloških podatkov o gostoti površja (2D oziroma 3D model) in vzpostavitev kontrolnih točk,
- merjenje vertikalnega gradienta težnosti na vseh točkah (skupaj 44) z relativnim gravimetrom,
- obdelava podatkov o meritvah in izračuni vertikalnih gradientov težnosti,
- priprava vhodnih podatkov za modeliranje vključno z izdelavo modela gostot topografskih mas Slovenije,
- modeliranje vertikalnih gradientov težnosti s kombinacijami različnih vhodnih podatkov,
- validacije različnih modelov, statistične ocene, testi korelacij in analiza opravljenega dela s preizkušanjem podanih hipotez.

Na podlagi celotnega procesa lahko disertacijo zaključimo s sledečimi zaključki.

Karta Bouguerovih anomalij

Prikazana karta Bouguerovih anomalij Slovenije in ostale karte anomalij težnosti so ponovno izdelane po več desetletjih. V tem času se je delno posodobila oz. revidirala sama metodologija izračuna anomalij težnosti, poleg tega pa so se bistveno izboljšali »vhodni« podatki, ki jih potrebujemo za določitev karte anomalij težnosti. Predvsem imamo na razpolago kvalitetnejše digitalne modele reliefa in kvalitetnejše gravimetrične podatke. Ti podatki se ne nanašajo samo na ozemlje Slovenije, ampak zajemajo tudi območja sosednjih držav. Predvidevamo namreč, da v prejšnjem izračunu anomalij težnosti podatkov sosednjih držav, razen Hrvaške, ni bilo na voljo. Razpolagamo tudi z učinkovito programsko opremo, ki omogoča relativno hitro obdelavo vseh zahtevanih podatkov.

Za izdelavo smo uporabili vse razpoložljive gravimetrične podatke na območju Slovenije in okolice. Skupaj je bilo tako izračunanih 15.930 točkovnih anomalij, od tega 6457 na območju Slovenije in 9473 na območju sosednjih držav Kot je opisano, smo iz obstoječega niza jugoslovanskih gravimetričnih podatkov izločili le tiste, ki smo jih ocenili kot grobo pogrešene in sicer le na podlagi geolokacije (preseki z DMR). Pri tem se pojavi vprašanje, če niso v tem nizu podatkov grobe napake prisotne tudi v samih vrednostih težnih pospeškov in bi jih bilo morda smiselno v prihodnosti iz obdelave izločiti. Ker ne razpolagamo z izvornimi podatki meritev, ampak imamo na razpolago samo niz končnih vrednosti, analize kakovosti gravimetričnih podatkov ne moremo izvesti.

Velik pomen v postopku izdelave karte Bouguerovih anomalij ima izračun terenskih popravkov. Ta je odvisen predvsem od kvalitete (resolucije) uporabljenega digitalnega modela reliefa in uporabljenega programskega paketa. V naših izračunih smo uporabili program TopoSK (Zahorec in sod., 2017). Različni postopki dajejo različne rezultate, zato

je pomemben optimalen izbor vseh nastavitev. Nezanemarljiv vpliv pri končnem izdelku ima tudi uporabljena izbrana metoda interpolacije. Pri kreiranju končne pravilne celične mreže (iz nehomogeno razporejenih točk) imamo možnost uporabe različnih metod interpolacij. Razlike med njimi v tej disertaciji sicer niso predstavljene, saj presegajo obseg naloge, vendar pa so prisotne in bi bilo smiselno izvesti nadaljnje analize na to temo.

Iz izvedene primerjave različnih kart in analize vpliva vhodnih gravimetričnih podatkov lahko zaključimo, da imajo novejši gravimetrični podatki Slovenije velik vpliv na izdelavo kart gravimetričnih anomalij Slovenije. Prav tako je pomembno, da so vhodni podatki, iz katerih se v nadaljnjih postopkih modelirajo karte zanesljivi, torej brez prisotnih grobih napak. Zato je pri izdelavi kart gravimetričnih anomalij bistveno, da se v postopkih obdelave gravimetričnih podatkov uporabi samo kvalitetne podatke. Priprava, čiščenje in analiza podatkov so bistveni del postopka, saj nam le-to omogoča izdelavo kvalitetnih končnih modelov.

Na območju Slovenije smo tako po nekaj desetletjih dobili posodobljene karte anomalij težnosti in sicer smo izdelali sledeče modele oz. karte: anomalije prostega zraka, Bouguerove anomalije težnosti, popolne Bouguerove anomalije težnosti in vpliv indirektnega učinka. Nova karta Bouguerovih anomalij temelji na posodobljenih postopkih izračuna in predvsem na kvalitetnejših vhodnih podatkih, tako gravimetričnih kot DMR. Predvidevamo, da je zato izdelana nova karta Bouguerovih anomalij za območje Slovenije boljše kakovosti in bolje odraža dejansko stanje na področju težnostnega polja. Kot taka omogoča kvalitetnejše interpretacije različnih pojavov na območju Slovenije.

Modeliranje vertikalnih gradientov težnosti

Vertikalni gradient težnosti, kot sprememba težnosti po višini, je zelo pomembna fizikalna količina, ki je sestavni del velikega števila geodetskega ali geofizikalnega modeliranja in obdelave podatkov. V tej disertaciji smo vertikalni gradient težnosti modelirali z uporabo normalnega težnostnega polja, digitalnih modelov reliefa in modelov gostot Zemljinega površja, torej brez uporabe težnostnih anomalij na geoidu ali fizični površini Zemlje. Raziskovalni proces je bil izveden v naslednjih fazah: merjenje vertikalnega gradienta težnosti na točkah, obdelava podatkov o meritvah, modeliranje vertikalnega gradienta težnosti, validacije vseh uporabljenih modelov, ki so sestavljeni iz kombinacije različnih vhodnih podatkov in statistična analiza rezultatov.

Pristop, uporabljen v tej disertaciji, spada v skupino metod »forward modeling«. Uporabljena tehnika modeliranja se razlikuje od znanih in uporabljenih postopkov modeliranja vertikalnega gradienta težnosti. Prvič, namesto da bi uporabili različni metodi za izračun vpliva topografskih mas pod in nad geoidom, smo z uporabo iste metode ocenili vpliv vseh mas nad elipsoidom. Drugič, za določitev območja računanja in razdelitve na cone smo uporabili lik kvadrat, kar je v nasprotju z običajno uporabljenim likom kroga in sicer smo to izvedli z namenom izboljšanja hitrosti izračuna. Poleg tega so bile pri modeliranju uporabljene teoretične enačbe, ki omogočajo modeliranje ne glede na geografski položaj in nadmorsko višino obravnavane točke.

Z uporabo tega pristopa smo modeliranje vertikalnih gradientov težnosti izvedli na skupno 44 točkah, ki smo jih obravnavali ločeno v testnem območju 1 (13 točk) in testnem območju 2 (31 točk). Razdelitev na območja smo izvedli zaradi razpoložljivosti različnih vhodnih podatkov (geoloških modelov). Na vseh 44-ih točkah smo predhodno z uporabo relativnega gravimetra izvedli meritve vertikalnega gradienta težnosti. To nam je omogočilo neposredno primerjavo modeliranih in merjenih vrednosti vertikalnih gradientov težnosti in sicer tako, da je bila napaka modeliranja, ki je bila opredeljena kot razlika med izmerjeno in modelirano vrednostjo, izračunana in analizirana.

Uporabili smo različne razpoložljive vhodne podatke, torej kombinacije različnih digitalnih modelov reliefa in modelov gostot površja, vključno s konstantno povprečno gostoto topografskih mas (2670 kg/m^3). Uporabili smo tudi različne razdalje izračuna okoli obravnavanih točk in s tem spreminjali delitev na cone. V ta namen smo kreirali različne modele (skupaj 54 modelov), ki smo jih uporabili za medsebojne primerjave, analize rezultatov in ocene vplivov. Dodatno smo obravnavali še podatke pridobljene s pomočjo satelitskih tehnologij in sicer z uporabo globalnih modelov gravitacijskega polja Zemlje (dodatnih 8 modelov).

Primerjavo med vsemi obravnavanimi modeli smo za oba testna območja ločeno in skupaj izvedli na podlagi analize odstopanj vrednosti vertikalnih gradientov težnosti med referenčnimi (merjenimi) in modeliranimi vrednostmi za vse testne točke. Za analizo smo uporabili osnovne statistične cenilke, ki so bile določene za vsak posamezni model na podlagi odstopanj na vseh testnih točkah in sicer: minimum, maksimum, povprečje, mediana, standardni odklon in koren srednjega pogrška. Korelacije smo preverili z uporabo Pearsonovega korelacijskega preizkusa.

Na podlagi izvedenih analiz lahko sprejmemo naslednje ugotovitve in zaključke.

Za modeliranje vertikalnega gradienta težnosti je potrebno upoštevati radij izračuna vsaj 10 km okoli obravnavane točke. Od približno 30 km naprej pa vpliv topografskih mas ne prispeva bistveno k natančnosti izračuna.

Digitalni model terena z višjo resolucijo (npr. DMR1) znatno prispeva k natančnejši vrednosti izračunanega vertikalnega gradienta težnosti. Pri tem je pomembno, da kvalitetni DMR uporabimo v neposredni bližini obravnavane točke (cone 1). Pri tem radij cone 1, kjer uporabimo DMR z resolucijo $1 \times 1 \text{ m}$, ne igra bistvene vloge. Analize so pokazale, da ni bistvenih (signifikantnih) razlik v rezultatih ob različnih referenčnih dolžinah cone 1 (obravnavane so razdalje: 0,25 km, 0,5 km in 1 km) saj se kakovost modeliranja le rahlo in nepomembno povečuje, bistveno pa se poveča računski čas, saj se bistveno poveča število prizem.

Poleg tega ni zaznati bistvenih razlik med uporabljenimi digitalnimi modeli terena z različnimi resolucijami ($12,5 \times 12,5 \text{ m}$, $25 \times 25 \text{ m}$ ali $100 \times 100 \text{ m}$) v coni 2 oziroma coni 3 (to je od $\sim 1 \text{ km}$ do $\sim 28 \text{ km}$), bistveno pa se poveča računski čas pri DMR z višjo resolucijo,

saj je potrebno izračunati veliko več prizem. Iz tega sklepamo, da detajlnejši DMR v coni 2 in coni 3 nima bistvenega vpliva na rezultat.

Kot najustreznejša kombinacija uporabljenih DMR z različnimi resolucijami, v smislu optimizacije računskega časa in natančnosti rezultatov, se izkaže uporaba DMR1 v coni 1 (od 0 m do 250 m), DMR 25 v coni 2 (od 0,25 km do 5,24 km), DMR100 v coni 3 (od 5,24 km do 28,8 km) in DMR1000 v coni 4 (od 28,8 km do 166,7 km). Zato predlagamo, da se v potencialnih bodočih izračunih uporabi ta kombinacija DMR.

Računski čas se pri uporabi DMR z isto resolucijo v celotnem območju izračuna (166,74 km okoli obravnavane točke) bistveno podaljša, saj število prizem narašča s kvadratom razdalje. Zato je smiselna uvedba razdelitve obravnavanega območja izračuna na posamezne cone (od 1 do 4), kjer se uporabijo DMR z različnimi resolucijami.

Na podlagi statističnega preizkušanja oblikovanih hipotez glede korelacije višine in geografskega položaja ter napake pri modeliranju, je mogoče sklepati, da ni statistično pomembne korelacije med napako pri modelu in geografskim položajem ter med nadmorsko višino in napako pri modelu. Kakovost modeliranega (izračunanega) vertikalnega gradienta težnosti tako ni odvisna od geografskega položaja ali nadmorske višine obravnavane točke.

Analiza vpliva (učinkov) višine nad terenom, na katero se nanašajo izračuni, kaže, da je razlika med rezultati modeliranja za dve bližnji višini nepomembna in, da je mogoče modeliranje vertikalnega gradienta težnosti izvesti s privzeto vrednostjo višine nad terenom, ki je bila 1 m.

Na ozemlju Slovenije, kjer je na voljo digitalni model terena z ločljivostjo 1×1 m, so ob uporabi fiksne gostote topografskih mas (2670 kg/m^3), razlike med izmerjeno in modelirano vrednostjo vertikalnih gradientov težnosti za vse obravnavane točke v povprečju $-9,2 \text{ } \mu\text{Gal/m}$ s standardnim odklonom $12,3 \text{ } \mu\text{Gal/m}$. Pri tem Pearsonov korelacijski koeficient znaša 0,93. Navedeno velja za uporabo DMR1 v coni 1.

Če želimo, da je natančnost modeliranih vrednosti vertikalnih gradientov težnosti primerljiva z natančnostjo merjenih vrednosti, je potrebno v postopku modeliranja (v bližnji okolici obravnavane točke) uporabiti DMR v resoluciji 1×1 m. Za bližnjo okolico (cona 1) se smatra razdalja vsaj 250 m. Če želimo, da je natančnost modeliranih vrednosti vertikalnih gradientov težnosti primerljiva z natančnostjo merjenih vrednosti, je potrebno poleg zgoraj navedenega v postopku modeliranja upoštevati razdaljo vsaj 28,8 km okoli obravnavane točke.

Ker postopek modeliranja vertikalnih gradientov težnosti, uporabljen v tej raziskavi (disertaciji), dosega natančnost reda samih meritev že ob uporabi fiksne gostote topografskih mas (2670 kg/m^3), lahko tudi zaključimo, da uporabljena metoda ustreza trenutnim praktičnim zahtevam v geodeziji.

Na podlagi zgoraj navedenega lahko potrdimo hipotezo 1: *Na obravnavanem območju lahko izdelamo model vertikalnih gradientov težnosti na osnovi geodetskih in geofizikalnih podatkov.* Prav tako je iz izvedenih analiz in zaključkov očitno, da *kakovost digitalnega modela reliefa bistveno vpliva na kakovost modela vertikalnih gradientov težnosti*, s čimer lahko potrdimo pod-hipotezo 1.1.

Uporaba modelov gostot

S stališča modeliranja vertikalnega gradienta težnosti, pri čemer se upošteva topografski vpliv okoliškega območja, nas zanima sestava Zemlje predvsem v smislu njenih gostot. Za praktično uporabo teh podatkov potrebujemo modele gostot, ki so lahko dvo- (2D) ali trodimenzionalni (3D). 2D modeli ali površinski modeli vsebujejo podatke o gostoti v pravilni mreži. 3D modeli pa so sestavljeni iz več plasti, pri čemer vsaka plast predstavlja kamnine z enakimi lastnostmi. S temi modeli nadomeščamo splošno sprejeto vrednost o povprečni gostoti (2670 kg/m^3). Konkretno nas zanima gostota Zemlje med površjem Zemlje in referenčno ploskvijo ((kvazi)geoid oz. elipsoid). To gostoto imenujemo površinska gostota ali gostota t. i. topografskih mas.

Običajno se modeli kreirajo na podlagi obstoječih podatkov z uvedbami raznih predpostavk oz. hipotez, ki temeljijo na inverznih algoritmih. Razvoj 3D modela gostot je tako kompleksen in zahteven postopek, tako s teoretičnega kot praktičnega stališča. Izdelava 3D modelov je tako omejena na posamezna lokalna območja. Čeprav 2D modeli niso tako realistični kot 3D, pa je njihova izdelava enostavnejša.

Na globalnem nivoju obstaja več modelov, ki so bili kreirani v različnih obdobjih in se v geodeziji (geofiziki) uporabljajo za namene modeliranja težnostnega polja. Pri tem je njihova dodana vrednost predvsem pri modeliranju globalnega težnostnega polja, v regionalnih oz. lokalnih raziskavah pa omejitev predstavlja njihova »slabša« resolucija in neznana kvaliteta razpoložljivih podatkov. To so npr. modeli 'CRUST', 'EP crust' ali 'UNB Topo Dens', ki seveda pokrivajo tudi območje Slovenije.

Za območje Slovenije namreč ne razpolagamo z javno dostopnim modelom (geoloških) gostot. V preteklosti je bil za »geodetske potrebe« izdelan 2D model gostot (oznaka 2D_SLO_Prib), ki se je uporabil v raziskovalne namene pri izračunu absolutnega modela geoida Slovenije. Ker torej drugih javno dostopnih modelov gostot za Slovenijo ni, smo v okviru te disertacije izdelali nov 2D model gostot (oznaka 2D_SLO_Medv). Pri tem smo v postopku izdelave upoštevali nekaj predvidevanj in sicer smo uporabili obstoječe geološke podatke v najboljši možni meri. Izhajali smo iz digitalne geološke karte Slovenije (v merilu 1 : 250.000), ki jo sestavlja 114 litostratigrafskih enot, celotno Slovenijo pa pokriva 4551 zaključenih poligonov. Zanima nas samo povprečna gostota posamezne litostratigrafske enote, pri čemer vzamemo v obzir samo vrhnji sloj topografije, torej površja. Tako smo jim pripisali povprečne vrednosti gostote kamnin in nato kreirali 2D model, pri čemer smo izdelali modele z različnimi velikostmi celične mreže. Območjem izven državne meje smo pripisali vrednosti 2670 kg/m^3 in sicer v okviru $13^\circ - 17^\circ$ geografske dolžine in $45^\circ - 47^\circ$ geografske širine.

V Sloveniji pa razpolagamo tudi s 3D regionalni geološki model Mursko-Zalskega bazena (Šram in sod., 2015), ki se razteza med SV Slovenijo in JZ Madžarsko. Geološka zgradba tega območja je razmeroma dobro poznana, kar je omogočilo njegovo izdelavo. Model sestavlja 9 litostratigrafskih slojev do največje globine okoli 4 km, skupaj pa pokriva območje ~ 5000 km². Tudi tu smo uporabili podobno metodologijo in sicer smo posameznim geološkim slojem pripisali povprečne vrednosti gostot zemljin oz. kamnin, pri čemer smo upoštevali določene predpostavke (poznane vrednosti gostot) in poenostavitve (povprečna gostota je določena glede na to, katera zvrst zemljine/kamnine je napisana na prvem mestu) in tako kreirali 3D model gostot (oznaka 3D_SLO_Šram).

Vse navedene modele smo uporabili v praktičnih izračunih na testnih točkah in sicer nas je zanimalo, kako vplivajo na rezultat izračunanih vrednosti vertikalnih gradientov težnosti. V splošnem je zaznati izboljšanje modeliranih vrednosti vertikalnih gradientov težnosti ob uvedbi modelov gostot topografskih mas v postopke izračuna.

Na podlagi izvedenih analiz lahko sprejmemo naslednje ugotovitve in zaključke:

Za prikaz vpliva ob uvedbi gostot v postopek modeliranja izvedemo izračune s tremi karakterističnimi fiksnimi gostotami in sicer 1000 kg/m³, 2670 kg/m³ in 3500 kg/m³. Najboljša korelacija in statistične ocene so dobljene ob uporabi splošno poznane povprečne vrednosti (2670 kg/m³), kar potrjuje smiselnost njene uporabe ob nepoznavanju gostot okoliške topografije, torej v primeru, ko na razpolago nimamo modelov gostot.

V primeru uporabe grobih DMR, to je 1000×1000 m oz. 100×100 m ni zaznati bistvenih razlik ob uvedbi modelov gostot topografske mase. Zaznana je malenkostno boljša korelacija med merjenimi in izračunanimi vrednostmi vertikalnih gradientov težnosti, vendar ni statistično značilnih sprememb, ki bi potrdile smiselnost uvedbe modelov gostot.

Ob uporabi DMR z ločljivostjo $12,5 \times 12,5$ m oz. 25×25 m statistični kazalci že izkažejo izboljšanje modeliranih vrednosti in jih je smiselno uporabiti v izračunih. Pri tem navedene DMR uporabimo v bližnji okolici točke, torej con 1.

V primeru uporabe najkakovostnejšega DMR, torej 1×1 m je razlika med uporabljenimi fiksnimi gostotami in uporabo modelov gostot najbolj očitna. Vidimo, da uporaba kateregakoli podanega 2D modela gostot izboljša izračune, pri čemer so najboljši rezultati doseženi z uporabo modela z oznako 2D_SLO_Medv, ki je bil kreiran v okviru te disertacije. Pri tem se analiza nanaša na celotno območje Slovenije, torej skupaj na 44 točkah v obeh testnih območjih. Povprečne razlike med izmerjeno in modelirano vrednostjo vertikalnih gradientov težnosti so ob uporabi fiksne gostote (2670 kg/m³) $-9,2$ μ Gal/m s standardnim odklonom 12,3 μ Gal/m, ob uporabi modela gostot 2D_SLO_Medv $-6,0$ μ Gal/m s standardnim odklonom 10,7 μ Gal/m, ob uporabi modela gostot 2D_SLO_UNB $-7,6$ μ Gal/m s standardnim odklonom 10,8 μ Gal/m in ob uporabi modela gostot 2D_SLO_Prib $-7,2$ μ Gal/m s standardnim odklonom 10,7 μ Gal/m. Pri tem Pearsonov korelacijski

koeficienti znašajo 0,933, 0,940, 0,939 in 0,940. Navedeno velja za uporabo DMR1 v coni 1.

V primeru uporabe 3D modela gostot (3D_SLO_Šram) so za uporabljeno testno območje 1 doseženi rezultati najboljše. Razlike med izmerjeno in modelirano vrednostjo vertikalnih gradientov težnosti (v coni 1 uporabimo DMR1) se glede na uporabo fiksne gostote (2670 kg/m³) zmanjšajo: povprečna razlika iz -6,4 µGal/m na -5,0 µGal/m, standardni odklon iz 13,1 µGal/m na 9,9 µGal/m in RMS iz 14,6 µGal/m na 1,1 µGal/m. Pearsonov korelacijski koeficient pa iz 0,681 na 0,743. Sicer s stališča modeliranja vertikalnih gradientov težnosti izbrano testno območje 1 (SZ del Slovenije), kjer imamo na razpolago 3D geološki model, ni optimalno. Gre namreč za relativno ravninski del, saj so višinske razlike v topografiji okoliških točk relativno majhne. Poleg tega so si evidentirane geološke plasti s stališča gostot zelo podobne (razpon od 1790 kg/m³ do 2770 kg/m³ s povprečno gostoto 2040 kg/m³). Vse to se odraža v relativno identičnih rezultatih oz. ni večjih signifikantnih sprememb zaradi uporabe različnih modelov gostot okoliške topografije. Vseeno pa je potrebno poudariti, da so kljub navedenemu najboljše rezultati doseženi pri uporabi 3D geološkega modela gostot, kot je razvidno iz opravljenih analiz.

Na podlagi navedenega lahko zaključimo, da *kakovost digitalnega modela gostot topografskih mas bistveno vpliva na kakovost modela vertikalnih gradientov težnosti* in s tem potrdimo pod-hipotezo 1.2.

Uporaba globalnih modelov težnostnega potenciala

Globalni modeli težnostnega polja Zemlje so zapisani v obliki matematičnih funkcij, ki omogočajo izračun različnih količin težnostnega polja (npr. gravitacijskega potenciala ali vektorjev težnosti) tako na točkah na površju Zemlje kot tudi v točkah nad površjem Zemlje. Običajno so globalni modeli predstavljeni v obliki sfernih harmoničnih koeficientov. Za razvoj visokokakovostnih modelov globalnega gravitacijskega polja se uporabljajo različni komplementarni podatkovni viri. Sem spadajo predvsem podatki naprednih namenskih satelitskih misij (CHAMP, GRACE, GRACE Follow-On, GOCE), pri čemer gre lahko za direktno zajete podatke ali pa njihove izpeljane količine. Drugi temeljni podatkovni nizi so terestrične gravimetrične meritve. Dodatno se pri kreiranju modelov globalnega gravitacijskega polja uporabljajo digitalni modeli višin z visoko ločljivostjo, ki dopolnjujejo globalne modele predvsem na območjih s pomanjkljivimi podatki. Omogočajo predvsem globalni pogled na težnostno polje Zemlje. Poleg tega pa imajo zadostno prostorsko resolucijo, da pomagajo pri preučevanju posameznih predelov Zemlje, predvsem tam, kjer je manko terenskih gravimetričnih podatkov.

Mednarodni center za globalne Zemljine modele (ICGEM, 2021), ki deluje v okviru Mednarodnega združenja za geodezijo (IAG), prispeva k zbiranju, arhiviranju in potrjevanju teh modelov, vsi pa so prosto dostopni preko njihovih spletnih strani. Zbirka globalnih modelov gravitacijskega polja vključuje tako prve modele iz obdobja od 60. do 90. let 20. stoletja kot modele, ki so bili razviti predvsem z uporabo podatkov namenskih satelitskih misij, naprednih metodologij in dodatnih virov podatkov, kot so satelitska altimetrija in terestrična gravimetrija. Nekateri modeli so izdelani izključno iz

satelitskih podatkov, drugi pa v kombinaciji s podatki altimetrije in s podatki terestrične gravimetrične izmere. Spletni vmesnik omogoča izračun funkcij gravitacijskega polja iz sfernih harmoničnih modelov za poljubne celične mreže in tudi na uporabniško določenih točkah (ICGEM, 2021). Trenutno je dostopnih več kot 177 različnih modelov (statičnih, začasnih in topografsko-izostatskih). Izračuni večinoma temeljijo na določitvi elipsoidnih harmoničnih koeficientov, ki se nato transformirajo v sferne harmonične koeficiente.

V naši raziskavi so nas zanimale vrednosti vertikalnih gradientov težnosti pridobljene iz globalnih modelov za konkretne točke na testnem območju Slovenije. Ker v okviru te disertacije ni predvidena analiza vseh objavljenih modelov, smo izbrali samo nekaj reprezentativnih modelov, ki se v praksi najpogosteje uporabljajo (npr. za določitev modela geoida) in ki so značilni za posamezne tipe modelov (v smislu zajemanja podatkov). Izbrani modeli so prikazani v preglednici 6.2. Za vse izbrane globalne modele smo izvedli analizo/primerjavo vertikalnih gradientov težnosti na vseh 44 testnih točkah v Sloveniji.

