

# Merjenje majhnih navorov v vakuumu

## Measurement of Small Torques in Vacuum

A. Arnšek<sup>1</sup>, A. Čadež, FMF Oddelek za fiziko, Ljubljana

Prejem rokopisa - received: 1995-10-04; sprejem za objavo - accepted for publication: 1995-12-22

Opisana je torzijska tehtnica, s katero merimo majhne napore in jo uporabljamo za merjenje nehomogenosti v gravitacijskem polju. Tehtnica je vpeta v povratno zanko, ki izboljša njene dinamične karakteristike. Na frekvenčnem območju okoli 0,05 Hz je občutljivost instrumenta omejena s termičnim šumom. Na tem frekvenčnem območju je nivo šuma kotnega pospeška okoli  $2 \times 10^{-10} \text{ s}^{-2} \sqrt{\text{Hz}}$ .

**Ključne besede:** torzijska tehtnica, gravimeter

We present a torsion balance with which small torques are measured and which is used for measuring inhomogenities in a gravitational field. The torsion balance is locked in a closed loop, which improves its dynamical characteristics. The sensitivity of the instrument at the frequency range near 0.05 Hz is limited by thermal noise of the oscillator. At this frequency range, the noise level of the angular acceleration is approximately  $2 \times 10^{-10} \text{ s}^{-2} \sqrt{\text{Hz}}$ .

**Key words:** torsion balance, gravimeter

### 1 Uvod

V zadnjem desetletju je razvoj tehnologije omogočil natančna testiranja gravitacijskega zakona na laboratorijskih razdaljah (okoli  $1 \text{ m}$ )<sup>1-9</sup>. Ena od metod za preizkus zakona je merjenje krajevne odvisnosti gravitacijske sile, pri kateri gradient gravitacijskega polja merimo s torzijsko tehtnico<sup>1,2,4,7,8</sup>. Od merilnika - torzijske tehtnice - zahtevamo visoko občutljivost, majhen šum in hiter linearen odziv na zunanje motnje.

V 2. razdelku sta opisana zgradba in delovanje torzijske tehtnice, ki smo jo razvili na Oddelku za fiziko Univerze v Ljubljani. V 3. razdelku so predstavljene meritve dinamičnih karakteristik in občutljivosti instrumenta.

### 2 Torzijska tehtnica

Nehomogenosti (kvadrupolno komponento) v gravitacijskem polju merimo s torzijsko tehtnico ( $m=0,37 \text{ kg}$ ,  $J_{zz}=2 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ ), ki je sestavljena iz lahke aluminijaste prečke in dveh enakih aluminijastih uteži (slika 1). Tehtnica je obešena na volframsko žico ( $2r=0,1 \text{ mm}$ ,  $l=20 \text{ cm}$ , sučnostni koeficient  $D=5,5 \times 10^{-6} \text{ Nm/rad}$ ), ki je pritrjena na aluminijasto ohišje.

Navor gravitacijskega kvadrupolnega polja na tehtnico je premo sorazmeren njenemu kvadrupolnemu momentu ( $Q_{2,2}=\sqrt{15/32\pi} (J_{xx} - J_{yy}) = 1,9 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ ) in je enak:

$$M_g = \frac{8\pi G}{5} c_{2,2} Q_{2,2} \quad (1)$$

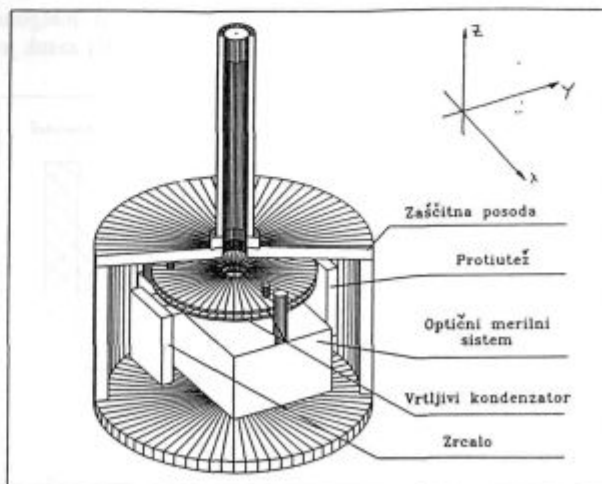
kjer je gravitacijska konstanta  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$ . Pri tem je  $c_{2,2}$  kvadrupolna komponenta gravitacijskega polja, izračunana v težišču tehtnice:

$$c_{2,2} = \int_V \rho(r, \theta, \phi) \frac{Y_{2,2}(\theta, \phi)}{r^3} d^3r, \quad (2)$$

kjer je  $\rho(r, \theta, \phi)$  gostota, ki opisuje porazdelitev mase okoli tehtnice in  $Y_{2,2}(\theta, \phi)$  normirana krogelna funkcija  $l = 2$ ,  $m = 2$ .

