

# Računanje sipanega magnetnega polja s pomočjo metode končnih diferenc

UDK: 669.14.29:620.1  
ASM/SLA: S13c

Božidar Brudar

## UVOD

Že precej časa so znane neporušne preiskavne metode, kjer s sipanim magnetnim poljem odkrivamo površinske in podpovršinske napake v feromagnetnih materialih.

Če magnetni pretok zadene na špranjo v feromagnetnem materialu, se del tega pretoka izogne napaki. Tik nad površino lahko opazimo, da se je v neposredni bližini napake povečala gostota magnetnega pretoka. To pa lahko registriramo s pomočjo suspenzije finih feromagnetnih delcev v olju.

Če pa uporabimo katerega od fluorescentnih praškov, pa s pomočjo ultravijolične svetlobe lahko še bolj nazorno pokažemo na lego napake.

Prav gotovo pa je to zelo utrujajoč posel za kontrolorja, če mora ure in ure opazovati isto mesto na feromagnetnih izdelkih, posebno še, če gre za masovno proizvodnjo.

Večkrat so že poskusili izključiti človeški faktor. Sipana magnetna polja je mogoče registrirati in izmeriti s pomočjo magnetnega traku ali s pomočjo Hall-ovih sond.

Vsako merljivo informacijo o deformaciji magnetnega polja pa lahko tudi shranimo in obdelamo z modernimi računalniki. Tudi v literaturi o neporušnih preiskavnih metodah se je pojavilo več člankov, ki opisujejo te pojave in jih pojasnjujejo z rezultati praktičnih meritev in matematičnih modelov.

Vendar pa se iz člankov<sup>2,3</sup> vidi, da gre pri računih za neke vrste nasprotja in tako še vedno ni jasno naslednje: ali je signal, ki ga izmerimo pri sipanem polju, odvisen le od globine razpoke ali pa morda tudi širina pomembno vpliva na izmerjeni signal.

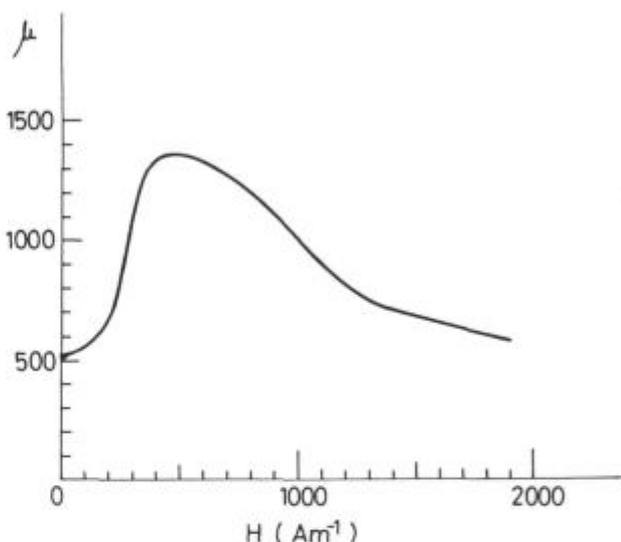
To vprašanje je zelo važno, saj je v praksi v večini primerov globina razpoke mnogo bolj pomembna kot širina. V literaturi<sup>1,2</sup> pojasnjujejo eksperimentalne rezultate z matematičnimi izračuni, ki so narejeni z metodo končnih elementov.

Sam problem je dokaj zanimiv in zato smo izračunali porazdelitev enosmernega magnetnega polja v okolici površinske špranje na feromagnetni plošči z metodo končnih diferenc. Zanimivo je, da se naši računski rezultati ujemajo z eksperimentalnimi rezultati dr. F. Försterja<sup>3</sup>. Rezultati, ki pa smo jih dobili za nekaj ekstremnih primerov, pa so podobni rezultatom dr. G. Dobmanna. Očitno je, da so pri tem principu pomembne omejitve glede uporabe metode ugotavljanja napak s stresanimi polji.