Odstopanja med izračunano (iz globalnih modelov) in merjeno vrednostjo vertikalnih gradientov težnosti so glede na vse predhodno izvedene primerjave največja. Statistični kazalci za vse obravnavane globalne modele so za nekaj razredov slabši kot v primeru modeliranja vertikalnih gradientov težnosti z uporabo DMR. Korelacija med merjenimi in modeliranimi vrednostmi vertikalnih gradientov težnosti ni statistično zaznana. Nekoliko izstopa model GOCO05c, ki očitno na obravnavanem območju najboljše poda dejansko težnostno polje Zemlje. Rezultati so pričakovani, saj izračuni temeljijo na globalnih modelih težnostnega polja, ki seveda s trenutno dano ločljivostjo ne morejo dobro opisati in upoštevati vseh lokalnih vplivov. Zato zaključujemo, da uporaba *globalnih modelov vertikalnih gradientov težnosti ne zagotavljajo zadostne natančnosti za njihovo uporabo na lokalnem (regionalnem) območju*, s čimer potrjujemo pod-hipotezo 1.3.

Praktična uporaba rezultatov raziskave

Poznane vrednosti vertikalnih gradientov težnosti imajo v geodeziji velik pomen. Pri gravimetričnih meritvah je namreč potrebno reducirati vrednosti izmerjenih težnih pospeškov, pa naj si gre za relativne ali absolutne gravimetrične meritve, iz nivoja senzorja gravimetra na nivo same merjene točke. Običajno se za to uporabi normalni vertikalni gradient težnosti (308,6 $\mu\text{Gal}/\text{m}$), ki predstavlja splošno sprejeto povprečno vrednost. Vendar pa dejanske vrednosti vertikalnih gradientov težnosti lahko tudi zelo odstopajo. Na podlagi nekaj konkretnih primerov iz prakse smo preverili smotrnost uporabe dejanskega vertikalnega gradienta pri obdelavi gravimetričnih meritev. Iz njih je razvidno, da je v nekaterih primerih pogrešek, ki ga naredimo v postopku obdelave relativnih gravimetričnih meritev, zaradi nepoznavanja dejanskega vertikalnega gradienta težnosti, zelo velik. Lahko celo preseže 100 μGal , kar bistveno presega oceno natančnosti rezultata (vrednosti težnega pospeška na točki). Na njegovo velikost vplivata dva bistvena dejavnika, ki sta vrednost dejanskega vertikalnega gradienta težnosti na točki in višinska razlika med točko in merskim senzorjem gravimetra. Iz navedenih primerov lahko zaključimo, da je za praktično implementacijo te raziskave v geodetsko prakso oz. v obdelavo gravimetričnih meritev, bistveno vprašanje, s kakšno natančnostjo

želimo dobiti rezultate meritve. V splošnem lahko rečemo, da npr. za potrebe določitve geopotencialnih kot reperjev ali izračun (kvazi)geoida zadostuje uporaba normalnega vertikalnega gradienta težnosti. Nasprotno pa je poznavanje dejanskega vertikalnega gradienta težnosti bistveno pri izvedbi lokalnih mikro-gravimetričnih meritev, kjer se zahteva natančnost pod 10 μGal . Na podlagi teh ugotovitev lahko zaključimo, da *uporaba modela vertikalnih gradientov težnosti pri postopkih obdelave podatkov gravimetričnih meritev izboljša njihovo kvaliteto* s čimer potrjujemo hipotezo 2.

Predlogi za nadaljnje delo

Na področju izdelave karte Bouguerovih anomalij Slovenije predlagamo nekaj dopolnitev, ki bi jih bilo smiselno izvesti v prihodnosti:

- obstajajo tudi drugi programski paketi za izračun anomalij težnosti. Vsak ima svoje posebnosti in smiselno bi bilo izvesti izračune tudi z njimi ter primerjati rezultate. To so npr. programski paketi: Terrain (Ma in Watts, 1994), TC, Gravsoft (Forsberg in Tscherning, 2008), FA2BOUG (Fullea in sod., 2008), GSolve (McCubbine in sod., 2018),
- v postopku izračuna terenskih popravkov bi bilo smiselno dodatno upoštevati še 2D model gostot topografskih mas Slovenije z okolico, ki bi izboljšal karto Bouguerovih anomalij, predvsem za potrebe geološke interpretacije,
- poudariti je potrebno, da pri izdelanih kartah nismo posvečali pozornosti morski obali oz. morju in ostalim vodnim telesom oz. jezerom (upoštevanje batimetričnih popravkov). Za morske površine namreč nimamo na razpolago gravimetričnih podatkov, prav tako nismo upoštevali ustreznih enačb pri računanju terenskih popravkov na morju in jezerih. Pri vodnih površinah bi bilo namreč potrebno upoštevati ustrezno gostoto vode. V prihodnosti bi bilo tako smiselno izvesti izračune tudi z upoštevanjem tega dejstva,
- smiselno bi bilo pridobiti novejšo oz. dopolnjene gravimetrične podatke iz okoliških držav, predvsem iz Italije in jih vključiti v izračune.

Z zgoraj naštetim bi še izboljšali končni rezultat pri postopku izdelave kart gravimetričnih anomalij za območje Slovenije.

Na podlagi opravljene raziskave s področja modeliranja vertikalnega gradienta težnosti predlagamo nekaj aktivnosti, ki jih vidimo kot smiselne za izvedbo v prihodnosti.

Smiselno bi bilo uporabiti oz. implementirati prikazano metodo modeliranja vertikalnih gradientov težnosti za vse izvedene gravimetrične meritve na reperjih nivelmana visoke natančnosti, kjer razpolagamo z merskimi podatki. Reperji se nahajajo na različnih višinah nad terenom in pri redukcijah med merjeno točko (senzor instrumenta) in reperjem je bil uporabljen normalni vertikalni gradient. S ponovnim preračunom in uporabo modeliranega vertikalnega gradienta bi pridobili kvalitetnejše gravimetrične podatke.

Za celotno ozemlje Republike Slovenije bi lahko izdelali model vertikalnih gradientov težnosti v poljubni resoluciji (npr. 100×100 m). Za to je potrebno pripraviti programsko opremo, ki bo z ustrežno opremo omogočila izračune. Pri tem največji izziv predstavlja

ustrezna priprava razpoložljivih DMR, saj je npr. lidarski DMR v resoluciji 1×1 m za celotno Slovenijo podan v več kot 20.000 datotekah, v skupni velikosti 528 GB. Za izvedbo tega je potrebno zagotoviti tudi ustrezno računalniško opremo (procesorsko moč), da bo izračun sploh možen.

Glede na to, da smo v postopku izdelave te disertacije opravili meritve vertikalnih gradientov na vseh gravimetričnih točkah 1. reda, bi bilo v prihodnosti smiselno le-te upoštevati pri izračunih osnovne gravimetrične mreže. Poleg tega so bile od zadnjega izračuna izvedene tudi nove absolutne gravimetrične meritve na vseh šestih gravimetričnih točkah 0. reda (Urlich in Medved, 2015). Zato bi preračun celotne osnovne gravimetrične mreže podal kvalitetnejšo gravimetrično osnovo za celotno državo.

V okviru disertacije je bil izdelan nov 2D geološki model Slovenije. Model bi se lahko uporabil pri izdelavi novega modela (kvazi)geoida Slovenije. Različni avtorji namreč dokazujejo, da upoštevanje geoloških značilnosti (gostot) obravnavanega območja v postopkih izračuna (kvazi)geoida, izboljšajo njegovo kakovost.

Konkretni rezultati disertacije

Na podlagi rezultatov te raziskave lahko rečemo, da izvirni prispevek k znanosti predstavljajo:

- razvoj metode za izračun vertikalnih gradientov težnosti,
- določitev kriterijev kakovosti vhodnih podatkov za izdelavo modela vertikalnih gradientov težnosti,
- določitev optimalne velikosti celične mreže vhodnih podatkov in referenčnih razdalij območja izračuna z razdelitvijo na cone okoli obravnavane točke,
- potrditev smiselnosti uporabe vertikalnega gradienta težnosti v postopku obdelave gravimetričnih meritev pri najnatančnejših meritvah.

Konkretni rezultati disertacije, ki dodatno prispevajo k nadaljnjim raziskavam na tem področju so:

- vrednosti vertikalnih gradientov težnosti na vseh točkah osnovne gravimetrične mreže Slovenije,
- nova karta Bouguerovih anomalij Slovenije,
- nov 2D model gostot topografskih mas za Slovenijo,
- 3D model gostot topografskih mas za območje severovzhodne Slovenije,
- izdelana ustrezna programska orodja za izračun vertikalnih gradientov težnosti.

Izračunani vertikalni gradienti težnosti se v praksi pri obdelavi podatkov gravimetričnih meritev še ne uporabljajo. Menimo, da je predlagana metoda tako pomemben prispevek k dobri praksi na tem področju. Z uporabo te metode povečamo kakovost izračunanih težnih pospeškov in tako zagotovimo bolj zanesljive in natančne gravimetrične podatke.

11 POVZETEK

Poznavanje težnostnega polja Zemlje je pomembno tako za geodezijo (npr. določanje ploskve geoida) kot geofiziko (interpretacija notranjih struktur Zemlje). Vertikalni gradient težnosti (VGT) določa spremembo težnega pospeška po višini (vzdolž vertikale) in ga dobimo z odvajanjem vektorja težnega pospeška g oziroma z drugimi odvodi težnostnega potenciala W . Pri izvajanju gravimetričnih meritev ima poznavanje oz. nepoznavanje vertikalnega gradienta težnostnega polja velik pomen, saj moramo težni pospešek, izmerjen z instrumentom reducirati na stabilizirano točko. Ker so meritve dolgotrajne in drage običajno uporabljamo vrednosti normalnega težnostnega polja, ki pa se zaradi nehomogene strukture Zemlje, razlikuje od dejanskega. Zato je smiselno, da z razpoložljivimi podatki modeliramo vrednosti vertikalnega gradienta težnosti in le-te uporabimo v gravimetričnih izmerah, saj s tem bistveno izboljšamo končne vrednosti težnih pospeškov na posameznih točkah.

V teoretičnem delu disertacije smo podali pregled teorije težnostnega polja Zemlje z definicijami in opisi potencialnih polj (gravitacijski potencial, centrifugalni potencial, težnostni potencial, normalno težnostno polje). Podatki dejanske težnosti, ki so običajno pridobljeni na fizični površini Zemlje vsebujejo prostorske in časovne vplive na težnostno polje raziskovanega območja in tako niso medsebojno neposredno primerljive, zato jih je potrebno reducirati na eno skupno raven, kjer lahko medsebojno primerjamo vse vrednosti. V grobem je ta primerjalna ploskev geoid oz. katerakoli druga ekvipotencialna ploskev ali elipsoid. Redukcijo merjenih vrednosti težnega pospeška dosežemo z uvedbo različnih popravkov, pri čemer je cilj dobiti anomaljske vrednosti, ki odražajo geodetski oz. geofizikalni problem (oblika Zemlje oz. kontrast gostote). Tako s popravkom višine oz. popravkom prostega zraka reduciramo merjene vrednosti težnega pospeška za nadmorsko višino opazovališča, pri čemer ne upoštevamo vpliva okoliških topografskih mas. Njihov vpliv odstranimo s topografskim popravkom, ki ga razčlenimo na popravek za Bouguerovo ploščo in terenski popravek. Vpliv (velikost) terenskega popravka je zelo odvisen od bližnje okoliške topografije obravnavane točke. Določitev topografskega popravka predstavlja največji izziv v postopku računanja anomalij težnosti in veliko avtorjev se ukvarja s problemom določitve vpliva okoliških mas. Vpliv topografskih mas lahko izračunamo z uporabo analitičnih, numeričnih ali kombiniranih metod, v splošnem jih delimo na: metoda neposredne integracije, hitra Fourierjeva transformacija (FFT), razširitev s sfernimi harmoničnimi funkcijami, spline funkcije in kombinirane metode. Vsaka metoda/pristop ima svoje prednosti in slabosti. V praksi so najpogosteje uporabljeni pristopi izračuna vpliva okoliških mas z geometrijskimi liki, pri čemer območje izračuna razdelimo v mrežo pravilnih likov in izračunamo vpliv posameznega telesa. V praksi se običajno uporabljajo kvadri, poleg njih pa tudi teseroid, polieder, masna točka, masna linija in masna ploskev. Pri tem uporabimo digitalne modele reliefa (DMR), dodatno je potrebno upoštevati tudi ukrivljenost Zemlje. Tako iz teorije težnosti kot iz praktičnih izračunov velja dejstvo, da ima pri izračunih težnostnega potenciala in njegovih derivatov največji vpliv okoliška masa v bližini obravnavane točke. Zato je bistvenega pomena njeno pravilno detajlno modeliranje oz. pravilen izračun njenih vplivov. Z oddaljenostjo mas od točke izračuna se njihov vpliv zmanjšuje, zato ni več

potrebno tako točno modeliranje. Pri tem se postavlja pomembno vprašanje, kako določiti velikost območja izračuna vpliva okoliških mas. Seveda ima pomembno vlogo pri modeliranju tudi geološka struktura okoliških mas. Običajno se v izračunih uporablja konstantna gostota, saj ni veliko razpoložljivih geoloških modelov, ki bi podajali gostoto zemljin za obravnavana območja.

Na podlagi različnih tehnik regularizacije so bile v preteklih desetletjih razvita tudi različna programska orodja. Skoraj vse znanstvene raziskave, ki so posvečene modeliranju vertikalnih gradientov težnosti, temeljijo na uporabi normalnega težnostnega polja, digitalnih modelih terena (DMR) in podatkih izmerjenih vrednostih težnega pospeška, torej težnostnih anomalij. V naši raziskavi smo vertikalne gradiente težnosti modelirali brez danih podatkov o anomalijah težnosti, dodatno pa smo upoštevali tudi gostoto okoliških mas.

Celoten raziskovalni proces, ki smo ga izvedli v okviru te disertacije lahko opišemo z naslednjimi ključnimi koraki:

- pregled stanja in analiza vseh razpoložljivih podatkov,
- izdelava novih kart gravimetričnih anomalij za Slovenijo,
- izbor dveh testnih območij in vzpostavitev kontrolnih točk,
- merjenje vertikalnega gradienta težnosti na vseh točkah (skupaj 44) z relativnim gravimetrom,
- obdelava podatkov o meritvah in izračuni vertikalnih gradientov težnosti,
- priprava vhodnih podatkov za modeliranje, vključno z izdelavo modela gostot topografskih mas Slovenije,
- modeliranje vertikalnih gradientov težnosti s kombinacijami različnih vhodnih podatkov,
- validacije različnih modelov, statistične ocene, testi korelacij in analiza opravljenega dela s preizkušanjem podanih hipotez,
- primer uporabe rezultatov raziskave na konkretnih primerih v praksi.

Vhodni podatki

Za potrebe raziskave potrebujemo različne nize vhodnih podatkov, ki smo jih ustrezno pripravili, obdelali oz. analizirali, v splošnem pa jih razdelimo na 3 segmente: geološko-geofizikalni podatki, digitalni modeli reliefa (DMR) in gravimetrični podatki.

S stališča modeliranja topografskih vplivov določenega območja nas zanima sestava Zemlje predvsem v smislu njenih gostot. Za praktično uporabo teh podatkov potrebujemo modele gostot, ki so lahko dvo- (2D) ali trodimenzionalni (3D). 2D modeli ali površinski modeli običajno vsebujejo podatke o pravilni mreži (rastru) z vrednostjo celice, ki predstavlja gostoto. 3D modeli pa so sestavljeni iz več plasti, pri čemer vsaka plast predstavlja kamnine z enakimi lastnostmi. Z modeli nadomeščamo splošno sprejeto vrednost o povprečni gostoti (2670 kg/m^3). Zanima nas gostota Zemlje do roba obravnavanega območja modeliranja, to je med površjem Zemlje in referenčno ploskvijo, ki jo predstavlja (kvazi)geoid ali elipsoid. To gostoto imenujemo površinska gostota ali gostota t. i. topografskih mas, ki vključuje vse topografske mase med površjem in geoidom (nadmorska višina). Značilnost teh modelov je, da se prvenstveno uporabljajo za

potrebe fizikalne geodezije, predvsem za modeliranje geoida. Obstaja nekaj globalnih modelov gostot Zemljinega površja, katerih slabost pa je seveda njihova resolucija, saj pokrivajo celotno Zemljo in so kot taki seveda manj primerni za lokalno modeliranje. To je npr. model 'UNB Topo Dens', ki seveda pokriva tudi območje Slovenije in smo ga vključili v raziskavo. Na območju Slovenije razpolagamo z modelom gostot, ki je bil izdelan za potrebe izračuna geoida SLO_AMG2000, tj. model z oznako '2D_SLO_Prib'. Poleg tega seveda razpolagamo z geološkimi kartami v različnih merilih in na osnovi digitalne geološke karte Slovenije v merilu 1 : 250.000, smo izdelali nov model gostot Slovenije z oznako '2D_SLO_Medv'. Vsem 114 litostratografskim enotam, ki v 4551 zaključenih poligoni pokrivajo območje Slovenije, smo pripisali povprečno gostoto posamezne enote. Pri tem smo upoštevali določene predpostavke in poenostavitve in tako kreirali model površinskih gostot topografskih mas, ki je primeren za našo raziskavo. V severovzhodnem delu države pa razpolagamo celo s 3D geološkim modelom Mursko-Zalskega bazena. Model sestavlja devet litostratografskih enot, ki smo jim prav tako pripisali gostote in tako kreirali 3D model gostot z oznako '3D_SLO_Šram'.

Za območje Slovenije imamo na razpolago več digitalnih modelov reliefa z oznakami in resolucijami DMR1 (1 × 1 m), DMR12_5 (12,5 × 12,5 m), DMR 25 (25 × 25 m), DMR100 (100 × 100 m) in DMR1000 (1000 × 1000 m), ki smo jih uporabili v tej raziskavi. DMR100 in DMR1000 sta bila pripravljena za potrebe izračuna modela nove višinske referenčne ploskve (SLO_VRP2016) in sta za čezmejni pas do oddaljenosti vsaj 167 km združena s podatki SRTM-3 v2.1. Uporabili smo tudi visokokakovostni globalni model MERIT v resoluciji 3", iz katerega smo pripravili DMR_MERIT_100 (100 × 100 m) in DMR_MERIT_1000 (1000 × 1000 m).

V Sloveniji razpolagamo tudi z več nizi gravimetričnih podatkov in sicer: stari gravimetrični podatki SFRJ za območje Slovenije in dela Hrvaške, gravimetrični podatki obmejnega območja sosednjih držav, tj. Italije, Avstrije in Madžarske, ki so bili pridobljeni s formalnimi dogovori in uporabljeni za potrebe izračuna novega kvazigeoida Slovenije, podatki osnovne gravimetrične mreže, gravimetrični podatki reperjev nivelmanske mreže 1. reda in podatki nove regionalne gravimetrične izmere za območje Slovenije. Vsi navedeni podatki so bili uporabljeni za potrebe te disertacije.

Karta Bouguerovih anomalij Slovenije

Karte gravimetričnih anomalij se uporabljajo v geoloških in geofizikalnih raziskavah. V Sloveniji je za območje celotne države trenutno aktualna karta Bouguerovih anomalij, ki je bila izdelana v drugi polovici prejšnjega stoletja. Nastala je na podlagi gravimetričnih meritev na območju bivše Jugoslavije, ki so se na območju Slovenije izvajale v različnih izmerah od leta 1956 do 1965 v Potsdamskem gravimetričnem sistemu. Od takrat je na voljo kar nekaj novih podatkov o merjenem težnostnem pospešku na območju Slovenije, ter kakovostnih digitalnih modelov terena v različnih resolucijah, ki so potrebni za izdelavo takšnih kart. Po letu 1996 se je namreč začela vzpostavljati nova osnovna gravimetrična mreža v sistemu IGSN71, ki je sestavljena iz 6 absolutnih in 29 relativnih gravimetričnih točk in predstavlja temelj za vsa sodobna gravimetrična opazovanja, tj. slovenski gravimetrični datum GD06, v katerem se dandanes izvajajo vse gravimetrične

meritve v Sloveniji. Tako je bilo na ozemlju Slovenije v zadnjem obdobju izvedenih veliko kvalitetnih gravimetričnih meritev, predvsem z namenom vzpostavitve novega državnega višinskega sistema in izračuna nove višinske referenčne ploskve (model kvazigeoida). Poleg tega so se spremenili tudi metodologija in standardi za izdelavo kart gravimetričnih anomalij. Na podlagi vsega tega smo v okviru te disertacije izdelali nove karte gravimetričnih anomalij Republike Slovenije.

Z vidika kakovosti gravimetričnih podatkov je potrebno posebno pozornost nameniti podatkom stare gravimetrične izmere SFRJ na območju Slovenije in dela Hrvaške. Izvorni podatki meritev nam niso na razpolago, zato težko ocenimo kvaliteto gravimetričnih meritev, lahko pa preverimo njihovo položajno/višinsko natančnost. Zato smo opravili analizo njihove geolokacije in sicer smo vse podatke primerjali z digitalnim modelom reliefa DMR1 in sicer višine izvornih koordinat gravimetričnih točk s pripadajočimi višinami iz DMR1. Na ta način dobimo odstopanja med obema višinama za vsako posamezno gravimetrično točko. Statistični kazalci analize kažejo, da je izvorna višina nekaterih točk oz. posledično njihov položaj zelo vprašljiv. Odstopanja so od min. -391 m do maks. +333 m. Posledično to pomeni, da je uporaba teh podatkov v nekaterih primerih neprimerna za nadaljnje izračune. Zato smo se odločili, da te podatke ustrezno filtriramo in v nadaljnjih postopkih uporabimo samo podatke, za katere predvidevamo, da niso grobo pogrešeni. Tako iz niza starih jugoslovanskih gravimetričnih podatkov, ki na območju Slovenije vsebuje 3365 točk izločimo vse, ki po višini odstopajo za več kot ± 70 m. Izločenih je 390 predvidoma grobo pogrešenih točk, tako v filtriranem nizu ostane 2975 točk. Pri tem se pojavi vprašanje, če niso v tem nizu podatkov grobe napake prisotne tudi v samih vrednostih težnih pospeškov in bi jih bilo morda smiselno v prihodnosti iz obdelave izločiti.

Za izdelavo kart gravimetričnih anomalij smo tako uporabili vse razpoložljive gravimetrične podatke na območju Slovenije in okolice. Skupaj je bilo tako izračunanih 15.930 točkovnih anomalij, od tega 6457 na območju Slovenije in 9473 na območju sosednjih držav. Vse merjene vrednosti težnosti je potrebno reducirati za različne popravke z namenom izračuna anomalij težnosti. V splošnem so postopki za reduciranje merjenih težnosti neregulirani in se v raznih geofizikalnih tekstih, dostopnih (komercialnih) programskih paketih in znanstvenih člankih med seboj razlikujejo. V naših izračunih smo uporabili naslednje popravke: atmosferski popravek, popravek višine oz. popravek prostega zraka in topografski popravek, ki ga razdelimo na popravek Bouguerove plošče in terenski popravek. Izračuni se nanašajo na posamezne točke, na katerih imamo opravljene gravimetrične meritve, ki niso homogeno razporejene. Za potrebe izrisa novih kart anomalij jih je zato potrebno prikazati v pravilni celični mreži, za kar smo uporabili metodo interpolacije 'Krigging', s ciljno ločljivostjo $30'' \times 45''$, kar v naravi predstavlja celico velikosti približno 1000×1000 m. Tako smo izdelali sledeče modele oz. karte za Slovenijo: anomalije prostega zraka, Bouguerove anomalije težnosti, popolne Bouguerove anomalije težnosti in vpliv indirektnega učinka.

Iz izvedene primerjave različnih kart in analize vpliva vhodnih gravimetričnih podatkov lahko zaključimo, da imajo novejši gravimetrični podatki Slovenije velik vpliv na izdelavo kart gravimetričnih anomalij Slovenije. Prav tako je pomembno, da so vhodni

podatki, iz katerih se v nadaljnjih postopkih modelirajo karte, zanesljivi; torej brez prisotnih grobih napak. Zato je pri izdelavi kart gravimetričnih anomalij bistveno, da se v postopkih obdelave gravimetričnih podatkov uporabi samo kvalitetne podatke. Priprava, čiščenje in analiza podatkov so bistveni del postopka, saj nam le-to omogoča izdelavo kvalitetnih končnih modelov. Na območju Slovenije smo tako po nekaj desetletjih dobili posodobljeno karto gravimetričnih anomalij, ki temelji na posodobljenih postopkih izračuna in predvsem na kvalitetnejših vhodnih podatkih, tako gravimetričnih kot DMR. Predvidevamo, da je zato izdelana nova karta Bouguerovih anomalij za območje Slovenije boljše kakovosti in bolje odraža dejansko stanje na področju težnostnega polja. Kot taka omogoča kvalitetnejše interpretacije pojavov.

Testno območje in terenska izmera vertikalnih gradientov težnosti

Izračunane oz. modelirane vrednosti vertikalnih gradientov težnosti lahko empirično preverimo na točkah, kjer imamo znane (izmerjene) dejanske vrednosti vertikalnih gradientov težnosti. Zato smo določili dve testni območjih na katerih smo skupno izmerili vertikalni gradient na 44 točkah. Testno območje 1 predstavlja severovzhodni del Slovenije in je bilo izbrano, ker na tem delu razpolagamo s 3D modelom gostot. V ta namen smo stabilizirali in izmerili 13 točk. Testno območje 2 pa predstavlja celotna Slovenija, kjer smo izvedli meritve na dodatnih 31 točkah in sicer smo uporabili že obstoječe gravimetrične točke 1. reda, ki so enakomerno porazdeljene po celotnem državnem ozemlju. Vsem novim točkam smo tudi določili koordinate s pomočjo GNSS-RTK metode.

