

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 28 (2000/2001)

Številka 1

Strani 18-25

Mojca in Matija Lokar:

RIMSKE ŠTEVILKE

Ključne besede: zanimivosti, razvedrilo, zgodovina matematike, rimske številke, računanje.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/28/1430-Lokar.pdf>

© 2000 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

RIMSKE ŠTEVILKE

Verjetno ste se že vsi srečali z rimskimi številkami. Čeprav v Evropi že vsaj pol tisočletja za zapis števil v glavnem uporabljamo arabske številke, rimske številke srečamo še danes. Tako so z njimi označeni taroki, pogosto jih vidimo na številčnicah ur, kralji so običajno “oštevilčeni” z rimskimi številkami (Ludvik XIV), prav tako Intel označuje različice svojega procesorja Pentium z rimskimi številkami. Tudi večina filmov ima letnico nastanka zapisano z njimi.

Oglejmo si torej nekaj znanih in morda manj znanih dejstev o rimskih številkah.

Najbolj pogosto za zapis števil uporabljamo 7 znakov:

I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

S pomočjo kombiniranja teh znakov pridemo do zapisa drugih števil. V najbolj enostavni obliki jih le nizamo drugega ob drugega in seštevamo njihove vrednosti. Tako velja:

II	2
VIII	8
XXX	30
CCXXII	222

Pri tem moramo na vsakem koraku zapisa vedno uporabiti največjo možno vrednost. Tako 15 predstavimo z XV in ne na primer z VVV ali XIIIIII. Iz tega sledi, da gredo v zapisu z leve na desno rimske številke vedno od največje proti najmanjši.

Pretvarjanje rimskih števil v nam bolj običajni zapis je enostavno. Vsak simbol nadomestimo z njegovo vrednostjo in vrednosti seštejemo:

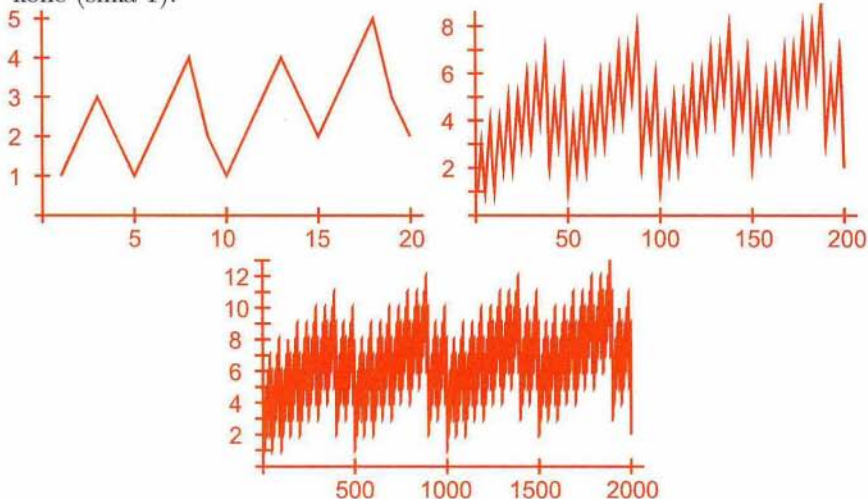
XXVI:	$10 + 10 + 5 + 1 = 26$
CVI:	$100 + 5 + 1 = 106$
CCLXVII:	$100 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 + 1 = 267$
MMMCLXXXI:	$1000 + 1000 + 1000 + 100 + 100 + 50 +$ $+ 10 + 10 + 10 + 1 = 3281$

Kljub pravilu, da moramo vedno uporabiti največji možni simbol, bi bil zapis določenih števil še vedno lahko precej dolg. Tako bi z uporabo tega pravila število 499 zapisali kot CCCCLXXXVIII. Zato so Rimljani uporabljali še eno pravilo: črka z manjšo vrednostjo, zapisana levo od večje, pomeni, da od večje vrednosti manjšo vrednost odštejemo. Tako 9 po rimsko zapišemo kot IX, kar je 10 minus 1, in ne kot VIIII; 29 zapišemo kot XXIX in 44 kot XLIV.

