

Ohlajanje jeklenega valja na vozičku

BOŽIDAR BRUDAR

UDK: 536.:621.771.07

ASM/SLA: 12, W23k, PMJ

UVOD

Gre za študij prenosa toplote z jeklenega bloka v okolico s sevanjem. Pri tem predpostavljamo, da gre za sevanje sivih površin in da so v okolici druga siva telesa z različno orientiranimi ploskvami glede na jekleni blok.

Za primer smo izbrali ohlajanje jeklenega valja, ki se nahaja nad vozičkom, ki je prekrit s plastjo šamota. Gre za prenos toplote s površine valja na ravno ploskev končnih dimenzij, ki se nahaja blizu valja. Takšen primer srečamo v železarni Štore.

Uliti valj namreč naložijo na poseben voziček in ga porinejo v žarilno peč, da se homogeno pregreje na temperaturo od 800 do 1000°C.

Po končanem žarjenju potegnejo voziček z valjem iz peči in ga hladijo na zraku. Da bi postopek pospešili, si pomagajo še s pihanjem na valj s stisnjenim zrakom.

Od hitrosti ohlajanja valja je odvisna tudi struktura v valju. Za cilj raziskovalne naloge smo si postavili izdelavo računalniškega programa za prenos toplote pri ohlajanju valja na vozičku. Praktične meritve časovnega poteka temperature na površini valja in vozička so opravili sodelavci železarne Štore, FNT in MI, mi pa smo izdelali še računalniški program za simuliranje ohlajanja valja in vozička.

Za začetek smo izdelali dvoimenzionalni model. Z njim smo preizkusili samo metodo in se prepričali, da tudi problem v treh dimenzijah ne bi predstavljal nobenih posebnih težav. Rešitev je zelo zanimiva s stališča matematične fizike, saj obravnava kombinacijo sevalnega in konvekcijskega robnega pogoja v dveh različnih koordinatnih sistemih. S pomočjo računalniškega programa je mogoče variirati fizikalne lastnosti in dimenzije valja in vozička in vnaprej analizirati pogoje ohlajanja pri predpostavljenih emisijskih koeficientih obeh površin.

Problem reševanja parcialne diferencialne enačbe za prenos toplote v takih pogojih je nelinearen, pa kljub temu rešljiv z opisano interakcijsko metodo.

REŠEVANJE TOPLOTNE ENAČBE

Problem obravnavamo v dveh dimenzijah:

Preko krožnega preseka valja si mislimo napeto cilindrično mrežo, preko pravokotniškega prereza izolirne plasti na vozičku pa pravokotno mrežo. Zaradi simetrije problema obravnavamo le eno polovico mreže.

Mrežna razdalja na vozičku v obeh smereh naj bo enaka mrežni razdalji pri valju v radialni smeri. Časovni korak v cilindrični mreži določimo s pomočjo stabilnostnega kriterija, iz predpostavljenega krajevnega koraka v smeri kota in izbranega krajevnega koraka v radialni smeri.

Toplotna prevodnost in specifična toplota naj se ne spreminjata s temperaturo niti pri valju niti pri vozičku. (Iz rezultatov prejšnjih obdelav pa se lahko prepričamo, da temperaturna odvisnost ne bi predstavljala prevelikega problema).

Emisijska koeficienta površine valja in vozička sta lahko različna.

Okolica naj ima stalno temperaturo, tudi konvekcijski koeficient naj bo konstanten.

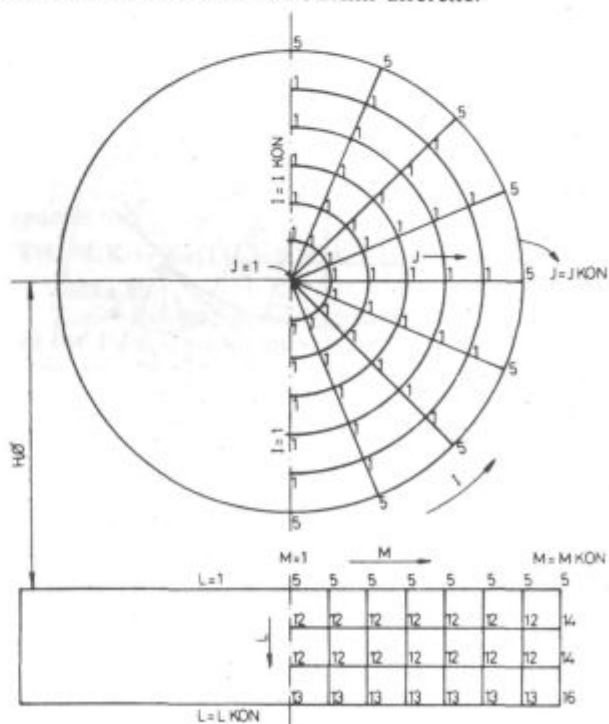
Začetna temperatura v prerezu valja naj bo povsod enaka ali pa naj se spreminja po nekem znanem predpisu. Začetna temperatura v prerezu šamotne plasti na vozičku pa naj pada eksponentialno.

Okolica ima »črno« površino in je stalno ogreta na temperaturo TOK.

Enačba za prevajanje toplote, ki velja znotraj valja

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'} \cdot \frac{\partial T}{\partial r'} + \frac{1}{r'^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} = \frac{RO \cdot CP}{PR} \cdot \frac{\partial T}{\partial t'}$$

Enačbo zapišemo v brezdimenzijski obliki in rešujemo numerično z metodo končnih diferenc.