Z relativnimi gravimetri ne moremo neposredno izmeriti vertikalnega gradienta, lahko pa ga določimo na osnovi relativnih merjenj na različnih višinah nad isto točko. Postopek je poznan in se uporablja predvsem pri reduciranju absolutnih gravimetričnih meritev na nivo stabilizirane točke. Na vseh točkah smo meritve izvedli na dveh višinah na razmiku, ki je približno 1,5 m v vsaj 11 zaporednih nizih. V postopku obdelave podatkov meritev izračunamo ustrezne popravke in redukcije za meritve na vsaki točki in sicer smo upoštevali: popravek dolgoročnega hoda gravimetra, popravek za nehorizontalnost gravimetra, popravek zaradi spremembe temperature senzorja, redukcijo meritev za kalibracijski faktor, popravek zaradi plimovanja trdne Zemlje (po modelu Longman), redukcijo za višino instrumenta, popravek zaradi vpliva zračnega tlaka, popravek zaradi gibanja Zemljinih polov in redukcijo opazovanj za preostali hod instrumenta. Iz obdelanih podatkov meritev lahko izračunamo dejanske vertikalne gradiente težnosti, ki jih v nadaljevanju obravnavamo kot referenčne (dane) vrednosti in nam služijo za analizo modeliranih vrednosti vertikalnih gradientov težnosti.

Uporaba satelitskih gravimetričnih podatkov

Po letu 2000 so se pojavile namenske satelitske gravimetrične misije CHAMP (CHALLENGING Minisatellite Payload), GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) in GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer), ki so bistveno pripomogle k poznavanju gravitacijskega polja Zemlje na globalnem nivoju. Iz njihovih podatkov so izdelani tudi globalni modeli vertikalnih gradientov težnosti. Podatki so dolgovalovni z resolucijo ~100 km in z omejeno natančnostjo, njihova uporaba

brez dodatnih terestričnih gravimetričnih podatkov je nezanesljiva. Modeli so predstavljeni v obliki sfernih harmoničnih vrst, katerih uporaba zahteva obsežne računske operacije. Na primer, da bi v sferni geometriji uporabili podatke o topografiji z velikostjo celice 1×1 km bi bilo potrebno sferno harmonično raztezanje do stopnje in reda 36.000. Sfernih harmoničnih vrst do te visoke stopnje ni mogoče izračunati zaradi nestabilnosti določitev pripadajočih Legendrejevih funkcij. Zato metoda sferne harmonične razširitve topografije ni najprimernejša za zelo podrobno lokalno omejeno modeliranje, je pa seveda ustrežnejša pri modeliranju na globalnem nivoju.

Iz obstoječih globalnih modelov težnostnega polja Zemlje je možno pridobiti tudi vrednosti vertikalnih gradientov težnosti. Trenutno je objavljenih več kot 170 modelov. Izbrali smo nekaj reprezentativnih modelov in iz njih določili vrednosti vertikalnih gradientov težnosti za naše testne točke. Analiza je pokazala, da resolucija modelov žal ne zadošča za potrebe določitve vertikalnih gradientov na regionalnih območjih oz. območju posamezne države, saj so odstopanja relativno velika. Statistični kazalci za vse obravnavane globalne modele so za nekaj razredov slabši kot v primeru modeliranja vertikalnih gradientov težnosti z uporabo DMR.

Modeliranje vertikalnih gradientov težnosti

Kot je že navedeno se običajno vse topografske mase nad geoidom razdelijo v elementarna telesa s konstantno gostoto, kot so npr. kvadri, teseroidi ali poliedri. Za ta telesa se nato izračunajo Newtonovi prostorski integrali v obliki zaprtih izrazov. Gradienti težnostnega potenciala vseh topografskih mas se nato dobijo s seštevanjem posameznih drugih odvodov težnostnega potenciala vseh elementarnih teles. V našem pristopu smo modelirali gravitacijski vpliv topografskih mas v obliki seštevanja topografskih mas med elipsoidom in geoidom in topografske mase med geoidom in fizično površino Zemlje, pri čemer smo kot osnovno telo uporabili kvader. Izpostavljamo, da v postopku modeliranja vertikalnih gradientov težnosti nismo uporabili podatkov o težnostnem polju Zemlje (npr. anomalijsko polje), ampak samo podatke o topografiji (DMR). Upoštevali smo tudi vpliv ukrivljenosti Zemlje, pri čemer smo obravnavano območje okoli posamezne točke razdelili na štiri cone. Namesto običajne krožnice, smo kot omejitveni lik obravnavanega območja uporabili kvadrat, s čimer smo se izognili problemom na stikih.

S kombiniranjem različnih vhodnih podatkov smo kreirali 54 različnih variant modelov. Uporabili smo kombinacije razpoložljivih DMR z različnimi resolucijami (od 1×1 m, do 1000×1000 m), konstantno gostoto topografskih mas oz. različne modele gostot in različne referenčne razdalje za posamezne cone. V splošnem velja, da smo računsko območje razdelili na štiri kvadratne cone z referenčnimi razdaljami 0,25 km, 5,24 km, 28,80 km in 166,74 km. Za vsak obravnavani model smo izračunali vrednosti vertikalnih gradientov težnosti za vse testne točke. Na podlagi izračunanih (modeliranih) vrednosti lahko za vsako točko izvedemo primerjavo z referenčno (merjeno) vrednostjo, pri čemer razliko odstopanj obravnavamo kot napako modeliranja. S statističnimi kazalci lahko ocenimo koreliranost med merjenimi in modeliranimi vrednostmi vertikalnih gradientov težnosti za vse točke za vseh 54 obravnavanih modelov. Na podlagi izvedene analize lahko podamo nekaj najpomembnejših zaključkov.

Prostorska ločljivost uporabljenega DMR pomembno vpliva na natančnost modeliranega VGT. Modelirane vrednosti VGT so povezane z izmerjenimi vrednostmi s korelacijskimi koeficienti v razponu od 0,669 (DMR z ločljivostjo 1000×1000 m) do 0,933 (DMR z ločljivostjo 1×1 m), kar kaže na velik vpliv pravilno obravnavanih topografskih mas pri modeliranju VGT. Za modeliranje VGT je treba upoštevati računsko razdaljo najmanj 10 km okoli obravnavane točke. Vpliv topografskih mas od razdalje 30 km naprej pa ne prispeva bistveno k točnosti izračuna. Največji prispevek pri modeliranju VGT ima najbližja cona, prispevek bolj oddaljenih con ima veliko manjši vpliv, zato je pomembno, da v neposredni bližini (cona 1) obravnavane točke uporabimo najbolj kakovosten DMR (npr. 1×1 m). Analiza različnih razdalj prve oz. najbližje cone (0,25 km, 0,5 km in 1 km) kaže na bistveno naraščanje računskega časa ter rahlo in nepomembno povečanje kakovosti modeliranja. Podobno velja pri uporabi DMR z različnimi ločljivostmi ($12,5 \times 12,5$ m, 25×25 m ali 100×100 m) v conah 2 in 3. Zato je smiselno uvesti delitev obravnavanega računskega območja na posamezne cone (od 1 do 4), kjer se uporabljajo DMR z različnimi ločljivostmi. Uporaba DMR1 v coni 1 (od 0 m do 250 m), DMR25 v coni 2 (od 0,25 km do 5,24 km), DMR100 v coni 3 (od 5,24 km do 28,8 km) in DMR1000 v coni 4 (od 28,8 km do 166,7 km) se izkaže za najustreznejšo kombinacijo uporabljenih DMR z različnimi ločljivostmi, v smislu optimizacije računskega časa in točnosti rezultatov. Zato predlagamo uporabo te kombinacije DMR in referenčnih razdalj v prihodnjih izračunih. Če želimo, da je natančnost modeliranih vrednosti vertikalnih gradientov težnosti primerljiva z natančnostjo merjenih vrednosti, je potrebno v postopku modeliranja (v bližnji okolici obravnavane točke) uporabiti DMR v resoluciji 1×1 m. Za bližnjo okolico (cona 1) se smatra razdalja vsaj 250 m. Če želimo, da je natančnost modeliranih vrednosti vertikalnih gradientov težnosti primerljiva z natančnostjo merjenih vrednosti, je potrebno poleg zgoraj navedenega v postopku modeliranja upoštevati razdaljo vsaj 28,8 km okoli obravnavane točke. Ker postopek modeliranja vertikalnih gradientov težnosti, uporabljen v tej nalogi, dosega natančnost reda samih meritev že ob uporabi fiksne gostote topografskih mas (2670 kg/m^3), lahko tudi zaključimo, da uporabljena metoda ustreza trenutnim praktičnim zahtevam v geodeziji. Uvedba modelov gostot v postopek modeliranja VGT, ko se namesto konstantne gostote uporabi različne dejanske gostote obravnavanih topografskih mas, pa še dodatno izboljša natančnost izračunanih vrednosti. V primeru uporabe najkakovostnejšega DMR, torej 1×1 m je razlika med uporabljenimi fiksno gostoto in uporabo modelov gostot najbolj očitna. Vidimo, da uporaba kateregakoli podanega 2D modela gostot izboljša izračune, pri čemer so najboljši rezultati doseženi z uporabo modela z oznako '2D_SLO_Medv', ki je bil kreiran v okviru te naloge. Pri tem se analiza nanaša na celotno območje Slovenije, torej skupaj na 44 točkah v obeh testnih območjih. Povprečne razlike med izmerjeno in modelirano vrednostjo vertikalnih gradientov težnosti ob uporabi fiksne gostote (2670 kg/m^3) znašajo $-9,2 \text{ } \mu\text{Gal/m}$ s standardnim odklonom $12,3 \text{ } \mu\text{Gal/m}$, ob uporabi modela gostot '2D_SLO_Medv' so $-6,0 \text{ } \mu\text{Gal/m}$ s standardnim odklonom $10,7 \text{ } \mu\text{Gal/m}$, ob uporabi modela gostot '2D_SLO_UNB' so $-7,6 \text{ } \mu\text{Gal/m}$ s standardnim odklonom $10,8 \text{ } \mu\text{Gal/m}$ in ob uporabi modela gostot '2D_SLO_Prib' so $-7,2 \text{ } \mu\text{Gal/m}$ s standardnim odklonom $10,7 \text{ } \mu\text{Gal/m}$. Pri tem Pearsonov korelacijski koeficienti znašajo 0,933, 0,940, 0,939 in 0,940. Navedeno velja za uporabo DMR1 v coni 1.

Na podlagi rezultatov lahko tudi sklepamo, da med višino terena in napako modeliranja ni statistično značilne korelacije. Enako velja tudi za geografski položaj obravnavane točke. Kakovost modeliranega VGT tako ni odvisna od geografske lege ali nadmorske višine. Rezultate raziskave na koncu preverimo tudi na konkretnih primerih iz prakse. Vidimo, da je za praktično implementacijo te raziskave v geodetsko prakso oz. obdelavo gravimetričnih meritev, bistveno vprašanje, s kakšno natančnostjo želimo dobiti rezultate meritve. V splošnem lahko rečemo, da npr. za potrebe določitve geopotencialnih kot reperjev ali izračun (kvazi)geoida zadostuje uporaba normalnega vertikalnega gradienta težnosti. Nasprotno pa je poznavanje dejanskega vertikalnega gradienta težnosti bistveno pri izvedbi lokalnih mikro-gravimetričnih meritev, kjer se zahteva natančnost pod $10 \mu\text{Gal}$. Pri tem pa se je seveda potrebno zavedati, da pomembno vlogo igra višinska razlika med senzorjem instrumenta in nivojem točke.

Na podlagi vsega zgoraj navedenega povzamemo, da *na obravnavanem območju lahko izdelamo model vertikalnih gradientov težnosti na osnovi geodetskih in geofizikalnih podatkov*. Prav tako je iz izvedenih analiz in zaključkov očitno, da *kakovost digitalnega modela reliefa bistveno vpliva na kakovost modela vertikalnih gradientov težnosti* in da *kakovost digitalnega modela gostot topografskih mas bistveno vpliva na kakovost modela vertikalnih gradientov težnosti*. Razvidno pa je tudi, da uporaba *globalnih modelov vertikalnih gradientov težnosti ne zagotavljajo zadostne natančnosti za njihovo uporabo na lokalnem (regionalnem) območju*. Izračunani vertikalni gradienti težnosti se v praksi pri obdelavi podatkov gravimetričnih meritev še ne uporabljajo. Menimo, da je predlagana metoda tako pomemben prispevek k dobri praksi na tem področju. Z uporabo te metode povečamo kakovost izračunanih težnih pospeškov in tako zagotovimo bolj zanesljive in natančne gravimetrične podatke.

12 SUMMARY

Knowledge of the Earth's gravity field is important for both geodesy (e.g., determining the surface of a geoid) and geophysics (interpreting the Earth's internal structures). The vertical gravity gradient (VGG) determines the variations of gravity with height (along the vertical) and is obtained by deriving the gravity vector g , which is also the second derivative of the gravitational potential W . In gravimetric measurements, knowing or not knowing the vertical gravity gradient is of great importance because the gravity value measured with an instrument must be reduced to a stabilized point. Since the measurements are very time-consuming and costly, we usually use the values of the normal gravity field, which differs from the real one due to the inhomogeneous structure of the Earth. Therefore, it is useful to model the values of the vertical gravity gradient with the available data and use them in gravimetric measurements, since this significantly improves the final values of gravity accelerations at individual points.

In the theoretical part of the doctoral dissertation an overview of the theory of the Earth's gravity field is given, with definitions and descriptions of potential fields (gravitational potential, centrifugal potential, gravity potential, normal gravity). All actual gravity field data, usually obtained at the physical surface of the Earth, contain spatial and temporal influences on the gravity field and are not directly comparable with each other, so they must be reduced to a common level on which all values can be compared. This comparison surface is usually a geoid, another equipotential surface, or an ellipsoid.

The reduction of the measured gravity values is done by introducing various corrections, the goal being to obtain anomalous values that reflect the geodetic or geophysical problem (Earth shape or density contrast). Thus, in the case of height correction, i.e. free air correction, the measured gravity values are reduced from the observation height, not taking into account (ignoring) the influence of the surrounding topographic masses. Their influence is additionally removed by the topographic correction, which is divided into the Bouguer plate correction and the terrain correction. The effect (magnitude) of the terrain correction depends strongly on the surrounding topography of the point under consideration. The determination of the topographic correction is the most challenging part of the gravity anomaly calculation, and many authors have addressed the problem of determining the influence of the surrounding masses.

The influence of topographic masses can be calculated by analytical, numerical or combined methods. In general, they are divided into: direct integration method, fast Fourier transformation (FFT), spherical harmonic function expansion, spline functions and combined methods. Each method/approach has its advantages and disadvantages. The most commonly used approaches in practice are the calculation of the influence of the surrounding masses with geometric figures, where the calculation area is divided into a grid of regular figures (bodies) and the influence of a single body is calculated. In practice, rectangular prisms, tesseroid, polyhedron, mass point, mass line and mass

surface are often used. Digital terrain models (DTM) are used for modelling, and the curvature of the Earth must also be taken into account.

It is clear from both gravitational theory and practical calculations that the surrounding mass near the point of interest has the greatest influence on the calculation of the gravitational potential and its derivatives. Therefore, their correct detailed modelling or correct calculation of their effects is essential. The farther the masses are from the point of calculation, their influence decreases, and such accurate modelling is no longer required. This raises the important question of how to determine the size of the area of influence of the surrounding masses. Of course, the geological structure of the surrounding masses also plays an important role in the modelling. Usually, a constant density is used in the calculations because there are not many geological models available that give the density of the soils for the areas under consideration.

In the last decades, different software tools have been developed based on different regularisation techniques. Almost all scientific researches dealing with the modelling of vertical gravity gradients are based on the use of the normal gravity field, digital terrain models and data of measured gravity values, i.e. gravity anomalies. In our study, the vertical gravity gradients were modelled without the gravity anomaly data; in addition, the density of the surrounding masses was also considered. The whole research process carried out in this work can be described by the following key steps:

- an inventory and analysis of all available data,
- the creation of new gravimetric anomaly maps for Slovenia,
- selection of two test areas and stabilisation of control points,
- measurement of the vertical gravity gradient at all points (44 in total) with a relative gravimeter,
- processing of the measured data and calculation of the vertical gravity gradients,
- preparation of input data for modelling, including the creation of a density model of topographic masses for Slovenia,
- modelling of the vertical gravity gradients with combinations of different input data,
- validations of the different models, statistical estimation, correlation tests, and analysis of the work performed by testing the hypotheses,
- an example of how the research results can be applied to concrete practical cases.

Input data

For the purposes of the study, we need different sets of input data, which we have prepared, processed or analysed accordingly and which can be divided into three segments: geological-geophysical data, digital terrain models (DTM) and gravimetric data.

From the point of view of modelling the influences of topographic masses on a given area, we are interested in the composition of the Earth, especially in terms of its densities. To make practical use of these data, we need density models, which can be two-dimensional (2D) or three-dimensional (3D). 2D models, or surface models, usually contain information in the form of a regular grid whose cell value represents the soil density. 3D

models, on the other hand, consist of multiple layers, with each layer representing soils/rocks with the same properties. These models are used to replace the commonly accepted value of average density (2670 kg/m^3). We are interested in the density of the Earth down to the edge of the modelling domain, i.e., between the Earth's surface and a reference surface represented by a (quasi)geoid or ellipsoid. This density is called the surface density or the so-called density of topographic masses, which includes all topographic masses between the surface and the (quasi)geoid (height above sea level). A characteristic feature of these models is that they are primarily used for physical geodesy, especially for geoid modelling. There are some global density models of the Earth's surface, but their disadvantage is their resolution, since they cover the entire Earth and are therefore naturally less suitable for local modelling. This model is e.g. 'UNB_Topo Dens', which of course covers also the territory of Slovenia and was included in the study. In Slovenia we have a density model created for SLO_AMG2000 geoid calculation, i.e. the model named '2D_SLO_Prib'. In addition, we have geological maps at different scales and we have created a new density model of Slovenia called '2D_SLO_Medv' based on the 1:250,000 scale digital geological map of Slovenia. All 114 lithostratigraphic units covering the territory of Slovenia in 4551 closed polygons were assigned an average density of each unit. We took into account certain assumptions and simplifications, thus creating a model of surface density of topographic masses suitable for our study. In the northeastern part of the country, we even have a 3D geological model of the Mursko-Zale Basin available. The model consists of nine lithostratigraphic units, to which we also assigned densities, thus creating a 3D density model designated '3D_SLO_Šram'.

Several digital elevation models are available for Slovenia with the designations and resolutions DTM1 ($1 \times 1 \text{ m}$), DTM12_5 ($12.5 \times 12.5 \text{ m}$), DTM25 ($25 \times 25 \text{ m}$), DTM100 ($100 \times 100 \text{ m}$), and DTM1000 ($1000 \times 1000 \text{ m}$), which were used in this study. DTM100 and DTM1000 were created for the calculation of the new height reference surface model (SLO_VRP2016) and merged with SRTM-3 v2.1 data for the transboundary zone up to a distance of at least 167 km. We also used the high quality 3" resolution global model MERIT from which we created DTM_MERIT_100 ($100 \times 100 \text{ m}$) and DTM_MERIT_1000 ($1000 \times 1000 \text{ m}$).

We also have several gravimetric data sets at our disposal: old gravimetric data from the former SFRY for the territory of Slovenia and part of Croatia, gravimetric data from the border area of the neighbouring countries, i.e. Italy, Austria and Hungary, obtained through formal agreements and used for the calculation of the new quasi-geoid of Slovenia, data from the fundamental gravimetric network, gravimetric data from the benchmarks of the 1st order levelling network and the data from the new regional gravimetric survey for the territory of Slovenia. All these data were used for this thesis.

Bouguer anomaly map of Slovenia

Gravimetric anomaly maps are used in geological and geophysical surveys. In Slovenia, the current Bouguer anomaly map for the entire country was created in the second half of the last century. It is based on gravimetric measurements on the territory of the former Yugoslavia, which were carried out in Slovenia in various surveys from 1956 to

1965 in the Potsdam gravimetric system. Since then, new gravity field data for the Slovenian territory have become available, as well as high quality digital terrain models in various resolutions, which are necessary for the production of such maps. After 1996, a new fundamental gravimetric network was established in the IGSN71 system, consisting of 6 absolute and 29 relative gravimetric points, which is the basis for all modern gravimetric observations, i.e. the Slovenian gravimetric datum GD06, where all gravimetric measurements in Slovenia are performed today. Thus, a large number of high-quality gravimetric measurements have been performed in recent years, mainly with the aim of establishing a new national height system and calculating a new height reference surface (quasi-geoid model). In addition, the methodology and standards for creating gravimetric anomaly maps were also changed. On this basis, new gravimetric anomaly maps for the Republic of Slovenia were created in this study.

From the point of view of the quality of gravimetric data, special attention should be paid to the old SFRY gravimetric data in the territory of Slovenia and part of Croatia. Since the original measurement data are not available to us, it is difficult to assess the quality of gravimetric measurements, but we can check their position/height accuracy. Therefore, we analysed their geolocation by comparing all data with the digital elevation model (DTM1), i.e., the heights of the original coordinates of the gravimetric points with the corresponding heights from DTM1. In this way, we obtain the deviations between the two heights for each gravimetric point. The statistical indicators of the analysis show that the original height of some points, or consequently their position, is very questionable. The deviations range from a minimum of -391 m to a maximum of $+333$ m. This means that in some cases the use of these data is unsuitable for further calculations. Therefore, we decided to filter these data accordingly and use only filtered data in the further procedure. Thus, from the set of old Yugoslav gravimetric data, which contains 3365 points in Slovenia, we exclude all points that deviate in height by more than ± 70 m. The 390 presumably gross errors points are eliminated, leaving 2975 points in the filtered set. This raises the question of whether gross errors in this data set are not also present in the gravity values themselves, and whether it might be worth removing them from future processing.

Therefore, all available gravimetric data in Slovenia and surrounding areas were used to create the gravimetric anomaly maps. A total of 15,930 point anomalies were calculated, of which 6457 were in the territory of Slovenia and 9473 in neighbouring countries. All measured gravity values must be reduced by various corrections in order to calculate gravity anomalies. In general, the procedures for reducing the measured gravity are not regulated and vary between different geophysical texts, available (commercial) software packages and scientific publications. The following corrections were used in our calculations: atmospheric correction, height correction or free air correction, and topographic correction, which is divided into Bouguer plate correction and terrain correction. The calculations refer to individual points where gravimetric measurements were made, which are not homogeneously distributed. Therefore, in order to create new anomaly maps, it is necessary to represent them in a regular grid of cells. We used the 'Krigging' interpolation method with a target resolution of $30'' \times 45''$, which corresponds to a cell size of about 1000×1000 m in nature. In this way, the following models or maps

were created for Slovenia: Free Air Anomalies, Bouguer Gravity Anomalies, Total Bouguer Gravity Anomalies, and the Indirect Effect Map. From the comparison of the different maps and the analysis of the influence of the input gravimetric data, it can be concluded that the current gravimetric data of Slovenia have a significant influence on the production of the gravimetric anomaly maps for Slovenia. It is also important that the input data from which the maps are modelled in the subsequent procedures are reliable, i.e. free from gross errors. Therefore, it is crucial for the production of gravimetric anomaly maps that only good quality data are used in the gravimetric data processing procedures. Data preparation, filtering, and analysis is an essential part of the process, as it is the only way to produce high-quality final models.

After several decades, an updated gravimetric anomaly map for the Slovenian region is now available, based on updated computational procedures and, most importantly, better quality input data, both gravimetric and digital terrain models. We assume that the new Bouguer anomaly map for Slovenia is therefore of better quality and better reflects the actual situation in the gravity field. Thus, it allows a better interpretation of the phenomena.

Test area and field measurement of vertical gravity gradients

The calculated or modelled values of vertical gravity gradients (VGG) can be empirically tested at points where the actual values of vertical gravity gradients are known (measured). Therefore, we defined two test areas where we measured the vertical gravity gradient at a total of 44 points. Test area 1 represents the northeastern part of Slovenia and was chosen because we have a 3D density model for this area available. For this purpose, 13 points were stabilised and measured. Test area 2 represents the entire national territory of Slovenia, where we measured another 31 points using existing first-order gravimetric points evenly distributed over the country. For all new points, the coordinates were also determined using the method GNSS-RTK.

Relative gravimeters cannot directly measure vertical gradient, but it can be determined from relative measurements at different heights above the same point. The procedure is well known and is mainly used to reduce absolute gravimetric measurements to the level of a stabilised point. At all points, measurements were made at two positions about 1.5 m apart above the point in question for at least 11 consecutive series of measurements. In processing the measurement data, we calculate the appropriate corrections and reductions for the measurements at each point, taking into account the following: Long-term gravimeter drift corrections, tilt correction for gravimeter non-horizontality, temperature compensation, calibration factor reduction, Earth tide correction (Longman model), height reduction, atmospheric pressure correction, polar motion reduction, and residual drift corrections. From the processed measured data, the actual vertical gravity gradients can be calculated, which are treated as (given) reference values in the following and used to analyse the modelled values of the vertical gravity gradients.

Use of satellite gravimetric data

Since 2000, the dedicated gravity satellite missions CHAMP (CHALLENGING Minisatellite Payload), GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment), and GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) have contributed significantly to knowledge of Earth's gravity field on a global scale. Their data have also been used to produce global gravity field models. The data are long-wavelength with ~ 100 km resolution and limited accuracy, and their use without additional terrestrial gravimetric data is unreliable. The models are represented as spherical harmonic series, and their use requires extensive computational operations. For example, the use of topographic data with a cell size of 1×1 km in spherical geometry would require a spherical-harmonic expansion to the degree and magnitude of 36,000. Spherical-harmonic series up to this high degree cannot be computed because of the instability of the determinations of the corresponding Legendre functions. Therefore, the spherical-harmonic expansion method of topography is not suitable for very detailed, localised modelling, but it is suitable for modelling on a global scale.