## MATEMATIČNA FORMULACIJA

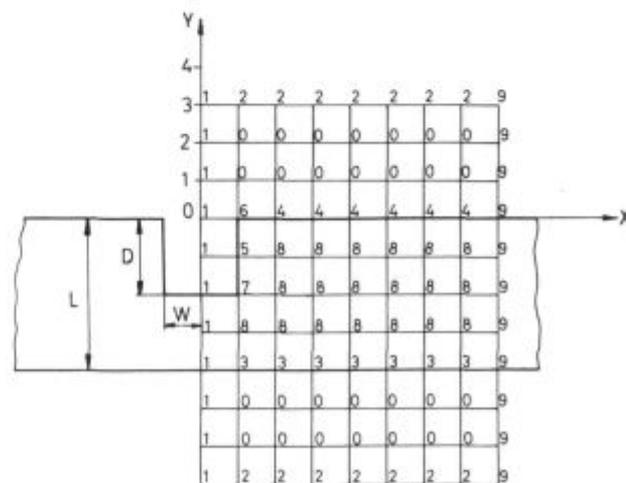
Oglejmo si dvodimenzionalni primer: imamo feromagnetno ploščo v homogenem enosmernem magnetnem polju. Razpoka naj leži pravokotno na magnetni

pretok, ki teče vzporedno z ravnino plošče. Magnetne lastnosti (relativna permeabilnost) plošče so prikazane na sliki 1. Ti podatki ustrezajo jeklu Č 0345. Predposta-



Slika 1  
Relativna permeabilnost kot funkcija magnetne poljske jakosti pri jeklu Č 0345.

Fig. 1  
Relative permeability as a function of the magnetic field strength with the steel Č 0345.



Slika 2  
Mreža točk.  
Fig. 2  
Lattice of points.

vljamo, da smo uporabili enosmerno magnetno polje z jakostjo  $H_0 = 1000 \text{ Am}^{-1}$ . Pri računanju uporabimo metodo končnih diferenc. Osnovna shema je narisana na sliki 2. Izberemo si pravokotno mrežo z različnimi mrežnimi razdaljama v smereh  $x$  in  $y$  zato, da lahko predpostavljamo različne širine napak. Globino razpoke označimo z  $D$ , polovično širino pa z  $W$ , debelino plošče z  $L$ , ki naj znaša 20 mrežnih razdalj.

Izhajamo iz enačbe za skalarni potencial  $U$ :

$$\nabla^2 U = 0 \quad (1)$$

ki velja v plošči in izven nje.

Zaradi simetrije obravnavamo le eno polovico preseka. Posamezne številke v vozliščih mreže označujejo vrsto diferencne enačbe, ki smo jo na tistem mestu uporabili.

Točke (1) ležijo na simetrali, kar je treba v enačbah upoštevati. Točke (3), (4), (5), (6) in (7) ležijo na meji med feromagnetnim materialom in zrakom. Držimo se principa, da se pri prehodu čez mejo ne spreminja normalna komponenta gostote magnetnega pretoka. Iz te zahteve je mogoče formulirati tudi ustrezno diferencno enačbo.

V enačbi

$$\vec{B} = -\mu_0 \mu \text{ grad } U \quad (2)$$

je treba izbrati za relativno permeabilnost tolikšno vrednost, da je izpolnjena zahteva glede zveze  $B$  in  $H$  kot jo kaže slika (1). Za točke (6) in (7) smo uporabili poseben postopek<sup>4</sup>. Diferencna enačba, ki jo zapišemo za ti dve točki, je v principu aritmetična srednja vrednost dveh enačb: prve, ki velja za homogeno področje (zunaj ali znotraj feromagnetnega materiala) in druge, ki velja za točke, ki bi ležale na diagonalni meji.

Točke (2) in (9) pa naj ležijo tako daleč stran od defekta, da lahko predpostavljamo, da tam velja  $H_y = 0$  in  $H_x = H_0$ .

V točkah (0) in (8) pa imamo diferencne enačbe, ki ustrezajo enačbi (1), zapisane v običajni obliki.

V računalniškem programu je predvideno, da sta mrežni razdalji v smereh  $x$  in  $y$  različni.

Pri numeričnem reševanju smo uporabili Liebmanovo ekstrapolacijsko relaksacijsko metodo. Lastnosti feromagnetnega materiala smo upoštevali tako, da smo toliko časa iskali pravo vrednost  $\mu$ , dokler ni bila razlika med izračunano in resnično vrednostjo  $\mu$  manjša ali enaka 10.