Slika 1
Cilindrična in pravokotna mreža
Fig.1
Cylindrical and rectangular net

Vpeljemo referenčno dolžino $R\varnothing$, ki je lahko kar enaka $R\varnothing = 1$ meter, in referenčni čas $T\varnothing = 1$ sekunda, da lahko zapišemo enačbo v brezdimenzijski obliki:

$$r = \frac{r'}{R\varnothing} \quad t = \frac{t'}{T\varnothing}$$

$$\nabla^2 T = \frac{R\varnothing \cdot R\varnothing \cdot RO \cdot CP}{PR \cdot T\varnothing} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

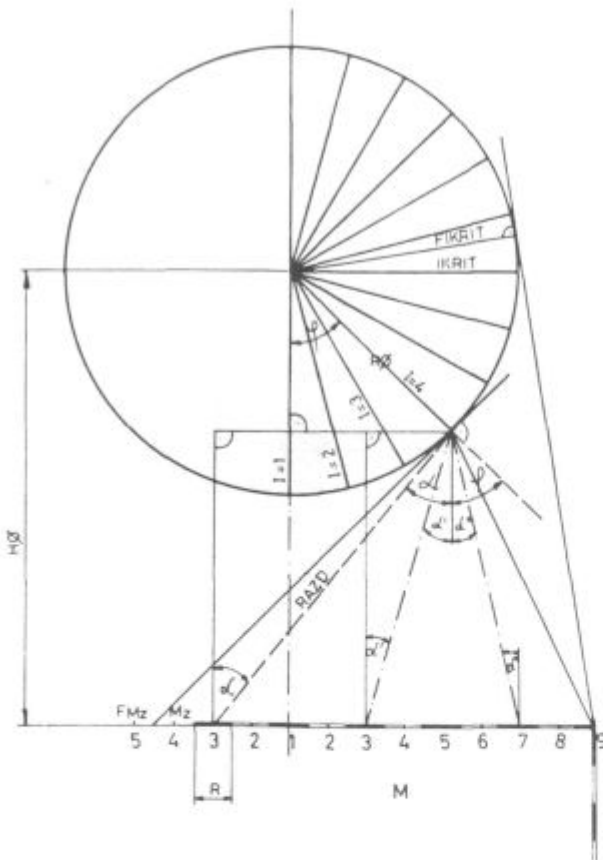
Vpeljemo

$$C = \frac{R\varnothing \cdot R\varnothing \cdot RO \cdot CP}{PR \cdot T\varnothing}$$

Enačbo (1) zapišemo v diferencialni obliki za cilindrični koordinatni sistem (slika 1), v katerem naraščajo indeksi I v smeri kota φ , indeksi J pa v smeri polmera in indeksi K v smeri časa.

V točki (I, J) lahko temperaturo v (K+1) trenutku zapišemo v obliki:

$$T(I, J, K+1) = T(I, J, K) \cdot \left[1 - \frac{K}{C} \left(\frac{2}{R^2} + \frac{2}{R^2(J-1)^2 \cdot FI^2} \right) \right] + T(I, J+1, K) \cdot \left[\frac{K}{C} \cdot \left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{2R^2(J-1)} \right) \right] + T(I, J-1, K) \cdot \left[\frac{K}{C} \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{2R^2(J-1)} \right) \right] +$$

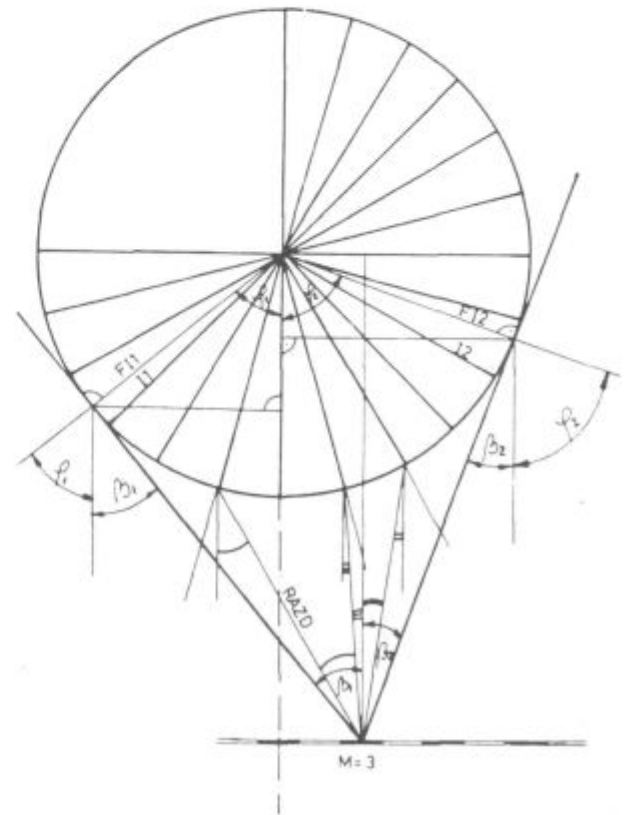


Slika 2
Določanje faktorja vidnosti za točke na površini valja

Fig. 2
Determination of the view factor for the points on the cylindrical surface.

$$+ T(I+1, J, K) \cdot \left[\frac{K}{C} \cdot \frac{1}{(J-1)^2 \cdot R^2 \cdot FI^2} \right] + T(I-1, J, K) \cdot \left[\frac{K}{C} \cdot \frac{1}{(J-1)^2 \cdot R^2 \cdot FI^2} \right] \quad (2)$$

Pri tem pomenijo R, FI, K brezdimenzijske korake v smereh polmera, kota in časa.



Slika 3
Določanje faktorja vidnosti za točke na vozičku

Fig. 3
Determination of the view factor for the points on the horizontal plane

Enačba, ki velja za središče krožnega prereza

Okrog središča prereza valja si mislimo narisani krog¹ s polmerom R in uporabimo naslednji izraz:

$$\nabla^2 T(I, J, K) = \frac{4T_m - T(I, J, K)}{R^2},$$

pri čemer je T_m srednja vrednost temperatur na krožnici s polmerom R:

$$T_m = \frac{2 \sum_{l=2}^{IKON-1} T(I, 2, K) + T(1, 2, K) + T(1, IKON, 2, K)}{2 \cdot (IKON - 1)}$$

$$T(I, J, K+1) = T(I, J, K) \cdot \left[1 - \frac{4 \cdot K}{CR^2} \right] + 4 \cdot T_m \cdot \frac{K}{CR^2} \quad (3)$$

