Matematika v šoli, št. 1., letnik 25, 2019

Alternativni algoritmi pisnega množenja

Iza Javornik, dipl. prof. raz. pouka,
študentka 1. letnika 2. stopnje na Pedagoški fakulteti Univerze v Mariboru, smer Razredni pouk,

asist. Manja Podgoršek Mesarec, mag. prof. raz. pouka
Rektorat Univerze v Mariboru in Osnovna šola Hruševec Šentjur in

izr. prof. dr. Alenka Lipovec
Pedagoška fakulteta Univerze v Mariboru

Izvleček

Aritmetika in algebra sta eno pomembnejših področij, s katerimi se učenci srečujejo že v prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju. Del tega področja so tudi računske operacije, med katere spada množenje. Množenje je opredeljeno kot ključna spretnost za reševanje matematičnih problemov, gradnjo trdnih temeljev proporcionalne vzorčnosti, algebraičnega mišljenja in zahtevnejše matematike. S pisnim množenjem dvomestnih števil se učenci srečajo v 5. razredu osnovne šole. V slovenskih osnovnih šolah je prisoten klasični algoritem pisnega množenja, ki že vrsto let učencem predstavlja trn v peti. Največja težava klasičnega pisnega algoritma je zanemarjanje mestnovrednostnega koncepta števil in »zastarelost algoritma« (Van de Wall, 2011). Algoritmi množenja, kot jih opredelita Jazby in Pearn (2015), problem množenja razdelijo v serijo kognitivno manj zahtevnih delov. Poznanih je kar nekaj algoritmov, ki so primerni za uporabo v osnovni šoli in učencu olajšajo razumevanje in predstavo o številih. V članku so predstavljeni različni alternativni algoritmi (prstni algoritem, pravokotni algoritem, mrežni algoritem, linijski algoritem), ki so v pomoč učencem pri razumevanju in jih lahko s primerno razlago uporabljamo tudi kot alternativo klasičnemu algoritmu pisnega množenja.

Ključne besede: pisno množenje, algoritem, alternativni algoritem, mestnovrednostni koncept

Alternative Written Multiplication Algorithms

Abstract

In arithmetic and algebra, two of the more important subjects of the first education period, students learn to perform, among other things, arithmetic operations, including multiplication. Multiplication is defined as a key skill for solving mathematical problems, building solid foundations for proportional sampling, algebraic thinking and more complex mathematics. Students' first encounter with the concept of traditional multiplication algorithm of two digit numbers in the fifth grade. Slovenian primary schools teach the traditional algorithm, which has, over the years, proven to be a thorn in students' side. The main problem in teaching the traditional multiplication is that it neglects the concept of place value and that it is »outdated« (Van de Wall, 2011). Multiplication algorithms defined by Jazby and Pearn (2015) break the multiplication problem down into a series of less demanding parts. There are a number of algorithms that can be used in primary school to facilitate students' understanding of numbers and make this concept easier to learn. The article introduces different alternative algorithms (hand multiplication, area model, lattice multiplication, line multiplication) that help students understand multiplication and that can be used, along with a proper explanation, as alternatives to the traditional multiplication algorithm.

Keywords: traditional multiplication, algorithm, alternative algorithm, concept of place value

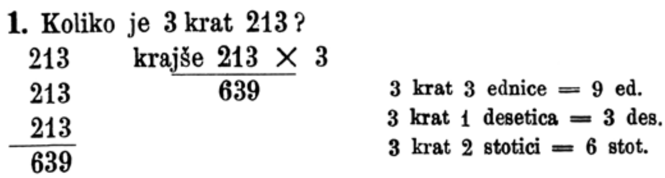
1 Uvod

Matematika je eden temeljnih predmetov v osnovni šoli, kjer je pomembno poznavanje določenih postopkov, razumevanje, medpredmetno povezovanje, uporaba matematičnega znanja in zmožnost reševanja problemov. Pri pouku matematike se ozavešča praktično uporabnost in smiselnost učenja matematike, zato je pomembno, da so postopki, ki jih učencem predstavljamo, smiselni in razumljivi za uporabo. Kot opisuje West (2011), je množenje ena osnovnih operacij elementarne aritmetike, ki jo lahko definiramo kot ponavljajoče seštevanje, kar se tiče množenja celih števil. Prav tako pa je množenje ključna spretnost za reševanje matematičnih problemov.

