

Disperzija



ANDREJ LIKAR

→ Pred časom sva s prijateljem Bogdanom sklenila, da greva peš na daljšo pot od Trojan do Laškega. Pot naju je vodila preko Šentgotarda na Čemšeniško planino, nato na Krvavico, pa Sveto planino (Partizanski vrh), Mrzlico, Gozdnik in končno na Šmohor, od koder sva sestopila v Laško. Pot je sicer dolga, a prav nič zahtevna. Na poti sva imela dovolj časa za izjemne razglede in za počitek v kočah.

Že takoj na začetku poti sva tik ob poti na Čemšeniško planino prišla do tovarne žičnice. Danes jo oskrbniki koč zaženejo le pozimi, ko z oskrbovalnim vozilom ne morejo na pot. Takrat je bila nosilna jeklena vrv na doseg roke in je bila napeta do spodnjega nosilnega stebra pri cerkvi na pobočju Čemšeniške planine. Prosta in napeta nekaj stometrskih vrv je kar klicala po poskusu. Zanimalo me je, kako dolgo potuje val do spodnjega stebra in nazaj. Poiskal sem torej debelejšo palico in narahlo udaril po vrvi. Potem sem nanjo naslonil roko in čakal na »odmev«. Res je po nekaj sekundah prišel, a sem bil nemalo presenečen, kaj je prišlo nazaj. Pričakoval sem pač kratek sunek, kakršnega sem s palico vzbudil prej. Vendar sem pred sunkom otipal brnenje, ki je bilo vse bolj izrazito, temu pa je sledil sunek. Poskus sem ponavljal in ne glede, kako sem vrv udaril, vedno se je sunek napovedal s hitrim tresenjem vrvi. Takrat pojava nisem razumel, a sem si zapomnil izid in pozneje našel razlago.

Pri obravnavi valovanja omenjamo tri bistvene količine: frekvenco ν , valovno dolžino λ in hitrost c širjenja valovanja, pri nas po vrvi. Vse tri količine povežemo v znano enačbo

$$\lambda \nu = c.$$

Valovanju s kratko valovno dolžino pripada velika

frekvenca. Hitri valovi imajo pri dani frekvenci dolgo valovno dolžino. Odmik vrvi je pri tem harmoničen, kar pomeni, da zapišemo odmik takole:

$$u = y_0 \cos(\omega t - kx),$$

kjer je odmik pri $x = 0$ in $t = 0$ tudi $u = 0$, amplituda valovanja, to je največji odmik, pa y_0 . Pri drugačnem odmiku na začetku lahko prištejemo še sinus. Zaradi takega zapisa velja:

$$\omega = 2\pi\nu,$$

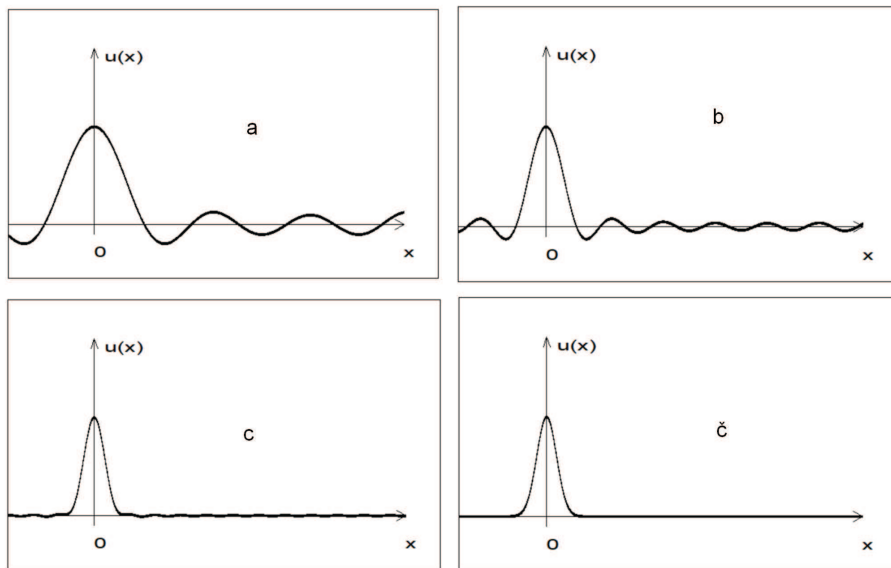
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Pri valovanju na vrvi se tu ustavimo. Predvsem nam ne pade na misel, da je potrebno upoštevati še kaj. Predvsem ne pomislimo, da je lahko hitrost valovanja različna pri različnih valovnih dolžinah. Če predpostavimo, da je vrv v nenapetem stanju povsem gibka, lahko pokažemo, da se valovanje po njej širi enako hitro ne glede na valovno dolžino. Vendar jeklena vrv ni povsem gibka, kratek konec take vrvi je bolj podoben jekleni palici kot mehki vrvi. Tu pa je hitrost valovanja nekoliko odvisna od valovne dolžine: krajši valovi potujejo nekoliko hitreje kot daljši. Pri krajših valovih pride negibkost bolj do izraza.

