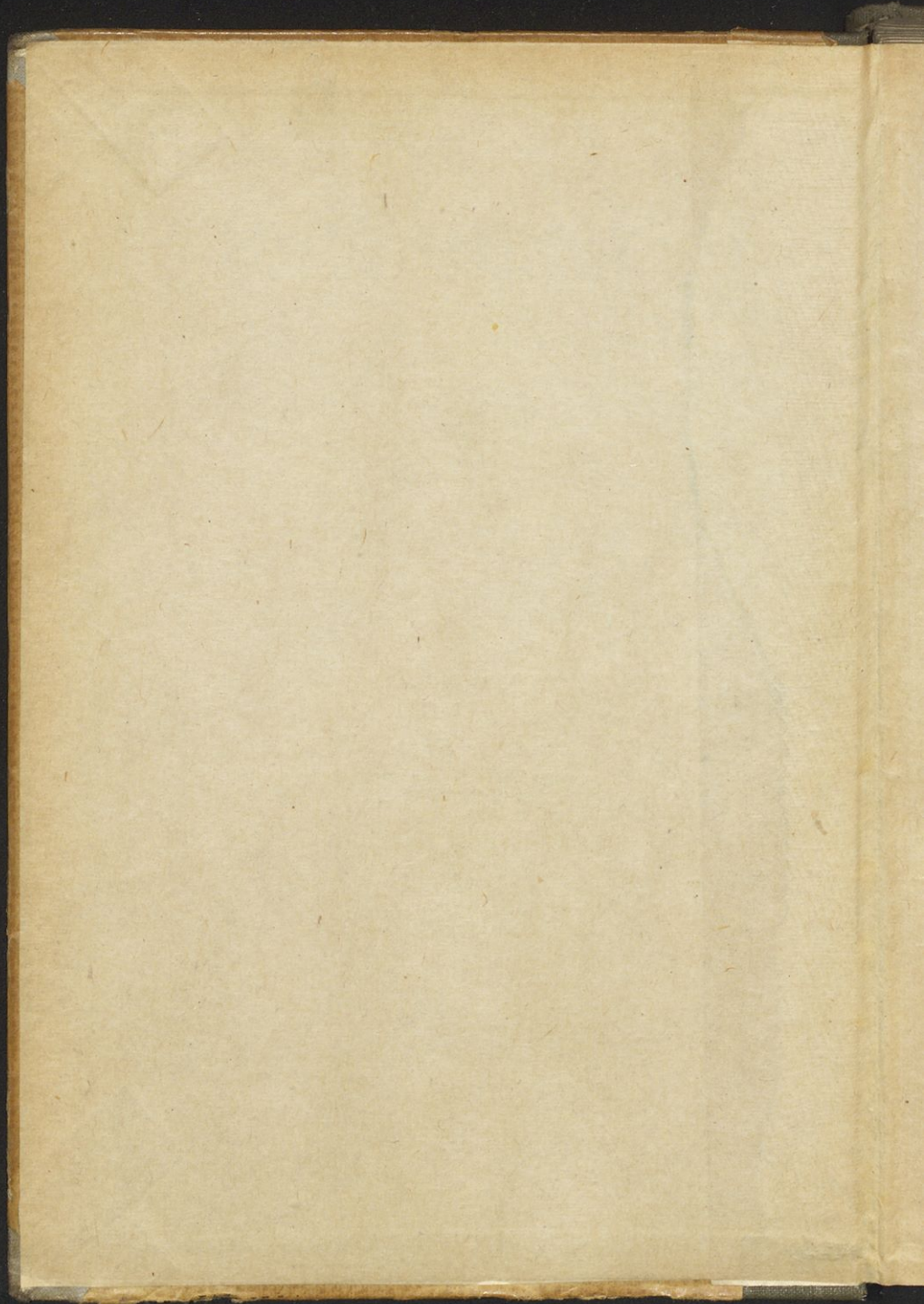


Narodna in univerzitetna knjižnica
v Ljubljani

161239

Mocniks
R e c h e n b u c h
für
Knabenbürgerschulen
Einteilige Ausgabe



Močniks

Rechenbuch

für Knabenbürgerschulen.

Bearbeitet von

Heinrich Halbgebauer
und Robert Neumann.

Einteilige Ausgabe.

Vierte,
nach dem Lehrplane vom
15. Juli 1907, Zahl 2368,
umgearbeitete Auflage.

Preis, gebunden K.



Verlag von F. Tempshy.

Wien 1909.

161239

Alle Rechte, einschließlich des Übersetzungsrechtes, vorbehalten.

161239



944 316/1960

Druck von Gebrüder Stiepel in Reichenberg.

Inhalt.

Erster Teil.

	Seite		Seite
I. Ganze Zahlen und Dezimalzahlen	5	4. Dividieren	36
1. Veranschaulichung derselben im metrischen Längenmaße; Verwandlungsübungen	5	5. Wiederholungsaufgaben (Proberechnen)	47
2. Das Flächenmaß; Verwandlungsübungen	8	III. Rechnen mit gemeinen Brüchen	48
3. Das Körpermaß, das Hohlmaß und die Gewichte; Verwandlungsübungen	9	1. Entstehung, Arten und Größe der Brüche	48
4. Das Wertmaß	11	2. Teilbarkeit der Zahlen	51
5. Zeit-, Winkel- und Zählmaße	12	3. Größtes gemeinschaftliches Maß	54
6. Römische Ziffern	14	4. Kleinstes gemeinschaftliches Vielfache	55
II. Die Grundrechnungsarten mit unbenannten und benannten ganzen und Dezimalzahlen	14	5. Verwandlung gemeiner Brüche in Dezimalbrüche	57
1. Addieren	14	6. Die vier Grundrechnungsarten mit gemeinen Brüchen	59
2. Subtrahieren	19	IV. Schlußrechnungen	70
3. Multiplizieren	24	V. Einfache Prozent- und Zinsrechnungen	73
		VI. Wiederholungsaufgaben	77

Zweiter Teil.

I. Durchschnittsrechnung	81	2. Anwendung der Prozentrechnung	118
II. Regeldetri (Dreisatz)	82	a) Tara und Gutgewicht	118
1. Einfache Regeldetri	82	b) Warenkonto und Kassakonto	120
A. Auflösung durch Schlüsse (Schlußrechnung)	83	c) Senfarie	121
B. Verhältnisse	87	d) Provision	122
C. Proportionen	91	e) Gewinn und Verlust	126
D. Auflösung der Regeldetriaufgaben durch die Proportion	93	V. Zins- und Diskontrechnung	127
2. Zusammengesetzte Verhältnisse und Proportionen	98	1. Zinsrechnung	127
3. Zusammengesetzte Regeldetri	99	2. Diskontrechnung	139
A. Auflösung durch die Schlußrechnung oder den Bruchsatz	100	VI. Teilungs- und Durchschnittsrechnungen	142
B. Auflösung durch die Proportion	100	1. Einfache Teilungsrechnung	142
III. Quadrieren und Ausziehender Quadratwurzel		2. Zusammengesetzte Teilungsrechnung	145
1. Quadrieren	102	3. Mischungsrechnung	146
2. Ausziehen der Quadratwurzel	105	VII. Vermischte Wiederholungsaufgaben	149
IV. Die Prozentrechnung und ihre Anwendungen	109	VIII. Gewerbliche Rechnungen	154
1. Allgemeine Prozentrechnung	109	IX. Landwirtschaftliche Rechnungen	159

Dritter Teil.

I. Maße und Gewichte	164	c) Umrechnung der Maße und Gewichte	165
a) Maße und Gewichte der österreichisch-ungarischen Monarchie	164	II. Kettenrechnung	167
b) Die wichtigsten ausländischen Maße und Gewichte	164	III. Kubieren und Ausziehen der Kubikwurzel	169

	Seite	ite
1. Kubieren	169	
2. Ausziehen der Kubikwurzel . . .	173	
IV. Praktische Berechnungen aus dem Versicherungswesen (Massekuranz)	177	
a) Die Feuerversicherung	178	
b) Die Glasversicherung	179	
c) Die Hagelversicherung	179	
d) Die Viehversicherung	179	
e) Die Transportversicherung . . .	180	
f) Einbruchdiebstahl-Versicherung .	180	
g) Die Lebensversicherung	180	
h) Arbeiter-Unfallversicherung . . .	181	
i) Arbeiter-Krankenversicherung . .	183	
V. Zinsszinssrechnung	185	
1. Berechnung des Wertes eines Geldbetrages nach einer bestimmten Zeit	185	
2. Berechnung des Wertes eines Geldbetrages vor einer bestimmten Zeit	193	
VI. Berechnung der Münzen	197	
1. Münzwesen	197	
2. Münzrechnung (Ausländische Rechnungsmünzen)	200	
a) Berechnungen über Feinheit, Korn und Schrot	202	
b) Berechnung des Münzpari	203	
c) Berechnung der Münzen nach dem Kurse	204	
VII. Berechnung der Wechsel und Wertpapiere	206	
1. Wechselkunde	207	
2. Wechselrechnung	210	
a) Wechseldiskont	210	
b) Wechselreduktion	212	
3. Effektenrechnung	214	
VIII. Gewerbliche Rechnungen . .	217	
IX. Rechnen mit entgegengesetzten Zahlen	219	
X. Gleichungen des I. Grades mit einer Unbekannten	231	
1. Auflösung einfacher Ziffergleichungen	232	
2. Anwendung der Gleichungen auf diese Lösung von Aufgaben	235	
XI. Verschiedenartige Wiederholungsaufgaben	242	
XII. Der Grundsteuerkataster und das Grundbuch	246	
XIII. Gewerbliche Buchführung	249	
1. Wesentliche Bücher der gewerblichen Buchführung	250	
Die Inventur	250	
Das Kassabuch	251	
Das Journal	253	
Das Hauptbuch	254	
2. Neben- und Hilfsbücher der gewerblichen Buchführung	255	
Das Brief-Kopierbuch	255	
Das Fakturenbuch	255	
Das Waren- oder Lagerbuch . . .	255	
Das Verfallsbuch	256	
Das Bestellsbuch	256	
3. Praktische Darstellung der gewerblichen Buchführung	256	
A. Einmonatlicher Geschäftsgang einer Möbelfischlerei	256	
Geschäftsfälle	256	
Inventur	259	
Kassabuch	260	
Verfallsbuch	261	
Journal	262	
Hauptbuch	264	
Inventur	268	
B. Einmonatliches Geschäft eines Buchbinders	268	
4. Buchführung für kleinere Gewerbe	270	
a) Aus dem Tagebuche eines Tapezierers	271	
b) Aus dem Kundenbuche eines Tapezierers	271	
c) Aus dem Kundenbuche eines Viktualienhändlers	271	
5. Beispiele aus der Buchführung eines Landwirtes	272	
a) Inventar eines Bauerngutes	272	
b) Nachweis über den Roherttrag eines Bauerngutes	272	
c) Nachweis über den Verkauf der Erzeugnisse	273	
d) Rechnungsabschluß	273	

Anhang.

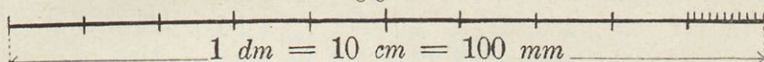
Kurzblatt der Wiener Börse	274	Formulare über Quittung und Wechsel	277
--------------------------------------	-----	---	-----

Erster Teil.

I. Ganze Zahlen und Dezimalzahlen.

1. Veranschaulichung derselben im metrischen Längenmaße.

Fig. 1.



Anschauen und Vergleichen der Maßteile am Dezimeter- und Metermaße.

$$10 \text{ mm} = 1 \text{ cm} \dots\dots 1 \text{ mm} = 0.1 \text{ cm},$$

$$10 \text{ cm} = 1 \text{ dm} \dots\dots 1 \text{ cm} = 0.1 \text{ dm}.$$

Die Einheit des Längenmaßes ist das Meter (m).

1 m ist der 10millionste Teil eines Erdmeridianquadranten.

	10 ⁹	10 ⁸	10 ⁷	10 ⁶	10 ⁵	10 ⁴	10 ³	10 ²	10 ¹	10 ⁰
1 m	1 dm	1 cm	1 mm	1	1	1	1	1	1	1
10 m	1 dkm	(Dekameter)*	1 m	0.1 dkm						
10 dkm	1 hm	(Hektometer)*	1 dkm	0.1 hm						
10 hm	1 km	(Kilometer)	1 hm	0.1 km						
10 km	1 μm	(Myriameter)	1 km	0.1 μm						

Bestimmte Mengen gleichartiger Einheiten nennt man **Zahlen**,

z. B. 1 m, 5 m Tuch, 6 K, 37 kg Mehl.

Läßt man den Namen der Maßeinheiten (m, K, kg) weg, so heißen die Zahlen unbenannte oder reine Zahlen; z. B. 1, 5, 6, 37.

Je 10 Einheiten werden als 1 neue Einheit angenommen; 10, griechisch (deka), ist die allgemein gebräuchliche Grundzahl und die nach ihr gegliederte Zahlenreihe heißt **Zehnerystem** oder **dekadisches Zahlensystem**. Die Bildung der Zahlen erfolgt nach der dekadischen Regel: 10 Einheiten einer Stufe (Ordnung) bilden 1 Einheit der nächst höheren Stufe (Ordnung).

3t 2 2 2 2 2

In der Zahl..... 2 2 2 2 2 bedeutet die erste Stelle rechts Einer, nach links die zweite Stelle Zehner, die dritte Hunderter, die vierte Tausender usw. (Reihe der ganzen Zahlen). Schreitet man in einer solchen Zahl 2 2 2 2 2 von links nach rechts, so ist jedes nächstfolgende Glied (Stelle) der zehnte Teil des vorhergehenden. Setzt man die Reihe nach diesem Gesetz über die Einer hinaus fort,

*) Die Längenmaße „Dekameter“ und „Hektometer“ werden in Österreich-Ungarn nicht gebraucht.

indem man den zehnten Teil der Einer als neue Stelle (Zehntel, *z*) rechts ansetzt, von den Zehnteln wieder den 10. Teil (Hundertstel, *h*) als zweite, von diesen den 10. Teil (Tausendstel, *t*) als dritte Stelle nimmt usw., so erhält man die Reihe der **Dezimalen** (Zehnteilchen), z. B. 22222·222. Die Ganzen der Dezimalzahl werden von den Dezimalen durch den Dezimalpunkt getrennt; eine Zahl mit Dezimalen heißt eine **Dezimalzahl**; z. B.

Billionen	Millionen			Einer					
.... Bb B	Htm Btm Tm	Hm Bm M	Ht Bt T	B B B	•	z h t	zt ht m	zm ..	
.... 1 1,,	1 1 1.	1 1 1,	1 1 1.	1 1 1	•	1 1 1	1 1 1	1 ..	
		2 2	2 2 2	2 2 2	•	2 2 2	2 2 2		
			6 8 0	7 1 5	•	3 9 4	2		
			8	4 0 3	•	1 2			
			Tau= sender	0	•	3 7 0	6		
.... Einer	Tausender	Einer	Tau= sender	Einer					
< Ganze				> < Dezimalen >					
< Dezimalzahl				>					

Im Zehnerstystem werden alle Zahlen mittels der Zahlwörter eins, zwei, ... zehn, hundert, tausend, Million, Billion... gesprochen und mittels der Zahlzeichen (Ziffern) 1, 2, ... 9, 0 geschrieben. Jede Ziffer dieser Zahlen hat zweierlei Wert: 1. den Ziffernwert, d. i. die Anzahl der Einheiten überhaupt und 2. den Stellenwert, der die Art (Ordnung, Stufe, Rang) der Einheiten bestimmt.

Numerieren, d. h. Schreiben und Lesen von Zahlen:

1. Teile folgende Zahlen in Gruppen und sprich sie aus: 8961 *m*, 2407 *h*, 508 231 *K*, 8 079 056 *m*², 246 089 040 *cm*³!
2. Welchen Stellenwert hat a) in einer ganzen Zahl die 1., 4., 7., 10., ... Ziffer, b) in einem Dezimalbruche die 1., 3., 6., 5., ... Ziffer?
3. Gib in den folgenden Zahlen den verschiedenen Stellenwert der Ziffer 5 an: 525 057, — 1 505 515 — 56 250·5157 — 350·256 505!
4. Drücke dekadische Einheiten in Einheiten niederer Ordnung aus: 37·486 *m* sind 37 *m*, 4 *dm*, 8 *cm* und 6 *mm*, oder 37 *m*, 48 *cm*, 6 *mm*, oder 37 *m*, 486 *mm*, oder: 37·486 = 37 Ganze, 4 Zehntel, 8 Hundertstel, 6 Tausendstel, oder 37 Ganze, 486 Tausendstel.
5. Wieviel *m*², *dm*² und *cm*² sind 7·306 572 *m*², 0·0526 *m*²?
6. Schreibe mit Ziffern folgende durch Worte ausgedrückte Zahlen: fünftausendsiebzig, zweihundertsechstaufendachtzig, fünfundzwanzig Millionen, siebenhunderttausendunddreiundneunzig, zwei Milliarden!
7. Schreibe folgende Dezimalzahlen an: 8 Ganze 4 Zehntel 5 Hundertstel 9 Tausendstel; 0 Ganze 75 Millionstel; 18 Ganze 7005 Hunderttaufendstel; 205 Ganze 29 Tausendstel....!
- 8.* Schreibe als Zahlen: a) 5 Bt 3 T 6 H 2 B 9 E; b) 45 T 2 H 58 E; c) 9 Bt 127 E; d) 9 M 162 T; e) 16 E 5 z 3 h 2 t; f) 0 E 7 z 16 Bt; g) 1 T 8 E 3 h 5 m! Lies diese Zahlen!

9. Zerlege folgende Zahlen von der Einerstelle in Klassen a) zu 1 Ziffer b) zu 2 Ziffern, c) zu 3 Ziffern und gib den Stellenwert jeder Klasse an: 13 526, — 98 696 413, — $16 \cdot 234$, — $0 \cdot 141321$!
10. Zerlege folgende Zahlen: a) in $\mathcal{E}$ und $\mathcal{S}$, b) in $\mathcal{E}$ und $\mathcal{L}$, c) in $\mathcal{E}$ und $\mathcal{St}$: 1384, 12 365, 472 160, 6 503 070, 116 598!

Verwandlungsübungen.

- A. Höhere Einheiten in niedrigere verwandeln heißt Auflösen oder Resolvieren. 3. B. $1264 \text{ m} = 126\,400 \text{ cm}$, $1 \text{ km } 264 \text{ m} = 1264 \text{ m}$, $1 \cdot 264 \text{ km} = 1 \text{ km } 264 \text{ m}$.

1. Verwandle:

- a) in m , in dm , in cm , in mm : 1 dkm , 5 km , 23 dkm , 7 km , 18 km , $3 \mu\text{m}$;
b) in die niedrigeren Einheiten: 8 , 70 , 204 , 5600 m , — 35 km , — 3 , $100 \mu\text{m}$;

- c) in dm , in cm , in mm : 15 m , $0 \cdot 8 \text{ m}$, $1 \cdot 75 \text{ m}$, $0 \cdot 175 \text{ m}$, $33 \cdot 333 \text{ m}$!

2. Zerlege folgende einnamige Zahlen nach allen darin enthaltenen Maßeinheiten in mehrnamige: $1 \cdot 762 \text{ m}$, $18 \cdot 42 \text{ m}$, $9 \cdot 86 \text{ dm}$, $7 \cdot 8 \text{ cm}$, $7 \cdot 65 \text{ km}$, $5 \cdot 6042 \mu\text{m}$, $0 \cdot 568 \text{ m}$, $0 \cdot 987 \mu\text{m}$, $0 \cdot 987 \text{ km}$, $5 \cdot 047 \text{ m}$!

3. Bringe folgende mehrnamige Zahlen auf die niedrigste Benennung: $12 \text{ m } 6 \text{ dm}$, $5 \text{ m } 80 \text{ cm}$, $9 \text{ dm } 5 \text{ mm}$, $1 \text{ m } 2 \text{ dm } 6 \text{ cm } 8 \text{ mm}$, $2 \text{ dkm } 3 \text{ m } 8 \text{ dm}$, $4 \text{ km } 8 \text{ hm } 2 \text{ m}$, $4 \text{ km } 82 \text{ m}$, $1 \mu\text{m } 2 \text{ km } 7 \text{ dkm}$, $1 \mu\text{m } 5 \text{ km } 3 \text{ hm } 6 \text{ m}$, $12 \mu\text{m } 8 \text{ km } 4 \text{ m}$!

4. Wieviel m , dm , cm und mm sind: $1 \cdot 275 \text{ m}$, $28 \cdot 0065 \text{ m}$, $0 \cdot 804 \text{ m}$?

5. Verwandle in mm : $1 \text{ m } 4 \text{ dm } 3 \text{ cm } 5 \text{ mm}$ (normale Spurweite der Eisenbahnen), $5 \text{ m } 4 \text{ cm}$, $5 \text{ m } 8 \text{ mm}$; — $7 \text{ km } 8 \text{ m } 6 \text{ dm}$, $1 \mu\text{m } 5 \text{ km } 146 \text{ m}$, $1 \mu\text{m } 5 \text{ km } 8 \text{ m } 9 \text{ mm}$!

6. Verwandle in mm (cm): $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{27}{100} \text{ m}$!

- B. Einheiten einer niedrigeren Benennung in Einheiten einer höheren Benennung verwandeln heißt Zurückführen oder Reduzieren.

3. B. $1264 \text{ mm} = 126 \text{ cm } 4 \text{ mm} = 1 \text{ m } 2 \text{ dm } 6 \text{ cm } 4 \text{ mm} = 1 \cdot 264 \text{ m}$.

1. Verwandle a) in cm , in dm , in m : 1 , 7 , 10 , 75 , 100 , 815 , 1000 , 6008 mm ; b) in dkm , in hm , in km , in μm : 1 , 5 , 10 , 80 , 100 , 315 , 1000 , 9700 m ; c) in dm (m): 8 , 68 , 100 , 526 , 1000 , 1245 cm !

2. Zerlege folgende einnamige Zahlen nach allen darin enthaltenen Maßeinheiten in mehrnamige: a) 1234 mm , 1234 cm , 1234 dm , $123\,604 \text{ mm}$, b) 572 m , 572 dkm , 615 hm , $24\,060 \text{ m}$ (cm), $126\,875 \text{ m}$, $1\,000\,000 \text{ m}$!

3. Bringe folgende mehrnamige Zahlen auf die höchste Benennung:

- a) $1 \text{ m } 6 \text{ dm } 5 \text{ cm}$, $4 \text{ m } 76 \text{ cm}$, $9 \text{ dm } 2 \text{ mm}$, $32 \text{ m } 5 \text{ dm } 8 \text{ mm}$;
b) $5 \text{ dkm } 3 \text{ m } 9 \text{ dm}$, $8 \text{ hm } 2 \text{ m } 8 \text{ cm}$, $1 \text{ km } 2 \text{ hm } 4 \text{ m}$, $1 \text{ km } 2 \text{ dkm } 4 \text{ m}$, $2 \text{ km } 18 \text{ m}$, $2 \mu\text{m } 4 \text{ km } 8 \text{ m}$, $18 \mu\text{m } 536 \text{ m}$!

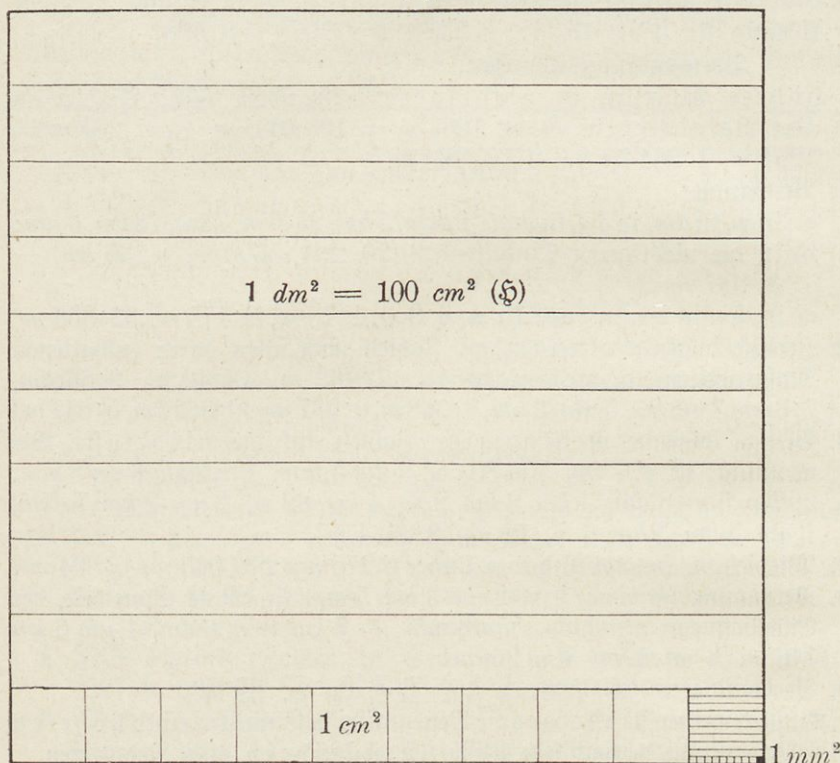
4. Drücke in Einheiten höherer Benennung oder durch mehrnamige Zahlen aus: 2000 dm , 625 cm , 5400 mm , $2516 \text{ m } 175 \text{ km}$!

5. Miß mit dem Dezimeter- und Meterstabe die Länge, Breite und Höhe (Dicke) von Gegenständen im Schulzimmer, schreibe diese Ergebnisse auf und a) resolviere, b) reduziere sie!

2. Das Flächenmaß.

Veranschaulichung der Zahlen im Flächenmaße.

Fig. 2.



Anschauen und Vergleichen der Flächenmaße:

$$\begin{array}{l}
 m^2, \quad dm^2, \quad cm^2, \quad mm^2 \quad (\text{Fig. 2}). \\
 100 \, mm^2 = 1 \, cm^2 \dots\dots 1 \, mm^2 = 0.01 \, cm^2, \\
 100 \, cm^2 = 1 \, dm^2 \dots\dots 1 \, cm^2 = 0.01 \, dm^2, \\
 100 \, dm^2 = 1 \, m^2 \dots\dots 1 \, dm^2 = 0.01 \, m^2.
 \end{array}$$

Die Einheit des Flächenmaßes ist das Quadratmeter (m^2).

$$\begin{array}{l}
 100 \, m^2 = 1 \, (dkm^2) \, a \dots\dots 1 \, m^2 = 0.01 \, a \, (dkm^2), \\
 100 \, (dkm^2) \, a = 1 \, (hm^2) \, ha^*) \dots\dots 1 \, a = 0.01 \, ha \, (hm^2), \\
 100 \, (hm^2) \, ha = 1 \, km^2 \dots\dots\dots 1 \, ha = 0.01 \, km^2, \\
 100 \, km^2 = 1 \, \mu m^2 \dots\dots\dots 1 \, km^2 = 0.01 \, \mu m^2.
 \end{array}$$

Die Einheit des Bodensflächenmaßes ist das Ar (a).

Verwandlungsübungen:

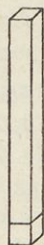
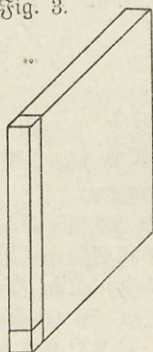
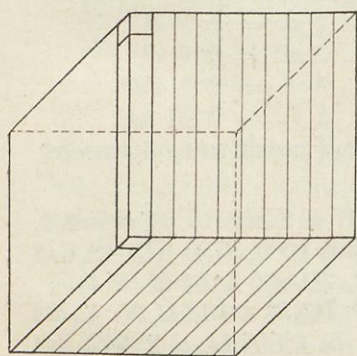
1. Wieviel dm^2 (cm^2 , mm^2) sind: $1 \, m^2$, $2 \, m^2$, $10 \, m^2$, $25 \, m^2$, $99 \, m^2$?

*) hektoar — hektar.

2. Wieviel m^2 sind: a) 5 a, 12 a, 75 ha, 3 km^2 , 2 μm^2 ; — 4 dm^2 , 24 dm^2 , 8 cm^2 , 9 mm^2 , 18 cm^2 , 46 mm^2 , 40 cm^2 , 50 dm^2 ; b) 7 ha, 15 a, c) 3 ha 8 a 36 m^2 , d) 1 ha 5 a 8 m^2 ?
3. Verwandle in m^2 , dm^2 und cm^2 :
a) 15·6614 m^2 , b) 0·8904 m^2 , c) 7·405 m^2 , d) 45·0608 m^2 !
4. Drücke in Einheiten höherer Benennung oder durch mehrnamige Zahlen aus: 25 750 m^2 , 1236 a, 8750 ha, 175 dm^2 , 865 cm^2 , 1273 cm^2 , 33 333 mm^2 !
5. Verwandle in a (in ha, in m^2): 1 ha 5 a, 12 ha 19 a 75 m^2 , 20 ha 9 a, 60 ha 60 a 8 m^2 , 8 ha 6 a 28 m^2 !
6. Reduziere auf Ganze der höheren Benennungen: 83 045 m^2 , 57 843 cm^2 , 5680 a, 123 456 m^2 , 746 dm^2 , 926 mm^2 !
7. Verwandle in eine Dezimalzahl der höchsten Benennung: 15 m^2 59 dm^2 32 cm^2 , 2 ha 7 a 72 m^2 , 5 dm^2 8 cm^2 5 mm^2 , 3 a 7 m^2 , 15 ha 29 a 4 m^2 , 13·5 a, 27·04 m^2 , 135·8 m^2 !
8. Schreibe als Dezimalzahlen und als Ganze:
3. B. 3 m^2 8 dm^2 = 3·08 m^2 = 308 dm^2 ,
a) 2 m^2 6 dm^2 , 10 m^2 25 dm^2 , 6 dm^2 15 cm^2 , 9 dm^2 9 cm^2 ;
b) 5 a 75 m^2 , 6 a 8 m^2 , 5 ha 90 a, 25 ha 28 a, 2 ha 16 a, 4 ha 8 a; —
c) 1 m^2 2 dm^2 15 cm^2 , 2 m^2 15 dm^2 8 cm^2 , 2 dm^2 17 cm^2 5 mm^2 ,
1 m^2 2 dm^2 3 cm^2 4 mm^2 , 1 m^2 12 dm^2 33 cm^2 54 mm^2 ;
d) 1 ha 15 a 27 m^2 , 2 ha 5 a 8 m^2 , 29 ha 8 a 16 m^2 ;
e) 1 μm^2 7 km^2 , 1 μm^2 25 km^2 , 1 km 956 m^2 , 2 km^2 1235 m^2 !
9. Schreibe als mehrnamige Zahlen: 3. B. 4·06 m^2 = 4 m^2 6 dm^2 ,
a) 5·75 m^2 , 1·0825 m^2 , 12·0907 m^2 , 8·1706 dm^2 , 9·0716 dm^2 ,
7·08 m^2 , 2·64 m^2 , 1·250846 m^2 ; b) 2·35 a, 18·05 a, 9·99 ha,
19·09 ha, 2·1546 ha, 3·0508 ha, 3·80 ha, 15·60 a!
10. Unser Schulgarten hat 6 a 85 m^2 Inhalt; wieviel ist dies einnamig in m^2 , a, dm^2 ?

3. Das Körpermaß, das Hohlmaß und die Gewichte.

Fig. 3.



$$1 m^3 = 1000 dm^3 (\text{Z})$$

$$1 m^3 (\text{E})$$

$$100 dm^3 (\text{Z})$$

$$0\cdot1 m^3 (\text{Z})$$

$$10 dm^3 (\text{Z})$$

$$0\cdot01 m^3 (\text{H})$$

$$1 dm^3 (\text{E})$$

$$0\cdot001 m^3 (\text{t}).$$

Veranschaulichung der Zahlen im Körpermaße!

Anschauen und Vergleichen der Körpermaße: m^3 , dm^3 , cm^3 , mm^3 !

$$1000 \text{ mm}^3 = 1 \text{ cm}^3 \dots\dots\dots 1 \text{ mm}^3 = 0.001 \text{ cm}^3,$$

$$1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ dm}^3 \text{ (l)} \dots\dots\dots 1 \text{ cm}^3 = 0.001 \text{ dm}^3,$$

$$1000 \text{ dm}^3 = 1 \text{ m}^3 \text{ (10 hl)} \dots\dots\dots 1 \text{ dm}^3 = 0.001 \text{ m}^3 \text{ (0.01 hl)}.$$

Die Einheit des Körpermaßes ist das Kubikmeter (m^3).

$$1000 \text{ m}^3 = 1 \text{ dkm}^{3*}) \dots\dots\dots 1 \text{ m}^3 = 0.001 \text{ dkm}^3,$$

$$1000 \text{ dkm}^3 = 1 \text{ hkm}^{3*}) \dots\dots\dots 1 \text{ dkm}^3 = 0.001 \text{ hkm}^3,$$

$$1000 \text{ hkm}^3 = 1 \text{ km}^3 \dots\dots\dots 1 \text{ hkm}^3 = 0.001 \text{ km}^3,$$

$$1000 \text{ km}^3 = 1 \text{ } \mu\text{m}^3 \dots\dots\dots 1 \text{ km}^3 = 0.001 \text{ } \mu\text{m}^3.$$

Die km^3 (μm^3) sind unbegrenzt; die hkm^3 , dkm^3 und m^3 faßt man in allen 9 Stellen gewöhnlich zu m^3 zusammen; die Unterabteilungen dm^3 , cm^3 und mm^3 umfassen je 3 Stellen.

Verwandlungsübungen.

1. Verwandle in dm^3 (cm^3 , mm^3): 1, 2, ... 10 m^3 , 50 m^3 , 75 m^3 , 100 m^3 , 800 m^3 , 225 m^3 ! 1, 2, ... 9 dm^3 , 12 dm^3 , 45 dm^3 !
2. Wieviel cm^3 (mm^3) sind: 8 dm^3 52 cm^3 , 1 m^3 126 dm^3 , 1 m^3 65 dm^3 , 1 m^3 9 dm^3 72 cm^3 , 76 dm^3 8 cm^3 ?
3. Wieviel m^3 sind: a) 1000 dm^3 , 7000 dm^3 , 8600 dm^3 , 546 dm^3 , 75 dm^3 , 8 dm^3 ; — b) 1000000 cm^3 , 8 cm^3 , 12 cm^3 , 2678 cm^3 ?
4. Stelle folgende Rauminhalte mit der höchsten, niedersten Benennung dar: a) 1 m^3 1 dm^3 , 2 m^3 4 dm^3 872 cm^3 , 2 m^3 15 dm^3 8 cm^3 , 6 mm^3 , 2 dm^3 50 cm^3 76 mm^3 ; b) 15 dm^3 69 mm^3 , 3 m^3 65 dm^3 9 cm^3 427 mm^3 !
5. Wieviel dm^3 , cm^3 , mm^3 sind: 0.436125 m^3 , 1.073004286 m^3 , 8.732015 dm^3 , 0.008009 dm^3 , 8.732 cm^3 , 999.408 m^3 ?

Die Einheit des Hohlmaßes ist das Liter (l) = 1 dm^3 .

$$1 \text{ l} = 10 \text{ dl} \dots\dots\dots 1 \text{ dl} = 0.1 \text{ l}$$

$$1 \text{ dl} = 10 \text{ cl} \dots\dots\dots 1 \text{ cl} = 0.1 \text{ dl}$$

$$1 \text{ cl} = 10 \text{ ml} \dots\dots\dots 1 \text{ ml} = 0.1 \text{ cl}$$

$$1 \text{ dkl}^{*}) = 10 \text{ l} \dots\dots\dots 1 \text{ l} = 0.1 \text{ dkl}^{*})$$

$$1 \text{ hl} = 10 \text{ dkl} = 100 \text{ l} \dots\dots\dots 1 \text{ l} = 0.01 \text{ hl}.$$

In Österreich werden auch $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ l und hl geeicht und angewendet.

Verwandlungsübungen:

1. a) Wieviel l sind 1, 2, ... 9, 10, 15 dl (cl)? b) Wieviel l, dl, cl sind 1, 2, ... 10, 50, 200, 4000 hl? c) Wieviel hl sind 1000, 8730, 675, 48, 6 l?
2. Verwandle in l, in hl: 1 hl 9 l, 2 hl 65 l, 20 hl 5 l, 64 hl 95 l!
3. Verwandle in l und hl: 1.28 hl, 16.08 hl, 0.765 hl, 2.048 hl, 30.45 hl!
4. Verwandle in hl, l und dl: a) 23.456 hl, b) 4.007 hl, c) 2.4875 hl!

*) dkm^3 , hkm^3 und dkl werden in Österreich als Maß nicht benötigt.

5. Reduziere und resolviere: 250 l, 6875 l, 8 l, 27 l, 63 hl 58 l!
 6. Wieviel hl find a) 1, 2, ... 10, 20, 75 m³; b) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ m³?
 7. Wieviel l find a) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{7}{20}$ hl; b) $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{3}{100}$ hl?

Gewichte.

Die Einheit des Gewichtes ist das Kilogramm (kg),

gleich dem Gewichte eines Kubikdezimeters (Liters) destillierten Wassers im luftleeren Raume bei der Temperatur von 4 Grad des 100teiligen Thermometers (Celsius).

Unterabteilungen:	1 kg = 100 dkg .. 1 dkg = 0·01 kg
1 kg = 1000 g .. 1 g = 0·001 kg	1 g = 10 dg 1 dg = 0·1 g
1 hg*) = 100 g .. 1 g = 0·01 hg*)	1 g = 100 cg ... 1 cg = 0·01 g
1 dkg = 10 g ... 1 g = 0·1 dkg	1 g = 1000 mg . 1 mg = 0·001 g

Vielfache:

100 kg = 1 q (metr. Zentner)	1 kg = 0·01 q
1000 kg = 1 t (Tonne)	1 kg = 0·001 t
1 t = 10 q	1 q = 0·1 t

Verwandlungsübungen.

- Wieviel kg, (dkg, g) find 1, 2, ... 10 q, 4, 15 t?
- Reduziere auf kg: 3000 g, 250 g, 48 g; 380 dkg, 608 dkg, 3370 dg!
- Berwandle in kg (g): 1 kg 8 g, 7 kg 45 g, 56 kg 40 g, 280 kg 635 g, 1 q 18 kg 45 dkg, 2 q 9 kg 8 dkg, 1 t 3 q, 2 t 4 q 98 dkg!
- Wieviel mg find: a) 64 cg, b) 31 g, c) 3 g 6 dg, d) 5 g 8 mg?
- Wieviel dkg und g find: a) 12·076 kg, b) 0·125 kg, c) 7·008 kg?
- Wieviel kg find 7 q, 8 q 85 kg, 12·07 q, 4 t 9 q 80 kg, 2 t 98 kg?
- Wieviel dkg find 5·05 kg, 37·05 kg, 4·4 kg, 6·26 kg, 75·385 kg?
- a) Berwandle in eine Dezimalzahl der höchsten Benennung: 18 kg 26 dkg 3 g, 5 kg 8 dkg 9 g, 26·5 dkg, 476 g, 58 q, 26 g 4 dg, 36 dkg 2 g! b) Wieviel g (dkg) find $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{4}$ kg?
- a) Welcher Zusammenhang besteht zwischen 1 dm³, 1 l und 1 kg? Zwischen 1 cm³ und 1 g? Zwischen 1 hl und 1 q? Zwischen 1 m³, 10 hl und 1 t; b) welches Gewicht, in kg (g) ausgedrückt, haben 2, 7, 12, 15, 50 l, 1 hl, (2, 10, 100 hl) Wasser?

4. Wertmaß.

Unser Geld.

Die Einheit unseres Geldes ist die **Krone**. 1 Krone (K) wird in 100 Heller (h) eingeteilt. Der noch im Umlaufe befindliche Silbergulden (fl.) à 2 K gehört der früheren österreichischen Währung an.

a) Metallgeld. Goldmünzen:

Das 20 K=Stück (Durchm. 21 mm), das 10 K=Stück (Durchm. 19 mm).

Ein 20 K=Stück wiegt 6·775 g; es enthält 6·098 g feines Gold und 0·677 g Kupfer.

*) Ist im österr. Maßsysteme nicht vorgeschrieben.

Ein 10 K=Stück wiegt 3·388 g; es enthält 3·049 g feines Gold und 0·339 g Kupfer.

Silbermünzen:

Das **Fünfkronenstück** (Durchmesser 36 mm). Ein 5 K=Stück wiegt 24 g, enthält 21·6 g Feinsilber und 2·4 g Kupfer.

Die **Krone (K)** (Durchmesser 23 mm). 1 Krone wiegt 5 g; sie enthält 4·175 g Feinsilber und 0·825 g Kupfer.

Nickelmünzen:

Das 20 h=Stück (Durchmesser = 21 mm, Gewicht 4 g),

" 10 " (Durchmesser = 19 mm, Gewicht 3 g).

Die österr.-ung. Nickelmünzen bestehen aus reinem Nickelmetall.

Bronzemünzen:

Das 2 h=Stück (Durchmesser = 19 mm, Gew. $3\frac{1}{3}$ g), 3 Stück = 10 g,

" 1 " (Durchmesser = 17 mm, " $1\frac{2}{3}$ g), 3 " = 5 g.

1 kg Bronze besteht aus 95 dkg Kupfer, aus 4 dkg Zinn und 1 dkg Zink.

b) Papiergeld.

Banknoten zu 10, 20, 50, 100 und 1000 Kronen.

Handelsmünzen (älterer Währungen):

1. Österreichische Dukaten, etwa 11 K 40 h wert; 2. der Levantiner-Taler mit dem Bilde der Kaiserin Maria Theresia und der Jahreszahl 1780, etwa 3 K 42 h wert. Alle Handelsmünzen haben einen veränderlichen Wert (Kurs).

Verwandlungsübungen:

1. Wieviel h sind: 2, 30, 45, 546, 850.. 1 K=, 10 K=, 20 K=Stücke?
2. Wieviel K sind 300 h, 900 h, 960 h, 875 h, 268 h, 1 h, 8 h, 12 h, 77 h, 1000 h, 7500 h, 12680 h, 400 h, 2825 h, 702 h?
3. Verwandle in K, in h: 3 K 18 h, 3 K 8 h, 51 K 60 h, 1736 K 58 h?
4. Wieviel 1 h=, 2 h=, 10 h=, 20 h=, 1 K=, 10 K=Stücke sind 200 h, 368 h, 60 K, 125 K, 8·56 K, 12·08 K?
5. Wieviel Heller sind a) 12 K, 58 K, 17 K, 6 K 6 h, 2 K 16 h, 26 K 48 h; b) 7·45 K, 15·92 K, 4·08 K, 1·26 K, 45·90 K?
6. Wieviel Kronen und Heller sind: a) 735·98 K, 19·03 K, 0·688 K, 28·36 K, b) 144·765 K, 10·09 K, 0·70 K, 8·04 K?
7. Reduziere: 926 h, 1957 h, 60800 h, 75808 h, 103 h, 2000 h!
8. Verwandle in eine Dezimalzahl der höchsten Benennung: 12 K 24 h, 8 K 9 h, 75 K 8 h, 106 K 80 h, 2546 K 65 h, 1 K 60 h!
9. a) Wieviel K und h (h) sind 5·46 K, 2·8 K, $8\frac{1}{2}$ K, $15\frac{3}{4}$ K, $25\frac{3}{5}$ K, $160\frac{7}{10}$ K? b) Wieviel h sind $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{7}{10}$ K?

5. Zeit-, Winkel- und Zählmaße.

a) Ein Jahr hat 12 Monate, 1 Monat wird in der Zinsrechnung gewöhnlich zu 30 Tagen, somit das Jahr zu 360 Tagen angenommen. Nach dem Kalender hat der Februar 28 oder 29 Tage, April, Juni, September, November haben je 30, und die übrigen Monate haben je 31 Tage, so daß auf ein gemeines Jahr 365, auf

ein Schaltjahr 366 Tage kommen. Eine **Woche** hat 7 Tage, 1 **Tag** 24 Stunden, 1 **Stunde** 60 Minuten und 1 **Minute** 60 Sekunden.

Das Sonnenjahr zu 365 oder 366 Tagen wird auch 52 Wochen gleichgesetzt; 1 Arbeitswoche hat 6 Tage.

1. Wieviel Stunden (Min., Sekunden) sind 2, 3, 7, 15, 60, 100, 365 Tage?
2. Wieviel Minuten sind $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \dots, \frac{5}{6}, \frac{1}{10}, \dots, \frac{9}{10}; \frac{1}{12}, \dots, \frac{11}{12}, \frac{1}{15}, \dots, \frac{14}{15}, \frac{1}{20}, \dots, \frac{19}{20}, \frac{1}{30}, \dots, \frac{29}{30}, \frac{1}{60}, \dots, \frac{59}{60}$ Stunden?
3. Wieviel Sekunden sind $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{1}{24}, \frac{2}{3}, \frac{3}{10}$ Stunden (Minuten)?
4. Wieviel Minuten und Sekunden sind 4·4, 8·1, 2·75, 5·5 Minuten?
5. Wieviel Tage sind 6, 12, 18, 48, 72, 100, 1000 Stunden?
6. Wieviel Monate sind 30, 65, 75, 120, 165, 195 Tage?
7. Wieviel Jahre sind 12, 18, 30, 40, 66, 123, 150 Monate?
8. Wieviel Tage und Stunden sind $3\frac{1}{4}$ Tage, $1\frac{1}{2}$ Tage, $6\frac{3}{4}$ Tage?
9. Wieviel Jahre und Monate sind $7\frac{2}{3}, 8\frac{3}{4}, 6\frac{5}{6}, 17\frac{11}{12}$ Jahre?
10. Wieviel Tage, Std. und Min. sind 1·5, 2·25, 3·75, 5·2, 12·4 Tage?
11. Wieviel Tage, Std., Min. sind 1, 2, 4, 10, 15, 50, 70, 100 Jahre?

b) Der Umfang eines jeden Kreises wird in 360 Grade eingeteilt. Jedem Bogengrade entspricht am Mittelpunkt des Kreises ein Winkel, der gleichfalls ein **Grad** genannt wird. Ein **Grad** (°) hat 60 Minuten, 1 **Minute** (') 60 Sekunden (").

12. Wieviel Grade sind 180, 120, 60, 45, 30, 15, 90 Bogenminuten?
13. Wieviel Minuten sind 60, 180, 300, 12, 48, 90, 120 Bogensekunden?
14. Wieviel Min. (Sek.) sind 1, 3, 10, 45, 90, 120, 180 Bogengrade?
15. Wieviel Min. (Sek.) sind $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{3}{10}, \frac{7}{12}, \frac{8}{15}, \frac{18}{30}$ Bogengrade?
- 16.* Wieviel Grade und Minuten sind a) 3·6, 14·5, 28·9 Bogengrade?

b) $30\frac{3}{4}, 44\frac{4}{5}, 63\frac{5}{12}$ Bogengrade?

c) Ein **Schock** hat 60, eine **Mandel** 15, ein **Duzend** 12 Stück, 1 **Gros** hat 12 Duzend = 144 Stück.

- 17.* Wieviel Stück sind a) 2 Duzend, 2 Gros, 3 Gros 3 Duzend;
- b) 1 Gros 1 Duzend 6 Stück; c) 2 Schock 1 Mandel?
- 18.* Wieviel Stück sind a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, 3\frac{3}{4}, 1\frac{5}{6}, 2\frac{1}{6}$ Duzend; b) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{5}{12}, \frac{7}{18}, \frac{35}{36}, \frac{25}{72}, \frac{7}{48}, \frac{8}{9}$ Gros?

19.* Wieviel Stück sind a) 3 Duzend und 7 St.; b) 3 Mandeln und 9 St.?

20.* Wieviel Duzend sind 24, 36, 42, 60, 63, 75, 100 Stück?

21.* Wieviel Schock sind 15, 30, 45, 120, 210, 315, 420 Stück?

22.* Wieviel Stück sind a) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ Duzend, b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1\frac{1}{2}$ Schock?

d) Ein **Ballen** Papier hat 10 Ries, 1 **Ries** 10 Buch, 1 **Buch** 10 Lagen, 1 **Lage** 10 Bogen; oder 1 **Ballen** = 10 Ries = 100 Buch = 1000 Lagen = 10000 Bogen.

23.* Wieviel Lagen sind a) 30, 59, 86, 130 Bogen Papier; b) $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ Ries Papier?

24.* Wieviel Bogen sind a) 2, 5, 12, 45 Lagen, b) 4, 10, 15, 75 Buch, c) 8, 50, 96 Ries, d) 7, 10, 15 Ballen, e) $\frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}$ Lagen Papier?

6. Römische Ziffern.

Die Römer rechneten im Zehnersysteme, bedienten sich aber nur der 7 Zahlzeichen I, V, X, L, C, D, M für 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000. Die verschiedenen Zahlen wurden nach folgenden Grundsätzen dargestellt:

1. Stehen mehrere gleichwertige Zahlzeichen nebeneinander, so sind ihre Werte zu addieren; z. B. III = 3, XX = 20, CCC = 300.

2. Die Zahlzeichen V, L, D dürfen nicht doppelt oder mehrfach nebeneinander gesetzt werden.

3. Mehr als drei gleiche Zahlzeichen dürfen nicht nebeneinander gestellt werden. 4 mit IIII zu schreiben, ist unrichtig, wenn es auch auf Uhren üblich ist.

4. Wenn ein niederes Zahlzeichen nach einem höheren steht, so sind in dieser Verbindung die Werte beider zu addieren. z. B. VI = 5 + 1 = 6, XII = 10 + 2 = 12, LIII = 53, CXI = 100 + 10 + 1 = 111, MDC = 1000 + 500 + 100 = 1600.

5. Wenn ein niederes Zahlzeichen vor einem höheren steht, so ist in dieser Verbindung der Wert des ersten von dem des zweiten zu subtrahieren. z. B. IV = 5 - 1 = 4, IX = 10 - 1 = 9, XL = 50 - 10 = 40, XC = 100 - 10 = 90. Hierbei ist zu beachten, daß nur I, X und C vorgelegt werden dürfen, u. zw. jedes dieser Zeichen nur vor die zwei nächst höheren, also I nur vor V und X, X nur vor L und C, C nur vor D und M.

1. XLIX = 49, XCIII = 93, XCVI = 96, CDL = 450, CM = 900.

2. Wie muß man 99, 998, 949, 95, 90, 990, 999 schreiben?

3. Lies folgende römische Zahlen: XIV, XIX, XXXIX, LIV, LXXXVIII, XCII, ECLXVI, MDCCCXCIV, MCM!

4. Schreibe mit römischen Ziffern: 8, 13, 24, 89, 109, 574, 1909!

5. Es sind mit arabischen Ziffern zu bezeichnen: XIX, XXIII, XXXIV, XLVI, LVII, LXIII, XCIX, CIV, DCXL, CMXLI, MDCCCXC, MCMVIII.

6. Den Grundstein zur Stephanskirche in Wien legte Rudolf IV. der Stifter im Jahre MCCCXL.

II. Die Grundrechnungsarten mit unbenannten und benannten ganzen und Dezimalzahlen.

1. Addieren (Zusammenzählen).

1. Ein Knabe legt am 1. Jänner 35 h, am 1. Feber 24 h, am 1. März 33 h in seine Heimsparkasse; wieviel hat er gespart?

2. Was bedeuten die Ausdrücke: a) addieren, b) Posten oder Summanden, c) Summe? Welches ist das Zeichen der Addition? Wie macht man bei der Addition die Probe?

a) Kopfrechnen.

3. Addiere immer 7 zu: a) 6, 8, 2, .. 9; b) 10, 17, 76, 198, 472, 995 ...!

4. Addiere immer 70 zu: 20, 46, 98, 300, 180, 699, 968 ...!

5. Addiere immer **700** zu: 5, 20, 84, 300, 1800, 2180, 5712 ...!
6. Addiere immer **7000** zu: 8, 66, 908, 5000, 6600, 3820, 10000 ...!
 Übe bis zur Schlagfertigkeit das Zuzählen auch der übrigen Grundzahlen 1 bis 9 zu den gegebenen Zahlen!
7. Rechne folgende **Reihen**: mit **7 (70, 700, 7000 ...)** zu a) 2, 5, 9, 30, 70, b) 400, 960, 625, 1000, 5746, ... 10–15 mal hinzuzählen!
 Übe solche Reihen auch mit den übrigen Grundzahlen 1 bis 9!
8. Zusammenzählen zwei- und mehrziffriger Zahlen:
 a) $34\text{ h} + 79\text{ h} = 104\text{ h} + 9\text{ h} = 113\text{ h} = 1\text{ K } 13\text{ h}$.
 $34\text{ K} + 52\text{ K} = 16\text{ l} + 23\text{ l} + 41\text{ l} = 59 + 58 + 67 + 45 =$
 b) $486\text{ K} + 97\text{ K} + 576\text{ K} + 7\text{ K} = 583\text{ K}$.
 $275\text{ kg} + 55\text{ kg} = 377\text{ h} + 77\text{ h} + 78\text{ h} = 125 + 25 + 36 =$
 c) $124\text{ m} + 218\text{ m} = 324\text{ m} + 18\text{ m} = 334\text{ m} + 8\text{ m} = 342\text{ m}$.
 $843\text{ g} + 758\text{ g} = 175\text{ mm} + 246\text{ mm} + 246\text{ mm} + \dots$
 $114 + 114 + 114 + \dots$
9. Schnell- oder Taktrechnen:
 7 und 11 ist 18, u. 11 ist 29, u. 11 bis 172;
 12 u. 12 = 24, u. 12 = 36, u. 12 bis 240;
 $8 + 13 = 21$, $+ 13 = 34$, $+ 13$ bis 203;
 Übe solche Reihen mit den Zahlen 14 bis 19, 25, 75!
10. Taktrechnen: a) $4 + 7 + 3 + 8 + 1 + 9 + 5 + 2 + 8 = ?$
 b) $50 + 20 + 60 + 10 + 90 + 70 + 80 + 30 + 40 = ?$
 c) $15 + 14 + 26 + 37 + 48 + 33 + 62 + 59 = ?$
11. Ergänze zu a) 100 (K) und b) 1000 (K).
 a) 25, 75, 45, 64, 12, 93 (K) ...; b) 125, 175, 376, 793, 968 (K) ...!
 Übe die Ergänzung zweistelliger Zahlen zu 100 bis zur Schlagfertigkeit!
12. Ergänze zwei- und dreistellige Zahlen zu 1000, 36, 75, 125, 857 ...!
13. Zähle zu $14\cdot 75\text{ K}$ dazu: $0\cdot 60\text{ K}$, $0\cdot 64\text{ K}$, $1\cdot 20\text{ K}$, $10\cdot 16\text{ K}$...!
14. Reihen:
 a) $956 + 9$ d) $18000 + 7000$... g) $2400 + 3500$...
 b) $1070 + 80$ e) $1000 + 45$... h) $66000 + 28000$...
 c) $3500 + 600$ f) $1220 + 410$... i) $1500 + 2460$...
15. Zähle zusammen: a) $0\cdot 5$, $0\cdot 7$, $0\cdot 9$, $0\cdot 4$; b) $1\cdot 2$, $4\cdot 5$, $3\cdot 1$; c) $2\cdot 3$, $0\cdot 7$, $4\cdot 8$; d) $0\cdot 23 + 0\cdot 18 + 0\cdot 44$; e) $2\cdot 5$, $4\cdot 08$, $10\cdot 75$!
16. In den 5 Klassen unserer Knabenbürgerschule befinden sich 42, 44, 50, 45, 38 Schüler; wieviele zusammen?
17. Wieviel kosten alle für deine Klasse vorgeschriebenen a) Schulbücher, b) Schreibhefte, c) Zeichenrequisiten?
18. In einem Haushalte verbrauchte man in 1 Jahre für 146 K ($255\cdot 60\text{ K}$) Kohlen und für 105 K ($31\cdot 80\text{ K}$) Holz; wie teuer kam die Feuerung?
19. Franz braucht in einem Jahre für Nahrungsmittel 940 K und für seine sonstigen Bedürfnisse 690 K; wieviel im ganzen?

20. Ein Beamter hat 3360 K (2400 K) Gehalt und 650 K (575 K) Wohnungsgeld; wie groß ist sein Einkommen?
21. Ein sparbarer Arbeiter erspart im 1. Jahre 102 K, im 2. Jahre um 40 K, im 3. Jahre um 75 K mehr; wieviel hat er nach 3 Jahren erspart?
22. Karl gibt in die Heimsparkasse: 45 h, 80 h, 36 h und 39 h; wieviel K hat er gespart?
23. Für unsere Ferienkolonie haben Wohltäter gespendet: 10 K, 5 K, 3 K, 15 K, 25 K und 37 K; wieviel Kronen zusammen?
24. Wien hat eine östliche Länge von $16^{\circ} 23'$ von Greenwich (Sternwarte von London), Greenwich eine östliche Länge von $17^{\circ} 39'$ von Ferro; welche östliche Länge, auf Ferro bezogen, hat Wien?
25. Der Fuß des 140 m hohen Stephansturmes liegt 160 m über dem Meeresspiegel. Wie hoch liegt die Turmspitze über dem Meeresspiegel?
26. Karl der Große kam 768 zur Regierung und regierte 46 Jahre. Wann starb er?
27. Unser Kaiser Franz Josef I. ist im Jahre 1830 geboren und übernahm die Regierung im Jahre 1848; a) wie alt war er damals, b) wie alt ist er heute, c) wie lange regiert er?
(Wie alt ist heute jeder von euch?)
28. Wieviel Tage hat a) das 1., 2., 3., 4. Vierteljahr, das Sommer- und Winterhalbjahr, b) die Zeit vom 23. Mai bis 31. August?

b) Zifferrechnen.

1. Für die Armen unseres Schulortes wurden 315 K, 691 K und 582 K gespendet; wieviel K zusammen?
2. a) 1715 m b) 2818 kg c) 12345 K d) 53609 q
 5283 " 3207 " 3672 " 2196 "
 2174 " 4529 " 5070 " 13248 "
3. $420985 + 373612 + 90708 + 123071$ (hl).
4. $10924 + 5108 + 371248 + 915 + 30924$ (m^2).
5. $35784 + 9876 + 8765 + 7654 + 1234 + 35197$ (dm^3).
6. Addiere die Zahlen 7954261, 3087, 19343780, 24793, 5400738!
7. a) 2944928 b) 3157842 c) 9358930 d) 63593065
 2772676 1308215 7514398 468208
 4620616 93084 15813477 1234567
 6468431 17521938 460045 9876543
 2621567 743150 1293714 980
 5336308 9807 82389659 749309
8. Der Vater legte in die Postsparkasse 45·36 K, 13·59 K und 28·74 K ein; wieviel K zusammen?
9. $224·57 + 295·086 + 17·8 + 9·76$ (m).

10. $4\cdot3125 + 2\cdot13567 + 7\cdot0084 + 51\cdot383 + 11\cdot1567$ (dm^3).
 11. $35\cdot148 + 13\cdot856 + 25\cdot377 + 33\cdot209 + 28\cdot185$ (kg).
 12. $0\cdot3784 + 0\cdot4785 + 16 + 0\cdot2545 + 24 + 1\cdot475$ (μm).
 13. $0\cdot5 + 0\cdot25 + 0\cdot125 + 0\cdot0625 + 0\cdot03125$ (ha).
 14. $5\cdot0863 + 2\cdot897 + 10\cdot1306 + 4\cdot77235 + 8\cdot25$ (m^2).
 15. Welche Zahl ist um $127\cdot75$ größer als $293\cdot125$, $150\cdot08$, $46\cdot075$?
 16. Addiere folgende Zahlen:

a) $35\cdot246$	b) $13\cdot79593$	c) $8\cdot74612$	d) $0\cdot513678$	e) $277\cdot33$
$8\cdot37947$	$35\cdot1236$	$10\cdot57809$	$5\cdot21936$	$9\cdot1578$
$40\cdot897654$	$87\cdot930857$	$9\cdot269$	$7\cdot843976$	$844\cdot5$
$39\cdot0784$	$9\cdot764318$	$14\cdot79345$	$2\cdot653339$	$83\cdot427$
$0\cdot246937$	$5\cdot665524$	$7\cdot83156$	$0\cdot97$	$12\cdot139$

17. a) $312\cdot49$ kg b) 345 K 56 h c) 45 m 7 dm 4 cm d) $144\cdot78$ hl
 $244\cdot50$ " 157 " 67 " 48 " 9 " 6 " $106\cdot36$ "
 $1476\cdot66$ " 273 " 78 " 34 " 0 " 7 " $73\cdot98$ "
 $850\cdot78$ " 238 " 89 " 12 " 8 " 5 " $117\cdot09$ "

18. Addiere:

a) 5 Gros 7 Duzend 9 Stück	b) 7 Jahre 3 Monate 14 Tage
2 " 4 " 8 "	8 " 2 " 25 "
3 " 5 " 10 "	9 " 7 " 18 "
7 " 2 " 7 "	1 " 4 " 23 "

18 Gros 8 Duzend 10 Stück.

c) 1 μm 4 km 78 m	d) 8 ZK*) 5 K 2 Zh 4 h
3 " 8 " 196 "	17 " 8 " 3 " 9 "
5 " 6 " 8 "	150 " 7 " 9 " 6 "
e) 6 St. 32 Min. 48 Sec.	f) 1861 J. 8 Mon. 21 Tg.
19 " 47 " 35 "	45 " 5 " 15 "
g) 18 l 5 dl 9 cl	h) 12 ha 75 a 18 m^2
26 " 8 " 4 "	8 " 16 " 95 "
50 " 6 " 5 "	31 " 8 " 6 "
	i) 45 dkg 8 g k) 17 g 235 mg
	9 " 5 " 5 " 26 "
	86 " 2 " 359 " 8 "

19. Nachdem ein Vater $869\cdot5$ K für Wohnung und Beheizung, $2258\cdot75$ K für Kost, $416\cdot38$ K für Wäsche und Kleidung und $440\cdot55$ K für kleinere Bedürfnisse im Laufe eines Jahres ausgegeben hatte, verblieben ihm noch $386\cdot42$ K von seinem Einkommen; wie groß war dasselbe?
 20. In einem Kassabuch stehen auf einer Seite folgende Beträge: $7\cdot40$ K , $18\cdot32$ K , $9\cdot24$ K , $3\cdot81$ K , $1\cdot56$ K , $10\cdot08$ K , 22 K , $28\cdot69$ K , $17\cdot09$ K ; berechne die Summe!
 21. In einem Jahre wurden in Wien aus Mitteln der öffentlichen Armenpflege 14134536 K und aus Mitteln der privaten Armenpflege 3714160 K ausgegeben; wieviel im ganzen?

*) ZK = Zehn Kronen = Stück.

22. Ein Kaufmann bezog für 3659·50 K Kaffee, für 1575·68 K Zucker, für 675·68 K Spiritus, für 509·87 K Farbwaren. Wieviel betrug die ganze Ausgabe?
23. Wird eine Ware mit 687·47 K verkauft, so beträgt der Verlust 34·25 K; wie teuer muß man dieselbe verkaufen, um 35·96 K zu gewinnen?
24. Ein Schreibwarenhändler verkauft an einem Tage 3 Gros und 7 Dgd., am zweiten 5 Gros und 8 Dgd., am dritten 2 Gros und 2 Dgd. Federn; wieviel Federn verkauft er an den drei Tagen zusammen?
25. Eine Eierhändlerin hat 4 Schock 2 Mandeln 6 Stück, eine zweite 5 Sch. 3 M. 10 St., eine dritte 2 Sch. 1 M. 5 St. und eine vierte 1 Sch. 3 M. 10 St.; wieviel Eier haben alle 4 Händlerinnen?
26. Auf einem Fischmarke wurden verkauft: 578·25 kg Karpfen, 116·8 kg Hechte, 14·6 kg Aale, 52·89 kg Flußbarsche, 43·50 kg Forellen und 704·08 kg Weißfische; wieviel kg wurden zusammen verkauft?
27. Eine Glocke enthält an Messing 647·78 kg, an Kupfer 935·67 kg, an Zinn 97·29 kg; wieviel wiegt diese Glocke?
28. Ein Landwirt hat 64 ha 80 a Äcker, 30 ha 75 a Wiesen, 4 ha 25 a Obst- und Gemüsegärten und 98 ha 5 a Wald; wieviel beträgt die ganze Bodenfläche zusammen?
29. Ein Weinbergbesitzer erzeugte in zehn aufeinander folgenden Jahren 2448, 2590, 2608, 1978, 2008, 2108, 2390, 2476, 2500 und 2709 hl Wein; wieviel zusammen während der ganzen Zeit?
30. Der Bau einer Eisenbahn verursacht folgende Kosten:
- | | | |
|------------------------|------------|---|
| für die Grundeinlösung | 3616914 K | } wie hoch belaufen sich die sämtlichen Anlagekosten? |
| „ den Unterbau | 38689210 „ | |
| für den Oberbau | 16149452 K | |
| „ Gebäude | 4635960 „ | |
| „ Verschiedenes | 912164 „ | |
31. Das Gebiet der Stadt Landskron in Böhmen besteht aus:
 76 ha 18 a 4 m² Wald, 1059 ha 42 a 25 m² Äcker, 168 ha 84 a 45 m² Wiesen, 35 ha 49 a 71 m² Gärten, 35 ha 9 a 98 m² Teiche, 56 ha 49 a 94 m² Straßen, 21 ha 44 a 31 m² Weide.
 a) Wie groß ist das Stadtgebiet, b) wieviel davon gehört den Bürgern, wenn der Gemeindegrund 351 ha 40 a 68 m² beträgt?
32. Böhmen hat an Ackerland 249·4364 μ m², an Weingärten 0·1063 μ m², an Wiesen und Gärten 60·5574 μ m², an Weiden 39·4071 μ m², an Waldungen 150·6188 μ m² und an nicht ertragfähiger Bodenfläche 20·9125 μ m²; wie groß ist der Flächeninhalt dieses Kronlandes?
33. Kaiser Franz I. wurde im Jahre 1768 zu Florenz geboren, bestieg im Alter von 24 Jahren den Thron und starb nach einer 45 jährigen

Regierung. In welchem Jahre trat er die Regierung an, wann starb er und welches Alter erreichte er?

34. Der größte dramatische Dichter Österreichs, Franz Grillparzer, wurde 1791 zu Wien geboren und erreichte ein Alter von 81 Jahren; wann starb er?
35. Eine Sonnenfinsternis hatte ihren Anfang um 4 Uhr 25 Minuten 49 Sekunden genommen und dauerte 1 Stunde 18 Minuten 37 Sekunden; wann hatte sie geendet?
36. In Paris tritt der Mittag 48 Minuten 19 Sekunden später ein als in Prag; wieviel zeigt eine Uhr in Prag, wenn es in Paris 3 Uhr 55 Minuten 40 Sekunden ist?
37. Wenn am 13. September um 7 Uhr 24 Minuten 12 Sekunden morgens Vollmond ist und die Zeit von einem Vollmonde bis zum andern 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten 3 Sekunden beträgt, wann wird der nächste Vollmond eintreten?

2. Subtrahieren (Wegzählen).

1. a) Ein Wirt verkauft aus einem Fasse, das 196 l Wein enthält, 42 l; wieviel l bleiben in dem Fasse?
 b) Der Vater eines Schülers ist 47 Jahre alt, die Mutter 36 Jahre; um wieviel Jahre ist der Vater älter als die Mutter?
 Was bedeuten die Ausdrücke: a) Subtrahieren, b) Minuend, c) Subtrahend, d) Differenz oder Rest? Welches ist das Zeichen der Subtraktion?

Wie macht man bei der Subtraktion die Probe?

a) Kopfrechnen.

2. Subtrahiere: a) Die Grundzahlen 1 bis 9 von den Zahlen 10—100; z. B. die 7 von 13, 15, 22, 31, 49, 54....;
 b) die reinen Zehner 10, 20, ... 100 von 2- und 3ziffrigen Zahlen; z. B. 70 von 90, 120, 380, 500, 89, 167, 436....;
 c) die reinen Hunderter 100, 200, ... 1000 von 3- und 4ziffrigen Zahlen; z. B. 700 von 1100, 9600, 850, 1014, 1906.
 d) die reinen Tausender 1000, 2000, ... 10000 von 4-, 5- und 6ziffrigen Zahlen; z. B. 7000 von 13000, 8560, 15936.
3. Subtrahiere in Reihen:
 a) die Grundzahlen 2—9 von 100; z. B. 100—7—7...;
 b) reine Zehner von 3- und 4ziffrigen Zahlen; z. B. 500—70—70...; 630—80—80....; 1254—40—40...;
 c) die Zahlen 11—19 von 100; z. B. 100—11—11...!
4. Wegzählen 2-, 3- und 4ziffriger Zahlen:
 a) $78 - 39 = 48 - 9 = 39$.
 b) $948 - 479 = 548 - 79 = 478 - 9 = 469$.
 $69 - 19 = 97 - 27 - 55 = 212 - 110 = 100 - 16 - 37 =$

5. Ergänzungsübungen:

$$16 + . = 75 \text{ (h)} \quad 35 + . = 100 \quad 830 + . = 1000 \text{ (h)}$$

$$104 + . = 178 \text{ (K)} \quad 76 + . = 500 \quad 1275 + . = 5600 \text{ (K)}$$

6. Ergänze auf a) 100 h (1 K): 7 h, 15 h, 36 h, 75 h, 13 h, 28 h, 67 h;
 b) 5 K (500 h): 18 h, 175 h, 1 K 6 h, 2 K 40 h, 4 K 18 h;
 c) 10 K (1000 h): 36 h, 270 h, 846 h, — 1 K 25 h, 8 K 3 h;
 d) 20 K (2000 h): 28 h, 166 h, — 1 K 60 h, 8 K 75 h, 15 K 50 h!

7. Rechenvorteile:

a) durch **Aufrunden**, z. B. $570 - 490 = 570 - 500 + 10 = 80$;
 $870 - 90$, $414 - 197$, $677 - 289$, $9000 - 5860$, $3650 - 580$,
 $15000 - 7870$.

b) $1250 - 478 = 1250 - 450 - 28 = 800 - 28 = 772$;
 $740 - 575$, $820 - 436$, $660 - 387$, $2660 - 687$.

c) durch **Aufrunden**, z. B. $95 + 87 = 100 + 82 = 182$;
 $68 + 96 = 64 + 100 = 164$;

$97 + 89$, 72 , $68, \dots$; $74 + 93$, 97 , $165 + 92$, $289 + 178$,

d) $86 \text{ h} + 98 \text{ h}$, $214 \text{ K} + 197 \text{ K}$, $1 \text{ K } 54 \text{ h} - 49 \text{ h}$,
 $79 \text{ ''} + 95 \text{ ''}$, $892 \text{ ''} + 542 \text{ ''}$, $7 \text{ '' } 50 \text{ ''} - 2 \text{ K } 97 \text{ h}$.

8. Taktrechnen: $100 - 3 - 8 - 7 - 5 - 9 - 2 - 6 - 9 = ?$
 $500 - 60 - 80 - 20 - 50 - 10 - 90 - 70 - 30 = ?$ $600 -$
 $- 87 + 25 - 120 + 86 - 75 = ?$

9. Welche Zahl ist um 34 (9, 12, 25, 66, 78, 40) kleiner als 91?

10. Wie groß ist der Unterschied zwischen 94 und 47, (175 und 46, 86 und 39, 380 und 195)?

11. Welche Zahl muß man von 910 wegnehmen, damit 500 (430, 25, 175, 750) übrig bleibt?

12. Die Summe zweier Zahlen beträgt 800. Die eine derselben ist 300; wieviel beträgt die andere?

13. Wieviel ist $0.9 - 0.5$, $0.75 - 0.40$, $0.46 - 0.18$, $0.312 - 0.152$?

14. Um wieviel ist 1 kg schwerer als 670 g, 1 kg schwerer als 56 dkg, 1 dkg schwerer als 5 g?

15. Die Ferienkolonie des Deutschen Gebirgsvereins hatte 9300 K Einnahmen, 6500 K Ausgaben und einen Fond von 43 600 K; a) wieviel K mehr an Einnahmen, b) wieviel K an Gesamtvermögen?

16. Der Vater schickt dich mit einem Guldenstücke (5 K-Stück) um 15 Korrespondenzkarten, 6 Zehnhellermarken und 8 Dreihellermarken; wieviel Geld bringst du zurück?

17. Jemand zahlt mit einer Zwanzigfrenen-Note 12 K 65 h; wieviel erhält er zurück?

18. Der Vater versendet einen 3 kg 95 dkg schweren Gegenstand mit der Post; welches Gewicht darf die Verpackung haben, wenn das Gewicht des ganzen Paketes 5 kg nicht überschreiten soll, weil das Porto für ein solches Paket bedeutend billiger kommt?

19. Ein Faß wiegt leer 15 kg (15·64 kg), gefüllt 46 kg (48·9 kg); wie schwer ist der Inhalt?
20. Die Reiterstatue des Erzherzogs Karl zu Wien ist 15·8 m hoch, wovon auf den Sockel 7·9 m kommen; wie hoch ist die eigentliche Statue?
21. Der Jeschken ist 1010 m hoch; Reichenberg liegt 413 m über dem Meeresspiegel; wie groß ist der Höhenunterschied? (Zeichnung!)
22. Die atmosphärische Luft reicht in eine Höhe von 80 km; wieviel km weit überragt sie den Mont Blanc (4800 m)?
23. Der Äquator mißt 40070 km; um wieviel ist er länger als ein Mittagskreis von 4000·3 µm Länge?
24. An einem Gebäude steht: Erbaut MDCCLXIV. Wie alt ist es?
25. Von einem Schaltjahre ist die Zeit vom 1. Januar bis 18. April verflossen. Wieviel Tage sind von diesem Jahre noch übrig?
26. Im Kalender ist für den 24. Dezember der Sonnenaufgang um 7 Uhr 49 Min., der Sonnenuntergang um 4 Uhr 7 Min. angegeben; wie lange dauert der Tag? die Nacht?
27. Ein Reisender fuhr nachts 10 Uhr 15 Minuten (sprich 10 Uhr 15) (10¹⁵, 805, 330) von Wien ab und kam am anderen Tag um 6 Uhr 54 Minuten früh (6⁵⁴, 239, 929) in Prag an; wie lange dauerte die Fahrt?

28.

Wien—Graz—Marburg—Triest und zurück.

Sch. I—III	P. I—I I	km		Sch. I—III	P. I—I I
825	115		Wien	850	120
913	219	49	Br.-Neustadt	758	1205
1244	823	224	Graz	410	650
216	1104	290	Marburg	247	448
542	432	445	Laibach	1119	1120
910	1025	589	Triest	755	600

Veranschaulichung und Erklärung des Fahrplanes: Lies in der Mitte die Namen der Stationen, links und rechts davon die Art der Züge; in der Richtung der Pfeile folgen die Stationen I^{Sch.}—III bedeutet Schnellzug 1., 2. und 3. Klasse.

I^{P.}—III^{P.} Personenzug 1., 2. und 3. Klasse.

Lies und erkläre Fahrpläne! Stelle Beobachtungen für deinen Schulort an!

29. Wann kommt der um 825 (sprich 8 Uhr 25) von Wien abgehende Schnellzug in den Zwischenstationen an? Wann der um 600 von Triest abgehende Personenzug?
30. Wie lange fährt man von Wien nach Graz a) mit dem Schnellzug, b) mit dem Personenzug? Wie lange von Graz nach Triest a) mit dem Schnellzug, b) mit dem Personenzug?

31. Wieviel Stunden sind vom Tage verfloßen: a) morgens 6 Uhr, b) vormittags $\frac{1}{2}$ 11 Uhr, c) nachmittags 3 Uhr, d) abends $\frac{3}{4}$ 8 Uhr?
 32. Der Äquator mißt 40 070 km; um wieviel ist er länger als ein Mittagskreis von 4000·3 μ m Länge?

b) Zifferrechnen.

- In der Sparkasse sind für die Suppenanstalt 785 K eingelegt; davon werden zur Beföstigung von Schulkindern 613 K behoben. Wieviel K verbleiben noch in der Sparkasse zugunsten der Suppenanstalt?
 - a) 4045 kg b) 15·25 m² c) 9042·74 K d) 5738 m
 — 338 „ 9·175 „ 3968·25 „ 1352 „
 - a) 53 162 — 4875. b) 90 084 — 71 085. c) 932 413 — 18 975.
 d) 123 456 — 34 567. e) 537 021 — 72 896. f) 793 802 — 254 137.
 - Bestimme den Unterschied zwischen 78 903 456 — 62 987 491 und 33 557 799 — 11 446 688!
 - Von der Zahl 731 542 sind zu subtrahieren die Zahlen: 82 591, 72 859, 127 986 und 231 578! (Vorteil!)
 - 98 765 432 — (123 4567 + 8 901 234 + 5 678 901 + 2345 678).
 - a) 0·735 — 0·274. b) 25·78 — 19·9. c) 7·346 — 4.
 d) 72·4 — 9·88. e) 10 — 6·75. f) 1 — 0·384.
 - a) 37·784 — 15·384. b) 67·857 — 28·3. c) 15·207 — 8·08.
 d) 12·3 — 9·876. e) 41·8605 — 27·3926. f) 0·543 — 0·3149.
 - a) 55·3124 — 13·8751, b) 12·9472 — 8·315, c) 533·78 — 108·33,
 d) 7·3 — 0·3589, e) 0·673 042 — 0·374 998, f) 36 — 0·007 95,
 g) 823·254 63 — 788·9357, h) 3·9527 — 2·897 3176.
 - Um wieviel ist a) 7·8939 größer als 6·935, b) 37·485 kleiner als 40?
 - Welche Zahl ist um 3·3333 kleiner (größer) als 12·8333?
 - Um wieviel ist die Summe 3·149 + 8·719 38 + 10·08 a) größer als 9·793 45 + 1·859 559, b) kleiner als 18·65 + 10·075?
 - a) (76·25 K — 38·7 K) + 50·08 K, b) (15·60 q + 12·78 q) — 18·06 q.
 - Berechne für $a = 50$, $b = 68$, $c = 12·5$, $d = 8·4$: $a + b$, $b - a$, $a + b + c$, $a + c + b + d$, $b - c$, $c - d$, $(a + b) - c$, $(b + d) - a$, $b - (a - c)$, $(b - c) - (a - d)$.
-
- Karl hat in der Postsparkasse 328 K 64 h, Friedrich 407 K 8 h;
 a) um wieviel K hat Karl weniger als Friedrich, b) wieviel beträgt das Ersparnis beider Geschwister zusammen?
 - Unsere Sparkasse nahm im Juni 35 086·55 K ein und zahlte 27 806·52 K aus. Um wieviel überstiegen die Einnahmen die Ausgaben?

17. Ein Grundbesitz, auf dem 4300 K, 5260·5 K, 1362·75 K und 4120 K grundbücherlich vorgemerkt sind, wird um 25 800 K verkauft; wieviel erhält der Verkäufer nach Bezahlung der vorgemerkten Schulden?
18. Auf einer Befizung lastet eine Schuld von 6200 K, davon werden 885 K 40 h, 2740 K, 766 K 90 h abgetragen; wieviel beträgt noch die rückständige Schuld?
19. Ein Tuchhändler hat drei Stück Tuch von 25, 36·5 und 35·08 m. Er verkauft vom ersten Stück 8·75, vom zweiten 15·6 und vom dritten 14·25 m; wieviel m bleiben übrig?
20. Jemand kauft eine Ware um 685·16 K, nach drei Monaten zahlbar; wieviel hat er dafür sogleich zu bezahlen, wenn ihm wegen der früheren Bezahlung 17·12 K nachgelassen werden?
21. Ein Kaufmann bezahlt für eine Ware 973·55 K und verkauft sie um 1041·80 K; wieviel beträgt der Gewinn?
22. Ein Händler verkaufte einen Warenvorrat für 1308·65 K und gewann dabei 342·75 K, wie teuer hatte er eingekauft?
23. Von einem Bauernhofe wurden die Gebäude auf 8760 K, die Grundstücke auf 25 985 K, die Wirtschaftsgeräte auf 2948 K, das Vieh auf 4456 K geschätzt; um wieviel über dem Schätzungswerte wurde der Bauernhof verkauft, wenn ein Käufer 44 500 K dafür gab?
24. Niederösterreich besitzt 860 514 ha Acker und 678 779 ha Waldungen; um wieviel ist die Waldfläche kleiner als das Ackerland?
25. Steiermark hat 417 644 ha Ackerland, 262 751 ha Weingärten und 1 009 206 ha Waldungen; a) wieviel hat es mehr Ackerland als Weingärten, b) wieviel mehr Waldungen als Ackerland und Weingärten zusammen?
26. Seit dem Jahre 1890 hatte die Bevölkerung Wiens um 393 750 Personen zugenommen. Wieviel Personen zählte Wien im Jahre 1890, wenn es am 31. Dezember 1900 1 658 298 Personen zählte?
27. Die Donau ist 2860 km, der Rhein 1302 km, die Elbe 1165 km, die Oder 894 km lang; um wieviel km sind die genannten Flüsse kürzer als die Donau?
28. Der Wasserpiegel eines Flusses liegt bei A 1478 m, bei B 938 m über der Meeresfläche; wie groß ist das Flußgefälle von A bis B?
29. Kaiser Franz I. starb im Jahre 1835 im Alter von 67 Jahren; wann war er geboren?
30. Der österreichische Kriegsheld Feldmarschall Radetzky wurde im Jahre 1766 geboren und starb im Jahre 1858; welches Alter hat er erreicht?
31. Der Dichter unserer Volkshymne, Johann Gabriel Seidl, wurde im Jahre 1804 geboren und starb im Jahre 1875; welches Alter hat er erreicht?