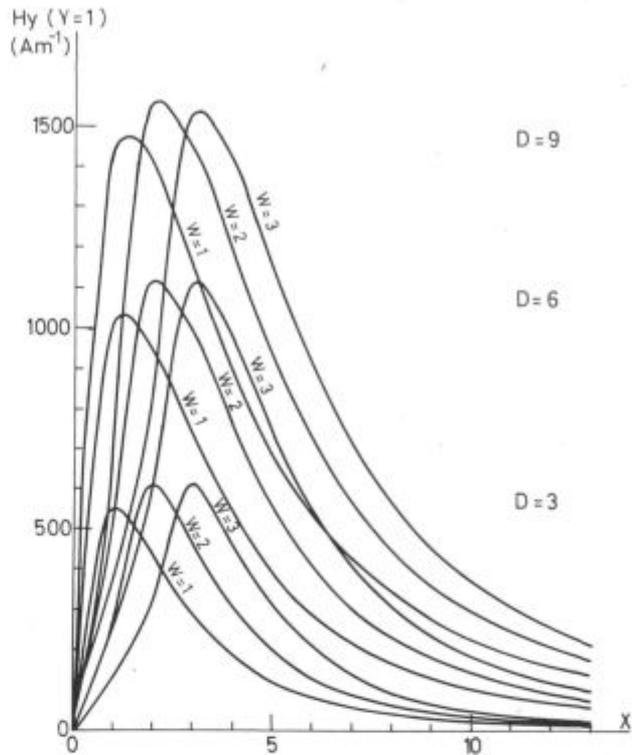
Po nekaj tisoč iteracijah smo izračunali skalarni potencial v posameznih točkah mreže. Potem pa smo izračunali še magnetno poljsko jakost in gostoto magnetnega pretoka v materialu in zunaj njega.

Vsi rezultati, ki so prikazani na naslednjih slikah, so narisani za primer, ko je oddaljenost od površine plošče enaka eni mrežni razdalji ( $y = 1$ ). Pri tem pa smo simulirali različne širine s tem, da smo variirali mrežno razdaljo v smeri osi  $x$ .

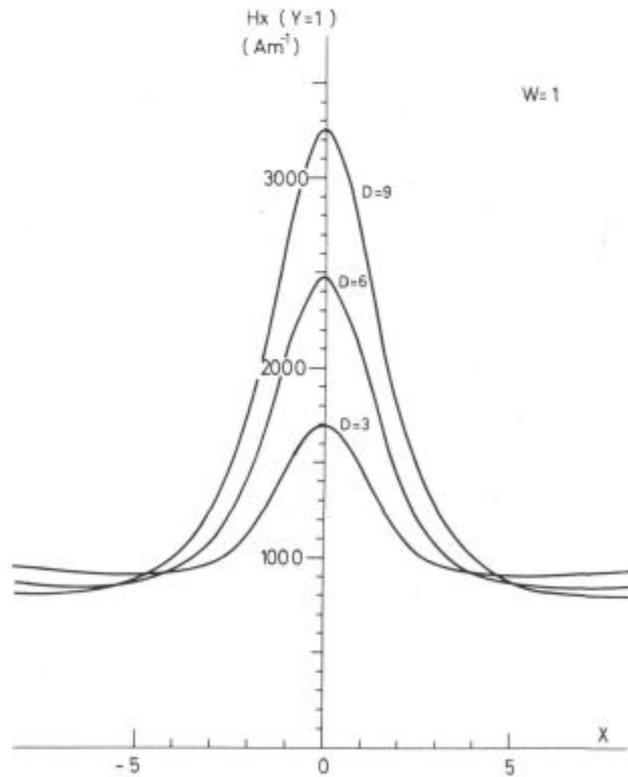
## REZULTATI

Na sliki 3 je narisana porazdelitev komponente  $H_y$  zunaj plošče (v oddaljenosti ene mrežne razdalje) za različne širine razpoke. Očitno je, da je maksimalna vrednost sorazmerna z globino razpoke. Razlike v širini razpoke le neznatno vplivajo na  $H_y$ . Ta rezultat ustreza rezultatom dr. F. Försterja<sup>3</sup>.