Razlika v hitrostih valovanja pri različnih valovnih dolžinah je zelo majhna in je ni lahko izmeriti. Meritev hitrosti bi bila zelo zahtevna, saj bi morali vzbujati vrv dalj časa s sinusnim odmikom na njenem začetku, kar bi terjalo zelo dolgo vrv in neko ne posebno preprosto napravo.

Najpreprosteje je s kratkim sunkom vzbuditi vrv, kot sem to naredil sam, in opazovati širjenje sunka po vrvi. A tu naletimo na povsem nekaj novega. Kratek sunek pač niti približno ni sinusno valovanje, ki traja, kolikor hočemo dolgo, in se temu primerno razteza na zelo velikem območju. Tu pokličemo na pomoč interferenco. Po vrvi se lahko širijo različni sinusni ali kosinusni valovi, ki se med seboj na določenih mestih ojačujejo ali oslabijo. Ali je mogoče





SLIKA 1.

Gradnja sunka z množico harmoničnih valovanj. Pri a) je teh valovanj malo, potem pa vedno več. Pri č) odmika od pravega sunka ne vidimo več.

sestaviti te valove tako, da bo njihova interferenčna slika kar naš sunek? To izjemno pomembno vprašanje si je prvi zastavil francoski matematik Fourier. In res, ugotovil je, da z izbrano vsoto valovanj možno sestaviti sunek, kjer je odmik znaten le v ozkem območju, drugje pa je interferenca destruktivna tako, da je tam odmik enak nič. Sunek torej vzbudi celo množico kosinusnih ali sinusnih, torej harmoničnih, valov vseh mogočih frekvenc in valovnih dolžin. V času $t = 0$ sestavimo potujoče valove, ki so sedaj »zamrznjeni« tako, da dobimo naš sunek. »Zamrznili« smo jih pač tako, da še ne pustimo teči časa od $t = 0$ naprej. Potem jim pustimo prosto pot, če vemo, s kakšno hitrostjo se širijo. Začuda s takim razmišljanjem dobimo prave rezultate, to je take, ki se skladajo z opazovanji. Nenavadno je, da je na mestih, do katerih sunek še ni prišel in je odmik enak nič, vse polno potujočih valov, ki pa se povsem uničijo. Ali so res ves čas tam? S tem si ne gre preveč beliti glave, pomembno je, da tako razmišljanje privede do pravih izidov.

Pravkar opisana, res genialna Fourirova ideja terja kratko ilustracijo. Oglejmo si interferenco valov, ki postopno gradijo sunek (glej sliko 1). Prva sličica (a) vsebuje le pet valov, to je val z valovnimi vektorji $k = 0, k_0, 2k_0, 3k_0$ in $4k_0$. Tu je k_0 primerno izbran majhen korak valovnega števila. Na drugi (b) smo dodali še valove s $k = 5k_0 \dots 8k_0$, nato pri (c) valove z valovnimi števili $k = 9k_0, \dots 16k_0$. Naposled so na

(č) vsi valovi do $32k_0$. Na tej zadnji sliki je interferenca povsod izven sunka tako dobro destruktivna, da odmika na sliki sploh ne opazimo. Dodajanje naslednjih valov za naš račun ni potrebno, bi pa še bolj zmanjšalo odmik. Seveda moramo valove dodajati vsakega s svojo, vnaprej predpisano amplitudo, ki je odvisna od oblike sunka. Pravimo, da, tako kot sestavine pri jedeh, primerno namešamo valove.

Vse valove smo namešali pri času $t = 0$. Valovi, tako kot piščeta pod kokljo, le čakajo, da jih s $t > 0$ poženejo v tek. Vsi valovi pa se pri vrvi ne širijo z enako hitrostjo. Pri merjenju hitrosti vala opazujemo, kako se giblje njegov največji odmik. Pri naših valovih, kjer je odmik

- $u = u_0 \cos(\omega t - kx),$

je največji odmik takrat, ko velja

- $\omega t - kx = 0, 2\pi, 4\pi \dots$

Hitrost je potem (če vzamemo pri zgornji enačbi kar ničlo)