Enačba za prevajanje toplote v šamotni plasti na vozičku

Mrežni razdalji v vodoravni in navpični smeri naj bosta enaki mrežni razdalji v radialni smeri pri valju. Za ta primer dobimo:

$$T(L, M, K + 1) = T(L, M, K) \cdot \left[1 - \frac{KW}{CW \cdot R^2} \cdot 4 \right] + \frac{KW}{CW \cdot R^2} [T(L + 1, M, K) + T(L - 1, M, K) + T(L, M - 1, K) + T(L, M + 1, K)] \quad (4)$$

V pravokotni mreži narašča indeks L od zgoraj navzdol, M pa od leve proti desni.

$$CW = \frac{R \cdot \varnothing^2 \cdot ROW \cdot CPW}{PRW \cdot T \varnothing}$$

Stabilnostni kriterij za diferenčne enačbe

Upoštevati moramo kriterije, ki morajo biti izpolnjeni za izračun temperatur po metodi končnih diferenc v enačbah, ki veljajo za notranjost krožnega prereza, za samo središče in za pravokotno mrežo v prerezu šamotne plasti na vozičku.

Potrebni pogoj, ki mora biti izpolnjen v enačbi (2):

$$\frac{2K}{CR^2} \cdot \left[1 + \frac{1}{(J - 1)^2 FI^2} \right] \leq 1$$

Najbolj neugodna situacija je takrat, ko je J = 2. Zato mora veljati:

$$K \leq \frac{R^2 \cdot FI^2 \cdot C}{2(FI^2 + 1)} \quad (5)$$

Odločimo se za enačaj in pri izbrani vrednosti FI določimo največji časovni korak K:

$$K = \frac{R^2 \cdot FI^2 \cdot R \varnothing^2 \cdot RO \cdot CP}{2 \cdot (FI^2 + 1) \cdot PR \cdot T \varnothing} \quad (6)$$

V primeru pravokotne mreže pa mora veljati¹:

$$\frac{4KW}{CW \cdot R^2} \leq 1$$

Za časovni korak v šamotni plasti mora torej veljati:

$$KW \leq \frac{CW \cdot R^2}{4}$$

K in KW morata biti enaka.

Kdaj sta oba pogoja izpolnjena?

Če vzamemo pogoj za valj in izenačimo K = KW, mora veljati:

$$K = \frac{R^2 \cdot FI^2 \cdot C}{2 \cdot (1 + FI^2)} \leq \frac{CW \cdot R^2}{4}$$

oziroma

$$\frac{FI^2}{1 + FI^2} \leq \frac{ROW \cdot CPW \cdot PR \cdot 1}{RO \cdot CP \cdot PRW \cdot 2}$$

To pa je v primeru jeklenega valja in šamotne plasti na vozičku vedno izpolnjeno.

Odločimo se torej, da časovni korak K določimo iz pogoja (6), ki velja za notranjost krožnega prereza.

Središče krožnega prereza pa postavlja svojo omejitvev.

V diferenčni enačbi za izračunavanje temperature v središču mora namreč biti izpolnjen pogoj:

$$K \leq \frac{CR^2}{4} \quad (7)$$

To pa postavlja dodatne omejitve glede izbire mrežne razdalje FI, ki ne sme biti večja od 1.

Če je namreč FI v izrazu za K (5) ravno enak 1, je ravno še izpolnjen pogoj (7). Če pa bi bil FI večji od 1, pa pogoja (7) ne bi mogli več izpolniti.

Diferenčne enačbe v posameznih mrežnih točkah

Točka 1:

Uporabimo formulo (2).

Točka 4:

Uporabimo formulo (3).

Točka 12:

Uporabimo enačbo (4).

Točka 13:

Toplotni tok, ki priteka na površino iz notranjosti šamotne plasti, je enak koanvekcijskemu toplotnemu toku, ki odteka v okolico. Temperaturo v točki (L, M, K + 1) izračunamo po formuli:

$$T(L, M, K + 1) = \frac{PRW \cdot T(L - 1, M, K + 1) / R + ALPHA \cdot TOK}{ALPHA + PRW / R}$$

Točka 14:

Za temperature v teh točkah velja podoben izraz kot v točki 13:

$$T(L, M, K + 1) = \frac{PRW \cdot T(L, M - 1, K + 1) / R + ALPHA \cdot TOK}{ALPHA + PRW / R}$$

Točka 16:

Odločimo se za srednjo vrednost temperatur v sosednjih točkah:

$$T(L, M, K + 1) = [T(L - 1, M, K + 1) + T(L, M - 1, K)] / 2$$

Točka 5:

Tudi v točkah 5 bi želeli uporabiti enačbo (2) oziroma (4). Pri tem pa se pojavi težava: potrebovali bi temperaturo v točki, ki pa leži že za eno mrežno razdaljo stran od roba valja oziroma vozička. Te namišljene (fiktivne) vrednosti pa lahko izračunamo iz znanega izraza za toplotni tok, ki priteka na rob iz notranjosti. Ta pa je odvisen od emisijskega koeficienta površine valja, vozička in okolice, pa tudi od konvekcijskega koeficienta. Ker gre za sevanje sivega telesa, si oglejmo nekoliko podrobneje, katere zakonitosti veljajo v točkah 5.

Predpostavljamo, da je krožni obod prereza valja sestavljen iz mnogokotnikov s stranico Rϕ · FI. Krožnica naj predstavlja del vrtanega kroga v mnogokotniku. Na ta način problem nekoliko poenostavimo, kar je tudi smiselno, saj uporabljamo metodo končnih diferenc. Mrežna točka se nahaja v sredini te stranice mnogokotnika. Tudi posameznim točkam na površini vozička pripadajo posamezne daljice z dolžino R.

S ploskvice A, odteka toplotni tok, ki je sestavljen iz sevalnega toka (sivo telo) in odbitega sevanja, ki pade

na to ploskev z drugih ploskvic. Naj bo B_i gostota sevalnega toplotnega toka, ki izhaja iz ploskvice i :

$$B_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \cdot \left[\sum_{j=1}^n F_{i,j} \cdot B_j + \sigma \cdot \text{TOK}^4 \cdot F_{ok,i} \right] \quad (8)$$

$\varepsilon_i \sigma T_i^4$ predstavlja gostoto sevalnega toka zaradi temperature ploskvice, pri kateri znaša emisijski koeficient ε_i

$1 - \varepsilon_i$ je koeficient odbojnosti. Sevanje, ki se odbije od ploskvice i , prihaja iz drugih ploskvic j .