32. Die Erfindung des Papiers fällt in das Jahr 1240, die des Schießpulvers in das Jahr 1356, die des Fernrohres in das Jahr 1608 und die Erfindung der Dampfmaschine in das Jahr 1699; wie lange ist es seit jeder dieser Erfindungen?
33. Der längste Tag hat in Wien 15·967 Stunden, der kürzeste 8·583 Stunden; wie groß ist der Unterschied beider?

1. Subtrahiere:

$$\begin{array}{r} \text{a) } 39 \cdot 0079 \, m^2 \\ - 14 \cdot 4317 \, " \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{b) } 218 \, hl \, 26 \, l \\ - 156 \, " \, 75 \, " \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{c) } 105 \, ha \, 37 \, a \, 15 \, m^2 \\ - 37 \, " \, 49 \, " \, 8 \, " \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{2. a) } 1 \, m \, 0 \, dm \, 3 \, cm \, 8 \, mm \\ - \quad 5 \, " \, 6 \, " \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{b) } 15 \, kg \\ - 8 \, " \, 75 \, dkg \, 6 \, g \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 1 \, m^3 \, 78 \, dm^3 \\ - \quad 225 \, " \, 800 \, cm^3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{d) } 46 \, q \, 8 \, kg \, 92 \, dkg \\ - 29 \, " \, 55 \, " \, 56 \, " \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{3. a) } 325 \, K \, 72 \, h \\ - 59 \, " \, 58 \, " \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{b) } 950 \, M \, 45 \, Pf \\ - 236 \, " \, 17 \, " \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{c) } 1260 \, Fr \, 66 \, Cts \\ - 479 \, " \, 38 \, " \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{4. a) } 63^\circ 29' 45'' \\ 16^\circ 12' 30'' \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{b) } 9 \, Gros \, 8 \, Duzend \, 3 \, St\ddot{u}ck \\ 2 \, " \, 9 \, " \, 7 \, " \\ \hline \end{array}$$

5. Karl ist 12 Jahre 7 Monate 12 Tage alt, seine Schwester ist 3 Jahre 9 Monate 8 Tage jünger; wie alt ist die Schwester?
6. Ein Schreibwarenhändler hat einen Vorrat von 22 Gros Federn und verkauft davon im Laufe von 4 Wochen 4 Gros 8 Duzend, 6 Gros 7 Duzend, 2 Gros 9 Duzend und 7 Gros 5 Duzend; wieviel Federn bleiben ihm noch übrig?
7. Innsbruck hat $9^\circ 3' 41''$, Wien $14^\circ 2' 36''$, Ofen $16^\circ 42' 47''$, Lemberg $21^\circ 42' 40''$ östliche Länge von Paris; wieviel Grade liegt Lemberg östlicher als jede der drei anderen Städte?
8. In Wien tritt der Mittag 55 Minuten 11 Sekunden früher ein als in Paris; wieviel Uhr ist es in Paris, wenn die Uhr in Wien 4 Stunden 37 Minuten 45 Sekunden zeigt?
9. Die größte Tageslänge beträgt bei uns 16 Stunden 15 Minuten, die kürzeste 8 Stunden 8 Minuten. a) Wieviel beträgt der Unterschied zwischen diesen Tageslängen? b) Wie lange dauert die kürzeste Nacht?

3. Multiplizieren (Bervielfachen).

1. Um 1 K erhält man 75 cm Weinwand; wieviel cm derselben Weinwand bekommt man um 9 K?

Was bedeuten die Ausdrücke: a) Multiplizieren, b) Multiplikand, c) Multiplikator, d) Faktoren, e) Produkt?

Welches ist das Zeichen der Multiplikation? Wie macht man bei der Multiplikation die Probe?

a) Kopfrechnen.

2. Wiederhole und übe bis zur Schlagfertigkeit:

a) Das kleine Einmaleins;

b) 1 mal bis 10 mal 11 (12); 1 mal bis 8 mal 15; 1 mal bis 6 mal 16; 1 mal bis 5 mal 18!

Bis zum Auswendigkönnen!

c) Die geraden und ungeraden Vielfachen der Zweier-, Dreierreihe, bis Neuner-, Zehnerreihe von 1—20!

d) Rechne durch Zerlegung: z. B. $14 \times 9 = 90 + 36 = 126$; 14×7 , 16×9 , 17×4 , 19×6 !

3. Bervielfachen: a) reiner Zehner, z. B. 2, 3 .. 10 mal 20, 30..90, 100 (h, K, dkg, mm, l.); bis zum Zehnfachen auf- und abwärts, dann außer der Reihe;

b) zweiziffriger Zahlen, z. B. 2, 10 mal 25, 75 .. (h, K, kg);

c) zweiziffriger Zahlen mit reinen Zehnern, z. B. 20, 30 90, 100 mal 12, 13 19, 20, 25, 48, 65, 75, 92 (h, K, m²);

d) zweiziffriger Zahlen mit zweiziffrigen Zahlen, z. B. 12, 13 18, 25 mal 12, 18, 25, 68, 75, 88 (Stück); übe insbesondere 11×11 , 12×12 , 13×13 , 19×19 , 20×20 !

e) reiner Hunderter und dreiziffriger Zahlen, z. B. 2, 3, .. 10 mal 200, 300, .. 900 auf- und abwärts, dann außer der Reihe; — 120, 240, 350, .. — 111, 116, 125, 275, 612, ... (h, K, kg);

f) in Reihen reiner Tausender: 1000, 2000 ... 9000 bis zum Zehnfachen auf- und abwärts, dann außer der Reihe.

4. Übe in Reihen und reduziere: a) 10 mal, b) 100 mal, c) 1000 mal 1 mm, 1 cm, 1 m, 1 dkm, 1 hm 1 μ m!

5. Wieviel mm² (cm², a) sind: 1, 5, 8, 12, 20, 25, 45, 76, 90 cm² (m², ha)?

6. Nimm 10, 100, 1000 mal a) 5, 16, 20, 25, 36, 76 .. (h, dkg, g, dl, a, m²);

b) 45 mm, 1 K 8 h, 2 K 50 h, 3 K 16 h, 8 l 4 dl, 12 dm³, 15 m², 75 dkg;

c) 0.1, 0.4, 1.2, 3.8, 0.05, 0.34, 1.06, 0.008, 24.6 (K, m³, km)!

7. Rechne: 2, 3, 5, 10 mal a) 0.1, 1.4, 0.9, 1.3, 6.6...

b) 0.01, 0.05, 0.86 .. c) 25, 2.5, 0.25, 0.025, 7.5, 0.75;

d) 10, 30, 50 .. 90, 100 mal 45 h, 25 h, 85 h, 78 m², 94 cm, 16 dm³!

8. Taftrechnen: a) $40 \times 5 + 30 \times 12 + 70 \times 15 - 600 \times 2 - 450 =$

b) $300 \times 8 + 800 \times 40 - 700 \times 30 + 8000 \times 9 =$

9. Rechenvorteile: a) $190 \times 6 = 1200 - 60 = 1140$.

Übfe ebenso: 290×8 , 480×9 , 870×7 ; 197×3 ;

b) $370 \times 9 = 3700 - 370 = 3330$.

3. B.: 480×9 , 650×9 , 370×9 ; 370×19 , 240×39 , 140×69 , 800×99 .

Bilde eine Regel für die Multiplikation mit 9 und mit 99!

c) $18 \times 15 = 18 \times 5 \times 3 = 90 \times 3 = 270$.

3. B.: 18×24 , 35×18 , 45×14 , 170×24 , 250×16 , 440×36 , 500×64 !

d) Löse vorteilhaft: 390×7 , 680×9 , 56×90 , 820×28 , 497×5 , 68×290 , 140×19 , 320×17 !

Schlussrechnungen. a) Schluss von der Einheit auf die Mehrheit.

1. Wieviel kosten 13 *hl* Gerste, wenn 1 *hl* 9 K kostet?
13 *hl* sind 13 mal 1 *hl*; daher kosten 13 *hl* auch 13 mal 9 K, das sind 117 K.
2. Ein Duzend Perlmutterknöpfe kostet 60 h; wieviel kosten 30 (10, 6, 12, 15) Duzend?
3. Wieviel kosten 7 *hl* (3, 8, 10, 12 *hl*) Wein, wenn 1 *l* 0·9 K kostet?
4. Ein Schnittwarenhändler bezieht 20 Duzend Taschentücher à 5 K 60 h und verkauft die Ware um 148 K; wieviel beträgt sein Gewinn?
5. Bei einer Dezimalwaage braucht man nur den 10. Teil des wirklichen Gewichtes aufzulegen. Wie schwer sind also die gewogenen Gegenstände, wenn die Gewichte betragen: 25 g, 46 g, 20 *dkg*, 68 *dkg*, 0·175 *kg*, 0·08 *kg*, 0·625 *kg*, 4·835 *kg*?
6. Ein Glaser erhält 420 Lampenzylinder à 0·12 K; wieviel hat er dafür zu bezahlen?
7. Ein Weber webt täglich 2·8 m; wieviel weben 3 Weber in einer Woche?
8. In der Rotenturmstraße zu Wien kostet 1 *m*² Baugrund 240 K; wie teuer ist in dieser Straße a) 1 *a*, b) ein Bauplatz von 3·8 *a*, c) von 4·6 *a* Größe?
9. 1 *a* Gartengrund kostet 58·5 K. Wieviel kosten 1 (3, 5, 10) *ha*?
- 10.* Wieviel kosten 6, 12, 20, 50 Lesebücher zu 90 h (1·40 K)?
11. Miß die Länge deines Schrittes und zähle die Schritte beim Gange vom Hause zur Schule; wie weit ist deine Wohnung von der Schule entfernt?
12. Ein Fachlehrer macht mit 32 BürgerSchülern eine Ferienreise und löst für sich und die Schüler Fahrkarten der 4. Zone zum ermäßigten Preise von 1·70 K; wieviel wird für die Karten bezahlt?
13. Wieviel Wochen bist du heute alt, das Jahr zu 52 Wochen gerechnet?
14. Jemand zahlt monatlich 58 K Kostgeld. Wieviel beträgt dies a) viertel-, b) halb- und c) ganzjährig?

*) Versucht bei allen Aufgaben die Lösung im Kopfe; bestimmt aus den abgerundeten Zahlen der Angabe das beiläufige Ergebnis im Kopfe!

15. In einer Familie beträgt die wöchentliche Ausgabe für Brot 3 K 40 h; wieviel beträgt sie in 3, 4, 6, 8 Wochen?
16. 1 Flasche Wein kostet 2·5 K; wieviel kosten 20, 50, 100, 200 Flaschen?
17. 1 l Essig kostet 28 h; wieviel kostet 1 Faß mit 30 (56, 80) l?
18. Jemand kauft in einem Laden 2 Paar Strümpfe zu je 1·85 K und 2 Paar warme Handschuhe zu 90 h; wieviel erhält er noch auf 10 K heraus?
19. G raucht täglich 3 Zigarren, wovon 100 Stück 7 K kosten; a) wieviel gibt er wöchentlich, (monatlich), jährlich für Zigarren aus? b) Wieviel beträgt diese unnötige Ausgabe in 2, 5, 10 Jahren?
20. Ein Gefelle nimmt sich vor, statt 3 Zigarren täglich nur 1 Zigarre zu rauchen, und erspart somit 20 h; wieviel erspart er a) in einer Woche, b) 1 Monat, c) in 1, 2, 4, 5 Jahren?

Das Zigaretten- und Zigarrenrauchen ist für die Jugend sehr schädlich und sollte bis zum 18. Lebensjahre gänzlich vermieden werden. Aber auch Erwachsene können es entbehren. Wer es sich nicht angewöhnt, vermißt es nicht und erspart viel Geld dabei.

21. Wie groß ist der Wochenlohn für 8 Arbeiter, wenn 1 Arbeiter per Tag 2·8 K erhält?
22. Wieviel Lohn erhalten 36 Maurer, die 14 Tage gearbeitet haben, wenn 1 Maurer einen Taglohn von 6 K 50 h erhält?
23. Ein Rad hat 58 cm Umfang. Welchen Weg legt es bei 40 Umdrehungen zurück?
24. Ein Körper, der sich gleichförmig bewegt, legt in 1 Sek. 500 m zurück; wieviel in 18 Sek.?
25. Ein Gilzug legt in der Minute 1 km-125 m zurück; wie weit kommt er in 10, 20, 60 Minuten?

b) Schluß von einer Mehrheit auf ein Vielfaches derselben.

1. 8 kg gestoßenen Pfeffer kosten 13 K; wieviel kosten 24 kg? 24 kg sind 3 mal 8 kg, sie kosten also 3 mal 13 K = 39 K.
2. 9 hl Wein kosten 267 K; wieviel kosten 36 hl?
3. 7 kg Öl kosten 5 K; wieviel kosten 42 kg?
4. 11 dkg Tee kosten 56 h; wieviel kosten 77 dkg?
5. 4 kg Salami kosten 16 K; wieviel kosten 36 kg?
6. 8 dkg Tabak kosten 1·20 K; wieviel kosten 72 dkg?
7. 15 l Bier kosten 7 K; wieviel kosten 60 l?
8. Für 6 K kauft man 10 Duzend Bleistifte; wieviel für 30 K?
9. 8 m Kleiderstoff kosten 23 K; wieviel kosten 72 m?
10. Wenn von einem Stoffe 5 m 17 K kosten, wieviel kosten 25 m desselben Stoffes?

11. Aus 9 kg Garn erhält man 80 m Zeug; a) wieviel m erhält man aus 54 kg Garn; b) wieviel kg Garn braucht man zu 200 m Zeug?
12. Wenn ein Rad in 6 Minuten 245 Umdrehungen macht, wieviel Umdrehungen macht es in 30 (80, 18) Minuten?
13. 4 Pferde reichen mit einem Futtervorrat 10 Monate; wie lange kommen damit 20 Pferde aus?
14. 12 Arbeiter brauchen zu einer Arbeit 15 Tage; wieviel Tage brauchen dazu 36 Arbeiter?
15. 24 Mann reichen mit einem gewissen Vorrat an Brot 3 Tage aus; wieviel Mann werden mit demselben Vorrat 12 Tage ausreichen?

Für Schlußrechnungen. Warenpreise (1909).

Menge	Ware	K	h	Menge	Ware	K	h
1 Laib	Brot	—	66	1 kg	Pfeffer, schwarz	3	—
1 kg	Mehl	—	36	1 "	Senf, Kremsf.	2	—
1 "	Gries	—	40	1 "	Pflaumen, gedörrt . . .	—	60
1 "	Reis	—	44	1 "	Mohn	—	80
1 "	Erbsen	—	36	1 "	Salz	—	26
1 "	Linzen	—	76	1 l	Essig, Wein-	—	40
1 "	Bohnen	—	40	1 kg	Seife	—	64
1 "	Zucker, Gut-	—	74	1 "	Soda	—	10
1 "	Zucker, Würfel-	—	76	1 "	Stärke	—	60
1 "	Kaffee, roh	3	60	1 l	Petroleum	—	34
1 "	Kaffee, gebrannt	4	20	1 m ³	Holz, weiches	12	—
1 "	Kneipp-Malzaffee	2	80	1 "	Holz, hartes	14	—
1 "	Butter	2	60	1 q	Steinkohlen	3	50
1 "	Kunserol	1	12	1 "	Koks	4	—
1 l	Milch	—	22	1 kg	Tinte, Schreib-	—	56
1 l	Obers (Schmetten) . . .	—	80	1 l	Bier, Abzug-	—	32
1 kg	Rindfleisch	1	60	1 "	Bier, Lager-	—	40
1 "	Schweinefleisch	1	80	1 "	Wein, alt	—	96
1 "	Kalb-	1	80	1 kg	Risken	—	36
1 "	Schinken	4	—	1 "	Äpfel	—	40
1 "	Speck	2	40	1 "	Birnen	—	40
1 "	Schweinefett	2	—	1 "	Pflaumen	1	32
1 "	Kartoffeln	—	8	1 m	Leinwand	1	20
1 Mandel	Eier	1	20	1 "	Tuch	7	—
1 kg	Honig	2	60	1 Paar	Schuhe für Bgsh. . . .	8—10	—
1 "	Mandeln	2	60				
1 "	Gewürznelken	3	60				

16. Schreibt alle eine **Preistabelle** nach euren ortsüblichen Warenpreisen alle Vierteljahre auf und bildet mit Hilfe der Preistabelle andere Beispiele über einfache Preisberechnungen!
17. Wie teuer sind nach der Preistabelle 1, 2, . . 9 kg (dkg), bzw. 1, 2, 3, 5 l (hl, dl) der bezeichneten Waren?

b) Zifferrechnen.

1. Eine Geldspende wurde unter 5 Abbrändler verteilt; jede Familie erhielt 437 K; wieviel K wurden gesammelt?

$$437 \text{ K} \times 5$$

Es wurden 2185 K gesammelt.

$$2185 \text{ K}$$

2. a) $18354 \text{ m} \times 6$, b) $36214 \text{ K} \times 4$, c) $12538 \text{ h} \times 5$,
d) $9648 \text{ dm}^3 \times 9$, e) $47016 \text{ m}^2 \times 8$, f) $530807 \text{ kg} \times 7$.

3. Multipliziere jede der Zahlen: 9170854, 5891303, 77026539, 4789155 mit den Zahlen: a) 6, b) 7, c) 8, d) 9, e) 11, f) 12, g) 14, h) 15! (Anwendung des großen Einmaleins!)

4. a) 3165×10 . b) 8279×10 . c) 7843×100 .
d) 38100×100 . e) 319×1000 . f) 16845×1000 .

5. 538×247 oder 538×247

107 600		200 mal		1076
21 520		40 mal		2152
3 766		7 mal		3766
132 886				

6. a) 7013×84 , b) 12346579×27 , c) 12345679×63 , d) 345×123 ,
e) 5290×617 , f) 9204×729 , g) 78431×924 , h) 12345×678 ,
i) 109207×3014 , k) 75074×2395 , l) 381475×8735 .

7. a) 347×800 b) 4560×29 c) 80500×650

8. a) 91234×7800 . b) 70800×371 . c) 8310900×8360 .

9. a) $7805.9353 + 238710.370$. b) $468029.783 - 389785.690$.

10. Ein Arbeiter verdient täglich 2 K 75 h; wieviel K in 1 Woche?

11. a) $17 \cdot 345 \text{ m} \times 6$. b) $7 \cdot 157 \text{ dm}^3 \times 8$. c) $0 \cdot 4203 \text{ m}^2 \times 9$.

12. a) $7 \cdot 073 \times 20$. b) $33 \cdot 749 \times 50$. c) $932 \cdot 08 \times 90$.

13. a) $28 \cdot 95 \text{ K} \times 12$. b) $846 \cdot 075 \text{ ha} \times 15$. c) $4 \cdot 8962 \text{ km} \times 18$.

- d) $104 \cdot 6829 \text{ km}^2 \times 11$. e) $0 \cdot 7358 \text{ m}^3 \times 14$.

Anwendung des großen Einmaleins.

14. a) $0 \cdot 1284 \times 87$. b) $129 \cdot 23 \times 58$. c) $33 \cdot 841 \times 37$.

- d) $13 \cdot 937 \times 531$. e) $0 \cdot 128 \times 628$. f) $3 \cdot 1567 \times 950$.

- g) $5 \cdot 19635 \times 225$. h) $13 \cdot 9078 \times 609$.

15. Was kostet 0.1 m Tuch, wenn 1 m 8 K kostet?

$$8 \text{ K} \times 0.1 = 0.8 \text{ K}.$$

Mit 0.1 multiplizieren heißt also durch 10 dividieren.

16. Multipliziere 5, 6, 7, 8, 9, 0.4, 0.52 mit 0.01!

Was heißt: mit 0.01 multiplizieren?

17. a) $526 \cdot 23 \times 0.7$. b) $279 \cdot 06 \times 0.08$.

18. Wieviel K kosten 2 m 35 cm Tuch à m 8.48 K? 2.35 m kosten das 2.35-fache von 8.48 K.

Im Produkte kommen so viele Dezimalstellen vor, als die beiden Faktoren zusammen enthalten.

19. a) 783×0.69 . b) 35.27×9.4 . c) 150.8×8.6 .
 20. a) 3.5×1.72 . b) 71.25×6.03 . c) 60.95×7.42 .
 21. a) 7.314×3.25 . b) 41.23×0.52 . c) 7.463×35.9 .
 22. a) 0.315×0.017 . b) 6.521×0.082 . c) 0.798×46.5 .
 23. a) 6.451×80.10 . b) 0.4992×0.327 . c) 0.487×0.956 .
 24. Wieviel beträgt $3.125 \times 1.09 + 7.378 \times 0.137$.
 25. Um wieviel ist 37×3.857 größer als 12.935×7.108 ?
 26. Das Produkt zweier gleicher Faktoren wird Quadrat genannt. Bestimme das Quadrat von a) 2.14, b) 42.58, c) 0.17345, d) 5.8078!
 27. Das Produkt dreier gleicher Faktoren wird Kubus genannt. Bestimme den Kubus von a) 0.15, b) 6.34, c) 15.38, b) 0.7925!

Rechenvorteile bei der Multiplikation.

1. Eine Zahl mit 10, 100, 1000 usw. multiplizieren.
 $1894_0 \times 10$ $1894_{00} \times 100$ $1894_{000} \times 1000$.
 3.5786×10 3.5786×100 3.5786×1000 .
2. Im Multiplikator kommt die Ziffer 1 vor. 3. B.
 a) 3421×41 b) 56073×1.08 c) 43.12×213
 $\begin{array}{r} 13684 \\ 140261 \end{array}$ $\begin{array}{r} 448584 \\ 6055884 \end{array}$ $\begin{array}{r} 8624 \\ 12936 \\ 918456 \end{array}$
3. Der Multiplikator lässt sich in zwei Faktoren zerlegen, mit denen man leicht multiplizieren kann.
 a) 9206×49 b) 219.56×33 c) 12345×270
 $\begin{array}{r} 64442 \\ 451094 \end{array} \quad 7.7$ $\begin{array}{r} 658.68 \\ 7245.48 \end{array} \quad 3.11$ $\begin{array}{r} 111105 \\ 3333150 \end{array} \quad 9.30$
4. Der Multiplikator ist 25 oder 125.
 a) $5986 \times 25 = 5986 \times 100$ b) $3795 \times 125 = 3795 \times 1000$
 $\begin{array}{r} 5986_{00} \times 25 \\ 144650 \end{array} : 4$ $\begin{array}{r} 3795_{000} \times 125 \\ 474375 \end{array} : 8$

Berechne mit Anwendung der Vorteile:

5. a) 52189×17 . b) 84218×61 . c) 241578×518 .
 87061×81 . 35018×501 . 8.306×4921 .
 30786×51 . 49.263×719 . 397568×13571
6. Multipliziere 2794166 mit jeder der Zahlen 19, 31, 71, 108, 189!
7. a) 35897×11 . b) 708552×11 . c) 831974×1.1 .
 79206×11 . 533677×11 . 26.0883×1.1 .
 64498×11 . 39.2509×11 . 5.76981×110 .

8. a) $78\,054 \times 36$. b) $85\,4023 \times 24$. c) $385\,07 \times 4\cdot9$.
 $70\,694 \times 56$. $5\,69271 \times 72$. $910\,844 \times 0\cdot32$.
 $51\,398 \times 63$. $835\,456 \times 54$. $2\,581\,47 \times 270$.
9. Multipliziere 139 428 mit jeder der Zahlen 18, 27, 35, 42, 56, 64, 72!
10. Multipliziere 379 357 mit jeder der Zahlen 299, 6999, 97, 993, 9998!
11. a) $13\,456 \times 25$. b) $790\,312 \times 125$. c) $325\,093 \times 25$.
 d) $617\,841 \times 125$. e) $784\,421 \times 250$. f) $494\,232 \times 12\cdot5$.
 g) $13\,9065 \times 2\cdot5$. h) $750\,731 \times 1\cdot25$. i) $36\cdot04 \times 1\cdot25$.
12. Multipliziere jede der Zahlen 90 572, 876 823, 213 945 a) mit 25, b) mit 125, c) mit $2\cdot5$, b) mit $1\cdot25$!

Angewandte Rechenaufgaben.

- Ein rechteckiger Turnplatz ist $28\cdot6\text{ m}$ lang und $22\cdot7\text{ m}$ breit; wie groß ist die Fläche?
- In einer Familie braucht man zur Bestreitung des Haushaltes durchschnittlich in einem Tage $4\cdot85\text{ K}$; a) wieviel monatlich, b) wieviel jährlich?
- Eine Gasflamme verbraucht bei täglich 7 stündiger Brenndauer in einem Monate $41\cdot58\text{ m}^3$ Gas; 1 m^3 kostet 20 Heller; wieviel Gas verzehrt die Flamme in 1 Stunde, in 2 Monaten und 15 Tagen? Wieviel kostet dasselbe für jene Zeit?
- Ein Tuchwarenhändler liefert dem Herrn Josef Schicht, Schneidermeister, hier, $2\cdot75\text{ m}$ Kamungarnstoff à $11\cdot20\text{ K}$, $3\cdot25\text{ m}$ Kloth à $2\cdot35\text{ m}$ und $1\cdot50\text{ K}$ Satin à $0\cdot94\text{ K}$; schreibe die saldierte Rechnung! z. B.

Reichenberg, am 8. April 1909.

Rechnung

für Herrn Josef Schicht, Schneidermeister, hier,
 von Gustav Bayer, Tuchwarenhändler.

		K	h
1909	$2\cdot75\text{ m}$ Kamungarnstoff à $11\ 20$		
8. April	$3\cdot25\text{ m}$ Kloth à $2\cdot35$		
	$1\cdot50\text{ m}$ Satin à $0\cdot94$		
	Summe		

Richtig erhalten
 am 8. April 1909.

Gustav Bayer.

Setze in die Rechnung die Beträge ein!

- Ein Schuhmacher liefert für die Familie des Herrn Josef Fritsch: Ein Paar Herrentiefletten zu $12\text{ K } 80\text{ h}$, 1 Paar Damenschuhe zu $11\text{ K } 60\text{ h}$ und 2 Paar Kinderschuhe à $6\text{ K } 20\text{ h}$; schreibe die saldierte Rechnung!

6. Ein Tuchhändler liefert einem Schneider 5 m Tuch, das m zu 12·78 K, 4 m zu 9·25 K und 7 m Futterstoff zu 1 K 36 h; wieviel bleibt der Schneider schuldig, wenn er sofort 50 K zahlt?
7. Wenn 1 hl Wein im Einkaufe 65·8 K gekostet hat und 56 hl für 4034·8 K verkauft wurden, wieviel hat man beim Verkaufe gewonnen?
8. Wie hoch kommt dem Tischler ein Fichtenbrett von 5·4 m Länge, 4·2 dm Breite und 2·5 cm Dicke, wenn er das Raummeter solcher Bretter mit 36 K bezahlt?
9. Ein Tischler lieferte für einen Bau 116 Fenster, das Stück zu 49 K 50 h und 68 Türen zu je 40·60 K. Er erhielt darauf 4870 K gezahlt; wieviel hat er noch zu fordern?
10. Ein Bauplatz, der 7·86 a mißt, kostet per m² 29 K (38 K, 27·75 K, 48·85 K, 96·76 K); wie hoch kommt der Bauplatz?
11. Eine Mittelernte gibt auf 1 ha 2625 kg Roggen oder 2950 kg Weizenkörner oder 2825 kg Gerste oder 2560 kg Hafer. Wieviel von jeder Fruchtart würde man bei einer solchen Mittelernte erhalten von 32 (45, 50·8) ha?
12. A kaufte 135 q Weizen à 16·78 K, 112·5 q Roggen à 14·65 K und 186·5 q Hafer à 12·55 K; wieviel hat er für das gekaufte Getreide zu bezahlen?
13. Ein Landwirt will sein 156 m langes und 68 m breites Ackerfeld mit Gips düngen; wieviel Gips muß er kaufen, wenn er für 1 a 6 kg Gips rechnet?
14. 1 km ist gleich 0·131 823 österr. Meilen; wieviele österr. Meilen beträgt die Nordbahnstrecke Wien—Brünn (144 km), wieviel die Luftlinie Wien—Brünn, d. i. 110 km; wieviel die Südbahnstrecke Wien—Triest, d. i. 596 km und wieviel die Luftlinie Wien—Triest (334 km)?
15. Die Strecke von Wien nach Triest wird von dem Schnellzuge in 13·15 Stunden zurückgelegt; wie groß ist die Entfernung zwischen beiden Städten, wenn der Zug in 1 Stunde 44·8 km zurücklegt?
16. 2 Fachlehrer machen mit ihren 38 Bürgererschülern eine Reise von Reichenberg nach Friedland und zurück; wie teuer kommt für alle die Eisenbahnfahrt, wenn 1 Fahrkarte der 3. Klasse des Personenzuges hin ermäßigt 46 h kostet?
17. Braucht man für 1 Hemd 3 m 2 dm 5 cm Leinwand, wieviel für a) 6, b) 12, c) 18 gleiche Hemden?
18. Ein Knabe ist 6 Jahre 5 Monate 9 Tage alt, sein Bruder ist heute gerade dreimal so alt; wie alt ist der Bruder?
19. Ein Greisler hat 2 Schock 2 Mandeln 8 Stück Eier, ein anderer hat viermal so viel Eier; wieviel Eier hat der zweite Greisler?
20. Ein Jahr hat genau 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten 45 Sekunden. a) Wieviel Stunden? b) wieviel Minuten? c) wieviel Sekunden hat 1 Jahr?

1. Abgekürzte Multiplikation. Wie groß ist der Flächeninhalt des Fußbodens eines rechteckigen Zimmers, das 7.89 m lang und 4.56 m breit ist.

Um die Fläche eines Rechteckes zu berechnen, muß man die Maßzahl der Länge mit jener der Breite multiplizieren.

$$\begin{array}{r} 7.89\text{ m}^2 \times 4.56 \\ 31.56 \\ 3.945 \\ \hline 4734 \\ 35.9784\text{ m}^2. \end{array}$$

Die Rechnung liefert 4 Dezimalstellen (dm^2 und cm^2). Da cm^2 bei der Bodenfläche eines Zimmers als bedeutungslos vernachlässigt werden können, wird man in diesem Falle das Resultat auf 2 Dez. abrunden.

$$F = 35.98\text{ m}^2$$

Die Rechnung läßt sich aber auch so ausführen, daß man das Anschreiben der Teilprodukte erst bei der verlangten Stelle beginnt.

Der durch das Weglassen der übrigen Ziffern entstandene Fehler wird verbessert, wenn man die weggelassenen Ziffern des Teilproduktes, auf eine Stelle abgerundet, als „Korrektur“ dem Teilprodukte zuzählt.

$$\begin{array}{r} 7.89\text{ m}^2 \times 4.56 \\ 31.56 \\ 3.90 \\ 42 \\ \hline 35.88\text{ m}^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7.89\text{ m}^2 \times 4.56 \\ 31.56 \\ 3.95 \\ 47 \\ \hline 35.98\text{ m}^2. \end{array}$$

Fehler 0.045 , abgerundet $= 0.05$
Fehler 0.0534 , abgerundet $= 0.05$

Um bei raschem Rechnen Irrungen zu vermeiden, schreibt man die einzelnen Multiplikatorziffern unter jene Ziffern des Multiplikands, mit der die Bildung der Teilprodukte begonnen wurde; also im vorstehenden Beispiele 4 unter 9, 5 unter 8 und 6 unter 7.

Daraus ergibt sich folgende Regel:

Die Einer des Multiplikators schreibt man unter die verlangte Stelle, die andern Ziffern in umgekehrter Reihenfolge daneben. (Dezimalziffern nach links, Zehner, Hunderter usw. nach rechts.)

$$\begin{array}{r} \text{3. B. } 7.89\text{ m}^2 \times 4.56 \\ \quad \quad \quad \text{6} \cdot 54 \\ \hline \end{array}$$

Bei der abgekürzten Multiplikation gilt demnach folgendes Verfahren:

1. Anschreiben des Multiplikators unter den Multiplikand.

$$\begin{array}{r} \text{a) } 457.32548 \times 63.257 \text{ auf 1 Dezimalstelle.} \\ \quad \quad \quad 752\ 36 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 457.32548 \times 63.257 \text{ auf 2 Dezimalstellen.} \\ \quad \quad \quad 75\ 236 \\ \hline \end{array}$$

$$c) \quad 457 \cdot 32548 \times 63 \cdot 257 \text{ auf 3 Dezimalstellen.}$$

$$\quad \quad \quad 7 \ 5236$$

2. Bestimmung der einzelnen Teilprodukte.

a) Beachte die Produkte der übereinander stehenden Ziffern und ihre Werte:

$$457 \cdot 32548 \times 63 \cdot 257 \text{ auf 3 Dezimalstellen.}$$

$$\quad \quad \quad 7 \ 5236$$

	24	Tausendstel.
	15	"
	4	"
	15	"
	49	"

Die Teilprodukte beginnen mit dem Produkte der betreffenden Ziffer des Multiplikators und der darüber stehenden Ziffer des Multiplikands.

Die Ziffern, mit welchen die einzelnen Teilprodukte beginnen, sind senkrecht untereinander zu schreiben:

b) Zuzählen der Korrektur.

Im vorigen Beispiele geben 6 mal 8 = 48 Zehntausendstel, abgerundet 5 Tausendstel, zum Hinzuzählen für das 1. Teilprodukt als Korrektur.

3 mal 4 = 12 Zehntausendstel = 1 Tausendstel als Korrektur

2 " 5 = 10 " = 1 " " "

7 " 3 = 21 " = 2 " " "

Hier sind also die Zehntausendstel auf Tausendstel abzurunden und als Korrektur zu dem betreffenden Teilprodukte hinzuzuzählen.

Anmerkung. 1, 2, 3, 4 Zehntausendstel fallen weg, statt 5, 6, 7, 8 und 9 Zehntausendstel wird ein Tausendstel mehr gezählt.

3. Vollständige Ausführung von Beispielen.

$$a) \quad 457 \cdot 32548 \times 63 \cdot 257$$

$$\quad \quad \quad 7 \ 5236$$

$$\begin{array}{r} 27439 \cdot 529 \\ 1371 \cdot 976 \\ 91 \cdot 465 \\ 22 \cdot 866 \\ 3 \cdot 201 \end{array}$$

$$28929 \cdot 037$$

3 Dez.

$$b) \quad 7 \cdot 852_{00} \times 73 \cdot 92$$

$$\quad \quad \quad 2937$$

$$\begin{array}{r} 549 \cdot 6400 \\ 23 \cdot 5560 \\ 7 \cdot 0668 \\ 1570 \end{array}$$

$$580 \cdot 4198$$

$$c) \quad 7 \cdot 852_{00} \times 73 \cdot 92$$

$$\quad \quad \quad 2937$$

$$\begin{array}{r} 549 \cdot 640 \\ 23 \cdot 556 \\ 7 \cdot 067 \\ 157 \end{array}$$

$$580 \cdot 420$$

$$d) \quad 7 \cdot 852 \times 73 \cdot 92$$

$$\quad \quad \quad 29 \cdot 37$$

$$\begin{array}{r} 549 \cdot 6 \\ 23 \cdot 6 \\ 7 \cdot 0 \\ 1 \end{array}$$

$$580 \cdot 3$$

1. Wie muß man bei der abgekürzten Multiplikation den Multiplikator aufschreiben?

Was heißt das: 9 mal 5 gibt 5 zur Korrektur, 7 mal 6 gibt 4, 3 mal 9 gibt 3, 5 mal 8 gibt 4 zur Korrektur?

Wieviel gibt 7×3 , 5×6 , 8×4 , 7×7 , 3×4 , 8×9 zur Korrektur?

2. Multipliziere $92 \cdot 865 \times 20 \cdot 4058$ (4 Dez.), $123 \cdot 45 \times 6 \cdot 789$ (3 Dez.), $56 \cdot 046 \times 0 \cdot 286$ (2 Dez.)!
3. Multipliziere $33 \cdot 086 \times 2 \cdot 7968$ auf 4 Dezimalen verkürzt und bestimme den Fehler gegenüber der genauen Rechnung!
4. Multipliziere $57 \cdot 589 \times 0 \cdot 8643$ auf drei Dezimalen und mache die Probe durch Vertauschung der Faktoren!

Bestimme abgekürzt folgende Produkte:

5. $45 \cdot 803 \times 6 \cdot 54$, $70 \cdot 86 \times 0 \cdot 529$, $19 \cdot 376 \times 5 \cdot 904$, $0 \cdot 8551 \times 11 \cdot 39$ mit 2 Dezimalen und mache die Probe durch Vertauschung der Faktoren!
6. $7 \cdot 8415 \times 0 \cdot 6213$, $0 \cdot 0764 \times 3 \cdot 1416$, $9 \cdot 0256 \times 4 \cdot 378$, $69 \cdot 234 \times 0 \cdot 0947$ mit 4 Dezimalen und bestimme den Fehler gegenüber der genauen Rechnung!
7. a) $8 \cdot 42087 \times 0 \cdot 2092 \times 7 \cdot 5548$ (4 Dezimalen.)
b) $1 \cdot 045 \times 1 \cdot 045 \times 1 \cdot 045 \times 1 \cdot 045$ (6 Dezimalen.)
8. Rechne abgekürzt mit möglichster Genauigkeit:
a) $89 \cdot 75 \text{ K} \times 64 \cdot 95$ (auf h) b) $18 \cdot 20697 \text{ g} \times 4 \cdot 08$ (auf kg)
 $0 \cdot 8614 \text{ kg} \times 80 \cdot 79$ (auf g) $5 \cdot 1896 \text{ hl} \times 17 \cdot 6$ (auf l)
 $46 \cdot 538 \text{ m} \times 8 \cdot 904$ (auf mm) $214 \cdot 8265 \text{ } \mu\text{m} \times 8 \cdot 25$ (auf km).
9. a) $1278 \text{ kg} \times 584$ (auf q) b) $2916 \text{ mm}^3 \times 78$ (auf T)
 $48 \cdot 765 \text{ l} \times 4516$ (auf hl) $5963 \text{ mm}^2 \times 9 \cdot 26$ (auf S)
 $3432078 \text{ mg} \times 7026$ (auf dkg) $0 \cdot 6845 \text{ kg} \times 86$ (auf G).
10. Die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde ist 20 657 700 geogr. Meilen; wieviel km sind dies, da 1 geogr. Meile $7 \cdot 42044 \text{ km}$ ist? (1 Dezimale.)
11. Wie groß ist die Fläche eines Quadrates, dessen Seite $4 \cdot 875 \text{ m}$ lang ist? (4 Dezimalen.)
12. Wie groß ist der Rauminhalt eines Würfels, dessen Kante eine Länge von $2 \cdot 875 \text{ m}$ hat? (3 Dezimalen.)
13. Der Umfang eines Kreises ist das $3 \cdot 14159$ fache des Durchmessers; welchen Umfang hat ein Kreis von $23 \cdot 4 \text{ dm}$ ($5 \cdot 45$, $0 \cdot 88$, $0 \cdot 9 \text{ dm}$) Durchmesser? (Resultat in Millimetern.)
14. Wie groß ist der Umfang eines Kreises, dessen Halbmesser $0 \cdot 78 \text{ m}$ ($0 \cdot 165$, $1 \cdot 408 \text{ m}$) lang ist? (Resultat in Zentimetern.)
15. Der Flächeninhalt der österreichisch-ungarischen Monarchie beträgt $10\,843 \cdot 44$ österreichische Quadratmeilen; wieviel sind das km^2 , da 1 österreichische Quadratmeile $= 57 \cdot 54642 \text{ km}^2$ ist? (2 Dezimalen.)

4. Dividieren (Teilen oder Enthaltensein).

- a) 8 *ha* Ackerland werden um 4576 K gekauft; wie hoch kommt 1 *ha*?
 b) Ein Getreidehändler kauft um 1232 K Hafer, das *hl* zu 8 K;
 wieviel *hl* bekommt er für jene Summe?

Was bedeuten die Ausdrücke: a) Dividieren, b) Dividend,
 c) Divisor, d) Quotient, e) Rest?

Welches ist das Zeichen der Division? Wie macht man bei der Division die Probe?

Wir müssen 1232 K durch 8 K messen, d. h. untersuchen, wie oft 8 K in 1232 K enthalten sind.

$$1232 \text{ K} : 8 \text{ K} = 154$$

43

32

0

Antwort: Da 8 K in 1232 K 154 mal
 enthalten sind, bekommt der Händler 154 mal
 1 *hl* d. h. **154 *hl*** Hafer.

Teilen und Messen bezeichnet man mit dem gemeinsamen Namen dividieren.

Daraus folgt: Durch Multiplikation des Divisors mit dem Quotienten erhält man wieder den Dividend.

Daraus folgt: Dividiert man den Dividend durch den Quotienten so erhält man den Divisor.

Diese beiden Umkehrungen von Aufgaben sind als „Probe“ für die Richtigkeit der Rechnung häufig in Anwendung zu bringen!

a) Kopfrechnen.

1. a) Wiederhole das Eins in Eins bis 100!
 b) Übe das Zerlegen der Zahlen bis 100 in Faktoren bis zur Schlagfertigkeit: $10 = 2 \times 5 = 5 \times 2$, $14 = 7 \times 2$.
2. Miß (teile) durch die Zahlen 2 bis 10 die Zahlen der zugehörigen Zahlenreihen 2 — 20, 3 — 30, ... 10 — 100; z. B. durch 6 : 35! 5, Rest 5; 36, 37, 49, 55, 60!
3. Miß (teile) durch 2 — 10 die Zahlen der zugehörigen
 a) Zehnerreihe; z. B. $60 : 6 = 10$; b) Hundterterreihe z. B. $400 : 4 = 100$; 800, 1600, 2800, 3600, 1200, 4000 : 4. c) Tausenderreihe; z. B. $8000 : 8 = 1000$; 16 000, 40 000, 64 000, 24 000, 72 000, 80 000 : 8.
4. Miß (teile) 2- und 3 ziffrige Zahlen durch 2 — 9; z. B. $150 : 6 = 20 + 5 = 25$; 66, 84, 87, 108, 215, 368 : 6!
5. a) 50, 400, 620, 456, 1200, 3640, 5748 h : 10;
 b) 800, 840, 536, 1300, 1450, 1246, 6075 K : 100;
 c) 3000, 5800, 6940, 7065, 12 500 K : 1000.
6. Miß (teile) durch 20 — 90 3- und 4 ziffrige Zahlen: z. B. a) 140, 260, 384, 1240, 1018, 6842 : 20. b) 180, 360, 480, 1200, 2460, 8500 : 60!
7. $156 : 12 = 10 + 3 = 16$; $896 : 12 = 70 + 4$ (Rest 8) = 74 (8).
 45, 102, 135, 352, 578 : 15. 48, 72, 144, 326, 508, 1240 : 12.

8. a) $500\text{ cm} : 50\text{ cm} = 50\text{ dm} : 5\text{ dm} = 10$.

Rechne ebenso mit Vorteil: 1000 (2000, 1500, 550, 2350) : 50.

b) $360 : 18 = 60 : 3 = 20$.

900 : 15. 99 : 66. 675 : 25. 126 : 14. 480 : 18. 2000 : 18!

9. Übe das Enthaltensein von 25 und 50 in 50, 75, 100, 125, ... 200, 300, ... 600, 1000 ...!

10. $9\text{ K} : 50 = 900\text{ h} : 50 = 90\text{ h} : 5 = 18\text{ h}$. (Probe!)

13 K : 50. 18 K : 50. 2 K : 50. 8 K : 50. 25 K : 50. 75 K : 50.

11. Von wieviel Kronen (h) sind 210 K (h) das 5 fache?

(Das 2_z, 3_z, 7_z, 6_z, 21_z, 35_z, 105 fache?)

12. Wie oft sind enthalten a) 5 h in 1, 2, 5, 8, 3, 10 K? b) 10 h in 1, 3, 5, 10, 15, 20 K? c) 20 h in 1, 4, 5, 10, 15, 18, 20 K? d) 25 h in 1, 10, 20, 50, 80 K? e) 50 h in 1, 5, 10, 20, 100 K?

13. Die Hälfte von: a) 1 (= 0·5), 3 (= 1·5), 5, 17, 25, 75, 99 K; b) 0·1 (= 0·05), 0·5 (= 0·25), 0·9, 1·5, 2·5, 7·5 t; c) 0·01 (= 0·005), 0·05 (= 0·025), 0·013, 0·75, 0·001 hl?

14. a) Der 4. Teil von: 1 (= 0·25), 0·8, 0·16, 4·8, 8·4, 17·6, 29·6 K; b) der 3. Teil von: 1 (= 0·33), 0·3, 0·6, 0·9, 1·5, 5·4 K; c) der 5. Teil von: 1 (= 0·2), 5·5, 0·5, 8·7, 8·75, 0·35 m; d) der 6. Teil von 6·6, 2·4, 4·8, 0·42 kg?

15. Wie oft ist enthalten: a) 0·1 in 0·1, 1, 10, 100; b) 0·1 in 1·5, 15, 150, 1500; c) 0·2 in 0·8, 8, 80, 800; d) 0·6 in 1·8, 18, 180, 1800; e) 0·35 K in 0·70 K, 1·40 K, 2·10 K, 35 K; f) 35 h in 1·05, 2·10, 3·50, 3·50 K; g) 2·8 hl : 0·4 hl; 3 kg : 0·75 kg; 15 m² : 7·5 m²?

Maßen:

1. Ein Handweber stellt täglich 8 m Baumwollzeug her; wie lange braucht er, um ein Stück von 272 m Länge zu weben?
2. Der gewöhnliche Wind macht durchschnittlich per Sekunde einen Weg von 2·5 m, der Sturmwind von 27·5 m; wievielmals so groß ist die Geschwindigkeit des Sturmwindes als jene des gewöhnlichen Windes?
3. Wieviel Umdrehungen macht ein Lokomotivrad von 4 m Umfang auf der Strecke Wien—Preßburg (65 km)?
4. Wenn du zum 7-fachen einer Zahl ihr 5-faches addierst, so erhältst du 96; wie heißt die Zahl?
5. Wird das 4-fache einer Zahl vom 9-fachen derselben subtrahiert, so erhält man 100; welche Zahl ist das?
6. Die Summe zweier Zahlen ist 30; ihre Differenz beträgt 8; welches sind die beiden Zahlen?

Schluß von der Mehrheit auf die Einheit (Teilen).

1. 9 hl Weizen kosten 189 K; wieviel kostet 1 hl?
2. 8 hl Wein kosten 696 K; wie hoch kommt 1 hl zu stehen?
3. 1 q Mehl kostet 36 K; wieviel kostet das kg?

4. 1 q Steinkohlen kostet 3 K 60 h; was kostet 1 kg? Wieviel kg erhält man für 1 Krone?
5. Ein Rest Tuch von 5 m Länge kostet 31·5 K; wieviel K kostet 1 m?
6. 8 Dutzend Herrenfragen kosten 40·32 K; wieviel kostet 1 Stück?
7. In einer Mühle werden in 9 Tagen 216 hl gemahlen; wieviel durchschnittlich an einem Tage?
8. 8 Arbeiter verdienen zusammen 398 K; wieviel erhält einer davon? (Welche Geldsorten müssen sie vor dem Teilen einwechseln?)

Schluß von einer Mehrheit auf einen Teil derselben (Teilen und Messen).

1. 15 m gehäkelte Spitzen kosten 43 K; wie hoch kommen 3 m?
3 m sind der 5te Teil von 15 m, sie kosten also den 5ten Teil von 43 K, d. i. 8 K 60 h.
2. 12 kg Kaffee kosten 42 K; wieviel kosten 4 kg?
3. 20 l Fruchtstark kosten 14 K; wieviel kosten 5 l?
4. 42 l Tafelöl kosten 72 K; wieviel kosten 7 l?
5. 24 m Seidenstoff kosten 164 K; wieviel kosten 6 m?
6. A gewinnt bei einem Geschäft mit 4500 K Einlage 540 K; welcher Gewinn kommt auf 1500 K Einlage?
7. Für 120 K erhält man 18 m Hofenstoff; wieviel für 20 K?
8. 15 m Gutband kosten 24 K; wieviel kosten 35 m?
 $35 m = 30 m + 5 m.$
9. Ein Geldbetrag wurde unter 20 Arme verteilt; jeder erhielt 8 K 50 h.
a) Wie groß war der Geldbetrag? b) Wären es 10, 8, 16 oder 15, 40 Arme, wieviel käme dann auf jeden?
10. Ein Pferd legt in 40 Minuten 6 km zurück; wieviel in 10 Minuten?
11. Ein Mühlgang mahlt in 15 Stunden 6 hl; in wieviel Stunden 2 hl?
12. 20 Arbeiter vollenden eine Arbeit in 6 Tagen; wieviel Tage brauchen dazu 5 Arbeiter?
13. 24 Arbeiter brauchen zu einer Arbeit 15 Tage; wieviel Arbeiter sind nötig, damit die Arbeit in 5 Tagen vollendet werde?

b) Zifferrechnen.

1. Suche den 4. Teil von 170924 K!
Teile mit Beachtung des Stellenwertes!
2. Suche den 8. Teil von 752 h, 1528 h, 17184 h, 35056 K, 9136 hl, 13768 m³, 40700 kg!
3. Wie oft sind 6 m² enthalten in: 7812, 19422, 873695 m²? (Probe!)
4. $57933 dm^3 : 9 =$ $50975 m : 5 m =$ $69804 : 4 =$
 $195708 g : 6 =$ $630791 a : 7 a =$ $734098 : 8 =$
 $832414 K : 3 =$ $1809704 K : 8 K =$ $2641079 : 9 =$
 (Probe!)

$$\begin{array}{r} \text{5} \quad \quad \text{6} \quad \quad \text{5} \\ 3420 m : 10 = 342 m, \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad \quad \text{6} \quad \quad 3 \\ 842 ha : 20 = 42.1 ha. \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 6. \text{ a)} & 710 \mu m : 10 \mu m & = \\
 & 5690 km : 20 & = \\
 & 2560 h : 40 & = \\
 & 58940 : 90 & =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{b)} & 244 m^2 : 20 & = \\
 & 336 ha : 30 ha & = \\
 & 1126 K : 60 K & = \\
 & 63813 : 90 & =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3 \quad \text{€} \quad 3\text{€} \\
 4731 K : 83 K = 57
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3 \quad \text{€} \quad 3 \\
 4731 K : 83 K = 57 \\
 581 \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{€} \quad 3\text{€} \\
 \text{Probe: } 83 K \times 57 = \\
 415 (3) \\
 581 (\text{€}) \\
 4731 K.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3t \text{ €} \quad \text{€} \quad \text{€} \\
 7. 98648 K : 418 = 236 K \text{ (Probe!)}
 \end{array}$$

1504 Die Teilprodukte aus dem Divisor und der jedesmaligen Ziffer des 2508 Quotienten werden gewöhnlich sogleich während des Multiplizierens von 0 den betreffenden Teildividen subtrahiert und bloß die Reste angeschrieben. Man spricht: 418 in 986 (4 in 9) ist 2 mal enthalten; 2 mal 8 16 und 0 16, 1; 2 mal 1 2 und 1 3, und 5 8; 2 mal 4 8 und 1 9. Zum Reste 150 kommt 4 herab; 418 in 1504 (4 in 15) ist 3 mal enthalten; 3 mal 8 24 und 0 24, 2; 3 mal 1 3 und 2 5, und 5 10, 1; 3 mal 4 12, und 1 13, und 2 15; uff.

8. Teile mit Vorausbestimmung des Stellenwertes der 1. Ziffer im Quotienten: a) $684 g : 12$; $4399 q : 83$; $7840 l : 20$; b) $15766 hl : 49$; $96054 dm : 75$; $795064 : 86$!

9. Miß mit Vorausbestimmung des Stellenwertes der höchsten geltenden Ziffer im Quotienten: a) $32768 a : 128 a$; $69712 ha : 624 ha$; $723150 dm^3 : 1800 dm^3$; b) $34463 \text{ Bog.} : 370 \text{ Bog.}$; $25238 \text{ Stb.} : 500 \text{ Stb.}$; $861704 K : 3510 K$; c) $854935 : 725$, $732681 : 984$, $120593 : 197$; $16050 : 380$; $287564 : 2900$; $1432826 : 3824$.

10. Ein Vote legt in 10 Stunden $3 \mu m$ $9 km$ $560 m$ Weges zurück; wieviel km in 1 Stunde?

$$\begin{array}{r}
 \text{€} \quad \text{€} \quad \text{€} \\
 \text{In 1 Stunde...} 39 \cdot 56 km : 10 = 3 \cdot 956 km = \\
 = 3 km 956 m = 4 km.
 \end{array}$$

11. Ein Kaufmann verdient wöchentlich 100 K; in wieviel Wochen hat er $2456 \cdot 5$ K verdient?

$2456 \cdot 5$ sind der Verdienst für sovielman 1 Woche, als man 100 K von $2456 \cdot 5$ K wegnehmen kann, d. h. so oft 100 K in $2456 \cdot 5$ K enthalten sind; daher $2456 \cdot 5 K : 100 K = 2456 \cdot 5 : 100 = 24 \cdot 665 = 25$; in 25 mal 1 Woche = 25 Wochen.

12. Dividiere durch 10, 100, 1000, 10000 mit Beachtung des Stellenwertes als Teilen (als Messen):

a) $23 \cdot 7$, $7 \cdot 5$, $6 \cdot 25$, $168 \cdot 9$, $205 \cdot 16$; b) $0 \cdot 5$, $0 \cdot 25$, $1 \cdot 175$, $18 \cdot 4$, $560 \cdot 8$;

- c) $785 \cdot 34 : 10$, $23 \cdot 7 : 100$, $1 \cdot 235 : 100$;
 d) $1235 : 100$, $2357 : 1000$, $70845 : 10000$!

Eine Dezimalzahl wird durch eine ganze Zahl dividiert, indem man sie wie eine ganze Zahl dividiert und im Quotienten den Dezimalpunkt setzt, bevor man die Zehntel des Dividends in Rechnung zieht.

NB. Was erhält man im Quotienten, wenn man Einer, Zehner, Hunderter, Tausender, Zehntausender und Millionen durch Einer dividiert?

Was erhält man im Quotienten, wenn man Zehntel, Hundertstel, Tausendstel, Zehntausendstel und Millionstel durch Einer dividiert?

13. a) $135 \cdot 873 : 9$ b) $195 \cdot 935 : 26$ c) $530 \cdot 84 : 235$
 $2 \cdot 7835 : 5$ $0 \cdot 73 : 25$ $94 \cdot 214 : 630$
 $9 \cdot 1415 : 16$ $121 \cdot 78 : 400$ $2573 \cdot 86 : 375$

- 14.* Wie oft ist enthalten $0 \cdot 1$ in 1, 2, 5, 6, 8, 9, 10?

Durch $0 \cdot 1$ dividieren heißt also mit 10 multiplizieren.

- 15.* Wie oft sind enthalten: $0 \cdot 2$ in 1, 2, 5, 6, 7, 12 Ganzen?

- 16.* Wie oft ist $0 \cdot 01$ in 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10 enthalten?

Durch $0 \cdot 01$ dividieren heißt also mit 100 multiplizieren.

- 17.* Wie oft sind $0 \cdot 06$ in 3, 6, 9, 12, 30 enthalten?

- 18.* Wie oft ist $0 \cdot 001$ in 1, 2, 3, 10, 100, 1000 enthalten?

Was heißt demnach durch $0 \cdot 001$ dividieren?

19. Bestimme den Quotienten: a) $343 : 7$, b) $3430 : 70$, c) $343000 : 700$!

20. Multipliziere Dividend und Divisor in der Division $343 : 7$ a) mit 5, b) mit 6, c) mit 8 und suche den Quotienten!

Der Quotient bleibt unverändert, wenn man 1. Dividend und Divisor mit derselben Zahl multipliziert oder 2. beide durch dieselbe Zahl dividiert.

Von diesem 1. Satze macht man passenden Gebrauch beim Dividieren von Dezimalzahlen, wenn der Divisor eine Dezimalzahl ist.

Hat man z. B. $5 \cdot 696 : 0 \cdot 32$, so kann man sofort durch Multiplikation des Dividends und Divisors mit 100 den Divisor in eine ganze Zahl verwandeln; dann hat man

$$5 \cdot 696 : 0 \cdot 32 = 569 \cdot 6 : 32 = 17 \cdot 8.$$

21. Bestimme darnach folgende Quotienten und mache dann die Probe durch die Multiplikation: a) $1 \cdot 28 : 0 \cdot 4$, $0 \cdot 56 : 0 \cdot 09$, $56 \cdot 96 : 0 \cdot 32$, $3 \cdot 182 : 0 \cdot 043$; b) $2 \cdot 482 : 7 \cdot 3$, $221 \cdot 4 : 0 \cdot 041$, $743 \cdot 4 : 1 \cdot 26$, $3 \cdot 0099 : 0 \cdot 381$; c) $12 \cdot 345 : 0 \cdot 047$, $48 \cdot 45 : 0 \cdot 089$, $8 : 122$, $346 \cdot 25 : 64 \cdot 8$!
22. a) $1792 \cdot 325 : 25$, $0 \cdot 9537 : 29$, $1739 : 4 \cdot 8$; b) $38 \cdot 9008 : 5 \cdot 23$, $1784 : 29 \cdot 57$, $83 \cdot 087 : 5 \cdot 37$; c) $123 \cdot 5 : 384$, $9 \cdot 1342 : 208 \cdot 3$, $0 \cdot 8975 : 0 \cdot 076$.
23. Dividiere durch $4 \cdot 18$ die Zahlen: 340753 , $9864 \cdot 8$, $58 \cdot 1248$, $0 \cdot 09658$!

24. Bestimme an folgenden Divisionen im voraus den Stellenwert der 1. Ziffer des Quotienten, dann dividiere aus:
- $17\cdot64 : 8\cdot4$, $17\cdot64 : 0\cdot84$, $15\cdot75 : 28\cdot35$, $2\cdot9904 : 3\cdot56$;
 - $44\cdot075 \text{ km} : 10\cdot25$, $1846\cdot84 \text{ K} : 463\cdot9 \text{ K}$, $33\cdot25 \text{ m} : 16\cdot5 \text{ m}$;
 - $864\cdot52 : 95\cdot7$ (3 Dez.), $6892 : 854$ (2 Dez.), $0\cdot125 : 0\cdot175$ (4 Dez.)!
25. a) $5\cdot486 : 0\cdot27$ (3. Dez.), $1896 : 0\cdot35$ (2. Dez.), $14\cdot7 : 15$ (4. Dez.);
 b) $25\cdot892 : 0\cdot0875$ (3. Dez.), $145\cdot98 : 0\cdot146$ (2. Dez.) $56\cdot84 : 16\cdot4$ (2. Dez.);
 c) $78\cdot06 : 405$, $0\cdot387 : 25$, $0\cdot8793 : 12\cdot6$, $805 : 0\cdot75$!
26. a) $1000 : 3\cdot4506$, $581\cdot4 : 27\cdot98$, $348 : 2\cdot9156$; b) $15\cdot3678 : 0\cdot912$, $0\cdot0494 : 2\cdot578$, $0\cdot8756 : 4\cdot322$; c) $5701\cdot7926 : 3935$, $3781 : 287\cdot453$, $0\cdot2368 : 72\cdot369$; d) $137\cdot84 : 7\cdot91$, $395\cdot62 : 42\cdot79$, $0\cdot81074 : 0\cdot00915$!

Rechenvorteile bei der Division.

Eine Zahl durch 10, 100, 1000 dividieren.

$$\begin{array}{r} 820 : 10 \\ \hline 82 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32000 : 100 \\ \hline 320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45000 : 1000 \\ \hline 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1894 : 10 \\ \hline 189\cdot4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 927\cdot56 : 100 \\ \hline 9\cdot2756 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 927\cdot56 : 1000 \\ \hline 927\cdot56 \end{array}$$

Der Divisor lässt sich in zwei Faktoren zerlegen, durch welche man bequem dividieren kann. 3. B.

a) $466320 : 48$

b) $330579 : 45$

: 6

: 5

77720

66115·8

: 8

: 9

9715

7346·2

Der Divisor ist 25. 3. B.:

a) $34625 : 25 = \frac{34625 \times 4}{100} = 1385\cdot00$

b) $153723 : 25 = 6148\cdot92$.

Der Divisor ist 125. 3. B.:

a) $579625 : 125 = \frac{579625 \times 8}{1000} = 4637\cdot000$

b) $21579 : 125 = 172\cdot632$.

Berechne mit Anwendung der Vorteile:

- a) $49320 : 72$, $784345 : 35$, $100800 : 28$, $281518 : 81$; b) $85608 : 24$, $136\cdot955 : 49$, $252536 : 6\cdot3$, $509936 : 56$; c) $1636765 : 45$, $1466\cdot667 : 27$, $462\cdot416 : 1\cdot6$, $47273394 : 54$!
- a) $13725 : 25$, $930450 : 25$, $861582 : 25$, $811475 : 25$; b) $379420 : 25$, $92\cdot7518 : 25$, $7823\cdot76 : 25$, $349\cdot824 : 25$; c) $78835 : 25$, $17\cdot725 : 25$, $378\cdot75 : 2\cdot5$, $29\cdot204 : 2\cdot5$!
- a) $598125 : 125$, $524625 : 125$, $317890 : 25$; b) $379\cdot8125 : 125$, $80\cdot74425 : 12\cdot5$, $7\cdot91275 : 125$!

4. Nennet den 10., 100., 1000. Teil aller Zahlen der Aufgaben 1 und 2!

Angewandte Aufgaben.

1. Eine Familie zahlt jährlich 195 K Miete; wieviel beträgt der wöchentliche Zins?

Bei kleinem Einkommen zahle man die Miete kluger Weise wöchentlich!

2. Ein Familienvater verdient täglich 3·90 K. Er gibt im Jahre aus: für die Wohnung 155 K, für Beheizung und Beleuchtung 64·50 K, für Kleidung 130 K, für Beiträge zur Krankenversicherung 22 K. Wieviel darf die Frau a) wöchentlich, b) täglich für die Nahrung verbrauchen, wenn das Jahr zu 300 Arbeitstagen angenommen wird?

Wenn du nicht in Schulden kommen willst, so teile das Einkommen vernünftig ein!

3. Ein Beamter hat einen Jahresgehalt von 3280 K. Wieviel entfällt davon a) auf 1 Monat, b) auf 1 Woche, c) auf einen Tag? (Bis auf h ausrechnen!)
4. 3·4 m Stoff zu einem Herrenanzuge kosten 36·04 K; wieviel kosten von demselben Stoffe die zu einem Knabenanzuge nötigen 2·5 m?
5. Wenn aus 1 q Kornmehl 108 Brotlaibe gebacken werden und 1 q Kornmehl 25·92 K kostet, wieviel kostet das Mehl für 1 Laib?
6. Eine Gasflamme verbraucht in 210 Stunden 35 m³ Gas; 1 m³ Gas kostet 32 h. a) Wieviel Gas braucht eine Gasflamme in einer Stunde, b) wieviel kostet die Flamme für eine Stunde Brennzeit?
7. Ein Waggon mit 105 q böhmische Braunkohlen kostet an der Grube 67·5 K, die Fracht bis Wien beträgt 95·86 K, die Abfuhr 22·5 K. Wie hoch stellt sich 1 q?
8. Wieviel hl Weizen kann man für 442·52 K kaufen, wenn das hl 19·24 K kostet?
9. 5800 kg Mehl kosten 1972 K; wieviel kostet 1 kg?
10. 5·135 q Petroleum kosten 221·49 K; wie hoch kommt 1 q?
11. Ein Kaufmann nahm für 495·985 kg Kaffee, den er mit 1198·5 K bezahlte, 1397·75 K ein; a) wie teuer kaufte er 1 kg, b) wie teuer verkaufte er 1 kg, c) wieviel gewann er bei diesem Geschäft?
12. Ein Fleischhauer verkauft das kg Rindfleisch für 1·80 K; wieviel kg Fleisch hat er an einem Tage verkauft, wenn er 334·8 K eingenommen hat?
13. Ein Wirt hat folgende Partien neuen Wein gekauft: 14 hl à 45·8 K, 9 hl à 46·6 K und 18 hl à 48·75 K. a) Wie hoch kam der ganze Wein? b) 1 hl im Durchschnitt?

14. Wie hoch stellen sich die festen Ausgaben eines Geschäftes für den Tag, wenn die Vierteljahrsrente 260 K beträgt, wenn 175 K im Jahre an Steuern zu entrichten sind, wenn die Beleuchtung im Monate auf 26·8 K kommt und in einer Woche 4·5 K für die Reinigung bezahlt werden?
15. Ein Landwirt erntete in 5 Jahren zusammen 465 q Weizen à 24·80 K, 276 q Korn à 19·60 K, 645 q Kartoffeln à 4·65 K und 175 hl Wein à 48·5 K. a) Wieviel ist die Gesamtfehlung der 5 Jahre wert? b) Wie groß ist ihr jährlicher Durchschnitt?
16. Ein Landwirt liefert vom 1. Jänner bis einschließlich 15. Mai täglich 115 l Milch in die Genossenschaftsmolkerei und erhält dafür 2484 K ausbezahlt. Wie hoch wird ihm 1 l Milch berechnet?
17. Ein Radfahrer legt die Strecke Wien—St. Pölten von 61 km in 3 Stunden zurück; wieviel km und m kommen durchschnittlich auf 1 Stunde, 1 Minute, 1 Sekunde?
18. Der Schnellzug von Wien nach Brünn legt die 143·439 km lange Strecke in 152 Minuten zurück; welchen Weg legt dieser Zug durchschnittlich in 1 Stunde, in 1 Minute, in 1 Sekunde zurück?
19. Wieviel km beträgt die Länge eines Grades des Äquators, wenn der Äquator 40070 km mißt?
20. Ein Eisenstück wiegt 16·20 kg; welchen Rauminhalt nimmt es ein? (1 dm³ wiegt 7·8 kg.)
21. Dividiere:

$$\frac{14\text{ m } 9\text{ dm } 4\text{ cm} : 6 = \quad \quad \quad \text{oder } 14\cdot94\text{ m} : 6 = 2\cdot49\text{ m}}$$

$$\frac{2\text{ m } 4\text{ dm } 9\text{ cm}}{}$$
22. a) 530 K 75 h : 25, 26 t 8 q 26 kg : 32, 4 Buch 3 Lagen 4 Bogen : 7, 1 m³ 574 dm³ 25 cm³ : 75; b) 10 q 54 kg 68 dkg : 47, 1 µm 120 km 508 m : 37, 28 Duzend 8 Stück : 8, 61 km² 5 ha 12 a : 12!
23. In einer Haushaltung verbrennt man jährlich 6 m³ 864 dm³ 970 cm³ Holz; wieviel täglich im Durchschnitte?
24. 4 Schock 2 Mandeln Gurken kosten 16·2 K; wie hoch kommt 1 Gurke im Durchschnitte?
25. Ein Maschinenschreiber braucht täglich 42 Bogen Papier; wieviel Tage reicht er mit 3 Ries 9 Buch und 9 Lagen aus?
26. Die Wände eines Zimmers haben eine Fläche von 58 m² 36 dm²; wieviel Tapeten von 4 m² 2 dm² sind zum Tapezieren dieses Gemaches erforderlich?
27. Wieviel Bretter von 2 m² 38 dm² Fläche sind zum Dielen eines Fußbodens von 45 m² 22 dm² Fläche notwendig?
28. In einem Fabrikssaale von 305 m² 256 dm³ Bodenfläche werden Webstühle aufgestellt, deren jeder 14 m² 536 dm² Bodenfläche einnimmt; wieviel Webstühle haben darin Platz?

29. Eine Röhre liefert in 4 Stunden 18 Minuten 309·6 hl Wasser; wieviel a) in einer Minute, b) in einer Sekunde?
30. Der Mond erneuert sich in 29 Tagen 12 Stunden 44 Minuten; wievielmals ist also Vollmond in 295 Tagen 7 Stunden 20 Minuten?

5. Abgekürzte Division.

$$\begin{array}{r}
 1. \quad 40 \cdot 12 : 6 \cdot 94 = 5 \cdot 78 \\
 \quad \quad 5 \ 42 \quad \underline{\quad} \\
 \quad \quad \quad 56 \\
 \quad \quad \quad 1
 \end{array}$$

Die Ziffer 5 des Quotienten wird auf gewöhnliche Weise entwickelt. Statt an den Rest 5·42 eine Null anzufügen, streichen wir die Divisorziffer 4 ab, weil für ihr Teilprodukt kein Platz vorhanden ist. Beim gewöhnlichen Dividieren hätte das Teilprodukt $7 \times 4 = 28$ Tausendstel, abgerundet 3 Hundertstel zum Wegnehmen ergeben. Die 3 Hundertstel werden daher als „Korrektur“ dem Teilprodukte beigezählt.

Man spricht bei der Entwicklung der Ziffer 7:

7 mal 4 ist 28, 3 zur Korrektur;
 7 „ 9 „ 63 + 3 ist 66 und 6 ist 72, bleibt 7;
 7 „ 6 „ 42 + 7 „ 49 „ 5 „ 54;

bei Entwicklung der Ziffer 8:

8 mal 9 ist 72, 7 zur Korrektur,
 8 „ 6 „ 48 + 7 = 55 und 1 ist 56.

$$\begin{array}{r}
 2. \quad 505 \cdot 77 : 19 \cdot 135 = 26 \cdot 432 \\
 \quad \quad 123 \ 07 \quad \underline{\quad} \\
 \quad \quad \quad 8 \ 26 \\
 \quad \quad \quad \quad 61 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 4 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

3. Berechne mit Anwendung dieses Vorteiles:

a) $768 \cdot 9 : 6 \cdot 312$ (auf h), b) $0 \cdot 385 : 2 \cdot 57$ (auf t),
 c) $2 \cdot 039 : 0 \cdot 1479$ (auf t), d) $0 \cdot 0693 : 0 \cdot 598$ (auf zt)!

4. Die Fläche eines Rechteckes beträgt $40 \cdot 7678 \text{ m}^2$ und die Höhe genau gemessen $3 \cdot 4659 \text{ m}$; wie groß ist die Länge?

Wir wollen die Länge des Rechteckes nur auf cm genau ausrechnen.

Wir haben also $40 \cdot 7678 : 3 \cdot 4659$ auf 2 Dezimalstellen zu entwickeln. Die höchste Ziffer des Quotienten bedeutet Zehner.

$$40 \cdot 7678 : 3 \cdot 4659 = 1 \cdot \dots$$

Darnach bezeichnen wir uns durch Punkte die noch verlangten 2 Dezimalstellen, so daß also im Quotienten im ganzen 4 geltende Ziffern erscheinen werden. Da die Ziffern des Quotienten jedesmal

aus der höchsten Stelle des Dividends bestimmt werden, braucht man hier im Dividend ebenfalls nur 4 Ziffern. Dann darf aber das erste Teilprodukt ebenfalls 4 Ziffern nicht überschreiten; deshalb darf man vom Divisor, aus dem ja das Teilprodukt entsteht, ebenfalls höchstens 4 Ziffern zur Rechnung benützen, so zwar, daß vom Dividend die rechts vom Strich stehenden Ziffern 7 und 8 und vom Divisor die 9 nicht in Betracht kommen.

$$40 \cdot 7678 : 3 \cdot 4659 = 11 \cdot 76$$

$$\begin{array}{r} 6 \ 10 \\ 2 \ 63 \\ 21 \\ 1 \end{array}$$

Führen wir einmal diese Division auf gewöhnliche Art aus, so sehen wir, daß auch 11·76 als Quotient erscheint, daß also unsere verkürzte Rechnung ebenso richtig ist, obwohl wir das Umschreiben der rechts vom Strich stehenden Ziffern und das Rechnen mit denselben erspart haben.

Ist die erste Ziffer des Divisors in der ersten Ziffer des Dividends nicht enthalten, so muß man selbstverständlich im Dividend eine Ziffer mehr nehmen, als man ihrer im Quotienten erhält, d. h. gegebenenfalls auch Nullen anhängen, wie z. B. in folgender Aufgabe:

$$25 \cdot 68_{000} : 0 \cdot 04 \overset{3 \text{ Dez.}}{867} = \overset{5}{527} \cdot 635$$

$$\begin{array}{r} 1 \cdot 3450 \\ 37160 \\ 3091 \\ 171 \\ 25 \\ 1 \end{array}$$

Der Quotient hat 3 Stellen in den Ganzen und 3 Dezimalstellen, also zusammen 6 Stellen; im Dividend braucht man diesmal 7 Stellen, muß also 3 Nullen anhängen. Wenn man im Dividend keine Ziffer mehr zum Heruntersetzen hat, schneidet man die 1. Ziffer im Divisor (hier die 7) ab und verfährt wie oben.

Daraus ergibt sich für die abgekürzte Division folgende Regel:

1. Man suche die erste Ziffer des Quotienten und bestimme ihren Stellenwert. Da der Quotient eine bestimmte Anzahl Dezimalen enthalten soll, so ist aus dem Stellenwerte der ersten Ziffer auch zu erkennen, wieviele Ziffern des verlangten Quotienten im ganzen zu entwickeln sind.

2. Man behalte im Divisor von der Linken angefangen so viele Ziffern, als ihrer für den Quotienten zu entwickeln sind; diese Ziffern bilden den abgekürzten Divisor. Hat der Divisor nicht so viel Ziffern als man behalten soll, so tritt die abgekürzte Division erst später im Verlaufe der Rechnung ein.

3. Man behalte im Dividend nur so viele Ziffern von der höchsten angefangen, als ihrer im Quotienten zu entwickeln sind, oder um eine mehr, wenn die höchste Ziffer des Divisors in der höchsten Ziffer des Dividends nicht enthalten ist; jene beibehaltenen Ziffern sind der abgekürzte Dividend.

4. Man dividire nach der gewöhnlichen Divisionsweise so lange fort, bis die letzte Ziffer des abgekürzten Dividends herabgesetzt wurde; hierauf lasse man bei jeder folgenden Division die niederste noch vorhandene Ziffer des Divisors weg; die jedesmal gefundene Ziffer des Quotienten multipliziere man dann zuerst mit der im Divisor weggelassenen Ziffer und zähle die aus diesem Produkte sich ergebende Korrektur zu dem ersten eigentlichen Produkte dazu.

5. Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis sich im Divisor keine Ziffer mehr vorfindet.

Die verkürzte Division kann auch bei jeder Divisionsaufgabe mit ganzen Zahlen angewendet werden.

5. Berechne abgekürzt:

- | | |
|---|--|
| a) $56 \cdot 874 \text{ K} : 69 \cdot 245$ (auf h), | b) $803 \cdot 6 \text{ K} : 87 \cdot 652$ (auf h), |
| $894 \text{ kg} : 36 \cdot 208$ (auf g), | $56 \cdot 4 \text{ hl} : 0 \cdot 8063$ (auf l), |
| $48 \cdot 643 \text{ kg} : 10 \cdot 876$ (auf dkg); | $9 \cdot 86 \text{ ha} : 0 \cdot 148079$ (auf m^2)! |

6. $86 : 0 \cdot 00468$ (auf ‰), $24867 \cdot 3 : 946 \cdot 31$ (auf t),
 $263 \cdot 2 : 0 \cdot 427$ (auf h), $44 \cdot 1937 : 0 \cdot 8536$ (auf t),
 $0 \cdot 6938 : 4 \cdot 715$ (auf zt), $0 \cdot 4789 : 8 \cdot 21$ (auf ht)!

Mache die Probe über die vorstehenden Aufgaben, indem du a) gewöhnlich dividierst, b) indem du den gewonnenen Quotienten mit dem Divisor verkürzt multiplizierst!

7. $0 \cdot 8912 : 2 \cdot 59$, $(0 \cdot 9275 : 0 \cdot 31)$, $309 \cdot 27 : 0 \cdot 0987$ (auf 2 Dezimalen), $372 \cdot 934 : 18 \cdot 7$, $39 \cdot 644 : 417$, $106 \cdot 2793 : 5736$ (auf 4 Dezimalen). $748 : 9 \cdot 13457$, $1 : 3 \cdot 14159$ (auf 5 Dezimalen), $4651037 : 6315$ (auf h).
8. Wieviel Schüler haben in einem Schulzimmer von $208 \cdot 46353 \text{ m}^3$ Inhalt Platz, wenn auf jeden $4 \cdot 15 \text{ m}^3$ Raum kommen soll? (Auf Ganze.)
9. $24 \cdot 25 \text{ m}$ Kleiderstoff kosten $85 \cdot 75 \text{ K}$; wieviel kostet 1 m ? (2 Dezimalen.)
10. Wieviel Zehnkronenstücke werden aus 1 kg Münzgold gewonnen, wenn ein Zehnkronenstück ein Rohgewicht von $3 \cdot 3875 \text{ g}$ besitzt. (Ganze.)

11. Wenn der Dufaten auf 11·36 K steht, wieviel erhält man für 5479·75 K. a) Abgefürzt auf Ganze, b) vollständig Ganze; wie groß ist der Rest in K und h?
12. 1 dm^3 Fichtenholz wiegt 0·609 kg; welchen Rauminhalt hat ein 87·975 kg schwerer Fichtenstamm? (Auf cm^3 .)
13. Wieviel Wr. Zentner à 56·006 kg gehen auf 1 t (auf Pfunde).
14. 1 m = 1·286077 Wr. Ellen; wieviel m hat die Wr. Elle?
15. 1 österr. Meile hat 7·585 km, 1 Schritt 0·75859 m; wieviel Schritte gehen auf 1 österr. Meile? (Auf Ganze.)
16. Der Durchmesser des Mondes ist 3478·857 km, der der Erde 12754·7943 km lang; wievielen Monddurchmessern ist der Erddurchmesser gleich?
17. Die 1713·1274 geogr. Meilen lange Erdschje ist das 0·996657-fache des Äquatordurchmessers; wie lang ist dieser in km (1 geogr. Meile = 7·4204 km)? (4 Dez.)

5. Wiederholungsaufgaben (Proberechnen).

1. A ist 2986·75 K schuldig und zahlt in zehn aufeinanderfolgenden Jahren folgende Beträge ab: 134·25 K, 297·75 K, 386·50 K, 276·80 K, 465·40 K, 107·35 K, 256·85 K, 376·80 K, 157·43 K und 248·50 K. Wieviel hat er noch zu zahlen?
2. Von einem Kapitale bezieht man jährlich 286·75 K Zinsen; wieviel in 3·25 Jahren?
3. Ein Kaufmann hat 78 m Tuch für 464·88 K gekauft und sie zu 7·12 K per m verkauft; wieviel hat er dabei gewonnen?
4. Ein Kaufmann beginnt ein Geschäft mit 7856 K barem Gelde und einem Warenlager im Werte von 24978 K. Nach Ablauf eines Jahres hat er 6780·32 K bares Geld, ein Warenlager im Werte von 36497·58 K, Forderungen von 5480·50 K und Schulden von 8857·60 K. Um wieviel ist sein Vermögen in diesem Jahre gestiegen?
5. Ein Kaufmann kaufte 235·5 kg Raffee für 465·2 K und verkaufte sie weiter mit einem Gewinn von 94·2 K; wie teuer hat er 1 kg a) gekauft, b) verkauft?
6. Auf einem Getreidemarkte verkaufte man 48 hl Weizen zu 12·4 K, 35 hl zu 12·6 K und 17 hl zu 13·2 K; wie teuer wurde im Durchschnitte 1 hl verkauft?
7. Jemand verkaufte 28·25 hl Weizen, das hl um 18·50 K, von dem Erlöse bezahlte er eine Schuld im Betrage von 236·2 K und kaufte um den Rest 16·75 hl Korn. Wie teuer war 1 hl Korn?
8. Wenn 254 hl Wein für 13081 K verkauft werden, gewinnt man 9·50 K per hl; wieviel hat 1 hl beim Einkauf gekostet?

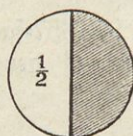
9. In einer Kiste, die 24.85 kg wiegt, werden 48 Pakete à 1.75 kg verpackt. Wie schwer ist die gefüllte Kiste?
10. In einer Fabrik waren 60 Arbeiter durch 15 Tage und 35 Arbeiter durch 18 Tage beschäftigt; während dieser Zeit erhielten alle zusammen 4690 K Lohn. Wieviel erhielt ein Arbeiter per Tag?

III. Rechnen mit gemeinen Brüchen.

1. Entstehung, Arten und Größe der Brüche.

(Anschauungsmittel: In gleiche Teile geteilte Flächen, Strecken, die Kreisscheibe (Fig. 4), der teilbare Meterstab...)

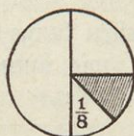
Fig. 4.



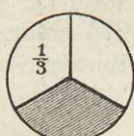
Halbe.



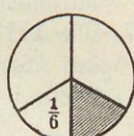
Viertel.



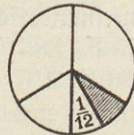
Achtel.



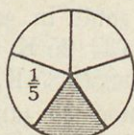
Drittel.



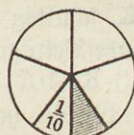
Sechstel.



Zwölftel.



Fünftel.



Zehntel.



Zwanzigstel.

Wird 1 Ganzes (1 Apfel, 1 Scheibe (Fig. 4), 1 Strecke, 1 K, 1 m, 1 kg, 1 l ... in 2, 3, 4 ... 20 ... gleiche Teile geteilt, so heißt ein solcher Teil 1 Halbes, 1 Drittel, 1 Viertel ..., 1 Zwanzigstel ..., geschrieben $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$... $\frac{1}{20}$... Faßt man einige solcher gleichen Teile eines Ganzen zusammen, so erhält man z. B. $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{10}$...