2 Pisni algoritmi množenja

2.1 Klasični algoritem pisnega množenja

S pisnim množenjem se učenci prvič srečajo v 4. razredu, v 5. razredu pa pisno množijo tudi z dvomestnimi števili (v množici naravnih števil do milijona). V slovenskih osnovnih šolah je največkrat uporabljen klasični način pisnega množenja. Ta se v šolah uporablja že vrsto let. Predstavljen je bil že v prvem učbeniku za matematiko, ki je izšel v slovenskem jeziku. V učbeniku Računica za obče ljudske šole avtor Franc Močnik (1995) predstavi spodnji algoritem kot primer krajšega računa. Zastavi nalogo *Koliko je 3 krat 213?* in jo najprej izračuna s pisnim seštevanjem, zraven pa prikaže model krajšega izračuna v smislu klasičnega algoritma pisnega množenja.


1. Koliko je 3 krat 213?

213 krajše 213 × 3
213 639
213
639

3 krat 3 ednice = 9 ed.
3 krat 1 desetica = 3 des.
3 krat 2 stotici = 6 stot.

Slika 1: Primer pisnega množenja v učbeniku F. Močnika.

F. Močnik (1995) opiše postopek algoritma tako, da število tolikokrat vzameš, kolikorkrat kaže drugo število, torej zmnožiš. Število, ki ga vzamemo večkrat, je množenec, število, ki pokaže, kolikokrat je množenec treba vzeti, pa je množitelj. Število, ki ga dobimo, je zmnožek.

Za učenje in utrjevanje omenjenega algoritma je najprimernejši karo zvezek, kjer lahko učenci primerno pregledno vpisujejo števila in tako organizirano in strukturirano avtomatizirajo algoritem in njegov postopek. V današnjih učbenikih se prav tako pojavlja zgornji algoritem. Uporabi ga M. Kopasić (2016), prav tako pa je prikazan v i-učbeniku za matematiko (Bajramović, N., Repnik, A., Kociper, M., Cigula, S., Slana Mesarič, M., Antolin, D., Ferk, E., Visočnik, D., 2014). Primer korakov algoritma je prikazan z uporabo dinamične slike, ki se nahaja v i-učbeniku (Bajramović idr., 2004).

2.1.1 Koraki algoritma

1. **Zapis števil** (za boljšo preglednost je vsak prostor namenjen svoji števki)

Slika 2: 1. korak algoritma: Zapis števil.

2. **Množenje z največjo desetiško enoto množitelja**

Množiti začnemo z desetiško enoto na skrajni levi množitelja. To je v zgornjem primeru število 2, ki predstavlja desetice. S tem številom torej pomnožimo najmanjšo desetiško enoto množenca (skrajno desno v množencu), ki je v zgornjem primeru število 1 in predstavlja enice.

V naslednjem koraku z isto desetiško enoto množitelja množimo naslednjo enoto, z desne proti levi, v množencu. To je v našem primeru število 3, ki predstavlja desetice.

Ko smo z največjo desetiško enoto množitelja zmnožili vse desetiške enote množenca, številu, ki smo ga dobili z množenjem, pripišemo toliko ničel, kot jih je v osnovi desetiške enote. V tem primeru smo množili z 20, ki je desetica, zato je pripisana ena ničla. V primeru, ko bi množili s stotico, bi pripisali dve ničli.

Slika 3: 2. korak algoritma: Množenje z največjo desetiško enoto množitelja.

3. **Množenje z naslednjo (od leve poti desni) desetiško enoto množenca**

Nadaljujemo z množenjem in tokrat množimo z naslednjo desetiško enoto množitelja, v spodnjem primeru s številom 4. Zopet množimo števke množenca od desne proti levi.

Slika 4: 3. korak algoritma: Množenje z naslednjo desetiško enoto množitelja.

Posebej pozorni smo, če pri zmnožku dobimo dvomestno število. Kot je spodaj prikazano, zapišemo enice zmnožka, desetice pa prenesemo naprej.

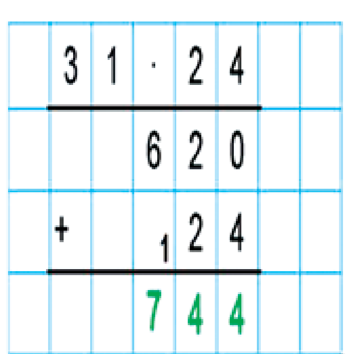
Slika 5: Posebna pozornost pri dvomestnih delnih zmnožkih.

Slika 6: Posebna pozornost pri dvomestnih delnih zmnožkih.

4. Seštetje delnih zmnožkov

Ko torej zmnožimo vse števke množenca z vsemi števkami množitelja, seštejemo delne zmnožke.

Slika 7: 4. korak: Seštetje delnih zmnožkov.