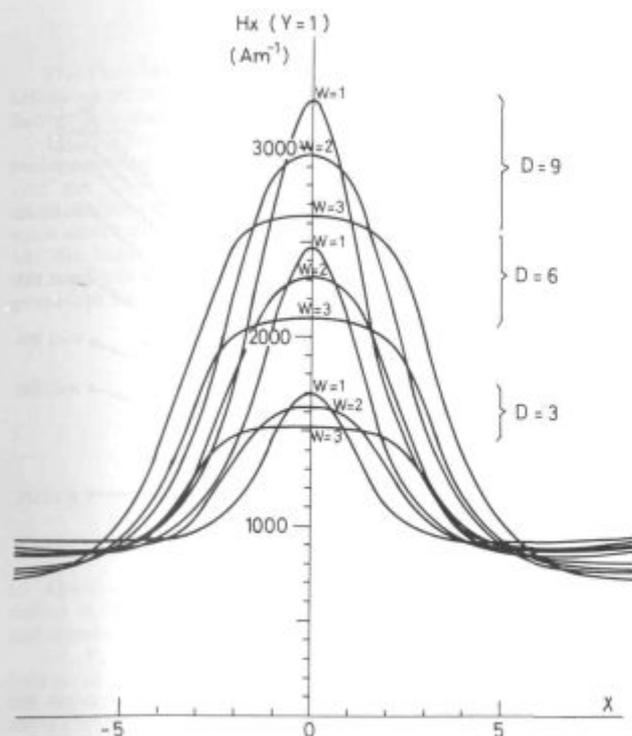
Slika 4 prikazuje komponento  $H_x$  kot funkcijo različnih globlin pri konstantni širini razpoke ( $w = 1$ ). Tudi v tem primeru je mogoče sklepati, da gre za sorazmernost, ki je v literaturi že opisana<sup>3</sup>.



Slika 3  
Normalna komponenta magnetne poljske jakosti pri  $y = 1$ .  
Fig. 3  
Normal component of the magnetic field strength at  $y = 1$ .

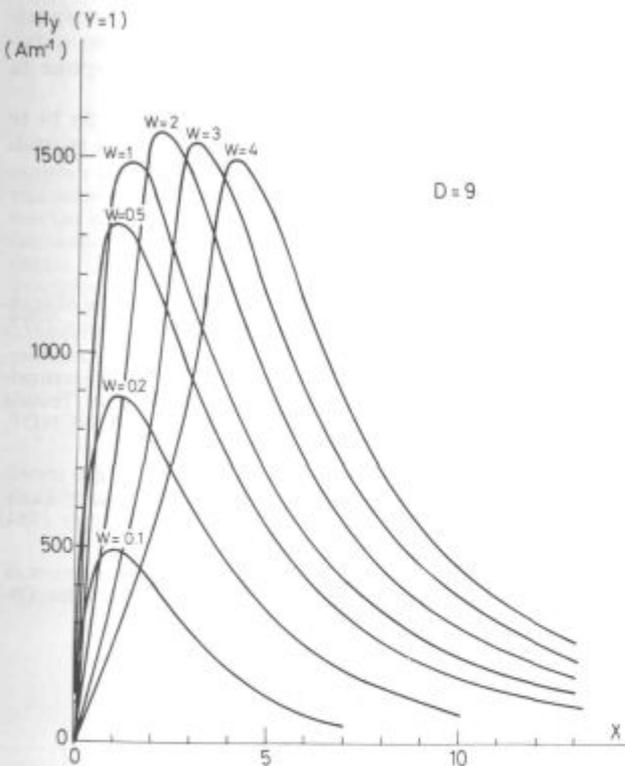


Slika 4  
Tangencialna komponenta magnetne poljske jakosti pri  $y = 1$ .  
Fig. 4  
Tangential component of the magnetic field strength at  $y = 1$ .



Slika 5  
Tangencialna komponenta  $H_x(x)$  pri različnih širinah in globinah napake.

Fig. 5  
Tangential component  $H_x(x)$  at different widths and depths of the defect.



Slika 6  
Normalna komponenta  $H_y(x)$  pri  $D=9$  za različne širine.

Fig. 6  
Normal component  $H_y(x)$  at  $D=9$  for various widths.

S slike 5 se vidi, da je ta sorazmernost ohranjena tudi, če variramo širino. Vidi se, da je razlika  $H_x - H_0$  sorazmerna z globino razpoke pri poljubni konstantni širini.