Eine Zahl, die einen oder mehrere gleiche Teile eines Ganzen bezeichnet, heißt ein **Bruch** oder eine **gebrochene Zahl**.

Der Bruch $\frac{1}{4}$ bedeutet 1 mal $\frac{1}{4}$ von 1 Ganzen, der Bruch $\frac{3}{4}$ bedeutet 3 mal $\frac{1}{4}$ von 1 Ganzen.

Was bedeutet $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{4}$?

Der Bruch $\frac{3}{4}$ besteht aus 2 Faktoren „drei“ und „ein Viertel“. Der Faktor $\frac{1}{4}$ heißt die **Brucheinheit**, der Faktor 3 gibt die **Anzahl der Brucheinheiten** an und heißt der **Zähler** des Bruches.

Bruch: $\frac{3}{4} = \frac{1}{4} \times 3$; 3... **Zähler**,
4... **Nenner**.

In den Brüchen $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$... nennen die Zahlen 2, 4, 6, 12, ... die Art der Brucheinheiten (Halbe, Viertel, Sechstel, Zwölftel, ...) und heißen deshalb **Nenner** des Bruches. Bei dem Aufschreiben eines Bruches wird der Bruchstrich vorteilhaft zuerst und wagrecht geschrieben.

Alle Brüche in dieser Schreibung: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{8}, \frac{15}{60}, \dots$ heißen **gemeine Brüche**. Brüche mit dem Nenner Zehntel, Hundertstel, Tausendstel, ... in der Schreibung: 0·1, 0·7, 0·03, 0·13, 0·125, ... heißen **Dezimalbrüche**; ihr Nenner wird durch die Stelle (Rangordnung) der niedrigsten Ziffer bezeichnet.

1. Wieviel Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel, Sechstel, Zehntel, ... haben 1, 2, 3, 5, 8, 12, 20, 25, ... Ganze?
2. Wieviel Ganze sind $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{5}{5}, \frac{8}{8}, \frac{12}{12}, \frac{15}{15}, \frac{60}{60}, \frac{100}{100}, \frac{120}{120}, \frac{360}{360}, \dots$?
3. Wieviel Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel, Sechstel, Zehntel a) hat 1 Ganzes; b) haben 2, 3, 5, 8, 12, 20, 25, ... Ganze?
4. Wieviel Ganze sind a) $\frac{2}{2}, \frac{5}{5}, \frac{8}{8}, \frac{12}{12}, \frac{60}{60}, \frac{100}{100}, \frac{360}{360}$; b) $\frac{4}{2}, \frac{10}{2}, \frac{18}{2}, \frac{20}{2}, \frac{50}{2}, \frac{100}{2}$; c) $\frac{6}{3}, \frac{9}{3}, \frac{15}{3}, \frac{36}{3}, \frac{90}{3}, \frac{120}{3}$; d) $\frac{8}{4}, \frac{12}{4}, \frac{20}{4}, \frac{40}{4}, \frac{48}{4}, \frac{60}{4}$; e) $\frac{12}{6}, \frac{24}{6}, \frac{36}{6}, \frac{90}{6}, \frac{120}{6}$; f) $\frac{16}{8}, \frac{40}{8}, \frac{48}{8}, \frac{64}{8}, \frac{112}{8}, \frac{400}{8}$; g) 48, 72, 96, 60, 108, 144 Zwölftel?
5. Wieviel Ganze und Fünftel enthalten: 6, 9, 11, 14, 17, 23, 46, 53, 108, ... Fünftel?

Merke: Brüche, die kleiner als 1 Ganzes sind (< 1), heißen **echte Brüche**: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{6}, \dots$ Brüche, die dem Werte nach so groß oder größer als ein Ganzes sind (≤ 1), heißen **unechte Brüche**: $\frac{2}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{3}, \frac{5}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{9}{4}, \frac{6}{6}, \frac{12}{8}, \dots$

$$4 \text{ K} + \frac{1}{2} \text{ K} = 4\frac{1}{2} \text{ K}; 5 \text{ m} + \frac{3}{4} \text{ m} = 5\frac{3}{4} \text{ m}.$$

Addiert man Bruchteile zu einer ganzen Zahl, so schreibt man beide ohne jedes Zeichen nebeneinander; so entstandene Zahlen heißen **gemischte Zahlen**.

Verwandelt man $4\frac{1}{2} \text{ K}$ in halbe Kronen, so erhält man $\frac{8}{2} \text{ K} + \frac{1}{2} \text{ K} = \frac{9}{2} \text{ K}$; $5\frac{3}{4} \text{ m} = \frac{23}{4} \text{ m}$.

6. Schreibe folgende Brüche als ganze oder gemischte Zahlen: a) $\frac{9}{4}, \frac{12}{4}, \frac{52}{4}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{10}{2}, \frac{15}{2}, \frac{27}{2}, \frac{50}{2} \text{ K}$; b) $\frac{12}{12}, \frac{15}{12}, \frac{24}{12}, \frac{36}{12}, \frac{50}{12}, \dots$ Dhd. (Jahre); c) $\frac{15}{15}, \frac{16}{15}, \frac{30}{15}, \frac{67}{15}, \frac{90}{15}, \frac{100}{15}, \dots$ Mandeln; d) $\frac{144}{144}, \frac{145}{144}, \frac{216}{144}, \frac{180}{144}, \frac{432}{144}, \dots$ Gros; e) $\frac{60}{60}, \frac{90}{60}, \frac{120}{60}, \frac{181}{60}, \frac{150}{60}, \frac{200}{60}, \dots$ Schock (Grad, Minuten, Sekunden)!
7. Schreibe folgende ganze und gemischte Zahlen als gemeine Brüche: a) $1\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2}, 6\frac{3}{10}, 3\frac{7}{10}, 7, 15 (\frac{-}{2}, \frac{-}{10})$, Schock, Duzend; b) $2\frac{1}{4}, 1\frac{3}{4}, 5\frac{3}{4}, 3, 6, 10 (\frac{-}{4})$ Jahre; c) $1\frac{1}{2}, 3\frac{2}{3}, 1\frac{1}{8}, 2\frac{3}{4}, 4\frac{5}{12}, (7\frac{-}{3})$ Tage; d) $1\frac{1}{2}, 2\frac{5}{6}, 3\frac{3}{4}, 1\frac{2}{3}, 6\frac{1}{4}, 12 (\frac{-}{6})$ Stunden, Minuten, Sekunden; e) $1\frac{1}{2}, 2\frac{3}{4}, 5\frac{1}{4}, 3\frac{1}{2}, 5, 8 (\frac{-}{144})$ Gros; f) $1\frac{1}{4} \text{ m}, 2\frac{1}{2} \text{ l}, 5\frac{3}{4} \text{ kg}$!
8. Schreibe je 3 Brüche von $\frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \frac{1}{18}, \frac{1}{20}, \frac{1}{24}, \frac{1}{30}, \frac{1}{40}, \frac{1}{50}, \frac{1}{60}, \frac{1}{72}, \frac{1}{80}, \frac{1}{120}$, die a) gleich, b) größer sind als 1, 2, 3, 5, 8, 10 Ganze und setze die gleichwertige ganze oder gemischte Zahl daneben!

Vergleichung der Brüche nach ihrem Werte.

(Benütze zur Veranschaulichung die geteilte Kreisscheibe oder den teilbaren Meterstab!)

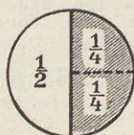
1. Vergleichet folgende Bruchheiten miteinander nach ihrer Größe:

a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$ b) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{24}, \dots$ c) $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \frac{1}{40}, \dots$ d) $\frac{1}{7}, \frac{1}{14}, \frac{1}{28}, \frac{1}{56}, \dots$ e) $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10000}, \dots$ Welche Bruchseinheiten in jeder Reihe sind größer, welche kleiner; welche sind die größten, welche die kleinsten?

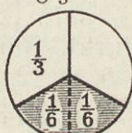
2. Welche größere Bruchseinheit bilden:

a) $\frac{2}{4}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{2}{8}, \frac{4}{8}, \frac{3}{9}, \frac{2}{12}, \frac{6}{12}, \frac{4}{12}$;

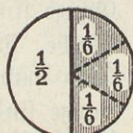
Fig. 5.



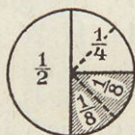
$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



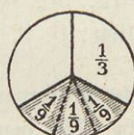
$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$



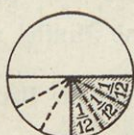
$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$



$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$



$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$



$$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

b) $\frac{2}{10}, \frac{5}{10}, \frac{3}{15}, \frac{5}{15}, \frac{2}{20}, \frac{4}{20}, \frac{5}{20}, \frac{10}{20}, \frac{2}{100}, \frac{4}{100}, \frac{20}{100}, \frac{25}{100}, \frac{50}{100}, \frac{75}{100}$; c) $\frac{2}{4}, \frac{2}{6}, \frac{2}{8}, \frac{2}{12}, \frac{2}{16}, \frac{2}{24}, \frac{2}{30}, \frac{2}{40}, \frac{2}{48}, \frac{2}{60}, \frac{2}{80}, \frac{2}{96}, \frac{2}{120}, \frac{2}{144}, \frac{2}{160}, \frac{2}{180}, \frac{2}{200}, \frac{2}{240}, \frac{2}{280}, \frac{2}{320}, \frac{2}{360}, \frac{2}{400}, \frac{2}{480}, \frac{2}{560}, \frac{2}{640}, \frac{2}{720}, \frac{2}{800}, \frac{2}{840}, \frac{2}{960}, \frac{2}{1000}, \frac{2}{10000}, \frac{2}{100000}$;

3. Wieviel $\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{15}, \frac{1}{10}, \frac{1}{24}, \frac{1}{36}, \frac{1}{48}, \frac{1}{72}, \dots$ kann man zu einer Bruchseinheit zusammenfassen? Gib sie an! z. B. $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$, $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$, $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$, $\frac{5}{24} = \frac{1}{5}$, $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$, $\frac{7}{24} = \frac{1}{3}$, $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$, $\frac{9}{24} = \frac{1}{3}$, $\frac{10}{24} = \frac{1}{3}$, $\frac{11}{24} = \frac{1}{3}$, $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$.

4. Welche Bruchseinheiten sind: a) 2 mal so groß als $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \frac{1}{14}, \frac{1}{20}, \frac{1}{24}, \frac{1}{60}, \frac{1}{120}$; b) 3 mal so groß als $\frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \frac{1}{18}, \frac{1}{24}, \frac{1}{30}, \frac{1}{36}, \frac{1}{60}, \frac{1}{90}, \frac{1}{120}, \frac{1}{360}$; c) 4 mal so groß als $\frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{20}, \frac{1}{24}, \frac{1}{60}, \frac{1}{120}$; d) 5 mal so groß als $\frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}, \frac{1}{25}, \frac{1}{30}, \frac{1}{40}, \frac{1}{50}, \frac{1}{60}, \frac{1}{100}, \frac{1}{200}, \frac{1}{1000}$?

5. Welche Bruchseinheiten sind a) 2, 3, 5, 6, 10, 15 mal so groß als $\frac{1}{30}, \frac{1}{60}, \frac{1}{90}$; b) 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24 mal so groß als $\frac{1}{120}$?

6. Drücke in größten Bruchseinheiten aus: a) $\frac{2}{4}, \frac{2}{6}, \frac{2}{8}, \frac{2}{10}, \frac{2}{12}, \frac{2}{14}, \frac{2}{16}, \frac{2}{18}, \frac{2}{20}, \frac{2}{22}, \frac{2}{24}, \frac{2}{26}, \frac{2}{28}, \frac{2}{30}, \frac{2}{32}, \frac{2}{34}, \frac{2}{36}, \frac{2}{38}, \frac{2}{40}, \frac{2}{42}, \frac{2}{44}, \frac{2}{46}, \frac{2}{48}, \frac{2}{50}, \frac{2}{52}, \frac{2}{54}, \frac{2}{56}, \frac{2}{58}, \frac{2}{60}, \frac{2}{62}, \frac{2}{64}, \frac{2}{66}, \frac{2}{68}, \frac{2}{70}, \frac{2}{72}, \frac{2}{74}, \frac{2}{76}, \frac{2}{78}, \frac{2}{80}, \frac{2}{82}, \frac{2}{84}, \frac{2}{86}, \frac{2}{88}, \frac{2}{90}, \frac{2}{92}, \frac{2}{94}, \frac{2}{96}, \frac{2}{98}, \frac{2}{100}$; b) $\frac{2}{10}, \frac{2}{12}, \frac{2}{14}, \frac{2}{16}, \frac{2}{18}, \frac{2}{20}, \frac{2}{22}, \frac{2}{24}, \frac{2}{26}, \frac{2}{28}, \frac{2}{30}, \frac{2}{32}, \frac{2}{34}, \frac{2}{36}, \frac{2}{38}, \frac{2}{40}, \frac{2}{42}, \frac{2}{44}, \frac{2}{46}, \frac{2}{48}, \frac{2}{50}, \frac{2}{52}, \frac{2}{54}, \frac{2}{56}, \frac{2}{58}, \frac{2}{60}, \frac{2}{62}, \frac{2}{64}, \frac{2}{66}, \frac{2}{68}, \frac{2}{70}, \frac{2}{72}, \frac{2}{74}, \frac{2}{76}, \frac{2}{78}, \frac{2}{80}, \frac{2}{82}, \frac{2}{84}, \frac{2}{86}, \frac{2}{88}, \frac{2}{90}, \frac{2}{92}, \frac{2}{94}, \frac{2}{96}, \frac{2}{98}, \frac{2}{100}$; c) $\frac{3}{15}, \frac{3}{16}, \frac{3}{17}, \frac{3}{18}, \frac{3}{19}, \frac{3}{20}, \frac{3}{21}, \frac{3}{22}, \frac{3}{23}, \frac{3}{24}, \frac{3}{25}, \frac{3}{26}, \frac{3}{27}, \frac{3}{28}, \frac{3}{29}, \frac{3}{30}, \frac{3}{31}, \frac{3}{32}, \frac{3}{33}, \frac{3}{34}, \frac{3}{35}, \frac{3}{36}, \frac{3}{37}, \frac{3}{38}, \frac{3}{39}, \frac{3}{40}, \frac{3}{41}, \frac{3}{42}, \frac{3}{43}, \frac{3}{44}, \frac{3}{45}, \frac{3}{46}, \frac{3}{47}, \frac{3}{48}, \frac{3}{49}, \frac{3}{50}, \frac{3}{51}, \frac{3}{52}, \frac{3}{53}, \frac{3}{54}, \frac{3}{55}, \frac{3}{56}, \frac{3}{57}, \frac{3}{58}, \frac{3}{59}, \frac{3}{60}, \frac{3}{61}, \frac{3}{62}, \frac{3}{63}, \frac{3}{64}, \frac{3}{65}, \frac{3}{66}, \frac{3}{67}, \frac{3}{68}, \frac{3}{69}, \frac{3}{70}, \frac{3}{71}, \frac{3}{72}, \frac{3}{73}, \frac{3}{74}, \frac{3}{75}, \frac{3}{76}, \frac{3}{77}, \frac{3}{78}, \frac{3}{79}, \frac{3}{80}, \frac{3}{81}, \frac{3}{82}, \frac{3}{83}, \frac{3}{84}, \frac{3}{85}, \frac{3}{86}, \frac{3}{87}, \frac{3}{88}, \frac{3}{89}, \frac{3}{90}, \frac{3}{91}, \frac{3}{92}, \frac{3}{93}, \frac{3}{94}, \frac{3}{95}, \frac{3}{96}, \frac{3}{97}, \frac{3}{98}, \frac{3}{99}, \frac{3}{100}$;

Bei der Umwandlung, z. B. $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$, werden die Bruchseinheiten ($\frac{1}{24}$) 6 mal so groß ($\frac{1}{4}$), dafür ist von der gegebenen Anzahl der Bruchseinheiten (18) nur der 6. Teil für solche größere Bruchseinheiten zu nehmen.

Wenn man einen Bruch ($\frac{18}{24}$) in kleineren Zahlen ausdrückt, ($\frac{3}{4}$), so sagt man: „der Bruch wurde gekürzt“.

In den Rechenergebnissen lasse keine ungekürzten Brüche stehen!

7. Kürze $\frac{24}{30}$! Wieviel $\frac{6}{30}$ kann man zu einer größeren Bruchheit zusammenfassen? $\frac{6}{30}$ bilden $\frac{1}{5}$, also $\frac{24}{30} = \frac{4}{5}$.
8. Kürze folgende Brüche: a) $\frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{24}, \frac{7}{21}, \frac{5}{15}, \frac{16}{48}, \frac{32}{96}, \frac{18}{54}, \frac{24}{72}, \frac{42}{63}$;
 b) $\frac{10}{12}, \frac{16}{24}, \frac{21}{35}, \frac{32}{40}, \frac{72}{80}, \frac{35}{50}, \frac{24}{64}, \frac{48}{72}, \frac{100}{100}, \frac{120}{200}, \frac{125}{400}, \frac{500}{1000}$; c) $\frac{2}{100}, \frac{4}{100}, \frac{5}{100}, \frac{6}{100}, \frac{10}{100}, \frac{12}{100}, \frac{15}{100}, \frac{20}{100}, \frac{25}{100}, \frac{50}{100}, \frac{90}{100}$!

2. Teilbarkeit der Zahlen.

Um leicht zu beurteilen, ob ein größerer Bruch z. B. $\frac{75}{100}$ überhaupt kürzbar ist, muß man wissen, unter welchen Bedingungen die Zahlen des Zählers und des Nenners durch andere Zahlen teilbar sind.

Wenn eine Zahl, durch eine andere dividiert, eine ganze Zahl zum Quotienten gibt, so ist die erste Zahl durch die zweite teilbar; z. B. 16 ist durch 4 teilbar, 16 ist durch 5 nicht teilbar.

Ist eine Zahl durch eine andere teilbar, so heißt die erstere Zahl ein **Vielfaches** von der zweiten und diese ist ein **Maß** von jener.

Es gibt Zahlen, die durch keine andere Zahl teilbar sind als durch 1 und durch sich selbst; z. B. 1, 3, 13, 37. Solche Zahlen heißen einfache oder **Primzahlen**, zum Unterschiede von den **zusammengesetzten Zahlen**, die außer durch 1 und durch sich selbst auch noch durch andere Zahlen teilbar sind: z. B. 18, 24, 40.

1. Übe die Teilbarkeit der Zahlen auf Grund des Eins in Eins! z. B. wodurch sind teilbar: 8, 9, 10, 12, 15, 36, 60, 100, 120 ...?
2. Nenne Maße der Zahlen: 10, 24, 55, 60, 75, 90, 100, 150 ...!
3. Teilbarkeit durch 2 und 5 ($10 = 5 \times 2$): Welche der Zahlen 18, 20, 25, 36, 43, 55, 68, 75, ... sind durch 2, welche durch 5 teilbar? Beim Teilen durch 2 oder 5 braucht man nur auf die Einer zu achten, weil die Zehner ohnehin durch 2 und 5 teilbar sind.

Durch 2 sind alle Zahlen teilbar, die an der Einerstelle 0, 2, 4, 6 oder 8 haben; solche Zahlen heißen gerade Zahlen.

Durch 5 sind alle Zahlen teilbar, die an der Einerstelle 5 oder 0 haben.

Zahlen, die an der Stelle der Einer 1, 3, 5, 7 oder 9 haben und daher nicht durch 2 teilbar sind, heißen **ungerade Zahlen**.

Eine Zahl ist **durch 10 teilbar**, wenn sie an ihrer Einerstelle eine 0 hat; sie ist auch durch 2 und 5 teilbar.

4. Welche der Zahlen 16, 20, 35, 44, 58, 60, 72, 90, 95, 100, 310, 694, 1050, 2165, ... sind durch 2 oder 5, durch 2 und 5, also durch 10 ($= 2 \times 5$) teilbar?
5. Nenne a) die geraden, b) die ungeraden Zahlen von 1 bis 100!
6. Teilbarkeit durch 4 und 25 ($100 = 25 \times 4$):

Beim Teilen durch 4 oder 25 braucht man nur auf die Einer und Zehner achten, weil die Hunderter ohnehin durch 4 und 25 teilbar sind; z. B. $132 = 100 + 32$ | : 4? $18075 = 18000 + 75$ | : 25?

Eine Zahl ist durch 4 oder 25 teilbar, wenn die aus ihren Einern und Zehnern gebildete Zahl dadurch teilbar ist.

Eine Zahl ist durch 100 teilbar, wenn ihre niedrigsten 2 Ziffern Nullen sind.

7. Welche von den Zahlen: 152, 372, 574, 1380, 2324, 98760, 293456 und 135731 sind durch 4 teilbar? Welche von den Zahlen: 50, 75, 92, 100, 125, 184, 475, 1600, 1810, 24700 sind durch 25, durch 100 teilbar?
8. Welche Ziffern können die durch 25 teilbaren Zahlen an den niedrigsten 2 Stellen haben?
9. Welche von folgenden Jahreszahlen bezeichnen Schaltjahre: 1876, 1840, 1870, 1866, 1756, 1896, 1900, 1904, 1908, 1909, 1910?
10. Teilbarkeit durch 8 und 125 ($1000 = 125 \times 8$):
 $8912 = 8000 + 912 \mid : 8?$ $16875 = 16000 + 875 \mid : 125?$
 Ähnlich wie in 6. findet man: **Eine Zahl ist durch 8 oder 125 teilbar, wenn die aus ihren niedrigsten drei Stellen ($H + Z + E$) gebildete Zahl dadurch teilbar ist.**

Welche Zahlen sind durch 1000 teilbar?

11. Untersuche darnach auf die Teilbarkeit durch 8, 125, 1000: 4008, 250, 5448, 750, 6216, 7000, 7125, 8250, 78024, 90375, 567920, 1234500!

Teilbarkeit durch 3 und 9:

12. Untersuche, ob folgende Zahlen durch 3 teilbar sind: 84, 132, 356, 713, 1263, 5215, 8136, 24372!

1 Zehner geteilt durch 3 gibt 3 und den Rest 1; 2 Zehner geteilt durch 3 gibt 2mal 3 und den Rest 2, usw.

1 Hunderter geteilt durch 3 gibt 33 und den Rest 1; 2 Hunderter geteilt durch 3 gibt 2mal 33 und den Rest 2 usw.

Es läßt sich also jede Menge von Zehnern, Hundertern, Tausendern usw. durch 3 so teilen, daß der Rest immer so viel Einer enthält, als Zehner, Hunderter, Tausender usw. geteilt worden sind.

Werden z. B. in der Zahl 4572 die 4 Tausender durch 3 geteilt, so bleiben 4 Einer übrig ($4000 = 4 \cdot 3 \cdot 333 + 4$); werden die 5 Hunderter durch 3 geteilt, so bleiben 5 Einer übrig ($500 = 5 \cdot 3 \cdot 33 + 5$); und werden die 7 Zehner durch 3 geteilt, so bleiben 7 Einer übrig ($70 = 7 \cdot 3 \cdot 3 + 7$); 4 Einer und 5 Einer und 7 Einer und 2 Einer sind 18 Einer. Da diese durch 3 teilbar sind, so ist es die ganze Zahl.

18 ist die Ziffersumme der Zahl 4572.

Durch 3 sind alle Zahlen teilbar, deren Ziffersumme durch 3 teilbar ist.

13. Welche von den Zahlen 318, $12 \cdot 7$, 5234, $137 \cdot 25$, 321891, $283 \cdot 514$, 4909231, 1378920 sind durch 3 teilbar, welche nicht?

14. Untersuche bei jeder der folgenden Zahlen, ob die Ziffersumme durch 9 teilbar ist oder nicht, und in welchem Falle auch die Zahl selbst durch 9 teilbar ist: 324, 612, 138, 5040, 7199, 13849, 273411!

$$324 = 3.99 + 3 + 2.9 + 2 + 4 = 3.99 + 2.9 + 3 + 2 + 4 = 3.99 + 2.9 + 9. \text{ (Teilbar.)}$$

Ziffersumme

$$612 = 6.99 + 1.9 + \underline{6 + 1 + 2} = 6.99 + 1.9 + 9.$$

(Teilbar.)

$$138 = 1.99 + 3.9 + \underline{1 + 3 + 8} = 1.99 + 3.9 + 12.$$

(Nicht teilbar.)

Durch 9 sind jene Zahlen teilbar, deren Ziffersumme durch 9 teilbar ist.

15. Welche von den Zahlen 108, 3·27, 5436, 13578, 23·456, 5363·64, 2937330 sind durch 9 teilbar?

6 besteht aus den Faktoren 2 und 3; daher sind durch 6 alle geraden Zahlen teilbar, die durch 3 teilbar sind; z. B. 78, 9·6, 204, 2·076, 14814.

16. Welche der nachstehenden Zahlen sind durch 6 teilbar: 72, 81, 405, 504, 872, 906, 1014, 5334?

17. a) Welche von den Zahlen 35, 750, 380, 574, 3100, 21348000 sind durch 5, 10, 100, 1000 teilbar? b) Welche von den Zahlen 5143, 375, 1234, 8109, 2700, 617310, 34560, 192432 sind durch 2, welche durch 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 teilbar?

18. Durch welche Zahlen ist 2520, 112, 5040, 18480, 38124 teilbar?

19. Untersuche, welche von den Zahlen 1—100, 100—200 teilbar sind und wodurch!

Hat eine Zahl außer Eins und sich selbst noch andere Maße, so heißt sie eine **zusammengesetzte Zahl**; z. B. 15 besteht aus 5 Dreien und ist durch 3 und 5 teilbar. Zusammengesetzte Zahlen lassen sich in Faktoren zerlegen: $15 = 5 \times 3$, $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.

Von jeder Zahl ist Eins und die Zahl selbst ein Maß. Eine Zahl, die nur durch Eins und durch sich selbst teilbar ist, heißt eine **einfache Zahl** oder absolute Primzahl.

20. Suche die absoluten Primzahlen zwischen 1 und 100 auf!

21. Führe folgende Divisionen in den kleinsten Zahlen aus: $120 : 48$, $12 \cdot 5 : 6 \cdot 5$, $8 \cdot 25 : 7 \cdot 5$, $24800 : 1080$, $25920 : 840$, $3464 : 4 : 105 \cdot 84$!

22. Durch welche Zahlen sind Zähler und Nenner der folgenden Brüche $\frac{10}{18}, \frac{15}{20}, \frac{36}{48}, \frac{84}{120}, \frac{200}{240}, \frac{276}{312}, \frac{500}{1200}$ teilbar? Kürze sie dadurch ab!

23. Kürze weiter folgende Brüche so weit als möglich:

a) $\frac{4}{10}, \frac{9}{15}, \frac{20}{36}, \frac{45}{50}, \frac{60}{72}, \frac{66}{99}, \frac{148}{136}, \frac{275}{100}, \frac{96}{120}$; b) $\frac{72}{124}, \frac{75}{180}, \frac{175}{300}, \frac{124}{336}, \frac{648}{900}, \frac{900}{1125}, \frac{495}{1045}$!

3. Größtes gemeinschaftliches Maß.

1. Kürze den Bruch $\frac{210}{270}$ fortgesetzt durch 2, 3 und 5 ab!

$$\frac{210}{270} = \frac{105}{135} = \frac{35}{45} = \frac{7}{9}.$$

Durch welche Zahlen sind 210 und 270 teilbar? Durch welche Zahl hätte man kürzen müssen, um sofort $\frac{7}{9}$ zu erhalten? (Durch 30.)

30 ist demnach die größte Zahl, durch die Zähler und Nenner des gegebenen Bruches teilbar sind; sie ist deshalb das größte gemeinschaftliche Maß der Zahlen 210 und 270.

Das Kürzen eines Bruches gelingt durch einmalige Division des Zählers und Nenners, wenn man zur Kürzungszahl das größte gemeinschaftliche Maß zwischen Zähler und Nenner nimmt.

2. Erweitere $\frac{7}{9}$ nach und nach wieder auf $\frac{210}{270}$!

Aus welchen Faktoren besteht a) 210, b) 270? $210 = 7 \times 5 \times 3 \times 2$,
 $270 = 9 \times 5 \times 3 \times 2$.

Die Primfaktoren 5, 3 und 2 sind beiden Zahlen gemeinsam; ihr Produkt (30) ist das größte gemeinschaftliche Maß der Zahlen 210 und 270.

Das größte gemeinschaftliche Maß zweier oder mehrerer Zahlen ist das Produkt aller Primfaktoren, die in den gegebenen Zahlen gemeinschaftlich vorkommen.

Das größte gemeinschaftliche Maß gegebener Zahlen ist die größte Zahl, durch die jene Zahlen teilbar sind (die in jenen Zahlen ohne Rest enthalten ist).

3. Zerlege die Zahl 630 in ihre Primfaktoren!

$$\begin{array}{lcl} 630 : 2 = 315 & \text{oder} & 630 \begin{array}{l} | 2 \\ | 3 \\ | 3 \\ | 5 \\ | 7 \end{array} & 630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7. \\ 315 : 3 = 105 & & 315 \begin{array}{l} | 3 \\ | 3 \\ | 5 \end{array} \\ 105 : 3 = 35 & & 105 \begin{array}{l} | 3 \\ | 5 \end{array} \\ 35 : 5 = 7 & & 35 \begin{array}{l} | 5 \\ | 7 \end{array} \\ & & 7 \begin{array}{l} | 7 \end{array} \end{array}$$

4. Zerlege ebenso in Primfaktoren: a) 240, 270, 300, 420, b) 360, 356, 540, 936, c) 1000, 1050, 1536, 1440, d) 3075, 5250, 12 832!

5. Suche das größte gemeinschaftliche Maß von: a) 6 und 8; 6 und 12; 8 und 12; 8, 10, 12; b) 3, 6, 9, 18; 10, 5, 20; 15 und 36; 24 und 60; c) 42 und 63; 18, 24, 36; 400 und 600; 400 und 800; d) 400, 600, 800; 360, 450, 900; 160, 240, 320!

6. Suche das größte gemeinschaftliche Maß zwischen 72 und 126 mittels Zerlegung in Primfaktoren!

$$\begin{array}{lcl} 72 \begin{array}{l} | 2 \\ | 2 \\ | 2 \\ | 3 \\ | 3 \end{array} & 126 \begin{array}{l} | 2 \\ | 3 \\ | 3 \\ | 7 \end{array} & 2 \\ 36 \begin{array}{l} | 2 \\ | 2 \\ | 3 \end{array} & 63 \begin{array}{l} | 3 \\ | 3 \end{array} & 3 \\ 18 \begin{array}{l} | 2 \\ | 3 \end{array} & 21 \begin{array}{l} | 3 \\ | 7 \end{array} & 3 \\ 9 \begin{array}{l} | 3 \end{array} & 7 & 7 \\ 3 & 3 & \end{array}$$

Das größte gemeinschaftliche Maß ist $2 \times 3 \times 3 = 18$.

7. Suche ebenso das größte gemeinschaftliche Maß der Zahlen:
 a) 120 und 500; b) 540 und 756; c) 900 und 1025; d) 300, 360 und 840; e) 740, 925 und 2035; f) 104, 525 und 712; g) 312, 468 und 624!
 8. Suche das gr. g. M. zwischen 294 und 935! $294 = 2.3.7.7$, $935 = 5.11.17$.

Zwei Zahlen, die außer 1 kein gemeinschaftliches Maß haben, heißen Primzahlen zueinander oder auch bezüglich, relative Primzahlen zum Unterschiede von den ersterwähnten, die auch absolute Primzahlen genannt werden.

Wenn man die Zahlen, deren gr. g. M. man suchen soll, nicht bequem in Primfactoren zerlegen kann, gebraucht man zum Auffuchen des gr. g. M. ein anderes Verfahren, das man die **Kettendivision** nennt.

9. Kürze mit Hilfe des gr. g. M. folgende Brüche:
 a) $\frac{54}{96}, \frac{72}{96}, \frac{84}{120}$; b) $\frac{192}{240}, \frac{220}{276}, \frac{240}{288}$; c) $\frac{1512}{1644}, \frac{1524}{2040}, \frac{8325}{9450}$!
 10. $\frac{30 \times 12}{60 \times 28}, \frac{18.40.45}{24.48.50}, \frac{4.7.9}{10.63.15}, \frac{48 \times 125 \times 2310}{60 \times 75 \times 210}$!

4. Kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches.

Wieviel sind $\frac{2}{4}m + \frac{1}{4}m, \frac{5}{10}K + \frac{3}{10}K, \frac{4}{10}m + \frac{3}{10}m + \frac{1}{10}m, \frac{4}{5}hl - \frac{3}{5}hl, \frac{5}{6}\text{ Schock} - \frac{1}{6}\text{ Schock}$?

Solche Brüche mit gleichen Nennern kann man leicht addieren oder subtrahieren.

Wie groß ist die Summe von $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$?

An den geteilten Kreisscheiben (Strecken) sieht man, daß $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ ist, $\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$, desgleichen $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$, $\frac{4}{5}kg + \frac{1}{10}kg; \frac{1}{2}K + \frac{3}{20}K; \frac{18}{25}K - \frac{1}{5}K; \frac{1}{2}m + \frac{1}{5}m$.

Hier müssen die zu addierenden oder zu subtrahierenden Brüche erst gleiche Nenner bekommen, ehe man die Rechnung ausführen kann. Man nennt diesen Nenner den gemeinschaftlichen Nenner. Der gemeinschaftliche Nenner muß durch die gegebenen Nenner teilbar sein. Eine Zahl, die durch mehrere gegebene Zahlen teilbar ist, heißt ein gemeinschaftliches Vielfaches derselben.

Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache mehrerer gegebener Zahlen ist die kleinste Zahl, die durch alle jene Zahlen teilbar ist.

Jedes Produkt ist ein gemeinschaftliches Vielfaches seiner Factoren.

Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von:

- 1.* a) 3 und 5; b) 2 und 10; c) 6 und 20; d) 8 und 12; e) 2, 5 und 7; f) 3, 9 und 18; g) 3, 5 und 10; h) 6, 8 und 12; i) 10, 12 und 15! ✓
 2. Suche das kl. g. V. zu den Zahlen 72 und 126!

Die Primfaktoren von 72 sind 2.2.2.3.3 und von 126 die Zahlen 2.3.3.7. Soll nun das zu suchende kl. g. B. durch 72 und 126 teilbar sein, so muß es alle Faktoren der beiden Zahlen enthalten; es muß also bestehen aus $2.2.2.3.3.7 = 504$, wobei die ersten 5 Zahlen die Primfaktoren der Zahl 72, die letzten 4 die Primfaktoren der Zahl 126 sind.

3. Suche auf diese Weise das kl. g. B. zu folgenden Zahlen: a) 36, 56, 84; b) 343, 98, 56; c) 18, 28, 63, 90; d) 555, 592, 666!
4. Bestimme das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen 2, 3, 4, 5, 8, 10, 12, 15, 28, 36!

Die Faktorenzerlegung läßt sich in folgender übersichtlicher Form durchführen:

2, 3, 4, 5, 8, 10, 12, 15, 28, 36	
4, 5, 15, 14, 18	2
2, 15, 7, 9	2
2, 5, 7, 3	3

Kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches = $2.5.7.3.2.2.3 = 2520$.

5. Suche ebenso das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen: a) 3, 5, 8 und 11; b) 2, 3, 5 und 20; c) 12, 16, 18 und 24; d) 10, 12, 16, 18 und 25; e) 5, 8, 9, 15, 20, 36 und 60!
6. a) 3, 5, 9, 14, 18, 21 und 30; b) 3, 5, 6, 18, 20, 21 und 25; c) 2, 3, 5, 8, 11, 15, 21 und 36; d) 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 18, 33, 35 und 60!

Der kleinste gemeinschaftliche Nenner mehrerer Brüche ist das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der gegebenen Nenner.

7. Bringe hiernach die Brüche $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{10}$ und $\frac{8}{15}$ auf den kleinsten, gemeinschaftlichen Nenner:

6, 10, 15	
3, 5, 15	2
	30
	$\frac{5}{6}$ 5 25 $\frac{25}{30}$
	$\frac{7}{10}$ 3 21 $\frac{21}{30}$
	$\frac{8}{15}$ 2 16 $\frac{16}{30}$

kleinster gem. Nenner $15 \times 2 = 30$

Brüche mit einem gemeinschaftlichen Nenner heißen gleichnamige Brüche.

8. Bringe folgende Brüche auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner!

a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}$;
 b) $\frac{1}{3}, \frac{4}{6}, \frac{9}{12}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{11}{18}, \frac{1}{12}, \frac{5}{24}, \frac{7}{20}, \frac{8}{30}, \frac{9}{60}, \frac{2}{10}, \frac{7}{100}$.

Der größte Nenner ist hier zugleich das kl. g. B. der gegebenen Nenner.

c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{4}{5}$; d) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{2}{7}, \frac{5}{8}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}$;
 $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}$.

Die gegebenen Nenner sind zueinander relative Primzahlen; ihr Produkt ist das kl. g. B. derselben;

e) $\frac{3}{8}, \frac{5}{12}, \frac{5}{6}, \frac{7}{15}, \frac{7}{8}, \frac{11}{20}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{3}{10}$; f) $\frac{4}{5}, \frac{3}{10}, \frac{8}{15}, \frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{7}{12}, \frac{8}{9}, \frac{5}{18}, \frac{7}{24}$!

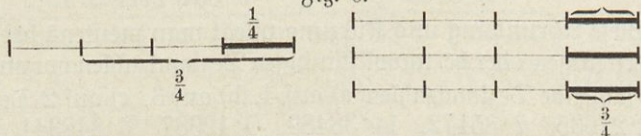
Das kl. g. B. ist kleiner als das Produkt der Nenner.

9. Mache gleichnamig: a) $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{3}{32}, \frac{9}{40}, \frac{13}{60}$; b) $\frac{13}{21}, \frac{35}{39}, \frac{7}{12}, \frac{19}{52}$; c) $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{7}{10}, \frac{11}{15}, \frac{5}{8}, \frac{13}{18}$;
 d) $\frac{1}{4}, \frac{5}{7}, \frac{8}{21}, \frac{3}{8}, \frac{2}{3}, \frac{7}{15}$; e) $\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{5}{16}, \frac{9}{25}, \frac{4}{5}, \frac{11}{15}, \frac{8}{9}, \frac{17}{20}$; f) $\frac{17}{30}, \frac{5}{52}, \frac{23}{25}, \frac{19}{24}, \frac{38}{75}, \frac{29}{36}, \frac{3}{35}$;
 10. Welcher von den Brüchen $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{9}, \frac{11}{21}, \frac{16}{31}, \frac{29}{60}$ ist der größte, welcher der kleinste?
 11. Ordne folgende Brüche nach ihrer Größe und zwar von dem kleinsten angefangen: $\frac{5}{7}, \frac{8}{11}, \frac{2}{3}, \frac{23}{35}, \frac{63}{95}, \frac{13}{19}$!

5. Verwandlung gemeiner Brüche in Dezimalbrüche.

- 1.* a) Wieviel *dkg* sind $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{7}{10}, \frac{13}{25}$ *kg*? b) Wieviel Tage sind $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{10}, \frac{7}{20}, \frac{9}{25}, \frac{11}{50}, \frac{37}{100}$ Monate? c) Wieviel Heller sind $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{10}, \frac{7}{20}, \frac{9}{25}, \frac{11}{50}, \frac{37}{100}$ K? d) Wieviel *mm* sind $\frac{1}{4}, \frac{3}{5}, \frac{7}{10}, \frac{1}{2}$ *dm*? e) Wieviel *m* sind $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8}, \frac{7}{8}$ *km*? f) Wieviel *g* sind $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{17}{25}$ *kg*?
 g) Wieviel *l* sind $\frac{5}{2}, \frac{7}{4}, \frac{8}{5}, \frac{12}{50}$ *hl*?
 $\frac{3}{4}$ *m* ist das 3fache von $\frac{1}{4}$ *m*. $\frac{3}{4}$ *m* ist der 4. Teil von 3 *m*.

Fig. 6.



$$\frac{1}{4} \text{ m} = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}.$$

$$\frac{3}{4} \text{ m} = \frac{1}{4} \text{ m} \times 3 = 0.25 \times 3 = 0.75 \text{ m}. \quad \frac{3}{4} \text{ m} = 3 \text{ m} : 4 = 0.75 \text{ m}.$$

Jeder gemeine Bruch läßt sich in Form einer Division anschieben, wobei der Zähler als Dividend, der Nenner als Divisor erscheint.

Durch Ausführung der Division erhält man den gemeinen Bruch als Dezimalbruch.

- 2.* Verwandle folgende gemeine Brüche in Dezimalbrüche:

a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{20}, \frac{3}{20}, \frac{18}{20}$. b) $\frac{1}{25}, \frac{7}{25}, \frac{1}{50}, \frac{9}{50}, \frac{24}{50}, \frac{1}{125}, \frac{6}{125}, \frac{56}{125}$!

3. B.: a) $\frac{7}{8} = 7 : 8 = 0.875$ b) $\frac{29}{20} = 29 : 20 = 1.45$

c) $\frac{5}{6} = 5 : 6 = 0.833... = 0.8\bar{3}$ d) $\frac{1}{3} \text{ m} = 1 \text{ m} : 3 = 0.333... \text{ m} =$
 $\begin{array}{r} 50 \\ 20 \\ 20 \\ 20 \\ 2 \end{array}$ $\begin{array}{r} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 1 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 50 \\ 20 \\ 20 \\ 20 \\ 2 \end{array}$ $\begin{array}{r} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 1 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 50 \\ 20 \\ 20 \\ 20 \\ 2 \end{array}$ $\begin{array}{r} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 1 \end{array}$

Die bei a) und b) erhaltene Dezimalzahl heißt eine endliche, die bei c) und d) erhaltene eine unendliche. Statt $0.8333... \infty$ schreibt man $0.8\bar{3}$ und nennt die sich wiederholende Ziffer (Zahlengruppe) die Periode.

Merke auswendig:

$$\frac{1}{2} = 0.5$$

$$\frac{1}{4} = 0.25$$

$$\frac{1}{8} = 0.125$$

$$\frac{1}{5} = 0.2$$

$$\frac{1}{3} = 0.\bar{3}$$

$$\frac{2}{3} = 0.\bar{6}$$

3. Verwandle folgende gemeine Brüche in Dezimalzahlen:

a) $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{11}{20}$, $2\frac{16}{25}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{37}{16}$, $12\frac{35}{125}$, $43\frac{17}{80}$, $63\frac{61}{64}$; b) $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{11}$, $8\frac{8}{13}$, $6\frac{23}{67}$, $\frac{37}{230}$!

4. Wieviel beträgt der Unterschied zwischen 0.85716 und den Näherungsbrüchen a) $\frac{6}{7}$, b) $\frac{17}{20}$?

5. Wie groß ist der Unterschied zwischen $\frac{22}{7}$ und 3.1416 ? (4 Dezimalen.)

Im praktischen Leben spielen die sogenannten **abgerundeten Zahlen** eine bedeutende Rolle, z. B. bei Flächenräumen und Einwohnerzahlen in der Erdkunde.

Die Abrundung (Rürzung) der Dezimalzahlen geschieht, indem man die letzte Dezimalstelle, wenn sie 1, 2, 3 oder 4 beträgt, einfach wegläßt; ist diese niedrigste Stelle aber eine höhere Ziffer 5, 6, 7, 8, 9, so läßt man sie weg, erhöht aber die nächst höhere Stelle um 1 Einheit. Z. B.:

$$4.873 \text{ gibt gekürzt } 4.87$$

$$0.278 \quad " \quad " \quad 0.28$$

$$9.0969 \quad " \quad " \quad 9.097 \text{ oder } 9.1.$$

Diese Abrundung und Kürzung pflegt man meistens bei großen, d. h. vierstelligen oder bei unvollständigen Dezimalzahlen vorzunehmen.

6. Kürze folgende Dezimalzahlen a) auf 4, b) auf 3, c) auf 2 Dezimalen ab: 5.27635 , 7.85172 , 14.38489 , 0.12987 , 3.84234 ! Z. B. $5.27635 = 5.2764 = 5.276 = 5.28$.

Verwandlung von Dezimalbrüchen in gemeine Brüche.

1. Verwandle 0.2 , 0.6 , 0.8 , 0.25 , 0.75 in gemeine Brüche! $0.2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$; $0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$; $0.8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$; $0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$; $0.75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$.

2. Verwandle ebenso in gemeine Brüche: a) 0.4 , 1.8 , 0.15 , 12.25 , 7.35 , 3.08 , 0.125 ; b) 0.025 , 36.16 , 0.245 , 6.0675 , 4.75 , 9.5 , 1.625 ; c) 0.3 , 0.5 , 8.6 , 9.25 , 3.75 , 0.60 , 4.675 !

3. Verwandle folgende Ausdrücke in gemeine Brüche und Dezimalbrüche der höheren Benennung: a) 3, 6, 9, 2, 4, 1, 11 Monate, — 6, 12, 18, 10, 15 Stunden, — 5, 10, 30, 15, 45, 50 Minuten, — 1, 2, 5, 10, 30, 48 Sekunden, — 1, 2, 4, 6, 7, 15, 21 Tage; b) in Duzend 1, 3, 4, 6, 8 Stück, — in Schock 1, 5, 10, 20, 30, 45 Stück, — in Mandeln 1, 3, 5, 10, 12 Stück, — in Gros 1, 2, 3, 6, 8, 10 Duzend, — in Gros 1, 2, 4, 10, 16, 48, 96 Stück; c) 1, 2, 8, Bogen Papier, — 1, 3, 7 Sagen, — 1, 5, 9 Buch, — 1, 4, 8, 10, 15 Ries, d) 2, 4, 5, 10, 15, 20, 25, 50, 75 h; e) 5 mm; 8 cm; 4 dm, 1 m, 3 m, 125 m; f) 5, 10, 15, 20, 50 dkg, — 7, 18, 100, 500 g, — 6, 8 mg, — 1, 5, 12, 50 kg; g) 1, 2, 5, 10, 15, 64, 80 l, — 1, 3, 7 dl, — 1, 2, 9 cl, — 1, 4, 8 ml; h) 40 m², 6 dm², 18 cm², 50 a, 1 mm², 1 dm², 2 cm², 5 m², 30 m², 8 a; i) 1 dm³, 1 mm³, 2 cm³, 8 mm³, 15 cm³, 305 dm³!

6. Die vier Grundrechnungsarten mit gemeinen Brüchen.

Multiplikation eines Bruches mit einer ganzen Zahl.

1. Vergleiche an der Fig. 4 die folgenden Brüche:

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}; \quad \frac{1}{4} \times 3 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

$$\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = \frac{4 \times 3}{5}.$$

Ein Bruch wird multipliziert, indem man den Zähler multipliziert.

2. Multipliziere: a) Die Bruchseinheiten $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}$, $\frac{1}{25}, \frac{1}{30}, \frac{1}{60}$ mit 1, 2, ..., 10, mit 12, 15, ..., 60; b) mit 2: $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{8}{9}, \frac{7}{15}$; mit 3: $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{9}{10}$; mit 5: $\frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{7}{8}, \frac{3}{7}$; mit 7: $\frac{3}{4}, \frac{7}{10}, \frac{5}{8}, \frac{14}{15}$;
c) $\frac{2}{3} \times 2, \frac{3}{4} \times 5, \frac{3}{5} \times 4, \frac{5}{6} \times 7, \frac{7}{8} \times 9, \frac{9}{10} \times 15, \frac{7}{12} \times 25!$
 $\frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1; \quad \frac{2}{3} \times 3 = (\frac{1}{3} \times 3) \times 2 = \frac{3}{3} \times 2 = 2.$

Ein Bruch, mit seinem Nenner multipliziert, gibt als ganze Zahl den Zähler.

3. Übe fleißig: a) $\frac{1}{4} \times 4, \frac{3}{4} \times 4, \frac{2}{5} \times 5, \frac{5}{6} \times 6, \frac{3}{8} \times 8, \frac{1}{9} \times 9$;
b) $\frac{1}{10} \times 10, \frac{7}{10} \times 10, \frac{17}{15} \times 15, \frac{25}{20} \times 20, \frac{3}{25} \times 25, \frac{26}{100} \times 100!$
4. Vergleiche $\frac{1}{20}, \frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{3}{20}, \frac{3}{10}, \frac{3}{5}, \frac{3}{4}!$
 $\frac{1}{20} \times 2 = \frac{1}{10} \quad \frac{1}{10} \times 2 = \frac{1}{5} \quad \frac{3}{20} \times 2 = \frac{3}{10} \quad \frac{3}{10} \times 2 = \frac{3}{5}$
 $\frac{1}{20} \times 4 = \frac{1}{5} \quad \frac{1}{20} \times 5 = \frac{1}{4} \quad \frac{3}{20} \times 4 = \frac{3}{5} \quad \frac{3}{20} \times 5 = \frac{3}{4}.$

Wird der Nenner auf den 2., 3., 4., ... Teil gebracht, so wird der Bruch 2, 3, 4, ... mal so groß.

$$\frac{3}{20} \times 4 = \frac{3}{5} = \frac{3}{20:4}.$$

Ein Bruch wird multipliziert, indem man den Nenner dividiert.

5. Multipliziere: a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{7}{10}$.. mit 2; $\frac{1}{3}, \frac{4}{9}, \frac{7}{15}, \frac{1}{18}$.. mit 3; $\frac{1}{4}, \frac{7}{8}, \frac{1}{12}, \frac{9}{20}, \frac{25}{36}$.. mit 4; $\frac{1}{5}, \frac{3}{10}, \frac{6}{15}, \frac{14}{30}$.. mit 5. b) $\frac{5}{8} \times 4, \frac{7}{9} \times 3, \frac{8}{15} \times 5, \frac{23}{24} \times 6, \frac{14}{25} \times 5, \frac{39}{50} \times 10, \frac{4}{75} \times 25, \frac{61}{100} \times 25$;
c) $\frac{4}{5} \times 15 = \frac{4 \times 15}{5} = 12!$

Ein Bruch wird multipliziert, indem man den Zähler multipliziert oder den Nenner dividiert.

Übung:

6. a) $\frac{4}{5} \times 15, \frac{7}{8} \times 64, \frac{7}{8} \times 72, \frac{3}{4} \times 39, \frac{3}{4} \times 40$; b) $\frac{5}{7} \times 56, \frac{8}{9} \times 36, \frac{3}{10} \times 100, \frac{4}{25} \times 100, \frac{3}{50} \times 100$; c) $\frac{5}{6} \times 10, \frac{7}{8} \times 6, \frac{15}{16} \times 16, \frac{19}{33} \times 44, \frac{9}{100} \times 125$.
7. $8\frac{3}{4} \times 6 = 48 + 4\frac{1}{2} = 52\frac{1}{2}$; oder $8\frac{3}{4} \times 6 = \frac{35}{4} \times 6 = \frac{35}{2} \times 3 = \frac{105}{2} = 52\frac{1}{2}$.
8. a) $5\frac{1}{2} \times 4, 7\frac{2}{3} \times 9, 7\frac{2}{3} \times 11, 9\frac{3}{4} \times 8, 8\frac{5}{6} \times 9$. b) $14\frac{5}{6} \times 7, 15\frac{3}{8} \times 9, 30\frac{2}{3} \times 12, 36\frac{1}{4} \times 15$. c) $50\frac{5}{12} \times 60, 64\frac{4}{25} \times 75, 108\frac{3}{4} \times 125, 2468\frac{30}{40} \times 5246$.
9. Wieviel kosten: a) 3, 5, 8, 12 kg à $\frac{1}{2}$ K; b) 2, 4, 7, 15, 24 m à $1\frac{1}{2}$ K?

10. Ein 5 Kilo-Paket Zucker kostet $4\frac{1}{2}$ K; wieviel kosten 15, 25, 30, 45 kg?
11. 1 kg Kaffee kostet $4\frac{1}{2}$ K; wieviel kosten 20, 700, 5000 kg?
12. Wenn 1 hl Weizen $18\frac{7}{10}$ K kostet, wieviel kosten 8 hl?
13. Zu einem Herrenhemd sind $2\frac{3}{4}$ m Leinwand nötig; wieviel erfordern 1, 2, 9, $\frac{1}{2}$ Duzend Hemden? (Das Ergebnis auch in m und cm!)
14. Auf einer Wagischale liegen 30 Hellerstücke, auf der andern 6 Silberkronen und 5 Zwanzighellerstücke; wohin wird sich die Wagischale neigen?
15. Ein Garten, welcher 55 m lang und 38 m breit ist, soll eingezäunt werden; wieviel kostet der Zaun, wenn das laufende m Zaun $7\frac{3}{5}$ K kostet?
16. Ein Pferd braucht täglich $\frac{2}{25}$ hl Hafer; wieviel brauchen 15 Pferde in 52 Tagen?
17. Ein Landmann zahlt für die Feuerversicherung seiner Gebäude $45\frac{1}{2}$ K; wieviel hat er nach 12 Jahren gezahlt?
18. Wie weit kommt ein Eisenbahnzug in 7 Std. 45 Min., wenn er in 1 Stunde $47\frac{1}{2}$ km durchfährt?
19. Welchen Weg legt ein Fußgänger in 7 St. 30 Min. zurück, wenn er in 1 St. durchschnittlich $4\frac{3}{4}$ km weit kommt?
20. In einem Quadrate beträgt eine Seite $32\frac{7}{10}$ m; wie groß ist der Umfang?
21. Ein freifallender Körper legt in der 1. Sekunde $4\frac{19}{21}$ m zurück, in der 2. Sekunde 3 mal, in der 3. Sekunde 5 mal, in der 4. Sekunde 7 mal so viel; a) wie groß sind die Fallräume für die 2., 3., 4. Sekunde; b) wie groß ist der Fallraum für alle 4 Sekunden?
22. Eine Uhr geht täglich $2\frac{1}{3}$ Minute vor; um wieviel in der Woche?

Division eines Bruches durch eine ganze Zahl.

1. Vergleiche die Brüche: $\frac{4}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{4}{5}, \frac{2}{5}, \frac{8}{10}, \frac{4}{10} \dots; \frac{15}{20}, \frac{3}{20}$! Der wievielte Teil von $\frac{4}{4}$ ist $\frac{2}{4}$? Wie oft ist $\frac{2}{4}$ in $\frac{4}{4}$ enthalten?
2. a) Teile: 3 l Essig kosten $\frac{9}{10}$ K; wieviel kostet 1 l? 1 l Essig kostet den 3. Teil von $\frac{9}{10}$ K;

$$\frac{9}{10} \text{ K} : 3 = \frac{3}{10} \text{ K} = \frac{9 : 3}{10} \text{ K}$$

$$\text{b) Miß: } \frac{9}{10} : 3 = \frac{9}{10} : \frac{30}{10} = 9 : 30 = \frac{9}{30} = \frac{3}{10} = \frac{9 : 3}{10}$$

$$3 \text{ in } 9 = 3, 3 \text{ in } \frac{9}{10} = \frac{3}{10}; \text{ oder } 3 = \frac{30}{10}, \frac{30}{10} \text{ in } \frac{9}{10} = 30 \text{ in } 9 = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}.$$

Ein Bruch wird dividiert, indem man den Zähler dividiert.

3. Berechne: a) die Hälfte ($\frac{1}{2}$) von $\frac{2}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{6}{8}, \frac{10}{12}, \dots$; b) ein Drittel ($\frac{1}{3}$) von $\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{15}, \dots$; c) $\frac{1}{4}$ von $\frac{4}{5}, \frac{8}{10}, \frac{16}{25}, \frac{20}{75}, \frac{60}{100}$!
4. Teile a) durch 5: $\frac{5}{6}, \frac{10}{12}, \frac{20}{25}, \frac{35}{36}, \frac{75}{100}$; b) durch 6: $\frac{6}{7}, \frac{12}{12}, \frac{18}{25}, \frac{18}{25}, \frac{42}{50}, \frac{102}{100}$; c) $\frac{64}{72} : 8, \frac{33}{50} : 11, \frac{96}{100} : 12, \frac{65}{70} : 13, \frac{126}{100} : 18$!

5. Für 2 K erhält man $\frac{1}{2}$ kg Salami; wieviel für 1 K?

Schluß: Für 1 K erhält man die Hälfte von $\frac{1}{2}$ kg, d. i. $\frac{1}{4}$ kg;

$$\frac{1}{2} \text{ kg} : 2 = \frac{1}{4} \text{ kg} = \frac{1}{2 \times 2} \text{ kg}.$$

6. Teile a) durch $2 : \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{9}{10} \dots$; b) durch $3 : \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{5}, \frac{5}{6}, \dots$; c) durch $4 : \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \dots$; d) durch $5 : \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{4}{6}, \frac{9}{10}!$

7. $\frac{1}{5} : 3 = \frac{1}{15} = \frac{1}{5 \times 3}$; $\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{15} = \frac{4}{5 \times 3}$.

Der dritte Teil von $\frac{1}{5}$ ist $\frac{1}{15}$; von $\frac{4}{5}$ ist 4 mal $\frac{1}{15} = \frac{4}{15}$.

Die Anzahl (4) der Bruchheiten ist durch 3 nicht teilbar, daher wird jede Bruchheit durch 3 geteilt.

$$\frac{4}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}; \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} = \frac{1}{15} \times 4 = \frac{4}{15}.$$

8. Miß $\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{5} : \frac{15}{5} = 4 : 15 = \frac{4}{15}$.

Ein Bruch wird dividiert, indem man den Nenner multipliziert.

9. Dividiere (teilend und messend): a) $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{4}, \frac{7}{4}, \frac{1}{5}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{3}{10}, \dots$ durch 2, 3, 4, 6, 12, 18; b) $\frac{3}{4} : 2, \frac{5}{8} : 3, \frac{5}{6} : 7, \frac{9}{10} : 8, \frac{2}{3} : 11$; c) $\frac{5}{6} : 12, \frac{5}{6} : 18, \frac{3}{7} : 4, \frac{7}{9} : 9, \frac{11}{12} : 15$; d) $\frac{3}{8} : 5, \frac{7}{10} : 24, \frac{19}{20} : 25, \frac{73}{100} : 50, \frac{112}{125} : 10!$

Ein Bruch wird dividiert, indem man entweder den Zähler dividiert oder den Nenner multipliziert.

10. Rechne vorteilhaft: $\frac{4}{15} : 20 = \frac{\frac{4}{15}}{20} = \frac{1}{75}$.

11. a) $\frac{6}{7} : 8, \frac{14}{15} : 21, \frac{8}{9} : 6, \frac{10}{24} : 15, \frac{80}{96} : 24$;
b) $\frac{11}{12} : 22, \frac{9}{24} : 18, \frac{50}{64} : 100, \frac{75}{100} : 150, \frac{15}{75} : 120$.

12. $\frac{1}{2} : 2 = \frac{3}{2} : 2 = \frac{3}{4}, 7\frac{1}{2} : 5 = 1\frac{1}{2}$.

13. $834\frac{3}{4} \text{ K} : 24 = 34\frac{25}{32} \text{ K} = 34 \cdot 78 \text{ K}$.

$$18\frac{3}{4} \dots \frac{75}{4} : 24 = \frac{\frac{25}{4}}{\frac{75}{8}} = 25 : 32 = 0 \cdot 781.$$

14. Berechne: a) $1\frac{1}{2} : 3, 1\frac{2}{3} : 5, 5\frac{2}{3} : 6, 1\frac{3}{4} : 4, 7\frac{1}{8} : 9$; b) $4\frac{1}{2} : 2, 10\frac{5}{6} : 12, 15\frac{2}{3} : 5, 18\frac{2}{25} : 14, 25\frac{1}{25} : 20$; c) $60\frac{5}{6} : 9, 100\frac{1}{2} : 8, 200\frac{4}{5} : 25, 365\frac{5}{7} : 11, 1000\frac{5}{12} : 125!$

15. Wieviel ist der 10. Teil von $\frac{3}{4}$, von $1\frac{1}{2}$, $3\frac{7}{8}$, $15\frac{3}{5}$, $1224\frac{3}{10}$?

16. a) $\frac{18 \times 24 \times 9}{27 \times 100 \times 48} =$; b) $\frac{3\frac{1}{2} \times 4 \times 12\frac{1}{4}}{21 \times 7 \times 8} =$; c) $\frac{3\frac{3}{4} : 5}{9} =$.

- 17.* a) $12\frac{1}{4} \text{ m} : 3$; b) $9\frac{1}{2} \text{ Dbd.} : 5$; c) $2\frac{3}{4} \text{ l} : 4$; d) $13\frac{1}{2} \text{ q} : 6$; e) $12\frac{3}{4} \text{ kg} : 7$.

- 18.* Anton verdiente täglich $4\frac{1}{2}$ K. Den 3. Teil seines Verdienstes verwandte er zur Unterstützung seiner alten Mutter; wieviel erhielt diese wöchentlich? „Vergiß deiner Eltern nicht!“
- 19.* Mit einem Gut Zucker im Gewichte von $7\frac{4}{5}$ kg reicht eine Familie 5 Wochen aus; wieviel braucht sie in einer Woche?
- 20.* Jemand kauft das Duzend Seidentücher um $33\frac{3}{5}$ K; wie hoch kommt ein Stück?
21. Wenn 1 hl Wein 48 K kostet, wieviel hl bekommt man für $581\frac{19}{20}$ K?
22. Ein Kohlenhändler erhält mit 6 Ladungen $218\frac{3}{4}$ q Kohlen; wieviele q wurden durchschnittlich mit einer Ladung befördert?
23. Ein rechteckiger Garten hat eine Fläche von $886\frac{3}{4}$ m² und eine Länge von 35 m; wieviel beträgt seine Breite?
24. Ein Dampfwagen legt in 5 Stunden $159\frac{9}{10}$ km zurück; wieviel in 1 Stunde?

Multiplikation mit einem Bruche.

1. 1 kg Salz kostet 24 h; wieviel kostet $\frac{1}{4}$ kg?

Zur Lösung. Wieviel würden 3, 4, 5 kg kosten? Wieviel kostet demnach $\frac{1}{4}$ kg? $\frac{1}{4}$ kg kostet $\frac{1}{4}$ mal so viel wie 1 kg; wir müssen also 24 h mit $\frac{1}{4}$ multiplizieren.

Beim Verkaufe rechnet der Kaufmann: $\frac{1}{4}$ kg kostet den 4. Teil von 24 h, d. i. 6 h. $24 \text{ h} \times \frac{1}{4} = 24 \text{ h} : 4 = 6 \text{ h}$.

Eine Zahl mit $\frac{1}{4}$ multiplizieren heißt, sie durch 4 dividieren.

2. $15 \times \frac{1}{3} = 15 : 3 = 5$, $18 \times \frac{1}{6} = 3$, $23 \times \frac{1}{5} = \frac{23}{5} = 4\frac{3}{5}$. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, usw. (die Hälfte, 1 Drittel, 1 Fünftel,...) von einer Zahl berechnen heißt, diese Zahl mit $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$,... multiplizieren, also durch 2, 3, 5,... dividieren.
3. Wieviel ist $\frac{3}{5}$ von 75 K? Eine Zahl mit $\frac{3}{5}$ multiplizieren heißt, den 5. Teil der Zahl 3 mal nehmen.

$$75 \text{ K} \times \frac{3}{5} = 75 \text{ K} \times (\frac{1}{5} \times 3) =$$

$$\begin{array}{r} 15 \text{ K} \\ 45 \text{ K.} \end{array} \times 3$$

4. Berechne: a) $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$ von 960; b) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{11}{12}$ von 1080!
5. $168 \times \frac{5}{12}$, $264 \times \frac{11}{12}$, $225 \times \frac{4}{15}$, $420 \times \frac{8}{15}$, $648 \text{ K} \times \frac{3}{8}$, $702 \text{ K} \times \frac{5}{9}$!
6. Multipliziere a) mit $\frac{3}{4}$: 12, 28, 24, 40, 82; b) mit $\frac{7}{8}$: 40, 24, 50, 64, 100; c) mit $\frac{5}{6}$: 12, 24, 30, 62, 120!

7. Wieviel ist $\frac{3}{5}$ von 27 K? $27 \text{ K} \times \frac{3}{5} = 27 \text{ K} \times (3 \times \frac{1}{5}) =$

$$\begin{array}{r} 81 \text{ K} \\ : 5 \end{array}$$

$$16\frac{1}{5} \text{ K} = 16 \text{ K } 20 \text{ h.}$$

Der Multiplikand 27 K ist nicht durch den Nenner 5 des Multiplikators teilbar; es ist vorteilhaft, nach der II. Entstehungsart des Bruches $\frac{3}{5}$ vom 3fachen der Zahl $\frac{1}{5}$ zu nehmen.

Mit einem Bruche wird multipliziert, indem man mit dem Zähler multipliziert und durch den Nenner dividiert.

8. Berechne: a) $8 \times \frac{3}{5}$, $14 \times \frac{4}{5}$, $27 \times \frac{5}{8}$, $23 \times \frac{1}{2}$, $85 \times \frac{5}{6}$, $55 \times \frac{3}{8}$;
 b) $9 \times \frac{3}{4}$, $67 \times \frac{7}{10}$, $80 \times \frac{2}{3}$, $95 \times \frac{7}{9}$, $146 \times \frac{5}{12}$, $271 \times \frac{14}{15}$, $100 \times \frac{2}{3}$,
 $735 \times \frac{4}{9}$!
9. a) $7 \times \frac{3}{8}$, $27 \times \frac{4}{9}$, $56 \times \frac{5}{7}$, $36 \times \frac{5}{12}$, $75 \times \frac{2}{15}$; b) $8 \times \frac{2}{3}$, $18 \times \frac{5}{6}$,
 $46 \times \frac{3}{4}$; c) $40 \times \frac{3}{10}$, $50 \times \frac{7}{10}$, $100 \times \frac{4}{25}$, $150 \times \frac{8}{50}$.
10. $\frac{5}{7} \times \frac{3}{8} = \frac{5}{56} \times 3 = \frac{15}{56} = \frac{5 \times 3}{7 \times 8}$.
11. Wieviel ist die Hälfte von der Hälfte?
 $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$.
 a) $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{2}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{10}, \frac{4}{15}, \frac{1}{12}, \frac{9}{60}$; b) $\frac{1}{3} (\frac{2}{3})$ von $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{7}{9}, \frac{5}{12}, \frac{8}{20}, \frac{1}{30}$;
 c) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{5}{6}, \frac{7}{10}, \frac{4}{20}, \frac{1}{25} \times \frac{1}{4}, (\frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{7}{10}, \frac{5}{6})?$
12. a) $\frac{3}{4} m \times \frac{2}{5} = \frac{3}{2} m \times \frac{1}{5} = \frac{3}{10} m$; b) $\frac{4}{5} K \times \frac{3}{2} = \frac{2}{5} K \times 3 = 1\frac{1}{5} K$;
 $(\frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}, \frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{2} : 5 = \frac{3}{10})$.
 c) $\frac{15}{16} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{16} \times 4 = \frac{3}{4}$; d) $\frac{9}{10} l \times \frac{15}{4} = \frac{9 \times 15}{10 \times 4} l = \frac{27}{8} l = 3\frac{3}{8} l =$
 $= 3 l 3 dl 7 cl 5 ml$.
13. Rechne vorteilhaft: a) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$, $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$, $\frac{5}{6} \times \frac{2}{5}$, $\frac{4}{7} \times \frac{1}{7}$, $\frac{4}{7} \times \frac{5}{6}$;
 b) $\frac{7}{12} \times \frac{3}{8}$, $\frac{12}{20} \times \frac{5}{8}$, $\frac{15}{16} \times \frac{8}{10}$, $\frac{15}{16} \times \frac{12}{25}$, $\frac{56}{100} \times \frac{4}{25}?$
14. $5\frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{23}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{69}{20} = 3\frac{9}{20}$.
 $6\frac{1}{2} \times 2\frac{2}{3} = \frac{13 \times 8}{2 \times 3} = \frac{52}{3} = 17\frac{1}{3}$. (Bruchzahl!)
15. Multipliziere: a) $8\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$, $6\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$, $10\frac{5}{6} \times \frac{5}{6}$, $12\frac{3}{7} \times \frac{2}{3}$, $15\frac{4}{15} \times \frac{3}{8}$;
 b) $1\frac{1}{3} \times 1\frac{4}{5}$, $2\frac{5}{12} \times 5\frac{3}{4}$, $12\frac{1}{15} \times 10\frac{5}{24}$, $\frac{7}{8} \times 9\frac{3}{4}$, $\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{2}$!
16. Wende die Zerfällung an:

$$\begin{array}{r} 715 \times \frac{5}{8} \\ \frac{5}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \\ 357\frac{1}{2} \dots\dots\dots \frac{1}{2} \\ 89\frac{3}{8} \dots\dots\dots \frac{1}{8} \\ \hline 446\frac{7}{8} \end{array} \quad \begin{array}{r} 536 \times 5\frac{3}{4} \\ 5\frac{3}{4} = 6 - \frac{1}{4} \\ 3216 \dots\dots\dots 6 \\ \text{ab } 134 \dots\dots\dots \frac{1}{4} \\ \hline 3082 \end{array}$$
17. Rechne ebenso: a) $99 \times \frac{10}{11}$, $80 \times 7\frac{3}{8}$, $1 \cdot 35 \times \frac{8}{9}$, $360 \times \frac{17}{12}$, $175 \times \frac{8}{15}$;
 b) $864 \times \frac{3}{4}$, $31 \cdot 65 \times 5\frac{8}{15}$, $8\frac{1}{2} \times 6\frac{1}{4}$, $4\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{4}$;
 c) $16\frac{1}{2} \times 10\frac{1}{2}$, $24\frac{1}{3} \times 9\frac{1}{3}$, $60\frac{1}{4} \times 10\frac{3}{4}$, $25\frac{3}{5} \times 5\frac{4}{5}$;
 d) $\frac{2}{3}, \frac{3}{9}, \frac{5}{12}$ von $68\frac{7}{10}$; $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{10}$ von $50\frac{1}{2}$!
18. 1 kg Kaffee kostet $4\frac{4}{5}$ K; wieviel kosten $15\frac{2}{3}$ kg?
19. Ein hl Weizen wiegt 76 kg; wieviel wiegen $17\frac{7}{16}$ hl Weizen?
20. 1 hl denaturierter Spiritus (Brennspiritus) kostet 44 K; wieviel kostet ein Faß mit $3\frac{1}{2}$ ($1\frac{1}{2}, 2\frac{3}{4}$) hl? Wieviel kosten $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ l?

21. Wenn 1 m Tuch $10\frac{1}{5}$ K kostet, wieviel kosten $6\frac{3}{4}$ m?
 22. Wieviel K kosten $3\frac{1}{2}$ kg Mehl, wenn der q 36 (38) K kostet?
 23. Welchen Wert hat ein Baumstamm mit $3\frac{5}{9}$ m³, wenn das m³ Holz mit $13\frac{1}{2}$ K berechnet wird?
 24. Ein Ziegel ist 3 dm lang, $1\frac{1}{2}$ dm breit und $\frac{3}{4}$ dm hoch; welches Gewicht hat ein solcher Ziegel, wenn 1 dm³ $1\frac{5}{9}$ kg wiegt?

Division durch einen Bruch.

1. Vorbereitung: Wie findet man den Preis von 1 kg, wenn der Preis von 3, 10, 15 kg bekannt ist?

a) Teilen: $2\frac{1}{2}$ m Tuch kosten 30 K; wieviel kostet 1 m?

$$30 \text{ K} : \frac{5}{2} = \frac{30 \times 2}{5} \text{ K} = 12 \text{ K.}$$

Beachte: Die Division durch $\frac{5}{2}$ gleicht einer Multiplikation mit $\frac{2}{5}$!

b) Messen: Wie oft sind $2\frac{1}{2}$ cm in 30 cm enthalten?

$$30 \text{ cm} : 2\frac{1}{2} \text{ cm} = 30 : \frac{5}{2} = \frac{30 \times 2}{5} = 12.$$

Durch einen Bruch wird dividiert, indem man mit umgekehrtem Bruche multipliziert.

2. Was erhält man bei der Division einer Zahl (12, 15, 20, 36) durch $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}$?

Durch $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, usw. dividieren heißt demnach mit 2, 3, 4, usw. multiplizieren.

3. Wie oft ist enthalten: a) $\frac{1}{2}$ in 1, 5, 12, $\frac{3}{2}$, $4\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{4}$ in 1, 3, 15, $\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{3}$ in 1, 2, 6, 24, $\frac{5}{3}$, $8\frac{2}{3}$; d) $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}$ in 1, 2, 5, 9, 16, 20?
 4. Teile, miß: 4 K: $\frac{3}{4}$, 17 a: $\frac{2}{5}$, 45 dkg: $\frac{5}{6}$, 93 h: $\frac{5}{8}$; 12 K: $\frac{3}{2}$ K, 18 m: $\frac{3}{5}$ m, 24 Stb.: $\frac{2}{3}$ Stb., 25 l: $\frac{3}{4}$ l, 36 m²: $\frac{9}{10}$ m²; 16: $4\frac{1}{2}$, 12: $6\frac{1}{3}$, 25: $4\frac{2}{5}$, $6 \cdot 2 : 3\frac{2}{3}$, $30 : 15 : 18\frac{5}{6}$!

5. $\frac{7}{8} : \frac{3}{5} = \frac{7}{8} \times \frac{5}{3} = \frac{35}{24} = 1\frac{11}{24}$; $\frac{1}{5} : \frac{1}{12} = \frac{12}{5} : \frac{5}{60} = 12 : 5 = 2\frac{2}{5}$.

Beachte: $\frac{7}{8} : \frac{3}{5} = \frac{35}{8} : 3 = \frac{35}{24}$; $\frac{7}{8} : \frac{5}{9} = \frac{63}{72} : \frac{40}{72} = 1\frac{23}{40}$.

Ist der Divisor keine ganze Zahl, sondern ein gemeiner Bruch (auch Dezimalbruch), so ist es auch vorteilhaft, ihn in eine ganze Zahl zu verwandeln; was muß dabei mit dem Dividend und Divisor geschehen, damit der Wert des Quotienten unverändert bleibe?

6. Teile und miß: a) $\frac{1}{2} (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}) : \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{24}$, ~, $\frac{5}{8} : \frac{4}{5}, \frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{9}{10}, \frac{7}{9}$; c) $\frac{5}{6} : \frac{4}{7}, \frac{4}{5} : \frac{5}{6}, \frac{3}{5} : \frac{9}{10}, \frac{5}{8} : \frac{5}{6}, \frac{3}{4} : \frac{2}{3}$!

Zusammenfassung.

Für sämtliche Fälle, die bei der Multiplikation und Division der Brüche vorkommen, genügt folgende Regel:

Ein Bruch wird mit einem Bruche multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

Ein Bruch wird durch einen Bruch dividiert, indem man ihn mit dem Nenner des Divisors multipliziert und dann das erhaltene Produkt durch den Zähler des Divisors dividiert.

Multiplikation.

$$a) \frac{2}{3} \times 3 = \frac{2}{3} \times \frac{3}{1} = \frac{2 \times 3}{3 \times 1} = 2. \quad b) 3\frac{3}{4} \times 2 = \frac{15}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{15 \times 2}{4 \times 1} = 7\frac{1}{2}.$$

$$c) 8 \times \frac{3}{4} = \frac{8}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{8 \times 3}{1 \times 4} = 6. \quad d) \frac{5}{7} \times \frac{3}{8} = \frac{5 \times 3}{7 \times 8} = \frac{15}{56}.$$

$$e) 2\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{3} = \frac{9}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{9 \times 4}{4 \times 3} = 3.$$

Division.

$$a) \frac{6}{7} : 2 = \frac{6}{7} : \frac{2}{1} = \frac{6}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{7}. \quad b) 12\frac{6}{7} : 3 = \frac{90}{7} : \frac{3}{1} = \frac{90 \times 1}{7 \times 3} = 4\frac{2}{7}.$$

$$c) 5 : \frac{2}{3} = \frac{5}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}. \quad d) \frac{7}{10} : \frac{3}{5} = \frac{7 \times 5}{10 \times 3} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}.$$

$$e) 3\frac{3}{4} : 2\frac{1}{2} = \frac{15 \times 2}{4 \times 5} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

7. Für $13\frac{3}{5}$ km Entfernung zählt man $16\frac{3}{4}$ K Fracht; wieviel für 1 km?

$$16\frac{3}{4} \text{ K} : 13\frac{3}{5} = \frac{1}{4 \times 87} \times \frac{5}{87} \text{ K} = 1\frac{1}{4} \text{ K}.$$

8. Berechne: a) $8\frac{1}{2}$ K : $3\frac{1}{4}$, $15\frac{7}{10}$ a : $4\frac{1}{5}$, $20\frac{1}{2}$ ha : $1\frac{3}{5}$ ha, $3\frac{9}{20}$ dm³ : $8\frac{2}{5}$ dm³;
b) $15\frac{1}{2}$ m : $\frac{3}{4}$ m, $12\frac{1}{2}$ K : $\frac{9}{10}$ K, $\frac{7}{12}$ Gros : $1\frac{5}{8}$ Gros, $3\frac{5}{12}$ Jahre : $\frac{5}{6}$ Jahre;
c) $75 \cdot 75$ K : $\frac{1}{4}$ K, ($\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{60}{100}$ K); d) $44 \cdot 8$ km : $\frac{3}{4}$ km
($\frac{3}{8}$, $1\frac{1}{2}$, $6\frac{1}{4}$, $12\frac{3}{5}$, $10\frac{7}{10}$ km); e) $\frac{3}{4}$ hl : $0 \cdot 5$ hl, $2\frac{1}{2}$ dm³ : $0 \cdot 8$ dm³,
 $5\frac{1}{2}$ m : $3 \cdot 75$ m, $6\frac{3}{4}$ q : $0 \cdot 125$ q!

9. Wieviel kostet die Einheit folgender Warenmengen, wenn bezahlt werden: a) $2\frac{1}{2}$ kg Gutzucker mit $1\frac{3}{5}$ K; b) $2\frac{1}{2}$ kg Würfelzucker mit $1\frac{4}{5}$ K;
c) $3\frac{1}{5}$ Schock Eier mit $12\frac{7}{25}$ K; d) 2 Mandeln Eier mit $2\frac{4}{25}$ K;
e) $2\frac{1}{5}$ kg Kaffee mit $8\frac{4}{5}$ K; f) 35 l Milch mit $8\frac{2}{5}$ K?

10. Wenn $\frac{7}{8}$ m $8\frac{2}{5}$ K kosten, wie hoch kommt 1 m?

$$\frac{7}{8} \text{ m kosten } 8\frac{2}{5} \text{ K,} \\ \frac{1}{8} \text{ m kostet } \frac{6}{5} \text{ K,} \\ \text{oder 1 m kostet } \frac{48}{5} \text{ K} = 9\frac{3}{5} \text{ K.}$$

11. $2\frac{3}{8}$ q Kartoffeln werden mit $9\frac{1}{2}$ K bezahlt; wie hoch kommt nach diesem Preise eine Ladung mit 25 q?
12. Eine Margarinfabrik zahlte für $6\frac{2}{5}$ q Unschlitt $334\frac{3}{4}$ K; wieviel kostet 1 q?

13. Eine Familie hat eine Fuhre Steinkohlen mit $36\frac{1}{2}$ q für $128\frac{1}{2}$ K gekauft; wie lange reicht der Vorrat, wenn täglich $\frac{3}{8}$ q gebraucht werden? wie hoch kommt die Beheizung in 1 Monate?
14. Jemand verdient täglich $1\frac{1}{2}$ K; wie lange wird er arbeiten müssen, um 39 K zu verdienen?
15. Ein Gehilfe erhält für die Anfertigung von einem Paar Stiefel, wozu er $1\frac{3}{4}$ Tage braucht, 5·6 K; wieviel Tagelohn macht dies?
16. 1 hl Wasser nimmt $\frac{1}{10}$ m³ Raum ein; wieviel hl enthält ein Faß von $2\frac{17}{20}$ m³ Inhalt?
17. Ein Brunnen füllt einen Wasserbehälter mit $23\frac{4}{5}$ hl in $2\frac{3}{4}$ Stunden; wieviel Wasser liefert der Brunnen in 1 Stunde?
18. Wie oft kann ein Glas mit $\frac{3}{10}$ l aus einem Krüge mit $7\frac{3}{4}$ l gefüllt werden?
19. Ein Weinhändler erhält beim Abziehen eines Weinfasses 360 Flaschen von $\frac{3}{4}$ l. Wieviel Flaschen von a) $\frac{1}{2}$, b) $\frac{5}{8}$ l könnte er aus dem Fasse füllen?
20. Wenn ein Automobil in $5\frac{7}{15}$ Stunden $147\frac{3}{5}$ km zurücklegt, wieviel km legt es in 1 Stunde zurück?
21. Ein Radfahrer legt 1 km in $3\frac{2}{3}$ Min. zurück; wie weit kommt er in 1 Stunde?
22. Wieviel km (m) legt ein Mann durchschnittlich in 1 Std. (1 Min., 1 Sek.) zurück, wenn er in $2\frac{3}{4}$ Std. 13 km geht? (Welche Zeit braucht er zu 1 km?)

Subtraktion der Brüche.

1. $\frac{7}{8}$ kg — $\frac{3}{8}$ kg = $\frac{4}{8}$ kg = $\frac{1}{2}$ kg; 7 Achtel weniger 3 Achtel sind 4 Achtel.

Brüche mit gleichem Nenner werden subtrahiert, wenn man ihre Zähler subtrahiert und den Nenner beibehält.