Slika 8: Končni izgled klasičnega algoritma pisnega množenja.

Mnogi avtorji za ta algoritem navajajo, da predstavlja učencem težave, saj oteži računanje. Van de Walle (2005) navaja, da števila pri klasičnem algoritmu niso gledana kot celote. Opazimo jih kot posamezne števke, šele ob izračunu pa jim namenimo nekaj pozornosti. Prav tako opozarja, da se števila ne gledajo kot posamezne desetiške enote, temveč kot posamezne števke. Tako učenec na nek način dejansko število ignorira. Tako Van de Walle ugotavlja, da je največja težava v zanemarjanju mestnovrednostnega koncepta števil, ki je za učence sicer pomemben zaradi vzpostavljanja predstave o velikosti števil in o odnosih med števili.

Po drugi strani pa je klasični algoritem pisnega množenja konceptualno naravnan algoritem, za katerega učenci vedo, kako se ga reši, pri tem pa se bolj ali manj konča. Zato tako Van de Walle kot Fuson (2003) razmišljata o smiselnosti klasičnega algoritma pisnega množenja. Van de Walle med drugim ugotavlja zastarelost algoritma, ki ob spremembah v učnih načrtih, usmerjenih v ustvarjanje ugodnega okolja za učenje in okolja z razumljivimi algoritmi, ni optimalen. Zelo pomembno je, da učitelj ob razlagi klasičnega algoritma poudari pomen desetiških enot, da se ne zanemari mestnovrednostni koncept in da zmanjšamo tveganje za nastanek napak pri uporabi algoritma.

Tudi Jazby in Pearn (2015) opozarjata na to, saj opredelita algoritme množenja kot kognitivne pripomočke, ki množenje razdelijo v serijo kognitivno manj zahtevnih delov. V primeru klasičnega algoritma se pojavi težava, saj algoritem obravnava števila kot posamezne števke in kot strategija ni številsko naravnan. V primeru množenja števil 34 in 36 bi učenci 34 · 36 razdelili na lažje zmnožke, kot na primer: 6 · 4, 6 · 3, 2 · 4, 2 · 3, kar pa je seveda napačno, saj ne množimo 6 · 3, temveč 6 · 30. V kolikor bi učenci razdelili števili na delne zmnožke, bi tako pri seštevanju delnih zmnožkov dobili napačen rezultat, saj niso pozorni na desetiške enote števk v številu.

Van de Walle (2005) opozarja, da učenci v primeru, ko ne razumejo konceptov, ki temeljijo na določenih postopkih, ustvarijo pomanjkljive postopke, ki se odražajo v sistematičnih vzorcih napak. Cilj učitelja mora biti, da tveganje za te napake čim bolj zmanjša in učencu tako nudi primerno razlago oz. primerno alternativo, da bo njegovo razumevanje boljše in bolj sistematično.

Kot navaja Fuson (2003), lahko s poznavanjem postopkov, algoritmov in dobro pripravo učencev na spoznavanje le-teh učitelj prepreči večino napak, ki bi se pri učenčevi samostojni uporabi algoritma pojavile. Pomembno je, da ima učenec ustrezne pogoje, ustrezno učno okolje, v katerem bo ugodno razvil predispozicije, potrebne za razumevanje algoritmov, algoritmi pa mu morajo biti jasno predstavljeni za samostojno in uspešno uporabo.

2.2 Primerjava klasičnega algoritma in alternativnih algoritmov pisnega množenja

Fuson (2003) navaja, da obstajajo različni algoritmi, ki so primerni za uporabo pri pisnem množenju. Vsak ima prednosti in slabosti, naloga učitelja pa je, da te prednosti in slabosti dobro preuči, da lahko izbere primeren algoritem, ki ga bo učencem ponudil kot alternativo pisnega množenja. Tako mora učitelj zelo dobro poznati algoritem, ki ga učencem predstavlja. Pripraviti mora ustrezno tabelsko sliko, ki bo učencem v pomoč pri razumevanju algoritma. Biti mora nazorna, pregledna, dodelana, koraki algoritma morajo biti dobro vidni. Učenci nato potrebujejo ustaljeno vajo, s katero postanejo fluentnejši in bolj organizirani pri uporabi algoritma.