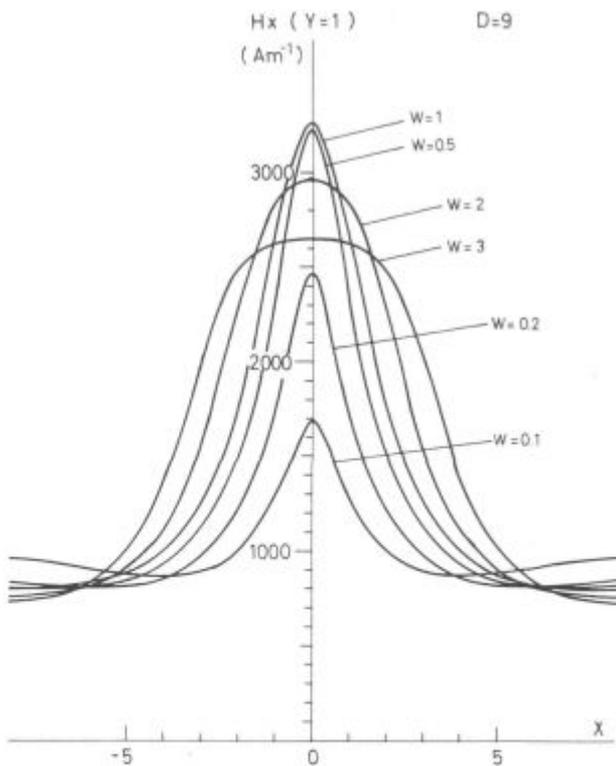
Po teh rezultatih sodeč izgleda, kot da ima dr. F. Förster prav, ko trdi, da je komponenta  $H_y$  sorazmerna globini razpoke in da je praktično neodvisna od njene širine. Tudi njegove trditve v zvezi z vplivom različne oddaljenosti  $y$  na porazdelitev  $H_x(x)$  smo preverili in potrdili.

Predstavljamo si, da magnetni pretok ne more predreti stene razpoke in da se mora razpoki izogniti. Zato mora steči deloma iz materiala ven, deloma pa se mora zgostiti v samem materialu pod razpoko. To je tudi mogoče verjeti. V takšni poenostavljeni sliki lahko širino napake zanemarimo.

S slike 3 pa lahko nadalje sklepamo, da doseže komponenta  $H_y$  svojo maksimalno vrednost prav nad točko 6 po sliki 2 in spremeni svoj predznak, ko prečkamo razpoko. Predpostavljajmo, da je razpoka izredno ozka. V skladu z rezultati, ki smo jih že omenili, bi morala biti komponenta  $H_y$  sorazmerna z globino in bi morala na izredno kratki razdalji, ki je enaka širini razpoke, spremeniti svojo smer (!).

Spremenili smo mrežno razdaljo v smeri osi  $x$  in izračunali polje ob napakah enake globine ( $D=9$ ) pri različnih širinah ( $w=0.5, w=0.2, w=0.1$ ). Rezultati so prikazani na sliki 6. Očitno se potek odvisnosti  $H_y(x)$  pri  $y=1$  močno spreminja s širino razpoke. Tako je na primer signal  $H_{y, \text{maks}}$  precej manjši pri  $w/D=1/90$  kot pri  $w/D=1/9$ .

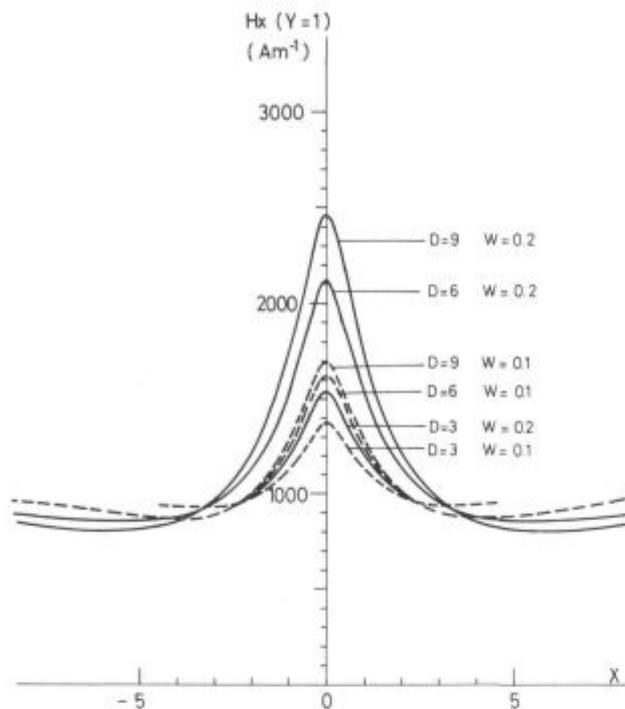
Slika 7 prikazuje  $H_x(x)$  pri  $y=1$  in pri  $D=9$  za primere  $w=3, w=2, w=1, w=0.5, w=0.2$  in  $w=0.1$ . Tudi ta komponenta magnetnega polja se močno spreminja s širino špranje.