2. a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; $\frac{9}{10} - \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$; $\frac{17}{20} - \frac{9}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$; $\frac{315}{100} - \frac{275}{100} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$; b) $8\frac{1}{2} - 5 = 3\frac{1}{2}$; $22\frac{2}{3} - 16 = 6\frac{2}{3}$; $100\frac{4}{5} - 99 = 1\frac{4}{5}$; $208\frac{5}{6} - 119 = 89\frac{5}{6}$; c) $7 - \frac{3}{4} = 6\frac{1}{4}$; $15 - \frac{4}{5} = 14\frac{1}{5}$; $100 - \frac{33}{100} = 99\frac{67}{100}$; $620 - \frac{18}{25} = 619\frac{242}{25}$.
3. a) $15 - 8\frac{1}{2} = 6\frac{1}{2}$; $23 - 7\frac{1}{3} = 15\frac{2}{3}$; $130 - 5\frac{3}{4} = 124\frac{1}{4}$; $200 - 86\frac{2}{5} = 113\frac{4}{5}$; b) $20\frac{1}{3} - 13\frac{1}{3} = 7$; $35\frac{3}{4} - 9\frac{1}{4} = 26$; $12\frac{1}{6} - 6\frac{5}{6} = 5\frac{1}{3}$; $74\frac{2}{5} - 26\frac{3}{5} = 48$; c) $50\frac{1}{3} - 8\frac{2}{3} = 41\frac{1}{3}$; $81\frac{3}{8} - 12\frac{7}{8} = 69$; $150\frac{3}{10} - 87\frac{9}{10} = 62\frac{3}{10}$; $200\frac{5}{6} - 157\frac{5}{6} = 43$.
4. a) $\frac{2}{5} - \frac{4}{15} = \frac{4}{15} - \frac{4}{15} = 0$; b) $\frac{7}{8} - \frac{5}{12} = \frac{21}{24} - \frac{10}{24} = \frac{11}{24}$;
c) $\frac{5}{6} - \frac{4}{5} = \frac{25}{30} - \frac{24}{30} = \frac{1}{30}$.

Sind die Brüche, die man subtrahieren soll, nicht gleichnamig, so müssen sie auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner gebracht werden.

5. Gib an, um wieviel jede nachfolgende Bruchzahl größer oder kleiner ist als die vorhergehende: a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}$; b) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}$; c) $\frac{1}{2}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{5}{12}, \frac{11}{15}, \frac{17}{20}, \frac{8}{25}, \frac{7}{30}, \frac{9}{40}$!
6. Reihen: a) $13 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} - \dots$; b) $11 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{9} - \frac{1}{6} - \frac{1}{9} - \dots$; c) $10 - \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{15} - \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{15} - \dots$; d) $12 - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{3}{4} - \dots$; e) $18\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} - \dots$!
7. a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4}$; b) $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{5}$; c) $\frac{7}{12} - \frac{1}{2} - \frac{5}{12} - \frac{1}{2} - \frac{5}{12} - \frac{1}{2} - \frac{5}{12} - \frac{1}{2} - \frac{5}{12}$; d) $12\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{3}{4} - 18\frac{3}{5} - \frac{4}{5} - 25\frac{5}{12} - \frac{9}{12} - 66\frac{1}{4} - \frac{10}{100} - \frac{33}{100}$; e) $14\frac{3}{4} - 5\frac{1}{2} - 33\frac{1}{5} - 14\frac{2}{5} - 58\frac{5}{8} - 29\frac{1}{4} - 86\frac{3}{5} - 60\frac{5}{6}$.
8. $86\frac{3}{10} \text{ K} - 37\frac{3}{4} \text{ K} = ?$ Gemeinschaftliche Bruchseinheit $= \frac{1}{20}$.
- $$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{10} = \frac{2}{20} \dots 86\frac{3}{10} \text{ K} = 86\frac{6}{20} \text{ K} \dots \text{*) zum Minuend } \frac{20}{20} \\ - \left(\frac{1}{4} = \frac{5}{20} \dots 37\frac{3}{4} \text{ K} = 37\frac{15}{20} \text{ K} \dots \text{„ Subtrahend } 1 \right) \end{array} \right\} \text{ addiert.}$$
- 1
- $86\frac{3}{10} \text{ K} - 37\frac{3}{4} \text{ K} = 48\frac{11}{20} \text{ K} = 48 \text{ K } 55 \text{ h.}$
9. a) $73\frac{1}{2} \text{ m} - 58\frac{3}{4} \text{ m}, 85\frac{1}{4} \text{ l} - 67\frac{1}{2} \text{ l}, 57 \text{ km} - 33\frac{3}{10} \text{ km}, 64\frac{1}{6} \text{ Dkg} - 55\frac{1}{3} \text{ Dkg}$; b) $2\frac{3}{4} \text{ l} - 1\frac{3}{4} \text{ l}, 27\cdot 75 \mu\text{m} - 18\frac{3}{4} \mu\text{m}, 115\frac{1}{2} \text{ K} - 27\cdot 08 \text{ K}, 214\cdot 56 \text{ K} - 118\frac{3}{4} \text{ K}$.
10. a) $67\frac{12}{35} - 17$, b) $108\frac{7}{10} - 59$, c) $415\frac{12}{55} - 199$, d) $57 - 33\frac{23}{60}$, e) $123 - 48\frac{1}{6}$, f) $83\frac{1}{2} - 15\frac{7}{8}$, g) $\frac{7}{8} - 0\cdot 3$, h) $37\cdot 75 - 18\frac{5}{6}$, i) $14\cdot 6 - 9\frac{9}{11}$.
11. a) $100\frac{41}{48} - 15\frac{13}{12}$, b) $125\frac{13}{20} - 31\frac{5}{6}$, c) $208\frac{11}{12} - 128\frac{19}{20}$, d) $251\frac{8}{21} - 94\frac{17}{35}$, e) $755\frac{19}{36} - 283\frac{25}{27}$, f) $1234\frac{13}{24} - 807\frac{23}{64}$.
12. Um wieviel verändert sich der Bruch $\frac{37}{48}$, wenn man a) zum Zähler und zum Nenner 8 addiert; b) wenn man vom Zähler und vom Nenner 5 subtrahiert?
13. Um wieviel ist der Unterschied $37\frac{5}{16} - 11\frac{3}{5}$ größer als der Unterschied $28\frac{7}{15} - 19\frac{7}{12}$?
- 14*. Jemand nimmt $125\frac{3}{4} \text{ K}$ ein und gibt $83\frac{1}{4} \text{ K}$ aus; wieviel bleibt ihm noch übrig?
15. Von einer Schuld von 200 K werden nach und nach 30 K, $25\frac{1}{2} \text{ K}$, $41\frac{3}{5} \text{ K}$, $18\frac{3}{25} \text{ K}$ abbezahlt; wie groß ist noch der Schuldbrest?
16. Ein Ballen Baumwolle wog $104\frac{1}{4} \text{ kg}$, die Fülle für sich wog $8\frac{3}{4} \text{ kg}$; wie hoch kommt 1 kg Baumwolle, wenn die ganze Sendung 537·66 K kostete?
17. 1 l Wein wiegt $\frac{24}{25} \text{ kg}$; wieviel wiegt ein Faß, das 204 l Wein enthält, wenn das leere Faß $33\frac{1}{2} \text{ kg}$ wiegt?

18. Der Innenraum eines Kastens ist 1 m lang, $4\frac{1}{2}$ dm breit und $1\frac{3}{4}$ m hoch; um wieviel dm^3 ist derselbe kleiner als $1 m^3$?
19. Die Dauer eines Jahres beträgt $365\frac{1}{4}$ Tage. Wie lang ist das Winterhalbjahr, wenn auf das Sommerhalbjahr $186\frac{5}{12}$ Tage kommen?

Addition der Brüche.

- 1.* a) $\frac{3}{8} kg + \frac{7}{8} kg = \frac{10}{8} kg = 1\frac{1}{4} kg$. b) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$.
3 Achtel und 7 Achtel sind 10 Achtel; 1 Fünftel und 2 Fünftel und 3 Fünftel sind 6 Fünftel.

Brüche mit gleichen Nennern werden addiert, wenn man ihre Zähler addiert und den Nenner beibehält.

- 2.* a) $\frac{4}{5} hl + \frac{3}{4} hl = \frac{16}{20} hl + \frac{15}{20} hl = \frac{31}{20} hl = 1\frac{11}{20} hl = 1 hl 55 l$.
b) $\frac{7}{10} K + \frac{1}{2} K, \frac{7}{8} \mu m + \frac{5}{12} \mu m, 8\frac{3}{4}$ Duzend + $9\frac{1}{2}$ Duzend;
c) $1\frac{3}{10} l + 2\frac{1}{2} l, 1\frac{1}{5} hl + 1\frac{1}{4} hl, 7\frac{1}{2} kg + 12\frac{5}{8} kg$.

Sind die Nenner der Brüche nicht gleich, so müssen die Brüche gleichnamig gemacht, d. h. auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner gebracht werden.

- 3.* a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}, \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$; b) $\frac{5}{8} + \frac{7}{24}, \frac{3}{4} + \frac{7}{8}$; c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}, \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$.
4.* a) $2\frac{1}{2} + \frac{1}{4}, 25\frac{1}{4} + \frac{13}{100}$; b) $95 + 96\frac{7}{9}, 100 + 28\frac{5}{12}$; c) $6\frac{5}{7} + 27\frac{4}{21}, 13\frac{1}{3} + 58\frac{3}{4}, 26\frac{5}{8} + 1\frac{1}{4}, 0\cdot6 + 18\frac{1}{2}$.

- 30 Stel
- | | | | | |
|--------------------|--------|----|----|----------|
| 6 $\frac{2}{3}$ | Schöck | 10 | 20 | 3, 6, 15 |
| 10 $\frac{5}{6}$ | " | 5 | 25 | 2, 5, 3 |
| 12 $\frac{14}{15}$ | " | 2 | 28 | |
5. $30\frac{13}{30}$ Schöck = $\frac{73}{30} = 2\frac{13}{30}$ Kl. gem. Nenner =
= 30 Schöck 26 Stück. = $2 \times 5 \times 3 = 30$
Gemeinschaftl. Bruch-
einheit = 30.
6. a) $\frac{7}{45} + \frac{13}{18}, \frac{11}{15} + \frac{17}{24}, \frac{19}{24} + \frac{27}{32} + \frac{21}{30}$;
b) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}, \frac{3}{5} + \frac{5}{6} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$.
7. a) $29\frac{3}{10} + 45 + 16\frac{4}{15}$; b) $45\frac{1}{2} + 127\frac{3}{5} + \frac{8}{15}$;
c) $8 + 3\frac{5}{6} + 7\frac{3}{4} + 0\cdot3$; d) $1\frac{1}{2} + 5\frac{3}{8} + 13\frac{5}{12} + 8\frac{2}{3} + 19\frac{5}{6}$.
8. $128\frac{3}{4} + 245\frac{3}{5} + 208\frac{1}{2} + 199\frac{1}{3} + 206\frac{7}{10}$.
9. a) $0\cdot7 + 2\cdot31 + 81\frac{7}{20} + 15\cdot36$; b) $12\frac{3}{4} + 16\cdot5 + 10\frac{4}{5} + 8\cdot25$.
10. a) $(3\frac{3}{4} + 5\frac{2}{3}) - 5\frac{5}{6}, (12\frac{5}{8} - 3\frac{3}{4}) + 25\frac{4}{7}$;
b) $(18\frac{2}{3} + 12\frac{7}{8}) - (10\frac{1}{2} + 3\frac{5}{9}), (\frac{3}{7} + \frac{5}{9} + \frac{2}{3}) - (\frac{1}{4} + \frac{5}{12})$;
11. a) $(\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}) \times (\frac{7}{8} - \frac{2}{5}), (7\frac{1}{2} \times 6\frac{1}{4}) + (5\frac{1}{3} + 1\frac{1}{5})$;
b) $(3\frac{1}{7} \times 4\frac{3}{5}) - (8\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4}), (7\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{12}) : (5\frac{1}{8} : 2\frac{1}{2})$.

12. Von einer Summe erhält A $\frac{2}{5}$, B $\frac{3}{5}$ und C den Rest. Der Anteil des B beträgt $31\frac{1}{2}$ K; wieviel erhält A, wieviel C?
13. Jemand kauft $12\frac{1}{2}$ q Zucker à $74\frac{2}{5}$ K und verkauft den Zucker mit einem Gewinn von $122\frac{1}{2}$ K; wie teuer wurde 1 q verkauft?
14. Ein Kaufmann erhält 3 St. Leinwand mit $36\frac{1}{2}$, $39\frac{3}{5}$ und $45\frac{3}{4}$ m; wie hoch stellt sich die Rechnung, wenn 1 m 85 h kostet?
15. Zwei Stück Leinwand haben zusammen $73\frac{1}{4}$ m; ein Stück hat um $3\frac{3}{4}$ m mehr als das andere und kostet deshalb um $4\frac{1}{2}$ K mehr; wieviel m hat jedes Stück und wieviel kostet jedes?
16. Ein Schneider braucht zu einem Winterrocke $2\frac{1}{2}$ m Tuch à 19 K 50 h und für 18 K Zugehör; wieviel verdient er durch seine Arbeit an dem Rocke, wenn er denselben für 97 K verkauft?
17. Jemand kauft $45\frac{5}{8}$ m Tuch, das m zu $5\frac{3}{4}$ K; wie teuer muß er 1 m verkaufen, um im ganzen $25\frac{7}{100}$ K zu gewinnen?
18. Ein Landmann verkauft 17 hl Weizen und 15 hl Gerste zusammen für $542\frac{3}{4}$ K; wieviel erhält er für 1 hl Weizen, wenn 1 hl Gerste zu $13\frac{1}{5}$ K gerechnet wird?
19. Ein Bienenzüchter hat 8 Bienenstöcke, von den ihm einer durchschnittlich $12\frac{1}{2}$ kg Honig und $1\frac{3}{4}$ kg Wachs liefert; wie groß ist der Ertrag, wenn 1 kg Honig 1·75 K und 1 kg Wachs 3·38 K Wert haben?
20. In einem Fasse befinden sich $14\frac{5}{8}$ hl Wein; wenn nun $8\frac{1}{2}$ hl und $3\frac{3}{5}$ hl herausgenommen und dann wieder $4\frac{1}{4}$ hl hineingegossen werden, wieviel hl Wein sind schließlich im Fasse enthalten?
21. Ein Holzhändler kauft 80 m³ Holz à $9\frac{1}{2}$ K, 47 m³ à $10\frac{1}{10}$ K, 66 m³ à $10\frac{4}{5}$ K und verkauft 1 m³ durchschnittlich um $13\frac{1}{2}$ K; wieviel gewinnt er, wenn er $28\frac{18}{25}$ K Nebenauslagen hat?
22. Ein Wasserbehälter wird durch 3 Röhren gefüllt, und zwar durch die erste Röhre allein in 4 Stunden, durch die zweite in 5, durch die dritte in 6 Stunden. Der wievielte Teil des Behälters wird in einer Stunde gefüllt, wenn man das Wasser a) bloß aus der ersten, b) aus der zweiten, c) aus der dritten, d) aus allen drei Röhren zugleich fließen läßt?

Lösung von **Schlufrechnungen** mit Hilfe des Bruchfages.

1. $3\frac{1}{8}$ kg weißer Pfeffer kosten 15 K; wie teuer sind $4\frac{1}{2}$ kg?

$$\begin{array}{r} 3\frac{1}{8} = \frac{25}{8} \qquad \frac{3}{15} \text{ K} \times \frac{4}{8} \times 9 \\ 4\frac{1}{2} = \frac{9}{2} \qquad \frac{25}{15} \times \frac{2}{1} \end{array} = 108 \text{ K} : 5 = 21 \cdot 6 \text{ K.}$$

Schließe: $3\frac{1}{8}$ kg d. i. $\frac{25}{8}$ kg kosten 15 K (in den Zähler!), — $\frac{1}{8}$ kg kostet den 25ten Teil davon (25 in den Nenner!), — $\frac{3}{8}$ kg (1 kg) kosten 8 mal soviel (8 in den Zähler), — $\frac{1}{2}$ kg kostet die Hälfte davon, (2 in den Nenner), — $\frac{9}{2}$ kg kosten 9 mal soviel (9 in den Zähler!); kürze und rechne aus!

2. $12\frac{3}{4} q$ Petroleum kosten 459 K; wieviel kosten $5\frac{1}{2} q$?

$$\frac{459 \text{ K} \times 5\frac{1}{2}}{12\frac{3}{4}} = \frac{459 \text{ K} \times 4 \times 11}{51 \times 17} = 198 \text{ K.}$$

Bei größeren Zahlen schreibt man die Operationen mit den gemischten Zahlen an und verwandelt diese erst nachher; da im Zähler Halbe vorkommen, mache ich sowohl den Zähler als auch den Nenner 2 mal so groß; da im Nenner Viertel vorkommen, mache ich sowohl den Nenner als auch den Zähler 4 mal so groß.

3. Jemand braucht für seinen Unterhalt im Durchschnitte alle 10 Tage $34\frac{3}{4}$ K; wie lange wird er mit 706 K 20 h auskommen?
4. 5 m Weinwand werden mit $2\frac{1}{2}$ K bezahlt; wie hoch kommen 12 m?
5. $\frac{3}{4}$ Duzend Hemden kosten $69\frac{1}{2}$ K; wieviel kosten $1\frac{1}{4}$ Duzend, $2\frac{3}{4}$ Duzend, 18 Stück, $6\frac{1}{2}$ Duzend?
6. $17\frac{1}{2} m$ Tuch kosten $42\frac{9}{10}$ K; wieviel kosten $3\frac{1}{2}$, $3\frac{3}{4}$, $5\frac{4}{5}$, $7\frac{3}{10}$, 12, 35 m?
7. $37\frac{1}{2}$ Duzend Nägel kosten $1\frac{1}{2}$ K; wieviel kosten $12\frac{1}{2}$ Duzend?
8. $3\frac{1}{3}$ Duzend Socken kosten $30\frac{4}{5}$ K; wieviel kosten $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{2}{3}$, $5\frac{1}{2}$, $4\frac{3}{4}$ Duzend Socken?
9. Wenn $546\frac{3}{4}$ K Kapital $24\frac{3}{5}$ K Zins geben, a) wieviel Zins geben 100 K Kapital, b) von welchem Kapital erhält man 100 K Zins?
10. $\frac{3}{5} kg$ Gold sind ebensoviel wert als $21\frac{3}{5} kg$ Silber; a) wieviel Gold erhält man für $6\frac{11}{20} kg$ Silber; b) wieviel Silber erhält man für $1\frac{3}{4} kg$ Gold?
11. Zu einem Seile von $5\frac{1}{2} m$ Länge braucht man $4\frac{2}{5} kg$ Werg; wieviel Werg braucht man zu einem $2\frac{1}{2}$, 3, $10\frac{1}{2} m$ langen Seile?
12. In $7\frac{1}{2}$ Stunden liefert ein Arbeiter $1\frac{1}{4}$ Duzend Böffel; wieviel Zeit braucht er zu a) 1 Gros, b) $6\frac{1}{2}$ Duzend, c) $15\frac{3}{4}$ Duzend?
- 13.* 6 Tagelöhner graben ein Feld in $4\frac{1}{2}$ Tagen um; wieviel Tagelöhner müssen gedungen werden, damit jene Arbeit in 3 Tagen zustande komme?

IV. Auflösung durch Schlüsse. (Schlußrechnungen.)*)

- c) Schluß von der Mehrheit über die Einheit auf eine andere Mehrheit.

1. 8 m Stoff kosten 48 K; wieviel kosten 7 m?

8 m kosten 48 K

1 m kostet $\frac{1}{8}$ von 48 K = 6 K

7 m kosten 7 mal 6 K = 42 K.

$$x = \frac{48 \text{ K} \cdot 7}{8} = 42 \text{ K}^{**})$$

*) Versucht bei allen Aufgaben die Lösung im Kopfe; bestimmt aus den abgerundeten Zahlen der Angabe das beiläufige Ergebnis im Kopfe!

**) Beim Bruchsaß beginnt man mit jener Zahl, welche verändert wird und jene Benennung trägt, die das Resultat erhalten soll.

2. 23 kg Käse kosten 27·6 K; wieviel kostet $1\frac{3}{4}$ g?
3. 9 kg Gewürz kosten 5·40 K; wieviel kosten 13 kg?
4. Wenn 9 l Essig 2·16 K kosten, wie hoch kommt 1 hl?
5. 8 kg Öl kosten 4·8 K; wieviel kosten 9 kg?
6. 7 hl Weißwein kosten 434 K; wieviel kosten 20 hl?
7. 7 hl Rotwein kosten 686 K; wieviel kosten 25 hl?
8. 6 l Bier kosten 1 K 60 h; wieviel kosten $17\frac{1}{2}$ l?
9. Beim Verfaufe von 30 kg irgend einer Ware gewinnt man 6 K; wieviel kg muß man verkaufen, um 18 K zu gewinnen?
10. Beim Verfaufe von 21 kg Rindfleisch gewinnt man 7 K; wieviel kg muß man verkaufen, um 30 K zu gewinnen?
11. 8 m schwerer Winterstoff kosten 88 K; wieviel kosten $11\frac{1}{2}$ m?
12. 35 m Baumwollzeug kosten 63 K; wieviel kosten 48 m?
13. Aus 6 kg Garn verfertigt man 36 m Leinwand; wieviel aus 25 kg?
14. 9 m feine Spitzen kosten 54 K; wieviel kosten 7 m?
15. Ein Fußgeher legt in 6 Stunden $31\frac{1}{2}$ km Weges zurück; welchen Weg in 10 Stunden?
16. Der Schall legt in 7 Sekunden 2331 m zurück; wieviel Zeit braucht er, um eine Strecke von 7326 m zurückzulegen?
17. Aus einer Röhre fließen in 18 Min. 432 l Wasser; wieviel in 35 Min.?
18. 15 Arbeiter heben in einer bestimmten Zeit $36 m^3$ Erde aus; wieviel Arbeiter sind erforderlich, um in derselben Zeit $144 m^3$ auszuheben?
19. Wenn 30 Personen ein Werk in $4\frac{3}{10}$ Monaten vollenden, wieviel Zeit brauchen dazu 9 Personen?
20. 24 Arbeiter graben 2·88 a um; wieviel a bestellen in derselben Zeit 27 Arbeiter?
21. Sind $\frac{7}{8}$ eines Gefäßes gefüllt, so enthält dasselbe $42\frac{1}{2}$ l; wieviel l sind in dem Gefäße, wenn $\frac{5}{6}$ desselben gefüllt sind?
22. Zu einer Mischung sind auf 5·75 dkg einer Flüssigkeit 1·8 kg Wasser zuzusetzen: a) wieviel Wasser ist auf 2 kg $87\frac{1}{2}$ dkg dieser Flüssigkeit zuzusetzen; b) wieviel Flüssigkeit ist zu 18 kg Wasser zu mischen?
23. Eine Straße soll mit Bäumen bepflanzt werden. Setzt man sie $4\frac{1}{4}$ m weit auseinander, so sind 3648 Stück nötig; wieviel Stück sind erforderlich, wenn sie $3\frac{4}{5}$ m auseinander gesetzt werden?
24. 26 Arbeiter vollenden eine Arbeit in 4 Tagen; wieviel Tage brauchen 8 Arbeiter zu derselben Arbeit?
 26 Arbeiter brauchen 4 Tage,
 1 „ braucht 26 mal 4 Tage = 104 Tage, $x = \frac{4 \cdot 26}{8} = 13$ Tage.
 8 „ brauchen $\frac{1}{4}$ von 104 Tagen = 13 Tage.
25. Wenn ein Landmann täglich 8 Stunden mäht, so kann er seine Wiese in $2\frac{1}{2}$ Tagen abmähen; wieviel Stunden muß er täglich mähen, wenn er in 2 Tagen fertig werden will?

26. Will ein Landmann seine Wiese in 2 Tagen abmähen, so muß er täglich 9 Stunden dazu verwenden; wie lange muß er täglich mähen, wenn er in 2 Tagen fertig werden will?
27. Zu einem Anzuge braucht man $3\cdot2\text{ m}$ Tuch, wenn dieses 120 cm breit ist; wieviel Tuch wird man brauchen, wenn dasselbe nur 96 cm breit ist?
28. Zu einem Kleide braucht man 4 m eines 125 cm breiten Stoffes; wieviel m Stoff sind erforderlich, wenn derselbe nur 80 cm breit ist?
29. Werden die Bäume einer Allee in einer Entfernung von 4 m gesetzt, so braucht man 840 Stück; wieviel Stück sind erforderlich, wenn sie 5 m voneinander abstehen sollen?

d) Schluß von einer Mehrheit auf eine andere mittels eines gemeinschaftlichen Teiles.

1. 24 m Wollstoff kosten 52 K; wieviel kosten 42 m ?
 24 m kosten 52 K,
 6 '' '' $\frac{1}{4}$ von 52 K = 13 K, $x = \frac{52\text{ K} \cdot 42}{24} = 91\text{ K}$.
 42 '' '' 7 mal 13 K = 91 K.
2. Beim Verkaufe von 1250 kg Mehl gewinnt man 275 K; wieviel gewinnt man an 800 kg ?
3. 20 kg Gewürz kosten $33\frac{8}{10}\text{ K}$; wieviel kosten 15 kg ?
4. Wenn $35\frac{4}{5}\text{ kg}$ Seife mit 28 K bezahlt werden, wieviel kg erhält man für 42 K?
5. 16 l Petroleum kosten $6\cdot40\text{ K}$; wieviel kosten 28 l?
6. 18 kg Karpfen kosten $29\frac{3}{5}\text{ K}$; wieviel kosten 27 kg ?
7. 20 l Heidelbeeren kosten 3 K 20 h; wieviel kosten 25 l?
8. Zu 56 m Tuch sind 21 kg Wolle erforderlich; wieviel zu 32 m ?
9. 24 m Seidenband kosten 52 K; wieviel kosten 30 m ?
10. A gibt zu einem gemeinschaftlichen Geschäfte 8400 K, B 6000 K; wenn nun A als Gewinnanteil $773\frac{1}{2}\text{ K}$ bekommt, wieviel erhält B?
11. Wenn man das Tausend Ziegel mit 34 K 60 h bezahlt, was kosten 900 Stück?
12. Das vordere Rad an einem Wagen macht 80 Umdrehungen, während das hintere 64 macht; wieviel macht das vordere, wenn das hintere 1320 Umdrehungen macht?
13. Wenn 10 Arbeiter eine Wiese in 6 Tagen mähen, wie lange brauchen 15 Arbeiter dazu?
14. Ein Graben wird zur Hälfte von 8 Arbeitern in 15 Tagen ausgehoben; wieviel Arbeiter muß man aufnehmen, damit die andere Hälfte in $10\frac{1}{2}$ Tagen fertig werde?
15. 200 Mann haben einen Vorrat an Lebensmitteln auf 9 Monate; wie lange kommen 300 Mann damit aus?

16. Wenn 600 Mann einen Vorrat auf 10 Monate haben, wie lange werden 400 Mann damit auskommen?
17. Ein Kaufmann kann für eine bestimmte Summe $18\frac{3}{4}$ q Reis kaufen, wenn er das kg mit 48 h bezahlt; wieviel q kann er kaufen, wenn das kg 46 h kostet?

V. Einfache Prozent- und Zinsrechnungen.

a) Einfache Prozentrechnungen.

Zur Wiederholung:

- Wieviel ist das 100fache von: a) 1, 10, 100, 1000, 100 000, 10 000, 1 000 000 K (h); b) 2, 7, 45, 306, 1018, 15 704, 213 000, 1 500 000 K (h); c) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{3}{100}$, 0·2, 0·25, 1·75 K?
- zerlege in Faktoren mit dem Grundfaktor 100: a) 400, 900, 1000, 5000, 8000, 2000, 10 000, 70 000, 15 000, 25 000, 75 000, 15 600, 35 800, 98 200; b) 100 000, 300 000, 450 000, 575 000, 665 400, 1 000 000, 2 000 000, 4 500 000, 12 500 000, 3 700 600 K!
- Wieviel ist der hundertste Teil ($\frac{1}{100} = 0\cdot01$) von: a) 100, 1000, 10 000, 100 000, 1 000 000, 10, 1 K; b) 200, 500, 7000, 9000, 510, 612, 8760, 15 807, 260 000, 421 710, 2 500 000 K; c) 2, 5, 8, 10, 15, 20, 25, 50, 75, 92 K; d) 1·1, 2·04, 3·15, 0·01, 0·005, 8·06, 12·5; e) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{29}{100}$?

Übe bis zur Schlußfertigkeit!

Der hundertste Teil ($\frac{1}{100} = 0\cdot01$) einer Zahl wird ein Prozent (1%) genannt.

1% von 100 K d. i. $100 \text{ K} \times \frac{1}{100} = 100 \text{ K} : 100 = 1 \text{ K}$.

1% von 100 m (l, kg, Stück...) = 1 m (l, kg, Stück...).

1% von 1 K (hl, kg, a...) = 1 h (l, dkg, m²...).

4. Gib 1% von folgenden Zahlen an: a) 200, 300, ... 1000 K (l, q, ha); b) 2000, 3000, ... 10 000 K (h, km, dm³); c) 10 000, ... 100 000 K; 200 000, ... 1 000 000 K; d) 120, 250, 336, 1082, 5128, 16 458, 217 648 K; e) 1 K, 1 hl, 1 kg, 1 km, 1 q, 1 a, 1 m³, 1 ha, 1 μ m; f) 2, 5, 7, 10, 12, 20, 25, 48, 95 K (hl, kg, ...); g) 16·5, 3·82, 56·4, 7·5, 0·08, 0·009 m³!

2%, 3%, 4%, ... einer Zahl sind $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{4}{100}$... von dieser Zahl.

5. Berechne von den unter 4. angeführten Zahlen: 2%, 3% ... 10%, 15%, 12%, 20%, 25%, 50%, 75%, 100%!
6. Berechne von den folgenden Zahlen zuerst 1% und daraus 2%, 3%, 3·5%, 4·2%, $4\frac{1}{4}\%$, $4\frac{3}{4}\%$, 0·6%: a) 200, 450, 832, 1475, 2308, 26 732 K; b) 300, 620, 924, 2040, 3125, 56 080 kg; c) 8, 12, 26, 125, 28·14, 126·8 ha (m³, t)!

7. Der wievielte Teil einer Zahl sind: 1%, 4%, 5%, 8%, 10%, 12%, 20%, 25%, $33\frac{1}{3}\%$, $66\frac{2}{3}\%$, 75%, 100%, 200%, 500%?

8. Berechne: $3\frac{1}{3}\%$ von 426 K!

1% von 426 K ist 4·26 K

1·42

$$3\frac{1}{3}(\frac{10}{3})\% \quad " \quad " \quad " \quad \frac{4 \cdot 26 \times 10}{3} = 14 \cdot 20 \text{ K.}$$

1

Durch Zerfällung: 1% von 426 K . . . 4·26 K

$$\begin{array}{r} \frac{1}{3}\% \quad " \quad " \quad " \quad \cdot \cdot \cdot \quad 1 \cdot 42 \quad " \\ 3\% \quad " \quad " \quad " \quad \cdot \cdot \cdot \quad 12 \cdot 78 \quad " \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r} \frac{1}{3}\% \\ 3\% \end{array}} \right\} +$$

$$3\frac{1}{3}\% \text{ von } 426 \text{ K} = 14 \cdot 20 \text{ K.}$$

9. Wieviel ist: a) $\frac{1}{2}\%$ von 1, 8, 15, $10\frac{1}{4}$, $65\frac{1}{2}$, 100·8, 125·68 K; b) $\frac{1}{4}\%$ von 1, 5, 26, $45\frac{1}{2}$, $75\frac{3}{5}$, 204·64, 518·7 K; c) $3\frac{1}{2}\%$ von 1, 6, $28\frac{3}{4}$, $96\frac{1}{2}$, $165\frac{2}{5}$, 18·7, 56·48 l; d) $5\frac{1}{4}\%$ von 1, 4, 48, 66·4, 72·08, $22\frac{1}{2}$, $150\frac{3}{4} m^3$; e) $4\frac{3}{4}\%$ von 1, 3, 14, $56\frac{1}{2}$, $78\frac{3}{4}$, 35·6, 90·25 q; f) 3·8% von 1, 2, $18\frac{1}{2}$, 20·8, $36\frac{3}{4}$, 50·75, $184\frac{1}{4} m$?
(Auch mit Bruchsatz und Zerfällung!)
10. Berechne 1% (5%, 4%, $4\frac{1}{4}\%$, 6%, 12%, 15%, 25%, $3\frac{1}{2}\%$, 3·8%) von 500 K (50, 25, 75, 1, 6, 10, 8, 40, 68, 12·5, 3·8, 1·2 K)!
11. Vermehre 26 K, 138 K, 1 K, 70 h, 2·6 K, 7·5 K um 1% (2%, $5\frac{1}{2}\%$, 10%, 30%, $4\frac{3}{4}\%$)!
12. Vermindere folgende Grundwerte um 3% (1%, 5%, $8\frac{1}{5}\%$, 20%, $4\frac{3}{4}\%$): 18 K (1, 3·6, 20·76, 60, 125, 640 K)!
13. Von 48 Schülern einer Klasse erhalten 25% (50%) die Schulsachen unentgeltlich; wieviel Schüler sind dies?
14. In einer Klasse sind 10% (25%) der Schüler kurzsichtig, die übrigen 36 Schüler normalsichtig; wieviel Schüler zählt die Klasse?
15. Wenn jemand, der früher 350 K Wohnzins zahlte, um 8% gesteigert wurde, wieviel muß er jetzt zahlen?
16. Rindfleisch verliert beim Sieden 15% seines Gewichtes; welches Gewicht hat ein Stück, das roh (ohne Knochen) $2\frac{4}{5} kg$ wiegt, nach dem Sieden?
17. Kartoffeln enthalten 75% Wasser; wieviel kg Wasser enthalten 8 kg (50, 75, 100 kg, $1\frac{1}{2} q$, $12\frac{3}{4} q$, $5\frac{1}{2} t$) Kartoffeln?
- 18.* C verkauft von seinen 600 Schafen 1% (50%, $33\frac{1}{3}\%$, $66\frac{2}{3}\%$, 75%); wieviel Schafe behält er noch?
- 19.* E veredelte im Frühjahr 40 Obstbäumchen, wovon im Laufe des Sommers $2\frac{1}{2}\%$ (10%, 25%, 20%, 50%) vertrockneten; wieviel Bäumchen gingen ein?

20. Eine Partie Bauholz kostet im Einkauf 84 K; wie hoch kommt sie, wenn noch für Fracht und andere Speesen 10% auszulegen sind?
21. Der Einkaufspreis einer Ware beträgt 64 K [a) 40 K, b) 76 K, c) 156 K, d) 80 h, e) 960 K, f) 1428 K], der Gewinn 20% [a) 10%, b) 5%, c) 2%, d) 20%, e) $33\frac{1}{3}\%$, f) 25%]; a) wie groß ist der Gewinn; b) wie groß ist der Verkaufspreis? Setze statt „Gewinn“ „Verlust“ und berechne diesen!

b) Einfache Zinsrechnungen.

1. A leiht dem B auf 1 Jahr 600 K. B bezahlt dafür nach 1 Jahre an A **von jeder Krone 4 Heller Zinsen (Zinsheller)**; wieviel Zinsen erhält A? (Denke an den „Zinsgroschen“ in der Bibel)

Für 1 K 4 h Zinsen,

„ 600 „ 600 mal 4 h = **24 K** Zinsen;

oder:

für 1 „ 0.04 K Zinsen,

„ 600 „ $0.04 \text{ K} \times 600 = \mathbf{24 \text{ K}}$ Zinsen.

Die ausgeliehenen 600 K nennt man das **Kapital**; B ist der **Schuldner** des A, dieser ist der **Gläubiger** des B; für die Überlassung der 600 K zahlt B in 1 Jahre (jährlich) **von jeder Krone 4 Heller** als Vergütung; man sagt: „das Kapital von 600 K ist zu 4% ausgeliehen“; die **24 K** als 1-jährige Vergütung für die 600 K heißen die **Zinsen** (Interessen). Die Zinsen werden auf 1 Jahr festgesetzt.

Zur Sicherstellung gibt der Schuldner dem Gläubiger entweder einen Schuldschein, oder er verpfändet ihm bewegliche oder unbewegliche Gegenstände.

2. Wieviel Heller Zinsen erhält man jährlich von 1 K Kapital, wenn man von 100 K Kapital 5, 6, 7 K Zins erhält?
3. 100 K Kapital geben 4 K (6 K) Zinsen; wieviel Zinsen geben 2000 K (1500 K) Kapital?
4. Ein Kapital ist zu 5% angelegt, d. h. 1 K Kapital gibt jährlich 5 h Zinsen; wieviel Zinsen erhält man von 25 K Kapital?
5. Wieviel Zinsen geben a) 6 K, b) 14 K, c) 40 K, d) 55 K, e) 84 K, f) 10 K, g) 5 K, zu 4%?
6. Wieviel Zinsen geben 250 K Kapital zu 4%, zu 5%, zu 6%?

Beginne stets: 1% ist $\frac{1}{100}$ der Summe!

1% von 250 K ist 2.5 K,

3% „ „ „ sind $2.5 \text{ K} \times 3 = \mathbf{7.5 \text{ K}}$.

7. Wie groß sind die jährlichen Zinsen a) von 500 K zu 4%? b) von 406 K zu 5%? c) von 340 K zu 6%? d) von 834 K zu 3%?
8. Berechne die jährlichen Zinsen zu: a) 4% von 100, 200, 500, 700, 1000, 1200, 1700, 2000 K; b) 3% von 360, 850, 856, 1500, 1570, 1846 K; c) 5% von 1, 5, 2, 9, 10, 18, 36, 47, 65, 93 K; d) $3\frac{1}{2}\%$

von 100, 400, 1000, 1300, 1570, 2400 K; e) $4\frac{1}{4}\%$ von 100, 80, 6, 14, 560, 987, 1200, 5000, 10 000, 50 000 K; f) 4% von 100 000, 300 000, 250 000, 876 400, 1 000 000, 2 000 000, 3 640 000, 12 000 000 K!

9. Du leihst 300 K zu $4\frac{1}{2}\%$ aus; wieviel Zinsen erhältst du jährlich? $4\frac{1}{2}\%$ von 300 K!

1%	=	3 K
4%	"	12 "
$\frac{1}{2}$	"	1.50 K

$4\frac{1}{2}\%$ sind **13.50 K**. Wieviel Zinsen erhältst du halbjährlich?

10. Wieviel jährliche Zinsen geben a) 25, 56, 65, 160, 235, 426, 805 K zu $4\frac{3}{4}\%$? b) 60, 84, 128, 320, 548, 705, 980 K zu $5\frac{1}{2}\%$?
 11. Wie groß sind die jährlichen Zinsen von a) 800 K (850, 642, 970, 32.5, 426.25 K) zu $3\frac{3}{4}\%$ ($4\frac{1}{5}\%$, $4\frac{3}{4}\%$, 5.2% , 4.8%)? b) von 60 K (52 K, 8 K, 80 h, 92 h, 18.5 K, 36.75 K) zu $3\frac{2}{3}\%$, ($4\frac{1}{2}\%$, 4.6% , 3.8% , $5\frac{1}{2}\%$, 5.75%)?
 12. Berechne die jährlichen Zinsen von: a) 300 K zu $4\frac{1}{2}\%$, 560 K zu $3\frac{1}{2}\%$, 672 K zu $3\frac{2}{3}\%$, 1500 K zu $3\frac{1}{4}\%$, 2878 K zu $4\frac{1}{5}\%$, 5984 K zu $4\frac{3}{4}\%$; b) 7 K zu $4\frac{1}{4}\%$, 25 K zu $3\frac{1}{3}\%$, 66 K zu $3\frac{1}{5}\%$, 8.5 K zu $4\frac{1}{2}\%$, 26.64 K zu $4\frac{3}{4}\%$, 72.08 K zu $5\frac{1}{2}\%$!
 13. Wieviel Zins bekommt man von 500 K Kapital zu 4% in 3 Jahren? 500 K zu 4% in 3 Jahren.

1%		5 K	Zins in 1 Jahre.
----	-------	-----	------------------

4% 20 " " " 1 "
 4% 60 " " " 3 Jahren.

14. Wieviel Zinsen bringen in 1, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$ Jahren: a) 200 K zu 4%, b) 480 K zu 5%, c) 1460 K zu 3%, d) 5878 K zu 6%, e) 6240.64 K zu 5%?
 15. Wieviel Zinsen geben in 1, 2, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{4}$ Jahren: a) 290 K zu 4%, b) 1400 K zu $4\frac{1}{2}\%$, c) 2840 K zu 5%, d) 1300 K zu 4%, e) 2250 K zu 4%, f) 5426 K zu 5%, g) 6874 K zu 3%, h) 2540.60 K zu $4\frac{1}{2}\%$, i) 936.70 K zu $3\frac{3}{4}\%$, k) 512 K 75 h zu $4\frac{1}{5}\%$, l) 806 K 50 h zu 5.2% ?
 16. Wieviel Zinsen bringen 800 K (640 K, 526 K, 48 K, 516.4 K, 216.25 K, 25 K 35 h, 5 K 80 h, 2.08 K, 822 K 90 h, 1564 K) zu 4% in 2 Jahren (3 , $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$ Jahren)?
 17. Ein Kapital trägt in 1 Jahre 375.24 K Zinsen; wieviel in 2 Monaten (in 6, 4, 3, 1, 7 Monaten)?
 18. 300 K, 650 K, 218 K, 1 K, 6 K, 15 K, 26 K 40 h, 76 K 6 h, 56 h, 90 h, 855 K 40 h, 960 K 50 h; wieviel Zinsen bringt jedes Kapital a) zu 5% in 1 Jahre; b) zu 5% in $\frac{1}{2}$ Jahre; c) zu 4% in 2 Monaten (in 3, 4, 8, 9, 6 Monaten)?

19. Berechne die Zinsen a) von 780 K zu 6% in 1 Jahre 4 Monaten; b) von 2560 K zu 5% in 2 Jahren 6 Monaten; c) von 1025 K zu 4% in $3\frac{1}{4}$ Jahren!

VI. Wiederholungsaufgaben.

1. Wie groß ist die Summe von 5 Zahlen, deren erste 130·76 ist, während jede folgende um 34·62 größer als die vorhergehende ist?
2. Wie groß ist die Summe von 3 Zahlen, deren erste $2\frac{1}{2}$ ist, während jede nachfolgende das $3\frac{1}{2}$ fache der vorangehenden beträgt?
3. $\frac{1}{9}$ einer Zahl sind 28; wie heißt diese Zahl?
4. $\frac{3}{4}$ einer Zahl sind so groß wie $\frac{4}{5}$ einer zweiten Zahl; wenn nun die erste Zahl 96 ist, welches ist die zweite?
- 5.* $\frac{3}{4}$ Schock Eier kosten $2\frac{7}{10}$ K; wieviel kostet 1 Schock?
- 6.* a) 26 kg Kalbfleisch à 140 h. b) 112 m leichtes Futter à 43 h.
7. 8 kg Schweinefleisch kosten so viel wie 9 kg Kalbfleisch; wie teuer ist 1 kg Kalbfleisch, wenn 1 kg Schweinefleisch 1·62 K kostet?
- 8.* a) 18 l Milch à 24 h. b) 65 kg Salz à 26 h.
- 9.* a) 10 hl Samen à 4 K 35 h. b) 16 m Wollzeug à 5 K 90 h.
10. Jemand verkauft 48 kg Zucker à 84 h und gewinnt dabei 3 K 84 h; wieviel hat er beim Einkaufe dafür ausgegeben?
- 11.* 1 q Kaffee kostet im Einkaufe 480 K; wieviel wird daran gewonnen, wenn man den Kaffee mit $12\frac{1}{2}\%$ Gewinn verkauft?
12. Von 488 kg Feigen, die um 228 K 16 h eingekauft wurden, ist die Hälfte zu 55 h, $\frac{1}{4}$ zu 58 h das kg verkauft worden; wie teuer muß 1 kg des Restes verkauft werden, wenn im ganzen 50 K gewonnen werden sollen?
13. A erhält ein Faß Baumöl im Gewichte von 256 kg, das Faß allein wiegt 31 kg; er bezahlt 1 kg Öl mit 1·52 K und außerdem an Spesen 45 K; wieviel gewinnt er, wenn er das kg um 1·92 K verkauft?
- 14.* Ein Weinhändler kauft das hl Wein um 54 K 48 h und will 9 K 52 h daran gewinnen; wie teuer wird er das l verkaufen?
15. Jemand kauft ein Duzend Hemden für $74\frac{2}{5}$ K; wie hoch kommt ein Hemd?
16. 7 m Seidenstoff kosten gerade so viel wie 11 m Wollstoff; wieviel kosten 36 m Wollstoff, wenn 40 m Seidenstoff 88 K kosten?
17. Ein Tuchhändler kauft ein Stück Tuch für 136 K und verkauft davon $8\frac{3}{4}$ m à $4\frac{1}{5}$ K, $10\frac{1}{2}$ m à 5 K und vom Reste das m à $5\frac{1}{2}$ K; wieviel m hatte das Stück, wenn 26 K 15 h gewonnen werden?
- 18.* Löse folgende Aufgabe auf verschiedene Weise: 1 m Rattun kostet 48 h, wieviel kosten 50 m?
 1. 50 mal 48 h; 2. 50 mal 4 Zehner + 50 mal 8 h;
 3. 50 mal $\frac{2}{5}$ K + 50 mal 8 h; 4. 50 mal $\frac{1}{2}$ K — 50 mal 2 h;
 5. 50 m à 1 h = $\frac{1}{2}$ K, 50 m à 48 h = $\frac{48}{2}$ K = 24 K.

- 19.* Berechne ebenso: a) 20 *kg* Reis à 75 h, b) 52 *m* Band à 95 h, c) 25 *l* Wein à 96 h, d) 42 *m* Kleiderstoff à 2 K 42 h, e) 40 *l* Essig à 24 h, f) 21 *hl* Korn à 9 K 90 h.
- 20.* a) 14 *m* Rammgarnstoff à 9 K 38 h. b) 26 *m* Grosgrain à 5 K 90 h.
21. Jemand hat 280 *m* Kleiderstoff und verkauft von der einen Hälfte je 7 *m* um 12 K und von der zweiten Hälfte je 2 *m* um 3 K; wieviel nimmt er für die ganze Ware ein und wieviel gewinnt er, wenn 1 *m* im Einkaufe 1·4 K gekostet hat?
22. Ein Buchbinder erhält 150 *kg* Pappendeckel zu dem Preise von $22\frac{1}{2}$ K per 100 *kg*, die Fracht kostet 3 K; wie hoch kommt ihn ein *kg* zu stehen?
23. Eine Schlüssel, die 1·287 *kg* wiegt, enthält 0·902 *kg* feines Silber; wieviel ist dabei Zusatz?
24. Eine Summe von 5904 K soll unter vier Personen so geteilt werden, daß A $\frac{1}{3}$, B $\frac{3}{10}$, C $\frac{7}{30}$ und D den Rest erhält; wieviel kommt auf jede Person?
25. Von dem bei einem Geschäfte erzielten Gewinne entfällt auf A $\frac{1}{3}$, auf B $\frac{3}{10}$ und auf C der Rest; wenn nun auf B 252 K entfallen, wie groß ist der ganze Gewinn, wieviel erhält A, wieviel C?
- 26.* Wie groß ist der jährliche Zins a) von 15, 75, 92, 156, 207, 880 K zu 4%? b) von 60, 105, 264, 535, 618, 972 K zu 5%? c) von 20, 85, 125, 340, 782, 836 K zu 6%?
27. Wieviel betragen die einjährigen Zinsen zu 6 % von 975 K, 1225 K, 2870 K, 5995 K, 8445 K, 12760 K?
28. Eine Straße von 10 *km* $156\cdot8$ *m* Länge wurde zu beiden Seiten mit Bäumen besetzt, die 20 Schritte à 48 *cm* voneinander standen; wieviel Bäume waren erforderlich?
29. Ein Acker ist 124 *m* lang und 20 *m* breit; wieviel Weizen ist zur Aussaat notwendig, wenn man auf 1 *ha* $3\cdot1$ *hl* rechnet?
30. Ein *m*³ Bauholz kostet 75·68 K; wieviel kosten $33\cdot135$ *m*³?
- 31.* Ein Arbeiter hat in $2\frac{2}{3}$ Monaten $361\frac{3}{5}$ K verdient; wieviel in $\frac{1}{3}$ Monat?
32. Eine Arbeit kann von A allein in 6 Tagen, von B allein in 8 Tagen vollendet werden; in wieviel Tagen wird die Arbeit vollendet, wenn sich beide Arbeiter gemeinschaftlich daran beteiligen? $3\frac{2}{3}$
33. Von drei Maurern macht der erste in 3 Stunden 158 *dm*³, der zweite in 4 Stunden 205 *dm*³, der dritte in 6 Stunden 281 *dm*³; a) wieviel *dm*³ fertigen alle zusammen in einer Stunde, b) in wieviel Tagen werden sie eine Mauer von 1708 *m*³ herstellen, wenn sie täglich 10 Stunden arbeiten?
34. Der Umfang eines Wagenrades beträgt 2 *m* 7 *dm* 5 *cm*; wieviel Umläufe muß das Rad machen, um einen Weg von 6 *km* zurückzulegen?
35. Ein Wasserbehälter kann durch zwei Röhren gefüllt werden und zwar durch die erste in 4, durch die zweite in 5 Stunden; in welcher Zeit wird der Behälter gefüllt, wenn beide Röhren gleichzeitig geöffnet sind?

36. Eine Wasserpumpe kann das in einer Grube enthaltene Wasser in 15 Tagen, eine andere in 12 Tagen herauschaffen; welcher Teil des Wassers wird von beiden Maschinen zusammen in einem Tage herausgepumpt?
37. Wie schwer ist ein Granitwürfel, dessen Kante $4\frac{1}{2}$ dm beträgt? (Dichte = $2\frac{1}{2}$.)
38. Wasser ist ungefähr 770 mal so dicht als die Luft; wieviel wiegt daher 1 m^3 Luft?
39. Wieviel kg wiegt das Wasser, das in einem Gefäße von 165 cm Länge, 85 cm Breite und 70 cm Tiefe enthalten ist, wenn das Wasser das ganze Gefäß ausfüllt?
40. Das Licht, das in 1 Sekunde 326 445 km durchläuft, legt den Weg von der Sonne bis zur Erde in 8 Minuten 8 Sekunden zurück; wieviel km ist hiernach die Erde von der Sonne entfernt?
41. In der Bahn, welche die Erde jährlich um die Sonne beschreibt, durchläuft dieselbe in 3 Stunden nahe 325 505 km; wieviel km legt sie in einer Minute zurück?
42. Prag hat 4 Minuten 11 Sekunden früher Mittag als Berlin und 7 Minuten 48 Sekunden später als Wien; wieviel Uhr ist es in Berlin und Wien, wenn es in Prag 2 Uhr 25 Minuten ist?
43. Kaiser Josef II. wurde im Jahre 1741 geboren und starb im Alter von 48 Jahren; in welchem Jahre starb er?
44. In einer Stadt von 35 600 Einwohnern starben in einem Jahre $3\frac{3}{4}\%$; wieviel starben?
45. Goethe wurde im Jahre 1749 geboren und erreichte ein Alter von 82 Jahren; wann starb er?
46. Schiller starb im Jahre 1805 im Alter von 45 Jahren; in welchem Jahre wurde er geboren?
47. Ein Knecht erhält in 1 Jahre 300 K Lohn und einen Anzug im Werte von 60 K; nach 7 Monaten muß er wegen Krankheit aus dem Dienste treten; wieviel K erhält er noch ausbezahlt, wenn er bereits den Anzug und 35 K Vorschuß erhalten hat?
48. Ein Beamter hat 1680 K Gehalt. Davon gehen ab 32·80 K für die Pensionskasse und 13·5 K für Einkommensteuer. Wieviel reiner Gehalt bleibt der Familie monatlich?
49. Ein Geschäftsmann in einer Stadt zahlt jährlich 768 K Miete und 374 K 58 h Steuer; wieviel muß er jeden Tag auf Miete und Steuer verdienen?
50. Eine Familie hat ein Jahreseinkommen von 3000 K; die Eltern bestimmen 120 K monatlich für die Bedürfnisse des Haushaltes, den 5. Teil des Jahreseinkommens für die Kleidung, 125 K in jedem Vierteljahre für den Wohnungszins, die Hälfte des verbleibenden Restes soll erspart werden und die andere Hälfte unvorhergesehenen Ausgaben dienen; stelle die Jahresrechnung dieser Familie zusammen! (Monatsrechnung, Tagesrechnung.)

Zweiter Teil.

I. Durchschnittsrechnung.

1. Auf einem Fleischmarfte wurde das Rindfleisch von verschiedenen Verkäufern das *kg* mit 1 K 36 h und mit 1 K 44 h verkauft. Bestimme den mittleren Preis! (Durchschnittspreis.)

Anleitung: Man kaufe von jeder Sorte 1 *kg*, addiere die Preise und teile durch die Anzahl der *kg*.

$$\frac{1 \cdot 36 \text{ K} + 1 \cdot 44 \text{ K}}{2} = 1 \cdot 40 \text{ K.}$$

Die Berechnung des mittleren Wertes aus gleichartigen Angaben heißt Durchschnittsrechnung.

Dividiert man die Summe mehrerer gleichartigen Größen durch die Anzahl der Größen, so heißt der Quotient der Durchschnittswert oder das arithmetische Mittel dieser Größen.

Das arithmetische Mittel zweier Größen ist die halbe Summe derselben; Veranschaulichung durch die Mittellinie im Trapeze.

- 2.* Suche das arithmetische Mittel folgender Zahlen:
a) 12 *m* und 8 *m*; b) 15 *km* und 32 *km*; c) 32 *m*² und 36 *m*²;
d) 8 *dm*³, 15 *dm*³ und 26 *dm*³; e) 2·5 *cm*, 3·6 *cm* und 5 *cm*;
f) 12 *mm*, 20 *mm*, 38 *mm* und 46 *mm*!
3. a) 112 K, 280 K und 356 K; b) 26 h, 10 h, 45 h und 13 h; c) 14 *dkg*, 8 *dkg* und 45 *dkg*; d) 1½ Stunden, 2¼ Stunden und 3 Stunden; e) 10° C, 15° C, 13° C; f) 14° R, 17° R, 18° R und 13° R!
- 4.* Man mischt 1 *kg* Kaffee à 3 K 48 h mit 1 *kg* à 3 K 36 h; wie teuer ist 1 *kg* der Mischung?
- 5.* Jemand mischt zwei Sorten Reis, 6 *kg* à 50 h mit 4 *kg* à 60 h; wieviel kostet 1 *kg* der Mischung?
6. Jemand mischt 16 *l* Spiritus von 80 Grad und 4 *l* von 70 Grad; welchen Gehalt hat die Mischung?
Spiritus von 80 Grad enthält unter 100 Raumteilen 80 Teile Weingeist (Alkohol) und 20 Teile Wasser.
7. Zu 6 *hl* Spiritus à 62 Grad gießt man 1¾ *hl* Wasser (à 0 Grad) zu; auf wieviel Grad wird dadurch der Spiritus verdünnt?
8. Auf einem Wochenmarfte werden 42 *hl* Gerste à 8·70 K, 37 *hl* à 9·2 K, 25 *hl* à 8·28 K und 36 *hl* à 8·72 K verkauft; wie groß ist der Mittelpreis für das *hl*?
- 9.* Ein *hl* Wein à 60 h für das *l* war gemischt aus 60 *l* à 65 h und einer geringeren Sorte; welchen Wert hatte 1 *l* der zweiten Sorte?
10. Jemand mischt 50 *kg* einer Ware, wovon das *kg* 60 h kostet, mit 40 *kg* einer geringeren Sorte und nun kommt das *kg* der Mischung auf 54 h; wieviel kostet 1 *kg* der zweiten Sorte?

11. Die Ausgaben eines Haushaltes betrugen im ersten Quartale 388 K 45 h, im zweiten 349 K 80 h, im dritten 401 K 63 h, im vierten 376 K 36 h; wieviel durchschnittlich in jedem Quartale?
12. Bei einem Straßenbau waren durch 6 Wochen täglich 30 Arbeiter und durch weitere 9 Wochen täglich 20 Arbeiter beschäftigt; wieviel Arbeiter wurden im Durchschnitte täglich verwendet?
13. Bestimme die mittlere Temperatur aus: a) 18°C unter 0, 13°C unter 0, $9\frac{1}{2}^{\circ}\text{C}$ unter 0, $11\frac{1}{2}^{\circ}\text{C}$ unter 0 und 15°C unter 0; b) 5°C unter 0, 2°C unter 0, 1°C über 0, 3°C über 0 und 4°C unter 0!
14. 35 l Wasser von 16° Wärme und 15 l von 20° Wärme werden miteinander vermischt; wieviel Grad Wärme wird die Mischung enthalten?
15. Zu einem Bade werden vom Brunnen 80 l Wasser von 10°C geholt; wieviel l müssen davon bis auf 100°C erwärmt werden, um eine Temperatur von 28°C für das Bad zu erzielen?

II. Regeldetri (Dreifach).

1. Einfache Regeldetri.

1. 8 *dkg* Pfeffer kosten 13 h; wie hoch kommen 24 *dkg*?

8 *dkg* kosten 13 h,

24 *dkg* " ?

$24\text{ dkg} = 3\text{ mal } 8\text{ dkg}; 24\text{ dkg werden demnach auch } 3\text{ mal } 13\text{ h} = 39\text{ h kosten.}$

Die 3fache Menge der Ware kostet das 3fache Geld.

Wenn zwei Arten von Zahlen so voneinander abhängen, daß zu einer 2-, 3-, 4mal so großen Zahl der einen Art auch eine 2-, 3-, 4mal so große Zahl der andern Art gehört, so sagt man: Die beiden Arten von Zahlen stehen in einem geraden Verhältnisse oder sie sind gerade proportioniert.

In einem geraden Verhältnisse stehen unter übrigens gleichen Umständen die Ware und ihr Preis, die Zeit der Arbeit und ihr Lohn, die Weite des Weges und der Frachtlohn, das Gewicht der Last und der Frachtlohn, die Zeit und der zurückgelegte Weg, Kapital und Zins, Zeit und Zins, Einlage bei einer Unternehmung und Gewinn.

Wenn man zwei Arten von gerade proportionierten Zahlen miteinander in Beziehung bringt, so bedient man sich der Fügewörter: je mehr, desto mehr; je weniger, desto weniger.

2. 3 Arbeiter vollenden eine Arbeit in 24 Tagen; in welcher Zeit werden 12 Arbeiter damit fertig?

3 Arbeiter . . . 24 Tage,

12 " ? "

12 Arbeiter = 4mal 3 Arbeiter; 12 Arbeiter werden demnach nur den 4. Teil von 24 Tagen, das ist 6 Tage zur Vollendung der Arbeit brauchen.

Die 4fache Zahl der Arbeiter benötigt nur $\frac{1}{4}$ der Arbeitszeit. (Ist der Stoff zu einem Kleide doppelt so breit, so braucht er nur halb so lang zu sein.)

Wenn zwei Arten von Zahlen voneinander so abhängen, daß zu einer 2-, 3-, 4mal so großen Zahl der einen Art nur der 2., 3., 4. Teil von der Zahl der andern Art gehört, so sagt man: Die beiden Arten von Zahlen stehen in einem umgekehrten Verhältnisse oder sie sind verkehrt proportioniert.

In einem umgekehrten Verhältnisse stehen die Zahl der Arbeiter und die Arbeitszeit, die Zahl der zu Nährenden und die Zeit, während welcher die Lebensmittel ausreichen sollen, das Gewicht der Last und die Weite des Weges bei gleichem Frachtlöhne, die Länge und die Breite eines Stoffes bei gleichem Flächeninhalte, Kapital und Zeit bei gleichen Zinsen, Zahl der Erben und Größe des Erbteiles, u. dgl. m.

Wenn man zwei Arten von Zahlen, die in umgekehrtem Verhältnisse zueinander stehen, in gegenseitige Beziehung bringt, bedient man sich der Fügewörter: je mehr, desto weniger; je weniger, desto mehr.

Bei den angegebenen Aufgaben sind von 2 Zahlenpaaren nur 3 Zahlen bekannt. Die Berechnung der unbekannten (4.) Zahl mit Hilfe der 3 gegebenen heißt **Dreisatz** oder **Regeldetri.**

A. Auflösung durch Schlüsse. (Schlußrechnung).*)

a) Schluß von einer Mehrheit auf ein Vielfaches derselben.

3. 9 *hl* Wein kosten 267 K; wieviel kosten 36 *hl*?

36 *hl* sind 4 mal 9 *hl*, sie kosten also 4 mal 267 K = 1068 K

4. 7 *kg* Zucker kosten 5 K; wieviel kosten 35 *kg*, 42 *kg*, 7 *q*, 14 *q*?

5. 11 *dlg* Kaffee kosten 56 h; wieviel kosten 33, 77, 44, 22, 99 *dlg*?

6. Für 6 K kauft man 10 *kg* Reis; wieviel für 12, 30, 60, 72 K?

7. 2 *kg* Pfeffer kosten $3\frac{1}{4}$ K; wie hoch kommen 20, 4, 50 *kg*?

8. 15 *l* Petroleum kosten 7 K; wieviel kosten 45, 60 *l*?

9. Für 16 *q* zahlt man 2 K 50 h Fracht; wieviel für 80 *q*?

10. Aus 9 *kg* Garn erhält man 80 *m* Zeug; a) wieviel *m* erhält man aus 54 *kg* Garn; b) wieviel *kg* Garn braucht man zu 200 *m* Zeug?

11. 100 K Kapital geben jährlich 6 K Zinsen; wieviel Zinsen geben 300, 800, 1500 K Kapital?

12. Ein Rad macht in 5 Minuten 248 Umdrehungen; wieviel in 80 Minuten?

13. Zu 2 *km* braucht ein Radfahrer $5\frac{1}{2}$ Minuten; in welcher Zeit legt er 8 *km* zurück? (10, 20, 42 *km*?)

14. Eine Lokomotive legt in 4 Minuten 2 *km* 100 *m* zurück; wieviel in 1 Stunde?

*) Versucht bei den Beispielen die Lösung im Kopfe; bestimmt aus den abgerundeten Zahlen der Angabe das ungefähre Ergebnis!

15. 2 Pflastersteine bedecken eine Fläche von 32 dm^2 ; welche Fläche kann mit 24 Steinen gepflastert werden?
16. 2° eines Kreises sind 10 cm lang; wie lang ist ein Bogen dieses Kreises mit 90° (100 , 180 , 360°)?

17. 4 Pferde reichen mit einem Futtermateriale 10 Monate; wie lange können damit 20 Pferde auskommen?

20 Pferde verzehren an einem Tage 5 mal so viel als 4 Pferde, daher reicht für sie derselbe Vorrat nur auf den 5. Teil von 10 Monaten, also auf 2 Monate aus.

18. 12 Arbeiter brauchen zu einer Arbeit 15 Tage; wieviel Tage brauchen dazu 36 Arbeiter?

b) Schluß von einer Mehrheit auf einen Teil derselben.

1. 15 kg Zucker kosten 9 K 30 h; wieviel kosten 3 kg ?
 3 kg sind der 5. Teil von 15 kg ; 3 kg kosten also den 5. Teil von 9 K 30 h, das ist 1 K 86 h.
2. 1 q Pfeffer kostet $167 \cdot 5 \text{ K}$; wie hoch kommen 20, 4, 10, 2, 50 kg ?
3. 42 l einer Ware kosten 72 K; wieviel kosten 7, 6, 2 l ?
4. Ein Waggon von 105 q Kohlen kostet $369 \cdot 6 \text{ K}$; wieviel kosten 5 q , (10 , 25 q)?
5. 24 m eines Stoffes kosten 164 K; wieviel kosten 6 m ?
6. 24 m Wollstoff kosten 52 K; wieviel kosten 30 m ?
7. Eine Familie gibt für die Kost monatlich 144 K aus; wieviel kommt durchschnittlich auf 1 Woche (2 Wochen, 1 Tag)?
8. 200 K Kapital geben 10 K Zins; wieviel Zins geben 100, 50, 40, 20 K Kapital?
9. Ein Kapital trägt in einem Jahre 375 K 24 h Zins; wieviel in 6, 4, 3, 2 Monaten?
10. A gewinnt bei einem Geschäfte mit 4500 K Einlage 540 K; welcher Gewinn kommt auf 1500 K Einlage?
11. Die Steuer für ein Haus beträgt jährlich 584 K; wieviel ist an Steuer für 6 Monate (4, 3, 2 Monate) zu entrichten?
12. 20 Arbeiter vollenden eine Arbeit in 6 Tagen; wieviel Tage brauchen dazu 5 Arbeiter?
 5 Arbeiter sind $\frac{1}{4}$ von 20 Arbeitern. 5 Arbeiter brauchen daher 4 mal so viel Zeit als 20 Arbeiter, also 4 mal 6 Tage = 24 Tage.
13. 24 Arbeiter brauchen zu einer Arbeit 15 Tage; wieviel Arbeiter sind nötig, damit die Arbeit in 5 Tagen vollendet werde?
14. Wenn eine Geldsumme unter 48 Personen geteilt wird, kommen auf jede 3 K; wieviel erhält eine Person, wenn dieselbe Summe unter 16 Personen geteilt wird?

c) Schluß von der Mehrheit über die Einheit auf eine andere Mehrheit.

1. 9 m Tuch kosten 54 K; wieviel kosten 7 m?

9 m kosten 54 K,

1 m kostet $\frac{1}{9}$ von 54 K = 6 K,

7 m kosten 7mal 6 K = 42 K.

2. 8 kg Reis kosten 4 K 80 h; wieviel kosten 9, 3, 5, 11 kg?

3. 100 kg Öl kosten 172 K; wieviel kosten 67, 7, 13, 49 kg?

4. 6 l Bier kosten 1 K 50 h; wieviel kosten $17\frac{1}{2}$ l?

5. 7 hl Wein kosten 434 K; wieviel kosten 20 hl?

6. 8 m Seidenband kosten 88 K; wieviel kosten 11, 3, 9, 25 m?

7. Aus 6 kg Garn verfertigt man 36 m Leinwand; wieviel aus 25 kg?

8. 35 m Lausteppich kosten 63 K; wieviel kosten 48 m?

35 m kosten 63 K,

$$1 \text{ m kostet } \frac{63}{35} = \frac{9}{5} \text{ K,}$$

$$48 \text{ m kosten } \frac{9 \times 48}{5} \text{ K} = \frac{432}{5} \text{ K} = 86 \text{ K } 40 \text{ h.}$$

9. Wenn 850 K in einem Jahre $51\frac{3}{4}$ K Zinsen geben, wieviel Zinsen geben in derselben Zeit 2825 K Kapital?
10. Wenn 780 K in einem Jahre 42·9 K Zinsen bringen, wie groß muß das Kapital sein, damit man in derselben Zeit 99 K Zinsen erhalte?
11. Bei 21 kg einer Ware gewinnt man 8 K; wieviel kg muß man verkaufen, um 30 K zu gewinnen?
12. Ein Acker von 2 ha 56 a ist mit Weizen bebaut; wie groß wird das Erträgnis sein, wenn man von 25 a einen Ertrag von 4 hl rechnet?
13. Ein Landwirt zahlt für 24 ha 624 K Pachtzins, wieviel muß er für 29 ha zahlen?
14. 16 Arbeiter verdienen täglich 48 K; wieviel verdienen 9 Arbeiter?
15. Ein Manuskript gibt 128 Seiten zu 45 Zeilen; wieviel Seiten sind es, wenn auf die Seite nur 38 Zeilen kommen?
16. Ein Fußgeher legt in 6 Stunden $15\cdot2$ km Weges zurück; welchen Weg in 9 Stunden?
17. Aus einer Röhre fließen in 18 Minuten 432 l Wasser; wieviel in 35 Minuten?
18. Der Schall legt in 3 Sekunden 1 km zurück; wie weit von uns hat ein Blitz eingeschlagen, wenn zwischen Blitz und Donner 10 (7, 14) Sekunden verstreichen?
19. Welches Gewicht haben 100 Bündel Draht, wenn 3 Bündel Draht 10 kg wiegen?
20. 18 Arbeiter vollenden eine Arbeit in 7 Tagen; wieviel Tage brauchen 7 Arbeiter zur Vollendung dieser Arbeit?

18 Arbeiter brauchen 7 Tage,

1 " braucht 18 mal 7 Tage = 126 Tage,

7 " brauchen $\frac{1}{7}$ von 126 Tagen = 18 Tage.

21. Zu einem Rocke braucht man $3 \cdot 2 \text{ m}$ Tuch, wenn dieses 120 cm breit ist; wieviel Tuch wird man brauchen, wenn es nur 96 cm breit ist?
22. Will ein Landmann seine Wiese in 2 Tagen abmähen, so muß er täglich 9 Stunden dazu verwenden; wie lange muß er täglich mähen, um die Arbeit in 3 Tagen zu vollenden?

d) Schluß von einer Mehrheit auf eine andere mittels eines gemeinschaftlichen Teiles.

1. 20 kg Saft kosten 32 K; wieviel kosten 15 kg?

20 kg kosten 32 K,

5 kg „ $\frac{1}{4}$ von 32 K = 8 K,

45 kg „ 3mal 8 K = 24 K.

2. 24 hl Milch kosten $314\frac{2}{3}$ K; wieviel kosten 16 hl?
3. 16 l Essig kosten 6 K 40 h; wieviel kosten 28 l?
4. Wenn 36 kg Brennöl mit 28 K bezahlt werden, wieviel kg erhält man für 42 K?
5. Zu 56 m Tuch sind 21 kg Wolle erforderlich; wieviel zu 32 m?
6. Wenn 1000 Stück Ziegel 42 K kosten, wie hoch kommen 800 Stück?
7. Ein Kapital von 1350 K trägt in einer bestimmten Zeit 225 K Zinsen; wieviel trägt in derselben Zeit ein Kapital von 750 K?
8. Ein Kapital trägt in einem Jahre 4620 K Zinsen; wieviel in 8 Monaten?
9. A gibt zu einem gemeinschaftlichen Geschäfte 8400 K, B 6000 K; wenn nun A als Gewinnanteil $773\frac{1}{2}$ K bekommt, wieviel erhält B?
10. Das vordere Rad an einem Wagen macht 80 Umdrehungen, während das hintere 64 macht; wieviel macht das vordere, wenn das hintere 1320 Umdrehungen macht?
11. Ein Mann, dessen Schrittlänge 75 cm beträgt, geht über eine Brücke mit 100 Schritten; wie lang ist der Schritt eines Knaben, der mit 150 Schritten über diese Brücke kommt?
12. Ein Bad soll eine Temperatur von 26° R haben; wieviel Grade wird ein in dasselbe eingetauchtes Celsius-Thermometer zeigen müssen? ($80^{\circ} \text{ R} = 100^{\circ} \text{ C}$.)
13. Wenn 10 Arbeiter eine Wiese in 6 Tagen mähen, wie lange brauchen dazu 15 Arbeiter?
- 10 Arbeiter brauchen 6 Tage,
- 5 „ „ 2 mal 6 Tage = 12 Tage,
- 15 „ „ $\frac{1}{3}$ von 12 Tagen = 4 Tage.
14. Ein Meister übernimmt eine Bestellung, von der er schätzt, daß seine 8 Gesellen dieselbe in 16 Tagen vollenden können; wieviel Gesellen muß er noch aufnehmen, wenn die Arbeit schon in 10 Tagen ausgeführt sein soll?
15. Ein Graben wird zur Hälfte von 8 Arbeitern in 15 Tagen ausgehoben; wieviel Arbeiter muß man aufnehmen, damit die andere Hälfte in 10 Tagen fertig werde?

16. Mit dem Abschreiben eines Manuskriptes wird ein Schreiber in 12 Tagen fertig, wenn er täglich 8 Stunden schreibt; wieviel Tage braucht er, wenn er täglich nur 6 Stunden schreibt?
17. Wenn jemand täglich 42 km zurücklegt, so erreicht er sein Ziel in 10 Tagen; wieviel Tage braucht er, wenn er täglich nur 28 km zurücklegt?
18. Wenn 600 Mann einen Vorrat auf 10 Monate haben, wie lange werden 400 Mann damit auskommen?
19. Von einem 80 cm breiten Stoffe braucht eine Schneiderin zu einem Kleide 6 m; wieviel von einem 120 cm breiten Stoffe?

B. Verhältnisse.

Vergleichung gleichartiger Größen.

1. a) Um wieviel sind 12 K größer als 3 K?
b) Wievielmals so groß als 3 K sind 12 K?
2. Vergleiche ebenso: 10 m und 2 m; 14 m² und 7 m²; 3 m³ und 45 m³; 10 q und 50 q; 8 Gros und 2 Gros,.....!
3. Ein Werkmeister verdient täglich 5 K, jeder seiner Arbeiter 2 K; vergleiche ihre täglichen Verdienste!

a) Um wieviel K verdient der Werkmeister täglich mehr als der Arbeiter? (Ausrechnung durch Subtraktion.)

b) Wievielmals soviel als der Arbeiter verdient der Werkmeister? Oder: Wie oft ist der tägliche Verdienst des Arbeiters in dem des Werkmeisters enthalten? So oft, als 2 K in 5 K enthalten sind. (Ausrechnung durch Division als Messen.)

Oder: **Wie verhält sich** der tägliche Verdienst des Werkmeisters zu dem des Arbeiters?

Antwort: Wie 5 K : 2 K (sprich 5 K zu 2 K). 2 K sind in 5 K so oft enthalten als 2 in 5, d. i. 2½-mal; daher ist $5 K : 2 K = 5 : 2 = 2\frac{1}{2}$. Was heißt das?

4. Wie verhalten sich die Strecken $a = 4 \text{ cm}$ und $b = 3 \text{ cm}$ zueinander?
5. Zeichne 2 Rechtecke, von denen das eine 8 cm lang und 4 cm breit, das andere 6 cm lang und 3 cm breit ist; zerlege beide Flächen in cm²! Wie oft ist die eine Rechtecksfläche in der anderen enthalten? Wie verhalten sich a) die Flächen, b) die Umfänge dieser beiden Rechtecke zueinander?

Angezeigte Divisionen im Sinne des Messens heißen auch
Verhältnisse.

6. Zwei Schüler haben ihre Ersparnisse aus der Postsparkasse behoben. A hat 30 K, B 40 K ausbezahlt erhalten. Nennen wir eines dieser Geldstücke (1 K) einen Teil, so hat A 30, B 40 solcher Teile erhalten. Man sagt in diesem Falle, die Ersparnisse von A und B verhalten sich wie 30 zu 40, und schreibt dies in der Form 30 : 40 an. Wieviel Geldstücke hätte jeder erhalten, wenn die Ersparnisse a) in Fünfkronenstücken, b) in Zehnkroneustücken ausbezahlt worden wären? Wie würden sich in diesem Falle die ausbezahlten Beträge verhalten?

Schreibet die angegebenen 3 Verhältnisse untereinander!

$$30 : 40$$

$$6 : 8$$

$$3 : 4$$

Die Anzahl der Geldstücke, die A erhält, beträgt also stets $\frac{3}{4}$ von der Anzahl der Geldstücke, die B erhält.

Die einzelnen Verhältniszahlen nennt man Glieder des Verhältnisses; der Dividend heißt erstes oder **Vorderglied** (V) und der Divisor zweites oder **Hinterglied** (H).

7. Man kann auch so sprechen: So oft A 6 K erhält, bekommt B 8 K, so oft A beim Auszahlen 3 K erhält, bekommt B 4 K. Es bleibt sich demnach gleich, zu sagen: die Ersparnisse des A und B verhalten sich wie

$$30 : 40$$

$$\text{oder wie } 6 : 8$$

$$\text{" " } 3 : 4.$$

Auf welche Weise kann das 2. Verhältnis aus dem 1., das 3. aus dem 2. gefunden werden? Es ist zweckmäßig, Verhältnisse in möglichst kleinen Zahlen darzustellen.

Merket: Man kann **ein Verhältnis abkürzen**, wenn Vorder- und Hinterglied ein gemeinschaftliches Maß haben. In diesem Falle dividirt man Vorder- und Hinterglied durch das gemeinschaftliche Maß.

8. Ein *hl* Bohnen kostet 24 K, 1 *hl* Kartoffeln $4\frac{4}{5}$ K; wie verhalten sich die beiden Preise? Antwort: wie $24 : 4\frac{4}{5}$.

Wieviel *hl* müßten wir im gegebenen Falle kaufen, um die Preise für die Warenmenge mit ganzen Kronen zu bezahlen? Antwort: 5 *hl*.

Stellet das Preisverhältnis für 5 *hl* fest!

$$120 : 24 \text{ (für 5 hl)}$$

$$\text{oder abgekürzt } 15 : 3 \text{ (" } \frac{5}{8} \text{ hl)}$$

$$\text{oder } 5 : 1 \text{ (" } \frac{5}{24} \text{ hl).}$$

Antwort: Die Preise von Bohnen und Kartoffeln verhalten sich wie 5 : 1, d. h. um 5 K bekommt man dieselbe Menge (*hl*) Bohnen, die man für 1 K von den Kartoffeln erhält.

Merket: Ein Verhältnis mit Bruchzahlen läßt sich **in ganzen Zahlen ausdrücken**, wenn man das Vorder- und Hinterglied mit einer und derselben Zahl (dem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen der Nenner beider Brüche) multipliziert.

9. Man faßt ein Verhältnis im Sinne des Messens auf, wenn man z. B. fragt: Wie vielmal so teuer ist 1 *hl* Bohnen als 1 *hl* Kartoffeln?

$$24 \text{ K} : 4\frac{4}{5} \text{ K,}$$

$$24 : \frac{24}{5} = 5 \text{ mal.}$$

Die Bohnen kosten 5 mal so viel als die Kartoffeln.

Der hier beim Messen gefundene Quotient heißt der **Exponent** des Verhältnisses (E).

Bestimmt die Exponenten der bisher aufgestellten Verhältnisse:

$$\begin{array}{ll} 30 : 40 = \frac{3}{4} & 24 : 4\frac{4}{5} = \\ 15 : 20 = \frac{3}{4} & 120 : 24 = \\ 3 : 4 = \frac{3}{4} & 5 : 1 = \end{array}$$

Aus der Vergleichung der Verhältnisse folgt:

- Verhältnisse, die den gleichen Exponenten haben, sind einander gleich.
- Ein Verhältnis bleibt ungeändert, wenn man beide Glieder mit einer und derselben Zahl multipliziert.
- Ein Verhältnis bleibt ungeändert, wenn man beide Glieder durch eine und dieselbe Zahl dividiert (abkürzt).

$$10. \quad \frac{\frac{3}{4} : 5}{3 : 20} \times 4 \qquad \frac{3 : \frac{1}{2}}{6 : 1} \times 2 \qquad \frac{\frac{2}{5} : 3\frac{1}{4}}{8 : 65} \times 20.$$

$$11. \quad \frac{15 : 6}{5 : 2} : 3 \qquad \frac{28 : 8}{7 : 2} : 4 \qquad \frac{5 : 10}{1 : 2} : 5.$$

$$12. \text{ Beachte: } 10 m : 2 m = 5, \quad 10 m = 2 m \times 5, \quad 2 m = 10 m : 5; \\ V : H = E, \quad V = H \times E, \quad H = V : E.$$

In jedem Verhältnisse ist das **Vorderglied** gleich dem Hintergliede, multipliziert mit dem Exponenten, und das **Hinterglied** gleich dem Vordergliede, dividiert durch den Exponenten.

Die Verhältnisse $10 m : 2 m$, $12 K : 4\frac{4}{5} K$, ... heißen Größenverhältnisse, die Verhältnisse $10 : 2$, $12 : 4\frac{4}{5}$, ... Zahlenverhältnisse. Jedes Größenverhältnis läßt sich in ein Zahlenverhältnis verwandeln.

Berechne den Exponenten folgender Verhältnisse:

- a) $8 q : 2 q$, $2 q : 8 q$, $12 ha : 4 ha$, $16 m^3 : 12 m^3$; b) $7 \text{ Stb.} : 3 \text{ Stb.}$, $20 \text{ Gros} : 4 \text{ Gros}$, $6 \text{ Tg.} : 21 \text{ Tg.}$, $30^\circ : 90^\circ$; c) $5 K : \frac{1}{5} K$, $\frac{1}{5} M : 5 M$, $\frac{3}{4} kg : 6 kg$, $3\frac{3}{4} l : 1\frac{1}{4} l$; d) $1\frac{1}{4} : \frac{5}{4}$, $6\frac{1}{4} : 5\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$, $\frac{5}{6} : 1\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2} : \frac{5}{6}$, $\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$!
- Bestimme das Vorderglied eines Verhältnisses, dessen Hinterglied $3 K$ ($8 km$, $5\frac{1}{2} \text{ Fr}$, $\frac{3}{8}$, 20 , $25\frac{1}{4}$) und dessen Exponent 3 (10 , $\frac{5}{6}$, $1\frac{2}{3}$, $7\frac{1}{2}$) ist!
- Suche das Hinterglied eines Verhältnisses, dessen Vorderglied $10 K$ ($22 a$, $8\frac{3}{4} hl$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{2}$, $15\frac{2}{3}$) und dessen Exponent 5 (2 , $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, $1\frac{1}{4}$, $2\frac{2}{5}$) ist!
- Berechne das unbekannte Glied: a) $V : 9 = 4$; b) $V : 15 = \frac{1}{2}$; c) $V : 2\frac{1}{4} = 5\frac{2}{3}$; d) $45 : H = 3$; e) $60 : H = 1\frac{1}{2}$; f) $\frac{5}{6} : H = \frac{3}{4}$!
- Stelle folgende Verhältnisse in ganzen Zahlen dar: a) $\frac{7}{8} : 4$, $3\frac{1}{2} : 5$, $7 : 6\frac{1}{3}$; b) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$, $\frac{7}{10} : \frac{7}{15}$, $23\frac{2}{5} : 1\frac{5}{6}$; c) $3 \cdot 4 : 5$, $3 : 173$, $1786 : 9025$!
- Wie verhalten sich zwei Brüche von gleichen Nennern?
- Drücke folgende Verhältnisse durch die kleinsten Zahlen aus: a) $6 : 2$, $10 : 18$, $12 : 16$, $32 : 24$; b) $56 : 72$, $21 : 49$, $96 : 144$, $120 : 48$!

