

UČENJE MATEMATIKE V 10-IH KORAKIH

Natalija Zver, profesorica matematike,
Gimnazija Litija



KAKO DIJAKE NAUČITI UČITI SE MATEMATIKE, KAKO VPRAŠATI IN SPREJETI POMOČ TER KAKO SOŠOLCU RAZLOŽITI SNOV IN PRI TEM URITI STROKOVNO IZRAŽANJE

Uvod

Evropska skupnost je že leta 2006 v Uradnem listu Evropske unije zapisala osem ključnih kompetenc za vseživljenjsko učenje.

»Ključne kompetence so tiste, ki jih vsi ljudje potrebujejo za osebno izpolnitev in razvoj, dejavno državljanstvo, socialno vključenost in zaposlitev.« (Vir 1)

Med ključne kompetence je uvrstila tudi kompetenco učenje učenja.

»"Učenje učenja" je sposobnost učiti se in vztrajati pri učenju, organizirati lastno učenje, vključno z učinkovitim upravljanjem s časom in informacijami; individualno in v skupinah. Ta kompetenca vključuje zavest o lastnem učnem procesu in potrebah, prepoznavanje priložnosti, ki so na voljo, in sposobnost premagovanja ovir za uspešno učenje. Pomeni pridobivanje, obdelavo in sprejemanje novega znanja in spretnosti ter iskanje in uporabo nasvetov. Z učenjem učenja učenci nadgrajujejo svoje predhodne izkušnje z učenjem in življenjske izkušnje v različnih okoliščinah: doma, v službi, pri izobraževanju in usposabljanju. Motivacija in zaupanje vase sta za kompetenco posameznika odločilni.« (Vir 1)

Na naši šoli

Učenci ali dijaki, ki se ne znajo učiti matematike, lahko, ne glede na ocene, ki jih imajo, v neki točki pridejo do težav. Velikokrat pride do težav na prehodu v prvi letnik srednje šole, lahko pa se težave pojavijo šele

v drugem letniku ali kasneje. Dijaki in starši včasih problema ne znajo rešiti, zato dijak nima več dovolj volje do dela in ocene se ne izboljšajo. Z željo pomagati dijaku, da do takih težav ne bi prihajalo, na naši gimnaziji za dijake prvih letnikov, v okviru obveznih izbirnih vsebin, že tradicionalno organiziramo Učenje učenja. Učenje učenja izvede vsak profesor za svoj predmet sam že v mesecu septembru. V nadaljevanju bom predstavila dve uri Učenja učenja, ki sem ju realizirala letos.

Učenje učenja

Dijaki so se razdelili v skupine po štiri. Pouk je potekal dve uri strnjeno. Na začetku sem jim razložila pomen učenja učenja in jim povedala, kaj od njih pričakujem.

"Učenje učenja" je sposobnost učiti se in vztrajati pri učenju, organizirati lastno učenje, vključno z učinkovitim upravljanjem s časom in informacijami.

1. del: Razdelila sem liste s formulami. Na listu je bilo veliko formul, ki jih dijaki še niso poznali. Dijaki so jih morali pregledati najprej sami, nato smo jih pregledali še skupaj. Pogovorili smo se o formulah, ki so jih že poznali, nato smo pregledali še nove formule, razložila sem jim, kdaj jih uporabljamo in kako. Opozorila sem jih, da morajo biti pri uporabi formul pozorni na navodila. Pri prvi in drugi točki gre za izračunavanje (razširjanje izrazov, poenostavljanje izrazov), medtem ko tretja točka govori o razstavljanju. Ponovili smo, kaj je dvočlenik, tričlenik in štiričlenik, nato smo podrobno pregledali tretjo točko formul: izpostavljanje (so že poznali), razstavljanje dvočlenikov, tričlenikov in

RAČUNANJE Z ALGEBRSKIMI IZRAZI

1. RAZŠIRJANJE IZRAZOV (izračunavanje potenc dvočlenikov ali veččlenikov)

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

2. POENOSTAVLJANJE IZRAZOV (izračunavanje vrednosti izraza)

3. RAZSTAVLJANJE (faktorizacija, zapis izraza kot produkt več faktorjev)

$$ab + ac = a(b + c)$$

- Razstavljanje dvočlenika:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^2 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^2 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$
 Splošna formula za razliko in vsoto n-tih potenc:

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$
 velja za vsak naravni eksponent

$$a^m + b^m = (a + b)(a^{m-1} - a^{m-2}b + a^{m-3}b^2 - \dots - ab^{m-2} + b^{m-1})$$
 velja le za lihe eksponente $m=2n+1$
- Razstavljanje tričlenika:

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$
 Vietovo pravilo
- Razstavljanje štiričlenika:
 - združimo po dva in dva člena
 - združimo tri člene in eden ostane posebej

štiričlenikov. Posebej smo se ustavili pri splošni formuli za razliko in vsoto n-tih potenc, saj niso poznali zapisa formule, v kateri nastopajo tri pike. Razložila sem jim, kaj to pomeni in kako se formula uporablja. Ves čas sem jih opozarjala na podobnosti v formulah in v čem se formule razlikujejo.

2. del: Razdelila sem jim prvi učni list s petimi nalogami. Najprej je moral vsak dijak sam rešiti naloge, ki jih je znal, nato so si morali pomagati znotraj skupine.

1. UČNI LIST

1. Izračunaj:
 $(x - 4)^2 =$ _____

2. Razstavi:
 $a^2 - 3^2 =$ _____

3. Izračunaj:
 $(a + 2)^3 =$ _____

4. Razstavi:
 $a^3 + 2^3 =$ _____

5. Razstavi:
 $m^3 - 4^3 =$ _____

Pregledali smo rešitve in na vsakem primeru opozorili na navodila, ki pomagajo poiskati, katera točka formul je primerna. Ponovili smo, kako poiskati ustrezno formulo (preveriti, ali imamo dvočlenik, tričlenik, štiričlenik) in kako slediti poteku formule.

3. del: Z dijakinjo (z njo sem bila dogovorjena že prej) sva zaigrali prizor, v katerem sva prikazali, do kakšnih težav prihaja, ko dijak dijaka prosi za pomoč. Dijak, ki prosi za pomoč, se namreč velikokrat ustavi pri nebitvenih stvareh, kot zakaj je formula takšna (kljub temu, da mu je bila razložena), namesto da bi se jo naučil uporabljati, prav tako velikokrat vztraja pri nepomembnih podrobnostih. Dijak, ki razlaga, včasih nastopi do svojega sošolca superiorno, kar seveda dijaka, ki je prosil za pomoč, zmoti. Dijak zaradi takšnega odnosa razlage ne posluša več in naslednjič sošolca tudi ne prosi več za razlago. Da bi se izognili tem težavam, smo se pogovorili, kako je treba sošolca prositi za pomoč, kako jo sprejeti ter kako prijazno in potrpežljivo snov razložiti. Dijakom sem pojasnila in zagotovila, da pri nudenju pomoči pridobita oba dijaka; prvi tako, da snov razume, in drugi tako, da snov utrjuje, obenem pa še vadi pravilno matematično izražanje.

POGOVOR:

Dijakinja A: Prosim, razloži mi, kako se rešuje naloga: Izračunaj

$$(a + 2)^3 =$$

Dijakinja B: Prav. Poglej. Katera točka na listu s formulami je primerna, če je navodilo izračunaj?

Dijakinja A: Prva in druga točka.

Dijakinja B: Dobro. Katera formula je podobna tvojemu primeru?

Dijakinja A: Tale:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Dijakinja B: Super. Pravilno. Kaj je v tvojem primeru a in kaj b?

Dijakinja A: Torej a je a in b je 2.

Dijakinja B: Točno. Obkroži si a in obkroži si 2, da ju boš takoj videla. Zdaj pa uporabi formulo.

Dijakinja A: Ampak zakaj je v formuli a^3 ?

Dijakinja B: Ne ukvarjaj se zdaj s tem.

To je formula. Poskusi rešiti nalogo. Dijakinja A: Ampak zakaj je tam $3a^2b$?

Dijakinja B: Saj sem ti rekla. Formula je taka. Ne ukvarjaj se zdaj s tem! Poskusi rešiti nalogo. No, kaj pravi formula? Najprej napiši prvi na tri.