It is also possible to obtain the values of vertical gravity gradients from existing global gravity field models. Currently, more than 170 models have been published. We selected some representative models and used them to determine the values of vertical gravity gradients for our test points. The analysis showed that, unfortunately, the resolution of the models is not sufficient to determine vertical gradients in regional or specific local areas of the country, because the deviations are relatively large. The statistical indicators for all global models considered are several orders of magnitude worse than when modelling vertical gravity gradients using DTMs.

Modelling of vertical gravity gradients

As mentioned above, all topographic masses above the geoid are usually subdivided into elementary bodies of constant density, such as rectangular prisms, tesseroids, or polyhedral bodies. Newton's space integrals are then calculated for these bodies in terms of closed-form expressions. The gradient of the gravitational potential for all topographic masses is then obtained by summing the individual second derivatives of the gravitational potential of all elementary bodies. In our approach, we model the gravitational influence of the topographic masses as the summation of the topographic masses between the ellipsoid and the geoid and the topographic mass between the geoid and the physical Earth surface, using the rectangular prism as the elementary body. We note that in modelling the vertical gravity gradients, we did not use the Earth's gravity field data (e.g., anomaly field), but only the topography data (DTM). We also considered the influence of the Earth's curvature by dividing the considered area around each point into four zones. Instead of the usual circle, we used a square as a bounding box for the considered area to avoid problems at the boundaries between the zones.

By combining the different input data, 54 different models were created. We used combinations of available DTMs with different resolutions (from 1×1 m up to 1000×1000 m), topographic masses with constant density or models with different density and different reference distances for each zone. In general, we divided the computational domain into four square zones with reference distances of 0.25, 5.24, 28.80, and 166.74

km. For each model considered, we calculated the values of vertical gravity gradients for all test points. Based on the calculated (modelled) values, a comparison can be made for each point with the reference (measured) value, treating the difference between them as a modelling error. Statistical indicators can be used to evaluate the correlation between the measured and modelled values of the vertical gravity gradients at all points for all 54 models considered. Based on the analysis performed, we can draw some of the main conclusions.

The spatial resolution of the DTMs used has a significant impact on the accuracy of the modelled VGG. The modelled VGG values correlate with the measured values with correlation coefficients between 0.669 (DTM with a resolution of 1000×1000 m) and 0.933 (DTM with a resolution of 1×1 m), which shows the great influence of correctly treated topographic masses on VGG modelling. For VGG modelling, a computational distance of at least 10 km around the point should be considered. However, the influence of topographic masses from a distance of 30 km onwards does not contribute significantly to the accuracy of the calculation. It is obvious that the closest zone has the largest contribution to the modelled VGG, while the contribution of more distant zones has a much smaller influence. Therefore, it is important to use the best quality DTM (e.g., 1×1 m) in the immediate vicinity (zone 1) of the point of interest. An analysis of the different reference distances of the first or closest zone (0.250 km, 0.5 km, and 1 km) shows a significant increase in computation time and a minor and insignificant increase in the quality of the modelling. The same is true for the use of DTMs with different resolutions (12.5×12.5 m, 25×25 m, or 100×100 m) in zones 2 and 3. It is therefore reasonable to introduce a subdivision of the considered computational domain into individual zones (from 1 to 4) where DTMs with different resolutions are used. The use of DTM1 in zone 1 (0 to 0.25 km), DTM25 in zone 2 (0.25 to 5.24 km), DTM100 in zone 3 (5.24 to 28.8 km) and DTM1000 in zone 4 (28.8 to 166.7 km) turns out to be the most appropriate combination of DTMs with different resolutions that can be used in terms of optimization of computation time and accuracy of results. Therefore, we propose to use this combination of DTM and reference distances in future calculations. If the accuracy of the modelled values of vertical gravity gradients is to be comparable to the accuracy of the measured values, a DTM with a resolution of 1×1 m should be used in the modelling (in the immediate vicinity of the point under consideration). The immediate vicinity (zone 1) is considered to be at least 250 m. Furthermore, if the accuracy of the modelled VGG values is to be comparable to the accuracy of the measured values, a distance of at least 28.8 km around the point must be included in the modelling. Since the vertical gravity gradient modelling method used in this work already achieves an accuracy of the order of the measurements themselves when using a constant density of the topographic masses (2670 kg/m^3), it can also be concluded that the method used meets the current practical requirements in gravimetric surveying. However, the introduction of density models into the VGG modelling procedure, when different densities of the considered topographic masses are used instead of a constant density, further improves the accuracy of the calculated VGG values.

When using the highest quality DTM, i.e., a spatial resolution of 1×1 m, the difference between using a constant density and using density models is most obvious. It can be seen that the use of any 2D density model improves the calculations, with the best results obtained with the '2D_SLO_Medv' model, which was created as part of this work. The analysis is performed for the whole territory of Slovenia, i.e. for a total of 44 points in the two test areas. The average differences between the measured and modelled values of VGG when using the fixed density (2670 kg/m^3) are $-9.2 \text{ } \mu\text{Gal/m}$ with a standard deviation of $12.3 \text{ } \mu\text{Gal/m}$, when using the density model '2D_SLO_Medv' they are $-6.0 \text{ } \mu\text{Gal/m}$ with a standard deviation of $10.7 \text{ } \mu\text{Gal/m}$, when using the density model '2D_SLO_UNB' they are $-7.6 \text{ } \mu\text{Gal/m}$ with a standard deviation of $10.8 \text{ } \mu\text{Gal/m}$, and when using the density model '2D_SLO_Prib' they are $-7.2 \text{ } \mu\text{Gal/m}$ with a standard deviation of $10.7 \text{ } \mu\text{Gal/m}$. The Person correlation coefficients for individuals are 0.933, 0.940, 0.939, and 0.940, respectively. The above data are for the use of DTM1 in zone 1.

It can also be concluded from the results that there is no statistically significant correlation between terrain height and modelling error. The same is true for the geographic location of the point under consideration. Thus, the quality of the modelled VGG does not depend on either the geographic location or the height. Finally, the results of the study are evaluated with concrete practical examples. It turns out that for the practical implementation of this research in surveying practise or in the processing of gravimetric measurements, the question of the accuracy with which we want to obtain the measurement results is essential. In general, it can be said that, for example, for the determination of the geopotential numbers of benchmarks or the calculation of the quasi-geoid, the use of the normal vertical gravity gradient in the processing of gravimetric data is sufficient. Conversely, knowledge of the actual vertical gravity gradient is essential when performing local microgravimetric measurements where accuracy of less than $10 \text{ } \mu\text{Gal}$ is required. Of course, it should not be forgotten that the height difference between the instrument sensor and the point level plays an important role.

Based on the all above, it can be summarised that a model of the vertical gravity gradients in the considered area can be produced based on geodetic and geophysical data. It is also evident from the analyses and conclusions that the resolution of the digital elevation model has a significant impact on the quality of the vertical gravity gradient model, and that the quality of the density models of the topographic masses has a significant impact on the quality of the modelled vertical gravity gradient. It is also obvious that the use of global gravity field models does not provide sufficient accuracy for their application at the local (regional) scale. Calculated vertical gravity gradients are not yet used in practise when processing gravimetric data. We believe that the proposed method is an important contribution to good practise in this field. The application of this method increases the quality of the calculated gravity accelerations and thus provides more reliable and accurate gravimetric data.

14 LITERATURA IN VIRI

- Afonso J.C., Salajegheh F., Szwillus W., Ebbing J., Gaina C. 2019. A global reference model of the lithosphere and upper mantle from joint inversion and analysis of multiple data sets. *Geophysical Journal International*, 217(3): 1602–1628. DOI: [10.1093/gji/ggz094](https://doi.org/10.1093/gji/ggz094).
- Amante, C., Eakins, B.W. 2009. ETOPO1 1 Arc-minute global relief model: procedures, data sources and analysis., NOAA Technical Memorandum NESDIS NGDC-24: 19 str. DOI: [10.1594/PANGAEA.104840](https://doi.org/10.1594/PANGAEA.104840).
- Amarante, R., Trabanco, J. 2016. Calculation of the tide correction used in gravimetry. *Revista Brasileira de Geofísica*, 34(2): 193-206. DOI: [10.22564/rbgf.v34i2.793](https://doi.org/10.22564/rbgf.v34i2.793).
- Anderson, E.G. 1976. The effect of topography on solutions of Stokes' problem. Unisurv S-14, Rep, School of Surveying, University of New South Wales, Kensington.
- Barthelmes F. 2013. Definition of Functionals of the Geopotential and Their Calculation from Spherical Harmonic Models. Scientific Technical Report STR09/02, Potsdam: Deutsches GeoForschungs Zentrum GFZ: 32 str. DOI: [10.2312/GFZ.b103-0902-26](https://doi.org/10.2312/GFZ.b103-0902-26).
- Bassin C., Laske G., Masters T.G. 2000. The current limits of resolution for surface wave tomography in North America, *EOS Trans AGU* 81, F897.
- Bear, G.W., Al-Shukri, H.J., Rudman, A.J. 1995. Linear inversion of gravity data for 3-D density distributions. *Geophysics*, 60(5): 1354–1364. DOI: [10.1190/1.1443871](https://doi.org/10.1190/1.1443871).
- Berk, S., Bajec, K., Triglav Čekada, M., Fajdiga, D., Mesner, N., Arh, I., Žagar, T., Janežič, M., Fabiani, N., Radovan, D., Stopar, B., Koler, B., Kuhar, M., Sterle, O., Pavlovčič Prešeren, P., Ambrožič, T., Kogoj, D., Savšek, S. 2009. Razvoj DGS 2009 – Prehod na nov koordinatni sistem. Končno poročilo projekta. Ljubljana: Geodetski inštitut Slovenije, Ljubljana, 2 zv.: 165+9 str. in 597+43 str.
- Berk, S., Komadina, Ž. 2013. Local to ETRS89 Datum Transformation for Slovenia: Triangle-Based Transformation Using Virtual Tie Points. *Survey Review*, 45(328): 25–34. DOI: [10.1179/1752270611Y.0000000020](https://doi.org/10.1179/1752270611Y.0000000020).
- Bible, J.L. 1962. Terrain correction tables for gravity. *Geophysics*, 27: 715–718.
- Bilibajkić, P., Mladenović, M., Mujagić, S. in Rimac, I. 1979. Tolmač za gravimetrično karto SFR Jugoslavije – Bouguerove anomalije. *Geofizika Zagreb*, Zavod za geološka in geofizična raziskovanja Beograd.
- Bjelotomić Oršulić, O., Varga, M, Markovinović, D., Bašić, T. 2019. LTide - Matlab/Octave software tool for temporal and spatial analysis of tidal gravity acceleration effects according to Longman formul. *Earth Science Informatics*, 12: 405–414. DOI: [10.1007/s12145-019-00379-y](https://doi.org/10.1007/s12145-019-00379-y).
- Bucha, B., Janák, J. 2013. A MATLAB-based graphical user interface program for computing functionals of the geopotential up to ultra-high degrees and orders. *Computers , Geosciences*, 56. 186–196. DOI: [10.1016/j.cageo.2013.03.012](https://doi.org/10.1016/j.cageo.2013.03.012).
- Bouman, J., Fuchs, J.M. 2012. GOCE gravity gradients versus global gravity field models. *Geophysical Journal International*, 189(2): 846–850. DOI: [10.1111/j.1365-246X.2012.05428.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2012.05428.x).
- Bouman, J., Fuchs, M., Ivins, E., vander Wal, W., Schrama, E., Visser, P., Horwath, M. 2014. Antarctic outlet glacier mass change resolved at basin scale from satellite

- gravity gradiometry. *Geophysical Research Letters*, 41(6): 5919–5926.
DOI: [10.1002/2014GL060637](https://doi.org/10.1002/2014GL060637).
- Bouman, J., Ebbing, J., Meekes, S., Rader, A. F., Fuchs M., Gradmann S., Haagmans, R., Lieb V., Schmidt M., Dettmering D., Bosch, W. 2015. GOCE gravity gradient data for lithospheric modelling. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 35: 16–30. DOI: [10.1016/j.jag.2013.11.001](https://doi.org/10.1016/j.jag.2013.11.001).
- Bouman, J., Ebbing, J., Fuchs, M., Sebera, J., Lieb, V., Szwillus, W., Haagmans, R., Novak, P. 2016. Satellite gravity gradient grids for geophysics. *Scientific reports*, 6, 21050. DOI: [10.1038/srep21050](https://doi.org/10.1038/srep21050).
- Bruns, H. 1878. *Die Figur der Erde*. Publication des Königl. Preussi-schen Geodätischen Instituts, Berlin.
- Buser, S. 2010. Osnovna geološka karta Slovenije v merilu 1 : 250.000. Geološki zavod Slovenije - GeoZS. URL: https://www.geo-zs.si/?option=com_content&view=article&id=22 (Pridobljeno 8.9.2019).
- Buser, S., Komac, M. 2002. Geološka karta Slovenije 1 : 250.000. *Geologija*, 45(2): 335–340.
- Carmichael, R.S. 1984. *Practical Handbook of Physical Properties of Rocks*. Volume III. CRC Press, Boca Raton, Fla: 354 str. DOI: [10.1201/9780203712030](https://doi.org/10.1201/9780203712030).
- Cartwright, D., Tayler R. 1971. New computations of the tidegenerating potential. *Geophysical Journal International*, 23(1):45–73. DOI: [10.1111/j.1365-246X.1971.tb01803.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1971.tb01803.x)
- Cella, F. 2015. GTeC - A versatile MATLAB tool for a detailed computation of the terrain correction and Bouguer gravity anomalies. *Computers & Geosciences*, 84: 72–85. DOI: [10.1016/j.cageo.2015.07.015](https://doi.org/10.1016/j.cageo.2015.07.015).
- Cerutti, G., Desogus, S., Mazzoleni, F. 1996. Technical report R 427, Absolute measurement of the acceleration due to gravity in Slovenia, December 1996, Istituto di Metrologia "G. Colonnetti", Torino, Italy.
- Connor C., Connor L. 2017. Gravity 7 – The Terrain Correction. School of Geosciences, University of South Florida. Prezentacija, objavljeno 1.10.2017. http://www.cas.usf.edu/~cconnor/pot_fields_lectures/Lecture7_graity_terrain.pdf (Pridobljeno 12.11.2021).
- Conrad, O., Bechtel, B., Bock, M., Dietrich, H., Fischer, E., Gerlitz, L., Wehberg, J., Wichmann, V., Boehner, J. 2015. System for Automated Geoscientific Analyses (SAGA) v. 2.1.4. *Geoscientific Model Development*, 8: 1991–2007. DOI: [10.5194/gmd-8-1991-2015](https://doi.org/10.5194/gmd-8-1991-2015).
- Crossley D., Hinderer J., Riccardi U. 2013. The measurement of surface gravity. *Reports on Progress in Physics*, 76(4): 46–101. DOI: [10.1088/0034-4885/76/4/046101](https://doi.org/10.1088/0034-4885/76/4/046101).
- Csapó, G., Völgyesi, L. 2003. Determination and reliability estimation of vertical gradients based on test measurements. *Gravity and Geoid 2002*, (I.N. Tziavos Ed.) Ziti Edition, Thessaloniki: 84–89. http://www.agt.bme.hu/volgyesi/gravity/vg_goroe.pdf (Pridobljeno 28.2.2019).
- Csapó, G., Völgyesi, L. 2004. New measurements for the determination of local vertical gradients. *Reports on Geodesy*, 69(2): 303–308.
- Čibej B. 1967. Regionalna gravimetrična karta Slovenije 1966–1967. Geološki zavod Ljubljana.

- Čolić, K., Pribičević, B., Ratkajec, M., Stopar, R., Šumanovac, F., Velić, J. 1992. Početni digitalni model gustoće površinskih masa Zemljine kore u test području "Slovenija i okolni dio Hrvatske" za regionalne potrebe fizikalne geodezije. *Geodetski list*, 3: 263–281.
- Denker, H. 1988. Hochauflösende regionale Schwerfeldbestimmung mit gravimetrischen und topographischen Daten. PhD thesis Nr. 156., Hannover, Leibniz Universität Hannover, Fachrichtung Vermessungswesen.
- De Marchi, P. A., Ghidella M.E., Tocho C.N. 2014. Analysis of Different Methodologies to Calculate Bouguer Gravity Anomalies in the Argentine Continental Margin. *Geosciences*, 4(2): 33–41. DOI: [10.5923/j.geo.20140402.02](https://doi.org/10.5923/j.geo.20140402.02).
- Demšar, M. 2016. Geološka karta Selške doline 1 : 25.000. Geološki zavod Slovenije. <http://www.dlib.si/?URN=URN:NBN:SI:DOC-ROAO9QUU> (Pridobljeno 9.12.2019).
- Doodson, A.T. 1921. The harmonic development of the tide-generating potential. V: *Proceedings of the Royal Society of London A*, vol 100, The Royal Society, London: 305–329. DOI: [10.1098/rspa.1921.0088](https://doi.org/10.1098/rspa.1921.0088).
- Douglas, J.K., Pahl, S.R. 1972. Extended terrain correction tables for gravity. *Geophysics*, 27: 377–379. DOI: [10.1190/1.1440266](https://doi.org/10.1190/1.1440266).
- Duquenne, H. 2006. Modeling the vertical gravity gradient for gravity measurements reduction. Istanbul, In *Proceedings of the 1 st International Symposium of the International Gravity Field Service*.
- Ducarme, B. 2006. Comparison of some tidal prediction programs and accuracy assessment of tidal gravity predictions. *Bulletin D'Information des Marees Terrestres*, 141: 11175–11184.
- Ducarme, B. 2009. High precision tidal prediction. *Bulletin D'Information des Marees Terrestres*, 145: 11663–11677.
- Dykowski, P. 2012. Vertical gravity gradient determination for the needs of contemporary absolute gravity measurements – first results. *Reports on Geodesy*, 92(1): 23–35.
- Dykowski, P., Krynski, J. 2021. Towards the implementation of the International Gravity Reference System in Poland, Symposium of the IAG Reference Frame Subcommittee for Europe (EUREF), Ljubljana. <http://www.euref.eu/symposia/2021Online-from-Ljubljana/03-01-Dykowski.pdf> (Pridobljeno 9.12.2021).
- Ebbing, J., Bouman, J., Fuchs, M. J., Gradmann, S., Haagmans, R. 2014. Sensitivity of GOCE gravity gradients to crustal thickness and density variations: Case study for the Northeast Atlantic Region. In: *Gravity, Geoid and Height Systems, International Association of Geodesy Symposia* (Ed. Marti, U.), 141: 291–298. DOI: [10.1007/978-3-319-10837-7_37](https://doi.org/10.1007/978-3-319-10837-7_37).
- Engineering ToolBox 2010. Dirt and Mud - Densities. [online] Dostopno na: https://www.engineeringtoolbox.com/dirt-mud-densities-d_1727.html (Pridobljeno 17.10.2019).
- Esgagh, M. 2009. On Satellite Gravity Gradiometry. Doctoral Dissertation, Stockholm, Sweden, Royal Institute of Technology: 221 str. <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:217163/FULLTEXT01.pdf> (Pridobljeno 17.10.2022).
- Farr T.G., P.A. Rosen, E. Caro, R. Crippen, R. Duren, S. Hensley, M. Kobrick, M. Paller, E. Rodriguez, L. Roth, D. Seal, S. Shaffer, J. Shimada, J. Umland, M. Werner, M.

- Oskin, D. Burbank, D. Alsdorf, 2007. The Shuttle Radar Topography Mission. *Reviews of Geophysics*, 45(2). DOI: [10.1029/2005RG000183](https://doi.org/10.1029/2005RG000183)
- Flechtner, F., Neumayer, KH., Dahle, C., Dobslaw, H., Fagiolini, E., Raimondo, J. C., Güntner, A. 2016. What can be expected from the GRACE-FO laser ranging interferometer for Earth science applications?. *Surveys in Geophysics*, 37: 263–280. DOI: [10.1007/s10712-015-9338-y](https://doi.org/10.1007/s10712-015-9338-y).
- Flechtner, F., Reigber, C., Rummel, R., Balmino, G. 2021. Satellite Gravimetry: A Review of Its Realization. *Surveys in Geophysics*, 42: 1029-1074. DOI: [10.1007/s10712-021-09658-0](https://doi.org/10.1007/s10712-021-09658-0).
- Floberghagen, R., Fehring, M., Lamarre, D., Muzi, D., Frommknecht, B., Steiger, C., Piñero, J., da Costa, A. 2011. Mission design, operation and exploitation of the gravity field and steady-state ocean circulation explorer mission. *Journal of Geodesy*, 85(11): 749–758. DOI: [10.1007/s00190-011-0498-3](https://doi.org/10.1007/s00190-011-0498-3).
- Flury, J., Peters, T., Schmeer, M., Timmen, L., Wilmes, H., Falk, R. 2007. Precision gravimetry in the new Zugspitze gravity meter calibration system. *Proceedings of the 1st International Symposium of the International Gravity Field Service, Istanbul, Special Issue*, 18: 401–406.
- Forsberg, R. 1984. A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modeling. Report no 355, Department of Geodesic Science and Survey, Ohio State University, Columbus, OH: 129 str.
- Forsberg, R., Tscherning C.C. 2008. An overview manual for the GRAVSOFT geodetic gravity field modelling programs. Contract report for JUPEM. 2nd edition.
- Fuchs, M. J., Bouman, J. 2011. Rotation of GOCE gravity gradients to local frames. *Geophysical Journal International*, 187: 743–753. DOI: [10.1111/j.1365-246X.2011.05162.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.05162.x).
- Fuchs, M. J., Bouman, J., Broerse, T., Visser, P., Vermeersen, B. 2013. Observing coseismic gravity change from the Japan Tohoku-Oki 2011 earthquake with GOCE gravity gradiometry. *Journal of Geophysical Research*, 118: 5712–5721. DOI: [10.1002/jgrb.50381](https://doi.org/10.1002/jgrb.50381).
- Fullea, J., Fernández, M., Zeyen, H. 2008. FA2BOUG—A FORTRAN 90 code to compute Bouguer gravity anomalies from gridded free-air anomalies: Application to the Atlantic-Mediterranean transition zone. *Computers & Geosciences*, 34(12): 1665–1681. DOI: [10.1016/j.cageo.2008.02.018](https://doi.org/10.1016/j.cageo.2008.02.018)
- Gosar, A. 2018. Globina Mohorovičičeve diskontinuitete. V: *Geološki atlas Slovenije - Kartografsko gradivo*, 2. popravljena in dopolnjena izd., Novak M., Rman N. (Ur.), Ljubljana, Geološki zavod Slovenije: 22–23.
- Grad, M., Tiira, T., Group, E.W. 2009. The moho depth map of the European Plate. *Geophysical Journal International*, 176(1): 279–292. DOI: [10.1111/j.1365-246X.2008.03919.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2008.03919.x).
- Grombein, T., Seitz, K., Heck, B. 2013. Optimized formulas for the gravitational field of a tesseroid. *Journal of Geodesy*, 87: 645–660. DOI: [10.1007/s00190-013-0636-1](https://doi.org/10.1007/s00190-013-0636-1).
- Hackney, I.R., Featherstone, W. 2003. Geodetic Versus Geophysical Perspectives of the 'Gravity Anomaly'. *Geophysical Journal International*, 154: 35–43. DOI: [10.1046/j.1365-246X.2003.01941.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-246X.2003.01941.x).
- Hammer, S. 1982. Critique of terrain corrections for gravimeter stations. *Geophysics*, 47: 839–840. DOI: [10.1190/1.1441352](https://doi.org/10.1190/1.1441352).