Poleg kvadrupolnega in višjih multipolnih momentov gravitacijskega polja delujejo na tehtnico tudi druga polja s parazitskimi navori. To so npr. zunanje magnetno polje, zračni tokovi v zaščitni posodi, relaksacije mehanskih napetosti v nosilni žici itd.

Pomemben parazitski navor, ki povzroča šum, izvira v relaksaciji mehanskih napetosti v nosilni žici. Volframska žica je industrijsko obdelana tako, da je žilava. Navita je v kolot, kjer se sčasoma prilagodi novi obliki in v njej zamrznejo mehanske



Slika 1: Torzijska tehtnica  
Figure 1: Torsion balance

<sup>1</sup> Mag. Aleš ARNŠEK  
Univerza v Ljubljani FMF Oddelek za fiziko  
1000 Ljubljana, Jadranska 19

napetosti. Pri ponovni deformaciji ob vpetju tehtnice se napetosti počasi sproščajo. Pri tem se žica odvíja in povzroča slučajni navor na tehtnico. Pojav opazimo kot lezenje (drift) mirovne lege. Pri enaki kvaliteti materiala je lezenje intenzivnejše, če je nosilna žica debela, saj je v tem primeru navor sproščenih napetosti večji.

Lastnosti nosilne žice izboljšamo s predhodnim popuščanjem mehanskih napetosti. To storimo z natezno obremenitvijo segrete žice<sup>10</sup>. Sproščanje mehanskih napetosti je najhitrejše blizu temperature 1200 K, kjer v volframu pride do rekristalizacije. Nad to temperaturo žice ne pregreveno, saj postane krhka in za vpetje tehtnice neuporabna. V instrumentu uporabljamo žico, ki je bila 12 ur natezno obremenjena s silo 3 N pri tlaku okoli  $10^{-4}$  mbar in je imela temperaturo okoli 1190 K. (Žico smo grelji z električnim tokom in njeno temperaturo modelsko ocenili iz toplotne prevodnosti, električne upornosti in sevalnih lastnosti volframa<sup>11</sup>.)

Izvir parazitskega navora so tudi zračni tokovi v instrumentu, ki jih poganjajo temperaturni gradienti in zaščitni posodi. Pri normalnem zračnem tlaku so zračni tokovi moteči že v primeru, ko fluktuacije v hitrosti zraka presežejo  $0,4 \mu\text{m s}^{-1}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Parazitskega navora zaradi zračnih tokov se znebimo z vakuumskim črpanjem instrumenta. Pri tlaku okoli  $10^{-3}$  mbar postane prosta pot molekul večja, kot je velikost posode, in zračni tokovi ne morejo teči.

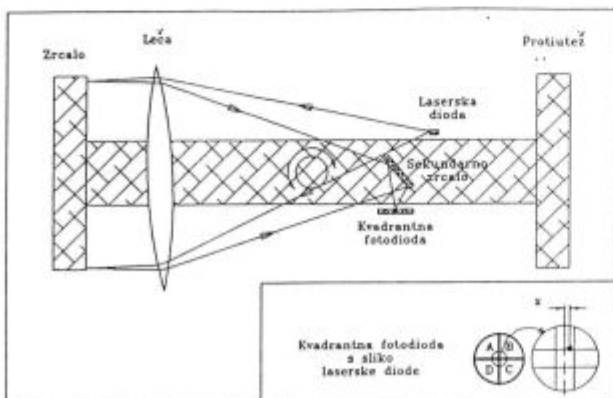
Spremembe v zunanjem magnetnem polju so možen izvir parazitskega navora. Tehtnica je narejena iz aluminija, ki ima v kemijsko čisti obliki magnetno susceptibilnost  $\chi_m = 2,5 \times 10^{-5}$ . Pokazalo se je, da aluminij, iz katerega je narejena tehtnica, ni popolnoma čist in ima feromagnetne primese. Izmerjena občutljivost tehtnice na zunanje magnetno polje je:

$$\frac{M_{\text{mag}}}{B} = 2 \times 10^{-11} \text{ Nm}/\mu\text{T}. \quad (3)$$