Ist in einem Verhältnisse das Vorderglied kleiner als das Hinterglied, so heißt das Verhältnis ein steigendes; ist das Vorderglied größer als das Hinterglied, so nennt man das Verhältnis ein fallendes.

Suchet unter den vorstehenden Verhältnissen

a) die steigenden, b) die fallenden auf!

20. Folgende Verhältnisse sollen auf die einfachste Form gebracht, d. i. in ganzen Zahlen dargestellt und dann, wenn es angeht, abgekürzt werden: a) $4 : 6\frac{2}{3}$, $5\frac{1}{2} : 7\frac{1}{9}$, $3\frac{3}{8} : 8\frac{3}{5}$; b) $12\frac{6}{7} : 8\frac{4}{7}$, $11\frac{3}{5} : 2\frac{4}{5}$, $1\frac{7}{8} : \frac{6}{7}$; c) $\frac{15}{16} : 3\frac{3}{4}$, $12\cdot5 : 6\cdot5$, $8\cdot25 : 7\cdot5$.
-
1. Gib Verhältnisse zwischen Maßeinheiten an, z. B.: a) $1\text{ m} : 1\text{ dm}$, $1\text{ kg} : 1\text{ g}$, $1\text{ K} : 1\text{ h}$, $1\text{ ha} : 1\text{ a}$, $1\text{ hl} : 1\text{ dl}$ und umgekehrt; b) 1 österr. Meile : $1\text{ }\mu\text{m}$, 1 Wiener Zentner : 1 g , $1\text{ hl} : 1\text{ Cimer}$ usw!
 2. Eine Linie ist 12 m lang, eine andere 5 m ; wie verhalten sich die Längen zueinander?
 3. Miß die Länge und Breite des Tisches, die Höhe und Breite der Tafel, der Tür und der Fenster uff. und gib das Verhältnis ihrer Ausdehnungen an!
 4. Wenn 1 kg Kaffee $3\cdot6\text{ K}$, 1 kg Zucker 78 h , 1 kg Mehl 38 h , 1 kg Salz 26 h , 1 kg Rindfleisch $1\cdot8\text{ K}$ kostet, wie verhalten sich die Preise je zweier von diesen Lebensmitteln?
 5. 1 g Kaffee kostet 320 K , 1 g Zucker 80 K ; wie verhält sich der Preis des Kaffees zum Preise des Zuckers?
 6. Wie verhält sich dem Werte nach ein Gulden zu einer Krone, ein Kreuzer zu einem Heller?
 7. Ein Zweihellerstück wiegt $3\frac{1}{3}\text{ g}$, ein Einhellerstück $1\frac{2}{3}\text{ g}$; in welchem Verhältnisse stehen die Gewichte dieser beiden Münzsorten?
 8. Ein kaiserlicher Dukaten gilt $11\cdot28\text{ K}$, ein Achtguldenstück $18\cdot8\text{ K}$; wie verhalten sich die Werte dieser Goldmünzen zueinander?
 9. 1 kg Gold ist 2790 K , 1 kg Silber 180 K wert; wie verhält sich der Wert des Goldes zu dem des Silbers?
 10. Ein Kapital von 725 K bringt 29 K Zinsen; wie verhält sich das Kapital zu den Zinsen?
-
11. Ein Vater ist 36 , sein Sohn 9 Jahre alt. Wie verhält sich das Alter des Vaters zu dem des Sohnes? Welches Altersverhältnis bestand vor 6 Jahren?
 12. Ein Arbeiter verdient in 4 Tagen ebensoviel als ein anderer in 6 Tagen; wie verhält sich der Taglohn des ersten zu dem des zweiten?
 13. Ein Zimmer ist $7\frac{1}{2}\text{ m}$ lang und $6\frac{3}{4}\text{ m}$ breit; wie verhält sich die Länge zu der Breite?
 14. Eine Straße steigt bei 1 km Länge um 50 m ; wie verhält sich die Steigung zur Länge?

15. Ein Kreis, dessen Durchmesser 1 m ist, hat $3\frac{1}{2} m$ Umfang; welches Verhältnis findet zwischen dem Durchmesser und dem Umfange eines Kreises statt?
16. Der Umfang eines Vorderrades verhält sich zu dem des Hinterrades wie 4 : 5; wie groß ist der Umfang eines Vorderrades, wenn der des Hinterrades 2 m 3 dm beträgt?
17. Von zwei Rädern macht das eine 300 Umdrehungen in $2\frac{1}{2}$ Minuten, das andere braucht zu ebensoviel Umdrehungen nur $1\frac{2}{5}$ Minuten; wie verhält sich die Geschwindigkeit des ersten Rades zu der des zweiten?
18. Die Geschwindigkeit eines Fußgängers verhält sich zu der eines Radfahrers wie 1 : 4; wie weit kommt der Fußgänger während der Radfahrer 3 km zurücklegt? (Wie lange braucht der Radfahrer zu einem Wege, den der Fußgänger in 25 Minuten zurücklegt?)

C. Proportionen.

1. Stellet aus den Angaben: 8 kg kosten 13 K, 24 kg kosten 39 K, a) das Verhältnis der Warenmengen, b) das Verhältnis der Preise fest und bestimme die Exponenten dieser Verhältnisse!

$$\begin{array}{rcl} 8 \text{ kg kosten} & . & . & . & 13 \text{ K,} \\ 24 \text{ kg } & \text{,,} & . & . & 39 \text{ K;} \\ \hline 8 : 24 = \frac{1}{3} & & 13 : 39 = \frac{1}{3}. \end{array}$$

Die Verhältnisse sind einander gleich, man kann daher schreiben
 $8 : 24 = 13 : 39$.

Eine solche Gegenüberstellung zweier gleicher Verhältnisse heißt eine Proportion; sie wird gelesen: 8 verhält sich zu 24 wie 13 zu 39. 8 heißt das 1., 24 das 2., 13 das 3., 39 das 4. Glied der Proportion; das 1. und 4. Glied nennt man die äußeren, das 2. und 3. nennt man die inneren Glieder.

Aus der Vergleichung der Glieder der beiden Verhältnisse ersieht man:

$$\begin{array}{l} 24 = 3 \text{ mal } 8, \\ 39 = 3 \text{ mal } 13. \end{array}$$

Man kann daher schreiben: $8 : 3 \times 8 = 13 : 3 \times 13$. Die inneren Glieder enthalten genau dieselben Faktoren wie die äußeren Glieder. Daraus folgt: In jeder Proportion ist das Produkt der äußeren Glieder gleich dem Produkte der inneren Glieder; ferner:

Da man jedes Verhältnis als Bruch auffassen kann, so läßt sich auch jede Proportion durch Gleichstellung der zwei Brüche ausdrücken, als welche die beiden gleichen Verhältnisse erscheinen.

$$4 : 5 = 8 : 10 \text{ kann man auch so darstellen: } \frac{4}{5} = \frac{8}{10}.$$

Aus dieser einfachen Betrachtung ergibt sich: Wenn der erste Bruch ein echter ist, muß auch der zweite echt sein; ist der erste unecht, so muß auch der zweite unecht sein.

Auf die Proportionen angewandt, lautet dieser Satz: Ist das erste Verhältniß steigend, so muß auch das zweite steigend sein; ist das erste fallend, so muß auch das zweite Verhältniß fallend sein.

2. Bilde Proportionen, indem du zu den nachstehenden Verhältnissen je ein neues findest: $3:4=$, $10:6=$, $8:5=$, $12:8=$, $16:24=$, $20:12=$, $15:25=$, $48:8=$, $42:28=$!
3. Weise an der Proportion $18:6=12:4$ die Richtigkeit folgender Sätze nach: 1. Werden in einer Proportion: a) die äußeren Glieder miteinander vertauscht, b) die inneren Glieder miteinander vertauscht, c) die äußeren Glieder mit den inneren vertauscht, so erhält man wieder eine richtige Proportion.

2. Eine Proportion hört nicht auf, richtig zu sein, wenn man ein inneres und ein äußeres Glied a) mit derselben Zahl multipliziert, b) durch dieselbe Zahl dividiert.

Durch Multiplikation eines inneren und eines äußeren Gliedes mit einer und derselben Zahl kann man jede Proportion, in der Brüche vorkommen, in ganzen Zahlen darstellen; mit Hilfe der Division kann jede Proportion, in der ein inneres und äußeres Glied ein gemeinschaftliches Maß haben, durch dieses abgekürzt werden.

Stelle folgende Proportionen in ganzen Zahlen dar:

4. a) $\frac{3}{4}:\frac{4}{5}=\frac{5}{6}:\frac{8}{9}$; b) $16\frac{1}{4}:2=13:1\frac{3}{5}$; c) $\frac{6}{7}:4=\frac{1}{7}:\frac{2}{3}$; d) $6\frac{1}{4}:11\frac{2}{3}= \frac{5}{4}:\frac{21}{3}$!
5. $0.5:2.4=0.625:3$; $5\frac{3}{4}:4\frac{1}{2}=3\frac{5}{6}:3$; $\frac{15}{16}:\frac{3}{4}=1:\frac{4}{5}$; $18:2.25=28:3.5$!

Kürze folgende Proportionen ab:

6. a) $9:27=5:15$; b) $21:24=14:16$; c) $27:36=6:8$; d) $7:8=56:64$!
7. a) $9\frac{1}{3}:3\frac{1}{2}=2:\frac{3}{4}$; b) $2\frac{1}{2}:3\frac{1}{3}=7:9\frac{1}{3}$; c) $25\frac{5}{11}:3.75=5.6:0.825$; d) $4\frac{1}{5}:5\frac{1}{16}=5\frac{1}{3}:5\frac{5}{8}$; e) $33\frac{1}{3}:7\frac{1}{4}=19.25:4\frac{1}{8}$; f) $85.5:56\frac{1}{4}=23\frac{3}{4}:15\frac{5}{8}$!
8. Bilde aus der eingangs erwähnten Regeldetri-Aufgabe eine Proportion!

$$8 \text{ kg} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13 \text{ K}$$

$$24 \text{ kg} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad x \text{ K}$$

$$8:24=13:x$$

Anmerkung: x stellt uns eine noch unbekannte Zahl vor.

$$8 \times x = 24 \times 13 \quad x = \frac{24 \times 13}{8} = 39 \text{ K.}$$

Da die Glieder einer Proportion vertauschbar sind, kann man auch schreiben:

$$x:13=24:8$$

$$8 \cdot x = 13 \cdot 24$$

$$x = \frac{13 \cdot 24}{8} = 39 \text{ K}$$

Beim praktischen Rechnen pflegt man die Proportionen so anzusetzen, daß das unbekannte Glied x als erstes Glied zu stehen kommt.

Drücke obige Proportion zuerst in den kleinsten ganzen Zahlen aus und bestimme dann die Unbekannte!

Eine weitere Vertauschung der Glieder ergibt noch folgende Proportionen: $13 : x = 8 : 24$ $24 : 8 = x : 13$

$$\begin{array}{ccc} 1 : 3 & \text{und} & 3 : 1 \\ \hline x = 3 \cdot 13 = 39 \text{ K.} & & x = 3 \cdot 13 = 39 \text{ K.} \end{array}$$

Aus diesen Beispielen folgt:

1. Jedes äußere Glied einer Proportion ist gleich dem Produkte der beiden inneren Glieder, dividiert durch das andere äußere Glied.

2. Jedes innere Glied einer Proportion ist gleich dem Produkte der äußeren Glieder, dividiert durch das andere innere Glied.

Mit Hilfe dieser zwei Sätze kann man aus einer Proportion, in der drei Glieder bekannt sind, das unbekannte Glied finden, d. h. die Proportion auflösen.

Drücke folgende Proportionen zuerst in den kleinsten ganzen Zahlen aus und bestimme dann die Unbekannte!

- 9.* a) $x : 4 = 8 : 16$. b) $3 : x = 5 : 30$. c) $24 : 12 = 7 : x$.
 d) $10 : x = 0.25 : 0.6$. e) $3 : 45 = x : 18$. f) $3 : 4\frac{4}{5} = 5 : x$.
 g) $0.125 : \frac{8}{9} = x : 2.25$. h) $1 : 0.625 = 1.6 : x$.
 10. a) $x : 15 = 4 : \frac{6}{7}$. b) $22\frac{1}{9} : x = 18 : 13$. c) $x : \frac{5}{9} = 11 : 3\frac{1}{8}$.
 d) $3\frac{1}{2} : x = 2\frac{2}{3} : 4\frac{1}{5}$. e) $\frac{5}{9} : \frac{11}{21} = x : \frac{11}{24}$. f) $2.3 : x = 5.72 : 2.16$.
 g) $25\frac{5}{18} : 42\frac{7}{9} = 47\frac{3}{11} : x$. h) $14.07 : x = 3.43 : 9.6$.
 11. a) $\frac{1}{2} : \frac{4}{5} = y : \frac{2}{3}$. b) $8.2 : 4.6 = \frac{1}{2} : y$. c) $y : 1.8 = 3.5 : 2.4$.

D. Auflösung der Regeldetri-Aufgaben durch die Proportion.

Mit Hilfe der Proportionen kann jede Dreisatzrechnung gelöst werden.

Das Verhältnis zwischen zwei Zahlen der einen Art wird dem Verhältnisse der zugehörigen Zahlen der andern Art gleichgesetzt und zwar in derselben Ordnung, wenn beide Arten **gerade**, in umgekehrter Ordnung aber, wenn beide Arten **umgekehrt** proportioniert sind. Es ist dabei gleichgültig, in welches Glied die unbekannte Zahl, die gewöhnlich durch x ausgedrückt wird, zu stehen kommt; am zweckmäßigsten erscheint es, sie sogleich in das erste Glied zu setzen.

Die nachfolgenden Aufgaben sind teils mit Hilfe der Proportion (oder des Bruchsatzes), teils durch die Schlussrechnung und, wenn sie mit einem Sternchen (*) bezeichnet sind, auch im Kopfe zu lösen!

- 1.* 6 m Tuch kosten 36 K; wieviel kosten 12 m?

Mit Hilfe der **Proportion**:

$$\begin{array}{ccc} \text{Bedingungssatz: } \uparrow & 6 \text{ m} \dots 36 \text{ K} & \uparrow \\ \text{Fragesatz: } \uparrow & 12 \text{ „} \dots x \text{ „} & \uparrow \end{array} \quad \begin{array}{l} x : 36 = 12 : 6 \\ \hline x = 72 \text{ K.} \end{array}$$

1. Schreibe die gleichnamigen Zahlen untereinander! 2. Setze das Verhältnis $x : 36$ an und überlege, ob das 2. Verhältnis $12 : 6$ oder $6 : 12$ heißen soll!

3. Schließe: Wenn man für 6 m 36 K zahlen muß, so wird man für 12 m jedenfalls mehr als 36 K zahlen müssen. Je mehr m , desto mehr K; diese beiden Arten der Zahlen sind gerade proportioniert, daher sind die beiden Verhältnisse in **gerader Ordnung** genommen einander gleich; $x:36 = 12:6$. (Siehe die Pfeile!)

4. Löse auf und rechne aus! (Probe!)

Ist das eine Vorderglied größer (kleiner) als sein Hinterglied, so muß eben-
dasselbe auch im zweiten Verhältnisse stattfinden.

Durch die **Schlußrechnung**: a) Im Kopfe: Wenn 6 m 36 K kosten, so kostet 1 m den 6. Teil von 36 K, also 6 K; 12 m werden daher 12 mal 6 K, d. i. 72 K kosten. — Oder kürzer: 12 m sind 2 mal 6 m , sie kosten somit doppelt so viel als 6 m , also 2 mal 36 K, d. i. 72 K.

b) Schriftlich: 6 m kosten 36 K,

1 m kostet $\frac{36}{6}$ K = 6 K,

12 m kosten 6 K $\times$ 12 = 72 K.

c) Recht praktisch ist auch die kürzere Form des Schlusses als **Bruchsatz**:

$$\text{Es ergibt sich } x = \frac{36 \text{ K} \cdot 12}{6} = 72 \text{ K.}$$

Schließe: Wenn 6 m 36 K kosten (36 K in den Zähler), so kostet 1 m den 6. Teil von 36 K (6 in den Nenner); 12 m kosten 12 mal so viel als 1 m (12 in den Zähler); kürze und rechne aus!

2. Ein sich gleichförmig bewegendes Körper legt in 14 Minuten 245 m zurück; wieviel in einer Stunde?
3. Wenn ein Rad in 48 Minuten 264 Umdrehungen macht, a) wieviel Umdrehungen macht es in 36 Minuten? b) In wieviel Minuten dreht es sich 814 mal um?
4. Die Erdbachse ist 12715 km lang, der Durchmesser am Äquator beträgt 12760 km ; wie lang müßte bei einem Globus, der diese Abweichung genau darstellen sollte, die Erdbachse genommen werden, wenn man als Durchmesser des Äquators 429 mm nimmt?

- 5.* 16 Maurer können eine Mauer in 20 Tagen aufführen; in wieviel Tagen würde dieselbe Mauer von 10 Arbeitern aufgeführt werden?

Mit Hilfe der Proportion:

$$\begin{array}{ccccccc} & 16 & \text{Maurer} & 20 & \text{Tage} & \wedge & x:20 = 16:10 \\ \vee & 10 & & & & & x = 32 \text{ Tage.} \\ & & & x & & & \end{array}$$

Schließe: Wenn 16 Maurer zur Arbeit 20 Tage brauchen, so werden 10 Maurer zu derselben Arbeit mehr als 20 Tage brauchen. Je weniger Arbeiter, desto mehr Zeit: Diese beiden Arten von Zahlen sind **umgekehrt proportioniert**, daher sind die beiden Verhältnisse in **umgekehrter Ordnung** genommen einander gleich; $x:20 = 16:10$. (Siehe die Pfeile!)

Durch die **Schlußrechnung**: Wenn 16 Maurer zu einer Arbeit 20 Tage brauchen, so braucht ein Maurer dazu 16 mal so viel Zeit, also 320 Tage; 10 Maurer brauchen nur den 10. Teil von der Zeit, die ein Maurer braucht, also nur den 10. Teil von 320 Tagen, d. i. 32 Tage.

- 6.* Um eine Wiese abzumähen, braucht man 18 Mäher durch 4 Tage; in wieviel Tagen werden 12 Mäher damit fertig werden?
- 7.* 45 Arbeiter brauchen für eine Arbeit 24 Tage; wieviel Arbeiter muß man aufnehmen, damit die Arbeit in 15 Tagen vollendet werde?
- 8.* Wenn 16 Maurer täglich 12 Stunden arbeiten, so wird eine Mauer in 15 Tagen fertig; in welcher Zeit wird die Mauer fertig, wenn jene Maurer täglich nur 10 Stunden arbeiten?
- 9.* Um eine Mauer, die 20 m lang ist, auszuführen, sind 35 Arbeiter erforderlich; wieviel Arbeiter braucht man, damit eine ebenso hohe und dicke Mauer, die 28 m lang ist, in der nämlichen Zeit vollendet werde?
10. Aus einer bestimmten Garnmenge können 34 m Leinwand von 75 cm Breite hergestellt werden; wieviel m Leinwand erhält man bei einer Breite von 102 cm?
11. Zu einem Dache braucht man 6936 Stück Ziegel, wenn jeder Dachziegel 120 cm^2 deckt; wieviel Stück sind erforderlich, wenn jeder Ziegel nur 90 cm^2 deckt?
12. Wenn jemand täglich 7 K verbraucht, reicht er mit seinem Geldvorrat 18 Tage aus; wie lange reicht er damit aus, wenn er täglich nur 6 K braucht?
13. Wenn in einer Haushaltung monatlich $2\frac{4}{5}$ Raummeter Holz verbraucht werden, so genügt der vorhandene Vorrat für 4 Monate; wieviel Raummeter dürfen monatlich verbraucht werden, damit man mit demselben Vorrat $4\frac{2}{3}$ Monate ausreiche?
14. Zur Beheizung eines Zimmers braucht man jährlich 15 Raummeter Brennholz, wenn dessen Scheitlänge 80 cm beträgt; wieviel, wenn das Holz nur 64 cm lang ist?
15. Jemand braucht für seinen Unterhalt im Durchschnitte alle 10 Tage $34\frac{3}{4}$ K; wie lange wird er mit 706 K 20 h auskommen?
16. Aus einer bestimmten Menge Garn kann der Weber 84 m Leinwand weben, die 75 cm breit ist; wieviel Meter 80 cm breiter Leinwand kann er daraus erzeugen?
17. Jemand braucht zu einem Kleide $2\frac{2}{5}$ m Tuch, wenn dieses $1\frac{1}{4}$ m breit ist; im Tuchladen findet sich aber nur Tuch von $1\frac{1}{2}$ m Breite; wieviel m sind davon zu dem Kleide erforderlich?
18. Die Gasbeleuchtung in einer Fabrik kostet monatlich 72 K, wenn die Gasflammen täglich durch 9 Stunden brennen; wie lange könnten diese Flammen brennen, wenn die monatliche Ausgabe nur 60 K betragen soll?
19. Wenn 3 kg Mehl 5 kg Teig und dieser 4 kg Brot gibt, a) wieviel Mehl braucht der Bäcker, um 100 kg Teig zu machen; b) wieviel, um 100 kg Brot zu erhalten?

20. Zur Tapezierung eines Zimmers braucht man 28 Rollen Tapeten von 45 *cm* Breite; wieviel Rollen von gleicher Länge sind dazu erforderlich, wenn die Tapeten nur 42 *cm* breit sind?
 21. Zu einem Sofaüberzuge braucht man 6 *m* 3 *dm* Stoff, wenn dieser 80 *cm* breit ist; wieviel Stoff braucht man, wenn er 105 *cm* breit ist?
 22. Ein Schmied erhält für 1785 K Stabeisen, das *kg* zu 21 h gerechnet; wieviel hat er für dieselbe Menge zu bezahlen, wenn der Preis pro *kg* auf 23 h steigt?
 23. Ein Gärtner verkauft 112 Stück Pflänzchen, und zwar je 7 Stück für 40 h; wie groß ist der Erlös?
 24. Ein Garten ist 40 *m* lang und 28 *m* breit; es soll nun ein zweiter Garten um 16 *m* länger werden, aber dieselbe Fläche einschließen; wie groß wird seine Breite sein müssen?
 25. Zu einer Garteneinfassung braucht man 500 Stück Latten, wenn sie 9 *cm* voneinander gesetzt werden; man hat aber nur 450 solche Lattenstücke; wie weit müssen sie voneinander gesetzt werden, damit man ausreiche?
 26. Eine Straße soll mit Bäumen bepflanzt werden. Setzt man sie $4\frac{1}{4}$ *m* weit auseinander, so sind 3648 Stück nötig; wieviel Stück sind erforderlich, wenn sie $3\frac{4}{5}$ *m* auseinander gesetzt werden?
 27. Ein Acker von $6\frac{1}{5}$ *ha* gibt einen Ertrag von $68\frac{1}{2}$ *hl* Weizen; a) wieviel Weizen trägt eine Ackerfläche von $3\frac{7}{8}$ *ha*; b) auf wieviel *ha* erhält man $34\frac{1}{4}$ *hl* Weizen?
-
- 28.* 6 Tagelöhner graben ein Feld in $4\frac{1}{2}$ Tagen um; wieviel Tagelöhner müssen gedungen werden, damit jene Arbeit in 3 Tagen zustande komme?
 29. Wenn 30 Personen ein Werk in $4\frac{3}{10}$ Monaten vollenden, wieviel Zeit brauchen dazu 9 Personen?
 30. 15 Arbeiter heben in einer bestimmten Zeit 36 *m*³ Erde aus; wieviel Arbeiter sind erforderlich, um in derselben Zeit 144 *m*³ auszuheben?
 31. Mit 3 Wagen könnte die Schneeabfuhr aus einer Straße in 2 Wochen besorgt werden; wieviel Wagen sind notwendig, wenn dieselbe in 4 Tagen geschehen sein soll?
 - 32.* 20 Schnitter mähen eine Wiese in 5 Tagen ab; es kommen nun noch 5 Schnitter dazu; in wieviel Tagen wird dann die Wiese abgemäht sein?
 33. Mit dem Bau einer Eisenbahn können 3000 Arbeiter in 9 Monaten fertig werden; wieviel Arbeiter wird man noch aufnehmen müssen, damit der Bau in 6 Monaten fertig werde?
-
34. Wieviel Schritte von $\frac{3}{8}$ *m* Länge braucht ein Kind, um dieselbe Strecke zurückzulegen, zu der ein erwachsener Mensch 2400 Schritte von $\frac{1}{2}$ *m* Länge benötigt?

35. Um an einen Ort in 15 Tagen zu gelangen, muß man täglich $38\frac{1}{8}$ km zurücklegen; in wieviel Tagen wird man dahin kommen, wenn man täglich nur $30\frac{1}{2}$ km macht?
36. 1 q Messing enthält 70 kg Kupfer und 30 kg Zink; wieviel Kupfer und Zink enthalten $35\cdot5$ kg Messing?
37. 100 m^3 Buchenholz entwickeln beim Verbrennen ebensoviel Wärme wie 240 q Steinkohle; wenn man nun in einer Haushaltung jährlich 32 m^3 Buchenholz verbraucht und dieses durch Steinkohlen ersetzen will, wieviel q der letzteren sind erforderlich?
38. Eine gleichmäßig ansteigende Straße steigt auf 20·75 km um 49·8 m; wie groß ist die Steigung auf $2\frac{3}{4}$ km?
39. Ein senkrechter Stab, der 1·5 m lang ist, wirft einen 2·4 m langen Schatten; wie hoch ist ein Turm, der zu derselben Zeit einen 44 m langen Schatten wirft?
40. Von zwei Rädern, welche ineinander greifen, hat das eine 48, das andere 32 Zähne; wie oft wird sich das zweite Rad umdrehen, wenn sich das erste 38 mal umdreht?
41. Von zwei Rädern soll das eine 200 Umdrehungen machen, während sich das andere 80 mal umdreht; wieviel Zähne muß man dem zweiten Rade geben, wenn das erste 26 Zähne hat?
42. Ein Gefäß, das $4\frac{1}{2}$ dm hoch ist, hält 63 l; wie hoch muß ein Gefäß von gleicher Weise sein, wenn es 49 l halten soll?
43. 28 Maurer können eine Mauer in 24 Tagen aufzuführen; in wieviel Tagen wird die Mauer fertig, wenn nach 6 Tagen noch 8 Maurer aufgenommen werden?

Anleitung: Wenn nach 6 Tagen eine Änderung in der Arbeiterzahl Platz greift, haben also 28 Maurer bereits 6 Tage gearbeitet und müßten noch $24 - 6 = 18$ Tage arbeiten, um die Mauer zu vollenden. Weil darnach statt 28 Maurer ihrer 8 mehr, also 36 sind, ergibt sich der Ansat:

28 Maurer müßten noch 18 Tage arbeiten

$$\begin{array}{ccccccc} 36 & & & & & & \\ & \text{„} & & \text{werden} & \text{„} & \times & \text{„} & \text{„} \\ \hline & & & x : 18 = 28 : 36 \\ & & & x = 14 \end{array}$$

Antwort: 28 Maurer arbeiten 6 Tage, 36 Maurer 14 Tage; die ganze Mauer wird demnach in 20 Tagen fertig.

44. Ein Maurermeister forderte zu einem Baue 15000 Ziegel, je $2\cdot6$ dm^3 groß; nachdem er 9600 solche Ziegel erhalten hat, können ihm nur Ziegel von $2\cdot7$ dm^3 geliefert werden; wieviel solche Ziegel muß man ihm noch geben?
45. Ein Kanal kann von 24 Mann in 10 Wochen hergestellt werden; nachdem durch 4 Wochen 30 Mann daran gearbeitet haben, entläßt man 10 Mann; in wieviel Wochen wird dann der noch übrige Teil des Kanals fertiggebracht werden?

46. Ein Holzhändler hatte für eine Fabrik 4250 Raummeter Holz von 80 *cm* Scheitlänge zu liefern, wovon er bereits 2750 Raummeter abgeführt hat; für den Rest verlangt man Holz von 64 *cm* Länge; wieviel muß davon geliefert werden?

2. Zusammengesetzte Verhältnisse und Proportionen.

1. Jemand geht 10 Tage und legt täglich 42 *km* zurück, ein anderer geht 14 Tage, macht aber täglich nur 35 *km*; wie verhalten sich die von beiden zurückgelegten Wege?

Verhältnis der Zeiten	10 : 14
„ „ Geschwindigkeiten	42 : 35
Verhältnis der Wege	10.42 : 14.35
oder	420 : 490
oder	6 : 7

Multipliziert man in mehreren Verhältnissen alle Vorderglieder und ebenso alle Hinterglieder miteinander, so heißt das Verhältniß dieser Produkte ein **zusammengesetztes Verhältniß**, im Gegensatz zu den gegebenen Verhältnissen, die **einfache** genannt werden. Z. B.:

4 : 3 Exponent $\frac{4}{3}$ Der Exponent eines zusammengesetzten Verhältnisses ist gleich dem Produkte aus den Exponenten der gegebenen einfachen Verhältnisse;
 5 : 6 „ $\frac{5}{6}$
 9 : 7 „ $\frac{9}{7}$
 4.5.9 : 3.6.7 denn

$$4.5.9 : 3.6.7 = \frac{4.5.9}{3.6.7} = \frac{4}{3} \times \frac{5}{6} \times \frac{9}{7}.$$

Durch Kürzung erhält man das **zusammengesetzte Verhältniß 10 : 7**.

Zusammengesetzte Verhältnisse kommen in der Anwendung vor, wenn man Größen miteinander vergleichen will, die einzeln von zwei oder mehreren anderen Größen abhängen. Z. B. Die Preise zweier Stoffe von gleicher Güte verhalten sich einmal wie die Längen, das andermal wie die Breiten, d. h. also wie die Flächeninhalte derselben. Die Gewichte zweier prismatischen Steine derselben Art hängen nicht nur von dem Verhältnisse der Längen, sondern auch von dem Verhältnisse der Breiten und auch von dem Verhältnisse der Dicken, d. h. also von dem Verhältnisse der Rauminhalte ab.

2. Bilde aus den Proportionen: $x : y = 2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3}$,
 $y : 4\frac{1}{2} = 3\frac{1}{5} : 8\frac{1}{4}$

die zusammengesetzte Proportion und bestimme aus ihr x !

$$xy : y4\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}.3\frac{1}{3} : 3\frac{1}{5}.8\frac{1}{4}.$$

Durch Kürzung fällt im 1. und 2. Gliede y aus und es ist:

$$x : \frac{9}{2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{16}{5} : \frac{10}{3} \cdot \frac{33}{4}.$$

$$x : \frac{9}{2} = 8 : \frac{55}{2}.$$

$$x : 9 = 8 : 55.$$

$$x = \frac{72}{55} = 1\frac{17}{55}.$$

Wenn man in zwei oder mehreren Proportionen die ersten, die zweiten, dritten und vierten Glieder miteinander multipliziert, so

bilden die Produkte wieder eine Proportion und zwar eine **zusammengesetzte Proportion**.

Übung. Bilde das zusammengesetzte Verhältniß:

3. a) aus $6 : 5$ und $10 : 9$; b) aus $3\frac{1}{4} : 2$ und $8 : 2\frac{1}{2}$; c) aus $\frac{1}{2} : 4$ und $5 : \frac{3}{4}$.
4. a) aus $2\frac{5}{8} : \frac{1}{3}$, $1 : 4\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{6} : \frac{3}{5}$; b) $1 : 2$, $2 : 3$, $3 : 4$.
5. Aus $21 : 18$, $12 : 13\frac{5}{8}$, $8\frac{3}{4} : 15\frac{1}{2}$ und $10\frac{3}{4} : 7!$
6. Von 2 Fensterscheiben ist die eine 7 dm breit und 8 dm hoch, die andere 8 dm breit und 14 dm hoch; wie verhalten sich die Flächeninhalte der beiden Scheiben?
7. Von zwei Gärten ist der eine 63 m lang und 30 m breit, der andere 56 m lang und 36 m breit; in welchem Verhältnisse stehen die Flächeninhalte derselben?
8. Von zwei Arbeitern arbeitet A durch 15 Tage täglich $9\frac{1}{3}$ Stunden, B durch 18 Tage täglich $8\frac{1}{2}$ Stunden; wie verhalten sich ihre Lohnbeträge, wenn der Lohn für 1 Stunde beiderseits derselbe ist?
9. In welchem Verhältnisse stehen die Arbeitskräfte zweier Arbeiter, von denen A in 4 Tagen, 12 Stunden täglich arbeitend, und B in 5 Tagen, 8 Stunden täglich arbeitend, dasselbe Werk zustande bringt?
10. Eine gleiche Arbeit vollenden 9 Arbeiter in 12 Tagen und 8 Arbeiter in 15 Tagen; wie verhalten sich bei gleicher Arbeitskraft die täglichen Arbeitsstunden?
11. A brennt 9 Lampen 42 Tage lang täglich 5 Stunden, B brennt 14 Lampen 30 Tage lang täglich 6 Stunden; wie verhalten sich die verbrauchten Ölmenge zueinander?
12. Von 2 Dampfmaschinen ist die eine imstande 12 Tonnen 15 m hoch, die andere in derselben Zeit 9 Tonnen 18 m hoch zu schaffen; in welchem Verhältnisse stehen die Leistungskräfte der beiden Maschinen?

Bilde aus folgenden Proportionen zusammengesetzte Proportionen!

13. a) $5 : 8 = 15 : 24$,
 $16 : 6 = 24 : 9$;
 c) $5 : 9 = 4\frac{1}{9} : 8$,
 $2\frac{1}{3} : 8\frac{3}{4} = 4 : 15$;
 14. Löse folgende Proportionen auf:
 a) $x : y = 3\frac{1}{2} : 4$,
 $y : \frac{1}{2} = 2\frac{1}{4} : 3$;
 c) $y : 14 = 3 : 7$,
 $x : y = 125 : 100$;
 b) $16 : 32 = 4 : 8$,
 $18 : 16 = 9 : 8$;
 d) $1\frac{1}{2} : 4\frac{1}{2} = \frac{5}{6} : 2\frac{1}{2}$,
 $3\frac{3}{4} : 7\frac{1}{2} = 4\frac{2}{3} : 9\frac{1}{3}$.
 b) $x : 5 = 4 : 3$,
 $5 : 2 = 30 : 12$;
 d) $x : y = 20 : 12$,
 $y : z = 12 : 10$,
 $z : 5 = 24 : 15!$

3. Zusammengesetzte Regeldetri.

Läßt sich eine Aufgabe auf zwei oder mehrere einfache Regeldetri-Aufgaben zurückführen, so heißt sie eine Aufgabe der **zusammengesetzten Regeldetri**. Die Aufgaben der zusammengesetzten Regeldetri

werden sowie die der einfachen entweder durch die Schlußrechnung, durch den **Bruchsatz** oder mit Hilfe der Proportionen aufgelöst.

A. Auflösung durch die Schlußrechnung oder den Bruchsatz.

- 1.* 4 Arbeiter, die täglich 12 Stunden arbeiten, bringen eine Arbeit in $7\frac{1}{2}$ Tagen zustande; wieviel Tage brauchen dazu 6 Arbeiter, die täglich 10 Stunden arbeiten?

a) 4 Arbeiter bei 12 Stunden täglicher Arbeit $7\frac{1}{2}$ Tage

$$4 \quad " \quad " \quad 1 \text{ Stunde} \quad " \quad " \quad 12 \text{ mal } 7\frac{1}{2} = 90 \text{ Tage}$$

$$1 \quad " \quad " \quad 1 \quad " \quad " \quad 4 \text{ mal } 90 = 360 \quad "$$

$$6 \quad " \quad " \quad 1 \quad " \quad " \quad \frac{1}{3} \text{ von } 360 = 60 \quad "$$

$$6 \quad " \quad " \quad 10 \text{ Stunden} \quad " \quad " \quad \frac{1}{10} \text{ von } 60 = 6 \quad "$$

Auch bei der zusammengesetzten Regeldetri kann man die Schlußrechnung durch den bereits Seite 94 erwähnten **Bruchsatz** kürzer gestalten.

$$b) \begin{array}{ccccc} 4 \text{ Arbeiter } 12 \text{ Stunden } 7\frac{1}{2} \text{ Tage} & x = & \frac{7\frac{1}{2} \text{ Tage} \times 12 \times 4}{6 \times 10} & = & 6 \text{ Tage.} \\ 6 & 10 & x & & \end{array}$$

Schließe: wie unter 1a, setze die Vielfachen zu $7\frac{1}{2}$ Tagen als Faktoren in den Zähler und die Teile als Faktoren in den Nenner; kürze und rechne aus!

Schließe stets auf die Einheit und kürze im Bruchsatz!

2. Zum Ausstopfen einer Matratze von 1 m Breite und 1.9 m Länge braucht man 19 kg Seegras; wieviel für eine Matratze von 0.9 m Breite und 1.8 m Länge?
3. 64 m Leinwand von 96 cm Breite kosten 96 K; wieviel sind 56 m einer 84 cm breiten Leinwand von gleicher Güte wert?
- 4.* Zur Bedienung eines Zimmers braucht man 24 Bretter von 4 m Länge und 25 cm Breite; wieviel Bretter braucht man, wenn sie 5 m Länge und 30 cm Breite haben?
5. Für ein Zimmer, das 8 m lang und 6 m breit ist, kostet das Parkettieren des Bodens 180 K; wieviel betragen die Kosten des Parkettierens für ein Zimmer, das 10 m lang und 7 m breit ist?
6. Ein Acker, der 144 m lang und 42 m breit ist, liefert 378 hl Weizen; wieviel liefert ein gleich ergiebiger Acker von 204 m Länge und 48 m Breite?
7. 6 Gänge einer Mühle mahlen in 12 Stunden 57 hl Korn; wieviel mahlen 8 solcher Gänge in 15 Stunden?

B. Auflösung mit Hilfe der Proportion.

Jede zusammengesetzte Regeldetri kann in mehrere einfache zerlegt werden. **3. B.:**

1. 3 Maurer führen in 14 Tagen 50 m^3 Mauerwerk auf; in wieviel Tagen werden 7 Maurer 125 m^3 Mauerwerk aufzuführen?

Man hat folgende zwei Ansätze der einfachen Regeldetri:

1. Zur Herstellung von 50 m^3 Mauerwerk brauchen

$$\begin{array}{ccc} \downarrow 3 \text{ Maurer } 14 \text{ Tage} \uparrow & y : 14 = 3 : 7 & \\ \downarrow 7 \text{ Maurer } y \text{ Tage} \uparrow & & y = 6 \text{ Tage.} \end{array}$$

2. 7 Maurer brauchen zur Herstellung

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & \text{von } 50 \text{ m}^3 & 6 \text{ Tage} \uparrow \\ & \text{" } 125 \text{ m}^3 & x \text{ Tage} \end{array} \quad \begin{array}{l} x : 6 = 125 : 50 \\ x = 15 \text{ Tage.} \end{array}$$

Kürzer kann die Aufgabe mit Hilfe einer einzigen zusammengesetzten Proportion gelöst werden. Stellt man nämlich die früher erhaltenen zwei Proportionen zusammen, behält jedoch statt der gefundenen Zahl 6 den Buchstaben y , so hat man

$$y : 14 = 3 : 7,$$

$$x : y = 125 : 50, \text{ daher durch Multiplikation}$$

$$y \cdot x : 14 \cdot y = 3 \cdot 125 : 7 \cdot 50$$

und wenn man das 1. Verhältnis durch y abkürzt,

$$x : 14 = 3 \cdot 125 : 7 \cdot 50$$

$$\text{oder } x : 14 = 3 : 7$$

$$= 125 : 50,$$

wenn man die zu multiplizierenden Zahlen untereinander setzt.

Das Verhältnis $x : 14$ ist demnach gleich dem zusammengesetzten Verhältnisse aus $3 : 7$ und $125 : 50$.

Bei der zusammengesetzten Regel detri setzt man daher das Verhältnis von x und der damit gleichnamigen Zahl gleich dem zusammengesetzten Verhältnisse aus den einfachen Verhältnissen der zugehörigen Zahlen jeder andern Art, in derselben oder in umgekehrter Ordnung genommen, je nachdem sie diese Art mit der Art von x gerade oder verkehrt proportioniert ist.

2. 24 Holzhauer fällen in einem Walde in 5 Wochen 1450 m^3 Holz; wieviel Holz fällen 30 Holzhauer in 6 Wochen?

a) Mit Hilfe der Proportion:

$$\begin{array}{rcl} 24 \text{ Holzhauer in 5 Wochen } 1450 \text{ m}^3 & x : 1450 = 30 : 24 \\ 30 \text{ " " 6 " " } x \text{ m}^3 & = 6 : 5 \\ \hline & x = 2175 \text{ m}^3. \end{array}$$

b) Nach der Schlußrechnung:

$$\begin{array}{rcl} 24 \text{ Holzhauer in 5 Wochen } & 1450 \text{ m}^3 & \\ 1 \text{ " " 5 " " } & \frac{1450}{24} \text{ " } & \\ 1 \text{ " " 1 " " } & \frac{1450}{24 \times 5} \text{ " } & \\ 30 \text{ " " 1 " " } & \frac{1450 \times 30}{24 \times 5} \text{ " } & \\ 30 \text{ " " 6 " " } & \frac{1450 \times 30 \times 6}{24 \times 5} = 2175 \text{ m}^3. & \end{array}$$

c) Mittels des Bruchfuges:

$$x = \frac{1450 \text{ m}^3 \times 30 \times 6}{24 \times 5} = 2175 \text{ m}^3.$$

3. 8 Pferde brauchen in 15 Tagen 2 hl Hafer; wieviel hl braucht 1 Pferd in 7 Tagen?

4. Für 200 Schafe braucht man in 14 Tagen 1120 kg Heu; wieviel Heu braucht man in 30 Tagen für 250 Schafe?

5. Ein bestimmter Mehlvorrat reicht für 240 Mann durch 25 Tage aus, wenn man für jeden täglich $1\frac{2}{5}$ kg Mehl rechnet; wie lange werden 224 Mann auskommen, wenn man für jeden $1\frac{1}{4}$ kg täglich annimmt?
6. 10 Arbeiter können 150 m von einem Stoffe in 8 Tagen verfertigen; in wieviel Tagen können 12 Arbeiter 180 m von diesem Stoffe verfertigen?
7. 15 Arbeiter verrichten eine Arbeit in 10 Tagen, wenn sie täglich 12 Stunden arbeiten; wieviel Arbeiter wird man aufnehmen müssen, damit sie die nämliche Arbeit in 6 Tagen vollenden, wenn sie täglich nur 10 Stunden arbeiten?
8. Eine Mühle mit 4 Gängen mahlt in 6 Tagen à 16 Stunden 240 hl Getreide; in wieviel Tagen mahlen 3 Gänge 187·5 hl Getreide, wenn täglich 20 Stunden gemahlen wird?
9. Um einen Garten von 76 m Länge und 36 m Breite zu umzäunen, braucht man 2160 Latten; wieviel Latten sind erforderlich, wenn der Garten 70 m lang und 38 m breit ist?
10. Zur Pflasterung eines Hofes sind 675 Steine von 32 cm Länge und 25 cm Breite erforderlich; wieviel Steine sind notwendig, wenn sie nur 3 dm lang und 24 cm breit sind?
11. Um 35 Laternen 108 Stunden lang brennen zu lassen, braucht man 252 kg Öl; wieviel Öl ist erforderlich, wenn 50 solche Laternen 240 Stunden lang brennen sollen?
12. Den 5. Teil eines Grabens haben 22 Arbeiter in 12 Tagen gemacht; wenn nach dieser Zeit 6 Arbeiter entlassen werden, in wieviel Tagen werden die übrigen das Fehlende zustande bringen?
13. Ein Vorrat von Lebensmitteln reicht für 90 Personen, wenn jede täglich $1\frac{1}{4}$ kg erhält, 24 Tage aus. Nach 8 Tagen gehen aber 10 Personen ab und dann erhält von den übrigbleibenden jede täglich $1\frac{1}{2}$ kg; wie lange wird der Rest des Vorrates noch reichen?

III. Quadrieren und Ausziehen der Quadratwurzel.

1. Quadrieren.

1. Wie groß ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seite 4·5 dm beträgt?

Um die Fläche zu finden, muß man die Maßzahl der Länge mit der Maßzahl der Breite, d. h. die Maßzahl der einen Seite mit sich selbst multiplizieren. Wir erhalten $4\cdot5 \times 4\cdot5 = 20\cdot25$.

Die Fläche dieses Quadrates beträgt also $20\cdot25$ dm².

Weil man durch Multiplikation einer Zahl mit sich selbst, wenn diese die Länge einer Quadratseite vorstellt, die Fläche des Quadrates findet, so nennt man eine derartige Multiplikation **quadrieren**.

Eine Zahl quadrieren oder aufs Quadrat erheben heißt, sie zweimal als Faktor setzen, also mit sich selbst multiplizieren. Das Quadrat einer Zahl heißt auch die zweite Potenz derselben und

wird dadurch bezeichnet, daß man der Zahl rechts oben die Ziffer 2 in kleiner Schrift beifügt; z. B. 5^2 , zu lesen: 5 zur zweiten (Potenz) oder 5 aufs Quadrat erhoben. Die Zahl, die aufs Quadrat erhoben wird, heißt die Wurzel.

Einziffrige Wurzel: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;

Quadrate: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

$$137^2 = 137 \times 137 = 18769, \quad 2.73^2 = 2.73 \times 2.73 = 7.4529.$$

Um später Mittel zu finden, wie sich umgekehrt aus einer gegebenen Quadratzahl die Wurzel derselben berechnen läßt, wollen wir hier noch ein anderes Verfahren für das Quadrieren einer Zahl entwickeln.

Es sei eine zweiziffrige Zahl, z. B. 38 zum Quadrat zu erheben. Zerlegt man die Zahl in Zehner und Einer und multipliziert dann $30 + 8$ mit $30 + 8$, indem man jedes Glied des Multiplikands zuerst mit 30, dann mit 8 multipliziert und die Teilprodukte addiert, so erhält man, wenn die Multiplikationen nur angezeigt werden,

$$38^2 = (30 + 8) \cdot (30 + 8)$$

$$30 \cdot 30 + 30 \cdot 8$$

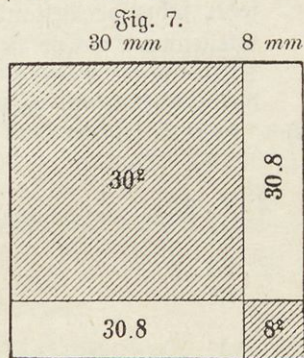
$$+ 30 \cdot 8 + 8 \cdot 8$$

$$38^2 = (30 + 8)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 8 + 8^2 = 1444.$$

Das Quadrateiner in zwei Glieder zerlegten Zahl besteht aus dem Quadrate des ersten Gliedes, dem doppelten Produkte aus dem ersten Gliede mit dem zweiten und dem Quadrate des zweiten Gliedes.

Dieses Gesetz kann man recht deutlich durch nebenstehende Zeichnung veranschaulichen.

Wenn in dem Quadrate, dessen Seite 30 mm mißt, jede Seite 8 mm länger wird, so wachsen 2 Rechtecke und ein kleines Quadrat zu. Die beiden Rechtecke sind gleich und ihre Flächen betragen 2 mal (30×8) mm², während die Fläche des kleinsten Quadrates 8 mm² beträgt.



$$f = 38 \text{ mm}^2 \times 38 = 38^2 \text{ mm}^2 = 1444 \text{ mm}^2.$$

2. Berechnet die Fläche eines Quadrates, wenn seine Seite 15 cm, 3.4 cm, 4.2 dm, 7.1 dm, 0.36 m, 25 m, 9.6 m, 4.6 km beträgt!

Um eine dreiziffrige Zahl, z. B. 248 zu quadrieren, zerlegt man sie ebenfalls in 2 Teile $240 + 8$; man hat dann

$$248^2 = (240 + 8)^2 = 240^2 + 2 \cdot 240 \cdot 8 + 8^2;$$

nun ist

$$240^2 = (200 + 40)^2 = 200^2 + 2 \cdot 200 \cdot 40 + 40^2,$$

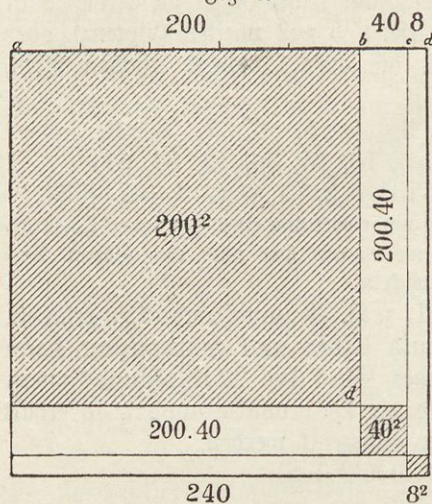
daher, wenn oben statt 240^2 dieser Wert gesetzt wird,

$$248^2 = 200^2 + 2 \cdot 200 \cdot 40 + 40^2 + 2 \cdot 240 \cdot 8 + 8^2,$$

und, wenn man die Bestandteile wirklich berechnet,

$$248^2 = 61504.$$

Fig. 8.



$$\begin{array}{rcl}
 200^2 & . & . & . & 40\,000 \\
 2 \cdot 200 \cdot 40 & . & . & . & 16\,000 \\
 40^2 & . & . & . & 1\,600 \\
 2 \cdot 240 \cdot 8 & . & . & . & 3\,840 \\
 8^2 & . & . & . & 64 \\
 \hline
 & & & & 61\,504
 \end{array}$$

61 504

Nebenan ist die Aufgabe durch eine Zeichnung veranschaulicht. Die Strecke ab enthält 200, die Strecke bc 40 und die Strecke cd 8 Maßeinheiten.

Ebenso erhält man

$$4273^2 = 18\,258\,529$$

$$\begin{array}{rcl}
 4000^2 & . & . & . & 16\,000\,000 \\
 2 \cdot 4000 \cdot 2000 & . & . & . & 16\,000\,000 \\
 200^2 & . & . & . & 40\,000 \\
 2 \cdot 4200 \cdot 70 & . & . & . & 588\,000 \\
 70^2 & . & . & . & 4\,900 \\
 2 \cdot 4270 \cdot 3 & . & . & . & 25\,620 \\
 3^2 & . & . & . & 9 \\
 \hline
 & & & & 18\,258\,529
 \end{array}$$

Die Nullen können hier auch weggelassen werden, sobald nur jeder folgende Bestandteil (seinem Stellenwerte entsprechend) um eine Stelle weiter rechts hinausgerückt wird. Ohne Nullen würde sich dieses Beispiel so darstellen:

a) $248^2 = 61\,504$

$$\begin{array}{rcl}
 2^2 & . & . & . & 4 \\
 2 \cdot 2 \cdot 4 & . & . & . & 16 \\
 4^2 & . & . & . & 16 \\
 2 \cdot 24 \cdot 8 & . & . & . & 384 \\
 8^2 & . & . & . & 64 \\
 \hline
 & & & & 61\,504
 \end{array}$$

b) $20 \cdot 48^2$

$$\begin{array}{rcl}
 2^2 & . & . & . & 4 \\
 2 \cdot 20 \cdot 4 & . & . & . & 160 \\
 4^2 & . & . & . & 16 \\
 2 \cdot 204 \cdot 8 & . & . & . & 3\,264 \\
 8^2 & . & . & . & 64 \\
 \hline
 & & & & 419\,4304
 \end{array}$$

= 61 504.

419 4304.

Hieraus ergibt sich für die Bildung des Quadrates einer mehrziffrigen Zahl folgendes Gesetz:

1. Die höchste Ziffer der Wurzel gibt ihr eigenes Quadrat.
2. Jede folgende Ziffer gibt zwei Bestandteile: die doppelte ihr vorangehende Zahl, multipliziert mit dieser Ziffer, und ihr eigenes Quadrat.

3. Diese Bestandteile werden so untereinander geschrieben, daß jeder folgende um eine Stelle weiter rechts erscheint; dann addiert man, so wie sie stehen. Teilsätze, die nur durch eine Ziffer bezeichnet sind, werden mit dem vorhergehenden Teilprodukte vereinigt.

- 3.* Wie groß ist die Fläche eines Quadrates, dessen Seite a) 1 cm, b) 1 dm, c) 1 m, 10 m, 50 m, 12 m, 15 m, d) 20 km, e) 30 μ m lang ist?
- 4.* Wie groß ist die Fläche dreier Quadrate, wenn das erste 3, das zweite 4 und das dritte 5 m lang ist?

- 5.* Wie groß ist der Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Umfang 48, 60, 52 cm (24, 36, 44, 80 dm, 64, 100, 400, 500 m) beträgt?
- 6.* Ein quadratischer Bauplatz ist 80 m (90, 100, 120, 300 m) lang; wie groß ist seine Fläche?
7. Erhebet die Zahlen 27, 35, 68, 75, 97, 134, 201, 504, 680, 700, 714, 839, 910, 999, 1896 und 4273 zur zweiten Potenz!
8. Quadriere: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{7}{100}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{5}{6}$, $17\frac{1}{2}$!)

Ein Bruch wird aufs Quadrat erhoben, wenn man Zähler und Nenner quadriert.

9. Quadriere: 0·8, 0·07, 0·005, 0·012, 5·8, 1·25, 0·25, 5·07, 0·098, 150·2, 90·06!
10. a) 5488^2 ; b) $79\cdot03^2$; c) $0\cdot8205^2$; d) 1327^2 ; e) $9\cdot195^2$; f) $446\cdot49^2$; g) 150600^2 !

Vergleichen die Zahl der Ziffern der gegebenen Wurzel mit der der gefundenen Quadratzahl!

11. Wie groß ist die Fläche eines Quadrates, das a) 5 m 6 dm, b) 2·97 dm, c) 0·857 m, d) 15·6 cm, 178 mm, 1 m 8 cm Seitenlänge hat?
12. Welchen Flächeninhalt hat ein Quadrat, dessen Umfang a) 44·8 dm, b) 7·5 m, c) 18·26 cm, d) 3 m 4 dm 5 cm 6 mm beträgt?
13. Ein quadratischer Pappdeckel hat eine Seitenlänge von 0·9 m (0·7, 0·6, 0·3 m); wie groß ist der Flächeninhalt?
14. Ein Würfel von 12·5 cm ($\frac{1}{8}$ m, $1\frac{1}{4}$ dm) Seitenlänge soll mit Glanzpapier überzogen werden; wieviel Papier ist dazu erforderlich?
15. Wie teuer kommt der Anstrich eines quadratischen Fußbodens von 6 m 75 cm Seitenlänge, wenn für 15 m^2 1 kg Lackfarbe nötig ist, wovon 1 kg 1 K 36 h kostet?
16. Eine österreichische Meile hat 7·58 km; wieviel km^2 enthält demnach eine österreichische Quadratmeile?

2. Ausziehen der Quadratwurzel.

1. Wie groß ist die Seite eines Quadrates, dessen Fläche 25 m^2 beträgt?

Um diese Frage zu beantworten, muß man eine Zahl suchen, hier 5, die, zum Quadrat erhoben, die Zahl 25 gibt. Das Verfahren, mittels dessen man diese Zahl findet, nennt man **Ausziehen der Quadratwurzel**.

Aus einer Zahl die Quadratwurzel ausziehen heißt, eine Zahl suchen, die, mit sich selbst multipliziert, die gegebene Zahl zum Produkte gibt. Die Quadratwurzel aus einer Zahl wird durch das vorgelegte Wurzelzeichen $\sqrt{\quad}$ angezeigt, das eigentlich ein r bedeutet als Anfangsbuchstabe des lateinischen Wortes radix = Wurzel.

Z. B. aus 64 die Quadratwurzel ausziehen heißt, eine Zahl suchen, die, mit sich selbst multipliziert, 64 gibt; diese Zahl ist 8, denn $8 \times 8 = 64$. Man schreibt $\sqrt{64} = 8$ und liest: die Quadratwurzel aus 64 ist 8.

*) Auch in Dezimalzahlen zu berechnen und die Ergebnisse zu vergleichen.

Die einziffrigen Quadratwurzeln sind: $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$,
 $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{36} = 6$, $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{64} = 8$, $\sqrt{81} = 9$.

Ist die Fläche eines

Quadrates

so ist dessen Seite

denn

$$f = 1 m^2, \dots s = \sqrt{1} = 1 \dots 1 \times 1 = 1;$$

$$s = 1 m;$$

$$f = 36 cm^2, \dots s = \sqrt{36} = 6 \dots 6 \times 6 = 36;$$

$$s = 6 cm;$$

$$f = \frac{4}{9} dm^2, \dots s = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \dots \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}.$$

$$s = \frac{2}{3} dm.$$

2. Wie groß ist $\sqrt{100}$, $\sqrt{400}$, $\sqrt{900}$, $\sqrt{2500}$, $\sqrt{8100}$, $\sqrt{10000}$, $\sqrt{90000}$,
 $\sqrt{1000000}$? Warum?

3. Gib die nächsten Zahlen an, zwischen deren Quadraten die Zahlen
 2, 3, 5, 7, 14, 24, 35, 80, 95, ... liegen!

3. B. 68 liegt zwischen den Quadraten von 8 und 9, denn $64 < 68 < 81$.

Das Verfahren beim Ausziehen der Quadratwurzel ist die Umkehrung der früher dargestellten Erhebung zum Quadrate. So wie beim Quadrieren die aus den Wurzelziffern gebildeten Bestandteile des Quadrates in diesem zusammengesetzt wurden, ebenso müssen sie beim Ausziehen der Quadratwurzel wieder auseinander genommen werden.

Es sei z. B. 467 zum Quadrate zu erheben und dann aus dem gefundenen Quadrate die Quadratwurzel zu ziehen.

Wir stellen, um die Vergleichung zu erleichtern, das Quadrieren und das Ausziehen der Quadratwurzel nebeneinander.

467^2				$\sqrt{21}$	80	89 = 467
4^2	. . . 16			16		
				5	8,0	: 8
2 . 4 . 6 4	8			4	8	
6^2	 36				36	
					64	8,9 : 92
2 . 46 . 7 64	4				64	4
7^2	 49					49
	21	80	89		==	==

Anstatt die beiden Bestandteile, die jede neue Wurzelziffer im Quadrate hervorbringt, einzeln zu bilden und ihre Summe zu subtrahieren, kann man die neugefundene Wurzelziffer sogleich zu dem Doppelten der früheren Wurzelziffern, d. i. zu dem bezüglichen Divisor dazusetzen und sodann das Produkt aus der dadurch gebildeten Zahl und der neuen Wurzelziffer subtrahieren. Hiernach würde sich die Rechnung so stellen:

$$\sqrt[21]{8089} = 467$$

16

$$58,0 : 86$$

516

$$648,9 : 927$$

$$648,9$$

====

Das Produkt aus dem jedesmaligen Divisor, nachdem man ihm die neue Wurzelziffer angehängt hat, und aus dieser neuen Ziffer kann auch sogleich während des Multiplizierens von dem Dividenden subtrahiert werden. Die Rechnung gestaltet sich dann so:

$$\sqrt[21]{8089} = 467$$

$$58,0 : 86$$

$$648,9 : 927$$

====

Beim Ausziehen der Quadratwurzel verfährt man daher nach folgenden Regeln:

1. Man teile die gegebene Zahl von der Rechten gegen die Linke in Abteilungen von 2 Ziffern; die höchste Abteilung kann auch nur eine Ziffer enthalten. Sodann sucht man die größte Zahl, deren Quadrat in der ersten Abteilung links enthalten ist, schreibt sie als erste Ziffer der Wurzel an und subtrahiert ihr Quadrat von der ersten Abteilung.

2. Zu dem Reste, der auch Null sein kann, setzt man die nächstfolgende Abteilung hinzu. Wird diese Zahl, mit Hinzuegung der niedrigsten Stelle, durch das Doppelte der bereits gefundenen Wurzel dividiert, so gibt der Quotient die zweite Ziffer der Wurzel, die man nicht nur zu der Wurzel, sondern auch zu dem Divisor schreibt.

3. Der so ergänzte Divisor wird dann mit der neugefundenen Ziffer der Wurzel multipliziert und das Produkt von dem Dividende mit Zuziehung der früher weggelassenen Ziffer sogleich während des Multiplizierens subtrahiert.

4. Zu dem Reste setzt man wieder die nächste Abteilung herab und wiederholt dasselbe Verfahren wie früher, bis man alle Abteilungen in Rechnung gezogen hat.

4. Berechne folgende Quadratwurzeln:

a) $\sqrt{144}$, $\sqrt{169}$, $\sqrt{196}$, $\sqrt{225}$, $\sqrt{256}$, $\sqrt{361}$, $\sqrt{784}$, $\sqrt{841}$;

b) $\sqrt{9216} = 96^*$, $\sqrt{1444}$, $\sqrt{1024}$, $\sqrt{2116}$, $\sqrt{3025}$, $\sqrt{2601}$;

c) $\sqrt{4096}$, $\sqrt{7225}$, $\sqrt{6241}$, $\sqrt{4225}$, $\sqrt{9216}$, $\sqrt{8464}$;

d) $\sqrt{15376} = 124$, $\sqrt{54756}$, $\sqrt{14641}$, $\sqrt{44756}$, $\sqrt{51984}$;

$$5,3 : 22$$

$$97,6 : 244$$

e) $\sqrt{257049} = 507$, $\sqrt{139876}$, $\sqrt{207936}$,

$$704,9 : 1007$$

$$\sqrt{654481}$$
, $\sqrt{404496}$, $\sqrt{491401}$, $\sqrt{189225}$, $\sqrt{974169}$;

f) $\sqrt{3006756}$, $\sqrt{4141225}$, $\sqrt{1971216}$, $\sqrt{3644281}$!

Merke: Wenn unter dem Wurzelzeichen ein vollständiges Quadrat steht, läßt sich nach Bestimmung der ersten Wurzelziffer die zweite Wurzelziffer nach der Einerstelle der Quadratzahl erraten!

5. a) $\sqrt[3]{32524209}$. b) $\sqrt[3]{50083929}$. c) $\sqrt[3]{20820969}$. d) $\sqrt[3]{1703025}$.
 e) $\sqrt[3]{5943844}$. f) $\sqrt[3]{27973521}$. g) $\sqrt[3]{53993104}$. h) $\sqrt[3]{11669056}$.
 i) $\sqrt[3]{81126049}$.

In dem Quadrate eines Dezimalbruches müssen die Dezimalen immer in gerader Anzahl vorkommen.

6. $\sqrt{152\cdot27\overline{56}} = 12\cdot34$ Bei Dezimalbrüchen geschieht die Einteilung der
 $5,2 : 22$ Ganzen vom Dezimalpunkte gegen die Linke, die
 $82,7 : 243$ Einteilung der Dezimalen vom Dezimalpunkte gegen
 $985,6 : 2464$ die Rechte; es wird dann in der Wurzel der Dezimal-
 punkt gesetzt, bevor man die erste Abteilung von
 =====
 Dezimalen in Rechnung zieht.

7. a) $\sqrt{0\cdot2401}$. b) $\sqrt{59\cdot29}$. c) $\sqrt{179\cdot56}$. d) $\sqrt{5\cdot4756}$. e) $\sqrt{229\cdot2196}$.
 f) $\sqrt{0\cdot05476}$. g) $\sqrt{0\cdot556516}$. h) $\sqrt{6325\cdot0209}$. i) $\sqrt{6449\cdot053636}$.

8. $\sqrt{7\cdot38} = 2\cdot716\dots$ Bleibt beim Wurzelausziehen am Ende ein Rest,
 $33,8 : 47$ so ist die vorgelegte Zahl kein vollständiges Quadrat,
 $90,0 : 541$ die Wurzel läßt sich nicht genau bestimmen. (Man
 $35\ 90\ 0 : 5426$ sagt, die Zahl ist irrational.) Die Wurzel kann
 $3\ 34\ 4$ jedoch näherungsweise mit jeder beliebigen Ge-
 nauigkeit bestimmt werden, indem man dem jedes-
 maligen Reste eine Abteilung von zwei Nullen anhängt,
 übrigens aber wie vorhin verfährt.

9. Der Flächeninhalt eines Quadrates ist 3481 dm^2 ; wie groß ist eine Seite des Quadrates?
 10. Bestimme die Seite eines Quadrates, dessen Flächeninhalt a) $72\cdot25\text{ dm}^2$,
 b) $26\cdot9361\text{ m}^2$, c) 80 m^2 28 dm^2 16 cm^2 ist!
 11. Wieviel m und cm lang ist eine quadratische Tischplatte von 2 m^2 Fläche?
 12. Der Flächeninhalt eines quadratischen Zimmers ist $26\cdot9361\text{ m}^2$; wie lang ist dieses Zimmer?
 13. Ein Steinmetz soll quadratische Pflastersteine von $0\cdot64\text{ m}^2$ ($0\cdot25$, $0\cdot09$, $0\cdot04\text{ m}^2$) Fläche herstellen; wie lang wird eine Seite?
 14. Ein Förster will eine Baumschule in Form eines Quadrates von 74 a Flächeninhalt anlegen; wieviel m lang wird eine Seite?
 15. Wieviel Grenzsteine sind für einen quadratischen Wald von 5 ha 47 a 56 m^2 Flächeninhalt notwendig, wenn die Entfernung zweier Steine 36 m betragen soll?
 16. Ein rechteckiges Feld von 400 m Länge und 169 m Breite wurde gegen ein quadratisches Feld von gleicher Güte und gleichem Ausmaße umgetauscht; welche Seitenlänge hat dieses?
 17. Die Oberfläche eines Würfels, d. i. der Flächeninhalt der 6 Begrenzungsflächen, ist 1536 dm^2 ; wie hoch ist der Würfel?

IV. Die Prozentrechnung und ihre Anwendungen.

1. Allgemeine Prozentrechnung.

- 1.* Wieviel ist $\frac{1}{100}$ von 1 K, 1 fl., 1 M, 1 m, 1 kg, 1 a, 1 ha, 1 q?
 2.* Wieviel ist $\frac{1}{100}$ von 100 K, 10 K, 50 Fr, 70 m, 200 l, 800 kg?

Der hundertste Teil ($\frac{1}{100} = 0.01$) einer Zahl wird ein Prozent (1%) genannt.

- 3.* Wieviel ist 1% von a) 1 K, 36 K, 120 km, 25 g, 100 m³, 475 ha;
 b) 800 Einwohnern, 900 Gros, 600 Bäumen, 500 Schafen, 1000 Stück;
 c) 100, 360, 458, 1000, 2700, 6480, 60.7, 256.8, 8.9, 89, 7;
 d) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{10}, \frac{5}{6}, \frac{3}{20}$?

Bei der Prozentrechnung kommen 3 Zahlen vor: der Prozentsatz, d. i. der auf 100 entfallende Anteil, die Hauptsumme, von der die Prozente gerechnet werden, und der auf die Hauptsumme entfallende Ertrag. Sind von diesen 3 Zahlen 2 gegeben, so kann aus ihnen die dritte bestimmt werden.

2%, 3%, 4% ... einer Zahl sind $\frac{2}{100}, \frac{3}{100}, \frac{4}{100}$... dieser Zahl.

I. Wie groß ist der Ertrag (Zins) von 864 K zu 4%?

a) Nach der Schlussrechnung:

1% ist der 100. Teil von 864 K = 8.64 K

4% sind 4mal so viel = 8.64 K $\times$ 4 = 34.56 K.

b) Nach der Regeldetri:

x K Ertrag von 864 K

x : 4 = 864 : 100

4 K " " 100 K

x = $\frac{864 \times 4}{100} = 34.56$

x = 34.56 K.

c) Nach dem Bruchsatz. (Vereinfachte Schlussrechnung.)

$$x = \frac{864 \times 4}{100} = 34.56 \text{ K.}$$

Spricht 1% ist $\frac{1}{100}$ von 864 K, d. i. 8.64; 4% sind 4mal so viel, d. i.

$$\frac{864 \times 4}{100} = 34.56 \text{ K.}$$

Der Ertrag ist gleich dem hundertsten Teile der Hauptsumme, multipliziert mit dem Prozentsatz.

Berechne in allen praktischen Aufgaben zuerst 1%!

- 4.* Berechne von den folgenden Zahlen zuerst 1% und daraus dann 2%, 3%, 4%, 5%, 10%, 20%, 25% ... von a) 100, 200, 500 m³, 900, 1000, 1200, 3600 K; b) 350, 526, 640, 872, 956, 720, 331 dm³; c) 1, 2, 8, 10, 12, 20, 25, 38, 54, 71, 99 q!

5. Rechne: 3% von 8 K, 4% von 6 m³, 5% von 18 M, 6% von 36 ha, 2% von 700 hl, 10% von 3000 m², 20% von 5700 t, 25% von 1780 km!
6. Wieviel % hat 1 Ganzes, 2, 7, 10, 25, 50, 75.... Ganzes?
7. Wieviel % sind $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{75}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{200}$?
($\frac{1}{2} = \frac{50}{100}$, $\frac{1}{2} = 50\%$.)
8. Der wievielte Teil eines Ganzen sind 1%, 2%, 4%, 5%, 10%, 12%, 15%, 25%, $33\frac{1}{3}\%$, 50%, $66\frac{2}{3}\%$, 75%, 100%?
9. Das Wievielfache des Ganzen sind 200%, 300%, 500%, 150%, 125%? $200\% = \frac{200}{100} = 2 = 1 \times 2$.
10. Wieviel ist $\frac{1}{2}\%$, $\frac{1}{3}\%$, $\frac{1}{4}\%$, $\frac{3}{4}\%$, $\frac{2}{5}\%$, $\frac{7}{10}\%$ von 1 Ganzen (2, 8, 10, 16, 67, 100, 350, 125, 375, 500, 800, 934)?
 $\frac{1}{2}\% = \frac{1}{2}$ von $\frac{1}{100} = \frac{1}{200}$.
11. a) $\frac{1}{2}\%$ von 1, 3, 9, 17, 36, 82, 140, 236.... hl; b) $\frac{1}{4}\%$ von 1, 2, 10, 28, 41, 75, 112, 830,... dm³; c) $3\frac{1}{2}\%$ von 1, 8, 16, 22, 35, 92, 114, 358... t; d) $4\frac{1}{4}\%$ von 10, 17, 25, 7, 2, 150, 824... a!
12. $3\frac{3}{4}\%$ von 724 K (Durch Zerfällung!)
- | | | | | |
|------------------|-------|----------|---|---|
| 1% | | 7.24 K | } | + |
| 3% | | 21.72 K | | |
| $\frac{1}{2}\%$ | | 3.62 K | | |
| $\frac{1}{4}\%$ | | 1.81 K | | |
| $3\frac{3}{4}\%$ | | 27.15 K. | | |
13. Wieviel betragen: a) $3\frac{3}{4}\%$ von 752 l; b) $4\frac{1}{4}\%$ von 64 m; c) $5\frac{1}{2}\%$ von 840 a; d) $6\frac{1}{4}\%$ von 7952 km?
14. Wieviel betragen 2% von 3425 K, $4\frac{1}{2}\%$ von 6800 K, 5% ($5\frac{1}{4}\%$) von 3460 K, 6815 K, 4043 K, 1225 K 69 h, 850 K 60 h, 2008 K 74 h?
15. Wieviel Zins geben 6330 K zu a) $\frac{1}{3}\%$, b) $4\frac{1}{4}\%$, c) $5\frac{3}{4}\%$, d) $6\frac{3}{8}\%$?
16. Berechne: a) 5% von 976 K, b) $4\frac{1}{2}\%$ von 2680 K, c) 13% von 2090 kg, d) $2\frac{2}{5}\%$ von 835 m!
17. Vermehre a) 282 K um $2\frac{1}{2}\%$, b) 508 K um 5%, c) 1250 K um 12%, d) 2085 K um $9\frac{1}{5}\%$!

Um Prozentangaben in kleinen Brüchen zu vermeiden, gibt man für manche Größen den von 1000 entfallenden Betrag an, den man Promille (‰) nennt; z. B. $\frac{1}{2}\%$ heißt, von 1000 Einheiten ist $\frac{1}{2}$ Einheit zu berechnen.

Beim Promille wird der tausendste Teil der Hauptsumme mit dem Promille multipliziert.

18. Wieviel beträgt a) 1‰, b) $\frac{1}{2}\%$ von 7280 K (2500, 5640, 9810, 10000, 30600 K)?
19. Jemand hat ein jährliches Einkommen von 1645 K; wieviel beträgt davon die Einkommensteuer à 7%?
20. Einem Hausherrn verzinst sich sein um 28300 K gekauftes Haus zu 5%; wieviel K Mietzins nimmt er vierteljährlich ein?

21. Für die Übernahme und Ablieferung der Mietzinse erhält der Hausbesorger eine Vergütung von $1\frac{1}{4}\%$; wieviel verdient er dabei jährlich, wenn er von den Wohnparteien jedes Vierteljahr 850 K einhebt?
22. Ein Gutsherr verpachtet einen Acker im Werte von 838 K gegen einen jährlichen Pachtzins von 3%. Wie hoch beläuft sich der Pachtzins?
23. Der q Petroleum wurde früher mit 50 K bezahlt; wieviel kostet er jetzt, wenn er um 4% im Preise gestiegen ist?
24. Eine Frau kaufte $1\frac{1}{2}$ kg Kaffee für 5 K 52 h; später fiel der Kaffee von derselben Sorte im Preise um 5%; wieviel muß nun die Frau für 2 kg bezahlen?
25. Ein Getreidehändler kauft Korn um 3800 K ein und verkauft es mit 12% Gewinn (Verlust); wie groß ist der Verkaufspreis?
 1% Gewinn (Verlust) = $\frac{1}{100}$ des Einkaufspreises; der Einkaufspreis ist stets die Hauptsumme oder 100%.
26. Einkaufspreis 60 K, 85 K, 1·8 K, 80 h, 27·50 K, Gewinn (Verlust) 8%, 10%, 3%, 40%, 50%; berechne den Gewinn (Verlust) und den Verkaufspreis!
27. Wenn das m Tuch im Einkaufe 4 K 20 h kostet, wie hoch muß es im Verkaufspreise gesetzt werden, wenn man 15% gewinnen will?
28. Der Selbstkostenpreis eines Mantels beträgt 18 K. Für welche Summe erhältst du den Mantel, wenn der Geschäftsmann beim Verkauf a) 15%, b) 18%, c) 30% gewinnen will?
29. A kaufte ein Pferd für 1080 K und konnte es sofort mit $12\frac{1}{2}$ (20)% Gewinn verkaufen. Wieviel wird ihm geboten?
30. Bei Abnahme einer größeren Warenmenge erhält ein Käufer $5\frac{1}{2}\%$ Nachlaß; wieviel kg hat er zu bezahlen, wenn er 1400 kg nimmt?
31. Beim Einkaufe einer Ware, die 948 K kostet, hat man $3\frac{1}{4}\%$ Spesen (Nebenauslagen); wieviel betragen die Spesen?
32. N. erhält bei einem Konkurse 40 (75)% seiner Forderung, die 6000 K beträgt. Wieviel bekommt er ausgezahlt? Wieviel verliert er?
33. Beim Zerlassen des rohen Talges gehen 20% verloren; wieviel kosten 25 kg zerlassener Talg, wenn der η roher Talg 45 K kostet?
- 34* Ein Fabrikant mußte bei einer Warensendung, weil sie beschädigt ankam, 5% nachlassen. Wieviel beträgt der Verlust, wenn die Sendung 360 K betrug?
- 35.* Ein Schuhmacher kauft um 125 K Leder. Weil er gleich bezahlt, läßt ihm der Lederhändler 1% nach. a) Wieviel beträgt der Nachlaß? b) Wieviel hat er zu zahlen?
36. Die Tischlerarbeiten bei einem größeren Bau sind auf 6748 K veranschlagt. Tischler A will diese $5\cdot5\%$, Tischler B 8% unter dem Voranschlage übernehmen. a) Zu welchem Preise will jeder die Arbeit übernehmen? b) Wieviel beträgt der Unterschied zwischen beiden Angeboten?

37. Frischer Weizen verliert durch Eintrocknen $1\frac{1}{2}$ ($1\frac{3}{4}$) % seines Gewichtes. M. drischt 35 hl Weizen à 80 kg, läßt denselben drei Monate lagern und wiegt ihn dann ein zum Verkaufe. Wieviel kg wird der Weizen wiegen?
38. Kartoffeln enthalten 75 % Wasser. Wieviel kg Wasser enthalten 80 (84) kg Kartoffeln?
39. Wieviel Alkohol und wieviel Wasser sind in 3 hl Spiritus von 80 (75) % enthalten?
40. Die atmosphärische Luft enthält 21 % Sauerstoff und 79 % Stickstoff; wieviel von jedem Gase ist in 220 m^3 Luft enthalten?
41. Wieviel Sauerstoff und Stickstoff enthält die Luft eines Zimmers, das 8·4 m lang, 4·5 m breit und 3·8 m hoch ist?
42. Ein Arbeiter hat einen Wochenlohn von 18·50 K; durch Strebjamkeit rückt er in eine höhere Lohnklasse vor und erhält 20 % Aufbesserung; wieviel Lohn bezieht er jetzt?
 „Den Geschickten hält man wert; den Ungeschickten niemand begehrt!“
43. Eine Warensendung wurde an der Grenze mit 250 K verzollt; welchen Wert hatte sie, wenn $4\frac{1}{6}$ % Zoll gerechnet wurden?
44. Ein Gewerbetreibender zahlt jährlich 285 K Staatssteuer, 24 % Landesumlage; wieviel beträgt seine gesamte Steuerleistung?
 „Ohne Steuern können Staat und Gemeinde nicht bestehen.“
45. Ein Hausherr nimmt im Jahre 1342 K Zins ein, wovon er 34 % Hauszinssteuer zahlt; wieviel beträgt diese?
46. In den Städten werden die Kommunalsteuern (Gemeindesteuern) nach der Höhe der Staatssteuer erhoben. R zahlt 180 K Staatssteuer; wieviel Kommunalsteuern hat er außerdem zu zahlen, wenn dieselben 200 (250) % der Staatssteuern betragen?
47. Eine Gemeinde mit einer jährlichen Steuerleistung von 4960 K erhält vom Landesauschusse die Bewilligung zur Einhebung von 35 % Schulumlage; wieviel beträgt diese Umlage?
48. Die Stadt Landskron zahlte im Jahre 1905:
- | | |
|---------------------------------------|--------------|
| als direkte Grundsteuer | 10.204·94 K, |
| als Erwerbsteuer | 17.593·32 K, |
| als Personaleinkommensteuer | 11.074·80 K, |
| als Gebäudeklassensteuer | 4.059·96 K, |
| als Hauszinssteuer | 11.127·59 K, |
| als Rentensteuer | 714·38 K. |
- a) Wie groß war die Steuerleistung?
 b) Wieviel betrug die Gemeindeumlage zu 30 % und die Schulumlage zu 20 %?
49. Im Jahre 1901 betrug in Österreich die Biersteuer 76,640.000 K, die Zuckersteuer 102,834.000 K. Auf Böhmen entfallen 45 % des

gebrauten Bieres und 66% des Zuckererzeugnisses; wieviel betrug die Steuerabgabe Böhmens für diese Erzeugnisse?

50. Eine Stadt zählte 1885 10.000 Einwohner. Wie groß war die Einwohnerzahl 5 Jahre später, wenn dieselben um $1\left(3\frac{2}{3}\right)\%$ zugenommen hatte?

II. Von welcher Hauptsumme geben 4% 38 K als Ertrag?

$$4\% = 38 \text{ K,}$$

$$1\% = \frac{38 \text{ K}}{4} = 9\frac{1}{2} \text{ K; daher die Hauptsumme selbst}$$

$$100\%, \text{ d. i. } \frac{100}{100} = 9\frac{1}{2} \text{ K} \times 100 = 950 \text{ K;}$$

$$\text{oder } x : 100 = 38 : 4, \text{ daher } x = \frac{38 \times 100}{4} \text{ K} = 950 \text{ K.}$$

Die Hauptsumme ist also gleich dem 100fachen Ertrage dividiert durch den Prozentsatz.

Verwechsele den Ertrag niemals mit der Hauptsumme!