- Hammer, S. 1939. Terrain corrections for gravimeter stations. *Geophysics*, 4: 184–194.
DOI: [10.1190/1.1440495](https://doi.org/10.1190/1.1440495).
- Hartmann, T., Wenzel, H. G. 1995. The HW95 tidal potential catalogue. *Geophysical Research Letters*, 22: 3553-3556. DOI: [10.1029/95GL03324](https://doi.org/10.1029/95GL03324).
- Hartmann, J., Moosdorf, N. 2012. The new global lithological map database GLiM: A representation of rock properties at the Earth surface. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 13(12). DOI: [10.1029/2012GC004370](https://doi.org/10.1029/2012GC004370).
- Heck, B. 2003. On Helmert's methods of condensation. *Journal of Geodesy*, 77(3): 155-170. DOI: [77. 155-170. 10.1007/s00190-003-0318-5](https://doi.org/10.1007/s00190-003-0318-5).
- Heck, B. in Seitz, K. 2003. Solutions of the linearized geodetic boundary value problem for an ellipsoidal boundary to order ϵ^3 . *Journal of Geodesy*, 77(3): 182–192.
DOI: [10.1007/s00190-002-0309-y](https://doi.org/10.1007/s00190-002-0309-y).
- Heck, B., Seitz, K. 2007. A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling. *Journal of Geodesy*, 81(2): 121–136.
DOI: [10.1007/s00190-006-0094-0](https://doi.org/10.1007/s00190-006-0094-0).
- Hećimović, Ž. 2004. Određivanje vertikalnog gradijenta ubrzanja sile teže relativnim Scintrex gravimetrima HGI-1 i HGI-2. *Geodetski list*, 58(1): 35–50.
- Hećimović, Ž., Bašić, T. 2005a. Satelitska misija CHALLENGING Minisatellite Payload (CHAMP). *Geodetski List*, 59(82): 129-147.
- Hećimović, Ž., Bašić, T. 2005b. Satelitska misija Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE). *Geodetski List*, 59(82). 181-197.
- Hećimović, Ž., Bašić, T. 2005c. Satelitska misija Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer (GOCE). *Geodetski List*, 59(82): 253-265.
- Hinze, W.J., Aiken, C., Brozena, J.M., Coakley, B.J., Dater, D., Flanagan, G.P., Forsberg, R., Hildenbrand, T.G., Keller, G.R., Kellogg, J.W., Kucks, R., Li, X., Mainville, A., Morin, R.J., Pilkington, M.I., Plouff, D., Ravat, D., Román, D.A., Urrutia-Fucugauchi, J., Véronneau, M., Webring, M.W., Winester, D. 2005. New standards for reducing gravity data: The North American gravity database. *Geophysics*, 70(4): 25–32. DOI: [10.1190/1.1988183](https://doi.org/10.1190/1.1988183).
- Hinze, W., VonFrese, R., Saad, A. 2013. *Gravity and Magnetic Exploration, Principles, Practices, and Applications*. First Edition. Cambridge University Press, New York. Ed: Dr. Susan Francis, ISBN: 9780521871013: 512 str.
- Hirt, C. 2016. Gravity forward modelling. In: E. Grafarend, ed. *Encyclopedia of Geodesy*. Cham, Switzerland: Springer.
https://ddfe.curtin.edu.au/models/ERTM2160/pdf/Hirt2015_ForwardModelling_Encyclopedia_av.pdf (Pridobljeno 8.4.2020).
- Hofmann-Wellenhof B., Moritz H. 2005. *Physical Geodesy*. Springer. Wien, New York: 403 str. DOI: [10.1007/b139113](https://doi.org/10.1007/b139113)
- Holom D.I., Oldow J.S. 2007. Gravity reduction spreadsheet to calculate the Bouguer anomaly using standardized methods and constants. *Geosphere*, 3(2): 86–90.
DOI: [10.1130/GES00060.1](https://doi.org/10.1130/GES00060.1).
- Holzrichter, N., Szwillus, W., Götze, H.J. 2019. An adaptive topography correction method of gravity field and gradient measurements by polyhedral bodies. *Geophysical Journal International*, 218(2): 1057–1070. DOI: [10.1093/gji/ggz211](https://doi.org/10.1093/gji/ggz211)

- Hwang, C., Wang, C., Hsiao, Y. 2003. Terrain correction computation using Gaussian quadrature* 1. *Computers & Geosciences*, 29: 1259–1268.
DOI: [10.1016/j.cageo.2003.08.003](https://doi.org/10.1016/j.cageo.2003.08.003).
- IAG Resolution No. 2 “Establishment of a Global Absolute Gravity Reference System” adopted at the XXVI, General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG) in Prague 2015. https://iag.dgfi.tum.de/fileadmin/IAG-docs/IAG_Resolutions_2015.pdf (Pridobljeno 8.11.2019).
- IAG Resolutions No. 4 “Establishment of the Infrastructure for the International Gravity Reference Frame”, adopted at the XXVII, General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG) in Montreal, Canada, 2019. https://iag.dgfi.tum.de/fileadmin/IAG-docs/IAG_Resolutions_2019.pdf (Pridobljeno 8.11.2019).
- Ince, E. S. 2016. GOCE Gradiometer Measurement Disturbances and their Modelling by Means of Ionospheric Dynamics. Doctoral Dissertation, Toronto, Ontario, York University: 161 str. <https://yorkspace.library.yorku.ca/xmlui/handle/10315/33646> (Pridobljeno 17.10.2022)
- Ince, E. S., Barthelmes, F., Reißland, S., Elger, K., Förste, C., Flechtner, F., Schuh, H. 2019. ICGEM – 15 years of successful collection and distribution of global gravitational models, associated services, and future plans. *Earth System Science Data*, 11: 647–674. DOI: [10.5194/essd-11-647-2019](https://doi.org/10.5194/essd-11-647-2019).
- Jekeli, C., Zhu, L. 2006. Comparison of methods to model the gravitational gradients from topographic data bases. *Geophysical Journal International*, 166: 999–1014.
DOI: [10.1111/j.1365-246X.2006.03063.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2006.03063.x).
- Jiang, Z., Arias, F., Tisserand, L., Kessler-Schulz, K., Schulz, H., Palinkas, V., Rothleitner, C., Francis, O., Becker, M. 2011. Updating the Precise Gravity Network at the BIPM. *International Association of Geodesy Symposia*, 136: 850 str.
DOI: [10.1007/978-3-642-20338-1_32](https://doi.org/10.1007/978-3-642-20338-1_32).
- Jousset, P., van Ruymbeke, M., Bonvalot, S., Diament, M. 1995. Performance of two Scintrex CG3-M gravity meters at the 4th International Absolute Intercomparison, Sevres, France. *Metrologia*, 32: 231–244. DOI: [10.1088/0026-1394/32/3/012](https://doi.org/10.1088/0026-1394/32/3/012).
- Kamguia, J., Tabod, C. T., Tadjou, J. M., Manguelle-Dicoum, E., Nouayou, R., Kande, L. H. 2007. Accurate gravity anomaly interpolation: A case study in Cemerron, Central Africa. *Earth Sciences Research Journal*, 11(2): 115–123.
- Kiss J. 2006. Bouguer anomaly map of Hungary. *Geophysical transactions*, 45(2): 99–104.
- Koler, B., Medved K., Kuhar M. 2012. The New Fundamental Gravimetric Network of Slovenia. *Acta geodaetica et geophysica Hungarica*, 47(3): 271–286.
DOI: [10.1556/AGeod.47.2012.3.1](https://doi.org/10.1556/AGeod.47.2012.3.1).
- Koler, B., Stopar, B., Sterle, O., Urbančič, T., in Medved, K. 2019. Nov slovenski višinski sistem SVS2010. *Geodetski vestnik*, 63(1): 27–40.
- Koler, B., Urbančič, T., Medved, k., Vardjan, N., Berk, s., Omang, O. C. D., Solheim, D., Kuhar, M. 2012b. Novi višinski sistem slovenije in testni izračun geoida. *Raziskave s področja geodezije in geofizike 2011*. Ljubljana, 26. januar 2012. Zbornik predavanj. Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana: 91–101.
- Križanič, F. 2004. *Parcialne diferencialne enačbe*, Vol. 43. DMFA - založništvo.

- Kudryavtsev, S. 2004. Improved harmonic development of the Earth tide-generating potential. *Journal of Geodesy*, 77: 829-838. DOI: [10.1007/s00190-003-0361-2](https://doi.org/10.1007/s00190-003-0361-2).
- Kuhar, M. 2013. Fizikalna geodezija, študijski pripomoček, Univerza v Ljubljani fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana: 106 str.
- Kuhar, M., Berk, S., Koler, B., Medved, K., Omang, O., Solheim, D. 2011. Vloga kakovostnega višinskega sistema in geoida za izvedbo GNSS-višinomerstva. *Geodetski vestnik*, 55(2): 226–234. http://www.geodetski-vestnik.com/61/2/gv61-2_kuhar.pdf (Pridobljeno 8.11.2019).
- Kuhn, M. 2003. Geoid determination with density hypotheses from isostatic models and geological information. *Journal of Geodesy*, 77(1): 50–65. DOI: [10.1007/s00190-002-0297-y](https://doi.org/10.1007/s00190-002-0297-y).
- LaCoste & Romberg, 2004. Instruction Manual Model G & D Gravity Meters, LaCoste & Romberg, Austin, Texas, USA.
- LaFehr, T.R. 1991. An exact solution for the gravity curvature (Bullard B) correction. *Geophysics*, 56: 1179–1184. DOI: [10.1190/1.1443138](https://doi.org/10.1190/1.1443138).
- Laske, G., Masters G., Ma Z., Pasyanos, M. 2013. CRUST 1.0 A New Global Crustal Model at 1°x1°. <https://igppweb.ucsd.edu/~gabihttps://igppweb.ucsd.edu/~gabi/crust1.html>. (Pridobljeno 15.2.2020).
- Laske, G., Masters G., Ma Z., Pasyanos, M. 2012. Update on CRUST1.0 - A 1-degree global model of Earth's crust. *Geophysical Research Abstract*, 15, EGU General Assembly. <https://meetingorganizer.copernicus.org/EGU2013/EGU2013-2658.pdf> (Pridobljeno 15.2.2020).
- Leaman, E., Haddad, D., Seifert, F., Chao, L., Cao, A., Pratt, J., Schlamminger, S., Newell, D. 2015. A Determination of the Local Acceleration of Gravity for the NIST-4 Watt Balance. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, 64: 1663–1669. DOI: [10.1109/TIM.2014.2383111](https://doi.org/10.1109/TIM.2014.2383111).
- Lederer, M. 2009. Accuracy of the relative gravity measurement. *Acta Geodynamica et Geomaterialia*, 6(3): 383–390. https://www.irsm.cas.cz/materialy/acta_content/2009_03/17_Lederer.pdf (Pridobljeno 15.2.2020).
- Li, Y. 1993. User Guide TOPOGEO in Optimized spectral geoid determination. Chapter 4. UCGE Report No 50. University of Calgary, Dept. of Geomatics Engineering: 35 str.
- Li, X., Götze, H.J. 2001. Tutorial: Ellipsoid, geoid, gravity, geodesy, and geophysics. *Geophysics*, 66: 1660–1668. DOI: [10.1190/1.1487109](https://doi.org/10.1190/1.1487109).
- Lieb, V., Bouman, J., Dettmering, D., Fuchs, M. J., Schmidt, M. 2015. Combination of GOCE gravity gradients in regional gravity field modelling using radial basis functions in International Association of Geodesy Symposia, Chapter 51, Springer: 8 str. DOI: [10.1007/1345_2015_71](https://doi.org/10.1007/1345_2015_71).
- Lin, M., Denker, H., Müller, J. 2020. Gravity Field Modeling Using Tesseroids with Variable Density in the Vertical Direction. *Surveys in Geophysics*. 41: 723–765. DOI: [10.1007/s10712-020-09585-6](https://doi.org/10.1007/s10712-020-09585-6).
- Longman, I. M. 1959. Formulas for computing the tidal accelerations due to the moon and the sun. *Journal of Geophysical Research*, 64(12): 2351–2355. DOI: [10.1029/JZ064i012p02351](https://doi.org/10.1029/JZ064i012p02351).

- Ma, X.Q., Watts, D.R. 1994. Terrain correction program for regional gravity surveys, *Computers & Geosciences*, 20(6): 961–972. DOI: [10.1016/0098-3004\(94\)90037-X](https://doi.org/10.1016/0098-3004(94)90037-X).
- MacMillan, W.D. 1930. *Theoretical Mechanics, Vol 2: the Theory of the potential*. McGraw-Hill, New York (reprinted by Dover Publications, New York 1958).
- Mader, K. 1951. Das Newtonsche Raumpotential prismatischer Körper und seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung. *Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen, Sonderheft 11* (v nemščini).
- Makhloof, A. 2007. The use of topographic-isostatic mass information in geodetic applications. Ph.D. thesis. Bonn: Universität Bonn, Institut für Geodäsie und Geoinformation. <https://hdl.handle.net/20.500.11811/1386> (Pridobljeno 14.12.2019).
- Mamagiannou, E., Pitenis, Eleftherios, N., Dimitrios, V., Georgios S., Tziavos, I. 2022. GeoGravGOCE: A standalone MATLAB GUI for processing GOCE satellite gradient data. *Computers and Geosciences*, 166. 105184. DOI: [10.1016/j.cageo.2022.105184](https://doi.org/10.1016/j.cageo.2022.105184).
- Manger E. 1963, Porosity and Bulk. Density of Sedimentary Rocks. *Contributions to geochemistry. Geological survey bulletin 1144- E.*: 60 str.
- Mäkinen J. 1999. Annual progress and financial report 1998 for the UNIGRACE project, Masala, Finish Geodetic Institute: 8 str.
- Markovinović, D. 2009. Gravimetrijski referentni sustav Republike Hrvatske. Doktorska disertacija, Univerza v Zagrebu, Geodetski fakultet (samozaložba D. Markovinović): 209 str.
- Marotta, A.M., Seitz, K., Barzaghi, R., Grombein, T., Heck, B. 2019. Comparison of two different approaches for computing the gravitational effect of a tesseroid. *Studia Geophysica et Geodaetica*. 63: 321–344. DOI: [10.1007/s11200-018-0454-2](https://doi.org/10.1007/s11200-018-0454-2).
- Mccubbine, J., Caratori T.F., O'Brien, G., Smith, E., Stagpoole, V. 2018. Gsolve, a Python computer program with a graphical user interface to transform relative gravity survey measurements to absolute gravity values and gravity anomalies. *SoftwareX*, 7: 129–137. DOI: [10.1016/j.softx.2018.04.003](https://doi.org/10.1016/j.softx.2018.04.003).
- Medved, K. 2008. Osnovna gravimetrična mreža Republike Slovenije. Magistrsko delo. Ljubljana, Univerza Ljubljana, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 120 str.
- Medved, K., Kuhar, M., Stopar, B., Koler, B. 2009. Izravnava opazovanj v osnovni gravimetrični mreži Republike Slovenije. *Geodetski vestnik*, 53(2): 223–238. http://www.geodetski-vestnik.com/53/2/gv53-2_223-238.pdf (Pridobljeno 8.1.2020).
- Medved, K., Kuhar, M., Koler, B. 2019. Regional gravimetric survey of central Slovenia. *Measurement*, 136: 395–404. DOI: [10.1016/j.measurement.2018.12.065](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2018.12.065).
- Meng, Y., Hirt, C., Pail, R. 2020. TGF: A New MATLAB-based Software for Terrain-related Gravity Field Calculations. *Remote Sensing*, 12(7). DOI: [10.3390/rs12071063](https://doi.org/10.3390/rs12071063).
- Melhorato, R., De Sousa, M. 2016. An Assessment of the field performance of Scintrex CG-5 Autograv Gravimeters. Conference: International Association of Geodesy Symposium on Terrestrial Gravimetry: Static and Mobile Measurements, At Saint Petersburg, Russian Federation.
- Ménoret, V., Vermeulen, P., Le Moigne, N., Sylvain, B., Bouyer, P., Landragin, A., Desruelle, B. 2018. Gravity measurements below $10^{-9}g$ with a transportable absolute quantum gravimeter. *Scientific Reports*, 8(1), 12300. DOI: [10.1038/s41598-018-30608-1](https://doi.org/10.1038/s41598-018-30608-1).

- Merriam, J. 1992. An ephemeris for gravity tide predictions at the nanogal level. *Geophysical Journal International*, 108(2): 415–422. DOI: [10.1111/j.1365-246X.1992.tb04624.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1992.tb04624.x)
- Meurers, B., Ruess, D. 2009. A new Bouguer gravity map of Austria. *Austrian Journal of Earth Sciences*, 102: 62–70.
- Micro-g LaCoste, 2012. g9 Users's Manual. Lafayette, Colorado: 53 str. <http://www.microglacoste.com/pdf/g9Help.pdf> (Pridobljeno 26.5.2020).
- Mikuška, J., Pašteka, R., Marušiak, I. 2006. Estimation of distant relief effect in gravimetry. *Geophysics*, 71(6): 59–69. DOI: [10.1190/1.2338333](https://doi.org/10.1190/1.2338333).
- Molinari, I., Morelli, A. 2011. EPcrust: a reference crustal model for the European Plate. *Geophysical Journal International*, 185: 352–364. DOI: [10.1111/j.1365-246X.2011.04940.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.04940.x).
- Mooney, W., Laske, G., Masters, G. 1996. CRUST 5.1: A global crustal model at 5 degrees by 5 degrees. *Journal of Geophysical Research*, 103, B1.
- Munk, W.H., Cartwright, D.E. 1966. Tidal spectroscopy and prediction. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 259(1105): 533–581. DOI: [10.1098/rsta.1966.0024](https://doi.org/10.1098/rsta.1966.0024).
- Nagy, D. 1966. The gravitational attraction of a right rectangular prism. *Geophysics*, 31(2): 3622–371. DOI: [10.1190/1.1439779](https://doi.org/10.1190/1.1439779).
- Nagy, D., Papp, G., Benedek, J. 2000. The gravitational potential and its derivatives for the prism. *Journal of Geodesy*, 74(7-8): 552–560. DOI: [10.1007/s001900000116](https://doi.org/10.1007/s001900000116).
- Nagy, D., Papp, G., Benedek, J. 2002. Corrections to »The gravitational potential and its derivatives for the prism«. *Journal of Geodesy*, 76: 475–475. DOI: [10.1007/s00190-002-0264-7](https://doi.org/10.1007/s00190-002-0264-7).
- NGIA 2008. Gravity stations data format and anomaly computations. National Geospatial-Intelligence Agency, Office of Geoint Sciences. <http://bgi.obs-mip.fr/fr/content/download/725/4975/file/computations.pdf> (Pridobljeno 8.12.2019).
- Novák, P., Grafarend E. W. 2005. Ellipsoidal representation of the topographical potential and its vertical gradient. *Journal of Geodesy*, 78: 691–706. DOI: [10.1007/s00190-005-0435-4](https://doi.org/10.1007/s00190-005-0435-4).
- Novák, P., Vanič P., Martinec Z., Veronneau, M. 2001. Effects of the spherical terrain on gravity and the geoid. *Journal of Geodesy*, 75: 491–504. DOI: [10.1007/s001900100201](https://doi.org/10.1007/s001900100201).
- Nowell, D. 1999. Gravity terrain corrections - an overview. *Journal of Applied Geophysics*, 42: 117–134. DOI: [10.1016/S0926-9851\(99\)00028-2](https://doi.org/10.1016/S0926-9851(99)00028-2).
- Odalović, O., Grekulović, S., Starcević, M., Nikolić, D., Todorović S., Drakul, M., Joksimovic, D. 2018. Terrain correction computations using digital density model of topographic masses. *Geodetski vestnik*, 62(1): 79–97. DOI: [10.15292/geodetski-vestnik.2018.01.79-97](https://doi.org/10.15292/geodetski-vestnik.2018.01.79-97).
- OGKS 2019. Osnovna geološka karta Slovenije v merilu 1 : 100.000. Geološki zavod Slovenije – GeoZS. <http://peridot.geo-zs.si/geonetwork/srv/slv/catalog.search#/search?facet.q=type%2Fdataset&resultType=details&from=1&to=20&sortBy=relevance> (Pridobljeno 9.10.2019).
- OGK100 2019. Pregledovalnik osnovne geološk karte Slovenijev merilu 1 : 100.000. Geološki zavod Slovenije – GeoZS. <https://ogk100.geo-zs.si/> (Pridobljeno 8.9.2019).

- Omang O.C.D. 2016. Geoid of Slovenia 2016, Interno poročilo, Honefoss, Norwegian Mapping Authority.
- Ou, H. 2012. Terrain Corrections for Gravity Gradiometry. Doctoral Dissertation. Ohio State University, USA: 148 str.
https://etd.ohiolink.edu/apexprod/rws_etd/send_file/send?accession=osu1339698991&disposition=inline (Pridobljeno 19.10.2022)
- Pail, R., Bruinsma, S., Migliaccio, F., Förste, C., Goiginger, H., Schuh, W.D., Höck, E., Reguzzoni, M., Brockmann, J. M., Abrikosov, O., Veicherts, M., Fecher, T., Mayrhofer, R., Krasbutter, I., Sansò, F., Tscherning, C. C. 2011. First GOCE gravity field models derived by three different approaches. *Journal of Geodesy*, 85(11): 819–843. DOI: [10.1007/s00190-011-0467-x](https://doi.org/10.1007/s00190-011-0467-x).
- Pail, R., Gruber, T., Fecher, T. 2016. The Combined Gravity Model GOCO05c. GFZ Data Services. DOI: [10.5880/icgem.2016.003](https://doi.org/10.5880/icgem.2016.003).
- Panet, I., Pajot-Métivier, G., Greff-Lefftz, M. Métivier, L., Diament, M., Manda, M. 2014. Mapping the mass distribution of Earth's mantle using satellite-derived gravity gradients. *Nature Geoscience*, 7(2): 131–135. DOI: [10.1038/ngeo2063](https://doi.org/10.1038/ngeo2063).
- Parseliunas, E., Petroskevicius, P., Obuchovski, R. 2008. Analysis of gravimetric observations made by Scintrex CG-5. Vilnius, Lithuania, The 7th International Conference on Environmental Engineering: 1422–1428.
- Parseliunas, E., Petroskevicius, P., Birvydiene, R., Obuchovski, R. 2011. Investigation of the automatic gravimeters CG-5 and analysis of gravimetric measurements. Vilnius, Lithuania, The 8th International Conference on Environmental Engineering: 1416–1423.
- Pellinen, L. P. 1982. Theoretische Geodäsie, prevod iz ruščine F. Deumlich. Berlin: Verlag für Bauwesen.
- Petrović, S. 1996. Determination of the potential of homogeneous polyhedral bodies using the line integrals. *Journal of Geodesy*, 71(1): 44–52.
DOI: [10.1007/s001900050074](https://doi.org/10.1007/s001900050074).
- Pettit, J.T. 1954. Tables for the computation of the tidal accelerations of the Sun and Moon. *Eos Trans AGU*, 35(2):193–202. DOI: [10.1029/TR035i002p00193](https://doi.org/10.1029/TR035i002p00193).
- Pizzetti, P. 1894. Sulla espressione della gravità alla superficie del geoide supposto ellissoidico. *Tip. della R. Accademia dei Lincei*.
- Pohánka V. 1988. Optimum expression for computation of the gravity field of a homogeneous polyhedral body. *Geophysical Prospecting*, 36: 733–751.
DOI: [10.1111/j.1365-2478.1988.tb02190.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1988.tb02190.x).
- Poljak, M. 2017. Geološka karta vzhodnega dela Krške kotline 1 : 25.000. Geološki zavod Slovenije. https://www.geo-zs.si/?option=com_content&view=article&id=318 (Pridobljeno 8.5.2020).
- Pribičević, B. 2001. Uporaba geološko-geofizičnih in geodetskih baz podatkov za računanje ploskve geoida Republike Slovenije. Doktorska disertacija št.131, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana: 179 str.
- Projekt EGP 2013. Posodobitev prostorske podatkovne infrastrukture za zmanjšanje tveganj in posledic poplav. <http://www.gurs-egp.si/> (Pridobljeno 20. 12. 2018).
- Rajver D. 2019. Gostota kamnin. E-sporočila za: Medved K., 9.10–18.11.2019. Osebna komunikacija.

- Rapp, R. H. 1983. Tidal gravity computations based on recommendations of the Standard Earth Tide Committee. *Bulletin D'Information des Marees Terrestres*, 89: 5814–5819.
- Reigber, C., Lühr, H., Schwintzer, P. 2002. CHAMP mission status. *Advances in Space Research*, 30: 129–134. DOI: [10.1016/S0273-1177\(02\)00276-4](https://doi.org/10.1016/S0273-1177(02)00276-4).
- Reigber, C., Balmino, G., Schwintzer, P., Biancale, R., Bode, A., Lemoine, J. M., König, R., Loyer, S., Neumayer, H., Marty, J. C., Barthelmes, F., Perosanz, F., Zhu, S. Y. 2003. Global gravity field recovery using solely GPS tracking and accelerometer data from CHAMP. *Space Science Reviews*, 108(1-2): 55–66. DOI: [10.1023/A:1026217713133](https://doi.org/10.1023/A:1026217713133).
- Ren, Z., Chen, C., Pan, K., Kalscheuer, T., Maurer, H., Tang, J. 2017. Gravity anomalies of arbitrary 3D polyhedral bodies with horizontal and vertical mass contrasts. *Surveys in Geophysics*, 38: 479–502. DOI: [10.1007/s10712-016-9395-x](https://doi.org/10.1007/s10712-016-9395-x).
- Ren, Z., Chen, C., Zhong, Y., Chen, H., Kalscheuer, T., Maurer, H., Tang, J., Hu, X. 2020. Recursive Analytical Formulae of Gravitational Fields and Gradient Tensors for Polyhedral Bodies with Polynomial Density Contrasts of Arbitrary Non-negative Integer Orders. *Surveys in Geophysics*, 41: 695–722. DOI: [10.1007/s10712-020-09587-4](https://doi.org/10.1007/s10712-020-09587-4).
- Repanić, M., Kuhar, M., Malović, I. 2015. High precision vertical gravity gradient determination in Croatia. *Acta Geodaetica et Geophysica*, 50: 151–171. DOI: [10.1007/s40328-015-0102-z](https://doi.org/10.1007/s40328-015-0102-z).
- Repanić, M. 2019. Optimalni modeli izravnavanja meritev z gravimetrom Scintrex CG-3M z upoštevanjem najpomembnejših instrumentalnih vplivov : doktorska disertacija. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 208 str.
- Reudink, R., Klees, R., Francis, O., Kusche, J., Schlesinger, R., Shabanloui, A., Sneeuw, N., Timmen, L. 2014. High tilt susceptibility of the Scintrex CG-5 relative gravimeters. *Journal of Geodesy*, 88(6): 617–622. DOI: [10.1007/s00190-014-0705-0](https://doi.org/10.1007/s00190-014-0705-0).
- Rexer, M., Hirt, C. 2015. Ultra-high-Degree SHA Gauss–Legendre Driscoll/Healy Quadrature Theorem Earth, Mars and Moon. *Surveys in Geophysics*, 36: 803–830. DOI: [10.1007/s10712-015-9345-z](https://doi.org/10.1007/s10712-015-9345-z).
- Režek, J. 2017. Ob zaključku projekta »Posodobitev prostorske podatkovne infrastrukture za zmanjšanje tveganj in posledic poplav«. *Geodetski vestnik*, 61(1): 115–124. http://www.geodetski-vestnik.com/61/1/gv61-1_rezek.pdf. (Pridobljeno 6.4.2019).
- Richter, B., Wilmes, H., Falk, R., Lothhammer, A. 1997. Absolute gravity measurements in Central and Eastern Europe. Measurement and analysis report, June 1997. Activity Report, Contract N. MF41G T0494 T0585, Amt für Militärisches Gewesen in Euskirchen, Germany and Institute für Angewandte Geodäsie, Frankfurt.
- Rózsa, S., Tóth, G. 2005. Prediction of Vertical Gravity Gradients Using Gravity and Elevation Data. Berlin, Heidelberg, Springer: 344–349. DOI: [10.1007/3-540-27432-4_59](https://doi.org/10.1007/3-540-27432-4_59).
- Rummel, R., Yi, W., Stummer, C. 2010. GOCE gravitational gradiometry. *Journal of Geodesy*, 85(11): 777–790. DOI: [10.1007/s00190-011-0500-0](https://doi.org/10.1007/s00190-011-0500-0).
- Sadiq, M., Tscherning, C.C., Ahmad, Z. 2010. Data processing of twin GRACE satellite observables for gravity field recovery: A simulation study with kinematics data. Proceedings of International Bhurban Conference on Applied Sciences & Technology. Islamabad, Pakistan, 11–14 January, 2010.

