

*Dr. Alenka Lipovec*  
*Dr. Irena Kosi Ulbl*

## Interesna dejavnost s področja matematike v različnih šolskih okoljih

Kratki znanstveni članek  
UDK 51:37

### POVZETEK

V prispevku predstavljamo model za vodenje interesne dejavnosti s področja matematike in analiziramo udeležence in relacije med njimi. Posebna pozornost je namenjena izpeljavi modela na področju matematike razredne stopnje. Empirični podatki potrjujejo domnevo, da model pozitivno vpliva na dvig matematičnih dosežkov učencev tudi na področju kurikularno predpisane matematike. Dodatno je bilo ugotovljeno, da program deluje v različnih okoljih in da učinek ni bistveno odvisen od tipa udeležencev ali učnega okolja.

**Ključne besede:** interesne dejavnosti, bodoči učitelji, razredni pouk, pouk matematike

## Math Club in Different School Settings

### ABSTRACT

The article presents a model for conducting math clubs at the primary school level and analyses the pupils who are involved and the relationship between them. Special attention is given to the application of a proposed model for learning mathematical concepts in the lower grades of primary school. The results of our research confirm the hypothesis that math club programs improve pupils' grades during their regular math classes. Additionally, it was confirmed that math club programs work in different school settings and do not depend on the type of pupils involved or the school environment.

**Key words:** math club activities, teachers in training, lower grades of primary school, mathematics classes

### Uvod

Pomen interesnih dejavnosti z vseh področij, torej tudi s področja matematike na nižjih stopnjah izobraževanja, je v didaktični literaturi večkrat obravnavan. Interesne dejavnosti pozitivno vplivajo na prepričanja in odnos do šolskih predmetov (Papanastasiou in Bottiger, 2004). Dodatni čas, ki ga učenci preživijo na npr. matematičnem krožku, je povezan z višjimi dosežki znotraj klasičnih šolskih ur,

pomaga jim lahko tudi pri premagovanju šibkih točk, za katere je morda zmanjkalo časa pri pouku (Miller, 2001). Oblika dela v krožkih spodbuja sodelovalno učenje, ki spodbuja kritično razmišljanje in razvoj lastnih strategij (Mueller in Fleming, 2001). Znano je, da imajo sposobnejši učenci, ki se običajno vključujejo v interesne dejavnosti, boljše samopodobo pri matematiki in bolj realna prepričanja o matematični kompetenci kot starejši učenci, dijaki in študenti nematematičnih smeri (Pajares in Graham, 1999). Razen tega je vzročno-posledična povezava med prepričaji in odnosi ter dosežki pri teh učencih vedno usmerjena od afektivnih h kognitivnim dejavnikom (Ma in Xu, 2004).

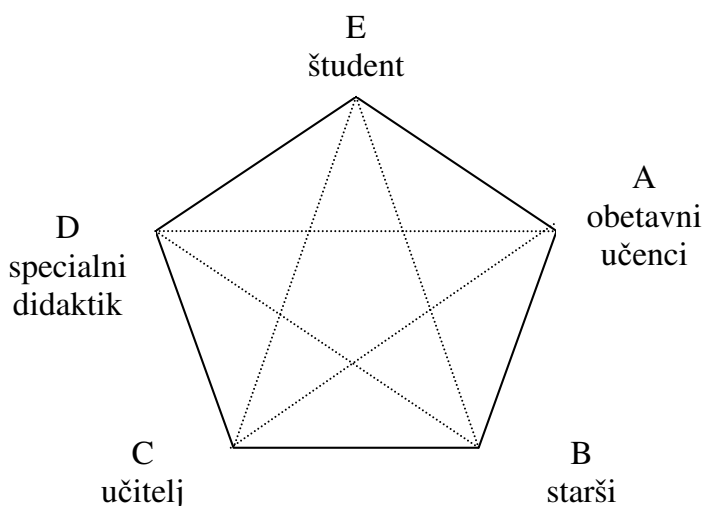
Model izvajanja in evalviranja interesne dejavnosti s področja matematike na razredni stopnji v slovenskem šolskem prostoru po naših podatkih še ni razvit. Osnovni namen pričujočega prispevka je torej predstaviti model in delno evalvacijo delovanja modela. Analizirani bodo vpliv vključevanja učencev na njihove matematične dosežke in vpliv šolskega okolja na delovanje modela.