Slika 7

Tangencialna komponenta  $H_x(x)$  v odvisnosti od širine razpoke.

Fig. 7  
Tangential component  $H_x(x)$  as a function of width of the crack.



Slika 8  
Tangencialna komponenta  $H_x(x)$  za ekstremne primere.  
Fig. 8  
Tangential component  $H_x(x)$  for the extreme cases.

Izbrali smo si tudi tri primere pri  $w = 0.2$  in  $0.1$  in sicer  $D = 9$ ,  $D = 6$  in  $D = 3$ , da bi videli, če je  $H_x - H_0$  sorazmerno z  $D$ . Na sliki 8 se lepo vidi, da takšne sorazmernosti ni. Tudi maksimalne vrednosti komponente  $H_y$ , izračunane pri  $y = 1$  za različne globine ( $D = 3, 6, 9$ ), se močno spreminjajo s širino razpoke (slika 9).

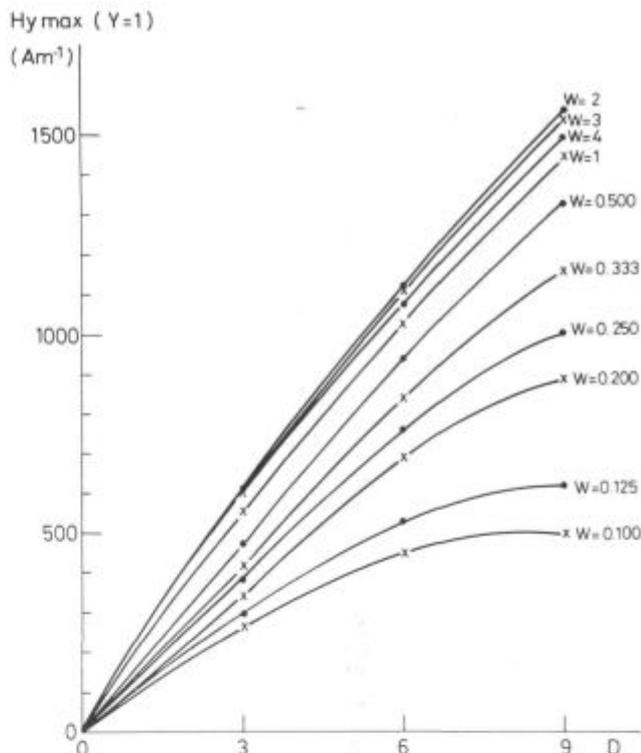
## ZAKLJUČEK

Natančen potek izračunavanja enosmernega magnetnega polja v feromagnetnem materialu bo objavljen kasneje. Rezultati, ki smo jih že omenili, pa kažejo zanimive ugotovitve:

1. Če je razmerje  $D/w \leq 10$ , je mogoče reči, da je magnetno polje  $H_{y, \max}$  pri  $y = 1$  sorazmerno z globino razpoke in ni odvisno od njene širine. Tudi maksimum izraza  $H_x - H_0$  pri določeni širini je sorazmeren le globini razpoke.

2. Če je razmerje  $D/w > 10$ , pa postaneta obe komponenti  $H_y$  in  $H_x$  dosti manjši in nista več proporcionalni globini napake. V teh primerih je treba upoštevati tudi širino razpoke.

3. Neporušne preiskavne metode s sipanimi polji imajo svoje omejitve. Merilni aparat naj bi dal tudi informacijo o širini »pulza«  $H_x(x)$ . Pod določeno mejno širino tega »pulza« v smeri osi  $x$ , ki je določena z ma-



Slika 9  
Maksimalna vrednost  $H_y$  v odvisnosti od globine razpoke.  
Fig. 9  
Maximal value of  $H_y$  as a function of depth of the crack.

gnetno poljsko jakostjo  $H_0$  in z lastnostmi feromagnetnega materiala, je mogoče izračunati tudi širino napake. Seveda je pa pri tem za izjemno tanke razpoke ta metoda precej manj občutljiva.