Van de Walle (2005) je v članku opisal, da moramo učence spodbujati tudi k temu, da sami poiščejo alternativne strategije, ki bi jim računanje olajšale. Spodbujati jih moramo, da si ustvarijo učno okolje bolj razumljivo, da si z novimi strategijami olajšajo računanje in da s pomočjo teh strategij postopke razumejo. To pomeni, da razumejo njihovo delovanje, da vedo, kako si sledijo koraki algoritma, in predvsem da vedo, zakaj so koraki tako razporejeni in v čem je smisel strategije oziroma algoritma. Učence tako prvotno spodbujamo k temu, da sami svoje delo olajšajo, kot alternativa pa je na voljo kar nekaj algoritmov, ki jih avtorji izpostavljajo kot primerne za pisno množenje v osnovni šoli.

2.3 Alternativni algoritmi pisnega množenja

West (2011) je v svojem prispevku predstavila 9 alternativnih algoritmov, ki učencem olajšajo računanje oz. so učencem lahko predstavljeni tudi kot splošni algoritmi pisnega množenja. Predstavili bomo štiri algoritme, ki so primerni za uporabo v naših osnovnih šolah.

2.3.1 Prsti algoritem

Prstni algoritem je enostaven algoritem, ki ga lahko uporabljamo za računanje zmnožkov enomestnih števil med 5 in 9. Pomembno pravilo, ki ga moraš poznati ob uporabi, je, da zaprta pest predstavlja število 5, vsak prst, ki ga odpreš, pa doda ena k prejšnji vrednosti. Da na vsaki roki nastaviš pravo število, od števila odšteješ pet. Ostanek predstavljajo dvignjeni prsti (West, 2011).

V primeru, ko želimo izračunati zmnožek števil $8 \cdot 7$, sledimo naslednjim korakom:

1. Dvigni tri prste na levi roki ($8 - 5 = 3$).
2. Dvigni dva prsta na desni roki ($7 - 5 = 2$).
3. Seštevek dvignjenih prstov pomnoži z 10 ($3 + 2 = 5$; $5 \cdot 10 = 50$).
4. Zaprte prste pomnoži med seboj ($2 \cdot 3 = 6$).
5. Seštej dobljeni števili ($50 + 6 = 56$).

West (2011) pravilnost uporabe prstnega algoritma dokaže z naslednjo enakostjo:

$$\begin{aligned}10[(x-5)+(y-5)]+[(10-x)(10-y)] &=\\ &= 10x-50+10y-50+100-10x-10y+xy\\ &= 10x-50+10y-50+100-10x-10y+xy\\ &= xy\end{aligned}$$

Pomnoži seštevek dvignjenih prstov ($x - 5$ in $y - 5$) z 10, nato pa prištej zmnožek števil zaprtih prstov $(10 - x)(10 - y)$.

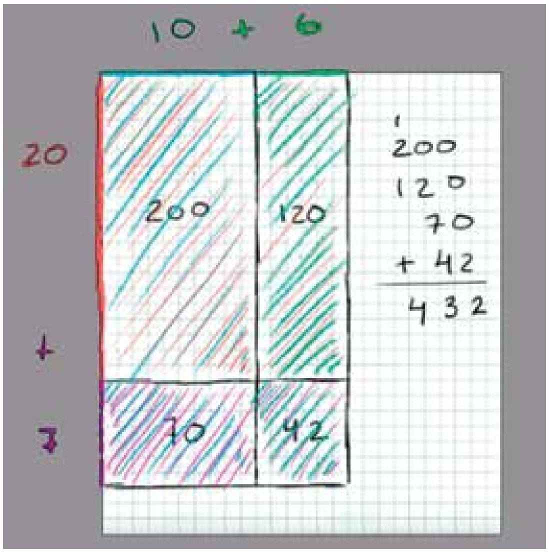
Metoda ne zahteva avtomatizirane poštevanke, zato je lahko pripomoček pri avtomatiziranju in služi kot možnost razvoja razumevanja procesa množenja.

2.3.2 Pravokotni algoritem

West (2011) navaja, da je pravokotni algoritem model množenja, ki uporabi različne reprezentacije, da razloži množenje in učencem pomaga ustvariti relacije z algebro in algebraičnim mišljenjem.

Model lahko razdelimo na različne načine:

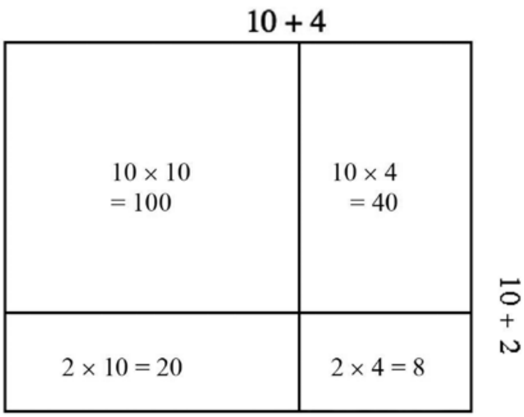
- tako da so vsi deli modela enaki kvadrati,
- tako da deli, kjer množimo z večjimi števili (deseticami), predstavljajo večji del,
- ali pa tako da uporabiš karirast list papirja. V vodoravni liniji najprej vzameš toliko kvadratkov, kolikor je moč desetic, nato pa še toliko kvadratkov, kot je moč enic. Prav tako vzameš v navpični smeri najprej toliko kvadratkov, kot predstavlja moč desetic in nato še toliko, kolikor je moč enic. Slednji način je prikazan na spodnji sliki za $16 \cdot 27$.