Pri vsem tem smo predpostavili naslednje:

- emisijski koeficient ε_i ni odvisen od valovne dolžine,
- gre za difuzni odboj,
- temperatura se na majhni ploskvisi nič ne spreminja.

Tisti del toplote, ki jo »odnese« konvekcija, ne vpliva na gostoto sevalnega toka, ki bi padel na sosednje ploskve.

$F_{i,j}$ — faktor vidnosti

Po definiciji predstavlja $F_{i,j}$ med ploskvama A_i in A_j tisti del sevanja, ki ga oddaja ploskev A_i in ga sprejme ploskev A_j . Velja:

$$A_i \cdot F_{i,j} = F_{j,i} \cdot A_j$$

Toplotni tok, ki odteka s ploskve j , je $B_j \cdot A_j$. Če to pomnožimo še s $F_{i,j}$, dobimo toplotni tok, ki ga je presegla ploskev i . V gostoti toka bi se to poznalo kot

$$\frac{B_j \cdot A_j \cdot F_{i,j}}{A_i} = \frac{B_i \cdot A_i \cdot F_{i,j}}{A_i}$$

ker je $A_j \cdot F_{j,i} = A_i \cdot F_{i,j}$.

Prav zaradi tega lahko tudi zapišemo prvi člen v oglatem oklepaju $F_{i,j} \cdot B_j$, ki predstavlja gostoto, ki pade na ploskev i s ploskve j .

Seveda pa pade na ploskev i tudi sevanje iz okolice. Poleg ploskvic na valju in na vozičku moramo upoštevati še okolico. V zaprtem prostoru, ki ga omejuje n ploskvic, mora veljati:

$$\sum_{j=1}^n F_{i,j} = 1 \quad (9)$$

Iz te relacije lahko določimo tudi $F_{ok,i}$, ki predstavlja del sevalnega toka, ki ga seva okolica s temperaturo TOK (ki je črna) in ki pade na ploskev i .

$F_{ok,i}$ določimo iz enačbe (9).

V našem primeru smo si predstavljali, da imamo na površini valja IKON ravnih ploskvic, ki ustrezajo stranicam z dolžino $R\theta$ oziroma R , če gre za površino vozička. Teh je pa MKON. Oboje se nanaša na del valja in vozička na desni strani simetrale po sliki 1. Upoštevati je treba naslednje:

Ploskvice na valju se med seboj ne »vidijo« in zato je $F_{i,j} = 0$, če pomenita indeksa i in j par ploskvic na valju. Prav tako ploskvisca i na valju ne »vidi« vozička, če je i večji od IKRIT.

Tudi ploskvice na vozičku se ne »vidijo« med seboj in ne »vidijo« tistih ploskvic j na valju, pri katerih je j večji od I1 ali I2. V vsakem primeru pa je $F_{ok} \neq 0$, pa naj valja za ploskev na valju ali pa na vozičku. Vedno ga lahko izračunamo iz formule (8).

Če pa upoštevamo še konvekcijo, zapišemo izraz za celotno gostoto toplotnega toka, ki izhaja iz ploskvice i , takole:

$$C_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \cdot \left[\sum_j F_{i,j} \cdot B_j + \sigma \cdot \text{TOK}^4 \cdot F_{ok,i} \right] + \text{ALPHA} \cdot (T_i - \text{TOK}) \quad (10)$$

Prvi člen v enačbi (10) predstavlja gostoto toplotnega toka, ki ga seva ploskev i zaradi temperature ploskve T_i , drugi člen predstavlja gostoto odbitega sevalnega toka, ki prihaja iz okolice, tretji člen za gostoto toplotnega toka, ki ga »odnaša« konvekcija. ALPHA pomeni konvekcijski koeficient zaradi prisilne konvekcije pri pihanju s stisnjenim zrakom.

V enačbi (10) je zapisan izraz za gostoto toka le za eno ploskvico z oznako i , ki naj leži bodisi na valju ali na vozičku. V resnici bi morali zapisati toliko enačb, kolikor točk je na sliki 1 označenih s številko 5.

Če bi bile temperature na površini in v okolici znane, bi lahko iz takšnega sistema (IKON + MKON) enačb izračunali gostote sevalnih toplotnih tokov B_i , saj gre za sistem linearnih enačb. Izraz v oglatem oklepaju v enačbi (10) pa lahko zapišemo zaradi preglednosti takole:

$$H_{Bi} = \sum_j F_{i,j} \cdot B_j + \sigma \cdot \text{TOK}^4 \cdot F_{ok,i}$$

Tudi izraz za B_i v enačbi (8) potem lahko zapišemo takole:

$$B_i = \varepsilon_i \cdot \sigma \cdot T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \cdot H_{Bi}$$

Izraz za H_{Bi} predstavlja ves sevalni toplotni tok, ki pade na ploskev i iz okolice. Ta tok, pomnožen z emisijskim koeficientom ploskve i , pa predstavlja toplotni tok, ki skuša teči v material preko ploskve i .

Ker gre v našem primeru za ohlajanje, pričakujemo, da iz notranjosti valja ali vozička doteka toplotni tok na površino. Označimo ga z D_i .

Zapišemo ga pa takole:

$$D_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 - \varepsilon_i \cdot H_{Bi} + \text{ALPHA} \cdot (T_i - \text{TOK}) \quad (11)$$

Prvi in tretji člen v enačbi (11) sta gostoti toplotnega toka, ki dotekata iz notranjosti valja (vozička) na površino in se širita potem v obliki konvekcijskega ali sevalnega toka. Drugi člen ima negativni predznak, saj je to tisti del sevalnega toka, ki iz okolice vdre preko površine in teče v notranjost.