V magnetno mirnem okolju so pri frekvencah, kjer opravljamo meritve (nekaj stotink Hz), fluktuacije v magnetnem polju okoli  $1\text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$ , kar pomeni, da je spektralna gostota magnetnega šuma v navoru okoli  $2 \times 10^{-14} \text{ Nm}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

Zasuke torzijske tehtnice merimo optično (slika 2). Laserska dioda sveti skozi lečo na eno od uteži, ki je natančno brušena in nam rabi kot zrcalo. Svetloba se na zrcalu odbije in po ponovnem prehodu skozi lečo tvori sliko laserske diode na dvojni fotodiodi. Položaj slike in s tem signal na senzorju je odvisen od zasuka tehtnice.

Največji merljiv zasuk je določen s dinamičnim obsegom dvojne fotodiode in je  $1/1280$  rd. Najmanjši merljivi zasuk je



Slika 2: Optično merjenje zasuka  
Figure 2: Optical measuring of angle of rotation

omejen s šumom v senzorju, ki nastane pri detekciji svetlobe in v elektronskih vezjih. Šum elektronskih komponent ni problematičen, saj je v pazljivo izdelanih vezjih manjši kot šum pri detekciji svetlobe. Nasprotno pa šuma pri detekciji svetlobe ne moremo odpraviti, saj je posledica kvantne narave svetlobe. Detekcijski šum je bel in omeji natančnost pri merjenju zasuka tehtnice na  $2,5 \times 10^{-11} \text{ rd}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

Detekcijski šum prevladuje pri frekvencah nad okoli 0,5 Hz, pri frekvencah pod okoli 0,5 Hz prevladujeta lezenje in termični šum. Termični šum v navoru je bel in ima spektralno gostoto<sup>10</sup>

$$M_T = \frac{\sqrt{J_{zz}\omega_0\zeta kT}}{2\pi}, \quad (4)$$

kjer je  $J_{zz}$  vztrajnostni moment tehtnice,  $\omega_0 = \sqrt{D/J_{zz}} = 0,05 \text{ s}^{-1}$  resonančna frekvenca,  $\zeta$  faktor dušenja (pri normalnem tlaku  $\zeta = 0,1$ ),  $k$  Boltzmannova konstanta in  $T$  temperatura. Pri sobni temperaturi je spektralna gostota termičnega šuma  $8 \times 10^{-14} \text{ Nm}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

Zaradi majhnega dinamičnega obsega senzorja zasuka je tehtnica vpeta v povratno zanko, ki gravitacijski navor uravnoteži z elektrostatičnim. Elektrostatični navor na tehtnico generiramo z dvojico vrtljivih kondenzatorjev, katerih ena plošča je pritrjena na ohišje, druga na torzijsko tehtnico. Napetost na dvojici kondenzatorjev in s tem navor na torzijsko tehtnico je odvisna od izmerjenega zasuka tehtnice.

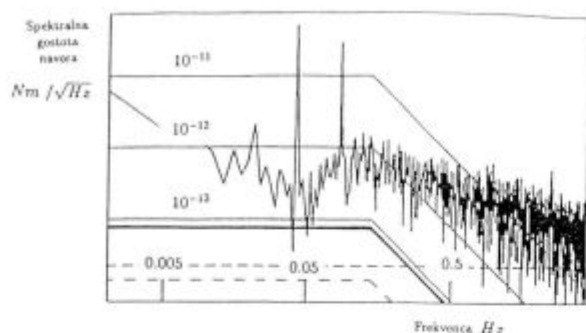
Z elektrostatičnim navorom tehtnico vpemo v povratno zanko, ki mora delovati stabilno. Zahteva po stabilnosti pove<sup>12,13</sup>, kakšni morajo biti parametri povratne zanke oziroma kakšna mora biti zveza med zasukom in elektrostatičnim navorom. Ustrezno odvisnost elektrostatičnega navora od zasuka generiramo s kompenzacijskim ojačevalnikom, ki poleg kompenzacije zunanjih navorov tudi duši nihanja tehtnice.

Z vpetjem nihala v povratno zanko se zmanjša odziv instrumenta in poveča njegov dinamični obseg. Razmerje signala proti šumu ostane enako kot pri prosti tehtnici, saj je v obeh primerih natančnost omejena s termičnim šumom in lezenjem pri zelo nizkih frekvencah. Odziv instrumenta na zunanje napore postane hitrejši, saj se v povratni zanki resonančna frekvenca tehtnice poviša na okoli  $\omega_0' = 0,6 \text{ s}^{-1}$ . S tem se mejna frekvenca, pod katero je odziv instrumenta na zunanje napore linearen, zviša od resonančne frekvence proste tehtnice na resonančno frekvenco vpete tehtnice.