Slika 9: Primer oblike modela pri uporabi pravokotnega algoritma.

V primeru množenja $14 \cdot 12$ predstavimo algoritem tako, da najprej narišemo pravokotnik z višino 12 in širino 14, na navaden ali karirast papir, in pokažemo vmesne korake. Algoritem deluje tako, da najprej razmislimo, kako bi števila razdelili na zaokrožene desetice in enice. Tako števili 14 in 12 razdelimo na 10 + 4 in 10 + 2. Narisani model nato razdelimo na 4 dele.

1. Pravokotnik **zgoraj levo** predstavlja zmnožek **prvega seštevanca prvega števila** (10 od 14) in **prvega seštevanca drugega števila** (10 od 12).
2. V pravokotniku **zgoraj desno** množimo **drugi seštevanec prvega števila** (4 od 14) in **prvi seštevanec drugega števila** (10 od 12).
3. V pravokotniku **spodaj levo** množimo **prvi seštevanec prvega števila** (10 od 14) in **drugi seštevanec drugega števila** (2 od 12).
4. V pravokotniku **spodaj desno** množimo **drugi seštevanec prvega števila** (4 od 14) in **drugi seštevanec prvega števila** (2 od 12).
5. Seštejemo vse delne rezultate in dobimo končni rezultat množenja.

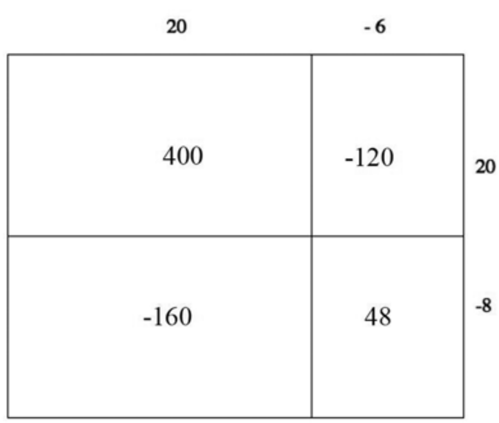


Slika 10: Primer kvadratnega algoritma za množenje 14 · 12. (West, 2011)

Glede na to, da množenje temelji na zakonu distributivnosti, avtorica razdela pravokotni model množenja tudi v skladu z zakonom distributivnosti (a · (b + c) = a · b + a · c).

$$
\begin{aligned}
14 \cdot 12 &= \\
&= [10 \cdot (10 + 2)] + [4 \cdot (10 + 2)] \\
&= (10 \cdot 10) + (10 \cdot 2) + (4 \cdot 10) + (4 \cdot 2) \\
&= 100 + 20 + 40 + 8 \\
&= 100 + 60 + 8 \\
&= 168
\end{aligned}
$$

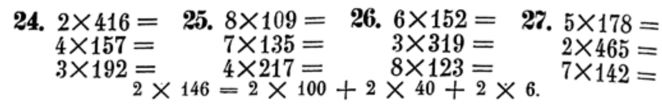
Tudi v primeru množenja z negativnimi števili je pravokotni model primeren kot alternativni model množenja. Števili 14 in 12 bi tako prikazali kot delni razliki 20 – 6 (= 14) in 20 – 8 (= 12). Postopek je enak kot v zgornjem primeru, pozorni moramo biti le na predznak delnih zmnožkov.



Slika 11: Primer kvadratnega algoritma za množenje 14 · 12 z odštevanjem. (West, 2011)

Predstavljeni model množenja jasno prikaže razmerje med števili. Prav tako pa je dober primer za dokaz komutativnosti, saj s pravokotnim algoritmom množenja učencem grafično prikažemo, da je 14 · 12 enako 12 · 14. Z njegovo pomočjo lahko učenci – predvsem vizualni tip učencev – razvijejo relacijsko razumevanje množenja večmestnih števil in faktoriziranja števil.

Že Močnik (1995) je v svojem učbeniku predstavil drugačen algoritem množenja, ki spominja na zgoraj predstavljeni pravokotni model. Zmnožek množenca in množitelja je zapisal kot seštevek delnih zmnožkov.