1. Welche Hauptsumme gibt a) zu 5% 56 K, b) zu $4\frac{1}{2}\%$ 37.25 K, c) zu $5\frac{1}{2}\%$ 108.2 K, d) zu $5\frac{3}{4}\%$ 93.87 K, e) zu 6% 85 h, f) zu $3\frac{1}{4}\%$ 90 h als Ertrag?
2. Von welcher Hauptsumme sind der Ertrag zu a) 3% 96 Obstbäume, b) 7% 1435 Nadelbäume, c) 2% 874 Fische, d) 15% 1170 Menschen, e) 1% $8\frac{1}{2} t$, f) $2\frac{1}{4}\%$ 12 q, g) 6% $160\frac{1}{2} hl$?
3. Ein Haus wird unter der Bedingung verkauft, daß 1650 K als 15% des Kaufpreises bar zu erlegen sind; wieviel kostet das Haus?
4. Ein Gastwirt verpachtet sein Geschäft und die dazu gehörige Wirtschaft gegen einen $6\frac{1}{2}\%$ -igen Pachtzins; der Pächter zahlt 208 K vierteljährlich. Auf wieviel K schätzt der Gastwirt sein Anwesen?
5. Ein Arbeiter bezieht monatlich 64 K 35 h Unfallrente; welchem Kapitale entspricht die Rente bei einem Zinsfuße von $4\frac{1}{2}\%$?
6. Ein Garten bringt jährlich einen Reinertrag von 85 K 5 h; welchen Wert hat der Garten, wenn der Reinertrag mit $5\frac{3}{4}\%$ kapitalisiert wird?
7. Welchen Ankaufspreis hatte eine Nähmaschine, die mit 270 K 65 h verkauft wurde, wenn für Abnutzung $3\frac{1}{2}\%$ berechnet worden sind?
8. Bei einer Ware betragen 3% Spesen 69 K 12 h; wie groß ist der Einkaufspreis?
9. Beim Verkaufe einer Ware betragen 15% Gewinn 36 K; wie teuer war die Ware a) im Einkaufe, b) im Verkaufe?
10. Ein Wirt gewinnt an 1 hl Wein 8 K 75 h oder 28%; welches war a) der Einkaufspreis, b) der Verkaufspreis?
11. Eine Ware verlor durch Austrocknen $3\frac{1}{2}\%$ an Gewicht, und zwar betrug der Gewichtsverlust 24.31 kg; wie groß war das ursprüngliche Gewicht der Ware?
12. Wie groß ist die Bevölkerung eines Ortes, wenn 12% derselben 342 betragen?

III. Wieviel % muß man von 3460 K nehmen, um 173 K zu erhalten? 1% von 3460 K = 34·60 K;

173 K sind soviele Prozente, als 34·60 K in 173 K enthalten sind; kurz $1\% = 34·60 \text{ K}$,

$$x = 173 \text{ K} : 34·60 \text{ K} = 5, \quad x = 5\%;$$

$$\text{oder} \quad \begin{array}{rcl} 3460 \text{ K} & & 173 \text{ K} \\ 100 \text{ K} & & x \text{ K} \end{array}$$

$$x : 173 = 100 : 3460, \text{ daher}$$

$$x = \frac{173 \times 100}{3460} \text{ K} = 5 \text{ K, d. i. } 5\%.$$

Der Prozentsatz ist gleich dem 100fachen Ertrage dividiert durch die Hauptsumme.

- Wieviel % sind: a) 40 h von 8 K; b) 35 K von 1050 K; c) 308 K von 5600 K; d) 116·64 K von 1728 K; e) 60 h von 10 K; f) 24 K von 800 K; g) $36\frac{1}{2}$ K von 7300 K; h) 120·8 K von 2543 K 16 h?
- Wieviel % sind: a) 20 Äpfel von 500 Äpfeln; b) 12 Zitronen von 150 Zitronen; c) 8 Birnen von 80 Birnen; d) 6 Rosenstöcke von 120 Rosenstöcken; e) 500 Fichten von 10.000 Fichten; f) 144 Forellen von 1200 Forellen; g) 3 Schüler von 50 Schülern; h) 1104 Einwohner von 36800 Einwohnern?

Der Prozentsatz wird gesucht:

- Vorübung: Wieviel Hundertstel sind: a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}, \frac{1}{25}, \frac{1}{50}, \frac{1}{75}$?
b) $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{4}{10}, \frac{14}{15}, \frac{7}{20}, \frac{3}{25}, \frac{2}{50}, \frac{2}{75}$? $\frac{1}{100} = 0·01$ einer Zahl ist 1%; wieviel % einer Zahl sind: c) $\frac{2}{100}, \frac{3}{100}, \frac{5}{100}, \frac{7}{100}, \frac{25}{100}, \frac{36}{100}, \frac{75}{100}, \frac{100}{100}, \frac{200}{100}$?
d) Wieviel % sind die Anzahl der Brucheinheiten aus a) und b)?
- Wieviel % der Schulkinder fehlen, wenn a) von 40 Kindern 4 Kinder, b) von 45 Kindern 3 Kinder, c) von 38 Kindern 2 Kinder fehlen?
- Aus 3 kg Mehl erhält man 4 kg Brot; wieviel % Brot gibt das Mehl?
- 8 kg ungebrannten Kaffees geben nach dem Brennen $6\frac{2}{3}$ kg; wieviel % beträgt der Gewichtsverlust durch das Brennen?
- Von einer Kaffeesorte kostet $\frac{1}{2}$ kg 1 K 50 h, von einer andern 1 K 68 h; um wieviel % ist die zweite Sorte teurer als die erste?
- Wieviel % werden gewonnen, wenn mit einem Gewinne von a) $\frac{1}{4}$, b) $\frac{1}{5}$, c) $\frac{1}{8}$ des Einkaufspreises verkauft wird?
- Beim Verkaufe einer Ware, die für 2340 K eingekauft wurde, gewinnt man 351 K; wieviel % beträgt der Gewinn?
- Ein Bäcker gibt einer Greislerin auf je 5 Semmeln, die sie zahlt, 1 Semmel darauf; wieviel % verdient die Greislerin beim Verkaufe der Semmeln?
- An 360 K, die eine Ware im Einkauf kostet, gehen a) 40 K, b) 7·2 K, c) 36 K, d) 16 K, e) 43·2 K verloren; wieviel % beträgt in jedem Falle der Verlust?
- Der Verkaufspreis einer Ware beträgt 702 K, der Gewinn (Verlust) 27 K; wieviel % beträgt der Gewinn (Verlust)?

13. Bei einer Ware, die für 1280 K gekauft wurde, hatte man 32 K Spesen; wieviel % betragen diese?
14. Von 66 kg Ware bleiben 6 kg unverkauft; wieviel % sind dies?
15. Von 75 l Weingeist verdunsten 2 l, ($4\frac{1}{2}$ l); wieviel % sind dies?
16. Von 60 gepflanzten Obstbäumen gehen 3 Bäume ein; wieviel % der gepflanzten Bäume sind dies?
17. Ein Schuhmacher verkauft das Paar Stiefel, das er um 13 K herstellt, um 14 K 56 h; wieviel % beträgt sein Gewinn?
18. In 500 kg Kartoffeln sind $92\frac{1}{2}$ kg Stärkemehl enthalten; wieviel % sind das?
19. Bei breitwürfiger Saat braucht man pro ha 180 kg, bei Drillsaat 148 kg Saatgut; wieviel % erspart man bei Drillsaat?
20. Eine Wirtschaft hat einen Wert von 36500 K. Der Besitzer arbeitet mit einem Betriebskapitale von 8395 K; wieviel % vom Grundkapitale beträgt das Betriebskapital?
21. Ein Abzugsgraben von 348 m Länge hat ein Gefälle von 2.61 m; wieviel % beträgt das Gefälle?
22. Ein Haus im Werte von 28300 K trägt 1273 K 50 h Mietzins; wieviel % beträgt derselbe?
23. Zu wieviel % verzinst sich ein Haus, das 28400 K gekostet hat, wenn der jährliche Mietzins nach Abzug der Steuer und der Erhaltungskosten noch 1207 K beträgt?
24. Wieviel % beträgt der Steuerfuß, wenn man von 1440 K eine Steuer von $43\frac{1}{3}$ K entrichtet?
25. Wien hatte im Jahre 1880 1,111.379, im Jahre 1890 1,355.265 und im Jahre 1900 1,658.295 Einwohner; um wieviel % ist die Bevölkerung Wiens a) seit 1880, b) seit 1890 gestiegen?
26. In einer Stadt, die 36 800 Einwohner zählt, starben in einem Jahre 1288; wieviel % sind dies?
27. Von 523 Menschen, die 12 Jahre alt sind, erreichen im Durchschnitt 471 das 24ste Lebensjahr; wieviel % sterben also im Alter von 12 bis 24 Jahren?

IV. Ein Beamter bezieht an Gehalt und 6 % Steuerungsbeitrag jährlich 2226 K; wie groß ist sein Gehalt, wie groß der Steuerungsbeitrag?

a) Lösung durch Schluß:

Gehalt = 100 %, Steuerungsbeitrag = 6 %, Bezug = 106 %, daher: 106 % des Gehaltes = 2226 K Bezug, d. i. Gehalt und Beitrag.

$$\begin{aligned}
 1\% \text{ des Gehaltes} &= \frac{2226}{106} \text{ K} = 21 \text{ K} \\
 100\% \quad " \quad " &= 2100 \text{ K} = \text{Gehalt,} \\
 6\% \quad " \quad " &= 126 \text{ K} = \text{Beitrag.}
 \end{aligned}$$

b) Lösung durch Proportion:

$$\begin{array}{rclcl}
 106\% & 2226 \text{ K} & & 106\% & 2226 \text{ K} \\
 100\% & x \text{ K} & & 6\% & x \text{ K} \\
 \hline
 x : 2226 = 100 : 106 & & & x : 2226 = 6 : 106 & \\
 x = \frac{2226 \cdot 100}{106} = 2100 \text{ K Gehalt}; & & & x = \frac{2226 \cdot 6}{106} = 126 \text{ K Beitrag.} &
 \end{array}$$

Merke: In der vorstehenden Aufgabe ist nicht die Hauptsumme, sondern **die um den Ertrag vermehrte Hauptsumme** gegeben, die in diesem Falle aus 106% besteht.

- 1.* Ein Beamter bezieht jährlich 210 K an Quartiergeld; wie groß ist seine jährliche Einnahme an Gehalt und Quartiergeld, wenn letzteres 15% des ersteren beträgt?
2. Ein Beamter, der 400 K Monatsgehalt bezieht, bestreitet mit 20% seines Gehaltes die Wohnung; wie hoch kommt ihm seine Wohnung zu stehen, wenn er außerdem noch 2% Zinsheller (d. h. 2 h von jeder Zinskrone) als Gemeindeumlage zahlen muß?
3. Ein Beamter erhält zu seinem Gehalte einen Teuerungszuschuß von 15% und bezieht mit diesem monatlich 172 K 50 h; wie groß ist sein jährlicher Gehalt?
4. Ein Beamter bezieht an Gehalt und 18% Teuerungsbeitrag jährlich 3776 K; wie groß ist a) der Teuerungsbeitrag, b) der reine Gehalt?
5. Jemand wurde im Wohnzinse um 8% gesteigert und zahlt jetzt 378 K; wieviel zahlte er früher?
6. Welchen Barwert hat eine nach einem Jahre fällige Summe a) von 2964 K bei 4% Verzinsung; b) von 1113 K bei 5% Verzinsung; c) von 2069·1 K bei 4½% Verzinsung?
7. Ein Kaufmann erhält für Bohnen, die er mit 8% Gewinn verkauft, die Summe von 264·80 K; wie groß ist der Gewinn und der Einkaufspreis?

Die Verkaufssumme besteht aus dem Einkaufspreis und dem Gewinn. Der Einkaufspreis ist immer 100%, der Gewinn in diesem Beispiele 8%; folglich die Verkaufssumme = 100% + 8% = 108% oder 264·60 K.

Wie groß ist also der 8%-ige Gewinn,

" " " " der 100%-ige Einkaufspreis? — Oder:

Bei 8% Gewinn stellt die Verkaufssumme 108% vor; der 1%-ige Gewinn ist also $\frac{1}{108}$ der Verkaufssumme; daher 8% Gewinn? Der 100%-ige Einkaufspreis?

8. Ein Wirt verkauft das *l* Wein zu 80 h und gewinnt dabei 10%; wie teuer hat er beim Einkaufe das *hl* gezahlt?
9. Jemand verkauft das *m* Tuch zu 4½ K und gewinnt dabei 20%; wie teuer hat er das *m* gekauft?
10. Eine Ware wurde mit 16% Gewinn für 841 K verkauft; wie groß ist a) der Gewinn, b) der Einkaufspreis?
11. Der Gewinn von 12½% bei einer verkauften Ware beträgt 295 K; wie groß ist der Verkaufspreis?

12. Bei einer für 1539 K verkauften Ware gewinnt man 189 K; wieviel % beträgt der Gewinn?
13. Eine Ware kommt samt 3% Spesen auf 638 K 60 h; wieviel betragen die Spesen?
14. Der Preis einer Ware wurde durch 41·7 K Spesen auf 854·7 K erhöht; wieviel % betrugen die Spesen?
15. Der Meterzentner Weizen kostet in Wien 18·02 K und ist um 6% teurer als in Budapest; wieviel kostet 1 q Weizen in Budapest?
16. Der Holzbestand eines Waldes vermehrt sich in einem Jahre um $1\frac{1}{2}\%$ und beträgt am Ende des Jahres $53186 m^3$; wie groß war er am Anfange des Jahres?

V. Jemand zahlte für eine Steuer, nachdem ihm 5% nachgelassen worden waren, 355 K 30 h; wie groß war die ursprüngliche Steuer?

a) durch Schluß: 95% der Steuer sind 355·3 K,

$$1\% \quad " \quad " \quad " \quad \frac{355 \cdot 3}{95} \text{ K} = 3 \cdot 74 \text{ K.}$$

100% (die ganze Steuer) . . . 374 K,

5% (der Nachlaß) 18·7 K:

b) durch Proportion:

$$\begin{array}{rcl} 95\% & 355 \cdot 3 \text{ K} & \\ 100\% & x \text{ K} & \end{array}$$

$$x : 355 \cdot 3 = 100 : 95$$

$$x = 35530 : 95 = 374$$

Steuer = 374 K

$$\begin{array}{rcl} 95\% & 355 \cdot 3 \text{ K} & \\ 5\% & x \text{ K} & \end{array}$$

$$x : 355 \cdot 3 = 5 : 95$$

$$x = 1776 \cdot 5 : 95 = 18 \cdot 7$$

Nachlaß 18·7 K.

Merke: In der vorstehenden Aufgabe ist nicht die Hauptsumme, sondern **die um den Ertrag verminderte Hauptsumme** gegeben, die in diesem Falle aus 95% besteht.

1. Ein Gläubiger verlor 42% seiner Forderung und erhielt nur 1450 K; wie hoch belief sich seine Forderung?
2. Ein Kaufmann erhält für Erbsen, die er mit 2% Verlust verkauft, 294 K; wie groß ist der Verlust und der Einkaufspreis?

Einkaufspreis . . . 100%

— Verlust 2%

Verkaufspreis*) . . 100% — 2% = 98% = 294 K Verkaufspreis,

1% = 3 K,

2% = 6 K Verlust,

100% = 300 K Einkaufspreis.

Oder:

98% 294 K

2% x "

$$x : 294 = 2 : 98$$

$$x = 588 : 98 = 6$$

Verlust = 6 K.

98% 294 K

100% x "

$$x : 294 = 100 : 98$$

$$x = 29400 : 98 = 300$$

Einkaufspreis = 300 K.

*) Der Verkaufspreis ist der um den Verlust verminderte Einkaufspreis.

3. Der Weizen ist um 15 % im Preise gefallen und kostet jetzt 14 K 28 h das *hl*; a) um wieviel ist er jetzt billiger, b) wie teuer war er früher?
4. Der Verkaufspreis einer Ware beträgt nach Abzug von 18 % Speßen 2308 K; wie groß sind die Speßen?
5. Eine Verkaufsrechnung beträgt nach Abzug von 84·6 K Speßen 1795·4 K; wieviel % sind Speßen?
6. Für eine mit 3 % Verlust verkaufte Ware werden 1067 K gelöst; wie groß ist a) der Verlust, b) der Einkaufspreis?
7. Der Verlust à 4 % bei dem Verkaufe einer Ware beträgt 26 K; um wieviel wurde die Ware verkauft?
8. Beim Verkaufe einer Ware für 1166·04 K verliert man 63·96 K; wieviel % beträgt der Verlust?
9. Zum Baue eines Hauses braucht man 36900 Ziegel; wieviel Stück müssen bestellt werden, wenn man $7\frac{3}{4}$ % auf Bruch rechnet?
10. Zur Pflasterung eines Bahnsteiges sind 2340 Schamotteplatten erforderlich; wieviel muß man kaufen, wenn von je 100 durchschnittlich 5 Platten zerbrechen?
11. Ein Landmann erntete in einem Jahre 134 *hl* Korn, um $7\frac{1}{2}$ % weniger als im vorausgegangenen Jahre; wieviel betrug der Ausfall der Ernte?
12. Jemand zahlte für eine Steuer bei 4 % Nachlaß 208 K 58 h; wie groß war die Steuer?

2. Anwendung der Prozentrechnung

bei Waren- und anderen Geschäften des bürgerlichen Lebens.

a) Tara und Gutgewicht.

Das Gewicht einer Ware samt dem Behältnisse heißt Bruttogewicht (B_2). Das Gewicht des Behältnisses heißt Tara (T_2) und das Gewicht der Ware selbst Nettogewicht (N_2). Subtrahiert man vom Bruttogewicht die Tara, so gibt der Rest das Nettogewicht.

Die Tara kann auf dreierlei Art angegeben werden: 1. als reelle oder reine Tara, wie sie sich durch Abwägen des Behältnisses ergibt; 2. als Durchschnitts-Tara, wenn angegeben wird, wieviel Gewichtseinheiten bei jedem Frachstück (Faß, Kiste, Sack) in Abzug zu bringen sind; 3. nach Prozenten, z. B. die Tara ist 8 %, heißt: von je 100 *kg* Brutto rechnet man 8 *kg* als Tara, oder 100 *kg* Brutto geben 92 *kg* Netto.

Bruchteile der Prozententara unter $\frac{1}{2}$ *kg* werden bei nicht sehr kostbaren Waren weggelassen, $\frac{1}{2}$ *kg* oder mehr als $\frac{1}{2}$ *kg* dagegen für 1 ganzes *kg* angenommen.

Außer der Tara wird dem Käufer bei gewissen Waren auch noch wegen des Eintrocknens, Verdunstens, Verstaubens oder Verwägens beim Kleinverkauf ein Gewichtsabzug gewährt, welcher Gutgewicht heißt und nach Prozenten berechnet wird.

Kommen Tara und Gutgewicht vor, so wird zuerst die Tara vom Bruttogewicht subtrahiert und dann das Gutgewicht vom Nettogewicht

berechnet. Das nach Abzug beider bleibende Gewicht, das man auch Netto-Nettogewicht oder reines Netto nennt, ist dasjenige, das der Käufer der Ware zu bezahlen hat.

- 1.* Eine Ware wiegt Brutto 745 kg; wie groß ist das Nettogewicht, wenn die Tara 88 kg beträgt?
- 2.* 24 Säcke Rio-Kaffee wiegen 3844 kg Brutto, die Tara beträgt 5 kg per Sack; wie groß ist das Nettogewicht?
- 3.* Wieviel beträgt die Tara von 4500 kg Brutto à 2%, 5%, 8%, 10%?
4. 6 Fässer Pottasche wiegen Brutto 1526 kg, die Tara ist 10%; wieviel beträgt das Nettogewicht?
5. Eine Ware wiegt Brutto 2792 kg; wie groß ist das Netto bei a) 3%, b) $5\frac{1}{2}\%$, c) 12% Tara?
6. Bei 7951 kg Netto ist a) 1%, b) $1\frac{3}{4}\%$, c) 2% Gutgewicht zu berechnen; wieviel kg sind zu bezahlen?
7. Berechne das Nettogewicht: a) von 2450 kg Brutto bei 7% Tara; b) von 984 kg Brutto, 20% Tara; c) von 1705 kg Brutto, 9% Tara!
8. 12 Säcke einer Ware wiegen Brutto 792 kg, die Tara beträgt 3%, das Gutgewicht $1\frac{1}{2}\%$; wieviel kg sind zu bezahlen?

792 kg à 3%	Brutto	kg	792
23·76 kg Tara . . .	3% Tara ab	kg	24
768 à $1\frac{1}{2}$	Netto	kg	768
384	$1\frac{1}{2}\%$ Gutg. ab	kg	12
11·52 kg Gutg.	Netto-Netto	kg	756

9. Wieviel kosten 5 Ballen Kaffee, Brutto 773 kg, Tara 2%, zu 386 K per q Netto?
10. Ein Kaufmann erhält aus Hamburg 4 Fässer Kaffee:

Nr. 1	Brutto	Pfund	654,	Tara	Pfund	64,
" 2	"	"	626,	"	"	61,
" 3	"	"	550,	"	"	44,
" 4	"	"	540,	"	"	53.

Wie groß ist der Betrag à 95·25 M per 100 Pfund Netto?

11. Eine Partie Flachs, gewogen 3175 kg Brutto, Tara 2%, wird zu 193·5 K per q Netto gezahlt; wie groß ist der Betrag?
12. Ein Kaufmann erhält einen Ballen Gewürznelken im Gewichte von 75 kg Brutto; wieviel muß er dafür zahlen, wenn die Tara zu 6% und 1 kg Netto zu 4 K 70 h gerechnet wird?
13. Bestimme den Wert von 4 Kisten Feigen im Gewichte von 511 kg Brutto, wenn die Tara zu 13% und das kg Netto zu 75 h gerechnet wird!
14. Wieviel kosten 4 Fässer Öl, die einzeln 225, 228, 231, 232 kg Brutto wiegen, wenn die Tara 148 kg beträgt und 1 q Netto mit 98·28 K bezahlt wird?
15. 5 Kisten türkische Pflaumen wiegen 120, 122, 123, 125, 128 kg, die Tara beträgt 7%, die Spesen 3·68 K per Kiste; wieviel kostet die Ware, wenn 1 kg Netto mit 76 h bezahlt wird?

16. Wieviel beträgt der Zoll von Brutto 348 kg Mandeln, wenn die Tara zu 13 % und der Zoll zu 12 K per 100 kg Netto gerechnet wird?
17. Von einer Ware, bei der die Tara 15 % betrug, wurden 1989 kg Netto berechnet; wie groß war das Bruttogewicht?
18. Nach Abzug der Tara à 13 % wog eine Warensendung noch 261 kg; wieviel betrug die Tara?
19. 9 % Tara betragen 157·5 kg; wie groß ist a) das Bruttogewicht, b) das Nettogewicht?
20. Wieviel % beträgt die Tara, wenn man a) von 1625 kg Brutto 1565 kg Netto; b) von 2160 kg Brutto 1836 kg Netto; c) von 948 kg Brutto 900·6 kg Netto rechnet?

b) Warenkonto und Kassakonto.

Der Warenkonto oder Rabatt ist ein Preisabzug, welchen der Verkäufer dem Kleinhändler gewährt, damit dieser beim Detailverkauf einen entsprechenden Gewinn erzielen und doch den Preis in gleicher Höhe wie der Großhändler festsetzen kann. Von dieser Art ist z. B. der Buchhändler Rabatt. Der Rabatt wird nach Prozenten des betreffenden Geldbetrages angegeben.

Ein Preisabzug anderer Art ist der Kassakonto oder Diskont, der dem Käufer gewährt wird, wenn er den Wertbetrag einer Ware, dessen Zahlung nach der Preisnotierung erst nach einer bestimmten Zeit zu leisten wäre, bei der Übernahme der Ware sogleich bar oder kontant bezahlt. Der Kassakonto wird nach Prozenten von **hundert** berechnet und der Prozentsatz gewöhnlich schon für die Zeit, um welche die kontante Bezahlung vor der bedungenen Verfallszeit erfolgt, seltener für ein Jahr (per anno) oder für einen Monat (per mense) angegeben.

Kommen Rabatt und Kassakonto vor, so wird zunächst der Rabatt berechnet und abgezogen und erst von dem erhaltenen Reste noch der Kassakonto in Abzug gebracht.

- 1.* Wieviel beträgt der Rabatt à 2 % von 800 K, 450 K, 2880 K, 3750 K?
2. Wieviel beträgt der Rabatt à $33\frac{1}{3}\%$ bei einer Bücherrechnung von a) 1518·24 K, b) $917\frac{3}{5}$ M?
3. Eine Verlagsbuchhandlung hat Bücher im Werte von 2518 K versendet; wieviel hat sie dafür bei 20 % Rabatt zu fordern?
4. Wie hoch beläuft sich der Kassakonto à $2\frac{1}{4}\%$ bei einer Rechnung von a) 2577 K, b) 3538 K, c) 939·85 K, d) 1714·17 K?
5. Wie groß ist bei einem Warenbetrage von 5192 K a) der Kassakonto à 2 %, b) die kontante Zahlung?

Warenbetrag	K 5192
Kassakonto 2 %	" 103·84
kontante Zahlung	K 5088·16

6. Berechne den diskontierten Wert: a) für 2350 K Rechnungsbetrag bei 2 % Skonto; b) für 1084 K Rechnungsbetrag bei $2\frac{1}{2}\%$ Skonto; c) für 978 K Rechnungsbetrag bei 3 % Skonto!

7. Jemand kauft 348 kg Kaffee à 270 K per 100 kg gegen 4 % Rabatt und 2 % Diskont per Kassa; wieviel hat er kontant zu zahlen?
8. Eine Ware wird auf 4 Monate Zeit um 865·12 K verkauft; wie hoch beläuft sich die kontante Zahlung, wenn der Kassaskonto zu 6 % per anno gerechnet wird? (Für 4 Monate beträgt der Skonto 2 %.)
9. Es werden 7 Fässer Wein à 10 hl zu 58 K per hl auf 2 Monate Zeit gekauft; wieviel muß man kontant zahlen, wenn $6\frac{3}{4}$ % Jahresdiskont gerechnet wird?
10. Eine Partie Zimt kostet 1370·20 K auf 5 Monate Zeit, der Diskont beträgt $\frac{1}{2}$ % per mese; wieviel wird man kontant zahlen?
11. Jemand kauft in Triest 5 Fässer einer Ware, gewogen Brutto 5219 kg mit 10 % Tara; wieviel wird er kontant dafür bezahlen, wenn man 100 kg Netto zu 28 K mit 2 % Diskont rechnet?

$$\begin{array}{rcl}
 B_{\text{u}} & . . . & \text{kg } 5219 \\
 10\% \text{ T}_{\text{u}} & . . . & 522 \\
 N_{\text{u}} & . . . & \text{kg } 4697 \text{ à } 28 \text{ h}
 \end{array}$$

$$\times 7$$

$$32879$$

$$\times 4$$

Warenpreis K 1315·16

2 % Diskont 26·30

Kontante Zahlung K 1288·86

12. Wieviel kosten 12 Fässer gelbes Wachs, Brutto 6767 kg, Tara 13 %, wenn 100 kg Netto zu 390·96 K mit $2\frac{1}{2}$ % Skonto gerechnet werden?
13. Wieviel beträgt die Barzahlung für 548 kg Brutto Petroleum, Tara 24 % zu $43\frac{1}{2}$ K per 100 kg Netto mit 3 % Diskont?
14. Für einen Warenbetrag von 3188 K, zahlbar nach 4 Monaten, erhält man kontant 3116·27 K; zu wieviel % wurde der Diskont gerechnet?
15. Wieviel % beträgt der Diskont, wenn a) statt 250 K nur 235 K, b) statt 1360 K nur 1202 K, c) statt 798 K nur 754·11 K, d) statt 2525 K nur 2408·85 K bezahlt werden?
16. Für eine Ware, die nach 3 Monaten zahlbar ist, zahlt jemand nach Abzug von 7 % Kassaskonto per anno bar 957·95 K; wie groß ist der Rechnungsbetrag?

c) Senjarie.

Ämtlich bestellte Personen, die an der „Börse“ den Ein- und Verkauf von Waren und Staatspapieren vermitteln, heißen Mäkler oder Senjale. Die Vergütung für ihre Mühe heißt Senjarie; sie wird nach Prozenten oder Promille von dem ursprünglichen, nicht diskontierten Wertbetrage berechnet und bei manchen Geschäften zu gleichen Teilen vom Käufer und Verkäufer entrichtet.

Spesen jeder Art bewirken beim Einkaufe eine Vergrößerung der Einkaufssumme, beim Verkaufe dagegen eine Verminderung der Verkaufs-

summe; sie müssen also zu dem Einkaufsbetrage addiert, vom Verkaufsbetrage subtrahiert werden. Dies gilt auch von der Senfarie.

- 1.* Wieviel beträgt die Senfarie à $\frac{1}{2}\%$ bei einem Warenbetrage von a) 5200 K, b) 2360 K, c) 3804 K?
- 2.* Wie groß ist die Senfarie à 1‰ bei einem Wechselgeschäfte von a) 8620 K, b) 4053 K, c) 769 K?
- 3.* Wieviel beträgt die Senfarie à $\frac{1}{2}\text{‰}$ von a) 3420 Franken, b) 2510 Rubel, c) 4050 M?
- 4.* Wieviel beträgt die Senfarie à 1‰ von verkauften Staatspapieren im Betrage von 35850 K?
5. Eine Partie Kafao im Betrage von 6394·76 K wird durch einen Sensal für $1\frac{1}{4}\%$ Senfarie besorgt; wieviel beträgt die ganze Senfarie?
6. Eine Partie von 985 kg Opium wird zu 35·3 K per kg gekauft; wieviel kostet den Käufer das Opium, wenn er dem Sensal $\frac{1}{2}\%$ Senfarie gibt?
7. Wie hoch stellt sich a) eine Einkaufssumme, b) eine Verkaufssumme von 982 K 70 h, wenn im ersten Falle der Käufer, im zweiten der Verkäufer $\frac{3}{4}\%$ Senfarie zu zahlen hat?
- 8.* Wie hoch beläuft sich die Einkaufssumme von Staatspapieren, wenn der Käufer 1‰ derselben, d. i. 11·28 K an Senfarie zu zahlen hat?
9. Bei einem Warenbetrage von 6458·5 K zahlt der Käufer $\frac{1}{2}\%$ Senfarie und ebenso der Verkäufer; wieviel nimmt der Sensal an Senfarie ein, wieviel erhält der Verkäufer und wieviel muß der Käufer zahlen?
10. Der Verkaufswert einer Ware beträgt nach Abzug von $\frac{1}{2}\%$ Senfarie 5537·42 K; um wieviel K wurde die Ware verkauft?
11. A läßt durch einen Sensal Waren kaufen und zahlt dafür samt $\frac{3}{4}\%$ Senfarie 787 K 82 h; wie teuer kaufte der Sensal die Waren?
12. Nach Abzug von $\frac{3}{4}\text{‰}$ Senfarie erhält man für verkaufte Staatspapiere 6208 K 80 h; wie hoch beläuft sich die Senfarie?

d) Provision.

Wenn jemand die Ausführung eines Geschäftes einem andern aufträgt, so heißt die Person, die den Auftrag erteilt, Kommittent (Auftraggeber), die Person aber, die das Geschäft zu vollziehen beauftragt wird, der Kommissionär oder Agent (Auftragnehmer). Die Vergütung, die der Kommissionär für seine Mühe erhält, wird Provision genannt und in Prozenten bestimmt.

Die Provision wird beim Einkaufe von dem um die dabei vorkommenden Spesen vermehrten diskontierten Wertbetrage berechnet und dann zu diesem addiert; beim Verkauf wird sie unmittelbar von dem diskontierten Werte berechnet und subtrahiert.

Die Rechnung, die der Kommissionär seinem Auftraggeber über den vollzogenen Einkauf oder Verkauf einer Ware erteilt, heißt bezüglich Faktura oder Verkaufsrechnung.

- 1.* Wie groß ist die Provision von 5400 K a) zu 1%, b) $1\frac{1}{2}\%$, c) zu 2%?

2. Wieviel beträgt die Provision à $\frac{1}{2}\%$ und wie groß ist der Reinertrag eines verkauften Wechsels von 1785·12 K?
3. Wieviel beträgt die Provision von 8037·36 K a) zu $\frac{1}{3}\%$, b) zu $\frac{5}{8}\%$, c) zu $1\frac{3}{4}\%$, d) zu $2\frac{1}{2}\%$?
4. Der Käufer zahlt für eine Ware nebst dem Warenpreise von 912 K noch $1\frac{3}{4}\%$ Provision; wieviel beträgt seine Auslage?
5. Es werden Staatspapiere um 11848·72 K verkauft; wie groß ist der Reinertrag bei $\frac{1}{4}\%$ Provision?
6. Eine Ware kommt beim Einkaufe mit Einrechnung von 2% Provision auf 1551·02 K; wieviel beträgt die Provision?
7. Jemand bezahlte für eine gekaufte Ware samt $2\frac{1}{2}\%$ Provision 1016 K 80 h; wie hoch war der Einkaufspreis der Ware ohne Provision?
8. Für eine verkaufte Ware erhält man nach Abzug von 2% Provision 3724 K; a) wieviel beträgt die Provision, b) um wieviel wurde die Ware verkauft?
9. Von einer Partie Seide hatte der Käufer nebst dem Einkaufspreis von 9842 K noch eine Provision von 147·63 K zu zahlen; zu wieviel % wurde die Provision berechnet?
10. Die Provision für die Beforgung eines Geschäftes beträgt 43 K 40 h; auf welchen Betrag beläuft sich das Geschäft, wenn die Provision zu $1\frac{3}{4}\%$ gerechnet wird?
11. Ein Kommissionär rechnet die Provision anstatt zu $1\frac{3}{4}\%$ irrig zu 2% und findet so 86 K; wie muß die Provision richtig gestellt werden?
12. Ein Agent besorgt den Einkauf von 1245 kg Kaffee zu 276 K per q, die Spesen betragen 6·70 K, Provision 2%; wie groß wird der Belauf sein?
13. Für einen Triester Kaufmann werden von seinem Kommissionär in Wien Staatsschuldverschreibungen um 6750 K gekauft, Provision $\frac{1}{2}\%$; wieviel hat der Triester zu zahlen?
14. Für einen Prager Kommittenten werden um 2813·78 K Waren verkauft, die Spesen betragen 68·37 K, die Provision 2%; wie groß ist der Reinertrag?
15. Für ein Bester Handelshaus werden um 7351·47 K Waren gekauft, Spesen 113·35 K, Provision $1\frac{1}{2}\%$; wie hoch wird sich die Rechnung belaufen?
16. Wieviel ist für eine Ware zu zahlen, die ohne Nebenauslagen 1536 K kostet, wenn noch 2% Provision, an Fracht 38·48 K und an anderen Spesen 5·52 K dazu gerechnet werden?
17. Wieviel kosten 1348 kg Brutto einer Ware, die Tara zu 9%, wenn der q Netto mit 83·48 K bezahlt und die Provision zu $1\frac{1}{8}\%$ berechnet wird?
18. Der Triester Kaufmann G. Rao kauft für den Wiener Kaufmann Franz Klein 3 Kisten sizilianische Weinbeeren Nr. 12 bis 14, gemogen Brutto 768 kg, Tara 13%, à 62 K per 100 kg Netto; auf welchen Betrag lautet die Faktura, wenn die Spesen für Kisten, Verpacken usw. 31·16 K betragen, und $\frac{1}{2}\%$ Senfarie und 2% Provision gerechnet wird?

Triest, den 5. Mai 1900.

Fattura

für Herrn Franz Klein in Wien von G. Rao.

Ziel 3 Monate oder per kontant 2% Diskont.

Sende für Ihre werthe Rechnung und Gefahr per Eisenbahn:		K	h
G. N.	3 Kisten sizilianische Weinbeeren Nr. 12—14		
	Bo. 768 kg		
	Ta. 13% 100 kg		
	No. 668 kg à 0.62 K .	414	16
Speßen:			
	Kisten, Verpacken usw. K 31.16 .		
	½% Senfanie von 414.16 K „ 2.07 .	33	23
		447	39
	Provision 2% von K 447.40	8	95
	G. Rao.	456	34

19. Der Prager Kaufmann W. Bauer erhält von W. Freiberg & Sohn aus Hamburg 5 Ballen Java-Kaffee, Brutto 330 kg, Tara 3 kg per Ballen, zu 92 Pf per $\frac{1}{2}$ kg Netto gegen kontante Zahlung mit 2% Diskont, Verpacken und andere Speßen in Hamburg 4.28 M, Provision 2%. Der Fakturabetrag wird zu 122.50 K (118.03 K) per 100 M gedeckt, wobei $\frac{1}{3}$ % für Wechselspeßen in Rechnung kommen. Wie hoch stellt sich der Einkaufspreis für 1 kg in Prag, wenn an Fracht 6.24 K, für kleine Speßen in Prag 2.66 K und an Zoll 80 K per 100 kg Netto gezahlt werden?

Wenn ein Kaufmann unter Rücksichtnahme auf alle beim Ein- und Verkaufe einer Ware vorkommenden Kosten berechnet, wie teuer in inländischer Geldwährung die Maß- oder Gewichtseinheit seiner Ware zu stehen kommt, so sagt man, der Kaufmann macht eine Kalkulation.

Man könnte also mit Bezug auf die vorstehende Aufgabe auch fragen: Wie hoch kalkuliert sich 1 kg Kaffee?

Hamburg, den 26. April 1900.

Einkaufsrechnung.

für Herrn W. Bauer in Prag.

Kaufen auf Ihre Order und sandten auf Ihre Rechnung und Gefahr per Eisenbahn:		Mark	Pf.
5 Ballen Java-Kaffee.			
A. F. & S.	Bo. kg 330		
	Ta. 3 kg per Ballen . . . kg 15		
	No. kg 315 à 92 Pf. per $\frac{1}{2}$ kg	M	579 60
	2% Skonto ab	„	11 59
	kontant	M	568 01
	Verpackung und andere Speßen	„	4 28
		M	572 29
	2% Provision von M 572.29	„	11 45
		M	583 74
W. Freiberg & Sohn.			

Kalkulation:

	K	h
Fakturenbetrag 583·74 M a 122·50 K		
per 100 M	715	08
Wechselspesen $\frac{3}{4}\%$ K 2·38		
Fracht von Hamburg „ 6·24		
Kleine Spefen in Prag. „ 2·66	11	28
Zoll 80 K per 100 kg	252	—
Gesamtausgabe	978	36
K 978·36:315 = K 3·11 für 1 kg.		
W. Bauer.		

20. In Marseille bezieht man französischen Safran à 76 Fr per $\frac{1}{2}$ kg; der Diskont beträgt 2%, Spefen dafelbst $1\frac{1}{2}\%$ des diskontierten Wertes, Provision 2%. Wie hoch stellt sich das kg Safran in Wien, wenn die Fracht von Marseille bis Wien $\frac{1}{8}\%$ des diskontierten Wertes, der Zoll 279·6 K per 100 kg und 100 Franken = 93 K gerechnet werden?
21. Ein Wiener Kaufmann erhält aus Triest 12 Säcke Mailänder Reis 2110 kg Brutto, 15 kg Tara, zu 49 K per q Netto, Spefen in Triest 10·50 K, Provision 2%, Fracht $5\frac{1}{2}$ K per q, Spefen in Wien 14·94 K. Wie hoch kalkulieren sich 100 kg Netto in Wien?
22. Franz Groß in Breslau verkauft im Auftrage seines Prager Kommit-
tanten G. Frehtag 218 deutsche Zentner Weizen à 22·40 M per
200 Pfund; Fracht und Zoll betragen 2·30 M per Zentner, Maßgeld,
Trinkgeld usw. 10·80 M, Senfarie $\frac{1}{2}\%$; auf welchen Reinertrag lautet
die Verkaufsrechnung, wenn die Provision zu $2\frac{1}{4}\%$ gerechnet wird?
Breslau, den 12. Juni 1909.

Verkaufsrechnung
für Herrn G. Frehtag in Prag

	M	Pf.
über für Ihre Rechnung an Herrn N. N. hier verkauften und abge- lieferten Weizen:		
F. G. 218 deutsche Zentner à 22·40 M per 200 Pfund	2441	60
Spefen:		
Fracht und Zoll zu 2·30 M per deutschen Zentner M 501·40		
Maßgeld, Trinkgeld usw. „ 10·80		
Senfarie $\frac{1}{2}\%$ von 2441·60 „ 12·21		
Provision $2\frac{1}{4}\%$ von 2441·60 „ 54·94	579	35
Reinertrag	1862	25
Diesen Betrag schreibe ich Ihnen bis auf weitere Order gut.		
Franz Groß.		

23. Ein Kaufmann in Wien verkauft für einen Triester Kaufmann 6 Fässer
Tafelöl, Brutto 3285 kg, Tara 16%, zu 150 K per q Netto; Spefen
42 K 70 h, Senfarie $\frac{1}{2}\%$, Provision $1\frac{3}{4}\%$. Stelle die Verkaufs-
rechnung zusammen!

24. Ein Agent verkauft für eine Fabrik

- 38 Stück Weißgarnleinen à 38 K,
 42 " Halbleinen à 32 K 40 h und
 50 " Gradl à 35 K.

Die Verkaufsspesen betragen 107 K 12 h, die Provision $1\frac{3}{4}\%$; wieviel hat der Agent für die Ware an die Fabrik abzuführen?

25. In Triest kosten 100 kg Kakao 264 K; Diskont daselbst 2%, Spesen $1\frac{1}{2}\%$, Provision 2%, Fracht bis Laibach 1 K 4 h, Spesen in Laibach 1 K 50 h per 100 kg. Wie hoch stellt sich 1 kg Kakao in Laibach?

e) Gewinn und Verlust.

Bei der Gewinn- und Verlustrechnung kommen drei Zahlen vor: die Ausgabe beim Einkaufe (Einkaufssumme), die Einnahme beim Verkaufe (Verkaufssumme) und der Gewinn oder Verlust. Dieser wird von den Kaufleuten gewöhnlich nach Prozenten bestimmt; es heißt z. B. 6% gewinnen, statt 100 K, die man beim Einkaufe ausgelegt hat, beim Verkaufe 106 K einnehmen; 6% verlieren aber heißt, für 100 K Ausgabe beim Einkaufe nur 94 K Einnahme beim Verkaufe haben.

1. Beim Verkaufe einer Ware, die für 1955 K eingekauft wurde, gewinnt man 15%; wieviel beträgt der Gewinn?
2. Wie groß ist der 15% betragende Gewinn bei einer für 1955 K verkauften Ware?
3. Eine Ware wurde für 1955 K mit 15% Verlust verkauft; wie groß ist der Verlust?
- 4.* Welcher Teil des Einkaufspreises wird gewonnen bei einem Gewinn von 25%, 20%, 10%, 5%, $12\frac{1}{2}\%$, $6\frac{1}{4}\%$, $33\frac{1}{3}\%$?
5. Wie groß ist der Gewinn a) zu 12% für 360 K Einkaufswert; b) zu 8% für 1365 K Einkaufswert; c) zu 14% für 2062 K Einkaufswert?
6. Jemand kauft 350 q Weizen à 24 K 80 h und gewinnt beim Verkaufe 15%; wieviel beträgt der Gewinn?
- 7.* Wie teuer wird eine Ware, die im Einkaufe 780 K kostet, verkauft, wenn man a) 10% gewinnt, b) 10% verliert?
8. Berechne den Verkaufspreis einer Ware, wenn a) der Einkaufspreis 696 K, der Gewinn 9%, b) der Einkaufspreis 1710 K, der Gewinn 18%, c) der Einkaufspreis 2045 K, der Gewinn 20% beträgt!
9. Wenn man den Zentner Flachs um 130 K einkauft und 10% gewinnen will, wie teuer wird man das kg verkaufen?
- 10.* Wie teuer muß das kg einer Ware verkauft werden, wenn man 15 kg derselben für 7 K 50 h eingekauft hat und 12% gewinnen will?
11. Einem Tuchhändler kommen 4 Stück Tuch à 30 m beim Einkaufe auf 1024 K; wie teuer wird er das m verkaufen, wenn er dabei 15% gewinnen will?
12. An einem Zentner Kaffee gewinnt man 48 K oder 15%; wie groß ist a) der Einkaufspreis, b) der Verkaufspreis?

13. Beim Verkaufe einer Ware beträgt a) der Gewinn 46 K oder $12\frac{1}{2}\%$, b) der Verlust 39·78 K oder $4\frac{1}{4}\%$, c) der Gewinn 187 K oder 15%, d) der Verlust 82 K oder 4%; wie groß ist bei a) und b) die Einkaufssumme, bei c) und d) die Verkaufssumme?
14. 350 kg Weinbeeren kosten 151 K 12 h, Fracht und Zoll betragen 68 K 88 h; wie teuer muß man davon 1 kg verkaufen, um 15% zu gewinnen?
15. Wird das kg Petroleum zu 58 h verkauft, so gewinnt man dabei 16%; wieviel kg müssen verkauft werden, wenn man 100 K gewinnen will?
- 16.* Wenn das m Tuch für 9 K verkauft wird, gewinnt man $12\frac{1}{2}\%$; wieviel kostet das m im Einkaufe?
17. Berechne den Einkaufswert einer Ware, die a) mit 12% Gewinn für 952 K, b) mit 9% Gewinn für 2628 K, c) mit $16\frac{1}{2}\%$ Gewinn für 1379 K 36 h verkauft wird!
18. Wie teuer muß man eine Ware einkaufen, wenn sie für 93 K mit einem Gewinne von 24% verkauft werden soll?
19. Um aufzuräumen, verkauft man eine Partie Waren mit 4% Verlust für 700 K; wie teuer war die Ware im Einkaufe?
20. Wenn der bei einem Verkaufe erzielte Gewinn von 8% 188 K beträgt, wie groß ist die Einkaufssumme?
21. Ein Haus wurde 6% unter dem Einkaufspreise verkauft; wie hoch war dieser, wenn der Verlust 2940 K beträgt?
22. Jemand muß eine Ware mit 12% Verlust für 825 K verkaufen; um wieviel hat er sie eingekauft?
23. Für eine Ware, die im Einkaufe 140 K kostet, löst man beim Verkaufe 161 K; wieviel % beträgt der Gewinn?
- 24.* Wieviel % werden gewonnen, wenn der Gewinn $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}$ a) des Einkaufspreises, b) des Verkaufspreises beträgt?
- 25.* Wenn $\frac{1}{2}$ hl Bier 12 K kostet und der Wirt das l zu 32 h verkauft, wieviel % gewinnt er?
26. Wieviel % werden gewonnen a) bei 272 K Einkaufspreis und 340 K Verkaufspreis; b) bei 275 K Einkaufspreis und 308 K Verkaufspreis; c) bei 1224 K Einkaufspreis und 1444 K 32 h Verkaufspreis?

V. Zins- und Diskontrechnung.

1. Zinsrechnung.

Derjenige, welcher einem andern Geld leiht, wird Gläubiger, derjenige, welcher von einem andern Geld ausleiht, wird Schuldner genannt. Die dargeliehene Summe nennt man Kapital. Das Geld, das für die Benützung des Kapitals entrichtet wird, heißt Zins oder Interesse und wird nach Prozenten bestimmt. 1 Prozent (%) heißt $\frac{1}{100}$ eines Betrages (pro cent = für Hundert). So ist beispielsweise 1 h 1% von 1 K. Der für je 100 Geldeinheiten nach einem Jahre zu bezahlende Zins heißt Zinsfuß. Ein Kapital ist zu 5% angelegt, heißt:

von je 100 K Kapital erhält man in einem Jahre 5 K, oder von 1 K erhält man 5 h Zins (Zinsheller).

Bei der Zinsrechnung kommen vier Größen (Zahlen) vor: das Kapital, die Zeit, der Zinsfuß und die Zinsen. Bezüglich der Zeit wird gewöhnlich jeder Monat zu 30 Tagen und daher das Jahr zu 360 Tagen angenommen.

Die Auflösung der Aufgaben über die Zinsrechnung geschieht nach der Schlußrechnung oder nach der zusammengesetzten Proportion.

Berechne stets zuerst 1 % !

- a) Der 1%-ige 1-jährige Zins ist $\frac{1}{100}$ des Kapitals;
 b) " 1%-ige 1-monatliche Zins ist $\frac{1}{1200}$ des Kapitals;
 c) " 1%-ige 1-tägige Zins ist $\frac{1}{36000}$ des Kapitals.

Daraus wird durch Schluß gefunden:

- a) der mehrprozentige mehrjährige Zins;
 b) " " mehrmonatliche Zins;
 c) " " mehrtägige Zins.

Berechnung der Zinsen.

Ein Kapital von 5380 K ist zu 5% angelegt; wie groß ist der Zins in 3 Jahren?

Durch die Schlußrechnung: a) 5380 K Kap. geben

- zu 1% in 1 J. 53·8 K Zins, Kurz:
 " 5% " 1 " 53·8 × 5 K Zins, Zins = 53·8 K × 5 × 3 = 807 K
 " 5% " 3 " 53·8 × 5 × 3 K = 807 K Zins.

b) Hier könnte man auch so schließen:

$$\begin{array}{rcl} 5\% \text{ von } & 1 \text{ K Kap. in } 1 \text{ J. } & 5 \text{ h Zins} \\ 5\% & 5380 \text{ K} & " \quad 1 \quad 5 \text{ h} \times 5380 \\ 5\% & " \quad 5380 \text{ K} & " \quad " \quad 3 \quad 5 \text{ h} \times 5380 \times 3 \\ & & x = 80700 \text{ h} = 807 \text{ K Zins.} \end{array}$$

Daraus ist die Regel zu entnehmen: Man berechnet die Zinsen, indem man die Zinsheller mit dem Kapital und den Jahren multipliziert.

c) nach der Proportion:

$$\begin{array}{rcl} \uparrow 100 \text{ K Kap. in } 1 \text{ J. } \uparrow 5 \text{ K Zins } \uparrow & x : 5 = 5380 : 100 \\ 5380 \quad " \quad " \quad 3 \quad " \quad x \quad " \quad " & = 3 : 1 \\ & x = \frac{5380 \times 5 \times 3}{100} = \\ & = 807 \text{ K Zins.} \end{array}$$

Daraus folgt:

Die Zinsen sind gleich dem 100. Teile des Produktes aus dem Kapital, dem Zinsfuß und der Zeit in Jahren.

1.* Den wievielten Teil des Kapitals betragen die jährlichen Zinsen

- a) zu 5%, b) zu 4%, c) 3%, d) $4\frac{1}{2}\%$, e) $4\frac{1}{4}\%$, f) $3\frac{3}{4}\%$?

- 2.* Wieviel ist der 1%-ige 1-jährige Zins von a) 100, 300, 700, 1000, 2000, 5000, 9000 K; b) 10000, 40000, 80000, 100000, 600000, 1000000 K; c) 10, 30, 90, 1, 2, 5, 8, 13, 26, 57, 88 K; d) 112, 235, 644, 792, 1240, 8756 K?
- 3.* Wieviel ist der 3%-ige (4%-ige, 5%-ige, 6%-ige) 1-jährige Zins von a) 100, 500, 1400, 3600, 5210, 860, 9624 K; b) 10000, 30000, 20500, 54000, 100000, 640000 K; c) 10, 1, 8, 15, 36, 58, 92, 164, 372, 879 K?
- 4.* Wieviel Zinsen geben jährlich a) 6 K, 50 K, 250 K, 875 K, 1220 K à 4%; b) 4 K, 14 K, 320 K, 1060 K, 4160 K à 5%; c) 30 K, 85 K, 240 K, 725 K, 1350 K à 6%?
5. Wie groß ist der jährliche Zins von 300 K zu $3\frac{3}{4}\%$?

$3\frac{3}{4}\%$ von 300 K

1% 3 K

3% 9 K

$\frac{1}{2}\%$ 1.5 K

$\frac{1}{4}\%$ 0.75 K

$3\frac{3}{4}\%$ 11.25 K.

- 6.* Wieviel Zinsen geben jährlich 2 K (8, 10, 14, 32, 48, 75 K) Kapital a) zu $4\frac{1}{4}\%$, b) zu $5\frac{1}{2}\%$, c) zu 6%, d) zu $5\frac{3}{4}\%$, e) zu $3\frac{1}{4}\%$?
- 7.* Berechne die jährlichen Zinsen von: 200 K zu $4\frac{1}{2}\%$, 900 K zu $4\frac{1}{2}\%$, 120 K zu $3\frac{1}{2}\%$, 380 K zu $3\frac{3}{4}\%$, 1200 K zu $4\frac{1}{4}\%$, 1700 K zu $4\frac{3}{4}\%$, 5 K zu $4\frac{1}{4}\%$, 14 K zu $3\frac{4}{5}\%$, 25 K zu $3\frac{2}{3}\%$, 80 K zu $5\frac{1}{4}\%$, 8 K zu $4\frac{1}{4}\%$, 72 K zu $3\frac{1}{8}\%$!

8. Wieviel Zinsen geben 500 K zu 4% in 2 Jahren?

1% in 1 J. 5 K

4% in 1 J. 20 K

4% in 2 J. 40 K.

9. Wieviel Zinsen tragen 500 K zu 4% in $2\frac{1}{2}$ Jahren?

1% in 1 J. 5 K

4% in 2 J. 40 K

4% in $\frac{1}{2}$ J. 10 K

4% in $2\frac{1}{2}$ J. 50 K.

- 10.* Wieviel Zinsen geben a) 400 K (300, 800, 560, 240 K) à 6% in 2 Jahren? b) 750 K (200, 400, 680, 910 K) à 4% in $2\frac{1}{2}$ Jahren?
11. Wieviel Zins geben 5720 K Kapital zu 4% in 4 Jahren?
12. Wieviel Zins geben zu 6% in $2\frac{3}{4}$ Jahren a) 3080 K, b) 75.85 K, c) 815 K, d) 7642 K, e) 516 K 72 h Kapital?

13. Wieviel Zinsen bringen 528 K zu $4\frac{1}{4}\%$ in $1\frac{1}{2}$ Jahren?

a)

1% 5·28 K

$4\% \dots\dots 21\cdot12 \text{ K in } 1 \text{ J.}$

$\frac{1}{4}\% \dots\dots 1\cdot32 \text{ K in } 1 \text{ J.}$

$4\frac{1}{4}\% \dots\dots 22\cdot44 \text{ K in } 1 \text{ J.}$

$4\frac{1}{4}\% \dots\dots 11\cdot22 \text{ K in } \frac{1}{2} \text{ J.}$

$4\frac{1}{4}\% \dots\dots 33\cdot66 \text{ K in } 1\frac{1}{2} \text{ J.}$

b) Bruchsatz:

$0\cdot66$

$x = \frac{5\cdot28 \text{ K} \times 17 \times 3}{4 \times 2} = 33\cdot66 \text{ K.}$

14. Wieviel Zinsen tragen:

200 K zu $3\frac{1}{3}\%$ in $1\frac{1}{3}$ J. 1200 K zu $3\frac{1}{3}\%$ in $1\frac{1}{3}$ J.

590 K " $4\frac{1}{2}\%$ " $2\frac{3}{4}$ " 5760 K " $4\frac{1}{2}\%$ " $2\frac{3}{4}$ "

786 K " $4\frac{3}{4}\%$ " $3\frac{5}{6}$ " 6572·4 K " $4\frac{3}{4}\%$ " 4 J. 3 Mon.

996 K " $3\frac{5}{6}\%$ " $2\frac{2}{3}$ " 572·76 K " $5\frac{1}{2}\%$ " 2 " 9 " ?

15. Berechne die Zinsen von 2416 K 80 h à $4\frac{1}{2}\%$ in

a) 2, b) $1\frac{3}{4}$, c) $2\frac{1}{6}$, d) $1\frac{1}{4}$, e) $1\frac{2}{3}$ Jahren!

16. Wieviel Zins geben 948 K in $2\frac{1}{2}$ Jahren zu $4\frac{3}{4}\%$ (5% , $6\frac{1}{2}\%$, $4\frac{1}{4}\%$, $4\frac{1}{2}\%$)?

17. Wieviel Zins tragen a) 4105 K à $5\frac{2}{3}\%$ in 3 Jahren; b) 14932·4 K à $6\frac{1}{4}\%$ in 6 Monaten; c) 884 K à 7% in 2 Jahren 11 Monaten?

18. Wieviel Zins bringen 3450 K zu $4\frac{1}{3}\%$ in 2 Jahren 8 Monaten?

3450 K

138·00 K 4%

11·50 K $\frac{1}{3}\%$

149·50 K für 1 Jahr

149·50 K " 1 "

49·833 K " 4 Monate = $\frac{1}{3}$ Jahr

49·833 K " 4 "

398·666 K = 398 K 67 h für 2 Jahre 8 Monate.

Dieser Vorgang heißt welfche Praktik.

Um kürzesten und einfachsten werden die Zinsen für Jahre, Monate und Tage nach der **Zerfallungsmethode** berechnet, und zwar:

1. Die Zinsen für ein Jahr berechnet man nach der Prozentrechnung, indem man den hundertsten Teil des Kapitals mit dem Zinsfuß multipliziert.

2. Um die Zinsen für mehrere Jahre zu finden, braucht man nur die einjährigen Zinsen mit der Anzahl der Jahre zu multiplizieren.

3. Die Monate werden als Teile des Jahres und die Tage als Teile des Monats betrachtet, die auf diese Teile entfallenden Zinsbeträge durch Division bestimmt und zuletzt zu den Zinsen für Jahre addiert.

19. Berechne a) die $\frac{1}{4}$ -jährlichen Zinsen von 1400 K zu $3\frac{1}{3}\%$; b) die monatlichen Zinsen von 2600 K zu $3\frac{3}{5}\%$; c) die täglichen Zinsen von 21900 K zu $3\frac{3}{4}\%$! (Das Zinsjahr = 360 Tage.)

20. Wieviel Zins geben a) 1426 K à 4% in 6 Monaten; b) 1810 K à $5\frac{1}{2}\%$ in 4 Monaten; c) 2306 K à 6% in 5 Monaten?
21. Wieviel Zins geben a) 4800 K zu 6% in 1 Jahr 5 Monaten 20 Tagen; b) 5792 K zu $5\frac{1}{2}\%$ in 2 Jahren 9 Monaten 25 Tagen?
22. Wieviel Zinsen geben a) 6310 K zu 6% in 2 Jahren 8 Monaten 7 Tagen; b) 1080 K zu $4\frac{3}{4}\%$ in 1 Jahre 7 Monaten 18 Tagen; c) 1537 K zu $5\frac{1}{2}\%$ in 9 Monaten 20 Tagen?
23. 2518 $\frac{2}{5}$ K stehen durch 2 Jahre 5 Monate zu $5\frac{1}{4}\%$ aus; wieviel muß an Kapital und Zins zurückgezahlt werden?
24. Ein Kapital von 5600 K ist zu 4% durch 2 Jahre 11 Monate und 7 Tage angelegt; wieviel Zins trägt es?
25. Jemand nimmt 2560 K auf 6 Monate zu 5% auf; wieviel wird er nach Verlauf dieser Zeit zu zahlen haben?
- 26.* Jemand nimmt 3000 K zu $4\frac{1}{2}\%$ auf und leiht dieselbe Summe zu $6\frac{1}{2}\%$ weg; wieviel gewinnt er dabei in 3 Jahren?
27. Zu welcher Summe wachsen 2500 K mit den Zinsen zu $4\frac{1}{2}\%$ in a) 1, b) 3, c) $1\frac{3}{4}$, d) $2\frac{1}{3}$ Jahren an?
28. Zu welcher Summe wachsen 1560 K in $1\frac{3}{4}$ Jahren an, wenn der jährliche Zins zu 5% gerechnet wird?
29. Zu 6% wirft ein Kapital 108·42 K Zinsen ab; wieviel in derselben Zeit zu 4%?
30. Ein Unwesen ist mit 2537 K zu 4%, mit 1580 K zu $4\frac{1}{2}\%$ und mit 1435 K zu $5\frac{1}{2}\%$ belastet; wieviel hat der Besitzer vierteljährlich an Interessen zu zahlen?
31. Auf einem Hause lastet eine Hypothek von 2560 K zu 5%; wieviel hat der Besitzer des Hauses jährlich an Interessen zu bezahlen?
32. Ein Bauer leiht sich zum Viehkauf 1300 K zu $4\frac{1}{2}\%$ auf 1 Jahr aus; wieviel hat er nach Ablauf dieser Zeit im ganzen zurückzu zahlen?
33. Ein Geschäftsmann hat ein Betriebskapital von 14000 K; wie groß ist jährlich der Reingewinn, wenn sich das Kapital mit 15% verzinst?
34. Für eine Schuld von 1636 K wurden durch 6 Jahre keine Zinsen gezahlt; um wieviel hat sich die Schuld vergrößert, wenn die Zinsen zu $5\frac{1}{2}\%$ gerechnet werden?
35. Ein Kapital von 6530 K ist zu $3\frac{3}{4}\%$ angelegt; um wieviel Zinsen erhält der Gläubiger monatlich (täglich) mehr, wenn er den Zinsfuß auf $4\frac{1}{4}\%$ erhöht?
36. Auf einem Gute lastet eine Schuld von 8500 K; nach 2 Jahren zahlt der Besitzer die Schuld und die $5\frac{1}{2}\%$ Zinsen. Wieviel muß er zahlen?
37. Jemand hat folgende Kapitalien angelegt: bei A 2500 K zu $4\frac{1}{2}\%$, bei B 3850 K zu 5%, bei C 4580 K zu 6%; wieviel Zins bringen ihm jährlich alle drei Kapitalien?

38. Wieviel betragen die vierteljährlichen Zinsen, die ein Rentner einnimmt, wenn er 36 000 K zu $3\frac{3}{4}\%$, 42 000 K zu $3\frac{1}{5}\%$ und den Rest seines 190 000 K großen Vermögens zu 4% ausgeliehen hat? Wieviel nimmt er monatlich (täglich) an Zinsen ein?

Zinsenberechnung für Tage.

Sollen die Zinsen für eine Anzahl von Tagen berechnet werden, so schließt man im Bruchfasse auf die Zinsen für 1 Tag, wobei das Jahr zu 360 Tagen gerechnet wird.

Sind z. B. die Zinsen von 1357 K zu 6% für 239 Tage zu berechnen, so erhält man die

$$\begin{aligned}\text{Zinsen} &= \frac{13 \cdot 57 \cdot 6 \cdot 239}{360} \text{ K, gekürzt} \\ &= \frac{13 \cdot 57 \cdot 239}{60} = 54 \cdot 05 \text{ K.}\end{aligned}$$

- Wieviel Zins bringen 3844 K
 - zu 3% in 125 Tagen;
 - zu 5% in 56 Tagen;
 - " $4\frac{1}{2}\%$ " 88 " ;
 - " 8% " 124 " ?
- Wieviel betragen die Zinsen
 - a) von 2075 K à 3% in 48 Tagen;
 - b) von 3816 K à 4% in 145 Tagen;
 - c) 1580 K à 9% in 85 Tagen?
- Wieviel Zinsen bringen:

zu 5%: 360 K in 14 Tagen,	zu 4%: 552 K in 9 Tagen,
486 K " 24 "	815 K " 21 "
2600 K " 15 "	5275 K " 7 "
zu $4\frac{1}{2}\%$ 817 K in 16 Tagen,	
288 K " 28 "	
3512 K " 1 Mon. 4 Tg.?	
- Wieviel Zins geben 1560 K Kapital zu 6% vom 3. April bis 12. August?

Vom 3. April bis 3. August sind 4 Monate = 120 Tage.

" 3. August " 12. " "	9 " "
	129 Tage.
- Berechne die Zinsen:
 - a) von 1730 K zu $4\frac{1}{2}\%$ vom 12. Juni bis 23. Oktober;
 - b) von 1920 K zu 6% vom 7. Mai bis 30. August;
 - c) von 2628 K zu 8% vom 22. März bis 18. November!
- Ein Kaufmann hat am 1. Mai für Waren 646·8 K zu zahlen; er zahlt am 12. Mai (also 11 Tage später). Wieviel Zinsen muß er vergüten, wenn 5%, 6%, $4\frac{1}{2}\%$, 4%, $3\frac{1}{5}\%$ gerechnet werden?
- Ein Steuerrückstand von 286 K 40 h wird am 10. Februar bezahlt; wieviel betragen die Verzugszinsen à 5% vom 1. Jänner an?
- Eine am 1. Mai fällige Schuld von 362 K wird am 15. Juni mit 4% Verzugszinsen gezahlt; wieviel beträgt die Zahlung?

Von der **Sparfasse**. Was ist die Sparfasse? Das Sparfassenbuch. Einlage (Kapital). Gewinn (Zinsen). Zinsen für 100 K in 1 Jahr

(Prozent). Zinsfuß. Interessen. Die Sparkassen zahlen gewöhnlich 3 bis 4%; es kommen vor $3\frac{1}{4}\%$, $3\frac{1}{3}\%$, $3\frac{1}{2}\%$, $3\frac{2}{5}\%$, $3\frac{3}{4}\%$ u. a. Was heißt das? Bruchzahlen der K werden in h verwandelt.

9. Eine Sparkassa verzinst mit $3\frac{3}{4}\%$; wieviel betragen die jährlichen Zinsen für 96 K?

1% von 96 K in 1 Jahre 96 h Zinsen;

$3\frac{3}{4}\%$ " 96 K " 1 " $96 h \times \frac{15}{4}$

$24 h \times 15$

$360 h = 3 \cdot 6 K.$

Wieviel K Zinsen können am 1. Juli und am 1. Jänner bei der Sparkassa behoben werden?

Mit Ende Juni und Ende Dezember jeden Jahres wird die Berechnung und Vorschreibung der Zinsen für sämtliche Einleger (Interessenten) vorgenommen. Die am Schlusse eines jeden halben Jahres berechneten Zinsen können von Ende Juli, beziehungsweise von Ende Jänner ab behoben werden. Die nicht erhobenen Zinsen werden nach ihrer Fälligkeit dem Kapitale zugeschlagen und verzinst.

Kapitalsrückzahlungen bis zur Höhe von 200 K finden auf Verlangen sofort ohne Kündigung statt.

Dagegen unterliegen Beträge von 200 K bis 1000 K einer 8-tägigen, Beträge von 1000 K aufwärts einer monatlichen Kündigung.

10. Eine Sparkasse verzinst mit $3\frac{2}{3}\%$; wieviel Zinsen zahlt sie für 93 K, 48 K, 15 K in 1 Jahre, $\frac{1}{2}$ Jahre, 2 Jahren, $1\frac{1}{2}$ Jahren?

11. Eine Sparkasse verzinst das eingelegte Geld zu $3 \cdot 6\%$, $3\frac{4}{5}\%$, 4% , $4\frac{1}{4}\%$, $4\frac{1}{2}\%$; wieviel Zinsen bringen:

5 K in 1 Jahre	120 K in 9 Mon.	20 K in $\frac{1}{3}$ Jahre
15 K " 1 "	318 K " 4 "	25 K " $\frac{2}{3}$ Jahren
28 K " 5 Mon.	200 K " 1 Tag	12 K " 60 Tagen
90 K " 10 "	800 K " 20 Tag.	80 K " 45 "
25 K " 3 "	1540 K " 12 "	156 K " $2\frac{1}{2}$ Mon.?

12. Ein Kind hat 72 K in der Postsparkassa, die zu 3% verzinst; wieviel wird an Zinsen in 1 Jahre dazugeschrieben?

13. Ein Knabe hat am 1. Jänner 36 K 40 h in der Postsparkassa; am 31. März legt er noch 7 K 50 h dazu; wieviel betragen Kapital samt Interessen am 1. Jänner des nächsten Jahres?

14. Jemand legt in die Sparkasse 580 K am 1. Jänner, 650 K am 15. Juni, 870 K am 25. Oktober; wieviel hat er am Ende des Jahres bei 4% Verzinsung zu fordern?

Berechnung des Kapitals.

Ist z. B. die Größe eines Kapitals zu finden, das in 2 Jahren zu 4% 188 K Zins trägt, so schließt man:

4% 188 K in 2 Jahren,
 1% 47 K „ 2 „

1% 2350 K in 1 Jahre,

100% 2350 K = Kapital,

oder nach dem Bruchsatze ausgeführt: $x = \frac{188 \text{ K} \cdot 100}{4 \cdot 2} = 2350 \text{ K}$

d. h. das Kapital ist gleich den 100-fachen Zinsen dividiert durch das Produkt aus dem Zinsfuße und der Zeit in Jahren.

- 1.* Wie groß ist das Kapital, wenn die jährlichen Zinsen zu 5% 20 K, 60 K, 42 K, 72 K, 25 K, 128 K, 100 K betragen?
- 2.* Von welchem Kapital betragen die jährlichen Zinsen a) 80 K zu 4%; b) 108 K zu $4\frac{1}{2}\%$; c) 69 K zu 5%; d) 102 K zu 6%?
- 3.* Welches Kapital bringt a) zu 4%, b) zu 5%, c) zu 8% jährlich 2 K Zins?
4. Jemand bezieht jährlich 330 K als 6% igen Zins; wie groß ist das Kapital?
5. Ein Unternehmen wirft in 1 Jahre einen Reingewinn von 1856 K 80 h ab, wodurch sich das Betriebskapital mit $8\frac{1}{2}\%$ verzinst; wie groß ist dasselbe?
- 6.* Welches Kapital bringt an Zinsen in 2 Jahren a) zu 4% 44 K; b) zu 5% 136 K; c) zu 6% 81 K?
7. Jemand bezieht in 2 Jahren 1116 K als Zinsen; wie groß ist das Kapital bei 6%.
8. Welches Kapital gibt zu 5% in 2 Jahren 586 K Zinsen?
9. Welches Kapital gibt a) zu $4\frac{1}{2}\%$ in 1 Jahre 1674 K Zins; b) zu $6\frac{1}{2}\%$ in $1\frac{1}{2}$ Jahren 390 K Zins; c) zu $3\frac{1}{3}\%$ in 1 Jahre 3 Monaten 110·25 K Zins?
10. Von welchem Kapitale erhält man a) zu 4% in $2\frac{3}{4}$ Jahren 427 K Zinsen; b) zu $6\frac{1}{2}\%$ in $1\frac{2}{3}$ Jahren 2238·6 K Zinsen?
11. Jemand lebt von den Zinsen seines zu 4% ausgeliehenen Vermögens; wie groß ist dieses, wenn er jährlich 2920 K braucht?
12. Ein Haus liefert in 1 Jahre 3621 K Reinertrag; wie groß ist dessen Wert, wenn es sich zu $4\frac{1}{4}\%$ verzinst?
13. Welches Kapital muß man zu 5% anlegen, um monatlich 57 K Zins zu erhalten?
14. Ein Kapitalist bezieht halbjährlich 1864 K Zinsen; welches Kapital besitzt er, wenn er 4·2% Zinsen erhält?
15. Auf einem Hause lastet eine Hypothek, für die zu 5% in jedem Vierteljahre 200 K Zinsen zu entrichten sind; wie hoch ist das Haus belastet?
16. Eine Familie bezahlt vierteljährlich 200 K Zins; welches Kapital muß zu 4% angelegt sein, um diese Ausgabe zu decken?

17. Welches Kapital muß ein Landwirt in der Sparkasse anlegen oder ausleihen, damit er bei einem Zinsfuße von 4% vierteljährlich ein Ausgedinge von 250 K bezahlen kann?
18. Jemand leiht zu $5\frac{1}{2}\%$ ein Kapital von 3700 K aus, wovon er selbst einen Teil zu 4% aufgenommen hat; wie groß ist der ihm gehörende Teil des Kapitales, wenn er einen jährlichen Zinsenüberschuß von $154\frac{1}{2}$ K erzielt?
19. Für ein Kapital, das durch 3 Jahre zu $5\frac{1}{2}\%$ ausgestanden ist, erhält man an Kapital und Zinsen 10718 K; wie groß war das Kapital?
 $5\frac{1}{2}\%$ für ein Jahr geben $16\frac{1}{2}\%$ für 3 Jahre; 200 K betragen daher samt den Zinsen nach 3 Jahren 233 K und man hat
 200 K Kapital 233 K Kapital mit Zinsen $x : 200 = 10718 : 233$
 x K " 10718 K " " " also $x = 9200$ K.
 Leitet man aus dem Jahreszinsfuße ($5\frac{1}{2}\%$) einen solchen Zinsfuß ($16\frac{1}{2}\%$) ab, welcher der Zeit entspricht, für welche die Zinsen gerechnet werden, so heißt dieser letztere der reduzierte Zinsfuß.
20. Ein Kapital ist mit den einjährigen Zinsen zu 5% auf 6111 K angewachsen; wie groß ist das Kapital?
21. Welches Kapital muß man zu $4\frac{1}{2}\%$ anlegen, damit es samt den Zinsen nach 3 Jahren auf 10696 K anwachse?
22. Jemand zahlt für ein durch 6 Jahre benutztes Kapital samt den $5\frac{1}{2}\%$ Zinsen 452·2 K zurück; wie groß war das Kapital?
23. Ein zu 4% angelegtes Kapital war in 2 Jahren auf 2532·6 K angewachsen; wie groß war es ursprünglich?
24. Ein Kapital beträgt samt den 10-monatlichen Zinsen à 6% 2940 K; wie groß ist das Kapital allein?
25. Welchen Betrag hat ein Schuldner an Kapital und Zinsen zurückzuzahlen, wenn die Zinsen allein für 2 Jahre zu 6% 190 K ausmachen?

Berechnung der Zeit.

Ist z. B. die Anzahl der Jahre zu suchen, in der ein Kapital von 3800 K zu 6% 684 K Zinsen gibt, so kann man schließen:

a) Kapital. 3800 K

1%		38 K für 1 Jahr
----	-----------	-----------------

6%		228 K " 1 "
		$684 \text{ K} : 228 \text{ K} = 3$

$x = 3$ Jahre.

b) Nach dem Bruchfasse ausgeführt:

$$\text{Zins für 1 Jahr} = \frac{3800 \times 6}{100}$$

Wir finden die Zahl der Jahre, wenn wir den gesamten Zins durch den einjährigen Zins dividieren.

$$684 : \frac{3800 \times 6}{100} = \frac{684 \times 100}{3800 \times 6} = 3 \text{ Jahre,}$$

d. h. die Zeit in Jahren ist gleich den 100fachen Zinsen, dividiert durch das Produkt aus dem Kapital und dem Zinsfuße.

- 1.* In welcher Zeit bringen 100 K zu a) 3% 12 K; b) $3\frac{1}{2}\%$ 10·50 K; c) 4% 10 K; d) $3\frac{3}{4}\%$ $7\frac{1}{2}$ K; e) $4\frac{1}{5}\%$ 13·65 K Zinsen?
- 2.* In wieviel Jahren geben 225 K Kapital à 4% 45 K Zinsen?
- 3.* In welcher Zeit bringen a) 675 K zu 4% 81 K Zins? b) 1640 K zu 5% 164 K Zins? c) 450 K zu $6\frac{1}{2}\%$ 67 $\frac{1}{2}$ K Zins?
- 4.* In welcher Zeit bringen 1600 K zu $5\frac{1}{2}\%$ 220 K Zinsen?
5. In welcher Zeit geben 4700 K zu $4\frac{1}{5}\%$ 423 K Zins?
6. A erhielt für 2300 K zu $4\frac{1}{2}\%$ 234·60 K Zinsen, in welcher Zeit kamen die Zinsen ein?
7. Wie lange muß ein Kapital von 12040 K zu 5% ausstehen, um 320 K Zinsen zu geben?
8. In welcher Zeit geben 3541 K Kapital zu 4% 352 K Zinsen?
9. In welcher Zeit erhält man a) von 4715 K Kapital zu 4% 377·2 K Zins? b) von 1560 K Kapital zu $4\frac{3}{4}\%$ 222·30 K Zins? c) von 4050 K Kapital zu 6% 467 K Zins?
10. In welcher Zeit geben a) 5460 K Kapital zu $5\frac{1}{2}\%$ 450·45 K Zinsen? b) 10488 K Kapital zu $5\frac{1}{4}\%$ 1835·4 K Zinsen? c) 6580 K Kapital zu $4\frac{3}{4}\%$ 1205 K 20 h Zinsen?
11. Von den Zinsen eines zu $4\frac{1}{2}\%$ ausgeliehenen Stiftungskapitales von 5600 K ist eine Baukostensumme von 378 K zu tilgen; wie lange müssen die Zinsen für diesen Zweck verwendet werden?
12. Wann wurde ein Kapital von 10500 K ausgeliehen, wenn es bei $5\frac{1}{4}\%$ Verzinsung bis zum 31. Dezember 413 K 13 h Zinsen trug?
13. Eine Hausfrau gab ihre Ersparnisse in die Postsparkassa, welche die Einlagen mit 3% verzinst. Sie legte 75 K gleich und 50 K später ein und behob an Kapital und Zinsen nach $7\frac{1}{2}$ Monaten 126 K 90 h; um wieviel Monate später sind die 50 K eingelegt worden?
14. Ein Kapital von 3232 K blieb so lange ausgeliehen, bis es samt Zinsen 3929 K betrug; wie lange dauerte die Verzinsung, wenn $5\frac{3}{4}\%$ berechnet wurden?
15. Wie lange muß ein Kapital von 5600 K zu $5\frac{1}{2}\%$ ausstehen, damit es mit Einrechnung der Zinsen auf 6370 K anwachse?
16. In einer Sparkassa liegen 4250 K zu $3\frac{3}{4}\%$ an und sind samt Zinsen auf 4316·4 K angewachsen; während welcher Zeit ist dies geschehen?
17. Jemand entlehnte aus der Sparkassa ein Kapital von 3500 K und zahlte am 15. September an Kapital und 6% igen Zinsen 3588·25 K zurück; an welchem Tage des Jahres hat er das Kapital entlehnt?
18. Ein Händler kauft eine Nähmaschine für 40 K, läßt sie reparieren, bezahlt dafür 20 K und verkauft dieselbe nach einiger Zeit für 73 K 50 h; wie lange hatte er sie am Lager, wenn sich seine Auslagen mit 30 % verzinst haben?

19. Wie lange muß ein Kapital angelegt bleiben, damit die Zinsen a) zu 4%, b) zu 5%, c) zu 6% ebensoviel betragen wie das Kapital?
20. Wie lange müssen 2520 K angelegt sein, damit die Zinsen zu 5% den 3., 2., 6. Teil des Kapitals betragen?
21. In welcher Zeit geben 100 K soviel Zins wie a) 200, 500, 1000 K in 1 Jahre; b) wie 50, 25, 75 K in 1 Jahre?
22. Am 1. Mai wurden 3100 K zu 4% ausgeliehen; als die Rück-
erstattung erfolgte, betrug das Kapital mit den Zinsen $3112\frac{2}{5}$ K;
wann ist das Kapital zurückgezahlt worden?
23. 1150 K sind mit den 5%igen Zinsen auf 1380 K angewachsen;
wie lange war das Kapital angelegt?

Berechnung des Zinsfußes.

Es sei z. B. zu bestimmen, zu wieviel % man 3460 K Kapital anlegen müsse, damit es in 3 Jahren 519 K Zins abwerfe. Um zu berechnen, wieviel Prozente berechnet wurden, untersucht man, wie oft der einprozentige Jahreszins in dem mehrprozentigen Jahreszins enthalten ist.

$$a) \quad \boxed{1\% \text{ für 1 Jahr} \dots\dots\dots 34\cdot6 \text{ K}}$$

$$\text{Einjähriger Zinsertrag} \quad \frac{519 \text{ K}}{3} = 173 \text{ K}$$

$$173 \text{ K} : 34\cdot6 \text{ K} = 5, \quad x = 5\%.$$

$$b) \quad 1\% \text{-iger Zins für die gegebene Zeit} = \frac{3460 \times 3}{100} \text{ K}$$

Wir finden den Zinsfuß (die Prozentzahl), wenn wir den gesamten Zins durch den einprozentigen Zins für die gegebene Zeit dividieren:

$$519 : \frac{3460 \times 3}{100} = \frac{519 \times 100}{3460 \times 3} = 5\%,$$

d. h. der Zinsfuß ist gleich den 100-fachen Zinsen, dividiert durch das Produkt aus dem Kapital und der Anzahl der Jahre.

- 1.* 800 K Kapital bringen in 1 Jahre 64 K Zinsen; zu wieviel % ist das Kapital ausgeliehen?
2. Wieviel Prozent betragen die Zinsen von ausgeliehenen Geldern, wenn man in 1 Jahr von 200 K — 10 K, von 300 K — 12 K, von 500 K — 15 K, von 600 K — 27 K, von 800 K — 64 K, von 900 K — $31\frac{1}{2}$ K, von 357 K — 21 K 42 h, von 1000 K — 37·5 K, von 2100 K — 94·5 K, von 5560 K — 222·4 K, von 25 K — 1 K, von 50 K — 1·50 K, von 1 K — 4 h, von 8 K — 36 h, von 15 K — $56\frac{1}{4}$ h, von 75 K — 3 K, von 80 K — 4 K, von 96 K — 4·08 K Zinsen erhält?
3. Jemand erhält von 300 K, 400 K, 500 K, 600 K, 800 K jährlich 24 K Zinsen; wieviel Zinsen nimmt er von 100 K (d. h. zu wieviel % sind diese Geldbeträge zinstragend angelegt)?
4. Zu wieviel Prozent sind 300 K, 400 K, 600 K, 750 K, 625 K, 900 K 1000 K ausgeliehen, wenn sie jährlich 30 K Zinsen bringen?