### 3 Meritve in rezultati

Dinamične karakteristike torzijske tehtnice smo merili v Taborski jami pri Grosupljem. Podzemno jamo smo izbrali zato, ker je okolje v jami seizmično in magnetno mirno ter temperaturno stabilno.

Na sliki 3 je prikazan Fourierov spekter značilne meritve. Ker merimo zasuk nihala, se skala za navor pri resonančni frekvenci povratne zanke zlomi. Na sliki so označeni nivoji, ki pripadajo posameznim znanim izvirov šuma: črtkano je označen detekcijski šum, z debelo polno črto termični in črtkano pikčasto magnetni šum. Pri frekvencah nad 0,5 Hz se nivo šuma približuje detekcijskemu, tik pod resonančno frekvenco (okoli 0,05 Hz) je približno enak termičnemu, pri zelo nizkih frekvencah pa prevladuje lezenje. Domnevamo, da je lezenje nastalo zaradi tresenja tal, zračnih tokov v instrumentu (pri meritvi je bil v instrumentu normalni zračni tlak) in zaradi sproščanja preostanka mehanskih napetosti v nosilni žici. Vrhova pri frekvenci tik pod in nad 0,05 Hz pripadata



**Slika 3:** Fourierov spekter značilne meritve  
**Figure 3:** Fourier spectrum of typical measurement

gravitacijskemu kvadrupolnemu in oktupolnemu signalu, ki smo jih generirali z vrtečim se parom masnih kvadrupolov.

Z vakuumskim črpanjem instrumenta zmanjšamo nivo termičnega šuma (zmanjšamo viskozno dušenje) in odpravimo lezenje zaradi zračnih tokov v instrumentu. V vakuumsko izčrpanem instrumentu je pri srednjih in pri visokih frekvencah nivo šuma omejen z detekcijskim šumom.

#### 4 Literatura

- <sup>1</sup> Hoskins J. K. et al.: Experimental test of the gravitational law for mass separation from 2 to 105 cm, *Phys. Rev. D*, 32, 1985, 3084
- <sup>2</sup> Mio N. et al.: Experimental test of the law of gravitation at small distances, *Phys. Rev. D*, 36, 1987, 2321
- <sup>3</sup> Thieberger P.: Search for a Substance-Dependent Force with a New Differential Accelerometer, *Phys. Rev. Lett.*, 58, 1987, 1066
- <sup>4</sup> Speake C. C., Quinn T. J.: Search for a Short-Range, Isospin-Coupling Component of the Fifth Force With use of a Beam Balance, *Phys. Rev. Lett.*, 61, 1988, 1340
- <sup>5</sup> Ander M. E. et al.: Test of Newton's Inverse-Square Law in the Greenland Ice Cap, *Phys. Rev. Lett.*, 62, 1989, 985
- <sup>6</sup> Bizzeti P. G. et al.: Search for a Composition-Dependent Fifth Force, *Phys. Rev. Lett.*, 62, 1989, 2901
- <sup>7</sup> Bennett Wm. R.: Modulated-Source Eötvös Experiment at Little Goose Lock, *Phys. Rev. Lett.*, 62, 1989, 365
- <sup>8</sup> Stubbs C. W. et al.: Limits on Composition-Dependent Interactions Using a Laboratory Source: Is there 'Fifth Force' Coupled to Isospin?, *Phys. Rev. Lett.*, 62, 1989, 609
- <sup>9</sup> Speake C. C. et al.: Test of the Inverse-Square Law of Gravitation Using the 300-m Tower at Erie, Colorado, *Phys. Rev. Lett.*, 65, 1990, 1967
- <sup>10</sup> Braginsky V. B., Manukin A. B.: *Measurement of Weak forces in Physics Experiments*, The University of Chicago Press, Chicago, 1977
- <sup>11</sup> Weast R. C.: *Handbook of Chemistry and Physics*, 1<sup>st</sup> Student Edition, CRC Press Inc., Boca Raton, Florida, 1988
- <sup>12</sup> Doebelin E. O.: *Measurement Systems*, McGraw-Hill Book Company, Singapore, 1983
- <sup>13</sup> Stengel R. F.: *Stochastic Optimal Control: Theory and Application*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1986