24. 2×416 = 4×157 = 3×192 =
25. 8×109 = 7×135 = 4×217 =
26. 6×152 = 3×319 = 8×123 =
27. 5×178 = 2×465 = 7×142 =

2 × 146 = 2 × 100 + 2 × 40 + 2 × 6.

Slika 12: Pisno množenje kot seštevek delnih zmnožkov.

Na primeru 2 · 416 avtor izračuna s pomočjo delnih zmnožkov. Tako ustvari račun:

$$2 \cdot 416 = 2 \cdot 100 + 2 \cdot 40 + 2 \cdot 6$$

Vidimo lahko, da je število 416 razdelil na posamezne desetiške enote in tako zmnožil enice, desetice in stotice množenca z množiteljem posebej. Pri tem je opazno, da so desetiške enote izpostavljene in je vsekakor dober način računanja, pri katerem mestnovrednostni koncept ni zanemarjen.

Ta način množenja je predstavljen tudi v učbeniku Stičišče 5 (Strnad, M. in Štuklek, M., 2008), ki izstopa po različnih algoritmih pisnega množenja. Avtorici predstavita zgoraj opisani algoritem kot metodo škatle.

Ob sliki tisočiškega traku s premislekom izračunajmo zmožek 12 stolpcev po 17 kroglic: 12 · 17.

Seštevamo in prikažemo s stotiškim kvadratom

12 · 17 = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 + 17 + 17 + 17 + 17 + 17 + 17 + 17

Spretno računamo:

12 · 17

·	10	7	Seštevamo
10	100	70	170
2	20	14	34
			204

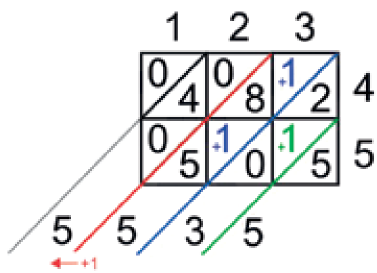
Slika 13: Metoda škatle.

Pri metodi škatle si pomagamo s prikazom stotiškega kvadrata, ki s pomočjo dveh barv ponazarja enice in desetice množitelja, s pomočjo prekinitve med krogci pa razdeli število, ki ponazarja množenca, na enice in desetice. Oba faktorja tako najprej razdelimo na vsoto desetiških enot, pomnožimo vse faktorje in delne zmnožke seštejemo (Strnad, M. in Štuklek, M., 2008, str. 121).

2.3.3 Mrežni algoritem

Mrežni algoritem je bil sprva razvit v Indiji že v 10. stoletju, nekje v 14. stoletju pa ga je Fibonacci predstavil v Evropi. Postopek je podoben klasičnemu algoritmu, vendar je razdeljen na manjše korake in veliko bolj pregleden (West, 2011).

Avtorica navaja, da je pri tem algoritmu zelo pomembno, da smo dosledni tako pri risanju grafičnega prikaza kot pri zapisu števil, da je slika jasna in pregledna. Sprva lahko algoritem izzove nekaj kritik, tj. da zanemarja mestnovrednostni koncept, vendar lahko na spodnji sliki vidimo, da prečne črte predstavljajo posamezne desetiške enote. Postopek sloni na treh korakih: *množenju*, *preoblikovanju* in *seštevanju*. Vsak korak je posebej izpostavljen, učenci pa ob uporabi razmišljajo o pomenu vsakega posameznega koraka in strukture (West, 2011).



Slika 14: Primer mrežnega algoritma za množenje 123 · 45.[1]

Postopek mrežnega algoritma je sledeč:

1. Narišemo pravokotnik, ki ima toliko vrst in toliko stolpcev, kot imata mest števili, ki ju množimo. Vsaka števka je v svoji vrsti/stolpcu.
2. V vsakem predalčku diagonalno od spodnjega levega k zgornjemu desnemu robu narišemo črto.
3. Nad vsak stolpec napišemo števke množenca, kot si sledjo. Na desno stran pravokotnika k vsaki vrstici pripišemo števke množitelja, od zgoraj navzdol, kot si sledijo v številu.
4. Vse števke nato zmnožimo med seboj in jih zapišemo na točno določena mesta, kjer v zgornji del kvadratka vnesemo **desetico**, v spodnjega pa **enico** množenja (v tem primeru 3 · 4 = 12, tako zapišemo 1 v zgornji del, 2 pa v spodnjega).
5. Ko vse števke zmnožimo, podaljšamo prečne črte med posameznimi desetiškimi enotami in seštejemo števila iz tabele, ki se nahajajo med posameznimi ločnimi črtami.
6. Seštevanje poteka od desne proti levi, pri čemer vrednosti desetice prenašamo naprej. V našem primeru pride do prenosa naprej pri seštevanju stotic (1 + 8 + 1 + 5 = 15). Tako dobimo 5 stotic in 1 tisočico, ki jo prištejemo k 4 tisočicam in tako v končnem rezultatu dobimo 5 tisočic.