Spet velja trditev, da bi takšnih izrazov lahko zapisali prav toliko, kolikor imamo površinskih mrežnih točk z oznako 5 po sliki 1.

Levo stran (11) pa zapišemo za točke na valju takole:

$$D_i = \text{PR}_i \cdot \frac{T(I, \text{JKON} - 1) - T(I, \text{JKON} + 1)}{2 \cdot R} = \text{PR}_i \cdot \frac{T_i - T_i''}{2R}$$

pri čemer pomeni T_i' temperaturo v točki, ki leži za eno mrežno razdaljo R pod točko i v notranjosti valja, T_i'' pa temperaturo v fiktivni točki, ki bi ležala v oddaljenosti R nad valjem.

Če to vstavimo v enačbe (11), dobimo izraz, iz katerega lahko določimo fiktivne vrednosti T_i' :

$$\frac{\text{PR}_i \cdot (1 - \varepsilon_i)}{2 \cdot R \cdot \varepsilon_i} (T_i' - T_i'') = \sigma T_i^4 - B_i + \frac{\text{ALPHA}}{\varepsilon_i} \cdot (1 - \varepsilon_i) \cdot (T_i - \text{TOK}) \quad (12)$$

Za točke na površini šamotne plasti na vozičku bi zapisali izraz, ki bi bil podoben enačbi (12), le da bi ustrezno morali upoštevati toplotno prevodnost šamota PRW oziroma emisijski koeficient na površini vozička.

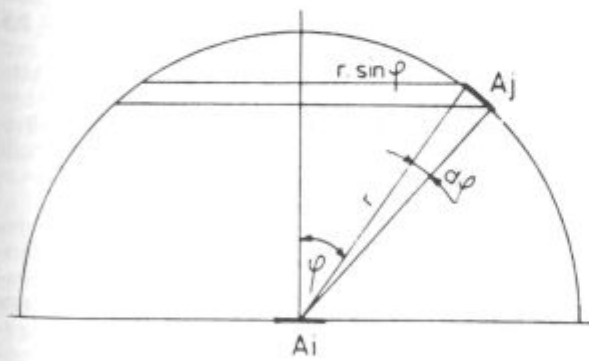
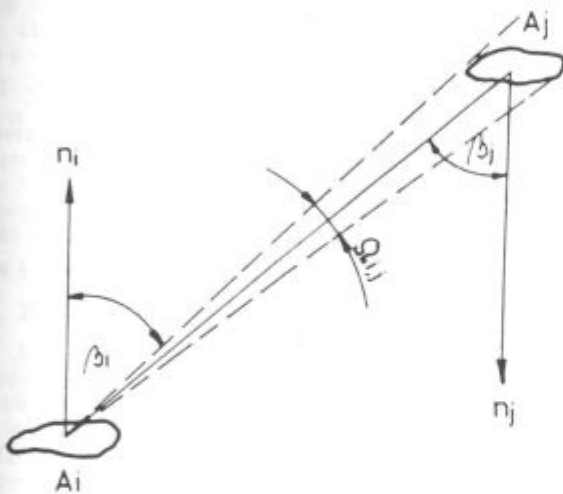
Če pa želimo študirati sevanje črnega telesa, določimo fiktivne vrednosti T_i^* iz enačbe (13):

$$\frac{PR_i}{2 \cdot R} (T_i^* - T_i^*) = \sigma T_i^4 - F_{ok,i} \cdot TOK^4 + \text{ALPHA} \cdot (T_i - TOK) - \sum_j F_{i,j} \cdot \sigma \cdot T_j^4 \quad (13)$$

Reševanje obeh sistemov enačb bomo opisali nekoliko pozneje. Zdaj se ponudimo še nekoliko pri izračunu faktorjev vidnosti (view factor).

Faktor vidnosti v treh dimenzijah $F_{i,j}$

Po definiciji je to del sevalne moči, ki jo oddaja ploskev i in sprejme ploskev j (slika 4). Naj bosta ploskvi A_i in A_j majhni v primeri z njuno medsebojno razdaljo r . Kot β_i naj bo kot med normalo na ploskev A_i in zveznico, kot β_j naj bo pa kot med normalo na ploskev A_j in zveznico.



Slika 4
Faktor vidnosti v treh dimenzijah
Fig. 4
View factor in three dimensions

Moč, ki jo oddaja ploskev A_i naj bo v vseh smereh enaka. Gostota toplotnega toka na enoto prostorskega kota naj bo J_i . Če je med normalo na ploskev A_i in zveznico med i in j kot β_i , lahko zapišemo toplotni tok, ki odteče proti j , kot:

$$\Phi = J_i \cdot \cos \beta_i \cdot \Omega_{ij}$$

pri čemer je Ω_{ij} prostorski kot, pod katerim je mogoče videti ploskev j s ploskve A_i .

Seveda pa je sevalni toplotni tok, ki pade na ploskev j , odvisen od orientacije te ploskve na smer žarkov.

Celoten toplotni tok, ki pade na ploskev A_j je torej sorazmeren z A_j , pomnožimo s $\cos \beta_j$ (kot med normalo na ploskev A_j in zveznico $i-j$).

Iz ploskve A_i torej seva celotna moč $B_i \cdot A_i$, kar pomeni, da smo gostoto toplotnega toka pomnožili s ploskvijo. Ta produkt pride v imenovalce izraza:

Ploskev seva celotno.

$$F_{i,j} = \frac{A_i J_i \cos \beta_i \Omega_{ij} \cos \beta_j}{B_i A_i} = \frac{J_i \cos \beta_i \cos \beta_j}{B_i} \frac{A_j}{r^2}$$

$F_{i,j}$ je torej razmerje med sevanjem, ki ga ujame ploskev A_j , in tistim, ki ga emitira ploskev A_i .