5. Eine Sparkassa gibt jährlich für 1 K a) 3 h, b) $3\frac{1}{2}$ h, c) 4 h, d) $4\frac{1}{2}$ h, e) 5 h Zinsen; zu wieviel % verzinst sie?
6. Wieviel von Hundert nimmt derjenige Zinsen, der sich für das Leihen von a) 50 K, b) 30 K, c) 20 K für 1 Monat a) 20 h, b) $12\frac{1}{2}$ h, c) 25 h Zinsen geben läßt?
- 7.* a) 250 K Kapital bringen jährlich 15 K Zins,
b) 550 K " " " 22 K "
c) 360 K " " " $10\frac{1}{5}$ K " ;
zu wieviel % stehen diese Kapitalien aus?
- 8.* Ein Wucherer ließ einem Landmanne 90 K und forderte als Zinsen jedes Vierteljahr $4\frac{1}{2}$ K; wieviel % nahm er?
9. Jemand leiht 16 000 K aus; wieviel % muß er verlangen, um davon ein jährliches Einkommen von 900 K zu genießen?
10. Jemand kauft für 164 K ein Staatspapier, das ihm jährlich 8·4 K Zinsen trägt; zu wieviel % verzinst sich das Kapital?
11. Jemand hat an A 1280 K, an B 980 K geliehen und erhält von beiden zusammen jährlich 104·15 K Zinsen; zu wieviel % hat B das Geld erhalten, wenn A $4\frac{1}{2}$ % bezahlen muß?
12. Zu welchem Zinsfuß tragen a) 3075 K Kapital in 9 Monaten 92 K 25 h Zinsen? b) 10816 K Kapital in $2\frac{1}{2}$ Jahren 1214 K 80 h Zinsen?
13. 15 681 K bringen in 1 Jahre 3 Monaten 882 K Zinsen; zu wieviel % geschieht die Verzinsung?
14. Zu wieviel % erhält man von 6408 K in 1 Jahr 9 Monaten ebensoviel Interessen, wie von 5607 K zu $4\frac{1}{2}$ % in 1 Jahr 4 Monaten?
15. Zu wieviel % gibt ein Kapital 60 K Zinsen, wenn es zu 4% 48, 40, 72 K Zinsen trägt?
16. Zu wieviel % sind 400 K, 500 K, 750 K, 800 K ausgeliehen, wenn sie vierteljährlich $6\frac{1}{4}$ K Zinsen tragen?
17. Für eine Einlage von 7548 K bezahlt eine Sparkassa vierteljährlich 66 K 5 h; zu wieviel % verzinst die Sparkassa die Einlagen?
18. Für eine Einlage von 7258 K bezahlt eine Sparkassa monatlich 21 K 17 h Zinsen; zu wieviel % verzinst die Sparkassa die Einlage?
19. Für ein Darlehen von 10 K werden wöchentlich 2 h Interessen bezahlt; zu wieviel % verzinst sich das Kapital?
20. B kauft ein Haus für 21250 K; die jährlichen Unkosten (Steuern, Ausbesserungen u. a.) betragen durchschnittlich 350 K; zu wieviel % verzinst sich das Kapital, wenn er a) vierteljährlich 300 K Miete, b) halbjährlich 770 K Miete erhält?
21. Zu wieviel % muß man 9192 K anlegen, damit sie vom 1. Mai bis 12. Oktober 168 K 52 h Zins bringen?
- 22.* Zu wieviel % muß ein Kapital ausstehen, damit die Zinsen a) in 20, b) in 25, c) in $33\frac{1}{3}$ Jahren dem Kapitale gleich sind?
23. Ein Kapital wurde um 975 K vermindert und trug dann monatlich $3\frac{1}{4}$ K Zinsen weniger als früher; zu wieviel % war das Kapital angelegt?

24. Für 80 K zahlt jemand nach einem Jahre samt Zinsen 85 K zurück; wie groß war der Zinsfuß?
25. Zu wieviel % müssen 375 K ausgeliehen werden, damit sie mit den Zinsen in $1\frac{3}{5}$ Jahren zu 405 K anwachsen?

Aus dem Vorhergehenden ergeben sich folgende Formeln für die Zinsrechnung: Wir bezeichnen Kapital mit K, Prozent mit %, Zinsen mit Z, Zeit in Jahren mit J, Zeit in Monaten mit M, Zeit in Tagen mit T.

I. Zinsen für Jahre:

$$Z = \frac{K \cdot \% \cdot J}{100}; \quad K = \frac{100 \cdot Z}{\% \cdot J};$$

$$\% = \frac{100 \cdot Z}{K \cdot J}; \quad J = \frac{100 \cdot Z}{K \cdot \%};$$

II. Zinsen für Monate:

$$Z = \frac{K \cdot \% \cdot M}{1200}; \quad K = \frac{1200 \cdot Z}{\% \cdot M};$$

$$\% = \frac{1200 \cdot Z}{K \cdot M}; \quad M = \frac{1200 \cdot Z}{K \cdot \%};$$

III. Zinsen für Tage:

$$Z = \frac{K \cdot \% \cdot T}{36000}; \quad K = \frac{36000 \cdot Z}{\% \cdot T};$$

$$\% = \frac{36000 \cdot Z}{K \cdot T}; \quad T = \frac{36000 \cdot Z}{K \cdot \%};$$

Rechnet aus jeder Gruppe der voranstehenden Aufgaben einige Beispiele nach diesen Formeln!

2. Diskontrechnung.

a) Berechnung des Barwertes.

Jemand erbt 1000 K, die erst nach 1 Jahre auszubezahlen sind. Er tritt den Erbschaftspruch gegen eine Zinsenvergütung von 4 % an eine Wechselstube (Bankhaus) ab; wieviel erhält er bar auszubezahlt?

Der Geldwechsler wird offenbar eine so große Summe auszubezahlen, die samt 4 % Zinsen nach 1 Jahre auf 1000 K anwächst. Die 1000 K bestehen demnach aus 100 %, (d. i. die Barsumme) **und** aus 4 % d. f. die Zinsen) zusammen also aus **104 %**; daraus ist

$$1 \% = 1000 : 104 = 9 \cdot 6154 \text{ K}$$

640

160

560

400

$$\text{Barsumme (Barwert)} = 100 \% = 961 \cdot 54 \text{ K},$$

$$4 \% \text{ Zinsenabzug} = 9 \cdot 6154 \text{ K} \times 4 = 38 \cdot 46 \text{ K}.$$

(Warum wurde die Division auf 4 Dezimalstellen ausgeführt?)

Antwort: Der Barwert der Erbschaft beträgt 961 K 54 h.

Merket: Der Zinsenabzug, der bei Berechnung der Barzahlung für eine später fällige Summe gemacht wird, heißt **Diskont**.

Probe: Barwert K 961·54

Zinsen für 1 Jahr

1 % = 9·6154 K

4 % = 38·46 K K 38·46

Endsumme (Endwert) . . . K 1000·—

Bei der Diskontrechnung hat man zu beachten, daß der Barwert aus 100 %, der Endwert aber aus dem Barwerte (100 %) vermehrt um den Diskont (Zinsen des Barwertes) besteht.

1. Nach 1 Jahre soll jemand 4690 K bezahlen; er bezahlt sogleich mit 5 % Diskont; wieviel beträgt a) der Diskont, b) die Barzahlung?
2. Wieviel beträgt der Diskont und wieviel die Barzahlung für eine nach Jahresfrist fällige Summe:
 - a) von 2088 K zu 4 %;
 - b) von 1672 K zu $4\frac{1}{2}$ %;
 - c) " 2933 K " $4\frac{3}{4}$ %;
 - d) " 2520 K " 5 %?
3. Ein Schuldbetrag von 2550 K, der nach $7\frac{1}{2}$ Monaten zahlbar ist, wird gegen 5 % jährlichen Diskont bar bezahlt; wie groß ist a) der Abzug, b) die Barzahlung?
4. A soll an B nach 5 Jahren 1245 K bezahlen; wieviel hätte er bei $5\frac{1}{4}$ % Diskont nach 2 Jahren zu zahlen?
5. Jemand leiht 3700 K zu 6 % aus, zieht aber die jährlichen Zinsen sogleich ab; um wieviel ist dabei der Schuldner, der die Zinsen erst nach Ablauf des Jahres zu zahlen hätte, im Nachteil?
6. Jemand erbt 4850 K, die aber erst nach 5 Jahren ausbezahlt werden sollen; man will ihm auf seinen Wunsch gegen $6\frac{1}{2}$ % Diskont das Geld gleich auszahlen. Wieviel beträgt die Erbschaft in barer Summe?
7. Für eine nach $2\frac{1}{2}$ Jahren fällige Schuld erhielt jemand bar 4960 K; wie groß war die Schuld, wenn 5 % Diskont für das Jahr gerechnet werden?

1 % = 49·60 K für 1 Jahr	Barzahlung	4960 K
5 % = 248·— K " 1 "	Zins für $2\frac{1}{2}$ Jahre	620 K
5 % 496·— K für 2 Jahre	Schuldkapital	5580 K.
5 % 124·— K " $\frac{1}{2}$ Jahr		
5 % 620·— K für $2\frac{1}{2}$ Jahre		
8. Wie groß waren nach Jahresfrist zahlbare Schuldsummen, wenn für die eine bei $4\frac{1}{2}$ % Diskont 1254 K, für die andere bei $5\frac{1}{2}$ % Diskont 1688 K bar bezahlt wurden?
9. Ein nach 7 Monaten fälliges Kapital wird bei 6 % Diskont mit 3560 K bar ausbezahlt; wie groß ist das Kapital?
10. Eine nach $1\frac{2}{3}$ Jahren fällige Schuld wird bei 6 % jährlichem Diskont bar bezahlt; wie groß ist a) die Barzahlung, b) die Schuldsomme, wenn der Diskont 404 K beträgt?
11. Jemand ist nach einer gewissen Zeit 5355 K schuldig; er bezahlt bei 6 % jährlichem Diskont bar 5250 K; nach welcher Zeit hätte er zahlen müssen?

$$1\% = 52 \cdot 50 \text{ K für 1 Jahr} \quad 5355 \text{ K}$$

$$6\% = 315 \cdot - \text{ K } ,, 1 ,, \quad - 5250 \text{ K}$$

$$\underline{105 \text{ K}}$$

$$105 \text{ K} : 315 \text{ K} = 0.3 = \frac{1}{3} \quad x = \frac{1}{3} \text{ Jahr.}$$

12. Statt der später zahlbaren Summe von 3704 K werden bar 3424 K gezahlt; nach welcher Zeit war die Summe fällig, wenn der Diskont mit $5\frac{1}{4}\%$ jährlich gerechnet wurde?
13. Jemand, der nach einer gewissen Zeit 4260 K schuldig ist, bezahlt bar mit 5% Diskont; nach wievielen Jahren hätte er zahlen sollen, wenn der Diskont 710 K beträgt?
14. Auf welche Zeit wurde diskontiert, wenn statt 11466 K bei $4\frac{1}{2}\%$ Diskont 9360 K bar bezahlt wurden?
15. Ein Kapital von 8556.45 K wird bei 5% Diskont mit 8149 K bar bezahlt; nach welcher Zeit war das Kapital fällig?
16. Eine Schuld wird mit 1088 K bar bezahlt; der 5% -ige Diskont beträgt 122.4 K. a) Wie groß war die Schuld? b) Nach welcher Zeit war sie unverzinslich zahlbar?
17. Von einer nach $1\frac{1}{2}$ Jahren fälligen Schuldsomme von 654 K werden bei barer Bezahlung 54 K nachgelassen; wieviel % beträgt der jährliche Diskont? (Wie groß ist die Barzahlung?)

$$1\% \dots 6 \cdot - \text{ K in 1 Jahr}$$

$$54 \text{ K} : 9 \text{ K} = 6$$

$$,, \quad 3 \cdot - \text{ K } ,, \frac{1}{2} ,,$$

$$x = 6\%$$

$$\underline{9 \cdot - \text{ K}}$$

18. Jemand bezahlte für ein Kapital, das nach 4 Jahren zahlbar war, 3200 K bar; der Diskont betrug 576 K; wieviel % jährlich sind gerechnet worden?
19. A bietet für ein Haus entweder 25230 K bar oder 26355 K nach 9 Monaten zahlbar; wenn nun der Verkäufer das Geld zu 5% ausleihen kann, welches Anbot ist für ihn vorteilhafter?
20. Für ein Landhaus bietet ein Käufer 22000 K bar, ein zweiter 23000 K, zahlbar nach 1 Jahr; welches Anbot ist günstiger und um wieviel? (4% Diskont). (Vgl. den Barwert des zweiten Angebotes mit dem ersten Anbote!)
21. Auf einen Grundbesitz bietet A 6000 K bar und 4000 K nach 2 Jahren, B 4000 K bar und 6000 K nach 1 Jahre; welches Anbot ist vorteilhafter? (6% Diskont.)

b) Der kaufmännische Diskont.

Die Großhändler gewähren den Kaufleuten beim Bezuge von Waren die Begünstigung, den Kaufpreis einige Zeit später bezahlen zu dürfen. Wenn jedoch der Kaufmann die Ware sogleich bezahlt, dann gewährt der Großhändler einen nach Prozentsen bestimmten Abzug, den kaufmännischen Diskont (Skonto). Dieser wird nach Art der gewöhnlichen Zinsrechnung bestimmt, wobei der Preis der Ware mit 100% in Rechnung gezogen wird; z. B.:

22. Wieviel sind 850 K, die nach 2 Monaten bezahlt werden sollen, bei 6% f. Diskont jetzt wert?

$$\begin{aligned} 1\% \text{ für 1 Jahr} &= 8:50 \text{ K} \\ 6\% \text{ " 1 " } &= 8:50 \text{ K} \times 6 \\ 6\% \text{ " 2 Monaten} &= \frac{8:50 \text{ K} \times 6}{6} = 8:50 \text{ K} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} \text{Warenpreis } 850 \text{ K} \\ \text{Diskont } 8 \text{ K } 50 \text{ h} \\ \hline \text{Barzahlung } 841 \text{ K } 50 \text{ h.} \end{array}$$

23. Welchen gegenwärtigen Wert haben

$$\begin{array}{l} \text{a) } 790 \text{ K, zahlbar nach 4 Monaten, bei } 4\frac{1}{2}\% \text{ Diskont;} \\ \text{b) } 1178 \text{ K, " " } 2\frac{3}{4}\% \text{ " " } 4\% \text{ " " } \\ \text{c) } 1048 \text{ K, " " } 3\frac{1}{3}\% \text{ " " } 5\frac{1}{2}\% \text{ " " } \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{a) } 790 \text{ K, zahlbar nach 4 Monaten, bei } 4\frac{1}{2}\% \text{ Diskont;} \\ \text{b) } 1178 \text{ K, " " } 2\frac{3}{4}\% \text{ " " } 4\% \text{ " " } \\ \text{c) } 1048 \text{ K, " " } 3\frac{1}{3}\% \text{ " " } 5\frac{1}{2}\% \text{ " " } \end{array}} \right\} \text{ (f. D.)}$$

24. Welches Kapital wächst bei $3\frac{3}{4}\%$ Verzinsung in drei Jahren zu 1780 K an? (f. D.)

25. Ein Geldbetrag von 5532 K ist am 31. Mai fällig; wieviel erhält man dafür am 25. April bei 4% Diskont? (f. D.)

VI. Teilungs- und Durchschnittsrechnungen.

1. Einfache Teilungsrechnung.

Die Teilung einer Zahl in gleiche Teile ist eine Division; es kommen aber auch Teilungen in ungleiche Teile nach bestimmten Bedingungen vor. Z. B.:

A und B kaufen ein Los, wozu A 30 K, B 20 K gibt. Das Los bringt einen Gewinn von 400 K. Wieviel erhält jeder davon?

A und B werden den Gewinn im Verhältnisse ihrer Einlagen teilen, also im Verhältnisse von 30:20 oder 3:2, das heißt A erhält 3 Teile, B 2 Teile.

Um diese Teilung vorzunehmen, muß man zunächst den Gewinn in $3 + 2 = 5$ Teile zerlegen. $\frac{1}{5}$ des Gewinnes beträgt 80 K. A erhält 3 solcher Anteile = 240 K, B 2 Anteile = 160 K.

$$\text{Probe: } 240 \text{ K} + 160 \text{ K} = 400 \text{ K}$$

Schriftliche Ausführung:

$$\begin{array}{l|l} \text{A } 30 \text{ K} & 3 \\ \text{B } 20 \text{ K} & 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3\text{mal } 80 \text{ K} = 240 \text{ K} \\ 2\text{mal } 80 \text{ K} = 160 \text{ K} \end{array}$$

5 Teile

Probe 400 K

$$400 \text{ K} : 5 = 80 \text{ K}$$

Die Rechnung, durch die eine Zahl nach einem bestimmten Verhältnisse in mehrere Teile geteilt wird, heißt Teilungs- oder Gesellschaftsrechnung.

Für die rasche Ausführung ergeben sich folgende Regeln:

1. Man bringt die Verhältniszahlen auf die einfachste Form.

2. Man dividiere die zu teilende Zahl durch die Summe der Verhältniszahlen (Teile) und bestimme so einen Teil. 3. Man multipliziere den gefundenen Wert eines Teiles mit jeder Verhältniszahl.

- 1.* A und B teilen 196 K so, daß A so oft 6 K als B 8 K bekommt; wieviel erhält jeder?
- 2.* 120 K sollen unter 3 Personen so geteilt werden, daß A so oft 3 K und B so oft 4 K erhält als C 5 K; wieviel erhält jede Person?
- 3.* Teile nach dem Verhältnisse 3 : 5 die Werte: a) 24, b) 52, c) 66, d) 128, e) $30\frac{2}{5}$ kg!
- 4.* Teile 150 K nach den Verhältnissen 2 : 3, 1 : 4, 1 : 5; ebenso 1950 M (Fr) ... nach 2 : 3, 3 : 7, 1 : 9, 7 : 8.
- 5.* Zu einem gemeinschaftlichen Geschäftsfonde gibt A $\frac{1}{2}$, B $\frac{1}{3}$ und C den Rest; sie gewinnen zusammen 840 K; wieviel erhält jeder?
6. 45 m^3 Holz werden um $202\frac{1}{2}$ K versteigert; davon nimmt A 12 m^3 , B 15 m^3 , C den Rest. Wieviel muß jeder zahlen?
7. 2 Arbeiter erhalten für eine Arbeit 20 K; wieviel erhält jeder, wenn der erste 3 Tage und der zweite 5 Tage gearbeitet hat?
8. 3 Personen treten zu einem Handlungsgeschäfte zusammen, und zwar gibt A 1800 K, B 2700 K, C 4500 K zu dem gemeinschaftlichen Fonde her; wenn nun bei dem Geschäfte 1570 K gewonnen werden, welchen Anteil an dem Gewinne wird jeder haben?

Hier ist der Gewinn den Einlagen 1800, 2700, 4500 oder, wenn man durch 900 abkürzt, den Zahlen 2, 3, 5 proportional zu teilen.

Die Anteile vom Gewinne verhalten sich wie

$$\begin{array}{lcl} 18 : 27 : 45 = & \text{d. h. A erhält 2 solche Teile wie B 3 und C 5 solche} \\ = 2 : 3 : 5 & \text{Teile erhält; aus dem ganzen Gewinne von 1570 K werden} \\ 10 \text{ Teile} & 10 \text{ gleiche Teile gemacht.} \end{array}$$

Man hat also:

A 1800	2	$157 \text{ K} \times 2 = 314 \text{ K}$	gewinnt A
B 2700	3	$157 \text{ K} \times 3 = 471 \text{ K}$	" B
C 4500	5	$157 \text{ K} \times 5 = 785 \text{ K}$	" C
1570 K : 10 = 157 K		1570 K ganzer Gewinn.	

9. 3 Personen legen zu einem Unternehmen 12500 K zusammen und zwar A 4300 K, B 3800 K, C den Rest; wenn sie nun dabei 3000 K gewinnen, wieviel gebührt davon einem jeden?
10. Jemand ist an A 1000 K, an B 1400 K, an C 800 K, an D 600 K schuldig; er hat aber nur 3420 K Vermögen. Wieviel erhalten die Gläubiger nach dem Verhältnis ihrer Forderung?
11. Ein Kaufmann erhält drei verschiedene Waren, die einzeln 385 K, 560 K und 625 K kosten; wenn nun die Wertspesen für alle drei Waren 70 K 65 h betragen, wieviel entfällt davon auf jede Ware?
12. Drei Kaufleute unternehmen ein Geschäft mit einem Stammkapitale von 8190 K; nach Verhältnis der Einlagen gewinnt dabei A 360 K, B 405 K, und C 495 K. Welches war die Einlage eines jeden?
- 13.* Ein Geschäft, zu dem A 800 K und B 1000 K beisteuerte, trug in 1 Jahre 450 K Reingewinn; wie ist dieser zu verteilen?

14. Ein Haus ist bei zwei Gesellschaften gegen Feuer Schaden mit 16 400 K und 16 000 K versichert; wieviel hat jede Gesellschaft von der Schadenssumme in der Höhe von 10 368 K zu tragen?
15. Zum Ankauf eines Loses der Armenlotterie geben 4 Personen der Reihe nach 10, 20, 30 und 40 h; das Los wurde mit einem Treffer von 1000 K gezogen; wie wurde die Summe geteilt?
16. 4 Landwirte haben in eine landwirtschaftliche Genossenschaft 450 K, 580 K, 625 K und 375 K eingezahlt und erhalten zusammen einen Gewinnanteil von 121 K 80 h; wieviel gebührt jedem? Zu wieviel % verzinst sich jede Einlage?
17. Es sollen 504 K in drei den Zahlen $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{12}$ proportionale Teile geteilt werden.

$\frac{1}{4} : \frac{1}{3} : \frac{5}{12}$; in ganzen Zahlen dargestellt:

$3 : 4 : 5$; jedes Glied ist jetzt 12mal so groß.

12 Teile = 504 K.

1 Teil = 42 K.

Hier bringt man die Verhältnissbrüche auf einen gemeinschaftlichen Nenner und behält die neuen Zähler als Verhältnisszahlen bei; denn zwischen Brüchen, die gleiche Nenner haben, findet dasselbe Verhältnis statt wie zwischen ihren Zählern.

12

$\frac{1}{4}$

3

$$42 \text{ K} \times 3 = 126 \text{ K}$$

$\frac{1}{3}$

4

$$42 \text{ K} \times 4 = 168 \text{ K}$$

$\frac{5}{12}$

5

$$42 \text{ K} \times 5 = 210 \text{ K}$$

$$504 \text{ K} : 12 = 42 \text{ K}$$

$$504 \text{ K}$$

18. 4 Knaben sollen 120 Äpfel untereinander so verteilen, daß A $\frac{1}{3}$, B $\frac{3}{8}$, C $\frac{1}{6}$ und D den Rest von der Anzahl der Äpfel erhält; wieviel Äpfel erhält jeder der vier Knaben?
19. An einem Schiffe hat A $\frac{1}{3}$, B $\frac{3}{8}$, und C $\frac{7}{24}$ Anteil; wenn nun dieses 1854 K Fracht verdient, wieviel gebührt davon einem jeden?
20. In 100 Teilen der atmosphärischen Luft sind 79 Teile Stickstoff und 21 Teile Sauerstoff; wieviel m^3 , dm^3 und cm^3 von jedem dieser Grundstoffe enthält die Luft eines Schulzimmers von 246 m^3 Rauminhalt?
21. Zu weißem Glase nimmt man 24 Teile Rießsand, 5 Teile Pottasche und 1 Teil Kreide; wieviel braucht man von jedem dieser Bestandteile zu einer Masse von 105 kg?
- 24 Teile Rießsand
5 „ Pottasche
1 Teil Kreide
- 30 Teile = 105 kg Glas
1 Teil = 3.5 kg.
22. Zu feinem roten Siegellack braucht man 4 Teile Terpentin, 1 Teil Kreide, 6 Teile Zinnober und 6 Teile Schellack; wieviel von jedem dieser Bestandteile muß man zu 51 kg Siegellack nehmen?

23. Im Sprengpulver verhalten sich die Massen von Salpeter, Kohle und Schwefel wie die Zahlen $1, \frac{5}{16}, \frac{3}{10}$; wieviel von diesen Stoffen ist zu 903 kg Sprengpulver nötig?
24. Das Messing besteht aus 70 Teilen Kupfer und 30 Teilen Zink; wieviel kg von jedem dieser Bestandteile sind zu 37.5 kg Messing nötig?
25. Zur Bereitung eines guten Baumwachs es nimmt man auf $\frac{1}{2}$ kg weißes Harz, 74 g Weingeist und 10 g Leinöl; wieviel von diesen Bestandteilen braucht man zu 292 dkg Baumwachs?
26. Zeichne ein Rechteck, dessen Umfang 2 dm beträgt und dessen Seiten sich wie 2 : 3 verhalten!
27. Zeichne ein Dreieck, dessen Umfang 18 cm beträgt, während sich die Seiten wie 5 : 4 : 3 verhalten!

2. Zusammengesetzte Teilungsrechnung.

Manchmal ist die Gewinnverteilung bei einem gesellschaftlichen Unternehmen nicht allein von der Größe der Einlage, sondern auch von deren Dauer abhängig. Dann hat man es mit der zusammengesetzten Teilungsrechnung zu tun.

1. 3 Kaufleute sind miteinander in Gesellschaft getreten und haben zusammen 1150 K gewonnen. Wenn nun A 2000 K durch 8 Monate, B 4000 K durch 6 Monate und C 8000 K durch 5 Monate in dem Gesellschaftsfonds liegen ließ, wieviel von dem Gewinne wird jeder von ihnen erhalten?

A 2000 K durch 8 Monate	= 16000	2	115 K $\times$ 2 = 230 K
B 4000 K " 6 "	= 24000	3	115 K $\times$ 3 = 345 K
C 8000 K " 5 "	= 40000	5	115 K $\times$ 5 = 575 K
1150 K : 10 = 115 K			1150 K

Erklärung. A widmet dem Geschäfte 2000 K durch 8 Monate. Er wird von 2000 K in 8 Monaten ebensoviel Zinsen bekommen, als von 8mal 2000 K zu demselben Zinsfuße in einem Monate. Ähnlich ist es bei B und C. Wir können also sagen:

A 2000 K geben in 8 Monaten gerade so viel Zinsen wie 2000 K $\times$ 8 in 1 Monate
B 4000 K " " 6 " " " " " " 4000 K $\times$ 6 " 1 "
C 8000 K " " 5 " " " " " " 8000 K $\times$ 5 " 1 "

Da jetzt bezüglich der Zeit, die überall 1 Monat beträgt, Gleichheit herrscht, so sind die Gewinnanteile bloß von den Einlagen 2000 K . 8 usw. abhängig. Wir haben also die zusammengesetzte Teilungsrechnung auf eine einfache gebracht, die wir auf die bekannte Art auflösen.

2000 . 8 = 16000	16	2	A erhält 115 K $\times$ 2 = 230 K
4000 . 6 = 24000	24	3	B " 115 K $\times$ 3 = 345 K
8000 . 5 = 40000	40	5	C " 115 K $\times$ 5 = 575 K
1150 K : 10 = 115 K			1150 K

Bei der zusammengesetzten Teilungsrechnung muß man im allgemeinen die auf denselben Teil sich beziehenden Verhältniszahlen miteinander multiplizieren und die Produkte als

Verhältniszahlen einer einfachen Teilregel betrachten, nach der dann die weitere Rechnung erfolgt.

2. 3 Personen handeln auf gemeinschaftlichen Gewinn. A legt ein 3000 K auf 1 Jahr, B 2400 K auf 6 Monate, C 2000 K auf 8 Monate; sie gewinnen 962 K 80 h; wieviel erhält jeder davon?
3. 3 Kapitalien waren zu demselben Zinsfuß ausgeliehen, und zwar 4000 K durch 6 Monate, 3600 K durch 5 Monate und 2800 K durch 9 Monate; wieviel Zins trug jedes der 3 Kapitalien, wenn alle zusammen 252 K Zins brachten?
4. Zu einem Geschäft, das ein Grundkapital von 18000 K forderte, gab A $\frac{1}{3}$ auf 10 Monate, B $\frac{4}{9}$ auf 8 Monate, C den Rest auf 6 Monate; der Rechnungsabluß zeigte einen Gewinn von 1258 K; wie mußte dieser verteilt werden?
5. A beginnt am Anfang des Jahres ein Handelsgeschäft mit einem Fonde von 8000 K; nach 3 Monaten tritt B mit 4000 K und noch 2 Monate später C mit 5000 K dazu; beim Jahreschlusse ergibt sich ein Gewinn von 1250 K; wieviel erhält jeder davon?
6. 3 Mühlen haben 254·8 *hl* Roggen gemahlen, und zwar die Mühle A mit 5 Mahlgängen durch 16 Stunden, B mit 4 Mahlgängen durch 18 Stunden und C mit 2 Mahlgängen durch 15 Stunden; wieviel *hl* hat jede der 3 Mühlen gemahlen?
7. Es sollen in möglichst kurzer Zeit 1960 *hl* Roggen auf 4 Mühlen gemahlen werden, von denen A in 4 Stunden 15 *hl*, B in 3 Stunden 16 *hl*, C in 5 Stunden 14 *hl*, D in 2 Stunden 9 *hl* mahlt, wieviel *hl* sind jeder dieser Mühlen zuzuteilen, damit sie gleichzeitig fertig werden?
Hier ist zunächst zu bestimmen, wieviel *hl* jede Mühle in 1 Stunde mahlt.
8. Jemand mischt 16 *l* Spiritus von 80 Grad und 4 *l* von 70 Grad; welchen Gehalt hat die Mischung?
Spiritus von 80 Grad enthält unter 100 Raumteilen 80 Teile Weingeist (Alkohol) und 20 Teile Wasser.
9. Zu 6 *hl* Spiritus à 62 Grad gießt man $1\frac{3}{4}$ *hl* Wasser (à 0 Grad) zu; auf wieviel Grad wird dadurch der Spiritus verdünnt?
10. Auf einem Wochenmarkte werden 42 *hl* Gerste à 8·70 K, 37 *hl* à 9·2 K, 25 *hl* à 8·28 K und 36 *hl* à 8·72 K verkauft; wie groß ist der Mittelpreis für das *hl*?
- 11.* Ein *hl* Wein à 60 h für das *l* war gemischt aus 60 *l* à 65 h und einer geringeren Sorte; welchen Wert hatte 1 *l* der zweiten Sorte?

3. Mischungsrechnung.

Ein Weinhändler will Wein zu 40 K das *hl* haben, er hat aber nur Wein zu 32 K und zu 60 K; in welchem Verhältnisse muß er diese beiden Sorten mischen, damit 1 *hl* der Mischung gerade den Preis von 40 K erhalte?

Würde der Händler zu gleichen Teilen mischen, so würde er an jedem *hl* der besseren Sorte 20 K verlieren, dagegen an jedem *hl* der schlechteren Sorte nur 8 K gewinnen. Dabei käme er zu Schaden. Soll er keinen Nachteil haben, so muß sich Gewinn und Verlust ausgleichen.

Beim Zugießen der besseren Sorte steigert sich der Verlust bei jedem *hl* um 20 K und beträgt nacheinander 20 K, 40 K, 60 K, 80 K, 100 K . . . Beim Zugießen der schlechteren Sorte steigert sich der Gewinn bei jedem *hl* um 8 K und beträgt nacheinander 8 K, 16 K, 24 K, 32 K, 40 K, 48 K, 56 K, 64 K, 72 K, 80 K, 88 K . . .

Suchet nun, bei wieviel *hl* einerseits und anderseits der Verlust dem Gewinne gleichkommt!

Antwort: Bei 4 *hl* der besseren Sorte beträgt der Verlust 80 K, bei 10 *hl* der schlechteren Sorte beträgt der Gewinn ebenfalls 80 K.

Der Händler wird daher den guten Wein mit dem schlechten im Verhältnisse 4 : 10 oder (weil sich das Verhältnis kürzen läßt) im Verhältnisse 2 : 5 mischen.

Schriftliche Darstellung:

		80 K Verlust	40 K Verlust
	20 K Verlust $\times$ 4	<u>4 hl</u>	<u>2 hl</u>
40 K	8 K Gewinn $\times$ 10	<u>10 hl</u>	<u>5</u>
		80 K Gewinn	40 K Gewinn

Um in der Folge die Zahl des gleichen Gewinnes und Verlustes (hier 80 K) sofort zu finden, beachte man, daß sie dem Produkte der Preisunterschiede gleich ist. Daraus ist auch ersichtlich, daß das Verhältnis der Mischungszahlen (4 *hl* : 10 *hl*) die Umkehrung des Verhältnisses der Preisunterschiede (20 K : 8 K) darstellt. — Für die rasche Ausführung der Mischungsrechnungen ergibt sich folgendes Verfahren:

1. Man schreibe die Werte der zu mischenden Stoffe untereinander und links davon in die Mitte den gewünschten Wert der Mischung.
 2. Man bestimme die Preisunterschiede und vertausche ihre Plätze neben den Wertangaben.
 3. Man kürze das durch die gefundenen Zahlen gegebene Verhältnis ab.
- Die vorhin gelöste Aufgabe läßt sich demnach kurz so darstellen:

60	8	2
40		
32	20	5

Machet die Probe mittels der Durchschnittsrechnung!

$$\begin{array}{rcl}
 2 \text{ hl} & \text{à} & 60 \text{ K} = 120 \text{ K} \\
 \text{und } 5 \text{ hl} & \text{à} & 32 \text{ K} = 160 \text{ K} \\
 \hline
 7 \text{ hl} & & = 280 \text{ K}
 \end{array}$$

$$1 \text{ hl der Mischung } 280 \text{ K} : 7 = 40 \text{ K.}$$

- 1.* Ein Kaufmann hat zwei Sorten Reis, das *kg* zu 56 h und zu 70 h; er will aus beiden eine dritte Sorte mischen, von der das *kg* 64 h kosten soll; in welchem Verhältnisse muß er die beiden Sorten mischen?
- 2.* In welchem Verhältnisse mischt man aus Mehl zu 18 h und 30 h für das *kg* eine Sorte zu 25 h?
- 3.* Wieviel l Wein à 72 h und wieviel à 1 K 12 h muß man mischen, um 100 l à 88 h zu erhalten?
4. Ein Weinwirt will zweierlei Weine, wovon der erste 32 K, der zweite 56 K das *hl* kostet, so mischen, daß er 24 *hl* à 46 K erhält; wieviel von jeder Gattung wird er zu der Mischung nehmen müssen?

Diese Aufgabe enthält zwei Teile; der erste Teil bildet eine Mischungsrechnung (Alligationrechnung), nämlich: in welchem Verhältnisse muß man zweierlei Weine zu 32 K und 56 K mischen, um einen Wein zu 46 K zu erhalten?

32	10	5	Man muß also die Weine zu 32 K und 56 K in dem
46			Verhältnisse 5 : 7 mischen.
56	14	7	

Der zweite Teil der Aufgabe ist eine Teilungsrechnung, die so lautet: Um einen Wein zu 46 K zu erhalten, muß man die Weine zu 32 K und 56 K in dem Verhältnisse 5 : 7 miteinander mischen; wieviel von jeder dieser Gattungen wird man nehmen müssen, um 24 *hl* à 46 K zu erhalten?

$$\begin{array}{rcl} 5 & 2 \text{ hl} \times 5 & = 10 \text{ hl zu 32 K} \\ 7 & 2 \text{ hl} \times 7 & = 14 \text{ hl zu 56 K} \end{array}$$

$$24 : 12 = 2$$

Um sich von der Richtigkeit des Resultates zu überzeugen, wendet man die Durchschnittsrechnung an; man kehrt nämlich die Aufgabe um und sagt: Wenn man 10 *hl* Wein zu 32 K und 14 *hl* Wein zu 56 K mischt, wieviel wird 1 *hl* von der Mischung kosten?

$$\begin{array}{rcl} \text{Man hat} & 10 \text{ hl à 32 K} & = 320 \text{ K} \\ & 14 \text{ hl à 56 K} & = 784 \text{ K} \\ & \hline & 24 \text{ hl der Mischung} & 1104 \text{ K,} \end{array}$$

$$\text{also 1 hl der Mischung 1104 K : 24 = 46 K.}$$

5. Ein Getreidehändler hat zweierlei Weizen; von der besseren Sorte kostet das *hl* 13 K 20 h, von der schlechteren 12 K 40 h; er will nun 42 *hl* so mischen, daß er jedes *hl* um 12 K 72 h verkaufen kann; wieviel muß er von jeder Sorte nehmen?
6. Ein Getreidehändler hat Roggen zu 10 K 40 h und 10 K per *hl*; wieviel muß er von jeder Sorte nehmen, um 72 *hl* à 10 K 10 h zu erhalten?
7. Zwei Sorten Mehl, das *kg* à 18 h und à 26 h, will man so mischen, daß das *kg* 20 h wert sei; wieviel von jeder Sorte muß man zu $4\frac{1}{2}$ q der Mischung nehmen?
8. 100 *m* Zeug von 2 Sorten wurden für 39 K gekauft; wieviel *m* jeder Sorte waren es, wenn das *m* der ersten Sorte 45 h und das der zweiten 30 h kostet?
9. 2 Gattungen Kaffee, zu 3·36 K und 2·96 K das *kg*, sollen so gemischt werden, daß man 100 *kg* à 3·20 K erhält; wieviel von jeder Gattung muß dazu genommen werden?

10. Jemand mischt 2 Sorten Reis, das kg zu 56 h und zu 80 h, so, daß 1 kg der Mischung 64 h wert wird; wieviel kg von der besseren Sorte nimmt er, wenn von der geringeren Sorte 25 kg genommen werden?
11. 350 l Wein à 48 h sind aus 2 Gattungen Wein à 36 h und à 56 h gemischt; wieviel l jeder Gattung enthält die Mischung?
12. Wieviel l Wein à 32 h muß man zu 27 l à 48 h zumischen, damit 1 l der Mischung 44 h kostet?
13. Mische Wasser von $10^{\circ} C$ und von $100^{\circ} C$, um Wasser von $30^{\circ} C$ zu erhalten; welches ist das Mischungsverhältnis?
14. Aus Wasser von $12^{\circ} C$ und von $67^{\circ} C$ soll ein Bad von $37^{\circ} C$ bereitet werden; a) in welchem Verhältnisse ist zu mischen; b) wieviel l kalten Wassers braucht man zu 150 l warmen und c) wieviel l warmen zu $\frac{3}{4}$ hl kalten Wassers?
15. Jemand will Spiritus zu 90° und zu 56° zusammengießen, um 714 l zu 70° zu erhalten; wieviel l muß er von jeder Sorte nehmen?
16. Ein Essighändler will 144 l Essig à 20 h, weil dieser zu scharf ist, mit Wasser verdünnen; wieviel l Wasser muß er dazu nehmen, damit 1 l der Mischung 18 h wert sei?

VII. Vermischte Wiederholungsaufgaben.

- 1.* Wieviel kosten 9, 15, 20, 31 m à a) 80 h, b) 52 h, c) 2 K 48 h, d) 3 K 96 h?
- 2.* Für 36 kg bezahlt man 23 K 4 h; wie teuer sind demnach 18, 12, 9, 6, 4, 3, 2 kg ?
3. 36 kg kosten 42 K; wieviel kosten 12 kg ?
- 4.* 30 m kosten 162 K; wieviel kosten 65 m ?
- 5.* 100 kg kosten 72 K; wieviel kosten 26 kg ?
- 6.* 1 hl kostet 72 K; wieviel kosten 49 l ?
- 7.* Ein Weinhändler kauft das hl Wein um 47 K 44 h und will 8 K 56 h daran gewinnen; wie teuer muß er das l verkaufen?
- 8.* Der Kaffee stieg um 5 % im Preise; wenn nun früher das kg 360 h kostete, wieviel wird es jetzt kosten?
9. Ein Tuchhändler kauft Tuch, je $4\frac{1}{2}$ m für $23\frac{2}{5}$ K; er verkauft es wieder, das m à 6 K; wieviel m waren es, wenn er beim Verkaufe 267 K gewonnen hat?
- 10.* Von einer Ware, die 320 kg wog, wurde ein Teil verkauft und es blieben noch 50 kg mehr übrig, als verkauft wurden; wieviel kg wurden verkauft?
11. Ein Kaufmann verkauft 1 kg Kaffee zu 3 K 22 h und gewinnt dabei 15%; wieviel kg muß er verkaufen, um daran 203 K 70 h zu gewinnen?
12. Ein Kaufmann blieb die Zahlung einer Ware durch 3 Monate schuldig und mußte dann samt den Verzugszinsen zu 6 % 1065 K 75 h zahlen; wieviel betrugen die Verzugszinsen?

13. Im Durchschnitt wiegt 1 *hl* Weizen 76 *kg*, 1 *hl* Roggen 72 *kg* und 1 *hl* Gerste 64 *kg*. Wenn nun nach dem Marktpreise 100 *kg* Weizen 17 K 60 h, 100 *kg* Roggen 14 K 40 h und 100 *kg* Gerste 14 K 80 h kosten, wie hoch kommt dann 1 *hl* von jeder dieser Getreidearten?
- 14.* Ein Kaufmann hat 2 Sorten Spiritus, zu 60% und zu 80%; in welchem Verhältnisse muß er die beiden Sorten mischen, um eine Mittelgattung von 75% zu erhalten?
15. Jemand hat 60 *kg* einer Ware à 1 K 20 h und 80 *kg* à 1 K 10 h; er setzte noch 100 *kg* einer dritten Sorte dazu und nun kostet 1 *kg* der Mischung 1 K; wieviel kostet das *kg* der letzten Sorte?
16. Ein Tuchhändler kauft ein Stück Tuch, das 36 *m* enthält, für 153 K; er verkauft davon $8\frac{1}{2}$ *m* à $5\frac{1}{2}$ K, 6 *m* à $5\frac{3}{10}$ K und $9\frac{3}{4}$ *m* à 5 K. Wie teuer muß er ein *m* des Restes verkaufen, um an dem ganzen Stücke 31 K 90 h zu gewinnen?
17. Zu 15 *kg* einer Ware à 72 h sollen soviel *kg* einer Sorte à 90 h zugesetzt werden, daß 1 *kg* für 80 h verkauft werden kann; wieviel *kg* der besseren Sorte sind zuzusetzen?
- 18.* Von einer Ware wurden $\frac{2}{5}$ und $\frac{1}{3}$ verkauft; der Rest betrug 28 *kg*; wieviel *kg* waren anfangs vorrätig?
19. Ein Kaufmann hat 3 Sorten Kaffee, das *kg* zu 4 K, zu 3 K 50 h und zu 3 K 40 h; er will eine Mischung herstellen, daß er 1 *kg* für 3 K 70 h verkaufen kann, und nimmt zu dem Zwecke 10 *kg* der ersten und 6 *kg* der zweiten Sorte; wieviel *kg* der dritten Sorte muß er hinzumischen?
20. Was ist billiger: $147\frac{1}{2}$ *m* Kleiderstoff um 236 K oder 115 *m* 5 *cm* um 230 K 10 h?
21. 256 *kg* Datteln werden um 440 K 32 h gekauft und das *kg* wird um 1 K 57 h verkauft; wieviel % beträgt der Gewinn oder Verlust?
22. Von 1120 *m* Kattun, die um 549 K gekauft wurden, werden $\frac{2}{7}$ um 58 h, $\frac{3}{8}$ um 62 h und der Rest zu je 56 h das *m* verkauft; wieviel % wurden gewonnen?
23. Zu einem Geschäft gibt A 12000 K und nach 4 Monaten noch 8000 K, B gibt 20000 K, zieht aber nach $\frac{1}{2}$ Jahre 5000 K zurück; wieviel erhält jeder vom Gewinne, der 2319·9 K beträgt?
24. Die Preise zweier Waren verhalten sich wie $5\frac{5}{8} : 3\frac{3}{4}$; wenn nun 1 *kg* der ersten Ware 84 h kostet, wieviel *kg* der zweiten Ware bekommt man um 28 K 28 h?
25. Wieviel nimmt ein Bienenzüchter für $10\frac{3}{4}$ *kg* Honig ein, wenn 1 *kg* mit 1·8 K bezahlt wird?
26. Wieviel bezahlt ein Schuhmacher für 408 *kg* Sohlenleder, wenn 50 *kg* mit 152·4 K berechnet werden?
27. Für $5\frac{3}{4}$ *kg* Schafwolle nimmt ein Bauer 36 K ein; wie hoch wurde 1 *kg* bezahlt?

28. Für 7200 Mann reicht ein gewisser Vorrat 15 Monate lang; wie lange wird er ausreichen, wenn $\frac{1}{3}$ der Mannschaft entlassen wird?
29. Ein Vorrat von Lebensmitteln reicht für 300 Personen, wenn jede täglich $1\frac{1}{4}$ kg erhält, 50 Tage; nach 14 Tagen kommen noch 150 Personen hinzu; wieviel kg kann jede täglich erhalten, wenn der Rest des Vorrates noch 40 Tage ausreichen soll?
30. Jemand hat ein jährliches Einkommen von 2250 K und gibt für die Wohnung 360 K aus; wieviel % des Einkommens beträgt diese Auslage?
- 31.* A hat doppelt so viel Geld als B, er tritt an B 40 K ab und dann haben beide gleich viel; wieviel hatte jeder?
- 32.* 3 Personen sollen 700 K so teilen, daß B 36 K mehr erhält als C und A 28 K mehr als B; wieviel erhält jeder?
33. A und B teilen 527 K so untereinander, daß sich ihre Anteile wie $\frac{4}{5} : \frac{3}{4}$ verhalten; wieviel erhält jeder?
34. 4 Personen sollen 4873·5 K so teilen, daß A so oft 3 K als B 4 K, C so oft 4 K und D so oft 5 K als B 3 K bekommt; wieviel K erhält jeder?
35. Bei Auflösung eines Geschäftes, zu dem 3200 K eingezahlt worden waren, erhält A 1080 K, B 1240 K, C 1680 K. Wieviel hatte jeder eingelegt und wieviel % wurden gewonnen?
36. 6 Personen kaufen ein Grundstück von 1860 a; A gibt dazu 108, B 243, C 288, D 189, E 300 und F 360 K; wieviel a erhält jeder auf seinen Anteil?
37. Von 357 K Kapital bekommt jemand 21 K 42 h jährliche Zinsen; wieviel von 100 K Kapital?
38. Wieviel Zinsen erhält man
 - a) von 3087 K in 8 Monaten 19 Tagen zu 6%?
 - b) von 11.080 K in 23 Tagen zu $5\frac{1}{4}$ %?
39. Wieviel Zinsen geben: a) 4007 K zu $4\frac{1}{2}$ % vom 1. Juli bis 23. November? b) 6050 K zu 7% vom 20. April bis 15. Juli?
40. In welcher Zeit geben: a) 1816 K Kapital zu $4\frac{3}{4}$ % 172 K 52 h Zinsen? b) 5160 K Kapital zu 5% 322·5 K Zinsen?
41. Zu wieviel % tragen: a) 3075 K Kapital in 9 Monaten 92 K 25 h Zinsen? b) 10818 K Kapital in $2\frac{1}{2}$ Jahren 1189 K 98 h Zinsen?
42. Mit 1520 K Kapital gewinnt man 76 K; wieviel % sind dies?
- 43.* Welches Kapital bringt an Zinsen: a) in 3 Jahren zu 5% $34\frac{1}{4}$ K? b) in $2\frac{1}{4}$ Jahren zu 6% 6 K 75 h?
44. Ein Kapital, dessen eine Hälfte zu 5%, die andere zu $4\frac{1}{2}$ % angelegt ist, trägt jährlich 228 K Zinsen; wie groß ist das Kapital?
45. Ein Schuldner verwendet 15% seiner Jahreseinnahme von 2920 K zur Abzahlung einer Schuld von 1460 K; nach wieviel Jahren wird die Schuld getilgt sein?

46. Jemand hat 2 Kapitalien von 2300 K und 2400 K, das erste ist zu 4 % ausgeliehen; wieviel % muß er von dem zweiten verlangen, wenn er von beiden zusammen jährlich 200 K Zinsen einnehmen will?
47. Ein Kapital von 5260 K trug, als der Zinsfuß auf $5\frac{1}{2}\%$ erhöht wurde, 39·45 K mehr an jährlichen Zinsen; zu wieviel % war es früher angelegt?
- 48.* Wenn man eine Ware für 360 K verkauft, so verliert man 10 %; wie teuer muß man sie verkaufen, um 5 % zu gewinnen?
49. Beim Verkaufe einer Ware zu 460 K gewinnt man $16\frac{2}{3}\%$; wieviel % gewinnt man, wenn die Ware um 427·8 K verkauft wird?
50. A hat doppelt so viel Geld als B, er gewinnt von B 40 K und hat dann 3 mal so viel als dieser; wieviel hatte jeder?
51. Ein Kaufmann zahlte für 1 kg rohen Kaffee 3 K; wie teuer wird er 1 kg gebrannten Kaffee verkaufen, wenn er 20 % gewinnen will und der Kaffee beim Brennen 16 % seines Gewichtes verliert?
52. Als ein Kaufmann in Konkurs geriet, hatte von ihm A 1600 K, B 1350 K, C 1200 K und D 750 K zu fordern; das Vermögen des Kaufmannes betrug jedoch nur 3332 K; a) wieviel K erhält jeder Gläubiger? b) wieviel % von seiner Forderung?
53. Bei $4\frac{3}{4}\%$ jährlichem Diskont werden von einer nach $6\frac{2}{3}$ Monaten zahlbaren Schuldsomme 95 K abgezogen; wie groß ist die Schuldsomme?
54. A leiht dem B 1800 K und dem C 3000 K, B zahlt um $\frac{1}{2}\%$ höhere Zinsen als C. Zu wieviel % ist jedes Kapital ausgeliehen, wenn A von beiden zusammen jährlich 225 K Zinsen erhält?
55. Zwei Kapitalien, die zusammen 3600 K betragen, bringen jährlich 168 K Zinsen; wie groß ist jedes Kapital, da das eine zu 5 %, das andere zu 4 % ausgeliehen ist?
56. Von zwei Kapitalien, deren Unterschied 3000 K beträgt, ist das erste zu $4\frac{3}{4}\%$, das zweite zu $5\frac{1}{2}\%$ angelegt. Wie groß ist jedes, wenn beide gleich viel Zins tragen?
57. Von 2400 K zahlt jemand außer den Zinsen zu $4\frac{1}{2}\%$ jährlich 600 K zurück; wie groß sind die einzelnen Jahreszahlungen?
58. Drei zu demselben Zinsfusse ausgeliehene Kapitalien tragen zusammen 1204 K Zinsen; das erste Kapital von 12000 K war durch 6 Monate, das zweite von 11200 K durch 9 Monate und das dritte von 9680 K durch 1 Jahr ausständig; wieviel Zins trug jedes der drei Kapitalien?
59. Ein Sparkassebuch enthält folgende Posten:

Einlagen:

5. Februar 90 K

22. April 40 K

Rückzahlungen:

18. März 24 K

2. Juni 16 K

Schließe das Sparkassebuch am 30. Juni ab, wenn die Sparkasse die Kapitalien mit 4 % verzinst und wenn die Verzinsung an dem

nächsten 1. oder 16. Monatstage nach der Einzahlung des Betrages beginnt!

60. 3 Personen teilen einen Geschäftsgewinn von 436 K so, daß sich der Anteil eines jeden vorangehenden Teilhabers zu dem Antteile des nachfolgenden wie 5 : 7 verhält; wieviel erhält jeder und wie groß war da die Einlage eines jeden, wenn der Gewinn 8 % betrug?
- 61.* Ein hl Wein à 96 h für das l war gemischt aus 80 l à 104 h und einer geringeren Sorte; welchen Wert hatte 1 l der zweiten Sorte?
62. Ein Wirt gewinnt an einem hl Wein 8 K 75 h oder 28 %; welches ist die Verkaufssumme?
- 63.* 15 hl Wein enthalten 5 % Wasser; aus wieviel Wein und wieviel Wasser besteht die Mischung?
64. Aus einer Partie Garn sollten 20 Stück Zeug, jedes 40·8 m lang, gefertigt werden. Als bereits 11 Stück fertig sind, wird angeordnet, daß aus dem Reste noch 12 Stück hergestellt werden sollen; wie lang wird nun jedes dieser Stücke werden?
65. In einer Fabrik belaufen sich die jährlichen Kosten für 250 Gasflammen, die einzeln in jeder Stunde 160 dm³ Gas verzehren und 1440 Stunden brennen, auf 16000 K; wie hoch kommt hiernach die Gasbeleuchtung in einer andern Fabrik, in der 220 Flammen brennen, jede stündlich 144 dm³ Gas verzehrt und die Beleuchtungszeit 1750 Stunden beträgt?
66. Zu einem Baue braucht man 36900 Stück Ziegel; wieviel Stück muß man bestellen, wenn $7\frac{3}{4}\%$ auf Bruch zu rechnen sind?
67. Ein Gut wirft jährlich im Durchschnitte einen Reinertrag von 4096 K ab; wie groß ist der 4 %-ige Kapitalwert des Gutes?
68. 1 m² Pflasterung kommt auf $6\frac{3}{4}$ K; wie hoch kommt die Pflasterung eines Hofes mit 60 $\frac{2}{3}$ m²?
69. Ein Händler verkauft $\frac{2}{3}$ seines Kornes mit 8 % Gewinn für 1194 K, den Rest mit 10 % Verlust für 492 K; a) wie teuer hat er eingekauft, b) wieviel beträgt der Gesamtgewinn, c) wieviel Getreide besaß er, wenn der q im Einkaufe 12 K kostete?
70. Meister, Geselle und Lehrlinge verdienen in 1 Woche zusammen 68 K 40 h, der Meister doppelt so viel als der Geselle und noch 3 K 20 h, der Geselle doppelt soviel als der Lehrlinge und noch 3 K 20 h; wieviel verdiente jeder täglich?
71. Jemand nimmt einen Bedienten auf und verspricht ihm 307 K 20 h Jahreslohn; nach 4 Monaten entläßt er den Diener, nachdem er ihm schon 47 K 60 h gegeben hat; wieviel hat der Diener noch zu bekommen?
72. Bei einem Brückenbau waren 3 Gemeinden beschäftigt; aus der Gemeinde A arbeiteten 22 Mann durch 10 Tage 9 Stunden täglich, aus der Gemeinde B 18 Mann durch 9 Tage 10 Stunden täglich,

- aus der Gemeinde C 15 Mann durch 5 Tage 12 Stunden täglich; wenn nun dafür ein Lohn von 800 K verabfolgt wird, wieviel wird jede einzelne Gemeinde bekommen?
73. Ein Baumeister beschäftigt 45 Maurer und 45 Handlanger und zahlt täglich allen zusammen 266 K 40 h Lohn; wenn nun ein Maurer so oft 10 K erhält als ein Handlanger 6 K, wieviel beträgt der tägliche Lohn eines Maurers und wieviel der eines Handlangers?
74. 10 Arbeiter vollenden eine Arbeit in 18 Tagen; wann wird die Arbeit fertig, wenn nach 4 Tagen 6 Arbeiter abgehen und nach weiteren 11 Tagen wieder 4 Arbeiter zurückkehren?
- 75.* Zur Deckung der Landesbedürfnisse werden auf jede Steuerfrone 24 h umgelegt; wieviel % beträgt diese Umlage?
76. Paris hat $2^{\circ} 20'$, Berlin $13^{\circ} 23' 47''$, Wien $16^{\circ} 23'$, Petersburg $30^{\circ} 20'$ östlicher Länge von Greenwich; wie groß ist der Längenunterschied je zweier dieser Städte?
77. So viel Grade ein Ort auf unserer Erde weiter gegen Osten liegt als ein anderer, so oftmal 4 Zeitminuten früher ist daselbst Mittag. Bestimme aus den Angaben der voranstehenden Aufgabe, wieviel eine Uhr in Paris, Berlin, Petersburg zeigt, wenn es in Wien Mittag ist!
78. Welchen Druck erleidet der Boden eines bis auf 0.75 m Höhe mit Wasser gefüllten prismatischen Gefäßes von 1.4 m Länge und 1.22 m Breite?
79. Welchem Drucke ist ein Taucher, dessen Oberfläche 1.3 m beträgt, in einer Tiefe von 25 m ausgesetzt?
80. Wie groß ist der Bodendruck eines zylindrischen Gefäßes von 5.7 dm Durchmesser, wenn es bis zu einer Höhe von 8.8 dm mit Wasser gefüllt ist?
81. Ein Rechteck ist 65 m lang und 34 m breit; wie groß ist die Seite des flächengleichen Quadrates?
82. Ein Dreieck hat 4 dm zur Grundlinie und 4.5 dm zur Höhe; wie groß ist die Seite des flächengleichen Quadrates?

VIII. Gewerbliche Rechnungen.

1. Der Reingewinn eines Geschäftes betrug in einem Jahre 5000 K; davon wurden verwendet: auf Miete 800 K, für die Haushaltung monatlich 145 K, für die Feuerung 250 K, für Kleidung 550 K, für Verschiedenes 700 K; der Rest wurde als Ersparnis hinterlegt. Wieviel % des Reinertrages ist jeder dieser Posten?
2. Ein Gewerbsmann erhält Rohstoffe im Betrage von 520 K, zahlbar nach 6 Monaten; er trägt aber am Verfallstage nur 200 K ab und zahlt den Rest 4 Monate später samt 5% Verzugszinsen; wieviel beträgt diese letzte Zahlung?

3. Ein Gewerbsmann hat im Laufe eines Jahres folgende Betriebsauslagen: für Miete, Beheizung und Beleuchtung 800 K; für Abnutzung der Werkzeuge im Werte von 960 K 5%; für Arbeitslöhne 1000 K; für Steuer und Versicherung 152 K. Wieviel % muß der Preiszuschlag für Betriebsauslagen beim Verkaufe der Waren sein, wenn in einem Jahre Waren im Materialwerte von 10000 K umgesetzt werden?
4. Ein Gewerbsmann arbeitet mit einem Betriebskapital von 10000 K; die jährlichen Betriebsauslagen betragen 1400 K, der Materialverbrauch in einem Jahre ist 6000 K. Wieviel % muß er als Preiszuschlag zum Materialwerte seiner Erzeugnisse hinzurechnen, wenn er jährlich 1200 K verdienen will?
5. Ein Müller kauft 65 *hl* Weizen à 13 K, das *hl* im Gewichte von 76 *kg*; er mahlt daraus 80% Mehl im Werte von 24 K für den Zentner und erhält außerdem 15% Kleie, wovon er den Zentner zu 6 K 80 h verkauft; wieviel gewinnt er?
6. Ein Bäcker bäckt aus 1 *q* Mehl 135 Laib Brot à 1 *kg*; wie teuer wird er 1 Laib Brot verkaufen, wenn der *q* Mehl 37 K 50 h kostet und für Mühle und Feuerung 11 K 70 h gerechnet werden?
7. Zu 100 *kg* weißen Zeltchen braucht der Zuckerbäcker 100 *kg* Zucker für 72 K und für 3 K 80 h Rohlen; wenn er nun 4 Tage Arbeit à 3 K 20 h, ferner für Abnutzung des Geschirres 80 h und von dem ganzen Betrage 5% Zinsen rechnet, wie hoch stellen sich die Erzeugungskosten für 1 *kg* Zeltchen?
8. Ein Wirt kann 1 *hl* Wein für 50 K, zahlbar nach 6 Monaten, oder gegen bare Bezahlung für 48 K kaufen; was ist für ihn vorteilhafter, wenn er von seinem Kapital 6% Zinsen rechnet?
9. Ein Wirt kauft 12 *hl* neuen Wein à 37 K 60 h, für die Fracht und das Abladen zahlt er 61 K 92 h, an Verzehrungssteuer für 1 *hl* 8 K 80 h, die übrigen Auslagen während des Ausschankes betragen 50 K 80 h; wenn er auf das *hl* 14 *l* Abgang rechnet und das *l* zu 80 h ausschenkt, wieviel verdient er an diesem Weine?
10. Ein Fleischhauer kauft einen Mastochsen, dessen Schlächtergewicht (das Gewicht des Fleisches und des Talges) 350 *kg* ist; davon sind 280 *kg* Fleisch; wieviel % des Schlächtergewichtes beträgt a) das Fleisch, b) der Talg?
11. Ein Fleischhauer kauft einen Ochsen für 408 K; er erhält von demselben 275 *kg* Fleisch à 1 K 24 h, 71 *kg* Talg à 96 h, 34 *kg* Haut à 1 K 50 h und löst für die Eingeweide 22 K 40 h. Wie groß ist der Reingewinn, wenn von dem Ertrage noch 12% Betriebsauslagen zu bestreiten sind?
12. Zur Bereitung des Leders benötigt der Gerber 3·5 *kg* Lohe für 1 *kg* Haut; wieviel kostet die Lohe zur Gerbung von 78·4 *kg* Haut, wenn 100 *kg* Lohe 18 K 50 h kosten?

13. Ein Gerber bezieht 144 Stück Ochsenhäute à 36 K 50 h, die Fracht und Auslagen betragen 117 K 36 h; wenn nun diese Häute 1450 kg Schmalleder geben und sich die Kosten beim Gerben auf 716 K 64 h belaufen, wie hoch kommt ihm 1 kg Schmalleder zu stehen?
14. Einen Schuhmacher kostet das Paar Stiefel an Leder und Zugehör 8 K 10 h, an Gesellenlohn 4 K 90 h; wie hoch muß er sie berechnen, wenn er 12% verdienen will?
15. Zu 12 Paar Damenzeugstiefeln braucht der Schuhmacher 3 m Vasting à 3 K 20 h, 3 m Leinwand à 1 K 16 h, 1 Haut Sohlleder für 49 K 48 h, 2 Schaffelle à 1 K 90 h, 2 Stück Einfaßband à 1 K 20 h, 12 Paar Schnürriemen à 12 h, für 2 K 50 h Seide, Zwirn, Wachs, Pech und Hanf, 12 Arbeitstage à 2 K 90 h; er rechnet für die Abnutzung des Handwerkzeuges 90 h und von der sich ergebenden Summe 18% Kapitalzinsen und Gewinn. Wie hoch stellt sich der Verkaufspreis für 1 Paar?
16. Bei einem Duzend Handschuhe hat der Handschuhmacher folgende Auslagen: für 8 Stück Ziegenfelle à 2 K 40 h, für Nähseide und Knöpfe 1 K, an Arbeitslohn und für Abnutzung der Werkzeuge 3 K. Wie hoch kommt ihm ein Paar, wenn er zu den Auslagen 10% Nutzen rechnet?
17. Zu 5 Duzend Briestaschen braucht der Buchbinder 6 Felle Schaffleder à 2 K 20 h, 7 m Futter à 84 h, $4\frac{1}{2}$ Hefte weißes Papier à 36 h, 12 m schmale Lizen à 4 h, für Leim, Kohlen und verschiedene kleine Zutaten 4 K 56 h. Wenn nun der Arbeitslohn für das Duzend 4 K 40 h beträgt, für Abnutzung der Werkzeuge 80 h und für Zinsen aus dem Betriebskapital 10% gerechnet werden, wie hoch kommen a) 5 Duzend Briestaschen, b) 1 Duzend, c) 1 Stück?
18. Ein Hutmacher braucht zu einem Duzend Filzhüte $1\frac{3}{4}$ kg Kaninchenhaare à 16 K 80 h, für 3 K 4 h Holz zum Walzen und Bügeln, Leder und Futter für 7 K 60 h 18 m Band zum Einfassen à 42 h und 18 m Band zum Umknüpfen à 64 h; an Arbeitslohn und für Abnutzung der Werkzeuge rechnet er 30 K 48 h; wie hoch stellt sich ein Stück?
19. Wie hoch muß der Kürschner die täglichen Geschäftskosten ansetzen, wenn er jährlich an Miete für das Arbeitslokal 240 K, an Geschäftssteuern 48 K und für Licht, Feuerung und Werkzeuge 180 K rechnet? (Das Jahr ist zu 300 Arbeitstagen anzunehmen!)
20. Zu einem Duzend Mützen kauft der Kappenmacher Tuchreste für 10 K 80 h, Futter, Schild und Zwirn kosten für jede Mütze 1 K 10 h. Wie teuer muß er eine Mütze verkaufen, wenn er 20% verdienen will?
21. Ein Tuchmacher braucht zu 35 m Tuch 24 kg gewaschene Wolle; wieviel kostet die zu 1 m erforderliche Wolle, wenn der Zentner

- ungewaschene Wolle mit 220 K bezahlt wird und durch das Waschen 16% verloren gehen?
22. Zu einem Beinkleid braucht der Schneider $1\frac{1}{5} m$ Tuch à 11·4 K, 1 m Futter für 72 h, ferner für 1 K 60 h Seide, Faden und Knöpfe; wie hoch kommt das Beinkleid, wenn für die Arbeit 3 K 20 h gerechnet werden?
 23. Rechnung über die Kosten der Erzeugung eines Herrenrockes: $2\frac{1}{10} m$ schwarzes Tuch à 11 K 20 h, 1 m Wattierleinwand 56 h, 2 m Futter à 72 h, 2 m Orleans à 2 K 32 h, 12 Knöpfe à 12 h, 4 Knöpfe à 8 h, für Seide, Faden und Watta 2 K 40 h Arbeitslohn 9 K, dazu 10% Gewinn.
 24. Ein Bürstenmacher braucht zu 12 Stück Kleiderbürsten 1 kg Borsten à 8 K, 8 *dkg* Messingdraht à 30 h, für 3 K 20 h Holz und Fourniere, $\frac{1}{8} kg$ Leim à 1 K 76 h, für 24 h Lack; ferner rechnet er für Abnutzung der Werkzeuge 70 h, für Arbeitslohn 3 K 20 h und 10% Zinsen und Geschäftskosten; wie hoch stellt sich ein Stück?
 25. Ein Seifensieder braucht zu einem Zentner Talglichter 97 kg Talg à 92 h, $3\frac{1}{2} kg$ Docht à 1 K 44 h und für 1 K 80 h Holz. Wie hoch kommt ihm 1 kg Talglichter, wenn er 6 K Arbeitslohn und von den Ausgaben 8% Zinsen rechnet?
 26. Ein Buchbinder erhält 240 kg Pappendeckel im Preise von 28 K 60 h für 100 kg, die Fracht kostet 5 K 40 h; wie hoch kommt ihm 1 kg zu stehen?
 27. Das Einbinden von 100 Stück Gebethbüchern erfordert für einen Arbeiter folgende Zeit: das Falzen 1 Tag, das Heften 2 Tage das Beschneiden 2 Tage, die Goldschnitte $2\frac{1}{2}$ Tage, das Inletermachen 2 Tage, das Vergolden der Rücken und Decken $1\frac{1}{2}$ Tage, das Appappen und Firnissen $1\frac{1}{2}$ Tage, die Anfertigung der Futterale 1 Tag. Wieviel Arbeitslohn entfällt auf diese Arbeiten à 2 K 80 h für den Tag?
 28. Zu einem Regenschirme kostet das Gestell 1·94 K, der Überzug 4·10 K, das Überziehen 52 h; wieviel verdient der Fabrikant, wenn er dem Großhändler das Duzend für 92 K liefert?
 29. Stelle in Form einer Rechnung auf, was einen Tischler ein Kleiderschrank von Eichenholz selbst kostet, wenn zu berechnen sind: 8 m^2 Eichenholz à 3 K 20 h, $8\frac{3}{5} m^2$ Tannenholz à 1 K 50 h, hartes Holz zum Rechen für 1 K 10 h, $\frac{1}{2} kg$ Leim à 1 K 68 h, $\frac{1}{2} kg$ Firnis à 2 K 20 h, Nägel und Schrauben für 64 h, Schloß und Bänder 5 K, 12 Arbeitstage à 3 K 20 h, an Geschäftskosten 5 K 60 h!
 30. Wie hoch kommt der Parkettboden für ein Zimmer von 6·5 m Länge und 5·6 m Breite zu stehen, wenn 1 m^2 Eichenparketten 6 K 20 h kostet, für Federn und Fußleisten 21 K bezahlt werden und für das Legen 80 h für 1 m^2 gerechnet werden?

31. Ein Drechsler hat 2 Rollen, die durch eine und dieselbe Schnur in Bewegung gesetzt werden sollen, zu fertigen; die eine dieser Rollen soll $0\cdot12\text{ m}$ im Durchmesser haben und sich 8 mal drehen, während sich die andere nur 3 mal dreht. Welchen Durchmesser muß die zweite Rolle haben?
32. Der Rand einer quadratischen Fläche von 48 cm Seitenlänge ist 3 cm breit zu vergolden; wieviel kostet die Vergoldung, wenn 1 cm^2 auf 6 h kommt?
33. Wie hoch kann ein Vergolder das Einrahmen eines Bildes, dessen Rahmen 68 cm hoch und 50 cm breit sein soll, in Rechnung stellen, wenn seine Auslagen für das m Goldbleistift $1\text{ K } 16\text{ h}$, für das Glas $1\text{ K } 20\text{ h}$, für den Pappendeckel 20 h , für Leim und Stifte 16 h betragen, wenn er an Arbeitslohn und Geschäftskosten für $\frac{1}{4}$ Tag $1\text{ K } 36\text{ h}$ berechnen muß und 15% verdienen will?
34. Zur Tapezierung eines Zimmers wären 72 m Tapeten von 75 cm Breite erforderlich; man wählt jedoch eine andere Gattung von nur 60 cm Breite. Wieviel werden die Tapeten dieser zweiten Gattung kosten, wenn das m 48 h kostet?
35. Wieviel kostet die Verglasung von 6 Doppelfenstern, deren obere Flügel je 1 und deren untere Flügel je 2 Glastafeln von 36 dm^2 Größe erhalten, wenn 1 dm^2 Glas mit 5 h berechnet wird?
36. Wieviel kostet die Pflasterung eines Hofes von der Form eines Trapezes mit den Parallelseiten von $28\cdot4\text{ m}$ und $21\cdot5\text{ m}$, die $10\cdot5\text{ m}$ von einander abstehen, wenn 1 m^2 Pflaster mit $6\frac{3}{4}\text{ K}$ bezahlt wird?
37. Ein Steinmetz besorgt die Aufstellung von Distanzsteinen auf 10 km in Zwischenräumen von 100 m ; wieviel erhält er dafür, wenn er einen Stein zu $20\text{ K } 36\text{ h}$, für die Beschreibung der Steine mit fortlaufenden Zahlen $37\text{ K } 20\text{ h}$ und für Beförderung und Aufstellung 76 K rechnet?
38. Ein Schmied braucht zum Fußbeschlage eines Pferdes 4 Hufeisen, $3\frac{1}{2}\text{ kg}$ schwer à 36 h für das kg , 32 Nägel zu 16 h das Duzend und für 32 h Rohlen; wie hoch kommt das Beschlagen, wenn für die Arbeit $1\text{ K } 30\text{ h}$ gerechnet werden?
39. Ein Schmied hat 6 Radschuhe zu liefern; für jedes Stück braucht er 7 kg Radschuhisen à 60 h , wovon durch das Schmieden $\frac{3}{8}\text{ kg}$ verloren gehen; wieviel verdient er, wenn er für 80 h Rohlen verbraucht, für Abnützung der Werkzeuge 55 h und für ein kg eines fertigen Radschuhes 80 h rechnet?
40. Zu einem Duzend Gießkannen braucht der Spengler 60 Tafeln Blech à 28 h , $2\frac{1}{2}\text{ kg}$ Draht à 80 h , 1 kg Zinn für $3\text{ K } 28\text{ h}$, 4 kg Zügeisen à 40 h , für 36 h Salzsäure und Lötfett und für $1\text{ K } 44\text{ h}$ Rohlen; für die Abnützung der Werkzeuge rechnet er 80 h , für 6 Tage Arbeit à $2\text{ K } 80\text{ h}$ und für Geschäftsauslagen 10% . Wie hoch kommt der Erzeugungspreis für 1 Stück?

41. $2 m^3$ gelöschter Kalk und $3 m^3$ Sand geben $4 m^3$ Mörtel; wieviel Kalk und wieviel Sand ist für ein Gebäude in Anschlag zu bringen, das $208 m^3$ Mauerwerk enthalten soll, wenn man auf $5 m^3$ Mauerwerk $1 m^3$ Mörtel rechnet?
42. Ein Dach soll mit Zinkplatten gedeckt werden, deren jede $1.5 m^2$ Fläche einnimmt, von der jedoch bei der Eindeckung für Verschnitt und Falze $\frac{1}{6}$ in Abrechnung zu bringen ist. Das m^2 Rohmaterial kostet $5.6 K$; zu jeder Platte braucht der Dachdecker für 36 h Lötzin, für 14 h Rohle, für 12 h Nägel und für 18 h Haftblech. Wie hoch kommt $1 m^2$ des fertigen Zinkdaches, wenn dafür an Arbeitslohn $1.6 K$ gerechnet wird?

IX. Landwirtschaftliche Rechnungen.*)

1. In $1000 kg$ Weizenkörnern sind enthalten: $20\frac{4}{5} kg$ Stickstoff, $7\frac{9}{10} kg$ Phosphorsäure und $5\frac{1}{5} kg$ Kali; wieviel kg werden von diesen Pflanzennährstoffen mit $20.5 g$ Weizen verkauft?
2. Nach Dr. Neßler entzieht eine Kartoffelernte von $4500 kg$ einem Acker $25 kg$ Kali, $8 kg$ Phosphorsäure und $18 kg$ Stickstoff; wieviel von diesen Stoffen entzieht eine Ernte: a) von $3000 kg$, b) von $7200 kg$?
3. Vom Rotklee werden zur Aussaat pro ha $21 kg$ benötigt, wenn von je 100 Samen 85 Samen keimen. Wieviel kg sind auszusäen, wenn die Keimfähigkeit nur a) 80% , b) 75% beträgt?
4. Zum Besäen eines Ackers mit Erbsen sind pro ha $185 kg$ erforderlich. Wenn die Erbsen zur Gründüngung verwendet werden sollen, wird um 25% stärker gesät; wie groß ist in diesem Falle das Aussaatquantum für 28 a.
5. Wieviel Stickstoff wird vorstehendem Acker zugeführt, wenn die Erbsen untergeackert werden und der Ertrag pro a $180 kg$ beträgt und in je $1000 kg$ $4.9 kg$ Stickstoff enthalten sind?
6. Der Verlust des frisch eingebrachten Wiesenheues beträgt innerhalb der ersten 5 Monate durchschnittlich 12% . Auf wieviel würden sich demnach 13 Wagen Heu à $1625 kg$ nach 5 Monaten vermindern haben?
7. $1000 l$ Jauche enthalten: $1.5 kg$ Stickstoff und $4.9 kg$ Kali; welchen Wert hat die Jauche von einem Stück Vieh jährlich, welches täglich $8 l$ liefert und wenn das kg Stickstoff mit $1.3 K$ und das kg Kali mit $0.3 K$ berechnet wird?
8. Welchen Rubikinhalt muß die Jauchegrube eines Landwirtes haben, der 12 Stück Großvieh besitzt und die Jauche jährlich dreimal ausfährt? (Die fehlenden Bestimmungen sind der vorhergehenden Aufgabe zu entnehmen).

*) Für Knabenbürgerschulen mit landwirtschaftlicher Richtung.

9. Der verfügbare Platz für diese Grube ist 5.2 m lang und 2.66 m breit; wie tief muß die Grube werden, wenn das Mauerwerk 0.6 m dick ist?
10. Ein Stück Rindvieh liefert jährlich 8 Fuhren Mist à 10 q ; welchen Wert hat der Mist, wenn in je 100 kg 0.5 kg Stickstoff, 0.25 kg Phosphorsäure und 0.63 kg Kali enthalten sind und das kg Stickstoff mit 1.2 K , das kg Phosphorsäure mit 0.4 K und das kg Kali mit 0.3 K berechnet wird?
11. Ein Landwirt will den Ertrag seiner 1 ha großen Wiese von 40 q auf 70 q Wiesenheu durch eine Kaliphosphatdüngung steigern; wieviel kg Phosphorsäure und Kali müssen jährlich der Wiese zur Erzeugung des Mehrertrages zugeführt werden, wenn 100 q Wiesenheu 60 kg Phosphorsäure und 170 kg Kali enthalten?
12. Mit wieviel Thomasmehl und wieviel Rainit ist diese Wiese jährlich zu düngen, wenn das Thomasmehl 16% Phosphorsäure und der Rainit 12% Kali enthält?
13. Welchen Reingewinn ergibt diese Düngung, wenn 1 kg Thomasmehl-Phosphatäure 35 h und 1 kg Kali 30 h kostet und wenn der q Heu nach Abzug der Erntekosten einen Geldwert von 4 K hat?
14. Welchen Wert hat die aus dem Mehrertrage an Heu erzeugte Milch, wenn 100 kg im Mittel 50 kg Milch liefern und 1 kg Milch 11 h kostet?
 Es ist bekannt, daß der größte Teil der im Futter enthaltenen Nährstoffe im Dünger wieder zum Vorschein und also dem Boden zugute kommt. Nur ein verhältnismäßig kleiner Prozentsatz wird in Milch und tierische Substanzen verwandelt. Milchvieh scheidet vom Futterstickstoffe 80% aus, von der Phosphorsäure 70% und vom Kali 95% .
15. Ein Landwirt kauft 100 kg Chili-Salpeter zum Preise von 29 K ; um welchen Betrag ist er geschädigt, wenn statt der garantierten 15% nur 14.1% Stickstoff im Chili-Salpeter vorhanden sind?
16. Gemahlenes rohes Knochenmehl enthält $4\frac{1}{2}\%$ Stickstoff und $21\frac{1}{4}\%$ Phosphorsäure. a) Wie viel Stickstoff und Phosphorsäure ist in 287.5 kg Knochenmehl enthalten; b) Mit wieviel Knochenmehl muß gedüngt werden, wenn dem Boden 80 kg Phosphorsäure zugeführt werden sollen; c) Wieviel Stickstoff wird dem Boden mit dieser Düngung gegeben?
17. Bei der Breitfaat braucht man pro ha 185 kg Roggen; bei der Drillfaat genügen 149.85 kg ; wieviel $\%$ werden bei der Drillfaat erspart?
18. 1000 kg Klee gras enthalten: 17.8 Stickstoff, 5.3 kg Phosphorsäure und 25.6 kg Kali; wieviel von diesen Pflanzennährstoffen enthalten 40.25 q ?
19. Wie groß ist der Wert eines Landgutes, das 42.36 ha Äcker, 14.75 ha Wiesen, 32.88 ha Waldungen und 3.26 ha Gutweiden hat, wenn die Gebäude 21690 K wert sind, wenn ferner der jähr-

liche Reinertrag von 1 *ha* Ackergrund mit 82 K 40 h, von 1 *ha* Wiesen mit 57 K 50 h, von 1 *ha* Waldung mit 39 K und von 1 *ha* Futterweiden mit 6 K 80 h angenommen und wenn dieser Reinertrag zu 3% kapitalisiert wird?

20. Eine Wiese von $15\frac{2}{5}$ *ha* liefert pro *ha* $33\frac{1}{2}$ *q* Heu; wieviel Fuhren à 10 *q* sind dies und welchen Raum nimmt das Heu auf dem Heuboden ein, wenn 1 *q* Heu 0.96 *m*³ Raum einnimmt?
21. Wie groß ist der Reinertrag eines a Wiesenland, wenn eine Wiese von 3.6 *ha* 108 *q* Heu à 5 K 20 h liefert und außer den Arbeitskosten bei der Heuernte im Betrage von 71 K 84 h noch 8 K 56 h als Ausgaben für Reinigung der Abzugsgräben und der Zins des Wertkapitals von 3600 K à 5% in Abrechnung kommen?
22. Ein Gutsbesitzer ließ eine sehr nasse Wiese von $3\frac{1}{2}$ *ha* mittels Tonröhrenleitungen (Drainage) mit einem Kostenaufwande von 560 K entwässern. Wenn nun 1 *ha*, von dem man früher 30 *q* Heu à 5 K 20 h bekam, jetzt 35 *q* und zwar besseres Heu à 5 K 60 h liefert, a) mit wieviel % verzinnt sich das Anlagekapital, b) nach wieviel Jahren wird es durch den Mehrertrag der Wiesen gedeckt sein, c) wieviel ist jetzt 1 *ha* mehr wert, wenn man den Mehrertrag als 5% Zinsen annimmt?
23. Wie hoch kommt 1 *kg* Kornbrot zu stehen, wenn 1 *hl* Korn im Gewichte von 70 *kg* 12 K 90 h kostet, wenn 100 *kg* Korn 80 *kg* Mehl geben, aus 2 *kg* Mehl 3 *kg* Brot gebacken und für die Feuerung zu dem Preise 10% dazugerechnet werden?
24. Ein Acker von 28 a 35 *m*² soll mit Kernobstbäumen in einer gegenseitigen Entfernung von 9 *m* nach allen Seiten besetzt werden. a) Wieviel Obstbäume sind erforderlich? b) Wie hoch kommt die ganze Arbeit, wenn ein Baum $1\frac{1}{2}$ K, das Ausgraben eines Baumloches 35 h, das Setzen für 1 Stück 40 h und 1 Pfahl 45 h kostet?
25. Zu 1 *q* gedörrten Zwetschen sind $4\frac{1}{2}$ *q* grüne Zwetschen nötig, deren Dörrkosten 12 K betragen. Wenn 1 *q* dünne Zwetschen um 45 K 60 h verkauft wird, wie verwertet sich 1 *q* grüne Zwetschen?
26. Bei gut geschlichtetem Scheitholze betragen die leeren Zwischenräume 25% des ganzen Rauminhaltes; wieviel *dm*³ wirkliche Holzmasse hat 1 Raummeter Brennholz von 64 *cm* Scheitlänge?
27. Es sind 14400 Rohlpflanzen zu setzen; a) in wieviel Tagen kann eine Person bei 10 Stunden Arbeitszeit damit fertig werden, wenn sie in der Minute 4 Stück pflanzt; b) wieviel Personen sind zu bestellen, damit die Arbeit in 2 Tagen fertig werde?
28. A kauft einen Weingarten von 4.48 *ha* zu 29 K das a; 1 *ha* liefert jährlich im Durchschnitte 15 *hl* Wein, den man mit 36 K per *hl* verkaufen kann; wie groß ist das jährliche Weinertragnis und mit wieviel % verzinnt sich die Kaufsumme, wenn die Bearbeitungskosten 45% von dem Werte des jährlich erzeugten Weines betragen?