Dijakinja A: Torej misliš $(a^2)^3$ najprej.

Dijakinja B: Pa ne, kako tega ne veš!?

Dijakinja A (Sošolke več ne posluša in gleda okrog.)

Dijakinja B: Kaj pa je? Zakaj me ne poslušáš?

Dijakinja A: Obnašáš se, kot da ti vse veš, jaz pa nič. Tudi jaz marsikaj vem, ampak te

naloge pa ne znam rešiti. Prosim, bodi bolj prijazna.

Dijakinja B: Oprosti. Zdaj bom bolj prijazna. Poglej, kaj si obkročila, da je tvoj prvi člen.

Dijakinja A: Obkročila sem a.

Dijakinja B: Torej, to je tvoj prvi člen, ki ga moraš kubirati.

Dijakinja A: Misliš torej, da dobim a^3 ?

Dijakinja B: Točno tako. Zdaj pa nadaljuj. Trikrat prvi na kvadrat krat drugi.

Dijakinja A: Torej pride $3a^2 \cdot 2$.

Dijakinja B: Tako, ja. Naprej.

Dijakinja A: $3a^2 + 2^3$.

Dijakinja B: Super. Samo poračunaj še vse.

Dijakinja A: $(a + 2)^3 = a^3 + 6a^2 + 12a + 8$.

Dijakinja B: Uspelo ti je! Čestitam!

Dijakinja A: Super! Hvala ti! Hvala lepa za pomoč.

4. del: Razdelila sem drugi učni list z novimi petimi nalogami. Najprej je moral reševati naloge vsak sam, nato pa razložiti sošolcu, če ga je prosil. Tudi sama sem pomagala kateremu od dijakov, če je bil v skupini več kot en dijak, ki je potreboval pomoč. Nato smo vse naloge na tabli skupaj rešili in razložili.

2. UČNI LIST

6. Izračunaj:
 $(b + 5)^2 =$ _____

7. Razstavi:
 $a^4 - 3^4 =$ _____

8. Razstavi:
 $2^5 + b^5 =$ _____

9. Izračunaj:
 $(3a + 2b)^2 =$ _____

10. Izračunaj:
 $(5y - 2x)^2 =$ _____

5. del: Razdelila sem še tretji list s petimi nalogami, ki smo se jih lotili na enak način.

3. UČNI LIST

11. Izračunaj:
 $(a + 2 + 3)^2 =$ _____

12. Izračunaj:
 $(2 - a)^3 =$ _____

13. Izračunaj:
 $(3x - 2)(9 - x) =$ _____

14. Izpostavi:
 $2\pi r^2 + 2\pi r v =$ _____

15. Razstavi:
 $a^2 - 6^2 =$ _____

6. del: Razdelila sem še četrti list, na katerem sta bila razstavljena štiričlenika s postopkom vred ter dva nerazstavljena štiričlenika. Na listih s formulami je v navodilih za razstavljanje štiričlenika pisalo: združimo po dva in dva člena (prva možnost). Nikjer ni bilo nobene formule. To je

4. UČNI LIST

Rešena primera razstavljanja štiričlenika:

1. primer:
 $ac + ad + bc + bd = a(c + d) + b(c + d) = (c + d)(a + b)$

2. primer:
 $x^2y - 2x^2 - 25y + 50 = x^2(y - 2) - 25(y - 2) = (y - 2)(x^2 - 25)$

Razstavi:

1. primer:
 $5a^2 + ab - 15a - 3b =$ _____
 = _____

2. primer:
 $21ax + 35ay - 20y - 12x =$ _____
 = _____

situacija, ki jo dijaki večkrat doživijo. V šolskem zvezku imajo namreč rešene naloge, sami pa ne vedo, kako si pomagati, da bi domačo nalogo rešili po enakem postopku. Dijaki so morali najprej sami preštudirati rešena primera, nato pa razstaviti še ostala štiričlenika. Na koncu smo skupaj razstavili vse štiričlenike še na tablo.