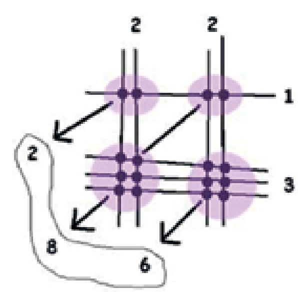
Končni rezultat preberemo od leve proti desni. 5 tisočic, 5 stotic, 3 desetice, 5 enic, kar pomeni število 5535.

Strnad in Štuklek (2008) ta algoritem predstavita kot pisno množenje *z Napierjevimi trakovi* (str. 124). Algoritem je povzet po matematiku Johnu Napierju, ki ga je predstavil že v 16. stoletju. Z Napierjevimi trakovi postopno množimo od desne proti levi, kot je prikazano na sliki 15. Enice zapišemo v spodnji trak, desetice pa v sosednega, poševno nad enicami. Postopek ponavljamo, na koncu pa števke iz posameznih trakov seštejemo.

2.3.4 Linijski algoritem

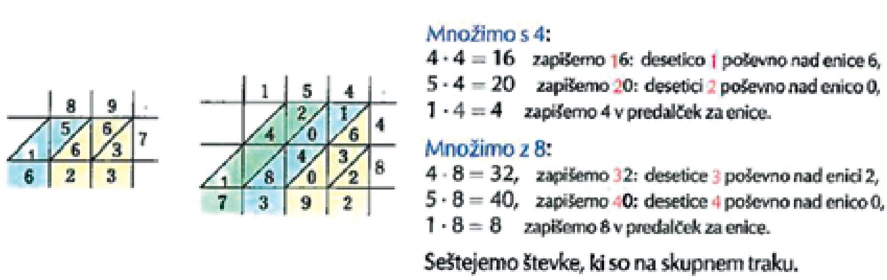
Algoritem poznamo po dveh imenih. Prvi je linijski algoritem, pri katerem so črte narisane vodoravno in navpično, drugo pa je japonski algoritem, pri katerem so črte narisane navpično. Linijski je bolj pregleden in zato učencem bolj uporaben. Kot algoritem s svojo grafično podobo omogoči vidno izboljšavo procesa množenja (West, 2011). Postopek je opisan na primeru množenja števil 22 · 13.

1. Navpično narišemo dvakrat po dve črti. Na levi črti predstavljata desetice, črti na desni pa enice množenca. Nato narišemo še po eno in tri črte vodoravno. Tako ena črta predstavlja desetice, tri črte pa enice množitelja.
2. Označimo, kje se črte sekajo. Zmnožek množenja dobimo tako, da vse preseke preštejemo in jih, kot je prikazano spodaj, seštejemo diagonalno.



Slika 16: Grafični prikaz linijskega algoritma. (West, 2011)

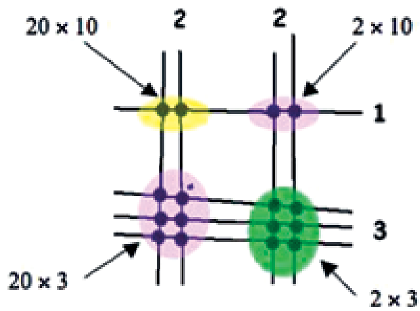
Pri linijskem algoritmu so desetiške enote podobno vidne kot pri mrežnem algoritmu, tj. diagonalno. V primeru, ko so posamezni seštevki večji od 10, pride do prenosa naprej. Presečišča torej tvorijo posamezno desetiško enoto in število točk v vsakem presečišču predstavlja zmnožek števila črt. Tako je lahko linijski algoritem podoben pravokotnemu, če pri posameznih presečiščih napišemo delne zmnožke, kot je prikazano na spodnji sliki. Kot pri pravokotnem modelu si lahko tudi tukaj pomagamo z zapi-



Slika 15: Pisno množenje z Napierjevimi trakovi.