Mislili bi si, da bi število 499 lahko zapisali kot ID, a ga ne smemo. Pri zapisu z odštevanjem se moramo namreč držati še treh pravil:

- Za odštevanje lahko uporabljamo le I, X in C. V, L in D na ta način ne moremo uporabiti, kot seveda tudi M ne, saj je to znak z največjo vrednostjo. Tako števila 45 ni dovoljeno zapisati kot VL; pravilno 45 zapišemo kot XLV.
- Levo lahko postavimo le eno manjše število; tako 19 zapišemo z XIX, 18 pa ne moremo kot XIIX. Pravilo je logično, saj bi si zapis XIIX lahko razlagali bodisi kot $10 - 2 + 10$ bodisi kot $11 + 9$.
- Število, ki ga odštejemo, ne sme biti manjše kot desetina vrednosti števila, ki ga zmanjšujemo: tako I lahko postavimo levo pred V in X, ne moremo pa ga postaviti levo od L, C, D in M. Zato je 499 CDXCIX in ne ID.

Zanimivo je, če pogledamo, koliko znakov potrebujemo za zapis števila z rimskimi števkami. Za 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... potrebujemo 1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 2, 1, 2, 3, 4, ... znakov. Če vse skupaj narišemo, dobimo zanimive grafike (slika 1).



Slika 1. Število rimskih števk v zapisu števil.

Vendar vseh pravil za zapis rimskih števil niso vedno upoštevali. Tako je npr. na znamenitem rimskem Koloseju vhod številka 29 označen kot XXVIII, vhod 54 pa kot LIIII, zanimivo pa je, da so pri oznakah vhodov od 40 do 49 uporabili zapis XL. Tako je vhod številka 44 označen z XLIIII.

Kaže torej, da so pravila, kdaj uporabljati odštevanje in kdaj ne, prepuščena trenutnemu "navdihu" uporabnika. Na neki rimski cerkvi je vidna označba MCCCCCVI za 1606 in ne MDCVI, kot bi pričakovali.

V Vatikanskem muzeju so tako imenovane Borgijske sobane označene z rimskimi številkami. Toda za sobo številka 39 pride soba XXXX, potem XXXXI in tako naprej. Prav tako je na številčnicah ur 4 praviloma zapisana kot IIII in ne kot IV, a na znamenitem Big Benu v Londonu je označba IV. Zapisana je z malimi črkami, torej kot *iv* (za natančne – uporabljena je gotica). Tudi *x* pogosto srečamo v "mali" različici – ne pa ostalih črk. L, D in M so vedno zapisane kot velike črke. V srednjeveških tekstih so rimska števila pogosto zapisovali z malimi črkami. Pri tem se namesto v pogosto pojavi *u*, zadnji *i* pa je zamenjan z *j*. Tako je npr. 18 zapisano kot *xuiij*.

Poleg uporabe malih črk za I, V in X pa srečamo še drugačne zapise. Tako je D včasih predstavljen kot I, ki mu sledi obrnjeni C: \mathcal{D} . Torej bo zapis za 500 (D) tudi \mathcal{ID} . Prav tako je M pogosto predstavljen kot C, ki mu sledi I in obrnjeni C – \mathcal{CI} . Tak zapis izhaja iz tega, ker je bilo tisoč prvotno predstavljeno z grško črko Φ , ki so jo najlaže vklesali v kamen na prej opisan način, 500 pa je pač polovica od tisoč. Iz takega zapisa izhaja tudi način, kako zapisati velika števila. Tako je \mathcal{CI} tisoč, \mathcal{CCII} 10000 in \mathcal{CCCCII} 100000. Zanimivo je tudi, da srečamo zapis \mathcal{ID} , ki je pomenil 5000 – polovico od 10000.

Drugi način zapisa velikih števil je, da nad števili uporabimo vodoravno črto. To pomeni, da moramo število pomnožiti s 1000. Za izražanje še večjih števil številke damo v pravokotnik, ki mu spodnja stranica manjka. Takrat moramo vrednost množiti s 100000. Tako je

$$\bar{V} - 5000$$

$$\bar{X} - 10000$$

$$\bar{V}DXLV - 5545$$

$$\bar{X}MCXI - 11111$$

$$\bar{M} - 1000000$$

$$\overline{\text{MMDCCLMMCDXXIX}} - 3852429$$

$$\overline{\text{MDCLI}} \overline{\text{LXXVIIICCXXV}} - 165178316$$

Poleg teh 7 osnovnih znakov (mimogrede, Rimljani znaka za 0 niso poznali), so bili v rabi tudi drugi simboli. Danes jih praktično ne uporabljamo, srečamo pa jih še v starih srednjeveških tekstih.