Če bi ploskev A_i postavili vodoravno v središče polkrogle in integrirali po vsej polkrogli, bi to pomenilo, da bi dobili

$$\sum_{j=1}^n F_{i,j} = 1,$$

saj bi polkrogla ujela prav vse sevanje iz ploskvic A_i , ki si jih mislimo razporejene po površini polkrogle. Sledi:

$$1 = \int_0^{\pi/2} \frac{J_i \cdot \cos \varphi \cdot 1 \cdot 2\pi r \cdot \sin \varphi \cdot r \cdot d\varphi}{B_i r^2}$$

oziroma

$$B_i = J_i \cdot \pi$$

Tako smo prišli do običajnega izraza za faktor vidnosti

$$F_{i,j} = \frac{\cos \beta_i \cos \beta_j A_j}{\pi r^2}$$

ki ga je mogoče najti tudi v literaturi^{2,3}.

Faktor vidnosti v dveh dimenzijah $F_{i,j}$

Ploskve A_i in A_j nadomestimo z daljicami z dolžino s_i in s_j (slika 5). Celoten izračun poteka tako kot v treh dimenzijah, razlika je le v kotu ω , ki zdaj ni več prostorski kot.

$$F_{i,j} = \frac{s_j J_i \cos \beta_i \cdot \omega_{ij} \cdot \cos \beta_j}{B_i \cdot s_i}$$

$$F_{i,j} = \frac{J_i \cdot \cos \beta_i \cdot s_j \cdot \cos \beta_j}{r \cdot B_i}$$

Če postavimo daljico s_i vodoravno in v središče polkroga in integriramo po vsem polkrogu, dobimo:

$$\sum_{j=1}^n F_{i,j} = 1$$

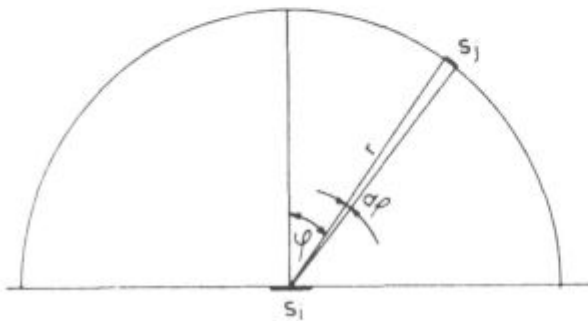
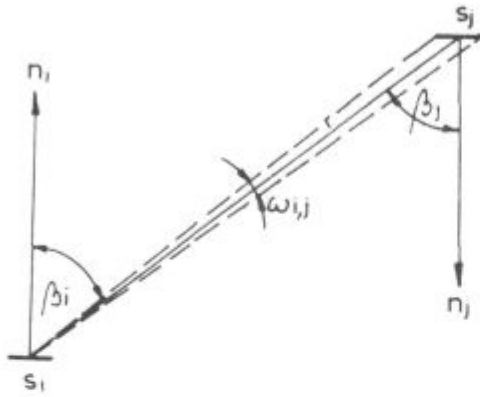
oziroma:

$$1 = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{J_i \cdot \cos \varphi \cdot r \cdot d\varphi}{r B_i}$$

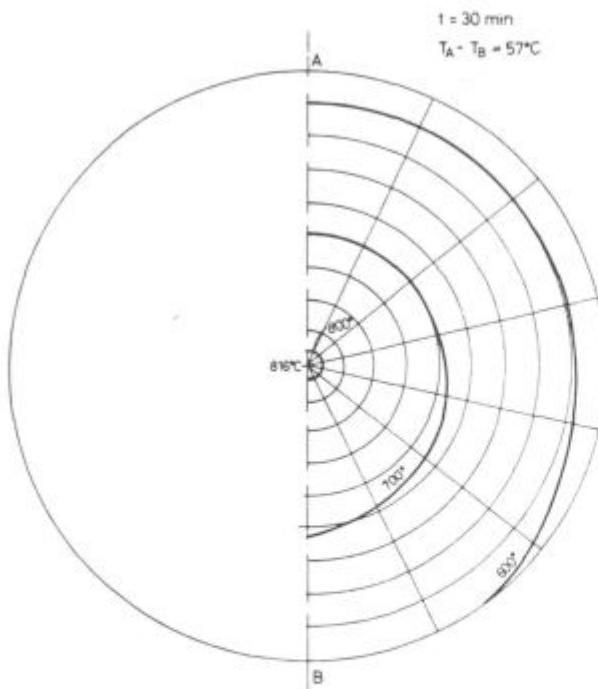
Sledi:

$$B_i = 2 J_i$$

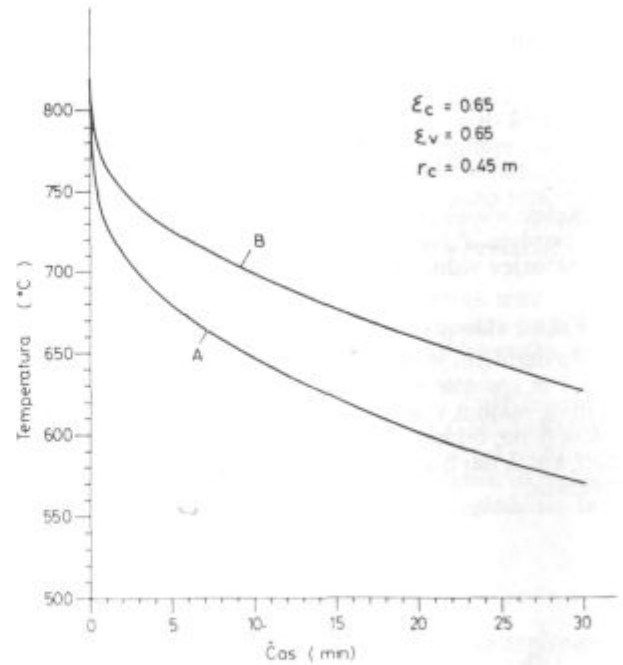
$$F_{i,j} = \frac{\cos \beta_i \cos \beta_j s_j}{2r}$$



Slika 5
Faktor vidnosti v dveh dimenzijah
Fig. 5
View factor in two dimensions



Slika 6
Temperaturna porazdelitev v prerezu valja
Fig. 6
Temperature distribution in the cross-section of the cylinder.



Slika 7
Časovni potek temperature v točkah A in B.