## Metodologija

### Opis modela

Na Pedagoški fakulteti v Mariboru smo razvili model dela v interesnih dejavnostih, ki omogoča bogato interaktivno okolje med glavnimi dejavniki osnovnošolske scene. Osnovni cilj modela, imenovanega Didaktični petkotnik, je razvijanje logičnega in ustvarjalnega razmišljanja ter spodbujanje pozitivnega odnosa do matematike. Ime programa izhaja iz petih glavnih udeležencev učnega procesa na razredni stopnji skupaj z visokošolsko sfero in relacij med njimi, kar prikazuje slika 1.

Slika 1: Struktura Didaktičnega petkotnika



Z zaporednimi črkami abecede označimo udeležence, tj. točka A označuje matematično sposobnejše učence, B njihove starše, C razredne učitelje, D didaktike matematike, ki študente usmerjajo, in E študente, ki vodijo aktivnosti krožka. Petkotnik je definiran z 10 relacijami, ki predstavljajo stranice in diagonale petkotnika. Edina relacija, ki ni realizirana v neposrednem stiku, je relacija AD, kajti didaktik ni neposredno vključen v učni proces, ampak samo posredno usmerja študenta pri delu. Vse ostale relacije učinkujejo v neposrednem skupnem delu. Študenti delajo z učenci (relacija AE) enkrat na teden skozi vse šolsko leto v obliki interesne dejavnosti. Učenci in njihovi starši (relacija AB) sodelujejo, ko skupaj raziskujejo na krožku predstavljeni problem. Problemi so v skladu s sprejetimi načini reševanja problemov vedno najprej predstavljeni, nato se učenci skupaj s starši nekaj časa posvečajo razumevanju problema. Ob naslednjem srečanju učenci predstavijo svoje rešitve, jih analizirajo in poskušajo najti optimalno(e) rešitev(e). Relaciji AC in BC sta realizirani skozi redni šolski proces. Študenti in starši (relacija BE) se srečujejo na neformalen in formalen način. Ker delo poteka v majhnih skupinah (5–7 otrok), so srečanja pogosta in omogočajo takojšnje povratne informacije. Didaktiki in starši (relacija BD) se srečujejo na bolj formalen način, ob predavanjih, skozi katera starše ozaveščamo o načelih pouka matematike in smernicah za delo s sposobnejšimi otroki, prav tako pa poskušamo preprečiti transmittivne metode poučevanja, ki bi lahko nastopile v domačem okolju. Razredni učitelji in študenti (relacija CE) se srečujejo enkrat na teden in se dogovorijo o programu dela za naslednji teden. Glavna vloga razrednih učiteljev je izbiranje učencev, študentom pa tudi svetujejo in jih opozarjajo na posebnosti sodelujočih učencev. Razredni učitelji in didaktiki (relacija CD) sodelujejo na sestankih s starši, komunikacija med tema dvema udeležencema pa poteka tudi z uporabo e-pošte in drugih sredstev. Relacija DE med študenti in didaktiki je izvedena skozi redni in izbirni del programa za izobraževanje učiteljev.

Vsebina osnovnošolske matematike se prepleta z vsebinami didaktike matematike za bodoče učitelje. Učenci se učijo matematiko, študenti pa se učijo podajanja vsebin in prevzemajo prepričanja o matematiki, ki jih imajo mlajši matematično sposobnejši učenci. Pravzaprav smo poskušali doseči, da bi se bodoči učitelji na nek način »učili« od učencev ali vsaj začeli zaznavati lastna prepričanja o matematiki in odnos do matematike.

Aktivnosti znotraj krožka tečejo po predpisanem programu, ki vsebuje reševanje odprtih problemov z uporabo ponazoril, pri čemer večkrat vključujemo naloge rekreativne matematike. Tipična naloga je starodaven problem o volku, kozi in zelju: *Neki mož je moral prepeljati čez reko volka, kozo in zeljnato glavo. V čolnu je bilo prostora samo za moža, ob njem pa še za kozo, zelje ali volka. Toda če mož pusti volka s kozo, bo volk kozo pojedel; če pusti kozo z zeljem, bo koza pojedla zelje; če je prisoten mož, pa seveda ne bo nihče nikogar ali ničesar pojedel. Mož se je vendarle posrečilo prepeljati čez reko volka, kozo in zelje. Kako je to naredil?*