F	–	40
R	–	80
S	–	90
Y	–	150
T	–	160
H	–	200
E	–	250
B	–	300
G	–	400
Q	–	500
N	–	900
Z	–	2000

In kako računamo z rimskimi števili? Določeni računi, predvsem pri seštevanju in odštevanju, so enostavni. Tudi množiti se da še kolikor toliko hitro. Deljenje pa je običajno prava muka. Splošna metoda je enostavno ta, da delitelj zaporedoma odštevamo od deljenca in pri tem pridno beležimo, kolikokrat smo to že naredili. Si predstavljate, kako je, ko delimo *MMXLXVII* z *XIX*?

Oglejmo si nekaj računov z rimskimi številkami. Seštevamo tako, da združimo oba zapisa, ju uredimo in potem odvečne znake nadomestimo:

$$CXXI + CXII = CXXICXII = CCXXXIII$$

$$XVI + VII = XVIVII = XVVIII = XXIII$$

$$III + VII = IIIIVII = VIIIIII = VV = X$$

Če v računu nastopajo “negativne vrednosti”, jih uničimo:

$$CIV + VI = CIVVI = CVV = CX.$$

Tu smo uničili dve I, saj je bila ena negativna in druga pozitivna. Seveda moramo včasih malo bolj “telovaditi”:

$$CXLIX + CXLIX = CXLIXCXLIX = CCXLXLIXIX.$$

Hm, kaj pa sedaj? Najlaže bo, če en XL nadomestimo z XXXX in IX z VIIII ter uporabimo uničenje:

$$CCXLXXXXIXVIIII = CCLXXXVIII = CCXCVIII.$$

Še en primer:

$$\begin{aligned} MCMXCVII + XIV &= MCMXCVIIIXIV = MCMXCXIVVII = \\ &= MCMXCXVII = MCMXCXXI = MCMCXI = MMXI \end{aligned}$$

Ubogi rimski šolarji! Kaj pa odštevanje? Tu prvemu številu enostavno pobrišemo znake, ki nastopajo tudi v drugem:

$$XXIII - XI = XII$$

$$CVIII - VII = CI$$

Kaj pa, če pri tem ne porabimo vseh znakov drugega operanda?

$$CVII - XVIII = C - XI$$

Sedaj C zapišemo drugače in si "sposodimo" kak znak:

$$LXXXXX - XI = LXXXX - I = LXXXVIIIIII - I = LXXXVIIII.$$

Še preuredimo in dobimo končni rezultat:

$$LXXXIX.$$

Sedaj ko obvladamo seštevanje in odštevanje, se lotimo še množenja. Množenja z I, II ali celo III se ne bomo ustrašili, le število bomo zapisali enkrat, dvakrat oziroma trikrat ter uporabili postopek združevanja kot pri seštevanju:

$$CXII \times II = CXIICXII = CCXXIIII = CCXXIV$$

$$CXII \times III = CXIICXIICXII = CCCXXXIIIIII = CCCXXXVI$$

Lotimo se sedaj težjega množenja. Uporabili bomo na prvi pogled čuden postopek, ki pa nas bo pripeljal do pravilnega rezultata.

$$XLII \times LXI = ?$$

Prvo število bomo razpolavljali, drugo pa podvajali. Pri tem bomo v primeru neparnega števila 0.5 vedno zanemarili. Tako bo 21 polovic 10, 5 polovic 2, ...