7. del: Sledilo je še nekaj napotkov za učenje doma. Dijakom sem naročila, da morajo doma najprej rešiti naloge iz šolskega zvezka še enkrat (ali večkrat), pri tem morajo razumeti, zakaj imamo nekje plus in nekje minus. O svojih napakah morajo razmisliti, da ne bi prihajalo vedno do enakih napak. Prepoznati morajo svoje najpogostejše napake in pri pisni nalogi za seboj preveriti prav tiste dele

računov, pri katerih se največkrat zmotijo. Če bo imel kdo še vedno težave, sem svetovala, naj vzame deset listov papirja in si prepíše po vrsti po eno nalogo (iz šolskega zvezka) na vsak list, ko zmanjka listov, naslednjo nalogo napiše na prvi list in tako naprej. Tako bo dobil deset pisnih nalog. Vsak dan naj reši po eno takšno pisno nalogo in takoj bo videl, ali zmore prepoznavati tipe nalog in preskakovati iz ene snovi na drugo.

8. del: Dijakom sem razložila, kako naj se lotijo učenja formul. Opozorila sem jih, naj se jih ne učijo kar na pamet. Pri učenju formul je potrebno razmišljati, kaj se dogaja v formuli, kje so podobnosti med formulami in kje razlike. Pomagajo si lahko tudi tako, da si namesto neznank narišejo srčke, rožice ali kaj druga, kar se jim zdi lepo.

9. del: Dijakom sem še enkrat razložila, da namen teh dveh ur »učenja učenja« ni bil, da bi znali vse in znali uporabljati vse formule na listu, ampak da bi se naučili, kako se lotiti nalog, slediti navodilom, prepoznavati primerne formule in jim pri reševanju nalog slediti.

10. del: Dijakom sem razdelila vprašalnike in jih prosila, naj jih rešijo. Vprašalniki so vsebovali vprašanja o

tem, kaj jim je bilo všeč in kaj ne, ali jim je bil všeč način dela in koliko koristnih nasvetov za učenje so dobili.

Zaključek

Z izvedbo učnih ur učenja učenja sem bila zelo zadovoljna. V dveh učnih urah sem imela možnost opazovati dijake, kako so se trudili s formulami, ki jih pred začetkom ure še niso poznali. Reševali so naloge, spraševali sošolce, nekateri tudi mene, kako in kaj je potrebno narediti. Tudi nekateri dijaki, ki jim je bil tak način učenja težak, so ob primerni spodbudi začeli opazovati naloge in formule ter se trudili naloge rešiti. Pri meni so preverjali, ali so se naloge pravilno lotili in drug drugemu razlagali, kaj je potrebno narediti. Lahko bi rekla, da so nekateri med reševanjem uživali, kar bi marsikateri med njimi težje priznali. Ob koncu dveh ur je bilo videti, da so bili nekateri precej utrujeni. To je bilo za pričakovati, saj sta bili uri zelo intenzivni. Še posebej sta jim delali težave formuli za vsoto in razliko n-tih potenc in razstavljanje štiričlenikov. Kljub temu jih je precej vztrajalo in spraševalo tako dolgo, da

so naloge rešili. Tudi njihovo zadovoljstvo je bilo ob tem neprimerno večje. Pokazalo se je, da večina ne zna preštudirati rešenih nalog in si tako pomagati pri reševanju nalog. Zanimivo jih je bilo opazovati, kako previdno so se lotili 13. naloge, ki so jo v osnovni šoli znali rešiti brez problema, zdaj pa niso bili več prepričani, kako se naloga reši.

Iz odgovorov na vprašanja iz vprašalnika je bilo jasno, da je bil način izvajanja ur večini dijakov všeč, nekateri so celo napisali, da jim je bilo všeč prav to, da so sami reševali naloge s pomočjo formul in da so si med seboj pomagali. Večina dijakov je odgovorila, da je dobila kar precej koristnih nasvetov za učenje matematike. Par dijakov pa je napisalo, da jim ni bilo všeč, da bodo te formule morali znati na pamet.

Pokazalo se je, da večina ne zna preštudirati rešenih nalog in si tako pomagati pri reševanju nalog.

Literatura

Vir 1: Priporočilo Evropskega parlamenta in Sveta z dne 18. decembra 2006 o ključnih kompetencah za življenjsko učenje (2006/962/ES). Dostopno na <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/SL/TXT/?uri=CELEX%3A32006H0962>.