- $\frac{x}{t} = \frac{\omega}{k}.$

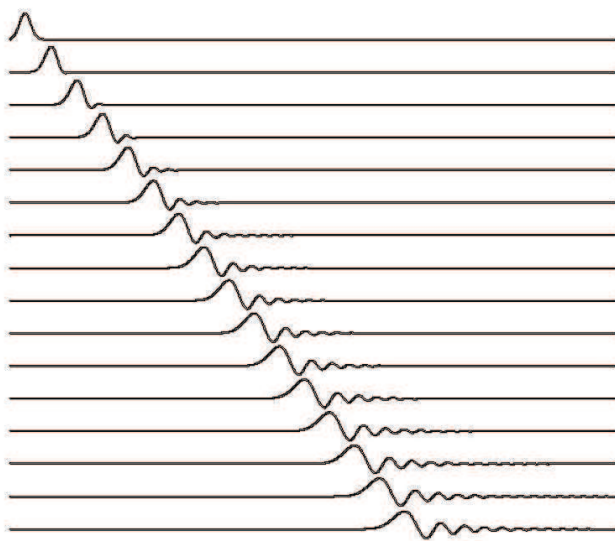
Hitrost vrha pa je odvisna od valovne dolžine, torej od valovnega števila k :

- $c(k) = \frac{\omega}{k}.$

To odvisnost narekuje sredstvo, po katerem se valovanje širi. V našem primeru je odvisnost takale:

$$\blacksquare c(k) = c_0(1 + \alpha k^2) = \frac{\omega}{k}.$$

Tu je c_0 hitrost pri zelo dolgi valovni dolžini, α pa je konstanta, ki je odvisna od negibkosti vrvi. Tu bomo le privzeli to odvisnost, ne bomo se spraševali, kako pridemo do nje. Vidimo pa, da so krajši valovi, to je pri vse večjem k , vse hitrejši. Sedaj, ko poznamo hitrost valov, lahko sprostimo čas t in opazujemo, kako naš sunek potuje po vrvi. Na sliki 2 je potovanje prikazano v različnih časih, časi se enakomerno večajo od zgornje slike do spodnje. Vrh se zaradi različnih hitrosti njegovih sestavin preoblikuje, pred njim hitijo valovi s krajšo valovno dolžino, prav to, kar sem zaznal na vrvi tovarne žičnice.



SLIKA 2.

Potovanje sunka po jekleni vrvi

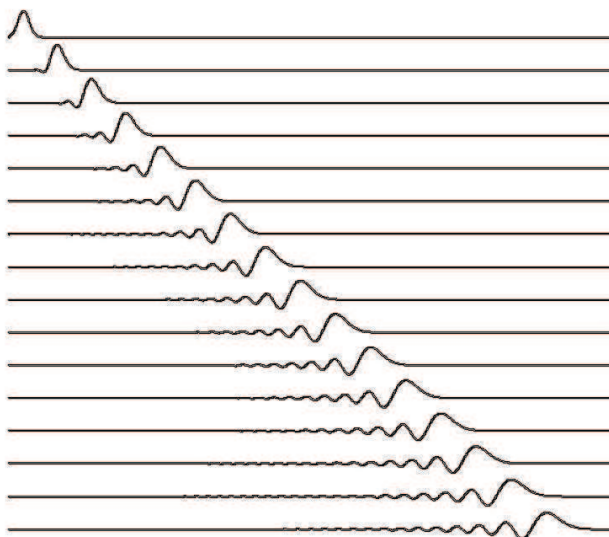
Hitrejši valovi pri višjih frekvencah in manjših valovnih dolžinah torej pri vrvi, napovedo prihod glavnega sunka. Zakaj potem pri cunamijih ne opazujejo prihoda teh kratkih valov, ki napovejo prihod velikega rušilnega vala? Rekli smo, da je odvisnost hitrosti valov odvisna od sredstva, po katerem se valo-

vanje širi. Pri cunamijih je ta odvisnost žal drugačna od tiste pri vrvi:

$$\blacksquare c(k) = c_0(1 - \alpha k^2).$$

Razlikujeta se sicer le za predznak pred α , a to je usodno. Sedaj krajši valovi zaostajajo za glavnim sunkom in ničesar ne napovedujejo. Glavni sunek pride do obale brez opozorila in ruši vse pred seboj. Napovejo ga le s skrbnim opazovanjem gladine in seizmološkimi opazovanji. Dodatna težava je izredno velika hitrost širjenja cunamija, torej hitrost c_0 , ki v globljih morjih doseže hitrosti potniških letal. Na sliki 3 vidimo širjenje cunamija, podobno, kot smo prej prikazali širjenje sunka po vrvi.

Še beseda o naslovu tega prispevka. Disperzija je bolj domač pojem iz optike in pomeni razstavitev ali razklon belega svetlobnega curka na spektralne barve. Do razklona pride zaradi različnih hitrosti enobarvnih svetlob v prozornih snoveh. Izraz se je razširil na vsa valovanja s podobno lastnostjo, kjer se torej harmonični valovi širijo z različnimi hitrostmi. Beseda izvira iz latinščine, dispersio pomeni razpršen, dispergere pa razpršiti, kar dobro ponazarja razširjanje sunka pri njegovem potovanju skozi sredstvo.



SLIKA 3.

Potovanje cunamija

× × ×