- Sanchez-Rojas, J., Palma, M. 2014. Crustal density structure in northwestern South America derived from analysis and 3-D modeling of gravity and seismicity data. *Tectonophysics*, 634: 97–115. DOI: [10.1016/j.tecto.2014.07.026](https://doi.org/10.1016/j.tecto.2014.07.026).
- Sandwell, D. T., Müller R. D., Smith W. H. F., Garcia E., Francis R. 2014. New global marine gravity model from CryoSat-2 and Jason-1 reveals buried tectonic structure. *Science*, 346(6205): 65–67. DOI: [10.1126/science.1258213](https://doi.org/10.1126/science.1258213).
- Sampietro, D., Capponi, M., Triglione, D., Mansi, A.H., Marchetti, P., Sansò, F. 2016. GTE: a new software for gravitational terrain effect computation: theory and performances. *Pure and Applied Geophysics*, 173: 2435–2453. DOI: [10.1007/s00024-016-1265-4](https://doi.org/10.1007/s00024-016-1265-4).
- Saraswati, A., Cattin, R., Mazzotti, S., Cadio, C. 2019. New analytical solution and associated software for computing full-tensor gravitational field due to irregularly shaped bodies. *Journal of Geodesy*, 93: 1–17. DOI: [10.1007/s00190-019-01309-y](https://doi.org/10.1007/s00190-019-01309-y).
- Schureman, P. 1941. Manual of harmonic analysis and prediction of tides. U.S. Coast and Geodetic Society Survey Special Publication No.98, USA.
<https://tidesandcurrents.noaa.gov/publications/SpecialPubNo98.pdf> (Pridobljeno 20.10.2022)
- Schüler, T. 2000. Introduction to Gravimetry, Conducting and Processing Relative Gravity Surveys. Munich, University FAF Munich, Institute of Geodesy and Navigation: 15 str.
- Schwarz, K., Sideris M., Forsberg R. 1990. The use of FFT techniques in physical geodesy. *Geophysical Journal International*, 100(3): 485–514. DOI: [10.1111/j.1365-246X.1990.tb00701.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1990.tb00701.x).
- Scintrex 1995. CG-3/3M Autograv Automated Gravity meter. Operation manual. Scintrex Limited, Ontario, Canada.
- Scintrex 1998. CG-3/3M Autograv Automated Gravity Meter. Operator Manual. Concord, Canada, Scintrex Limited: 198 str.
- Scintrex 2006. CG-5 Scintrex Autograv System Operational Manual, revision 2, Scintrex Limited, Ontario, Canada.
- Scintrex 2012. CG-5 Scintrex Autograv System. Operation Manual. Revision 8, Concord, Canada, Scintrex Limited: 312 str.
- Scintrex 2017. CG-6 Autograv Gravity Meter. Operation Manual. Revision A, Concord, Canada, Scintrex Limited: 84 str.
- Sheng, M., Shaw, C., Vaníček, P., Kingdon, R., Santos, M., Foroughi, I. 2019. Formulation and validation of a global laterally varying topographical density model. *Tectonophysics*. 762(5): 45–60. DOI: [10.1016/j.tecto.2019.04.005](https://doi.org/10.1016/j.tecto.2019.04.005).
- Seigel, H.O. 1995. High precision gravity guide. Scintrex Limited, Ontario, Canada: 120 str.
- Somigliana, C. 1929. Teoria generale del campo gravitazionale dell'ellissoide di rotazione. *Memorie della Societ`a Astronomica Italiana* 4, 425.
- Starčević, M. 2019. Geološka karta slo. E-sporočila za: Medved K, 30.8.2019. Osebna komunikacija.
- Stopar, R. 2018. Bouguerove anomalije. v *Geološki atlas Slovenije - Kartografsko gradivo*, 2. popravljena in dopolnjena izd., In: Novak M., Rman N. (Ur.), Ljubljana, Geološki zavod Slovenije: 24–25.

- Stopar, B., Koler, B., Kogoj, D., Ambrožič, T., Pavlovčič Prešeren, P., Kuhar, M., Sterle, O., Kregar, K., Štebe, G., Urbančič, T., Goršič, J., Mencin, A., Berk, S., Fabiani, N., Mesner, N., Caserman, M., Bric, V., Triglav Čekada, M., Karničnik, I., Janežič, M., Oven, K. 2016. Implementacija kombinirane geodetske mreže in višinske komponente ESRS v državni geodetski referenčni sistem. Zaključni elaborat. Projekt št. 2433-13-0003. Ljubljana: Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: Geodetski inštitut Slovenije, 3 zv.: 216+152+538 str.
- Šram, D., Rman, N., Rižnar, I., Lapanje, A. 2015. "The three-dimensional regional geological model of the Mura-Zala basin, northeastern Slovenia". *Geologija*, 58(2): 139–154. DOI: [10.5474/geologija.2015.011](https://doi.org/10.5474/geologija.2015.011).
- Tadono, T., Takaku J., Tsutsui, K., Oda, F., Nagai, H. 2015. Status of "ALOS World 3D (AW3D)" global DSM generation. *Proceeding 2015 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, 3822–3825. DOI: [10.1109/IGARSS.2015.7326657](https://doi.org/10.1109/IGARSS.2015.7326657).
- Tamura, Y. 1987. A harmonic development of the tide-generating potential. *Bulletin d'Information des Marées Terrestres*, 99: 6813–6855. <http://www.bim-icet.org> (Pridobljeno 19.10.2022).
- Tapley, B. D., Chambers, D. P., Bettadpur, S., Ries, J. C. 2003. Large scale ocean circulation from the GRACE GGM01 Geoid. *Geophysical Research Letters*, 30(22), 2163. DOI: [10.1029/2003gl018622](https://doi.org/10.1029/2003gl018622).
- Tapley, B. D., Bettadpur, S., Ries, J. C., Thompson, P. F., Watkins, M. M. 2004. GRACE measurements of mass variability in the Earth system, *Science*, 305: 503–505. DOI: [10.1126/science.1099192](https://doi.org/10.1126/science.1099192).
- Tassis, G.A., Grigoriadis, V., Tziavos, I., Tsokas, G.N., Papazachos, C., Vasiljević, I. 2013. A new Bouguer gravity anomaly field for the Adriatic Sea and its application for the study of the crustal and upper mantle structure. *Journal of Geodynamics*, 66: 38–52. DOI: [10.1016/j.jog.2012.12.006](https://doi.org/10.1016/j.jog.2012.12.006).
- Tesauro, M., Kaban, M.K., Cloetingh, A. P. L. 2008. EuCRUST-07: a new reference model for the European crust. *Geophysical Research Letters*, 35(5), L05313. DOI: [10.1029/2007GL032244](https://doi.org/10.1029/2007GL032244).
- Timmen, L. 2010. Absolute and Relative Gravimetry. In: Xu, G. (Ed.), *Sciences of Geodesy – I. Advances and Future Directions*. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag: 1–43. DOI: [10.1007/978-3-642-11741-1](https://doi.org/10.1007/978-3-642-11741-1).
- Timmen L. 2003. Precise definition of the effective measurement height of free-fall absolute gravimeters. *Metrologia*, 40: 62–65. DOI: [10.1088/0026-1394/40/2/310](https://doi.org/10.1088/0026-1394/40/2/310).
- Timmen, L., Gitlein, O. 2004. The capacity of the Scintrex Autograv CG-3M No. 4492 gravimeter for "absolute scale" surveys. *Revista Brasileira de Cartografia*, 56(2): 89–95.
- Timmen, L., Flury, J., Peters, T., Gitlein, O. 2006. A new absolute gravity base in the German Alps. *Contributions to Geophysics and Geodesy*. Vol 36., 2nd Workshop on International Gravity Field Research (special issue)..
- Tiberti, M., Orlando, L., Di Bucci, D., Bernabini, M., Parotto, M. 2005. Gravity anomaly map and crustal model of the Central-Southern Apennines (Italy). *Journal of Geodynamics*, 40: 73–91. DOI: [10.1016/j.jog.2005.07.014](https://doi.org/10.1016/j.jog.2005.07.014).
- Tenzer, R., Sirguey, P., Rattenbury, M., Nicolson, J. 2011. A digital rock density map of New Zealand. *Computers & Geosciences*, 37: 1181–1191. DOI: [10.1016/j.cageo.2010.07.010](https://doi.org/10.1016/j.cageo.2010.07.010).

- Tenzer, R., Chen, W., Baranov, A. A., Bagherbandi, M. 2018. Gravity maps of Antarctic lithospheric structure from remote-sensing and seismic data. *Pure and Applied Geophysics*, 175: 2181–2203. DOI: [10.1007/s00024-018-1795-z](https://doi.org/10.1007/s00024-018-1795-z).
- Tenzer, R., W. Chen, D. Tsoulis, M. Bagherbandi, L. E. Sjöberg, P. Novák, S. Jin, 2015. Analysis of the refined CRUST1. 0 crustal model and its gravity field. *Surveys in geophysics*, 36(1): 139–165. DOI: [10.1007/s10712-014-9299-6](https://doi.org/10.1007/s10712-014-9299-6).
- Torge, W. 1989. *Gravimetry*. New York, Berlin, Walter de Gruyter: 465 str.
- Torge W. 2001. *Geodesy*. Učbenik. Berlin - New York, Walter de Gruyten.
- Triglav Čekada, M., Bric, V. 2015. Končan je projekt laserskega skeniranja Slovenije. *Geodetski vestnik*, 59(3): 586–592.
- Tscherning, C.C., Forsberg, R., Vermeer M. 1990. *Methods for Regional Gravity Field Modelling from SST and SGG Data*. Reports of the Finnish Geodetic Institute, No. 90:2, Helsinki, Finland.
- Tsoulis, D. 1999. *Analytical and numerical methods in gravity field modelling of ideal and real masses*. DGK, Reihe C 3769695488, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften.
- Tsoulis, D. 2003. Terrain modeling in forward gravimetric problems: A case study on local terrain effects. *Journal of Applied Geophysics*, 54: 145–160. DOI: [10.1016/j.jappgeo.2003.09.001](https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2003.09.001).
- Tsoulis, D., Tziavos, I.N. 2003. A comparison of some existing methods for the computation of terrain corrections in local gravity field modelling. In: Tziavos I.N. (Ed.), *Gravity and Geoid 2002*, Ziti-Publishing, Thessaloniki: 156–160.
- Tsoulis, D, Novák, P., Kadlec, M. 2009. Evaluation of precise terrain effects using high-resolution digital elevation models. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 114: 1–14. DOI: [10.1029/2008JB005639](https://doi.org/10.1029/2008JB005639).
- Tsoulis, D. 2012. Analytical computation of the full gravity tensor of a homogeneous arbitrarily shaped polyhedral source using line integrals. *Geophysics*, 77(2): F1–F11. DOI: [10.1190/geo2010-0334.1](https://doi.org/10.1190/geo2010-0334.1).
- Tsoulis, D. 2013. Geodetic use of global digital terrain and crustal databases in gravity field modeling and interpretation. *Journal of Geodetic Science*, 3(1): 1–6. DOI: [10.2478/jogs-2013-0003](https://doi.org/10.2478/jogs-2013-0003).
- Toushmalani, R., Saibi, H. 2015. 3D gravity inversion using Tikhonov regularization. *Acta Geophysica*, 63(4): 1044–1065. DOI: [10.1515/acgeo-2015-0029](https://doi.org/10.1515/acgeo-2015-0029).
- Turk G. 2012. *Verjetnostni račun in statistika*. Univerzitetni učbenik. Ljubljana. Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 264 str.
- Tziavos, I. N., Sideris M. G. 2013. Topographic reductions in gravity and geoid modeling. In *Geoid Determination*: 337–400. Springer. DOI: [10.1007/978-3-540-74700-0-8](https://doi.org/10.1007/978-3-540-74700-0-8).
- Ullrich C. 2014. *Absolute gravity measurements in Slovenia 2014*. Final Report. Federal Office for Metrology and Surveying of Austria (BEV): 22 str.
- Ullrich, C., Medved, K. 2015. A Highly Accurate Absolute Gravimetric Network for Slovenia. 26th IUGG General Assembly 2015, Praga. https://www.researchgate.net/publication/281065833_A_Highly_Accurate_Absolute_Gravimetric_Network_For_Slovenia (Pridobljeno 8.6.2020).

- Uieda, L., Barbosa, V.C.F., Braitenberg, C. 2016. Tesseroids: Forward-modeling gravitational fields in spherical coordinates. *Geophysics*, 81(5): F41-F48. DOI: [10.1190/geo2015-0204.1](https://doi.org/10.1190/geo2015-0204.1)
- Uredba 2014. Uredba o določitvi parametrov horizontalne sestavine in gravimetričnega dela vertikalne sestavine državnega prostorskega koordinatnega sistema, imen teh sestavin in državne kartografske projekcije. Uradni list Republike Slovenije, št. 57/2014. <https://www.uradni-list.si/glasilo-uradni-list-rs/vsebina/2018-01-3854?sop=2018-01-3854> (Pridobljeno 28.11.2019).
- Van Camp, M. 2003. Efficiency of tidal corrections on absolute gravity measurements, Proceedings of the workshop: IMG-2002 Instrumentation and Metrologia in Gravimetry. *Cahiers du Centre Europeen de Geodynamique et de Seismologie*, Luxembourg, 22: 99–103.
- Van Camp, M., Vanterin, P. 2005. T-soft: graphical and interactive software for the analysis of the time series and earth tides. *Computers & Geosciences*, 31(5): 631–640. DOI: [10.1016/j.cageo.2004.11.015](https://doi.org/10.1016/j.cageo.2004.11.015).
- Varga, M. 2018. The Application of Crustal Models in Regional Modelling of the Earth's Gravity Field. Doctoral Thesis, Faculty of Geodesy, University of Zagreb: 299 str.
- Varga, M., Stipčević, J. 2021. Gravity anomaly models with geophysical interpretation of the Republic of Croatia, including Adriatic and Dinarides regions. *Geophysical Journal International*, 226(3): 2189–2199. DOI: [10.1093/gji/ggab180](https://doi.org/10.1093/gji/ggab180).
- Wenzel, H.G. 1996. The nanogal software: Earth tide data processing package ETERNA 3.30. *Bulletin d'Information des Marées Terrestres*, 124: 9425–9439. <https://www.eas.slu.edu/GGP/ETERNA34/MANUAL/ETERNA33.HTM> (Pridobljeno 5.10.2019).
- Wieczorek, M.A., Meschede, M. 2018. SHTools: Tools for Working with Spherical Harmonics. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 19(8): 2574–2592. DOI: [10.1029/2018GC007529](https://doi.org/10.1029/2018GC007529).
- Wichiencharoen, C. 1982. The indirect effects on the computation of geoid undulations. Technical report, Ohio State, Univ. Columbus, Dept. of Geodetic Science. <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19830016735>.
- Wild-Pfeiffer, F. 2005. A comparison of different mass elements for use in gravity gradiometry. *Journal of Geodesy*, 82(10): 637–653. DOI: [10.1007/s00190-008-0219-8](https://doi.org/10.1007/s00190-008-0219-8).
- Wilmes, H., Vitushkin, L., Pálinkáš, V., Falk, R., Wziontek H., Bonvalot S. 2016. Towards the definition and realization of a global absolute gravity reference system. In: Freymueller JT, Sánchez L (Ed.), *International Symposium on Earth and Environmental Sciences for Future Generations*, Vol 147. Springer, Cham: 25–29. DOI: [10.1007/1345_2016_245](https://doi.org/10.1007/1345_2016_245).
- Wziontek, H., Bonvalot, S., Falk, R., Gabalda, G., Mäkinen, J., Pálinkáš, V., Rülke, A., Vitushkin L. 2021. Status of the International Gravity Reference System and Frame. *Journal of Geodesy*, 95(7): 7–12. DOI: [10.1007/s00190-020-01438-9](https://doi.org/10.1007/s00190-020-01438-9).
- Xi, Q. 1989. The precision of the development of the tidal generating potential and some explanatory notes. *Bulletin d'Information des Marées Terrestres*, 105: 7396-7404. <http://www.bim-icet.org/> (Pridobljeno 21.10.2022).
- Yamazaki D., Ikeshima D., Tawatari R., Yamaguchi T., O'Loughlin F., Neal J.C., Sampson C.C., Kanae S., Bates P.D. 2017. A high accuracy map of global terrain

- elevations. *Geophysical Research Letters*, 44: 5844–5853.
DOI: [10.1002/2017GL072874](https://doi.org/10.1002/2017GL072874).
- Yildiz, H. 2012. A study of regional gravity field recovery from GOCE vertical gravity gradient data in the Auvergne test area using collocation. *Studia geophysica et geodaetica*, 56(1): 171–184. DOI: [10.1007/s11200-011-9030-8](https://doi.org/10.1007/s11200-011-9030-8).
- Yi, W. 2012. The Earth's gravity field from GOCE. Doctoral Dissertation. Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Technische Universität München, Germany: 144 str. <https://mediatum.ub.tum.de/doc/1135526/1135526.pdf> (Pridobljeno 20.10.2022)
- Yu, C., Kamboj, S., Wang, C., Cheng, J. 2015. Data collection handbook to support modeling impacts of radioactive material in soil and building structures. Argonne National Laboratory: 13–21. https://resrad.evs.anl.gov/docs/data_collection.pdf (Pridobljeno 5.10.2019).
- Yushkin, V. D. 2011. Operating experience with CG5 gravimeters. *Measurement Techniques*, 54(5): 486–489. DOI: [10.1007/s11018-011-9753-5](https://doi.org/10.1007/s11018-011-9753-5).
- Zahorec, P., Papčo, J., Mikolaj, M., Pašteka, R., Szalaiova, V. 2014. The role of near topography and building effects in vertical gravity gradients approximation. *First Break*, 32(1): 65–71.
- Zahorec, P., Vajda, P., Papčo, J., Sainz-Maza, S., Pereda, J. 2016. Prediction of vertical gradient of gravity and its significance for volcano monitoring - Example from Teide volcano. *Geophysics and Geodesy*, 46(3): 203–220. DOI: [10.1515/congeo-2016-0013](https://doi.org/10.1515/congeo-2016-0013).
- Zahorec, P., Marušiak, I., Mikuška, J., Pašteka, R., Papčo, J. 2017. Numerical Calculation of Terrain Correction Within the Bouguer Anomaly Evaluation (Program Toposk). In: J. M. B. M. Roman Pašteka (Ed.), *Understanding the Bouguer Anomaly*. Amsterdam: Elsevier: 79–92.
- Zahorec, P., Papco, J., Pasteka, R., Bielik, M., Sylvain, B., Braitenberg, C., Ebbing, J., Gabriel, G., Gosar, A., Grand, A., Götze, H. J., Hetényi, G., Holzrichter, N., Kissling, E., Marti, U., Meurers, B., Mrlina, J., Nogová, E., Pastorutti, A., Varga, M. 2021. The first pan-Alpine surface-gravity database, a modern compilation that crosses frontiers. *Earth System Science Data*, 13: 2165–2209. DOI: [10.5194/essd-13-2165-2021](https://doi.org/10.5194/essd-13-2165-2021).
- Zhao, D., Li, S., Bao, H., Wang, Q. 2015. *Accurate Approximation of Vertical Gravity Gradient Within the Earth's External Gravity Field*. Shanghai, China, Springer, Cham: 147–152. DOI: [10.1007/1345_2015_113](https://doi.org/10.1007/1345_2015_113).
- Zhu, L. 2007. Gradient Modeling with Gravity and DEM, Doctoral Dissertation. Columbus, Ohio, The Ohio State University: 173 str. http://rave.ohiolink.edu/etdc/view?acc_num=osu1180110427 (Pridobljeno 1.2.2021).
- Zhu, L., Jekeli, C. 2009. Gravity gradient modeling using gravity and DEM. *Journal of Geodesy*, 83(6): 557–567. DOI: [10.1007/s00190-008-0273-2](https://doi.org/10.1007/s00190-008-0273-2).
- Žagar T. in Berk S. 2009. Primerjava podatkov SRTM z DMV Slovenije. Raziskave s področja geodezije in geofizike 2008, 14. strokovno srečanje Slovenskega združenja za geodezijo in geofiziko, Ljubljana, 22. januar 2009. Zbornik predavanj. Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana: 77–86.
- Spletna stran CRSEU, 2016: IT_ROMA40. http://www.crs-geo.eu/nn_124226/crseu/EN/CRS_Description/crs-national_node.html?nnn=true (Pridobljeno 15.2.2020).

Spletna stran DLR, 2021, German Space Agency:

https://www.dlr.de/rd/en/DesktopDefault.aspx/tabid-2440/3586_read-5330/gallery-1/gallery_read-Image.28.20172/ (Pridobljeno 29.10.2021).

Spletna stran ESA, 2021, European space agency,

https://www.esa.int/Enabling_Support/Operations/GOCE (Pridobljeno 2.9.2021).

Spletna stran GEOLOŠKI ZAKLADI, 2021:

<https://sites.google.com/site/vanesiearthcaches/home/geoloske-osnove-geology-basics/3-zgradba-zemlje-earth-s-internal-structure> (Pridobljeno 2.3.2021).

Spletna stran GeoZS, 2019. Geološki zavod Slovenije – GeoZS: <https://www.geo-zs.si/index.php/publikacije2/geolo%C5%A1ke-karte> (Pridobljeno 8.10.2019).

Spletna stran GFZ, 2021: <https://www.gfz-potsdam.de/en/home/> (Pridobljeno 21.10.2021).

Spletna stran GOCEPARSER, 2022: <https://earth.esa.int/eogateway/tools/goceparser> (Pridobljeno 22.10.2022).

Spletna stran GRACE, 2021: <http://www.csr.utexas.edu/grace/> (Pridobljeno 21.10.2021).

Spletna stran GUT, 2022: <https://earth.esa.int/eogateway/tools/goce-user-toolbox> (Pridobljeno 22.10.2022).

Spletna stran ICET, 2019 (International Centre for Earth Tides):

https://www.eas.slu.edu/GGP/mt80-wparicet/mt80w_exe/readme.htm (Pridobljeno 2.11.2019).

Spletna stran ICGEM, 2021: <http://icgem.gfz-potsdam.de/home> (Pridobljeno 21.10.2021).

Spletna stran IERS, 2019: (International Earth Rotation and Reference System Service):

<https://www.iers.org/IERS/EN/DataProducts/EarthOrientationData/eop.html> (Pridobljeno 19.11.2019).

Spletna stran LIDAR, 2019:

http://gis.arso.gov.si/evode/profile.aspx?id=atlas_voda_Lidar@Arso (Pridobljeno 26.11.2019).

Spletna stran MERIT DEM, 2021: http://hydro.iis.u-tokyo.ac.jp/~yamadai/MERIT_DEM/ (Pridobljeno 2.3.2021).

Spletna stran MGLC, 2019: <http://www.microglacoste.com> (Pridobljeno 13.11.2019).

Spletna stran Portal Prostor, 2019: <https://www.e-prostor.gov.si/zbirke-prostorskih-podatkov/> (Pridobljeno 26.11.2019).