## Opis izvedbe raziskave

Učinkovitost modela smo evalvirali z longitudinalno raziskavo. Instrumentarij sta predstavljala dva zvezka mednarodne raziskave TIMSS 2003. Podatki so bili v kvalitativni in kvantitativni obliki, obdelali pa smo jih s programskim paketom SPSS 15.0. Vzorec raziskave je predstavljalo 68 otrok, od tega 32 deklic in 36 dečkov. Šolo A je zastopalo 26 učencev, šolo B 13 učencev, šolo C 14 in šolo D 15 učencev.

Merili smo dosežke na tradicionalnih, kurikularno pogojenih nalogah. Predpostavili smo, da se bo razvoj ustvarjalnosti in fleksibilnega razmišljanja odražal tudi na tem področju. Glavni del raziskave je bil namenjen ugotavljanju in analiziranju razlik med izhodiščnim stanjem (matematično znanje in sposobnosti otrok ob začetku obiskovanja matematičnega krožka) in stanjem ob koncu raziskave (matematično znanje in sposobnosti otrok po približno 20 polurnih srečanjih). Pri tem smo analizirali napredek otrok na različnih področjih: primerjava uspešnosti reševanja pri posameznih nalogah in pri skupinah nalog z različnimi kognitivnimi področji, z različnimi mejniki znanja in z različnimi vsebinskimi področji.

Raziskavo smo izvedli v dveh delih: v novembru 2005 in v maju 2006. V vmesnem obdobju so imeli učenci približno dvajset polurnih srečanj pri matematičnem krožku. Didaktični petkotnik poteka štiri leta na devetih različnih šolah v Sloveniji. Predstavljeni model bi se namreč lahko različno odzival v različnih šolskih okoljih, lahko bi bil odvisen od »kvalitete« udeležencev in učne kulture šole. Zato smo izbrali različne šole in s tem posledično vplivali na različne udeležence. Za analizo smo izbrali štiri osnovne šole (v prispevku so označene kot šole A, B, C, D), ki so predstavljale različne tipe šol (stratum, število učencev, velikost razredov, vključenost etničnih skupin, učiteljski kader ...). Šola A je velika mestna šola, znana tudi kot t. i. »elitna šola«, učiteljski kader je visoko usposobljen, učenci motivirani, z močno podporo družine. Šola B je srednje velika mestna šola, ki bi jo lahko označili kot »povprečno«. Šola C je srednje velika mestna šola z visokim deležem otrok s posebnimi potrebami in visoko vključenostjo romske populacije ter posledično majhnimi oddelki. Šola D je manjša podeželska šola.

## Rezultati

Inicialni test, pri katerem smo uporabili naloge iz zvezka M03, smo izvedli ob začetku matematičnega krožka. Uspešnost reševanja nalog je bila 68-odstotna s standardno deviacijo  $\sigma = 19\%$ . Pri drugem testu ob koncu srečanj pri matematičnem krožku smo uporabili naloge iz zvezka M01. Uspešnost reševanja nalog se je tokrat dvignila na 80 %,  $\sigma = 23\%$ , kar je razveseljujoč rezultat, ki kaže, da je bilo delo pri krožku dobro zastavljeno. Tabela 1 prikazuje povprečja uspešnosti reševanja nalog po posameznih šolah in po razredih.

*Tabela 1: Uspešnost pri obeh preizkusih znanja glede na šole in glede na razrede*

Šola	Inicialni preizkus	Finalni preizkus
A	67 % ± 25 %	72 % ± 25 %
B	65 % ± 15 %	72 % ± 25 %
C	73 % ± 21 %	73 % ± 28 %
D	67 % ± 20 %	83 % ± 26 %

Razred	Inicialni preizkus	Finalni preizkus
3.	56 % ± 21 %	60 % ± 16 %
4.	68 % ± 19 %	77 % ± 14 %
5.	81 % ± 18 %	87 % ± 6 %