Fig. 7
Time dependence of the temperature in the points A and B

RAČUNALNIŠKI PROGRAM

Najprej prečitamo osnovne podatke in določimo krajevni in časovni interval tako, da je zadoščeno opisanim pogojem. Nato zapišemo začetne temperature. Določimo kritične vrednosti IKRIT, I1 in I2.

Temperature v posameznih točkah mreže po sliki (1) izračunamo po ustreznih formulah (2), (3) ali (4). Točke, označene s številčkami 5, pa ležijo na površini in pri njih je postopek reševanja nekoliko drugačen.

Pri vsaki točki na površini valja ali vozička izračunamo faktor vidnosti za vsako sosednjo ploskev i, ki jo je s te ploskve mogoče videti. Ko seštejemo po ploskvah j, pridemo do koeficientov v sistemu linearnih enačb (8) za gostote toplotnega toka, ki izhajajo iz posameznih ploskv B.

Pri vsakem časovnem koraku namreč najprej s temperaturami iz predhodnega koraka izračunamo vrednosti B. Pri tem si pomagamo s podprogramom za reševanje sistema linearnih enačb. Te vrednosti nato vstavimo v enačbe (12) ali (13), da bi izračunali fiktivne temperature T'. S pomočjo fiktivnih vrednosti na namišljeni podaljšanii ploskvi lahko tudi za robne točke (5) uporabimo enačbe (2) in (4).

PRIMER

Izmislili smo si primer, ki pojasnjuje le delovanje programa in se ne nanaša na praktične meritve.

Izbrali smo si naslednji primer:

Valj:

Primer valja	900 mm
Širina vozička	900 mm
Oddaljenost središča valja od šamotne površine na vozičku	750 mm

Gostota valja	7850 kg/m ³
Gostota šamotne plasti	2000 kg/m ³
Specifična toplota valja	630 J/(kg.K)
Specifična toplota šamota	1000 J/(kg.K)
Toplotna prevodnost valja	30 W/MK
Toplotna prevodnost valja	30 W/mK
Časovni korak	2 sekundi
Začetna temperatura v valju	820° C
Začetna temperatura v šamotu	700° C
Krajevni korak v radialni smeri v valju	
in mrežna razdalja v šamotu	50 mm
Krajevni korak v smeri kota v valju	$\pi/7$
Emisijski koeficient površine valja in površine vozička naj bosta enaka	0.65
Temperatura v okolici TOK	26° C

Računalnik je izračunal kritično vrednost za IKRIT in vrednosti za I1 in I2. Sledi matrika faktorjev vidnosti za vse kombinacije površinskih točk $F_{i,j}$ in pripadajočih $F_{ok,i}$ za točke na površini valja in na površini šamota.

Odločili smo se, da naj računalnik izpiše temperature v vseh mrežnih točkah vsako minuto ohlajanja. Celoten čas, ki nas je zanimal, pa je znašal 30 minut.

Na sliki 6 je prikazana temperaturna porazdelitev v prerezu valja po 30 minutah takšnega ohlajanja, pri katerem smo predpostavljali, da konvekcije ni. Na sliki 7 pa je prikazan časovni potek temperature v točkah na površini valja, ki sta najbližje in najbolj oddaljeni od vozička ($I=1$ in $I=IKON$).

ZAKLJUČEK

Opisana računalniška obdelava kaže, da je z metodo končnih diferenc pri reševanju toplotne enačbe mogoče priti do rezultata, tudi če robni pogoji niso linearni. S primernim iteracijskim postopkom lahko obravnavamo tudi sevanje sivega telesa, kar daje zelo zanimive možnosti tudi pri drugih metalurških problemih.

Kot nadaljevanje tega dela se bomo lotili izračunavanja toplotnih izgub pri sevanju iz jeklarske ponovce, ki je brez pokrova. Pri tem bomo upoštevali različne emisijske koeficiente šamotne obloge in površine žlindre, pa tudi kot, pod katerim pada sevalni toplotni tok na steno ponovce. Izračunali bomo tudi, kakšen je potek temperature v steni ogrete prazne ponovce, ki jo pustimo na zraku brez pokrova.

Opisani postopek pa omogoča izpopolnitev dosedanjih programov za opisovanje ogrevanja v globinskih in v potisnih pečeh.

Do sedaj smo namreč predpostavljali, da poznamo temperaturo v okolici bloka, katerega ogrevanje smo študirali, zdaj pa bomo lahko simulirali ogrevanje, pri katerem bomo upoštevali ne le temperaturni profil peči, ampak konfiguracijo stropa in upoštevali razporeditev sosednjih blokov in njihove medsebojne vplive (senčenje). Prepričan sem, da bomo lahko ta proces bolje opisali in da bodo naši rezultati precej bližje dejanski situaciji.

Tako bomo prišli do boljšega algoritma za procesni računalnik, ki bo nekoč vodil ogrevanje in ohlajevanje v potisnih in v globinskih pečeh.

SEZNAM UPORABLJENIH SIMBOLOV

A_j	ploskev, s katere izhaja sevalni toplotni tok
A_i	ploskev, ki ujame sevalni toplotni tok, ki izhaja s ploskve A_j
ALPHA	konveksijski koeficient