15 PRILOGE

PRILOGA A: PRIPIS GOSTOT LITOSTRATIGRAFSKIM ENOTAM ZA GEOLOŠKO KARTO SLOVENIJE V MERILU 1 : 250.000.....	A1
PRILOGA B: PRIPIS GOSTOT 3D REGIONALNEMU GEOLOŠKEMU MODELU MURSKO-ZALSKEGA BAZENA.....	B1
PRILOGA C: KARTA POPOLNIH BOUGUEROVIH ANOMALIJ SLOVENIJE Z UPORABLJENIMI GRAVIMETRIČNIMI TOČKAMI.....	C1
PRILOGA D: REZULTATI IZRAČUNA NA TOČKAH TESTNEGA OBMOČJA 1 IN 2, Z UPORABO GLOBALNIH MODELOV TEŽNOSTNEGA POLJA	D1
PRILOGA E: REZULTATI IZRAČUNA NA TOČKAH TESTNEGA OBMOČJA 1 IN 2, ZA VSE UPORABLJENE MODELE.....	E1
PRILOGA F: STATISTIČNI KAZALCI, KI PREDSTAVLJAJO KRITERIJE ZA ANALIZO / PRIMERJAVO MODELOV.....	F1
PRILOGA G: KORELACIJE MED REFERENČNIMI IN MODELIRANIMI VGT ZA VSE OBRAVNAVANE MODELE.....	G1

PRILOGA A: PRIPIS GOSTOT LITOSTRATIGRAFSKIM ENOTAM ZA GEOLOŠKO KARTO SLOVENIJE V MERILU 1 : 250.000

ID	OPIS	STAROST	GOSTOTA g/cm ³
1	Aluvij (prod, pesek, melj in glina)	Kvartar	2,00
2	Recentni morski sedimenti	Kvartar	1,39
3	Glina	Kvartar	1,76
4	Pobočni grušč	Kvartar	2,00
5	Vršaj (grušč, prod in melj)	Kvartar	2,00
6	Deluvij (pretežno glina z delci različnih kamnin)	Kvartar	1,84
7	Odlagališče rudniških odpadkov	Kvartar - holocen	2,10
8	Glina, šota (barjanski sedimenti)	Kvartar	1,50
9	Glina, melj in šotna preperina (barjanski in jezerski sedimenti)	Kvartar	1,60
10	Prod in pesek	Kvartar	2,00
11	Glinasti melj (kopna in barjanska publica)	Kvartar	1,66
12	Nesprijeti rečni sedimenti v terasah (prod, pesek, melj in glina)	Kvartar	1,90
13	Sprijeti rečni sedimenti v terasah (konglomerat z vložki prod)	Kvartar	2,30
14	Til; morena	Kvartar - pleistocen	2,20
15	Rjava glina, terra rossa in ilovica	Kvartar in pliocen	1,80
16	Glina in preperina z roženci	Kvartar in pliocen	1,95
17	Glina, glinasti melj s prodniki kremenca in silikatnih kamnin	Pliocen in pleistocen	2,00
18	Kremenov prod, pesek in melj	Zgornji pliocen	2,20
19	Bazaltni tuf in bazalt	Srednji pliocen	2,74
20	Prod, pesek in peščena glina	Srednji pliocen	2,15
21	Peščeni lapor, glina in drobnozrnat prod	Spodnji pliocen	2,10
22	Glina, melj, pesek in premog	Pliocen	1,75
23	Pesek in glina	Zgornji miocen in spodnji pliocen	1,85
24	Glineni lapor, pesek, prod in glina	Zgornji miocen - panonij	2,10
25	Glineni lapor in apnenec	Zgornji miocen - sarmatij	2,33
26	Lapor, pesek, prod, peščenjak in konglomerat	Zgornji miocen - sarmatij	2,30
27	Litotamnijski apnenec, laporasti apnenec in lapor	Srednji miocen - badenij	2,35
28	Lapor	Srednji miocen - badenij	2,16
29	Litotamnijski apnenec	Srednji miocen - badenij	2,36
30	Pesek, melj, peščenjak, meljevec in konglomerat	Srednji miocen - badenij	2,30
31	Pesek, peščenjak in lapor	Srednji in spodnji miocen - eggenburgij - karpatij	2,22
32	Konglomerat, peščenjak in lapor - ivniške plasti	Srednji in spodnji miocen - eggenburgij - karpatij	2,30
33	Konglomerat iz granodiorita in metamorfnih kamnin - radeljske plasti	Spodnji miocen - ottangij	2,70
34	Litotamnijsko-lepidociklinski apnenec, pesek, melj in glina	Spodnji miocen - ottangij - eggenburgij	2,20
35	Laporasta glina - sivica	Srednji in zgornji oligocen - rupelij - eggerij	2,05

36	Menjavanje andezitnega tufa, tufita in laporovca	Srednji oligocen - rupelij	2,48
37	Dacit, podrejeno andezit	Srednji oligocen - rupelij (nova datacija dacita - sp. miocen)	2,55
38	Granodiorit in kremenov diorit	Srednji oligocen - rupelij (nova datacija - sp. miocen)	2,86
39	Tonalit	Srednji oligocen - rupelij	2,70
40	Prod, pesek, lapor, laporasti apnenec, peščenjak, glina in premog – »pseudosoteške plasti«	Srednji oligocen - rupelij	2,32
41	Laporovec, peščenjak in grebenski apnenec - gornjegrajske plasti	Srednji oligocen - rupelij	2,55
42	Apnenčevo-dolomitni konglomerat - škofjeloški in okoninski konglomerat	Srednji oligocen - rupelij	2,60
43	Laporovec, peščenjak, glinavec in premog - soteške plasti	Zgornji eocen	2,36
44	Menjavanje laporovca, glinavca in peščenjaka, vložki apnenčeve breče - fliš	Srednji eocen	2,58
45	Alveolinsko-numulitni apnenec	Srednji eocen	2,64
46	Alveolinsko-numulitni in miliolidni apnenec	Spodnji eocen	2,65
47	Menjavanje peščenjaka, laporovca in glinavca, pogosti vložki apnenčeve breče - fliš	Zgornji paleocen	2,59
48	Debeloplastnat mikritni apnenec - vremske in kozinske plasti	Spodnji paleocen - zgornja kreda - danij - maastrichtij	2,70
49	Rdečkast in zelenkast laporovec ter laporasti apnenec - sabotinske plasti	Zgornja kreda - spodnji paleocen	2,60
50	Rdečkast in siv laporasti apnenec ter laporovec	Zgornja kreda - turonij - campanij	2,63
51	Menjavanje laporovca, glinavca in peščenjaka - fliš	Zgornja kreda - maastrichtij	2,54
52	Debelozrnata apnenčeva breča z redkimi vložki fliša	Zgornja kreda - maastrichtij	2,62
53	Ploščast volčanski apnenec z rožencem; rdeč laporasti apnenec in laporovec	Zgornja kreda - coniacij - campanij	2,65
54	Rudistni apnenec in kalkarenit - Lipiška formacija	Zgornja kreda - coniacij - campanij	2,64
55	Ploščast apnenec z rožencem - Dutoveljska formacija	Zgornja kreda - campanij	2,70
56	Ploščast apnenec z rožencem v menjavanju z rdečim laporovcem - krške plasti	Zgornja kreda - zgornji cenomanij - turonij	2,63
57	Rudistni in mikritni apnenec - Sežanska formacija	Zgornja kreda - turonij	2,64
58	Ploščast apnenec z rožencem - komenske plasti	Zgornja kreda - zgornji cenomanij - turonij	2,70
59	Debeloplastnat mikritni apnenec in bituminozni dolomit	Spodnja kreda in nižji del zgornje krede	2,64
60	Menjavanje glinavca in kalkarenita, plasti roženca - fliš	Zgornji del spodnje in nižji del zgornje krede - aptij - cenomanij	2,61
61	Menjavanje apnenca in dolomita (spodnji del), mikritni apnenec (zgornji del)	Spodnja kreda - berriasij - barremij	2,72
62	Menjavanje laporovca, glinavca in kalkarenita - fliš	Spodnja kreda - valanginij - hauterivij	2,60
63	Ploščast biancone apnenec z rožencem	Zgornja jura-spodnja kreda - tithonij - berriasij	2,72
64	Menjavanje dolomita in apnenca	Zgornji del zgornje jure - zgornji kimmeridgij - tithonij	2,77
65	Oolitni in mikritni apnenec	Zgornji del zgornje jure - zgornji kimmeridgij - tithonij	2,72

66	Debeloplastnat mikritni in oolitni apnenec	Spodnji del zgornje jure - spodnji kimmeridgij - oxfordij	2,70
67	Grebenski apnenec s koralami, hidrozoji in spongijami	Spodnji del zgornje jure - spodnji kimmeridgij - oxfordij	2,68
68	Rdečkast in sivkast gomoljast apnenec tipa ammonitico rosso, apnenčeva breča, laporovec in glinavec	Zgornja in spodnja jura	2,67
69	Skrilav glinavec z rožencem, marogast laporovec in apnenec	Srednja in zgornja jura - dogger in malm	2,60
70	Masiven krinoidni in oolitni apnenec	Lias, dogger	2,70
71	Mikritni in oolitni apnenec, bituminozni dolomit	Zgornji lias - dogger	2,68
72	Mikritni in oolitni apnenec, apnenčeva breča in bituminozni dolomit	Spodnji in srednji lias	2,68
73	Ploščast mikritni apnenec in kalkarenit z rožencem	Lias	2,69
74	Apnenec, dolomit in apnenčevo-dolomitna breča	Zgornji trias in spodnja jura (retij in lias)	2,79
75	Grebenski apnenec s koralami	Zgornji trias - retij	2,66
76	Debeloplastnat dachsteinski apnenec s prehodi v dolomit	Zgornji trias - norij - retij	2,75
77	Debeloplastnat glavni dolomit	Zgornji trias - norij - retij	2,74
78	Ploščasti baški dolomit z rožencem	Zgornji trias - norij - retij	2,82
79	Glinavec, peščenjak, tuf, tuftit, breča, ploščast apnenec, dolomit v menjavi z laporovcem, boksit - borovniške plasti	Zgornji trias - karnij	2,62
80	Laporasti apnenec, laporovec, dolomit, skrilav glinavec	Zgornji trias - karnij	2,64
81	Ploščast apnenec in dolomit z rožencem, laporovec, laporasti apnenec - Tamarska formacija	Zgornji trias - karnij	2,71
82	Roženec, ploščast apnenec, glinavec in meljevec - Koblanska formacija	Zgornji trias - karnij	2,66
83	Menjavanje glinavca in peščenjaka, v vrhnjem delu ploščast apnenec - amfiklinske plasti	Zgornji trias - karnij	2,64
84	Masiven debeložrnat dolomit in apnenec	Zgornji trias - cordevol	2,83
85	Masiven wettersteinski apnenec in dolomit, debeloplastnat apnenec	Srednji in zgornji trias - ladinij - cordevol	2,84
86	Masiven dolomit, podrejeno apnenec	Srednji in zgornji trias - anizij - norij	2,83
87	Ploščast mikritni apnenec z gomolji roženca - Pokljuška formacija	Srednji in zgornji trias	2,74
88	Keratofir, kremenov keratofir, porfir, porfirit in pripadajoči tufi	Srednji trias - ladinij	2,94
89	Diabaz, spilitiziran diabaz in pripadajoči tufi	Srednji trias - ladinij	2,72
90	Skrilav glinavec, meljevec, ploščast apnenec z rožencem, laporovec, droba, peščenjak, konglomerat, breča, tuf	Srednji trias - ladinij	2,64
91	Debeloplastnat in masiven dolomit, podrejeno apnenec	Srednji trias - anizij	2,83
92	Dolomit, sljudnati meljevec, peščenjak, glinavec, oolitni apnenec in dolomit, laporovec, laporasti apnenec	Spodnji trias	2,72
93	Debeloplastnat dolomit, podrejeno apnenec	Zgornji perm	2,76
94	Rdeč in siv peščenjak, glinavec in konglomerat - Groedenska formacija, v Karavankah v sp. delu trbiška breča	Srednji perm	2,68
95	Porfiroidni granit z enklavami diabaza,	Perm	2,66

	granodiorit		
96	Neoschwagerinski grebenski apnenec, apnenčeva breča	Srednji perm	2,65
97	Svetlosiv do rdeč apnenec - Dovžanovosoteška in Trogkofelska formacija	Spodnji perm	2,65
98	Menjavanje skrilavega glinavca, kremenovega peščenjaka in konglomerata, vložki apnenca	Spodnji perm	2,70
99	Menjavanje skrilavega glinavca in kremenovega peščenjaka, kremenov konglomerat	Zgornji karbon in spodnji perm	2,76
100	Menjavanje skrilavega glinavca, kremenovega peščenjaka in konglomerata, vložki apnenca	Zgornji karbon	2,72
101	Menjavanje skrilavega glinavca in drobne, breče, vložki laminiranega apnenca	Spodnji karbon	2,67
102	Spodaj debeloplastnat apnenec, v srednjem delu grebenski apnenec, zgoraj debeloplastnat mikritni apnenec	Devon	2,66
103	Diabaz in pripadajoči tuf	Silur-devon	2,72
104	Filitoidni skrilavec z vložki diabaza in marmoriziranega apnenca - Štalenskogorska formacija	Ordovicij - silur - devon	2,78
105	Serpentinit	Neznana	2,80
106	Kremenovo-sericitni filit z vložki marmorja in kvarcita	Ordovicij - silur	2,84
107	Kloritno-amfibolski in biotitno-kloritni skrilavec z vložki amfibolita	Kambrij	2,97
108	Stavrolitov in almandinov blestnik s prehodi v gnajs	Predkambrij?	2,86
109	Drobnozrnati gnajs s prehodi v blestnik	Predkambrij?	2,96
110	Diaforit	Predkambrij?	2,80
111	Marmor	Predkambrij?	2,71
112	Amfiboliti; leče eklogita	Predkambrij?	2,97
113	Biotitno-muskovitni blestnik s prehodi v gnajs	Predkambrij?	2,88
114	Muskovitno-biotitni gnajs, distenov protasti in očesni gnajs, pegmatitne žile	Predkambrij?	2,90

PRILOGA B: PRIPIS GOSTOT 3D REGIONALNEMU GEOLOŠKEMU MODELU MURSKO-ZALSKEGA BAZENA

ID	OPIS	STAROST	GOSTOTA (g/cm ³)
01 Base Alluvial plain Ptuj-Grad Formation	alternation of gravel, sandy, silty and clayey gravel, sand, gravelly and silty sand, silt, sandy and silty clay, basaltic tuff, tuffite and basalt, isolated coal occurrences	Latest Pannonian to Pliocene	2,00
02 Base Delta plain Mura Formation	alternation of silty clay, clay, silt, gravelly, sandy and clayey silt, sand, silty and gravelly sand, sandy gravel and coal	earliest Pannonian to Late Pontian	1,81
03 Base Delta front Mura Formation	alternation of sand/sandstone, silt, marl, clayey marl, clay, marly, sandy and silty clay, coal	earliest Pannonian to Late Pontian	1,83
04 Base Slope Lendava Formation	sandy silt, marly clay, occasional sand bodies	Early Pontian	1,79
05 Base Turbidites Lendava Formation	alternation of sand/sandstone, silt, sandy, silty and clayey marl, clay	Early Pontian	1,86
06 Base Sarmatian Spilje Formation	alternation of sand, sandstone, sandy and silty marlstone, silt, siltstone, marly and silty clay, conglomerate, locally sandy	Mid Badenian to Early Pannonian	1,90
07 Base Badenian Spilje Formation	algal and oolitic limestone, dolomite, coal	Mid Badenian to Early Pannonian	2,36
08 Top Pre-Neogene basement	Metamorphic and carbonate rocks, marl, sand/sandstone, conglomerate	Paleozoic to Oligocene	2,77

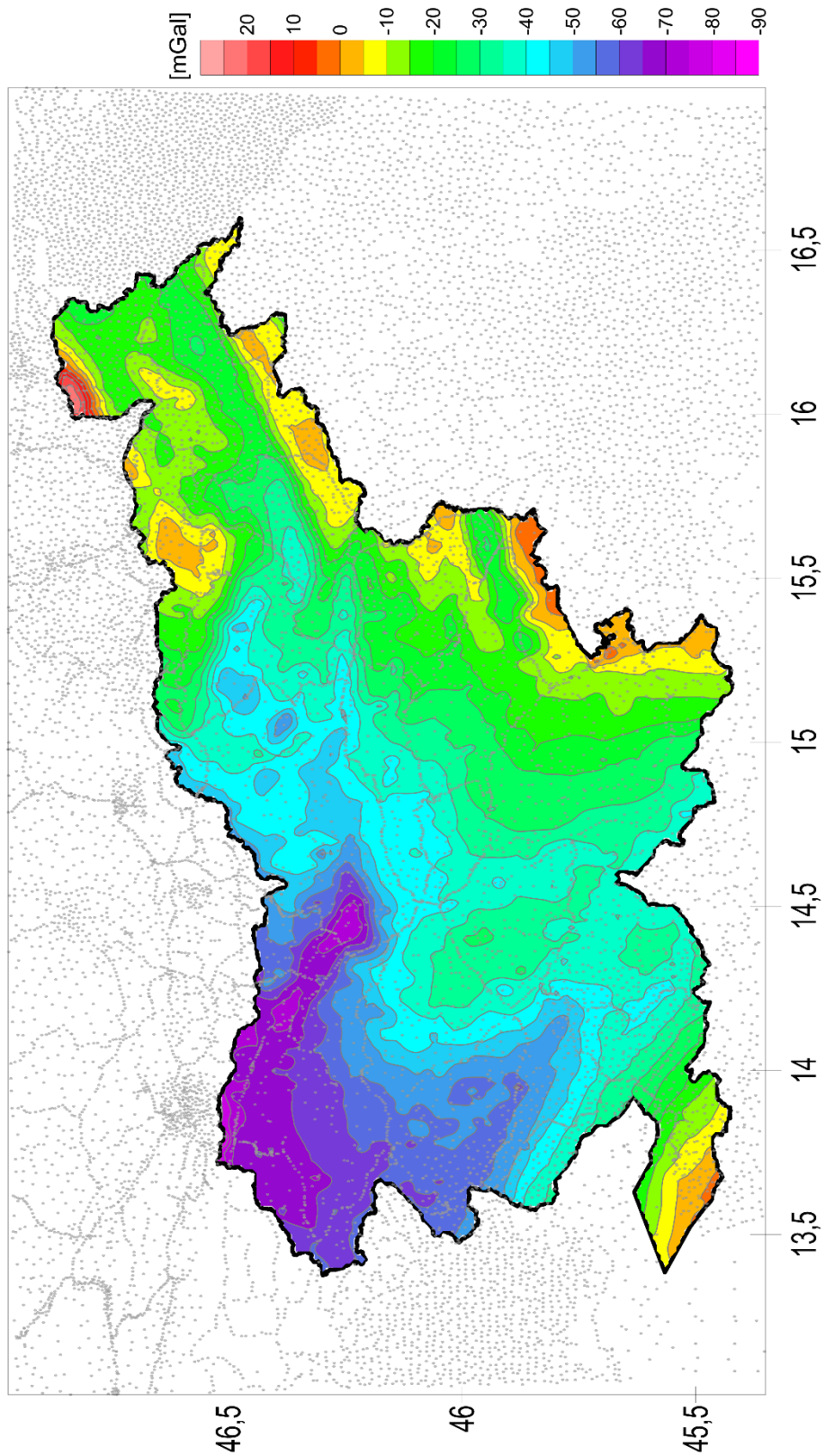
OPOMBE: povprečna gostoto je določena glede na to katera zvrst zemljine (kamnine) je napisana na prvem mestu

ad 01: višji gostoti doprinese delež proda (v primerjavi golobjimi plastmi, kjer proda skoraj ni)

ad 07: s predpostavko, da je premoga malo (precej manj kot apnenca in dolomita, zapolnjuje le posamezne votline v masivu apnenca in dolomita)

ad 08: povprečje vseh naštetih zvrsti kamnin, s tem, da prevladujejo metamorfne in karbonatne kamnine

PRILOGA C: KARTA POPOLNIH BOUGUEROVIH ANOMALIJ SLOVENIJE Z UPORABLJENIMI GRAVIMETRIČNIMI TOČKAMI



PRILOGA D: REZULTATI IZRAČUNA NA TOČKAH TESTNEGA OBMOČJA 1 IN 2, Z UPORABO GLOBALNIH MODELOV TEŽNOSTNEGA POLJA

točka	Merjen VGT	XGM2019 e 0'001°	XGM2019 e 0'1°	GOCO 06s	GO_CONS_ GCF 2_TIM_R6	EIGEN _6S4	GOCO 05c	GOCO 05s	EGM 2008
	14_1	14_2	14_3	14_4	14_5	14_6	14_7	14_8	
	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]	[μGal/m]
1101	341,5	250,8	259,5	308,1	308,1	307,3	287,5	309,4	240,2
1201	302,6	313,9	316,5	310,7	310,6	310,3	307,8	311,5	330,9
1301	304,1	332,6	328,9	312,1	311,9	312,0	318,3	312,6	340,5
1401	334,5	294,9	298,1	312,4	312,3	312,0	322,3	313,0	302,2
1501	309,1	298,3	300,3	312,7	312,6	312,2	323,9	313,3	288,3
2101	300,4	290,4	290,2	311,6	311,6	311,2	292,4	311,3	249,7
2201	323,8	296,1	296,3	312,0	311,9	311,5	294,2	311,8	281,8
2301	319,0	304,6	305,2	312,8	312,8	312,7	310,6	312,9	300,7
2401	312,0	328,1	326,8	312,9	312,9	312,9	317,1	313,0	334,0
2501	293,8	315,3	315,2	313,2	313,2	313,1	315,1	313,1	304,1
3101	290,5	315,8	315,3	312,4	312,4	311,8	304,8	312,5	340,5
3201	309,5	297,5	298,9	312,9	312,8	312,3	317,0	313,2	287,2
3301	314,3	302,9	303,0	312,8	312,7	312,2	322,6	313,3	281,3
GT1	332,4	390,8	387,4	310,3	310,2	310,5	311,0	309,7	384,2
GT2	370,7	365,3	359,1	306,4	306,4	307,3	337,8	305,6	357,7
GT3	328,3	340,9	335,7	302,0	302,2	303,2	274,8	303,1	336,6
GT4	322,0	345,9	343,8	304,3	304,5	305,6	288,1	305,0	346,9
GT5	313,1	305,8	308,7	306,7	306,9	307,6	317,2	307,1	294,8
GT6	301,0	282,1	293,2	320,5	320,4	319,4	332,7	320,2	296,6
GT7	285,6	357,7	350,9	314,0	313,8	313,8	303,5	313,0	362,1
GT8	265,6	390,2	381,2	315,8	315,4	314,0	267,1	314,5	388,4
GT9	243,5	212,1	216,8	313,3	312,8	311,7	278,0	311,8	208,5
GT10	275,6	270,1	271,8	311,5	311,0	310,1	292,8	310,2	259,4
GT11	274,1	326,1	324,6	312,3	311,9	311,8	304,5	311,6	327,5
GT12	286,6	377,0	371,3	300,1	300,4	301,8	293,6	302,1	380,4
GT13	298,1	316,2	315,0	316,1	315,7	315,1	281,8	314,7	311,4
GT14	371,3	323,2	324,8	304,1	304,2	304,4	319,3	304,1	325,3
GT16	222,3	234,0	233,5	302,8	303,0	302,8	296,0	304,6	238,9
GT17	300,2	354,9	353,0	302,5	302,8	302,0	309,7	304,6	351,9
GT18	403,0	343,0	337,1	309,3	309,2	308,2	295,8	310,4	328,2
GT19	303,4	320,2	318,6	305,2	305,4	306,0	313,1	304,6	318,8
GT20	320,1	301,0	301,3	302,1	302,4	303,6	316,3	303,1	298,4
GT21	309,8	317,9	315,4	303,8	303,9	304,6	307,1	303,3	319,6
GT21e	324,7	317,8	315,3	303,8	303,9	304,6	307,1	303,3	319,6
GT22	300,1	319,3	318,9	313,2	313,1	312,9	311,3	313,3	315,7
GT23	334,8	275,1	273,1	307,6	307,4	305,4	313,5	305,4	283,1
GT24	302,5	315,3	315,2	313,2	313,2	313,1	315,1	313,1	304,1
GT25	323,8	304,0	304,7	314,4	314,2	314,6	320,7	314,5	292,0
GT26	312,3	310,1	311,7	308,6	308,5	308,7	307,7	308,9	312,0
GT27	324,8	335,3	332,9	308,9	308,8	309,2	307,0	306,8	336,1
GT28	301,2	351,1	344,3	306,8	306,8	306,2	293,6	303,7	350,0
GT29	302,5	312,8	311,3	310,9	311,0	311,1	302,1	310,9	330,4
GT30	260,9	406,3	401,6	319,2	318,8	317,8	292,5	318,0	398,8
MAKP	278,1	334,2	331,1	304,0	304,3	305,0	314,1	303,8	327,9

PRILOGA E: REZULTATI IZRAČUNA NA TOČKAH TESTNEGA OBMOČJA 1 IN OBMOČJA 2, ZA VSE UPORABLJENE MODELE.