V raziskavi nas je zanimala tudi uspešnost reševanja nalog glede na različna področja (vsebinska, kognitivna, zahtevnostna). Podatke prikazuje tabela 2. Najprej smo uspešnost reševanja primerjali po področjih, ki jih označujejo različni mejniki znanja (nivoji težavnosti nalog). V raziskavi TIMSS 2003 so postavljeni naslednji mejniki znanja: nižji, srednji in visoki. Na nižjem mejniku znanja se je uspešnost reševanja dvignila s 75 % na 93 %, na srednjem s 76 % na 87 %, na visokem z 62 % na 64 %. Zanimalo nas je, ali so te razlike tudi statistično pomembne. Za bivariantno analizo smo izbrali t-test. Izračunane vrednosti t-statistike kažejo statistično pomembne razlike v izboljšanju reševanja nalog na nižjem nivoju ( $t = -5,515$ ,  $m = 72$ ,  $p = 0,000$ ) in srednjem nivoju ( $t = -3,446$ ,  $m = 71$ ,  $p = 0,001$ ).

Tabela 2: Uspešnost pri obeh preizkusih znanja glede na kognitivna in vsebinska področja ter glede na mejnike znanja

Uspešnost reševanja nalog po področjih v %

	Kognitivno			Vsebinsko		
	Reševanje rutinskih problemov	Uporaba pojmov	Poznavanje dejstev in postopkov	Podatki	Merjenje	Cela števila
Inicialni preizkus	53	92	66	87	38	72
Finalni preizkus	86	77	64	99	76	80

Mejniki znanja				
	Nižji	Srednji	Visoki	Najvišji
Inicialni preizkus	75	76	62	52
Finalni preizkus	93	87	64	35
	$t = -5,515, m = 72, p = 0,000$		$t = -3,446, m = 71, p = 0,001$	

V zadnjem delu raziskave nas je zanimala še razdelitev nalog po vsebinskih področjih. V raziskavi TIMSS 2003 so vse uporabljene naloge za 4. razred devetletne osnovne šole. Razdelitev nalog nam je omogočala pregled rezultatov na področjih podatkov, merjenja in celih števil. Na področju podatkov se je uspešnost dvignila s 87 % na 99 %, na področju merjenja z 38 % na 76 % in na področju celih števil z 72 % na 80 %. Izračunani statistični parametri kažejo, da na nobenem vsebinskem področju ni statistično pomembnih razlik med uspešnostjo reševanja nalog na prvem in drugem testu na nivoju  $p = 0,05$ , opazili pa smo trend izboljšanja na podpodročju »cela števila« (Kullbackov preizkus  $2\uparrow = 28,128, m = 20, p = 0,10$ ) in na podpodročju »merjenje« (Kullbackov preizkus  $2\uparrow = 7,758, m = 4, p = 0,10$ ). Z navedenimi ugotovitvami smo zadovoljni, saj učenci na matematičnem krožku niso reševali klasičnih nalog, povezanih s kurikulumom.

## Diskusija

Pri primerjavi rezultatov prvega in drugega testiranja nas je presenetil velik porast uspešnosti reševanja nalog šole D. Na tak rezultat je morda vplivalo dejstvo, da na tej šoli pri testiranju niso sodelovali tretji razredi, izbor nalog pri drugem testu pa je bil takšen, da v primerjavi s prvim testom v večji meri ni pokrival vsebin, ki so po učnem načrtu razporejene v tretji razred, ampak v višje razrede. Zanimiva je tudi ugotovitev, da pri šoli C, ki je bila najuspešnejša na začetku izvajanja matematičnega krožka, ni dviga uspešnosti reševanja nalog. Uspešnost reševanja nalog po razredih je pričakovana. Razveseljuje nas podatek, da se je uspešnost reševanja nalog v tretjem razredu dvignila za 4 %. Izbor nalog v testih namreč najbolj sovpada z razporeditvijo matematičnih vsebin, ki jih po učnem načrtu obravnavamo v četrtem razredu. Tako je po našem mnenju napredek v tretjem razredu v veliki meri posledica načrtovanih aktivnosti v krožku – spodbujanje divergentnega mišljenja in uporabe problemskega znanja, kar je učencem omogočilo, da so se dobro znašli tudi pri nalogah s področij, ki jih še niso obravnavali pri rednem pouku.