1 Pridobljeno iz: https://osvojiznanje.weebly.com/matematika1/pregled-razlicnih-metod-mnozenja-dveh-vecmestnih-stevil?utm_content=buffer6a449&utm_medium=social&utm_source=facebook.com&utm_campaign=buffer, 17. 2. 2018.

som posameznih zmnožkov, ki nam logično pojasnijo presečišča črt, ki jih dobimo pri uporabi linijskega modela (West, 2011).



Slika 17: Linijski algoritem, s pomožnimi računi v stilu pravokotnega algoritma. (West, 2011)

Tako kot ostali algoritmi tudi linijski algoritem deluje po načelu distributivnosti, kar West (2011) dokaže z naslednjim izračunom:

$22 \cdot 13 =$

$= (20 + 2) \cdot (10 + 3)$

$= (20 \cdot 10) + (20 \cdot 3) + (2 \cdot 10) + (2 \cdot 3)$

$= 200 + 60 + 20 + 6$

$= 200 + 80 + 6$

$= 286$

Zaključek

Mnogi avtorji se strinjajo, da alternativni algoritmi predvsem zmanjšujejo napake učencev in povečujejo uspešnost (Randolph in Sherman, 2001). Nekateri algoritmi so lahko učitelju tudi pripomoček, s katerim ugotovi, kateri koraki množenja učencem povzročajo težave (npr. mrežni algoritem). Pri tem algoritmu učenci sprva števila samo množijo, v drugem koraku pa seštevajo delne zmnožke in jih urejajo glede na desetiške enote; pri učencih ne prihaja do večje zmede. Prav tako pa omenjeni algoritmi izboljšajo predstavo o desetiških enotah (predvsem pravokotni algoritem).

Pri algoritmih je torej ključnega pomena, da učitelj premisli o primernosti uporabe. Učenci morajo imeti razvite določene predispozicije, da lahko algoritem uporabljajo. Še pomembneje pa je, da učitelj uporabi algoritem, ki ga sam zelo dobro pozna – tako njegov postopek kot način, po katerem deluje. Učencem lahko pomaga le tako, da mu algoritem primerno predstavi, da ta učencu omogoči kognitivno manj zahtevne procese, ki so razumljivejši in v pomoč pri pisnem množenju.

Literatura

Bajramović, N., Repnik, A., Kociper, M., Cigula, S., Slana Mesarič, M. in Visočnik, D. (2014). *Matematika 5*, i-učbenik za matematiko v 5. razredu osnovne šole, 261. Dostopno na: http://eucbeniki.sio.si/mat5/721/index2.html. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.

Fuson, K. (2003). Toward Computational Fluency in Multidigit Multiplication and Division. *Teaching Children Mathematics*, 300–305.

Japelj Pavešić, B. (2012). *Matematične naloge raziskave TIMSS: mednarodna raziskava trendov znanja matematike in naravoslovja*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.

Jazby, D. in Pearn, C. (2015). *Using Alternative Multiplication Algorithms to 'Offload' Cognition.* The 38th annual conference of the Mathematics Education Research of Australasia, 309–316. Sunshine Coast.

Kopasić, M. (2014) *Radovednih pet*, *učbenik za matematiko v 4. razredu osnovne šole.* Ljubljana: Rokus Klett.

Kopasić, M. (2016) *Radovednih pet, učbenik za matematiko v 5. razredu osnovne šole*. Ljubljana: Rokus Klett.

Močnik, F. (1914). *Računica za obče ljudske šole*, izdaja v treh delih, Faksimile s spremno besedo. Ljubljana: Jutro.

Pregled različnih metod množenja dveh večmestnih števil (21. november 2017). Pridobljeno 2018 iz Osvoji znanje: https://osvojiznanje.weebly.com/matematika1/pregled-razlicnih-metod-mnozenja-dveh-vecmestnih-stevil?utm_content=buffer6a449&utm_medium=social&utm_source=facebook.com&utm_campaign=buffer.

Randolph, T. in Sherman, H. (2001). Alternative Algorithms: Increasing Options, Reducing Errors. *Teaching Children Mathematics*, 480–484.

Strnad, M. in Štuklek, M. (2008). *Stičišče 5,* učbenik za matematiko v 5. razredu osnovne šole. Ljubljana: Debora.

Van de Walle, J. (2005). *Do We Really Want to Keep the Traditional Algorithms for Whole Numbers*? Draft version – avtorske pravice John Van de Walle.

West, L. (2011). *An Introduction to Varios Multiplication Strategies.* Bellevue, Nebraska.

Žakelj, A. (2011). *Matematika, učni načrt*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.

Žakelj, A., Prinčič Röhler, A., Perat, Z., Lipovec, A., Vršič, V., Repovž, B. in Bregar Umek, Z. (2011). *Matematika, učni načrt*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.