XLII	LXI
na pol	podvoji
XXI	CXXII
X	CCXLIV
V	CDLXXXVIII
II	DCCCCLXXVI
I	MDCCCCLII

Razpolavljanje in podvajanje nista zahtevni operaciji, zato priprava take tabele niti ni tako zapletena. Sedaj seštejemo tista števila v desnem stolpcu, ki ustrezajo lihim številom levo:

$$\text{XXI} \rightarrow \text{CXXII}$$

$$\text{V} \rightarrow \text{CDLXXXVIII}$$

$$\text{I} \rightarrow \text{MDCCCCLII}$$

Seštejemo torej CXXII, CDLXXXVIII in MDCCCCLII. Dobimo MMDLXII. Produkt XLII in LXI je torej MMDLXII. Se vam zdi, da je $42 \cdot 61 = 2562$ lažje? Poskusimo še z CXLVII in LVIII. Pri tem bomo seveda pametni in bomo razpolavljali manjše število:

LVIII	CXLVII
na pol	podvoji
XXIX	CCXCIV
XIV	DLXXXVIII
VII	MCLXXVI
III	MMCCCLII
I	MMMMDCCIV

Seštejemo $\text{CCXCIV} + \text{MCLXXVI} + \text{MMMMDCCIV}$ in dobimo MMMMMCLXXIV. Preverimo: LVIII je 58, CXLVII 147 in MMMMMCLXXIV 6174. In ker je $58 \cdot 147 = 8526$, je očitno, da smo se nekje zmotili. Seveda, pozabili smo

upoštevati še vrednost pri 3, ki je tudi liha. K MMMMMCLXXIV prištejemo še MMCCCLII in dobimo MMMMMMMDXXVI. To pa je res 8526! Se še čudite, da je rimski imperij propadel? Še domača naloga – dokažite, da postopek vedno da pravilni rezultat!

Ker o rimskih številkah že toliko vemo, verjetno ne bo težko po rimsko zapisati lanske letnice 1999, ki je zanimivejša od letošnje. Takoj naletimo na problem. Katerih pravil se bomo držali – vseh ali pa dopustimo tudi izjeme, ki so jih uporabljali Rimljani ter drugi uporabniki v zgodovini? Najenostavneje bi bilo uporabiti kar zapis MIM. Vendar pa so si strokovnjaki, ki se ukvarjajo z zapisi števil, edini, da tak zapis zagotovo ne bi bil nikoli uporabljen. Pravzaprav vsi znani zapisi, v katerih se uporabljajo rimske številke, kažejo na to, da je edina izjema med pravili ta, ali uporabimo odštevanje ali ne. Ker pa imamo v zapisu lanske letnice kar tri devetice, je možnosti precej. Oglejmo si jih!

1000 je pač M, 900 lahko zapišemo kot CM ali DCCCC, 90 kot XC ali LXXX in 9 kot IX ali VIIII. Skupaj imamo torej osem možnih zapisov:

MCMXCIX
 MCMXCVIIII
 MCMLXXXXIX
 MCMLXXXXVIIII
 MDCCCCXCIX
 MDCCCCXCVIIII
 MDCCCCLXXXXIX
 MDCCCCLXXXXVIIII

Vendar proučevanje starih zapisov pokaže, da kadar odštevanje ni bilo uporabljeno na vseh mestih, ni bilo uporabljeno le pri manjših vrednostih. Tako za zapis 44 lahko srečamo XLIIII, ne pa tudi XXXXIV. Zato črtajmo štiri možnosti, ki se tega pravila ne držijo. Ostanejo nam še:

MCMXCIX
 MCMXCVIIII
 MCMLXXXXVIIII
 MDCCCCLXXXXVIIII

Kateri zapis bi uporabili vi? Strokovnjaki za rimske številke si namreč niso enotni. Nekateri trdijo, da bi Rimljani uporabili prvi zapis, drugi spet navijajo za četrtega, tretji pa za drugega. Le tretji zapis praviloma nima zagovornikov. Daleč največ zagovornikov ima prvi zapis, ki se drži vseh pravil, ki smo jih spoznali. Zato je leto 1999 po rimsko zapisano z MCMXCIX.

Literatura:

- <http://www.deadline.demon.co.uk/roman/front.htm>
- M. T. Roberts, D. Etherington, Bookbinding and the Conservation of Books, elektronska izdaja na <http://palimpsest.stanford.edu/don/don.html>
- Geisert, Roman Numerals I to MM, Akadine Press
- <http://www.mcn.net/~jimloy/roman.html>
- <http://salesonline.com/ijams/roman01.htm>
- <http://kyla.kiruna.se/~pma/roman.html>
- <http://www.astro.virginia.edu/~eww6n/math/RomanNumeral.html>
- <http://eric.syr.edu/Virtual/Lessons/Mathematics/Probability/PRB0006.html>

Mojca in Matija Lokar