Glede na zbrane podatke ugotavljamo velik porast uspešnosti reševanja nalog na kognitivnem področju »rutinski problemi«. Kljub temu da je k izboljšanju pripomoglo tudi nekaj mesecev obravnave matematičnih vsebin v okviru rednega pouka, menimo, da so aktivnosti, zastavljene pri delu matematičnega krožka, pozitivno vplivale na uspešno reševanje nalog, ki sodijo v področje rutinskih problemov. To spoznanje nas razveseljuje, saj se utegne zgoditi, da preveliko poudarjanje problemske obravnave vsebin povzroča primanjkljaje na področju klasičnega šolskega znanja (Orton in Frobisher, 1996). Upad uspešnosti reševanja na področju »uporaba pojmov« nas je presenetil. Slabše reševanje nalog na tem področju pri drugem testu lahko morda pripišemo dejstvu, da učenci tretjih razredov v času reševanja nalog še niso obravnavali zapisa števil z ulomki. Rezultati kažejo, da je bila uspešnost reševanja nalog na kognitivnem področju »poznavanje dejstev in postopkov« približno enaka na obeh testih. Tudi ta ugotovitev ni razveseljujoča, saj bi k izboljšanju reševanja nalog razen aktivnosti na matematičnem krožku morala prispevati tudi obravnavana snov pri rednem pouku.

Kljub temu da smo z aktivnostmi pri matematičnem krožku razvijali predvsem divergentno in logično mišljenje, višje miselne procese ter oblikovanje določenih strategij reševanja problemov, nismo opazili bistvenega izboljšanja reševanja nalog na visokem mejniku znanja. Menimo, da bi bila uspešnost reševanja nalog na višjem zahtevnostnem nivoju večja, če bi učenci obiskovali matematični krožek dalj časa (med obema testoma je bilo približno 20 polurnih srečanj), saj bi bil pozitiven učinek zastavljenega dela v daljšem časovnem obdobju večji.

Rezultati kažejo, da je Didaktični petkotnik razmeroma učinkovit na razvoju kognitivnih sposobnosti ne glede na šolsko okolje, v katerem deluje. Kljub temu da je bilo učno okolje predvidoma različno, da so učence poučevali različni študenti, da je bilo družinsko okolje različno, je model učinkovito deloval v vseh okoljih.

Omenimo še, da so učenci, ki sodelujejo v krožku, za približno 8 % presegli dosežke celotne slovenske primerljive populacije učencev. Statistično pomembne razlike smo našli na višjem mednarodnem mejniku znanja in na kognitivnem področju reševanja problemov. Evalvacija programa je pokazala tudi pozitiven vpliv programa na področju razvijanja ustvarjalnih sposobnosti učencev (Lipovec in Bezgovšek, 2006). Deloma obdelani podatki kažejo tudi na pozitiven učinek na kompetence bodočih učiteljev.

Didaktični petkotnik se je z vseh do sedaj raziskanih vidikov pokazal kot primer dobre prakse in je zato po našem mnenju uporaben kot model za izvajanje interesnih dejavnosti s področja matematike v rednem izobraževalnem procesu prvih dveh triletij osnovne šole.

## LITERATURA

- Lipovec, A. in Bezgovšek, H. (2006). The didactic pentagon: students-teachers-parents-pre-service teachers-teacher educators. *Department of mathematics report series, 14*, 85–88.
- Ma, X. in Xu, J. (2004). Determining the Causal Ordering between Attitude toward Mathematics and Achievement in Mathematics. *American Journal of Education, 110* (3), 256–280.
- Miller, B. (2001). The promise of after-school programs. *Educational Leadership, 58* (7), 6–12.
- Mueller, A. in Fleming, T. (2001). Cooperative learning: listening to how children work at school. *The Journal of Educational Research, 94* (5), 259–265.
- Orton, A. in Frobisher, L. (1996). *Insights into Teaching Mathematics*. London: Cassell.
- Pajares, F. in Graham, L. (1999). Self-Efficacy, Motivation Constructs, and Mathematics Performance of Entering Middle School Students. *Contemporary Educational Psychology, 24* (2), 124–139.
- Papanastasiou, E. C. in Bottiger, L. (2004). Math clubs and their potentials: making mathematics fun and exciting. A case study of a math club. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 35* (2), 159–171.

Elektronski naslov: alenka.lipovec@uni-mb.si  
irena.kosi@uni-mb.si

Založniški odbor je prispevek prejel 5. 6. 2008.