B_i	gostota toplotnega toka, ki izhaja s ploskve i
CP	specifična toplota jeklenega valja
CPW	specifična toplota šamotne plasti na vozičku
$F_{i,j}$	faktor vidnosti (v dveh ali v treh dimenzijah) med ploskvama i in j
$F_{ok,i}$	faktor vidnosti med ploskvijo i in okolico
FI	mrežna razdalja v smeri kota
G_i	gostota toplotnega toka, ki priteka iz notranjosti na površino
$H\emptyset$	oddaljenost od šamotne površine do osi valja
I, J	mrežni koordinati v smeri kota in polmera pri valju
J_i	prostorska gostota toplotnega toka pri izračunu faktorjev vidnosti
I1, I2	mejni kotni koordinati, znotraj katerih je viden valj z neke točke na vozičku
IKRIT	največja kotna koordinata, s katere je še mogoče videti šamotno plast na vozičku
IKON	kotna koordinata na skrajnem robu cilindrične mreže
K	časovni korak v cilindrični mreži
KW	časovni korak za pravokotno mrežo
L, M	koordinati v pravokotni mreži
MKON	koordinata na skrajnem desnem robu pravokotne mreže
PI	3.141592
PR	toplotna prevodnost jeklenega valja
PRW	toplotna prevodnost šamotne plasti na vozičku
R	mrežna razdalja v smeri polmera
RO	gostota jeklenega valja
$R\emptyset$	polmer valja
ROW	gostota šamotne plasti na vozičku
r'	oddaljenost v radialni smeri
r	brezdimenzijska razdalja v radialni smeri
T	temperatura
T_i	temperatura za eno mrežno razdaljo pod površino
T'_i	temperatura v fiktivni točki onkraj roba
TOK	temperatura v okolici
t'	čas
t	brezdimenzijski čas
$T\emptyset$	referenčni čas
β_i	kot med normalo na ploskev A_i in zveznico me ploskvama A_i in A_j
β_j	kot med normalo in ploskev A_j in zveznico med ploskvama A_i in A_j
ϵ_i	emisijski koeficient ploskve A_i
σ	Stefanova konstanta
Φ	kotna koordinata
Ω	prostorski kot
ω	kot v dvodimenzionalnem primeru

LITERATURA

- G. D. Smith: Numerical Solution of Partial Differential Equations, London, Oxford University Press, 1971, stran 58—60.
- Szekely, Themelis: Rate Phenomena in Process Metallurgy, Wiley — Interscience, New York 1971, stran 281—284.
- VDI — Wärmeatlas, VDI Verlag, Düsseldorf 1963, poglavje K_1 .
- Računalniški program za simulacijo ogrevanja in ohlajanja v eni od dveh dimenzijah, Raziskovalni oddelek Železarne Jesenice.

ZUSAMMENFASSUNG

Die beschriebene rechnerische Bearbeitung zeigt, dass es mit der Methode der Enddifferenzen bei der Lösung der Wärmeleichung möglich ist zum Ergebniss zu kommen, auch wenn die Randbedingungen nicht linear sind. Mit einer geeigneten Iterationsmethode kann auch das Strahlen eines grauen Körpers behandelt werden, wodurch interessante Möglichkeiten auch bei der Behandlung anderer metallurgischer Probleme geboten werden.

Als Fortsetzung dieser Arbeit beabsichtigen wir die Wärmeverluste beim Strahlen aus einer Stahlwerkspfanne ohne Deckel zu berechnen. Dabei werden wir die verschiedenen Emissionskoeffiziente der Pfannenausmauerung und der Schlackenoberfläche und auch den Winkel unter dem der Strahlungswärmefluss auf die Pfannenwand fällt, berücksichtigen. Wir werden auch den Temperaturverlauf in der Wand einer erwärmten und leeren Pfanne die ohne Deckel an der Luft abkühlt berechnen.

Das beschriebene Verfahren macht die Vervollständigung der bestehenden Programme für die Beschreibung der Erwärmung in Tief und Stossöfen möglich.

Bis jetzt hat man vorausgesetzt, dass die Temperatur der Umgebung des zu erwärmenden Blockes bekannt ist, von jetzt ab kann die Erwärmung simuliert werden mit der Berücksichtigung nicht nur des Ofentemperaturprofills sondern auch der Deckenkonfiguration und der Verteilung der benachbarten Blöcke und deren gegenseitigen Einfluss. Ich bin überzeugt, dass wir dieses Prozess besser beschrieben werden können und das unsere Ergebnisse dan viel näher dem tatsächlichen Stand sein werden.

So werden wir zu einem besseren Algorithmem für den Prozessrechner kommen, womit einmal die Erwärmung und die Abkühlung in Stoss und Tieföfen gesteuert wird.

SUMMARY

The described computer treatment shows that the method of finite differences in solving the heat equation enables to obtain result though the boundary conditions are not linear. By a suitable iteration procedure also the grey-surface radiation can be taken in account which gives very interesting possibilities in solving also other problems in metallurgy.

In further, the calculation of thermal losses by radiation from the steelmaking ladle without cover will be prepared. Various emissivities of the fire-clay lining and the slag surface as well as the angle of incidence of the radiant-heat flow on the ladle wall will be taken in account.

Also the temperature course in the wall of an empty heated ladle left in air without cover will be calculated.

The described procedure enables to complete the present programs describing the heating in pit and push-type furnaces.

So far, the approximation was used that the temperature around the heated block is known. In further, also such heating can be simulated where also roof configuration and arrangement of neighbouring blocks including their mutual influences (shading) will be taken in account next to the temperature profile of the furnace. I am convinced that this process will be better presented and that the obtained results will be closer to the actual situation.

Thus a better algorithm for the process computer will be obtained for controlling heating and cooling in push-type and pit furnaces.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дано описание вычислительной обработки, которая указывает, что с методом конечных разностей при решении температурного уравнения можно получить результат тоже, если условия кромки нелинейные. С соответствующим итерационным способом можно рассматривать также излучение серого тела, что даёт очень интересные возможности также при прочих металлургических проблемах. В статье рассмотрено вычисление потери теплоты при излучении из разливочного ковша, который не имеет крышки. При этом будем соблюдать различные температурные коэффициенты шамотной облицовки и поверхности шлака, а также угол, под которым находится воздействие излучения на стенку ковша. Вышитаем также протекание температуры в стенке сагретого пустого ковша, которого оставим на воздухе без крышки.

Описанный способ даёт возможность усовершенствовать прежний программы описания согревания в нагревательных колодцах и в методических печах.

Мы до сих пор предполагали, что мы знаем температуры в окружности блока, согревание которого мы изучали. Теперь же мы будем симилировать согревание, при профил чём будем иметь во внимании не только температурный печи, а также конфигурацию потолка, также учитывали распределение соседних блоков, а также из взаимное влияние (действие теней). Автер статьи уверен, что будет возможность этот процесс описать лучше, так что результаты, описанные в этой работе были бы ближе фактической ситуации.