Potrebno bo pa še dosti praktičnega dela, da bi te matematične rezultate tudi praktično dokazali in tudi določili praktične omejitve same metode.

## Literatura

1. V. Lord, J. H. Hvang: Defect Characterization from Magnetic Leakage Fields, British Journal of NDT, January 1977, pp 14-18
2. G. Dobmann, G. Walle: New Set-ups for Mathematical-Numerical Solutions of Magnetic Leakage Flux Testing With D. C. and A. C. Mode in the FRG, 10<sup>th</sup> WCNDT, Moskva, 1982, paper 1C-5
3. F. Förster: Neue Erkenntnisse auf dem Gebiet der zerstörungsfreien Prüfung mit magnetischem Streufluss, 3<sup>rd</sup> European Conference on NDT, Firenze 15-18 oktobra 1984, stran 287-303
4. K. J. Binns, P. J. Lawrenson: Analysis and Computation of Electric and Magnetic Field Problems, Pergamon Press, Oxford

## ZUSAMMENFASSUNG

Die Forschungen des magnetischen Streuflussverfahrens in ferromagnetischen Materialien haben zu zwei gegensätzlichen Schlussfolgerungen geführt.

Dr. F. Förster behauptet nämlich, dass das Signal, das normalerweise bei dem Streuflussverfahren gemessen wird, nur von der Tiefe des Risses abhängig ist. Prof. V. Lord und dr. G. Dobmann behaupten aber, dass die Grösse des Signals auch durch die Breite des Risses beeinflusst ist. Dr. Dobmann hat die Magnetfeldverteilung ausgerechnet mit der Methode der endlichen Elemente, während dr. Förster diese Felder gemessen hat.

Im Artikel ist das gleiche Problem mit der Methode der endlichen Differenzen gelöst worden. Es hat sich gezeigt, dass dr. Förster recht hat, wenn es sich um einen Riss handelt, wo das Verhältniss der Risttiefe gegen der Breite kleiner oder gleich 10 ist. Wenn es aber um engere Risse geht, die in der Praxis in der Mehrheit sind und die von dr. Förster nicht praktisch geprüft werden konnten, dann wird auch die Breite ein sehr wichtiger Einflussfaktor.

In jedem Fall sind auch die von dr. Dobmann veröffentlichte Resultate falsch.

## SUMMARY

The investigations of the magnetic leakage fields due to the defect in the ferromagnetic material lead to two contradictory statements.

Dr. F. Förster namely says that the signal, that is usually measured with the magnetic leakage fields, depends only on the depth of the crack. Prof. V. Lord and dr. G. Dobmann are saying however that also the width of the defect influences the magnitude of the signal. Dr. Dobmann calculated the distribution of the d. c. magnetic field by the method of finite elements, while dr. Förster measured the stray fields.

In the article the same problem is solved by the method of finite differences. It has been shown that dr. Förster is right, when the ratio depth against width of the crack is smaller than or equal to 10. However with the tighter cracks, that are prevailing in the practical work and that could not be experimentally proved by dr. Förster, also the width becomes a very important factor. In any case, however, the results published by dr. Dobmann are wrong.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При исследовании рассеяния магнитного поля на ошибки в ферромагнитном материале оказались два противоположных утверждения. Др. Ф. Ферстер утверждает, что сигнал, которого мы обыкновенно измеряем при рассеивании магнитного поля зависит лишь от глубины трещины. Проф. В. Лорд и Др. Г. Добманн же в свою очередь утверждают, что на величину сигнала влияет также и ширина трещины. Др. Добманн вычислил распределение одностороннего магнитного поля методом конечных элементов, Др. Ферстер же это поле измерил. Этот же самый

вопрос в этой статье разрешён методом конечных разностей. Оказалось, что утверждения Др. Ферстера отвечают определенно, если оно касается трещины при которой отношение глубины против ширины меньше или же равняется 10. Если же трещина уже, что чаще всего случается в практике, и которые Др. Ферстер не мог проверить, то влиятельным фактором является также и ширина. Во всяком случае результаты, которые объявил Др. Добманн ошибочны.