točka	Merjen VGT [$\mu\text{Gal}/\text{m}$]	1_1	1_2	1_3	2_1	2_2	2_3	3_1	3_2	3_3	4_1
1101	341,5	300,96	298,74	302,10	320,87	324,46	322,87	355,42	362,60	358,99	353,97
1201	302,6	307,09	307,04	307,23	307,34	307,21	307,43	306,42	306,58	306,73	305,09
1301	304,1	307,11	306,45	307,34	307,33	308,18	307,53	308,20	308,83	308,20	307,30
1401	334,5	301,28	300,62	302,95	310,40	308,03	310,02	321,60	319,70	318,70	315,15
1501	309,1	303,02	305,53	304,33	307,51	309,29	307,82	298,72	302,83	301,00	294,58
2101	300,4	293,36	295,44	296,13	300,84	301,26	301,76	286,20	289,89	290,53	279,46
2201	323,8	327,42	321,43	322,85	319,70	319,66	317,35	329,28	325,63	324,87	330,59
2301	319,0	306,69	306,88	307,25	306,40	306,07	307,03	305,27	305,34	306,15	302,21
2401	312,0	310,24	307,71	309,85	309,78	307,61	309,51	312,42	308,23	311,52	311,34
2501	293,8	298,91	300,34	300,89	308,16	307,79	308,06	298,21	299,59	300,28	293,87
3101	290,5	308,44	306,46	305,66	307,29	306,14	305,04	306,97	306,56	307,32	301,89
3201	309,5	315,81	311,45	314,19	319,00	313,19	316,68	331,71	321,37	326,53	323,30
3301	314,3	328,60	323,93	324,15	318,08	315,69	316,00	343,14	335,02	335,42	339,07
GT1	332,4	312,77	309,83	311,50	306,94	301,67	306,93	325,80	319,06	321,91	314,29
GT2	370,7	330,56	332,69	329,60	326,61	329,06	326,66	369,49	366,01	361,24	364,02
GT3	328,3	298,29	294,23	299,81	299,45	295,02	300,71	304,61	299,96	304,80	308,23
GT4	322,0	312,86	309,08	312,05	304,52	303,64	305,41	324,04	318,39	320,83	314,11
GT5	313,1	309,11	309,15	309,21	305,11	305,01	306,03	313,47	313,83	312,65	305,75
GT6	301,0	251,17	258,00	263,42	256,32	261,15	267,51	278,30	281,75	284,96	269,36
GT7	285,6	247,59	245,19	259,67	260,73	258,86	270,05	273,84	272,76	280,68	275,22
GT8	265,6	234,59	243,22	250,46	249,01	245,61	261,50	273,61	278,20	280,93	250,86
GT9	243,5	291,13	290,92	294,80	306,06	305,00	306,45	268,34	269,54	276,65	262,99
GT10	275,6	261,35	265,79	270,06	263,16	256,47	271,60	283,15	273,16	287,31	270,96
GT11	274,1	311,86	308,02	310,17	292,25	292,51	295,02	283,55	285,59	288,28	289,36
GT12	286,6	285,00	291,60	289,83	291,30	288,58	294,85	278,22	276,38	284,69	275,53
GT13	298,1	271,48	270,64	279,04	268,87	269,43	277,04	263,77	264,28	272,92	273,60
GT14	371,3	323,79	318,78	320,22	310,78	306,41	309,98	361,89	347,73	349,91	365,08
GT16	222,3	247,79	245,97	254,89	259,02	258,57	264,81	244,74	243,65	249,48	237,98
GT17	300,2	287,88	282,01	290,15	292,68	287,98	291,04	308,23	299,18	309,26	289,96
GT18	403,0	346,77	336,60	335,64	332,54	326,91	324,74	392,47	372,33	376,29	391,38
GT19	303,4	302,50	302,72	304,81	300,39	300,67	302,58	304,33	304,53	305,20	300,36
GT20	320,1	305,41	305,64	306,22	304,49	304,78	305,50	315,24	315,47	313,99	305,63
GT21	309,8	303,58	304,89	303,29	303,64	304,49	302,51	322,45	323,31	319,21	322,78
GT21e	324,7	303,51	304,81	303,23	303,60	304,44	302,47	322,20	323,05	319,00	322,47
GT22	300,1	310,00	309,72	309,80	309,71	309,52	309,58	313,88	312,65	312,81	308,91
GT23	334,8	283,00	282,36	288,51	291,88	291,78	295,52	318,64	319,79	316,67	317,90
GT24	302,5	298,84	300,28	300,83	308,07	307,71	307,99	297,53	299,05	299,75	293,16
GT25	323,8	318,52	312,72	315,93	310,68	311,73	309,80	327,38	317,98	322,62	322,70
GT26	312,3	284,09	286,49	286,25	281,95	280,13	285,83	295,42	291,62	300,72	298,85
GT27	324,8	292,77	293,66	296,34	302,03	302,19	303,24	309,51	308,87	309,77	320,71
GT28	301,2	297,99	294,58	300,09	298,91	297,81	300,99	309,86	307,63	309,48	301,06
GT29	302,5	312,77	309,19	311,59	310,13	307,86	309,36	322,67	316,80	319,22	318,52
GT30	260,9	249,20	255,05	262,06	265,29	267,61	274,78	255,64	259,91	267,18	233,16
MAKP	278,1	303,30	303,55	305,14	304,17	304,49	305,25	305,91	306,07	306,05	303,07

točka	Merjen VGT [μGal/m]	4_2	4_3	4_4	4_5	4_6	4_7	4_8	4_9	4_10	4_11
1101	341,5	361,00	357,48	353,96	350,44	346,92	343,40	339,88	336,36	332,84	329,32
1201	302,6	305,63	305,70	305,77	305,84	305,91	305,98	306,05	306,12	306,19	306,26
1301	304,1	308,18	307,50	306,82	306,14	305,46	304,78	304,10	303,42	302,74	302,06
1401	334,5	314,68	313,70	312,72	311,74	310,76	309,78	308,80	307,82	306,84	305,86
1501	309,1	299,65	297,79	295,93	294,07	292,21	290,35	288,49	286,63	284,77	282,91
2101	300,4	284,65	285,32	274,90	281,08	281,77	281,08	262,21	260,60	269,97	292,33
2201	323,8	326,73	325,91	356,12	347,60	345,89	347,60	370,57	372,85	361,28	342,71
2301	319,0	303,10	303,78	307,32	306,84	307,74	306,84	309,93	311,99	310,26	305,42
2401	312,0	307,50	310,69	320,75	313,80	317,98	313,80	330,44	333,49	322,17	309,62
2501	293,8	296,10	296,91	288,20	291,55	292,51	291,55	278,19	274,67	280,65	309,71
3101	290,5	302,78	303,16	309,08	308,06	309,22	308,06	312,88	314,31	311,98	308,91
3201	309,5	315,41	320,00	349,45	333,50	340,28	333,50	366,75	368,17	346,50	333,95
3301	314,3	331,89	332,27	377,01	361,13	361,68	361,13	394,62	388,93	370,30	343,45
GT1	332,4	309,85	312,91	353,41	341,11	343,55	341,11	373,74	374,92	358,30	337,63
GT2	370,7	361,20	356,63	416,55	407,50	400,91	407,50	426,04	420,07	410,61	386,09
GT3	328,3	303,15	307,60	315,10	309,22	312,94	309,22	329,69	330,58	322,91	326,32
GT4	322,0	309,63	313,03	344,56	336,47	336,98	336,47	367,10	368,14	357,26	330,75
GT5	313,1	306,11	306,54	326,40	326,78	322,86	326,78	340,75	344,30	344,68	317,08
GT6	301,0	273,68	277,91	295,02	297,15	298,13	297,15	320,21	318,45	318,95	309,54
GT7	285,6	274,20	281,76	317,41	318,01	315,11	318,01	331,79	325,41	326,32	307,61
GT8	265,6	257,22	263,15	297,08	300,04	299,28	300,04	316,82	316,19	317,79	281,99
GT9	243,5	264,68	272,44	214,86	220,53	234,53	220,53	178,36	170,21	179,57	243,40
GT10	275,6	262,91	277,77	295,83	283,47	297,22	283,47	312,96	316,88	300,85	292,04
GT11	274,1	290,51	292,79	298,59	298,15	299,94	298,15	307,92	309,00	306,97	285,60
GT12	286,6	274,06	282,58	268,02	267,31	276,67	267,31	268,01	250,65	252,31	290,97
GT13	298,1	273,03	280,58	272,18	271,84	279,46	271,84	279,04	283,21	281,71	279,26
GT14	371,3	350,50	352,40	407,70	385,78	385,76	385,78	410,96	405,20	383,97	389,05
GT16	222,3	236,71	243,94	237,98	236,69	243,22	236,69	226,31	222,34	220,60	242,80
GT17	300,2	284,78	292,31	322,32	310,38	322,21	310,38	344,23	347,27	329,62	315,64
GT18	403,0	371,29	375,47	438,68	409,17	414,35	409,17	441,29	435,94	407,17	437,48
GT19	303,4	300,60	303,58	303,82	304,02	305,00	304,02	304,03	304,35	304,55	309,02
GT20	320,1	305,89	306,40	325,59	325,77	322,17	325,77	336,36	336,45	336,58	323,97
GT21	309,8	323,64	319,48	350,84	352,00	342,12	352,00	373,06	373,66	375,02	332,14
GT21e	324,7	323,32	319,22	349,92	351,04	341,38	351,04	370,07	371,46	372,79	336,56
GT22	300,1	308,94	308,96	326,62	322,20	322,69	322,20	340,30	343,79	335,06	326,92
GT23	334,8	319,01	316,08	351,41	353,10	342,57	353,10	372,14	370,61	372,64	329,70
GT24	302,5	295,53	296,36	287,90	291,30	292,27	291,30	274,69	261,15	269,76	309,71
GT25	323,8	314,71	319,00	370,35	347,96	355,96	347,96	387,17	382,64	356,41	348,88
GT26	312,3	294,51	303,62	329,92	320,06	330,26	320,06	347,59	347,89	334,74	329,49
GT27	324,8	317,82	318,56	335,46	329,56	330,16	329,56	355,31	351,19	342,14	320,41
GT28	301,2	299,92	302,59	321,12	317,61	318,29	317,61	332,03	333,03	327,98	305,17
GT29	302,5	313,69	316,02	336,55	327,25	329,99	327,25	358,37	359,48	344,56	296,06
GT30	260,9	238,61	249,45	262,06	265,84	272,27	265,84	270,58	265,96	269,48	262,62
MAKP	278,1	303,55	305,09	310,50	310,25	307,70	310,25	315,32	319,34	318,28	309,41

točka	Merjen VGT [μGal/m]	8_1_2	8_1_3	8_2_2	8_3_2	8_4_2	9_1_1	9_1_2	9_1_3	9_2_2	9_3_2
1101	341,5	345,85	345,82	345,85	352,04	348,99	345,70	345,66	345,75	345,66	351,84
1201	302,6	308,06	307,99	308,06	307,75	308,01	308,17	308,06	307,98	308,06	307,74
1301	304,1	306,76	306,70	306,76	307,86	307,09	306,88	306,76	306,70	306,76	307,86
1401	334,5	331,98	332,05	331,98	327,82	326,74	331,73	331,95	332,04	331,95	327,81
1501	309,1	300,69	300,62	300,69	304,30	302,53	301,01	300,69	300,62	300,69	304,29
2101	300,4	292,39	292,25	292,39	294,69	295,34	292,31	292,37	292,24	292,37	294,68
2201	323,8	342,92	343,03	342,92	336,82	335,56	342,77	342,95	343,03	342,95	336,84
2301	319,0	305,25	305,14	305,25	305,33	306,14	305,45	305,26	305,14	305,26	305,33
2401	312,0	309,48	309,43	309,48	306,33	309,24	309,62	309,47	309,43	309,47	306,34
2501	293,8	309,69	309,74	309,69	308,85	309,17	309,71	309,69	309,74	309,69	308,84
3101	290,5	308,77	308,72	308,77	307,86	309,04	308,89	308,76	308,71	308,76	307,84
3201	309,5	333,66	333,56	333,66	322,69	328,03	333,91	333,66	333,56	333,66	322,68
3301	314,3	343,48	343,51	343,48	335,31	335,69	343,33	343,47	343,50	343,47	335,30
GT1	332,4	338,14	343,57	338,14	328,83	331,60	337,65	338,08	343,56	338,08	328,78
GT2	370,7	385,77	385,70	385,77	380,37	374,99	386,09	385,77	385,69	385,77	380,38
GT3	328,3	326,43	326,47	326,43	319,24	321,74	326,30	326,42	326,45	326,42	319,23
GT4	322,0	330,78	330,78	330,78	324,25	326,14	330,68	330,75	330,75	330,75	324,24
GT5	313,1	316,89	316,83	316,89	317,25	315,35	317,18	316,95	316,83	316,95	317,31
GT6	301,0	309,71	309,76	309,71	310,80	309,73	309,59	309,69	309,73	309,69	310,78
GT7	285,6	307,95	307,87	307,95	308,18	307,64	307,47	307,89	307,84	307,89	308,11
GT8	265,6	282,18	282,32	282,18	286,22	287,63	282,13	282,27	282,34	282,27	286,32
GT9	243,5	243,20	243,42	243,20	246,53	256,86	243,64	243,28	243,40	243,28	246,61
GT10	275,6	291,94	292,00	291,94	280,31	294,18	291,89	291,87	291,98	291,87	280,26
GT11	274,1	285,36	285,34	285,36	286,95	289,68	285,64	285,31	285,30	285,31	286,91
GT12	286,6	290,69	290,62	290,69	286,77	294,49	290,87	290,64	290,60	290,64	286,73
GT13	298,1	279,97	280,06	279,97	278,81	285,54	279,28	280,01	280,05	280,01	278,85
GT14	371,3	389,06	389,03	389,06	370,68	371,19	388,84	388,98	389,01	388,98	370,62
GT16	222,3	243,11	243,25	243,11	241,96	248,08	242,81	243,13	243,24	243,13	241,98
GT17	300,2	315,26	315,17	315,26	304,73	315,67	315,56	315,22	315,16	315,22	304,68
GT18	403,0	437,65	437,69	437,65	408,45	413,51	437,51	437,67	437,69	437,67	408,47
GT19	303,4	308,93	308,90	308,93	309,07	307,19	308,99	308,91	308,89	308,91	309,06
GT20	320,1	324,16	324,13	324,16	324,34	321,04	324,08	324,19	324,10	324,19	324,37
GT21	309,8	332,22	332,23	332,22	333,19	327,12	332,06	332,18	332,22	332,18	333,15
GT21e	324,7	336,67	336,71	336,67	337,67	330,69	336,60	336,69	336,71	336,69	337,69
GT22	300,1	326,83	326,79	326,83	322,35	322,85	326,92	326,82	326,78	326,82	322,35
GT23	334,8	329,89	329,92	329,89	331,17	325,56	329,61	329,86	329,89	329,86	331,14
GT24	302,5	309,71	309,75	309,71	308,86	309,17	309,70	309,70	309,76	309,70	308,86
GT25	323,8	348,89	348,91	348,89	333,11	339,31	348,75	348,86	348,90	348,86	333,08
GT26	312,3	329,82	330,16	329,82	320,08	330,14	329,73	329,92	330,19	329,92	320,15
GT27	324,8	320,58	320,73	320,58	317,74	318,45	320,67	320,65	320,73	320,65	317,78
GT28	301,2	304,97	304,98	304,97	303,51	305,66	305,17	304,96	304,97	304,96	303,50
GT29	302,5	295,80	295,68	295,80	296,46	298,40	295,99	295,78	295,67	295,78	296,45
GT30	260,9	262,82	262,88	262,82	266,44	272,86	262,71	262,86	262,86	262,86	266,50
MAKP	278,1	309,39	309,38	309,39	309,24	307,31	309,42	309,39	309,39	309,39	309,24

točka	Merjen VGT [μGal/m]	9_4_2	10_1	10_2	10_3	11_1	11_2	11_3	11_4	12_1	12_2
1101	341,5	348,79	345,70	345,66	345,87	347,51	347,48	347,59	347,57	414,64	417,99
1201	302,6	308,00	308,17	308,06	308,11	312,24	312,16	312,10	312,18	417,54	411,12
1301	304,1	307,09	306,88	306,76	306,90	308,14	308,05	308,00	308,05	415,03	407,65
1401	334,5	326,72	331,72	331,95	331,73	329,02	329,18	329,25	329,20	426,28	428,02
1501	309,1	302,53	301,01	300,69	301,00	305,65	305,41	305,36	305,37	417,27	409,83
2101	300,4	295,33	292,32	292,38	292,22	303,17	297,90	290,64	297,99	419,68	412,57
2201	323,8	335,58	342,76	342,94	342,76	328,02	325,57	322,31	324,92	428,19	430,30
2301	319,0	306,14	305,45	305,26	305,50	306,91	306,77	306,68	306,76	414,00	403,61
2401	312,0	309,24	309,61	309,47	309,63	309,77	309,68	309,65	309,67	412,58	400,65
2501	293,8	309,16	309,70	309,69	309,72	309,96	309,95	309,98	309,95	423,79	410,88
3101	290,5	309,02	308,89	308,76	308,90	312,23	312,13	312,09	312,10	418,39	409,28
3201	309,5	328,03	333,91	333,66	333,94	322,59	322,41	322,35	322,44	425,32	422,24
3301	314,3	335,68	343,33	343,47	343,33	333,12	333,22	333,25	333,18	424,41	427,09
GT1	332,4	331,55	337,64	338,08	337,63	/	/	/	/	435,80	438,80
GT2	370,7	375,00	386,09	385,77	386,12	/	/	/	/	438,83	451,60
GT3	328,3	321,73	326,30	326,41	326,44	/	/	/	/	438,52	441,15
GT4	322,0	326,12	330,68	330,75	330,69	/	/	/	/	431,36	434,69
GT5	313,1	315,39	317,18	316,94	317,28	/	/	/	/	426,65	424,99
GT6	301,0	309,71	309,58	309,68	309,45	/	/	/	/	437,71	421,51
GT7	285,6	307,58	307,46	307,88	307,54	/	/	/	/	446,97	453,96
GT8	265,6	287,70	282,11	282,25	282,04	/	/	/	/	434,31	436,61
GT9	243,5	256,93	243,65	243,29	243,60	/	/	/	/	394,37	380,30
GT10	275,6	294,13	291,85	291,84	291,80	/	/	/	/	430,64	433,07
GT11	274,1	289,64	285,63	285,30	285,67	/	/	/	/	416,50	416,34
GT12	286,6	294,45	290,86	290,63	290,82	/	/	/	/	427,33	424,01
GT13	298,1	285,56	279,29	280,02	279,40	/	/	/	/	428,70	429,63
GT14	371,3	371,12	388,83	388,97	388,86	/	/	/	/	445,98	463,59
GT16	222,3	248,11	242,80	243,12	242,75	/	/	/	/	412,64	410,18
GT17	300,2	315,63	315,56	315,22	315,53	/	/	/	/	431,11	434,44
GT18	403,0	413,53	437,51	437,67	437,58	/	/	/	/	465,57	485,10
GT19	303,4	307,18	309,00	308,92	309,04	/	/	/	/	321,91	318,73
GT20	320,1	321,06	324,06	324,18	324,25	/	/	/	/	428,85	429,86
GT21	309,8	327,10	332,06	332,19	332,04	/	/	/	/	428,34	432,19
GT21e	324,7	330,69	336,61	336,70	336,58	/	/	/	/	433,95	437,15
GT22	300,1	322,84	326,91	326,82	326,93	/	/	/	/	428,66	420,75
GT23	334,8	325,53	329,61	329,86	329,61	/	/	/	/	430,01	435,67
GT24	302,5	309,17	309,70	309,70	309,71	/	/	/	/	424,35	411,18
GT25	323,8	339,29	348,75	348,86	348,76	/	/	/	/	437,51	438,91
GT26	312,3	330,21	329,73	329,92	329,78	/	/	/	/	445,00	444,63
GT27	324,8	318,51	320,67	320,65	320,64	/	/	/	/	422,84	414,30
GT28	301,2	305,65	305,17	304,96	305,11	/	/	/	/	413,15	404,62
GT29	302,5	298,39	295,99	295,78	295,92	/	/	/	/	396,95	392,44
GT30	260,9	272,90	262,71	262,86	262,76	/	/	/	/	420,15	411,74
MAKP	278,1	307,31	309,41	309,38	309,42	/	/	/	/	317,38	316,66

točka	Merjen VGT [μ Gal/m]	12_3	12_4	12_5	12_6	12_7	12_8	12_9	12_10	12_11	12_12
1101	341,5	422,62	417,57	399,47	384,51	354,74	347,15	346,76	347,02	346,54	346,08
1201	302,6	383,56	354,75	333,54	325,61	314,05	309,24	309,24	309,11	308,69	308,28
1301	304,1	378,52	350,26	330,31	322,98	312,15	307,84	307,84	307,73	307,34	306,96
1401	334,5	410,35	382,23	358,60	349,78	337,20	333,10	333,12	332,98	332,57	332,18
1501	309,1	378,45	347,06	325,31	317,52	305,82	301,80	301,80	301,68	301,29	300,90
2101	300,4	381,67	348,71	322,61	312,93	297,90	293,43	293,41	293,37	293,00	292,57
2201	323,8	417,97	393,81	371,66	362,39	348,33	343,95	344,02	343,88	343,52	343,10
2301	319,0	370,28	343,20	325,42	319,08	309,51	306,12	306,08	306,05	305,77	305,44
2401	312,0	366,49	341,73	326,49	321,15	313,28	310,27	310,27	310,19	309,93	309,65
2501	293,8	373,79	346,26	328,81	322,63	313,29	310,43	310,35	310,36	310,10	309,85
3101	290,5	377,86	350,03	331,05	324,21	313,78	309,83	309,81	309,73	309,39	308,97
3201	309,5	402,05	376,82	356,76	349,18	338,35	334,72	334,71	334,62	334,26	333,86
3301	314,3	414,68	390,25	368,78	360,52	348,46	344,59	344,59	344,47	344,07	343,68
GT1	332,4	429,09	407,37	386,04	376,22	349,54	340,17	340,15	339,91	339,10	338,40
GT2	370,7	451,44	435,48	415,99	407,69	393,70	387,67	387,67	387,44	386,56	386,00
GT3	328,3	434,51	415,12	386,33	373,45	340,64	327,78	327,75	327,57	326,99	326,59
GT4	322,0	431,14	412,68	384,10	372,52	342,53	332,18	332,14	331,98	331,42	330,98
GT5	313,1	409,24	382,84	356,21	348,18	324,98	318,20	318,33	318,04	317,55	317,11
GT6	301,0	385,62	360,22	340,88	336,44	316,94	311,43	311,37	311,25	310,60	310,01
GT7	285,6	436,01	402,67	367,14	350,53	320,36	309,68	309,63	309,48	308,75	308,22
GT8	265,6	424,31	395,00	359,56	344,65	302,22	284,46	284,69	284,20	283,37	282,51
GT9	243,5	359,64	343,44	323,18	308,76	264,47	245,67	245,83	245,36	244,41	243,52
GT10	275,6	430,06	414,96	384,35	369,01	312,55	294,56	294,40	294,22	293,18	292,26
GT11	274,1	406,43	385,44	354,86	341,41	302,54	287,74	287,71	287,44	286,48	285,64
GT12	286,6	402,69	370,63	339,14	326,34	301,66	291,87	291,79	291,69	291,22	290,87
GT13	298,1	419,14	391,42	353,01	336,29	298,35	282,06	282,18	281,82	281,02	280,27
GT14	371,3	465,79	445,02	422,25	416,92	397,48	390,56	390,37	390,35	389,80	389,28
GT16	222,3	390,92	360,36	321,01	303,21	259,19	245,10	245,14	244,84	244,05	243,36
GT17	300,2	422,40	394,69	365,13	354,57	328,14	317,09	317,01	316,84	316,10	315,50
GT18	403,0	497,28	486,01	467,48	458,83	444,94	438,95	439,01	438,81	438,34	437,87
GT19	303,4	316,19	315,40	314,76	314,11	311,08	309,81	309,78	309,73	309,45	309,14
GT20	320,1	421,33	399,10	368,81	358,66	331,79	325,29	325,36	325,16	324,71	324,35
GT21	309,8	428,97	411,14	383,14	373,09	342,99	333,76	333,69	333,55	332,90	332,41
GT21e	324,7	433,70	415,73	387,67	377,71	347,44	338,21	338,25	338,00	337,35	336,86
GT22	300,1	389,51	363,31	346,21	340,47	331,17	327,76	327,75	327,68	327,38	327,01
GT23	334,8	431,34	410,06	378,46	366,10	338,55	331,17	331,07	330,99	330,45	330,04
GT24	302,5	373,87	346,30	328,83	322,66	313,31	310,44	310,46	310,37	310,11	309,87
GT25	323,8	417,24	390,97	371,19	365,47	353,47	349,78	349,73	349,70	349,40	349,08
GT26	312,3	421,79	391,65	366,05	357,37	336,43	331,01	331,20	330,88	330,46	330,04
GT27	324,8	385,38	359,80	341,56	335,76	325,73	321,58	321,70	321,48	321,16	320,78
GT28	301,2	373,31	346,65	329,38	324,53	311,46	306,21	306,20	306,08	305,63	305,16
GT29	302,5	369,38	342,37	321,16	314,15	300,72	296,70	296,66	296,64	296,32	295,97
GT30	260,9	373,94	337,20	308,92	298,89	275,75	264,68	264,76	264,43	263,75	263,11
MAKP	278,1	315,48	315,03	314,77	314,30	312,43	310,31	310,31	310,22	309,92	309,60

točka	Merjen VGT [$\mu\text{Gal/m}$]	12_13	13_1	13_2
1101	341,5	345,89	322,85	357,28
1201	302,6	308,10	309,16	307,52
1301	304,1	306,79	308,68	305,81
1401	334,5	332,00	318,08	338,88
1501	309,1	300,73	306,41	297,84
2101	300,4	292,41	303,32	286,95
2201	323,8	342,94	322,19	353,22
2301	319,0	305,29	308,15	303,82
2401	312,0	309,50	309,74	309,35
2501	293,8	309,71	309,83	309,62
3101	290,5	308,81	309,46	308,43
3201	309,5	333,70	318,74	341,08
3301	314,3	343,51	322,39	353,97
GT1	332,4	338,18	320,33	346,99
GT2	370,7	385,81	338,17	409,43
GT3	328,3	326,47	315,81	331,71
GT4	322,0	330,82	317,46	337,41
GT5	313,1	316,94	312,39	319,12
GT6	301,0	309,76	309,87	309,63
GT7	285,6	307,99	309,09	307,39
GT8	265,6	282,24	299,39	273,63
GT9	243,5	243,24	284,11	222,87
GT10	275,6	291,98	302,74	286,57
GT11	274,1	285,40	300,46	277,86
GT12	286,6	290,73	302,57	284,79
GT13	298,1	280,01	298,48	270,77
GT14	371,3	389,09	339,44	413,72
GT16	222,3	243,16	284,62	222,48
GT17	300,2	315,29	311,76	317,00
GT18	403,0	437,68	357,61	477,43
GT19	303,4	308,97	309,57	308,61
GT20	320,1	324,19	315,02	328,70
GT21	309,8	332,25	318,00	339,29
GT21e	324,7	336,70	319,67	345,12
GT22	300,1	326,86	316,23	332,09
GT23	334,8	329,91	317,14	336,22
GT24	302,5	309,73	309,83	309,64
GT25	323,8	348,92	324,46	361,03
GT26	312,3	329,86	317,30	336,04
GT27	324,8	320,62	313,88	323,91
GT28	301,2	305,01	308,04	303,44
GT29	302,5	295,83	304,60	291,44
GT30	260,9	262,86	292,27	248,18
MAKP	278,1	309,43	309,74	309,21

PRILOGA F: STATISTIČNI KAZALCI, KI PREDSTAVLJAJO KRITERIJE ZA ANALIZO/PRIMERJAVO MODELOV

Minimum (Min.) je najmanjše število v množici vrednosti.

Maksimum (Maks.) je največje število v množici vrednosti.

Povprečna ali srednja vrednost oz aritmetična sredina (Pov.):

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)$$

Mediana (Med.) je število na sredini nabora števil, pri čemer je 50 % elementov vzorca manjše od nje

Varianca:

$$\sigma = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)$$

Standardni odklon (Std. o.):

$$x_{\text{std.o.}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)}$$

Koren srednjega kvadratnega pogreška (RMS), Angl. Root Mean Square:

$$x_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)}$$

R² (RSQ) je kvadrat Pearsonovega korelacijskega koeficienta za podatkovne točke – y predstavljajo dane (merjene) točke in x predstavljajo modelirane točke. r-kvadrirano vrednost je mogoče opisati kot delež variance v y-u, ki ga je mogoče pripisati vplivu variance v x-u.

Korelacijski koeficient (r) je Pearsonov koeficient korelacije momenta zmnožka:

$$r = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x - \bar{x})^2 \sum(y - \bar{y})^2}}$$

Koeficient linearne trendne regresije (m):

$$b = \bar{y} - m\bar{x}$$

PRILOGA G: KORELACIJE MED REFERENČNIMI IN MODELIRANIMI VGT ZA VSE OBRAVNAVANE MODELE