29. Auf einem Gute werden 42·5 ha Zuckerrüben gebaut und davon 12700 q geerntet. a) Wie groß ist der Erlös, wenn 1 q Rüben 2 K 40 h kostet? b) Wie groß ist der Rohertrag von 1 ha, wenn zu den Rüben noch 60·5 q Blätter und Kronenabfälle zu 96 h für den Zentner kommen?
30. 2 Hopfenbauern ernten gleich viel Hopfen: A zupft und trocknet ihn sorgfältigst und erhält $3\frac{1}{2}$ q guten und $\frac{1}{5}$ q geringen Hopfen; B zupft und behandelt ihn mit weniger Sorgfalt und gewinnt $3\frac{2}{5}$ q Markthopfen und 5 kg Ausschuß. Wenn nun A für 1 q schönen Hopfen 230 K 40 h und für den geringen im ganzen 24 K löst und für die Mehrarbeit 16 K 80 h zu verrechnen hat, B für seine Mittelware für den q nur 201 K 60 h und für den Ausschuß 4 K 80 h erhält, wieviel nimmt A ein, wieviel B und was gewinnt A nach Abzug der erhöhten Arbeitskosten?
31. Wie hoch verwertet sich 1 l Rahm Milch, wenn 100 l 3·5 kg Butter à 2·96 K, 79 l abgerahmte Milch à 4 h und 16 l Buttermilch à 3 h geben?
32. Das Schlachtgewicht eines Kalbes beträgt durchschnittlich 60 % des Lebendgewichtes; wieviel wird der Fleischer für ein Kalb, das lebend 62·5 kg wiegt, zahlen müssen, wenn 1 kg Fleisch $1\frac{3}{5}$ K kostet?
33. Nach genauen Ermittlungen ist festgestellt worden, daß in den großen Städten pro Kopf der Bevölkerung jährlich durchschnittlich 20 l Milch, 15 kg Butter und 7 kg Käse kommen. a) Wie groß ist demnach der jährliche Bedarf an Milch, Butter und Käse für die Stadt Reichenberg mit 35000 Einwohnern? b) Wieviel Milchkühe sind erforderlich, um vorstehenden Bedarf zu decken, wenn die Milchmenge einer Kuh mit 2500 l veranschlagt wird?
34. Bei fetten Schweinen geben je 100 kg Lebendgewicht 80 kg Schlachtgewicht; welches Schlachtgewicht ist zu erwarten, wenn von 3 Schweinen das 1. 123·5 kg, das 2. 136·25 kg und das 3. 137·75 kg wiegt?
35. Ein 800 kg schwerer Ochse hatte 120 kg Knochen. Wieviel % sind dies vom Lebendgewicht? Wieviel kg Phosphor lassen sich aus den Knochen dieses Rindes gewinnen, wenn $6\frac{1}{2}$ kg Knochen 0·9 kg Phosphor liefern?
36. Ein gemästeter Ochse von 6 q Lebendgewicht gab beim Schlachten 306 kg Fleisch, 34 kg Unschlitt und 36 kg Haut. Wieviel % vom Lebendgewicht betragen a) Fleisch, b) Unschlitt, c) Haut? d) Was war der Ochse wert, wenn 1 q Fleisch 148 K 80 h, 1 q Unschlitt 120 K und 1 q Haut 96 K kosteten?
37. Ein gutes Huhn legt jährlich durchschnittlich 140 Eier, das Stück zu 6 h gerechnet; es frist dagegen außer den Abfällen aus Küche, Hof, Scheuer usw. noch jährlich 25 kg Gerste, den q zu 19 K 20 h gerechnet. Welchen Reinertrag liefert es, d. h. wie hoch werden die sonst verloren gehenden Abfälle verwertet?

38. Ein Bienenzüchter hat 11 Bienenstöcke; er erhält von jedem Stöcke jährlich $6\frac{3}{4}$ kg Honig zu 1 K 80 h und $\frac{3}{4}$ kg Wachs, das kg zu 5 K 90 h und im ganzen 5 junge Stöcke im Werte von je 18 K. Wie hoch beläuft sich der Jahresertrag?
39. Der Bedarf an Streustroh wird mit $\frac{1}{5}$ von dem Gewichte des verfütterten Heuwertes angenommen; wieviel Streu ist täglich für 4 Kühe erforderlich, wenn diese zusammen 26 kg Heu, 12 kg Gerstenstroh ($\frac{1}{2}$ Heuwert) und 60 kg Runkelrüben ($\frac{1}{3}$ Heuwert) bekommen?
40. Durchschnittlich kann man an Stroh zum Streuen für 1 Pferd täglich 3 kg, für 1 Ochsen ebenfalls 3 kg, für eine Kuh $2\frac{2}{5}$ kg und für 1 Kalb 2 kg rechnen. Welches ist hiernach der tägliche Strohbedarf für einen Viehstand von 2 Pferden, 2 Ochsen, 12 Kühen und 5 Kälbern? Wieviel kostet jährlich die Streu, das kg zu 3 h veranschlagt?
41. Wenn 100 l Milch 9 kg Emmentaler Käse und $\frac{1}{2}$ kg Butter geben, 1 kg Käse zu 1 K 70 h und 1 kg Butter zu 2 K 50 h verkauft wird, welchen Wert hat 1 l Milch?
42. Ein Ballen von 87·5 kg ungewaschener Wolle wog nach dem Waschen noch 48·5 kg; wieviel % beträgt der Abgang?
43. 7 Gänse standen 27 Tage auf der Mast und verursachten folgende Kosten: Einkaufspreis 31·5 K, Wartekosten 4 K, 19·6 kg Erbsenschrot 4·33 K, 29·5 kg Maisschrot 5·25 K, 98 kg Buchweizen 17·8 K und sonstiges Beifutter 3·5 K. Die Einnahmen betrugen 38 kg Fleisch à $1\frac{2}{5}$ K, 0·8 kg Federn à $7\frac{1}{2}$ K. Wie groß ist der Reinertrag?
44. Nach Huber brauchen die Bienen zur Bildung von 1 kg Wachs im Werte von 5 K $6\frac{1}{2}$ kg Honig à $1\frac{1}{2}$ K. Wieviel gewinnt ein Bienenzüchter, wenn er die Honigwaben ausschleudert und so das Bauen von $1\frac{3}{4}$ kg Wachs erspart? (Das benützte Wachs ist abzugiehen!)
45. Zu einem hl Saustrunk nimmt man 120 kg Obst; wie hoch stellt sich 1 l des Getränkes, wenn 100 kg Obst 9 K 50 h kosten und die Bereitungskosten $2\frac{2}{5}$ K pro hl ausmachen?
46. Zur Bereitung eines festen Baumwachses nimmt man 625 g weißes Bech, 250 g gelbes Wachs und 125 g Terpentin. Wieviel dieser Bestandteile braucht man zu $1\frac{3}{4}$ kg Baumwachs?

Dritter Teil.

I. Maße und Gewichte.

a) Maße und Gewichte der österreichisch-ungarischen Monarchie.

Wiederholung der metrischen Längen-, Flächen-, Körpermaße, der Zeit-, Winkel-, Zählmaße und Gewichte aus dem 1. Teile.

Frühere Längenmaße.

Die Einheit war der Wiener Fuß (') à 12 Zoll (") à 12 Linien ('''); 6 Fuß waren eine Klafter (°); 4000 Wiener Klaftern machen eine österreichische Postmeile. 1 geographische Meile = $7\cdot420438\text{ km}$, 1 Wiener Fuß = $0\cdot31708\text{ m}$; 1 österreichische Meile = $7\cdot58594\text{ km}$.

Als Schnittwaremmaß diente die Wiener Elle = $0\cdot77756\text{ m}$.

Frühere Flächenmaße.

1 Quadratklaster ($\square^\circ$) hatte 36 Quadratfuß ($\square'$) à 144 Quadrat Zoll ($\square''$) à 144 Quadratlinien ($\square'''$). 1 Quadratfuß = $9\cdot9907\text{ dm}^2$.

1 österreichische Quadratmeile = $16000000\text{ Quadratklaftern} = 57\cdot54642\text{ km}^2$, 1 geographische Quadratmeile = $55\cdot06294\text{ km}^2$.

Als Bodenflächenmaß diente das Joeh = $1600\text{ Quadratklaftern} = 57\cdot54642\text{ a}$.

Frühere Körpermaße.

1 Kubikklaster (Kubit $^\circ$) = 216 Kubikfuß (Kubit') à 1728 Kubikzoll = 1728 Kubiklinien. 1 Kubikfuß = $31\cdot57867\text{ dm}^3$.

Als Getreidemaß diente der niederösterreichische Megen = $61\cdot48682\text{ l}$.

Als Flüssigkeitsmaß diente der niederösterreichische Eimer à 40 Maß, 1 Eimer = $56\cdot589\text{ l}$; 1 Maß = $1\cdot41472\text{ l}$.

Frühere Gewichte.

Die Einheit des Handelsgewichtes war das Wiener Pfund (1 $\mathcal{R}$) von 32 Lot; 1 Wiener Pfund = $56\cdot006\text{ dkg}$.

100 Wiener Pfund = 1 Wiener Zentner = $56\cdot006\text{ kg}$; 1 Lot = $17\cdot50187\text{ g}$ — 1 Zollzentner = 100 Zoltpfund = 50 kg .

b) Die wichtigsten ausländischen Maße und Gewichte.

Deutsches Reich.

Längenmaße: 1 Stab (Meter) = 100 Neuzoll (Zentimeter) à 10 Strich (Millimeter), 10 Stab = 1 Kette (Dekameter), 1 Meile = $7\cdot5\text{ km}$.

Getreidemaße: 1 Kubikstab hat 1000, 1 Scheffel 50 Rannen (Liter).

Flüssigkeitsmaße: 1 Faß (Hektoliter) hat 100 Rannen (Liter) à 2 Schoppen.

Gewichte: 1 Zentner hat 100 Pfund (Zoltpfund) à 50 Neulot à 10 g à 10 dg à 10 cg à 10 mg. 2 Pfund sind 1 kg, $1000\text{ kg} = 20\text{ (Zoll-)Zentner} = 1\text{ Tonne}$. 1 Münzpfund = 500 g .

England.

Längenmaße: 1 Yard = 3 Fuß. 1 Fuß = 0·3048 *m*.
1 englische Meile = 1·6093 *km*.

Getreidemaße: 1 Quarter hat 8 Bushels (Buschils) à 8 Gallons (Galluns). 1 Quarter = 2·9078 *hl*.

Flüssigkeitsmaße: Die Tonne für Wein hat 252, für Ale (sprich Ehl = Bier) 192 Gallons. 1 Gallon = 4·5435 *l*.

Gewichte: Das Handels- oder Avoir-du-poids-Gewicht (Äwwerd-jupeus) (adp): die Tonne hat 20 Zentner zu 112 Pfund. 1 Pfund adp. = 0·4536 *kg*. Das Troy-Pfund (Münzgewicht) von 5760 Troy Grains (Troigräns) = 373·242 *g*.

Rußland.

Längenmaße: 1 Saschen (Klafter) = 3 Arschin (Ellen) = 7 Fuß. 1 russ. Fuß = 0·3048 *m*. 1 Arschin = 0·7112 *m*. 1 Werst (Meile) = 500 Saschen = 1·0668 *km*.

Getreidemaße: 1 Tschetwert hat 8 Tschetwerik à 4 Tschetwerka. 1 Tschetwert = 2·099 *hl*.

Flüssigkeitsmaße: 1 Faß hat 40 Wedro à 10 Kruschke. 1 Kruschka = 1·2299 *l*.

Gewichte: 1 Pud hat 40 Pfund à 96 Solotnik. 1 Pfund = 409·512 *g*.

In Belgien, Bulgarien, Frankreich, Griechenland, Italien, Niederlande, Portugal, Rumänien, Schweiz, Serbien, Spanien und in der Türkei sind die metrischen Maße und Gewichte eingeführt, in England, Rußland, Persien, in den Vereinigten Staaten u. a. gesetzlich zugelassen.

c) Umrechnung der Maße und Gewichte.

1. Wieviel *m* und *dm* sind 35 Arschin? Weil 1 Arschin 0·7112 *m* hat, so sind 35 Arschin 35mal 0·7112 *m*, d. i. 24 *m* 8·92 *dm*.

Wie werden demnach fremde Maße und Gewichte in österreichische verwandelt?

2. Wieviel adp. Pfund sind 18·5 *kg*? Weil 1 Pfund adp. = 0·4536 *kg* enthält, so sind 18·5 *kg* soviel adp. Pfund, als 0·4536 *kg* in 18·5 *kg* enthalten sind. Also 18·5 *kg* : 0·4536 *kg* = 40·78. 18·5 *kg* = 40·78 adp. Pfund.

Wie werden österreichische Maße und Gewichte in fremde verwandelt?

3. Wieviel *hl* sind a) 72 englische Gallons, b) 45 Wedro?
4. Wieviel englische Meilen sind 36 russische Werst?
5. Ein Seiler bezog 458 Pfund Hanf aus Rußland; wieviel *kg* erhielt er?

6. Jemand will 300 kg Zinn aus London beziehen; wieviel Zentner und Pfund (adp.) muß er bestellen?
7. Rechne $127 \cdot 35$ m um a) in englische Fuß, b) in russische Fuß!
8. Der Tunnel unter der Themse bei London ist $433 \frac{1}{3}$ Yards lang; wieviel beträgt diese Länge in m?
9. Wieviel hl betragen a) 138 russische Tschetwert, b) $31 \cdot 8$ englische Quarters?
10. Die Entfernung zwischen Petersburg und Moskau beträgt 690 Werst; wie lange fährt ein Schnellzug von Petersburg nach Moskau, wenn er in einer Sekunde 14 m zurücklegt?
11. Wieviel hl gehen in ein Faß, das 228 Maß hält?
12. Auf einer Spule englischen Zwirnes ist die Länge mit 300 Yards angegeben; wieviele m lang ist der Zwirn?
13. Rechne um a) 15 Ellen, b) $27 \frac{1}{2}$ Ellen in m!
14. Rechne um in Ellen a) 15 m, b) $8 \frac{1}{2}$ m, c) 85 cm!
15. Eine Leinwand ist nach Ellenmaß $1 \frac{1}{4}$ breit; wieviel cm beträgt die Breite?
16. Eine Wiener Elle Leinwand kostete 84 h; wieviel kostet hiernach 1 m?
17. In einem alten Bauplane ist die Länge eines Hauses mit 11 Klaftern 2 Fuß und 10 Zoll angegeben; wieviel m muß die Messung ergeben?
18. Ein Bauplatz hat 168 Quadratklaster 30 Quadratfuß; wieviel m^2 sind das?
19. Wieviel ha mißt eine Wiese von $3 \frac{5}{8}$ Joch?
20. Ein Wald hat $10 \frac{3}{5}$ ha; wieviel Joch beträgt seine Fläche?
21. Der Flächeninhalt der österreichisch-ungarischen Monarchie beträgt 10 843 · 44 österreichische Quadratmeilen; wieviel sind dies km^2 ?
22. Wieviel kg sind a) 6 Wiener Pfund, b) 13 Pfund 26 Lot?
23. Wieviel dkg sind a) 28 Lot, b) 1 Pfund 15 Lot?
24. Eine Fuhre Heu wiegt 15 Wiener Zentner; wieviel metrische Zentner und kg sind es?
25. Wenn 1 Wiener Pfund Kaffee 1 · 92 K kostete, welches ist der entsprechende Preis für 1 kg?
26. Ein Eimer Wein kostet 48 K; wieviel ist ein hl wert?
27. Früher kostete die Maß Milch 10 Kreuzer, jetzt kostet das l 24 h; wieviel % beträgt die Preissteigerung?
28. Ein Landmann gibt an, 75 Joch Grund zu besitzen; a) wieviel ha, a und m^2 sind dies; b) wie lang wäre die Seite, wenn dieser Grundbesitz ein Quadrat bildete?
29. Ein Baumeister erhält auf seine Erkundigung im Grundbuchsamte die Auskunft, daß die Parzelle Nr. 76 eine Größe von 428 Quadratklastern hat; wie hoch kommt 1 m^2 , wenn der Besitzer für die ganze Parzelle 10 000 K verlangt? (Da viele der in Verwendung stehenden Grundbücher vor dem Jahre 1873 angelegt wurden, ist noch bei vielen Parzellen die Größe im alten Maße angegeben.)

II. Kettenrechnung.

1. Wieviel K kosten 30 *dkg* einer Ware, von der $7\frac{1}{2}$ *kg* auf 20 Franken kommen? (1 *Frank* = $\frac{95}{100}$ K.)

I. Wenn $7\frac{1}{2}$ *kg* 20 Franken kosten, so kostet

1 *kg* $\frac{20}{7\frac{1}{2}}$ Franken;

wenn 1 *kg* $\frac{20}{7\frac{1}{2}}$ „ kostet, so kostet

1 *dkg* = $\frac{1}{100}$ *kg* $\frac{20}{7\frac{1}{2}}$ Fr $\times \frac{1}{100} = \frac{20 \cdot 1}{7\frac{1}{2} \cdot 100}$ Franken;

30 *dkg* kosten dann 30 mal $\frac{20 \cdot 1}{7\frac{1}{2} \cdot 100}$ Franken = $\frac{20 \cdot 1 \cdot 30}{7\frac{1}{2} \cdot 100}$ Franken;

da 1 *Frank* = $\frac{95}{100}$ K beträgt, so betragen

$\frac{20 \cdot 1 \cdot 30}{7\frac{1}{2} \cdot 100}$ Franken $\frac{95}{100}$ K $\times \frac{20 \cdot 1 \cdot 30}{7\frac{1}{2} \cdot 100}$ d. i. $\frac{95 \cdot 20 \cdot 1 \cdot 30}{100 \cdot 7\frac{1}{2} \cdot 100}$ K.

Den wagrechten Strich des Zahlenwertes $\frac{95 \cdot 20 \cdot 1 \cdot 30}{100 \cdot 7\frac{1}{2} \cdot 100}$ können wir gegen einen senkrechten vertauschen und dabei sprechen:

II. K x | 30 *dkg* x K kosten 30 *dkg*,
 100 | 1 *kg* wenn 100 *dkg* 1 *kg* geben,
 $7\frac{1}{2}$ | 20 Fr. „ $7\frac{1}{2}$ *kg* 20 Franken kosten und
 100 | 95 K „ 100 Franken 95 K find?

$$x = \frac{2 \quad 19}{\frac{30 \cdot 1 \cdot 20 \cdot 95 \cdot 2}{100 \cdot 7\frac{1}{2} \cdot 100}} = 0.76 \text{ K.}$$

Der Ansatz II dieser Rechnung bildet in bezug auf die Benennung der Glieder eine zusammenhängende Kette und hat deshalb den Namen Kettenatz erhalten; die Rechnung heißt **Kettenrechnung** (Kettenregel). Durch die Kettenrechnung können alle Aufgaben, die zur geraden Regelbetrie gehören, gelöst werden.

Für die Kettenrechnung ist zu merken:

1. Man setze auf die linke Seite des Striches die zu suchende Größe, gegenüber aber die gleichwertige.

2. Jede folgende Reihe wird gebildet, indem man links jene Zahl setzt, die mit der unmittelbar vorangehenden rechten gleichnamig ist; auf die rechte Seite daneben setzt man die Größe, die mit ihr gleichen Wert hat, oder die aus ihr hervorgeht, wenn ein angegebener Abzug oder Zuschlag vorgenommen wird.

3. Die Kette ist geschlossen, wenn alle gegebenen Zahlen in die Rechnung eingestellt sind und wenn das letzte Glied (rechts unten) mit dem ersten (unbekannten) Gliede links oben gleichnamig ist.

Zur Vereinfachung der Lösung können die Brüche in der Rechnung in ganzen Zahlen dargestellt werden, indem man beiderseits mit dem Nenner des Bruches multipliziert; ferner können Faktoren der linken Seite gegen Faktoren der rechten Seite gekürzt werden; also:

$$\begin{array}{r|l}
 K & x \\
 30 & 100 \\
 1 & 7\frac{1}{2} \\
 20 & 100 \\
 35 & 15 \\
 \hline
 & 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 30 \text{ dkg } 2 \\
 1 \text{ kg} \\
 20 \text{ Grf.} \\
 35 \text{ K } 19 \\
 2
 \end{array}$$

$$x = \frac{2 \cdot 19 \cdot 2}{100} = 0.76 \text{ K.}$$

2. In einer Haushaltung braucht man auf 35 Tage 6 kg Kerzen; wie lange wird man mit 12 l Petroleum auskommen, wenn 3 l Petroleum so lange reichen wie 4 kg Kerzen?
3. Wieviel kg Brot erhält man von $3\frac{3}{4}$ hl Korn, wenn 1 hl Korn 70 kg wiegt, wenn 5 kg Korn 4 kg Mehl und 3 kg Mehl 4 kg Brot geben?
4. 1 kg ungebrannter Kaffee kostet $3\frac{1}{5}$ K; wie hoch stellt sich der Preis für 1 kg gebrannten Kaffee, wenn 5 kg ungebrannter Kaffee 4 kg gebrannten Kaffee geben?
5. Ein Landwirt gibt einem Wirt 12 $\frac{1}{2}$ hl Weizen à 15 $\frac{1}{5}$ K; wieviel Wein muß ihm der Wirt dafür geben, das hl zu 50 K gerechnet?
6. Ein Kaufmann erhält 730 m Seidenband und hat für 9 m 22 $\frac{1}{2}$ Franken zu bezahlen; wie groß ist der Betrag in Kronen, wenn 5 Franken = 4 $\frac{3}{4}$ K sind?
7. Wie hoch kommen 7 $\frac{1}{2}$ q altes Eisen zu stehen, wenn 12 kg mit 1 K bezahlt werden?
8. Der deutsche Zentner hat 100 Pfund, wovon jedes 0.5 kg enthält; wieviel Kronen kosten 100 kg einer Ware, von der 3 deutsche Zentner 208 $\frac{1}{2}$ Mark kosten, wenn man 100 Mark zu 122 K rechnet?
9. In Hamburg kostet 1 Pfund Kaffee 85 Pfennige; wie hoch in österr. = ung. Kronenwährung kommen ohne Nebenauslagen 500 kg, wenn 2 Pfund = 1 kg und 100 Mark = 117 K sind, da 1 Mark 100 Pfennige hat?
10. Wieviel K sind 560 (1, 3, 10, 25) M, da 3280 K 2790 M sind?
11. Wieviel K sind 1275 (1, 7, 10, 50, 100) Gr, wenn aus 1 kg Feingold 3280 K oder 3444 Gr geprägt werden?
12. Wenn der Kurswert eines 20 Frankstückes = 19.05 K und der eines engl. Pfund Sterling (£) = 24.08 K ist, wieviel Franken erhält man für 230 (1, 8, 12, 100, 1000) £?

13. Ein Wiener Kaufmann bezieht aus London Stahlwaren für 126 £ 15 sh (Shilling); wieviel in Kronenwährung hat er dafür zu zahlen, wenn $20 \text{ sh} = 1 \text{ £} = 24.04 \text{ K}$ sind?
14. Wenn 100 M im Handel (Kurswert) = 118.60 K und gleichzeitig 100 italienische Lire = 94.80 K ö. W. sind, wieviel Lire erhält man für $458\frac{1}{2}$ (100, 72, 1680) M ?
15. 1 Joch Ackergrund kostet 1250 K; wieviel kostet 1 ha ?
16. 1 Wiener Meßen Weizen kostet 12.24 K; wieviel kostet 1 hl ?
17. 1 hl Roggen kostet 22.32 K; wieviel kostet ein Wiener Meßen?
18. Wieviel Londoner Zentner machen 2540.16 kg , wenn 100 Londoner Pfund = $45\frac{9}{25} \text{ kg}$ sind und wenn 1 Londoner Zentner 112 Londoner Pfund enthält?
19. Wieviel km gehen auf die österreichische Meile von 4000 Wiener Klaftern, wenn 1 Wiener Fuß 0.316081 m enthält?
20. Wieviel km machen 238 russische Wersten, wenn 100 Wersten = 14.3762 geogr. Meilen, 1 geogr. Meile = 0.9782 österreichische Meilen, 1 österreichische Meile = 24000 Wiener Fuß und 55 m = 174 Wiener Fuß sind?
21. Wieviel m sind 100 (1, 5, 10, 25) Wiener Ellen, wenn 2 Wiener Ellen 59 Wiener Zoll und 12 Wiener Zoll 0.316 m betragen?
22. Wieviel ha gehen auf 1 österreichisches Joch à 1600 Quadratklaster, wenn 1 Quadratklaster = 36 Quadratfuß und $1 \square' = 0.0999 \text{ m}^2$ ist?
23. Wenn $1 \text{ m}^3 = 31.667 \text{ Kubiffuß}$, 1 Kubiffuß = 31.579 l , 1 Wiener Meßen = 0.615 hl , wieviel m^3 sind 10 (1, 50, 100) Wiener Meßen?

III. Kubieren und Ausziehen der Kubikwurzel.

1. Kubieren.

Anschauungsmittel: Ein für das Kubieren zerschnittener Würfel.

1. Berechne den Rauminhalt a) unseres Schulzimmers in m^3 ; b) unseres Klassenschranks in dm^3 ; c) unseres Kreidefäßchens in cm^3 !
2. Wie groß ist der Rauminhalt eines hohlen Würfels, dessen innere Seite 3 dm lang ist?

Auf der Grundfläche dieses Hohlwürfels kann man 3mal 3 dm^2 = 9 dm^2 aufstellen; im Würfel lassen sich ferner 3mal 9 dm^2 übereinander schichten, daher enthält der Würfel $3 \text{ dm}^2 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \text{ dm}^3$.

Kürzer: Rauminhalt = $(3 \cdot 3 \cdot 3) \text{ dm}^3 = 27 \text{ dm}^3$.

Weil man auf diese Weise den Rauminhalt eines Würfels oder Kubus berechnen kann, so nennt man dieses Verfahren auch Kubieren.

Eine Zahl kubieren oder auf den Kubus erheben heißt, die Zahl **dreimal als Faktor** setzen. Der Kubus einer Zahl heißt auch die dritte Potenz derselben und wird dadurch be-

zeichnet, daß man der Zahl rechts oben die Ziffer 3 beisetzt; z. B. 5^3 , zu lesen: 5 zur dritten (Potenz) oder 5 auf den Kubus erhoben.

$$319^3 = 319 \cdot 319 \cdot 319 = 32461759,$$

$$1 \cdot 28^3 = 1 \cdot 28 \cdot 1 \cdot 28 \cdot 1 \cdot 28 = 2 \cdot 097152.$$

Zahl:	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10.
Kubus:	1,	8,	27,	64,	125,	216,	343,	512,	729,	1000.

3. Welchen Inhalt hat ein Würfel von 2, 3, ... 10 cm, 12 cm, 20 cm, 30 cm, 1·5 m Seitenlänge?
4. Berechne den Flächeninhalt eines quadratischen Pappdeckels von 24 cm (39 cm, 156 mm) Seitenlänge!

Im Nachstehenden soll noch ein zweites Verfahren, eine Zahl zum Kubus zu erheben, abgeleitet werden.

Ist z. B. die zweiziffrige Zahl 28 = 20 + 8 zum Kubus zu erheben, so wird man ihr Quadrat $20 \cdot 20 + 2 \cdot 20 \cdot 8 + 8 \cdot 8$ noch mit 20 + 8 multiplizieren; man erhält:

$$\begin{array}{r} (20 \cdot 20 + 2 \cdot 20 \cdot 8 + 8 \cdot 8) \cdot (20 + 8) \\ 20 \cdot 20 \cdot 20 + 2 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 8 + 20 \cdot 8 \cdot 8 \\ + 20 \cdot 20 \cdot 8 + 2 \cdot 20 \cdot 8 \cdot 8 + 8 \cdot 8 \cdot 8 \\ \hline 28^3 = (20 + 8)^3 = 20^3 + 3 \cdot 20^2 \cdot 8 + 3 \cdot 20 \cdot 8^2 + 8^3. \end{array}$$

Der Kubus einer zweigliedrigen Zahl besteht demnach aus dem Kubus des ersten Gliedes*), aus dem dreifachen Quadrate des ersten Gliedes multipliziert mit dem zweiten Gliede, aus dem dreifachen ersten Gliede multipliziert mit dem Quadrate des zweiten Gliedes und aus dem Kubus des zweiten Gliedes.

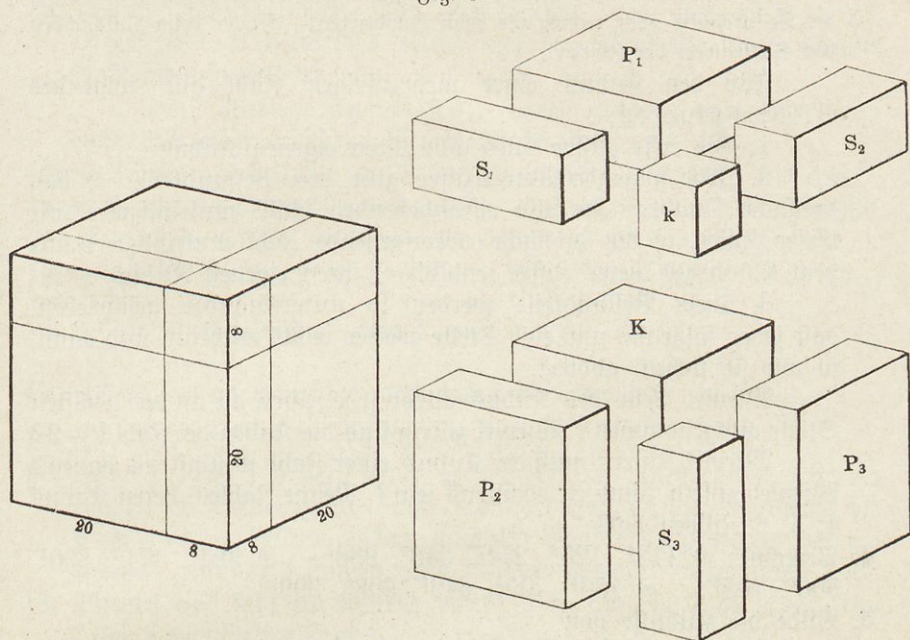
Zur Veranschaulichung dient ein Würfel (Fig. 9) von 28 mm Kantenlänge, der durch 3 zueinander senkrechte Schnitte in 2 kleinere Würfel ($K = 20^3$ und $k = 8^3$), in 3 Prismen $[(P_1 + P_2 + P_3) = 3 \times 20^2 \times 8]$ und in 3 Prismen $[(S_1 + S_2 + S_3) = 3 \times 20 \times 8^2]$ geteilt ist.

Suche diese Körper am Modelle und an der Figur heraus; zeichne die beiden kleineren Würfel, die 3 prismatischen Platten und die 3 prismatischen Säulen ins Übungsheft!

$28^3 = ?$	Kürzer:	$28^3 = ?$
20^3 8000		2^3 8.
$3 \cdot 20^2 \cdot 8$ 9600		$3 \cdot 2^2 \cdot 8$ 96.
$3 \cdot 20 \cdot 8^2$ 3840		$3 \cdot 2 \cdot 8^2$ 384.
8^3 512		8^3 512
$28^3 =$ 21952		$28^3 =$ 21952

*) Unter Gliedern einer Zahl verstehen wir die dezadischen Bestandteile derselben.

Fig. 9.



1. Kubieret nach dieser Regel die Zahlen 25, 52, 16, 12, 35, 69, 87!
2. Suchet den Kubus von 18, 49, 91, 27, 50, 75, 83, 90!
3. Eine dreizifferige Zahl, z. B. $248 = 240 + 8$ ist auf den Kubus zu erheben!

Man hat zunächst

$$248^3 = (240 + 8)^3 = 240^3 + 3 \cdot 240^2 \cdot 8 + 3 \cdot 240 \cdot 8^2 + 8^3;$$

aber

$$240^3 = (200 + 40)^3 = 200^3 + 3 \cdot 200^2 \cdot 40 + 3 \cdot 200 \cdot 40^2 + 40^3,$$

daher, wenn oben statt 240^3 dieser Wert gesetzt wird,

$$248^3 = 200^3 + 3 \cdot 200^2 \cdot 40 + 3 \cdot 200 \cdot 40^2 + 40^3 + 3 \cdot 240^2 \cdot 8 + 3 \cdot 240 \cdot 8^2 + 8^3; \text{ somit}$$

$$248^3 = 15252992.$$

a)	200 ³ ... 8 000 000
	3 · 200 ² · 40 ... 4 800 000
	3 · 200 · 40 ² ... 960 000
	40 ³ ... 64 000
	3 · 240 ² · 8 ... 1 382 400
	3 · 240 · 8 ² ... 46 080
	8 ³ ... 512
	15 252 992.

b)	2 ³ 8
	3 · 2 ² · 4 48
	3 · 2 · 4 ² 96
	4 ³ 64
	3 · 24 ² · 8 1 382 4
	3 · 24 · 8 ² 46 08
	8 ³ 512
	15 252 992.

a) vollständig; b) abgekürzt mit Weglassung der Nullen und Verschiebung der Teilprodukte nach rechts, wie beim Quadrieren! Beachte beim Aufschreiben den Stellenwert der Ziffern!

Für den Kubus einer mehrziffrigen Zahl gilt folgendes Bildungsgesetz:

1. Die erste Ziffer links gibt ihren eigenen Kubus.

2. Jede folgende Wurzelziffer gibt drei Bestandteile: a) das dreifache Quadrat der ihr vorangehenden Zahl multipliziert mit dieser Ziffer, b) die dreifache vorangehende Zahl multipliziert mit dem Quadrate dieser Ziffer, endlich c) ihren eigenen Kubus.

3. Diese Bestandteile werden so untereinander geschrieben, daß jeder folgende um eine Stelle weiter rechts erscheint, und dann, so wie sie stehen, addiert.

Wieviel Teile des Kubus bildet jede Ziffer, die an der höchsten Stelle ausgenommen? Wieviel ziffrig sind die Kuben der Zahl 1—9?

Wieviel Ziffern muß der Kubus einer Zahl wenigstens haben? Wieviel ziffrig kann er höchstens sein? Nenne Zahlen, deren Kubus 4, 5, 6 Ziffern hat!

4. Berechne: a) 112^3 , 125^3 , 274^3 , 248^3 , 936^3 ; b) 324^3 , 471^3 , 800^3 , 506^3 , 702^3 ; c) 150^3 , 700^3 , 649^3 , 608^3 , 999^3 !

5. Bilde die Kubusse von

$$\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \dots, \frac{9}{10}; \frac{1}{100}, \frac{2}{100}, \dots, \frac{9}{100}; \frac{1}{1000}, \dots, \frac{9}{1000}!$$

6. Wieviel ist 0.1^3 , 0.2^3 ... 0.9^3 ; 0.01^3 ... 0.09^3 ; 0.001^3 ... 0.009^3 ?

7. $3.5^3 =$

a) Vollständig mit Beibehaltung der Stellenwerte:

Sprich:

$$\begin{array}{rcl} 3^3 & \dots & 27 \text{ .} \\ 3.3^2.0.5 & \dots & 13.5. \\ 3.3.0.5^2 & \dots & 2.25. \\ 0.5^3 & \dots & 0.125 \end{array} \quad \begin{array}{l} (3 \text{ E})^3 = 27 \text{ E an;} \\ 3.(3 \text{ E})^2.5 \text{ z} = 135 \text{ z, } 13.5 \text{ an;} \\ 3.3 \text{ E}.(5 \text{ z})^2 = 225 \text{ h, } 2.25 \text{ an;} \\ (5 \text{ z})^3 = 125 \text{ t, } 0.125 \text{ an (3 Dez.).} \end{array}$$

$$3.5^3 = 42.875$$

b) Kubiere 3.5 wie eine ganze Zahl und bestimme im Kubus die Anzahl der Dezimalen.

Da $z^3 = t$, $h^3 = m$, $t^3 = tm$... gibt, so hat der Kubus jedes Dezimalbruches 3mal soviel Dezimalstellen als der Bruch selbst.

8. $0.801^3 =$

$$\begin{array}{rcl} 8^3 & \dots & 512 \dots \\ 3.80^2.1 & \dots & 19200. \\ 3.80.1^2 & \dots & 240. \\ 1^3 & \dots & 1 \end{array}$$

$$0.801^3 = 0.513922401$$

Jede Null in der Zahl gibt 3 Bestandteile = 0 im Kubus!

9. Wieviel Dezimalstellen hat der Kubus von 5·4, 0·8, 6·27, 0·892, 0·1, 0·4, 58·07? (Auch aus dem Produkte dreier gleicher Faktoren abzuleiten.)

Den Kubus unvollständiger Zahlen entwickelt man mittelst abgekürzter Multiplikation.

10. a) $37\cdot6^3$ b) $8\cdot14^3$ c) $25\cdot9^3$ d) $7\cdot19^3$ e) $1\cdot234^3$ f) 5887^3 .
 11. a) $0\cdot0425^3$ b) 7902^3 c) $61\cdot013^3$ d) $5\cdot081^3$ e) 8307^3 f) 4095^3 .
 12. a) $1\cdot2^3$, b) $0\cdot25^3$, c) $60\cdot8^3$, d) $0\cdot907^3$, e) $50\cdot08^3$, f) $65\cdot014^3$.
 13. a) $15\cdot64^3$ (4 Dez.), b) $0\cdot9107^3$ (3 Dez.), c) $1\cdot3457\dots^3$ (3 Dez.)
 14. $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = \frac{1^3}{2^3}$.
 15. $(\frac{2}{3})^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$. Wie wird ein Bruch kubiert?
 16. $(\frac{3}{4})^3$, $(\frac{4}{5})^3$, $(\frac{7}{12})^3$, $(\frac{15}{8})^3$, $(1\frac{1}{2})^3$, $(5\frac{5}{6})^3$, $(12\frac{2}{3})^3$.
 17. Kubiere $12\frac{1}{2}$, $7\frac{3}{4}$, $8\frac{7}{8}$; dann verwandle die gegebenen gemischten Zahlen in Dezimalzahlen und kubiere diese; darnach vergleiche die Ergebnisse in beiden Fällen, nachdem du die 3. Potenzen der gegebenen gemischten Zahlen auch in Dezimalzahlen verwandelt hast!
 18. Wieviel cm^3 faßt ein Würfel von $1\cdot2 \text{ dm}$ (35 cm , 7 dm 4 cm , 1 m 2 dm 3 cm) Seitenlänge?
 19. Wie groß ist der Rauminhalt eines Würfels, wenn dessen Seite $8\cdot4 \text{ dm}$ ($1\cdot5 \text{ m}$, $1\frac{3}{4} \text{ m}$, 2 m 7 dm) mißt?
 20. Wieviel l Wasser faßt ein würfelförmiges Gefäß, das $2\cdot5 \text{ dm}$ ($1\frac{1}{2} \text{ dm}$, 1 dm 4 cm) Seitenlänge hat?
 21. Eine österreichische Meile hat $7\cdot5859 \text{ km}$; wieviel km^3 enthält demnach eine österreichische Kubikmeile?
 22. Wieviel cm^3 enthält ein Würfel, dessen Seite 5 dm (8 dm , 1 m , 40 cm , 76 cm , $9\cdot3 \text{ dm}$, 257 mm) beträgt?
 23. Wie verhalten sich die Rauminhalte der Würfel mit 1 , $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $0\cdot1 \text{ m}$ Seitenlänge?
 24. Wieviel würfelförmige Schachteln von 2 dm Seitenlänge sind erforderlich, um darin 1 m^3 Ware verpacken zu können?
 25. Wie schwer ist ein würfelförmiger Pflasterstein aus Granit von 4 dm Seitenlänge, wenn das spezifische Gewicht des Granits $2\cdot7 \text{ g}$ ist?

2. Ausziehen der Kubikwurzel.

Zur Wiederholung: Berechne folgende Quadratwurzeln:

- a) $\sqrt{5329}$, $\sqrt{37636}$, $\sqrt{1\cdot9044}$; b) abgekürzt auf 4 Dezimalen $\sqrt{7}$, $\sqrt{0\cdot2}$, $\sqrt{5\cdot765}$, $\sqrt{178\cdot56}$!

Wie lang ist die Seite eines Würfels von 8 dm^3 Rauminhalt?

Will man diese Frage beantworten, so muß man eine Zahl suchen, die, dreimal als Faktor gesetzt, das Produkt 8 gibt. Das ist in diesem Falle 2.

Das Verfahren, durch das man diese Zahl findet, nennt man Ausziehen der Kubikwurzel.

Um anzuzeigen, daß aus einer Zahl die Kubikwurzel gezogen werden soll, setzt man vor diese das Wurzelzeichen und in dessen Öffnung die Ziffer 3. Z. B. $\sqrt[3]{216} = 6$. Man liest: Kubikwurzel aus 216 ist gleich 6; denn $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.

Die Kubikwurzel aus einer Zahl (216) ist jene Zahl (6), deren 3. Potenz (Kubus) die gegebene Zahl (216) gibt.

Sie stellt die Kante eines Würfels vor, dessen Kubikinhalt bestimmt ist.

Die Zahl 3 heißt jetzt Wurzelexponent und muß immer gesetzt werden; nur bei der Quadratwurzel pflegt man den Exponenten 2 wegzulassen.

Die einziffrigen Kubikwurzeln sind:

$$\begin{array}{lll} \sqrt[3]{1} = 1, & \sqrt[3]{64} = 4, & \sqrt[3]{343} = 7, \\ \sqrt[3]{8} = 2, & \sqrt[3]{125} = 5, & \sqrt[3]{512} = 8, \\ \sqrt[3]{27} = 3, & \sqrt[3]{216} = 6, & \sqrt[3]{729} = 9. \end{array}$$

Ist der Inhalt des Würfels: so ist dessen Seite: denn:

$$\begin{array}{lll} v = 1 m^3, \dots & s = \sqrt[3]{1 m^3} = 1 m, \dots & (1.1.1) m^3 = 1 m^3; \\ v = 64 dm^3, \dots & s = \sqrt[3]{64 dm^3} = 4 dm, \dots & (4.4.4) dm^3 = 64 dm^3; \\ v = 0.512 km^3, \dots & s = \sqrt[3]{0.512 km^3} = 0.8 km, \dots & 0.8^3 km^3 = 0.512 km^3; \\ v = \frac{8}{27} cm^3, \dots & s = \sqrt[3]{\frac{8}{27} cm^3} = \frac{2}{3} cm, \dots & (\frac{2}{3})^3 cm^3 = \frac{8}{27} cm^3. \end{array}$$

Allgemein ist $s = \sqrt[3]{v}$; d. h.?

- 1.* Wie groß ist $\sqrt[3]{1000}$, $\sqrt[3]{8000}$, $\sqrt[3]{27000}$, $\sqrt[3]{125000}$, $\sqrt[3]{729000}$, $\sqrt[3]{1000000}$?
- 2.* Welche größte ganze Zahl ist enthalten in der $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[3]{20}$, $\sqrt[3]{65}$, $\sqrt[3]{124}$, $\sqrt[3]{400}$, $\sqrt[3]{720}$, $\sqrt[3]{1025}$?

Kubikwurzeln wie $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt[3]{343}$, $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$..., bei denen die gegebene Zahl eine Kubizzahl ist, lassen sich genau angeben und sind **rational**, alle anderen sind **irrational** und können nur näherungsweise bestimmt werden.

Das Verfahren, nach dem aus einer Zahl die Kubikwurzel ausgezogen wird, läßt sich aus dem Gesetze ableiten, nach dem die Bestandteile der Kubikwurzel in dem Kubus zusammengestellt erscheinen.

Erhebt man z. B. 537 zum Kubus und ist dann aus dem gefundenen Kubus die Kubikwurzel zu ziehen, so hat man

				M	℥	Ⓔ	ⒻⒼ
537 ³				√ 154	854	153	= 537
5 ³	. . . 125			125			
				29	854		: 75
3 . 5 ² . 3 . . . 22	5			22	5		
3 . 5 . 3 ² . . . 1	35			1	35		
3 ³	27				27		
				5	977	153	: 8427
3 . 53 ² . 7 . . . 5	898	9		5	898	9	
3 . 53 . 7 ²	77	91			77	91	
7 ³		343				343	
	154	854	153	=	===	===	

Beim Ausziehen der Kubikwurzel ist daher folgendes Verfahren anzuwenden:

1. Man teilt die Zahl von den Einern angefangen in Abteilungen von je 3 Ziffern; die Abteilung der höchsten Stellen kann auch bloß eine oder zwei Ziffern enthalten. Sodann sucht man die größte Zahl, deren Kubus in der ersten Abteilung zur Linken enthalten ist, schreibt sie als erste Ziffer in die Wurzel und zieht ihren Kubus von der ersten Abteilung ab.

2. Die folgenden Ziffern der Kubikwurzel werden durch die Division gefunden. Man setzt nämlich zu dem jedesmaligen Reste, der auch 0 sein kann, die nächstfolgende Abteilung herab und betrachtet die dadurch entstehende Zahl mit Ausschluß der zwei letzten Ziffern rechts als Dividend, das dreifache Quadrat des bereits gefundenen Teiles der Wurzel aber als Divisor. Der Quotient wird als eine neue Ziffer in die Wurzel geschrieben.

3. Man bildet die Bestandteile, welche die neue Ziffer im Kubus hervorbringt, nämlich das dreifache Quadrat der ihr vorangehenden Zahl multipliziert mit dieser Ziffer, die dreifache vorangehende Zahl multipliziert mit dem Quadrate dieser Ziffer und ihren Kubus, schreibt den ersten Bestandteil unter den Dividend, jeden folgenden aber um eine Stelle weiter nach rechts darunter und subtrahiert die Summe der so gesetzten drei Bestandteile von dem Dividende mit Zugiehung der früher weggelassenen zwei Ziffern.

4. Dieses Verfahren wird fortgesetzt. Bleibt am Ende ein Rest, so ist die Kubikwurzel nicht vollständig; sie kann aber mit jeder beliebigen Genauigkeit in Dezimalen bestimmt werden, indem man nämlich jedem Reste eine Abteilung von drei Nullen anhängt und übrigens wie vorhin verfährt.

Kommen in der gegebenen Zahl auch Dezimalen vor, so werden diese vom Dezimalpunkte angefangen gegen die Rechte hin in Abteilungen eingeteilt; hat die letzte Dezimalabteilung rechts weniger als drei Ziffern, so werden die fehlenden durch Nullen ersetzt. In der Wurzel setzt man den Dezimalpunkt, bevor man die erste Dezimalabteilung in Rechnung zieht.

$$\begin{array}{r}
 \text{℥} \quad \text{Ⓔ} \quad 3\text{Ⓔ} \\
 1. \text{ a) } \sqrt[3]{592704} = 84 \\
 \underline{512} \\
 807,04 : 192 \\
 \underline{768} \\
 384 \\
 \underline{64} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Ⓔ} \quad \text{t} \quad \text{Ⓔ} \quad 3 \\
 \text{b) } \sqrt[3]{5 \cdot 832} = 1 \cdot 8 \\
 \underline{1} \\
 48,32 : 3 \\
 \underline{24} \\
 192 \\
 \underline{512} \\
 0
 \end{array}$$

Probe: Der Kubus der gefundenen Wurzel muß den Radikand geben.

2. a) $\sqrt[3]{1728}$. b) $\sqrt[3]{3375}$. c) $\sqrt[3]{9 \cdot 261}$, d) $\sqrt[3]{6 \cdot 859}$.
 3. a) $\sqrt[3]{132\,651}$. b) $\sqrt[3]{421\,875}$. c) $\sqrt[3]{0 \cdot 015\,625}$.
 4. a) $\sqrt[3]{0 \cdot 000\,097\,336}$. b) $\sqrt[3]{1\,259\,712}$. c) $\sqrt[3]{4\,826\,809}$.
 5. a) $\sqrt[3]{33\,386\,248}$. b) $\sqrt[3]{218\,167\,208}$. c) $\sqrt[3]{697 \cdot 864\,103}$.
 6. a) $\sqrt[3]{7\,301\,384}$. b) $\sqrt[3]{16\,777\,216}$. c) $\sqrt[3]{139\,798\,359}$.
 7. a) $\sqrt[3]{152\,273 \cdot 304}$. b) $\sqrt[3]{263\,374\,721}$. c) $\sqrt[3]{223\,648\,543}$.
 8. a) $\sqrt[3]{11 \cdot 089\,567}$. b) $\sqrt[3]{751\,089 \cdot 429}$. c) $\sqrt[3]{644\,972 \cdot 544}$.
 9. a) $\sqrt[3]{5\,735\,339}$. b) $\sqrt[3]{13\,651\,919}$. c) $\sqrt[3]{26\,730\,899}$.
 10. a) $\sqrt[3]{3442 \cdot 951}$. b) $\sqrt[3]{9 \cdot 393\,931}$. c) $\sqrt[3]{0 \cdot 014\,886\,936}$.
 11. a) $\sqrt[3]{1\,367\,631}$. b) $\sqrt[3]{10\,941 \cdot 048}$. c) $\sqrt[3]{36 \cdot 926\,037}$.
 12. a) $\sqrt[3]{9 \cdot 895} = 2 \cdot 1479 \dots$ b) $\sqrt[3]{\frac{1}{3}} = 1 \cdot 4422 \dots$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 1 \overline{) 895 : 12} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 261} \\ = 634 : 132 \overline{) 3} \text{ (Abgef.} \\ \quad 105 \quad \text{Division)} \\ \quad 13 \\ \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2000 : 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \dots \\ 48. \\ 64 \\ 256000 : 588 \\ 2352 \dots \\ 672. \\ 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 140 \overline{) 16 : 62} \overline{) 20} \overline{) 8} \text{ (Abgefürzte} \\ 16 \quad \text{Division).} \\ 4 \end{array}$$

Aus diesen Zahlen läßt sich die Kubikwurzel nur annäherungsweise bestimmen.

So wie beim Ausziehen der Quadratwurzel, kann auch beim Ausziehen der Kubikwurzel, wenn sehr viele Ziffern zu bestimmen sind, ein **abgefürztes** Verfahren angewendet werden. Nachdem man nämlich um eine Ziffer mehr als die Hälfte der Wurzelziffern nach dem gewöhnlichen Verfahren gefunden hat, entwickelt man die folgenden Ziffern mittels der abgefürzten Division, in der man den Rest als Dividend und das dreifache Quadrat der bereits gefundenen Wurzel nach Weglassung der letzten Ziffer als Divisor annimmt.

Berechne teils nach dem gewöhnlichen, teils nach dem abgefürzten Verfahren bis auf 4 Dezimalen:

13. $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[3]{60}$, $\sqrt[3]{100}$, $\sqrt[3]{1 \cdot 5}$, $\sqrt[3]{0 \cdot 27}$, $\sqrt[3]{0 \cdot 15}$!

Entwickle in 5 Dezimalen:

14. a) $\sqrt[3]{7958}$. b) $\sqrt[3]{8 \cdot 539}$. c) $\sqrt[3]{0 \cdot 8035}$. d) $\sqrt[3]{472 \cdot 724}$!
 15. a) $\sqrt[3]{10}$. b) $\sqrt[3]{123456}$. c) $\sqrt[3]{25 \cdot 47382}$. d) $\sqrt[3]{0 \cdot 09586}$!

16. a) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{3}{4}$. b) $\sqrt[3]{\frac{54872}{571787}}$. c) $\sqrt[3]{\frac{343}{13824}}$.
17. a) $\sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \sqrt[3]{0.25}$. b) $\sqrt[3]{\frac{125}{343}}$. c) $\sqrt[3]{42\frac{7}{8}}$.
18. $\sqrt[3]{\frac{3}{4}} = \sqrt[3]{3:4} = \sqrt[3]{0.75}$ oder: $\sqrt[3]{\frac{3}{4}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2}} = \sqrt[3]{\frac{6}{8}} = \sqrt[3]{6:8}$.
19. $\sqrt[3]{\frac{5}{7}} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 5^2}{7 \cdot 5^2}} = \sqrt[3]{\frac{125}{175}} = 5 : \sqrt[3]{175}$ oder:
 $\sqrt[3]{\frac{5}{7}} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 7^2}{7 \cdot 7^2}} = \sqrt[3]{\frac{245}{343}} = \sqrt[3]{245} : 7$.
20. a) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$; b) $\sqrt[3]{\frac{9}{13}}$; c) $\sqrt[3]{\frac{5}{6}}$; d) $\sqrt[3]{1\frac{5}{7}}$ (siehe Nr. 18 und 19).
21. Der Rauminhalt eines Würfels beträgt:
 a) 5.832 m^3 , b) 91.125 dm^3 , c) 7 dm^3 56 cm^3 , d) 226 cm^3
 576 mm^3 ; wie lang ist eine Seite (Kante)?
22. Ein Würfel hat eine Kante von 2.7 dm (8.5 cm , 1 dm 8 mm);
 a) berechne den Rauminhalt dieses Würfels; b) berechne die Seite
 eines Würfels, der dem Inhalte nach achtmal so groß ist als jener!
23. Ein Prisma ist 18 dm hoch, 2mal so breit und 4mal so lang;
 wieviel dm mißt die Kante eines Würfels, der diesem Prisma an
 Inhalt gleichkommt?
24. Die Oberfläche eines Würfels beträgt 4 m^2 23 dm^2 36 cm^2 ; wie
 groß ist sein Rauminhalt?
25. Die Grundfläche eines Würfels hat 6241 cm^2 ; wie groß ist sein
 Kubikinhalt?
26. Ein kubischer Wasserbehälter soll 640 hl fassen; wie lang ist eine
 Seite zu machen?
27. Aus Zinkblech ist ein Hohlwürfel zu verfertigen, der a) 5 l , b) 2 hl ,
 c) 2 t (Tonnen) Wasser faßt; wie lang muß in jedem Falle die
 Innenkante sein? a) Auf mm , b) und c) auf cm genau.
- 28.* Ein Steinmetz soll kubische Pflastersteine von 0.216 ($0.064, 0.008$) m^3
 Rauminhalt herstellen; wie lang wird eine Seite?
29. Es soll ein Würfel aus Eisen ($s = 7.5 \text{ g}$) im Gewichte von
 $1\frac{3}{4} \text{ kg}$ hergestellt werden; wie lang ist die Kante dieses Würfels
 zu machen?

IV. Praktische Berechnungen aus dem Versicherungswesen (Assesuranz).

Anstalten oder Gesellschaften, die gegen eine bestimmte Gebühr den Schadenersatz für Unfälle und Verluste übernehmen, die durch den natürlichen Lauf der Dinge oder durch außerordentliche Naturereignisse herbeigeführt werden, nennt man Versicherungs- oder Assesuranz-Gesellschaften. Die Gebühr, die für die Übernahme der Schaden-

vergütung bezahlt wird, heißt Prämie und wird **nach Prozenten** (von Hundert) **oder Promille** (von Tausend) **von der versicherten Summe berechnet**. Die über den Versicherungsbetrag ausgestellte Urkunde heißt **Polizze**; die Kosten für ihre Ausstellung werden meistens geradezu angegeben und von dem Versicherten getragen.

Es gibt: I. die **Schadenversicherung**, u. zw. die **Feuer-, Hagel-, Vieh-, Transport-, Haftpflicht-, Glas-, Einbruchdiebstahl-, Hypotheken-, Dampfkesselversicherungen** u. a.; II. die **Lebensversicherung** u. zw. die **Lebensversicherung auf den Todes-, Erlebens-, Invaliditätsfall**, die **Kriegs-, Aussteuer-, Witwen-, Waisen-, Kinder-, Leibrentenversicherungen** u. a.; III. die **Unfall- und Krankenversicherung**.

a) Die Feuerversicherung.

- 1.* Jemand versichert seine Möbel auf 3600 K; wieviel hat er an Prämie zu 1‰ zu zahlen?
- 2.* Bei einer Feuer-Affekuranz-Gesellschaft wird ein auf 35600 K geschätztes Haus zu $\frac{1}{2}$ ‰ versichert; wieviel beträgt die Affekuranz-prämie?
- 3.* Wie hoch ist ein Gebäude versichert, wenn man bei $\frac{1}{2}$ ‰ Prämie jährlich 15 K 50 h zahlen muß?
4. Ein Gewerbsmann hat für die Versicherung seiner Werkstätte und seiner Vorräte im Werte von 4800 K gegen Feuerschaden $1\frac{1}{4}$ ‰ zu bezahlen; wieviel beträgt die Versicherungsgebühr?
5. Eine Gemeinde versichert ihr Schulgebäude mit 50 000 K gegen $1\cdot4$ ‰ und die Einrichtung mit 2500 K gegen $0\cdot9$ ‰ jährliche Prämie. Sie bezahlt die Versicherungsgebühr für 5 Jahre im vorhinein, wodurch sie die Versicherungsgebühr für ein 6. Jahr gewinnt. Für öffentliche Gebäude gewährt die Versicherungsanstalt außerdem einen Prämiennachlaß von 20 %, doch sind für die Ausstellung der Polizze und die nötigen Stempel noch 8 K 50 h zu entrichten. Welchen Betrag hat die Gemeinde bar zu zahlen?
6. Ein Hausbesitzer hat sein Haus im Werte von 32000 K mit $1\frac{1}{4}$ ‰ Prämie bei einer wechselseitigen Versicherungs-Gesellschaft gegen Feuersgefahr versichert. Wenn er in einem günstigen Jahre einen Nachlaß von 8 K erhielt, wieviel ‰ des versicherten Betrages betrug seine wirkliche Einzahlung?

Bei den wechselseitigen Versicherungs-Gesellschaften müssen die Teilnehmer insgesamt die aufzubringende Summe tragen. Wenn wenig Schäden zu vergüten sind, erhalten die Teilnehmer einen Nachlaß, bei einer großen Anzahl von Schadenvergütungen dagegen müssen sie einen Betrag nachzahlen.

7. Ein ebenerdiges, massives, mit Schiefer gedecktes Wohnhaus hat laut Kostenvoranschlag und Planskizze einen Bauwert von 12000 K und wird gegen Feuerschaden versichert. Der Prämiensatz beträgt 15 h für 100 K für 1 Jahr mit einem 25 % Nachlaß wegen

Versicherung des vollen Bauwertes, 10 % Nachlaß, weil es über 20 m freisteht und 15 % Rabatt wegen 7-jähriger Versicherungsdauer; wieviel beträgt die Netto-Prämie? Wieviel beträgt die Polizzen-Prämie für das 1. Jahr, wenn zur Netto-Prämie noch der gesetzliche 2 % Feuerwehrbeitrag (von der Netto-Prämie) und die Zuschläge von 2·50 K für Stempel, 1 K für Einschreibgebühr und 20 h für das Versicherungsbüchel zuzuzählen sind?

Wie hoch beläuft sich die Polizzenprämie für die weiteren 6 Jahre aus der Nettoprämie, dem 2 % Feuerwehrbeitrag und der Gebühr von 20 h?

8. Ein Beamter hat seine Möbel, Kleider, Wäsche und Bücher auf 7500 K gegen Brandschaden versichert und zahlt 0·9 ‰ Prämie für 1 Jahr mit 20 % Rabatt für 10-jährigen Abschluß der Versicherung nebst 2 % gesetzlichem Feuerwehrbeitrag, ferner für Stempel und Gebühren 3 K; wieviel hat er a) im ersten, b) in jedem folgenden Jahre an die Versicherungsgesellschaft zu zahlen?

b) Die Glasversicherung.

9. Ein Kaufmann versichert die Auslagefenster seines Geschäftes im Werte von 680 K mit 1·2 % Prämie; wieviel hat er jährlich dafür zu bezahlen?
10. Ein Gastwirt versichert seine Spiegelscheiben im Werte von 850 K mit 1·3 % und die Dachverglasung im Werte von 2500 K mit 0·8 %; wieviel hat er jährlich zu entrichten?

c) Die Hagelversicherung.

11. Ein Landmann versichert seine Feldfrüchte im Werte von 1350 K gegen Hagelschlag; wieviel beträgt die Prämie zu $1\frac{1}{5}$ %?
12. Ein Bauer muß für die Versicherung seiner Früchte gegen Hagelschlag $1\frac{1}{4}$ % Prämie, und zwar 20 K 80 h bezahlen; wie hoch beläuft sich die versicherte Summe?
13. Im Jahre 1890 hatten 7 Hagelversicherungs-Gesellschaften in Österreich 13 570 000 K an Prämien geldern eingenommen und 12 488 000 K an Schäden ersetzt; a) welcher Betrag wurde bei einer Prämie von 2·3 % versichert; b) wieviel % der Versicherungsgebühr wurden an die Versicherten vergütet?

d) Die Viehversicherung.

14. Ein Pferd, das mit 850 K versichert ist, verendet ohne Verschulden des Besitzers. Wieviel erhält der Besitzer, wenn in diesem Falle 80 % der Versicherungssumme ausgezahlt werden?
15. Eine wechselseitige Viehversicherungs-Gesellschaft hatte in einem Jahre einen Ausfall (ein Defizit) von 5913 K 90 h, wofür sie den Teilnehmern einen Zuschlag von 15 % der vertragmäßigen Prämie

zuschrieb; wieviel betrugen demnach die Prämien Gelder in diesem Jahre?

e) Die Transportversicherung.

16. Eine Ware im Werte von 15280 K wird gegen Seeschaden zu $1\frac{3}{8}\%$ versichert; wie hoch beläuft sich die Prämie?
17. Eine Partie Waren im Werte von 4500 K wird per Eisenbahn versendet und zu $\frac{1}{4}\%$ versichert; wie groß ist die Prämie? Wie hoch kommt die Versicherung, wenn für die Polizze 2 K zu zahlen sind?
18. In Triest wird eine Ware für die Fahrt von Smyrna nach Triest mit 16360 K versichert; wie groß sind die Affekuranzkosten, wenn die Prämie $1\frac{1}{2}\%$ beträgt und für die Polizze 4 K bezahlt werden?

f) Einbruchdiebstahl-Versicherung.

19. Jemand versichert auf 5 Jahre gegen Einbruchdiebstahl und zahlt für die Versicherung der Möbel, Bilder, Kunstgegenstände, Wäsche, Bücher usw. auf 4260 K eine Prämie von $1\frac{1}{100}\%$, für die Versicherung des auf 2400 K lautenden Sparfassebuches $5\frac{1}{100}\%$, die Gebühr beträgt 2 K. Wieviel ist bei $7\frac{1}{2}\%$ Rabatt im ersten, wieviel in den folgenden Jahren zu bezahlen?
20. Für eine auf 36500 K für 10 Jahre abgeschlossene Versicherung der Wertgegenstände einer Kirche gegen Einbruchdiebstahl zahlt das Patronat bei einem 12%-igen Rabatt für das erste Jahr samt 8 K Gebühr für die Polizze 69·32 K. Wieviel pro mille beträgt die Prämie?
21. Ein Goldschmied versichert sein Warenlager im Werte von 120000 K gegen Einbruchdiebstahl auf 5 Jahre. Der hierdurch erzielte 10%-ige Rabatt von der jährlichen Prämie beträgt 33 K; wieviel $\frac{1}{100}\%$ Prämie zahlt der Juwelier für 1 Jahr?

g) Die Lebensversicherung.

22. Jemand versichert bei einer Lebensversicherungs-Anstalt 8000 K auf den Todesfall und zahlt an jährlicher Prämie 352 K; wieviel % sind dies?

Die Höhe der Prämie richtet sich nicht nur nach der Größe der versicherten Summe, sondern auch nach dem Alter des Versicherten. Wer z. B. im Alter von 25 Jahren sich für den Todesfall mit 1000 K versichert, zahlt eine jährliche Prämie von 17·40 K; versichert er sich dagegen im Alter von 35 Jahren, so wird er für dieselbe Summe eine jährliche Prämie von 24·25 K zu zahlen haben.

23. Für eine auf den Todesfall abgeschlossene Versicherung hat man bei $3\cdot2\%$ jährlich 192 K Prämie zu zahlen; auf welchen Betrag lautet die Polizze?
24. Ein Beamter im Alter von 25 Jahren erwirbt eine Versicherungspolizze auf 6000 K gegen Zahlung einer monatlichen Prämie von

14 K 30 h unter der Bedingung, daß der versicherte Betrag nach Vollendung des 55. Lebensjahres an ihn selbst, oder im Falle seines früheren Ablebens an seine Hinterbliebenen ausbezahlt werden soll.

a) Wieviel ist an Prämie entrichtet worden, wenn er das 55. Lebensjahr erreicht hat? b) Wieviel hätte der Beamte an die Gesellschaft an Prämien eingezahlt, wenn er im Alter von 43 Jahren gestorben wäre?

25. Ein Familienvater versichert sich auf den Todesfall und zahlt 191·80 K Prämie bei einem Prämienfaze von 2·8%. Auf welchen Betrag ist die Versicherung abgeschlossen worden?

h) Arbeiter-Unfallversicherung.

Das Gesetz über die **Unfallversicherung der Arbeiter** vom 28. Dezember 1887 bestimmt im § 1: „Alle in Fabriken und Hüttenwerken, in Bergwerken, auf Werften, Stapeln und Brücken, sowie in den zu diesen Betrieben gehörigen Anlagen beschäftigten Arbeiter und Betriebsbeamten sind gegen die Folgen der beim Betriebe sich ergebenden Unfälle nach Maßgabe der Bestimmungen dieses Gesetzes zu versichern.“

„Im Falle einer Körperverletzung soll der Schadenersatz in einer dem Verletzten vom Beginne der 5. Woche, nach Eintritt des Unfalles angefangen, für die Dauer der Erwerbsunfähigkeit zu gewährenden Rente bestehen“.

Bei gänzlicher Erwerbsunfähigkeit erhält der Arbeiter eine Jahresrente von 60% des Jahreslohnes; bei teilweiser Erwerbsunfähigkeit erhält er einen Bruchteil dieser Jahresrente, der jedoch 50% des Jahresarbeitsverdienstes nicht überschreiten darf.

Im Falle des Ablebens gebührt den Hinterbliebenen des Versicherten zur Deckung der Begräbniskosten ein Beitrag von höchstens 50 K, der Witwe bis zu ihrem Tode oder ihrer Wiederverheiratung eine Jahresrente von 20%, einem hinterbliebenen Kinde bis zum zurückgelegten 15. Lebensjahre 15% des Jahreslohnes; ist jedoch die Zahl der Waisen drei oder größer als drei, so erhalten sie samt der Mutter 50% vom Jahreslohne des verstorbenen Vaters.

Die Höhe der für die Unfallversicherung zu zahlenden Prämie richtet sich nach der Gefahrenklasse und nach dem Jahreslohne.

Der Jahreslohn beträgt das Dreihundertfache des durchschnittlichen Taglohnes. 90% der Prämie zahlt der Arbeitgeber, 10% der Arbeiter.

Behufs Feststellung des seitens der Arbeitgeber und der Arbeiter an die Arbeiter-Unfallversicherungs-Anstalt zu leistenden Beiträge sind alle möglichen Betriebe und Gewerbe durch das Gesetz in 12 sogenannte Gefahrenklassen mit Angabe des Gefahrenprozentfazes eingereiht.

Hier folgt eine tabellarische Zusammenstellung von einigen nach Gefahrenklassen geordneten Gewerben (Verordnung v. 20. Juli 1894):

Gefahren- klasse	Art des Betriebes	Gefahren- prozentfuß	Niedrigster	Höchster
			Versicherungs-Beitrag in Kronen von je 100 K der bezahlten und anrechenbaren Lohnsumme.	
I.	Handschuhmacherei.....	5—7	0·28	0·40
II.	Kartonnagenerzeugung.....	8—10	0·45	0·57
III.	Flachsspinnerei.....	11—13	0·62	0·74
IV.	Drechslerei.....	14—17	0·79	0·96
V.	Bauschlosserei.....	18—21	1·02	1·19
VI.	Gewehrherzeugung.....	22—27	1·25	1·53
VII.	Elektrotechnische Gewerbe....	28—34	1·59	1·93
VIII.	Dampfmühlenbetrieb.....	35—42	1·98	2·38
IX.	Steinbrucharbeiten.....	43—52	2·44	2·95
X.	Dachdeckerei.....	53—64	3·00	3·63
XI.	Zündhölzchenherzeugung.....	65—80	3·68	4·53
XII.	Schießpulverherzeugung.....	81—100	4·59	5·67

Zur Erklärung der Tabelle sei bemerkt, daß in derselben Zeit, in welcher z. B. bei der Dachdeckerei von 100 Arbeitern 53 bis 64 verunglücken, bei der Kartonnagenerzeugung nur 8 bis 10 Arbeitern ein Unfall zustoßt. Daher richtet sich auch die Beitragsleistung nach dem Gefahrenprozentfuß.

- Wie groß ist der Jahreslohn eines Arbeiters, wenn er täglich im Durchschnitte a) 3 K 60 h, b) 4 K 20 h, c) $3\frac{1}{2}$ K, d) $3\frac{3}{4}$ K, e) 4·2 K, f) 4 K 35 h verdient? (Beachte hiebei, daß das Arbeitsjahr zu 300 Arbeitstagen anzurechnen ist!)
- Wie hoch beziffert sich der Jahresverdienst einer Arbeiterin, wenn sie einen durchschnittlichen Taglohn von a) 1 K 70 h, b) $1\frac{3}{4}$ K, c) 2 K 20 h, d) $2\frac{1}{4}$ K, e) 2·4 K hat?
- Wie hoch beläuft sich die Jahresrente eines verunglückten Arbeiters bei gänzlicher Erwerbsunfähigkeit, wenn sein Jahresverdienst a) 840 K, b) 870·6 K, c) 1044 K, d) 768 K, e) 860 K, f) 987 K, g) 1308 K betrug?
- Wie hoch ist der Versicherungsbeitrag einer Flachsspinnerei a) im günstigsten, b) im ungünstigsten Falle, wenn der Jahreslohn 9640 K beträgt? (Gefahrenklasse III. Niedrigster Prozentsatz 0·62, höchster 0·74.)
- Welchen Beitrag erhält die Unfallversicherungs-Anstalt durchschnittlich von einem Bauschlossereibetriebe, wenn jährlich 7720 K Löhne gezahlt werden? (Für 100 K ausgezahlten Arbeitslohnes sind 1·12 K an die Arbeiter-Unfallversicherungs-Anstalt abzuführen.)
- Ein Steinbruchbesitzer zahlt an 8 Arbeiter durch 300 Arbeitstage durchschnittlich jedem 2 K 60 h täglich; wieviel muß an die Versicherungs-kasse abgeliefert werden, wenn man den höchsten Prozentsatz dieser Gefahrenklasse annimmt?

7. Welchen Betrag müßte unter ganz gleichen Verhältnissen (wie in der vorhergehenden Aufgabe) eine Zündhölzchenfabrik der Versicherungs-Anstalt beisteuern?
- 8.* Ein Handschuhmacher muß seine vier Arbeiter jährlich mit 14 K 40 h versichern; wieviel muß jeder Arbeiter hiezu beisteuern? Wieviel der Geschäftsinhaber?
9. Ein Dachdecker zahlt seinen drei Gehilfen zusammen 72 K Wochenlohn. Wie groß ist bei Anrechnung des höchsten Prozentsatzes der Versicherungsbeitrag? Wieviel hat der Arbeitgeber zu leisten? Wieviel kann er jedem Gehilfen für die Unfallversicherungs-Anstalt von dem Lohne abrechnen?
10. Ein Tuchfabrikant zahlte bei 280 Arbeitstagen an 42 Arbeiter 28.224 K und an 7 Arbeiterinnen 3057·6 K Jahreslohn; er verpflichtet sich, die Gebühr von 0·57% Prämie an die Unfallversicherung allein zu entrichten. Welchen Betrag hatte der Fabrikant halbjährig in die Unfallversicherung abzuführen?
11. Einem Arbeiter, der infolge eines Unfalles teilweise erwerbsunfähig geworden war, wurde von dem gesetzlichen Zeitpunkte an der Bezug von 40% seines Jahresverdienstes durch 9 Monate bewilligt; wie groß war sein jährlicher Verdienst, wenn er im ganzen 163·8 K erhielt?
12. Ein junger Arbeiter, der mit seinem 2·80 K betragenden Taglohn auch seine bejahrten Eltern ernährte, verlor im Dienste das Leben, weshalb seinen Eltern eine Rente von 20% des Jahreslohnes des Verstorbenen zugesprochen wurde; wieviel Kronen sind dies?
13. Ein Arbeiter mit 3·40 K Taglohn verlor infolge eines Unfalles das Leben; seine Frau erhielt eine Rente von 20% des Jahreslohnes (300 Arbeitstage) ihres Mannes und für jedes ihrer 3 Kinder (bis zum vollendeten 15. Lebensjahre) einen Erziehungsbeitrag von 10% des Jahreslohnes ihres Mannes; wieviel bezieht sie a) jährlich und b) täglich für sich und ihre Kinder zusammen?

Anmerkung: Bei den privaten „Versicherungsgesellschaften“ kann sich jedermann gegen Unfälle in seinem Berufe, auf der Reise zc. versichern lassen.

i) Arbeiter-Krankenversicherung.

Nach dem Gesetze vom 30. März 1888 sind alle nach dem Unfallversicherungsgesetze versicherten Arbeiter und Betriebsbeamten durch den Beitritt zu einer Krankenkasse auch für den Krankheitsfall versicherungspflichtig.

Nicht versicherungspflichtig sind Dienstmädchen, land- und forstwirtschaftliche Arbeiter; doch gibt es in vielen Städten auch Dienstbotenkrankenkassen.

Jeder Verpflichtete ist auch ohne Anmeldung Mitglied der Krankenkasse, der Arbeitgeber haftet für die Anmeldung, hat im Unterlassungsfalle nachzuzahlen und wird von der k. k. Bezirkshauptmannschaft außerdem mit einer Ordnungsstrafe (5, 10, 50 K) belegt.

Als Grundlage für die Versicherung kann höchstens ein Taglohn von 4 K angenommen werden. Die Geldmittel der Krankenkasse werden aus den Beiträgen der Mitglieder gedeckt. Diese Beiträge dürfen nicht über 3% des bei der Berechnung der Krankengelder zugrunde gelegten Taglohnes betragen. Von diesen 3% fallen $\frac{2}{3}$ der Prämie den Arbeitern, $\frac{1}{3}$ der Prämie den Arbeitgebern zur Last. Überdies hat der Versicherte eine einmalige Eintrittsgebühr zu leisten. Diese ist gleich dem 6-fachen wöchentlichen Prämienbeitrage für Versicherungspflichtige; für freiwillige Mitglieder der Bezirks-Krankenkasse ist sie gleich dem 8-fachen wöchentlichen Prämienbeitrage. (Der Arbeitgeber hat das Krankengeld der Arbeiter in Empfang zu nehmen und mit den eigenen Beiträgen an die Krankenkasse wöchentlich oder monatlich abzuführen.)

Die Krankenunterstützung besteht, wenn die Krankheit mehr als 3 Tage dauert und der Kranke erwerbsunfähig wird: 1. in der unentgeltlichen ärztlichen Behandlung, Verabfolgung von Medikamenten und Fahrt ins Krankenhaus; 2. in einem täglichen Krankengelde in der Höhe von 60% (höchstens 75%) des üblichen Taglohnes vom Tage der Erkrankung an und auf deren Dauer. Der Anspruch hierauf beginnt mit dem 4. Tage der Krankheit und dauert bei langer Krankheit durch mindestens 20 Wochen. 3. Im Falle des Ablebens eines Versicherten erhalten seine Hinterbliebenen einen Beitrag zu den Begräbniskosten im 20-fachen Betrage von dessen Taglohn.

Spitalkosten werden vom Krankengelde bestritten; ein etwaiger Überschuß wird an den Genesenen oder dessen Erben ausbezahlt.

1. Welchen Betrag muß ein Arbeiter im ungünstigsten Falle wöchentlich dem Arbeitgeber für die Krankenkasse übergeben, wenn er a) 2 K 60 h, b) 2 K 40 h, c) 2 K 80 h, d) 3 K 20 h, e) 3 K 60 h, f) 4 K 40 h Taglohn hat?
2. Welchen Jahresbeitrag hat eine Fabrik der Krankenkasse samt den Beiträgen der Arbeiter zu leisten, wenn sie 220 Arbeiter beschäftigt, von denen die Hälfte 2 K 90 h, die andere Hälfte 3 K 60 h Taglohn bezieht, und wenn die Beitragsquote mit $2\frac{3}{4}\%$ bemessen ist? (1 Jahr = 300 Arbeitstage.)
3. Wieviel muß ein Fabrikant samt den Beiträgen der Arbeiter in einem halben Jahre an die Krankenkasse abführen, wenn er 840 Arbeiter hat, von denen $\frac{1}{3}$ 4 $\frac{1}{2}$ K, $\frac{1}{3}$ 3 $\frac{1}{2}$ K und $\frac{1}{3}$ 2 $\frac{1}{2}$ K Taglohn erhält?
4. Welchen Betrag kann ein erkrankter Arbeiter bei einem Taglohn von 3 K als Aushilfe mindestens erhoffen, wenn seine Krankheit 18 Wochen 4 Tage dauert?
5. Wieviel bekommt im günstigsten Falle ein kranker Arbeiter, der eine tägliche Entlohnung von 4 K 40 h bezog, wenn er 24 Tage krank ist?

6. Wie hoch beläuft sich der mindeste Beerdigungskostenbeitrag bei einem versicherten Arbeiter, der 2 K 70 h Taglohn hatte?
7. Welche Summe hat die Krankenkasse zu leisten, wenn ein mit 3 K 30 h täglich entlohnter Arbeiter nach 12 wöchentlicher Krankheit mit dem Tode abging?
8. Welchen Krankenbeitrag hat ein Fabrikunternehmen jährlich zu leisten, welches 136 K Taglohn bezahlt? ($2\frac{1}{2}\%$)
9. Beträgt der Taglohn eines bei der Krankenkasse Versicherten a) 2·7 K, b) 3·10 K, c) $3\frac{1}{2}$ K, d) 2·8 K, e) 4 K 60 h, welche Beträge zu 3% sind in 1 Monat mit 25 Arbeitstagen an die Krankenkasse abzuführen? Wieviel entfällt auf den Arbeitgeber, wieviel auf den Arbeiter?
10. Bei einem Krankengelde von 60% erhielt ein Vorarbeiter während seiner achtundzwanzigtägigen Krankheit 42 K 36 h von der Krankenkassa ausbezahlt; wieviel Taglohn hatte er versichert?
11. Für einen Schneidergesellen liefert der Arbeitgeber bei einer Prämie von $2\frac{3}{5}\%$ wöchentlich 53 h an die Krankenkasse ab; welchen Wochenlohn bezog der Schneidergeselle?
12. Ein Landwirt hatte seinen Knecht auf Grund eines Monatslohnes von 25 K bei der Krankenkasse versichert und zahlte den Betrag von $2\frac{3}{4}\%$ selbst. Der Knecht wurde nach 1 Monat krank und starb nach 8 Wochen langem Krankenlager.
 - a) Wieviel mußte monatlich an die Krankenkasse gezahlt werden?
 - b) Wieviel Krankengeld hat der Knecht bei 65% im ganzen bezogen?
 - c) Wie hoch war der Beitrag der Kassa zu den Begräbniskosten?

V. Zinseszinsrechnung.

Bei der Verzinsung von Kapitalien geschieht es häufig, daß die Zinsen am Ende einer jeden Zeitperiode (gewöhnlich am Ende eines jeden ganzen oder halben Jahres) zum Kapitale geschlagen und mit diesem zugleich wieder verzinst werden; man sagt in diesem Falle: das Kapital ist auf Zinseszinsen angelegt.

Der Zins vom Zins heißt Zinseszins. Das um die Zinseszinsen vermehrte Kapital heißt dessen künftiger Wert oder das Endkapital; das Anfangskapital wird auch gegenwärtiger Wert oder der Barwert genannt. Werden die Zinsen nach Ablauf jedes Jahres zum Kapitale geschlagen, so ist diese Art der Verzinsung eine ganzjährige Kapitalisierung. Wie erfolgt die halbjährige Kapitalisierung?

Die Zinseszinsrechnung gebrauchen alle Spar- und Vorschußkassen, Versicherungsanstalten und Banken.

1. Berechnung des Wertes, den ein Geldbetrag nach einer bestimmten Zeit haben wird.

Um den Betrag, zu dem ein Kapital mittels Zinseszinsen in einer bestimmten Zeit anwächst, zu berechnen, könnte man den Zins für

jede einzelne Verzinsungsperiode suchen und jedesmal zu dem Anfangskapital jener Periode addieren.

3. B.: Zu welchem Betrage werden 5000 K in 3 Jahren anwachsen, wenn man die 4% Zinsen am Ende eines jeden Jahres zum Kapitale schlägt und mit diesem verzinst?

Anlagekapital	K 5000
Zins des 1. Jahres	„ 200
Kapital am Ende des 1. Jahres	„ 5200
Zins des 2. Jahres	„ 208
Kapital am Ende des 2. Jahres	„ 5408
Zins des 3. Jahres	„ 216·32
Kapital am Ende des 3. Jahres	K 5624·32

Durch die einfachen Zinsen wäre das Anfangskapital in 3 Jahren nur auf K 5600 angewachsen.

Ein kürzeres Verfahren, den Endwert eines auf Zinseszins angelegten Kapitals zu berechnen, läßt sich aus der Kettenrechnung herleiten.

Es soll zunächst bestimmt werden, zu welchem Werte eine Kapitalseinheit (1 Krone) mittels Zinseszinsen à 4% in 3 Jahren anwächst. Da 100 K, am Anfange des Jahres angelegt, mit den Zinsen à 4% bis Ende desselben Jahres auf 104 K anwachsen, also 1 K Anfangskapital am Ende des Jahres 1·04 K wert ist, so hat man folgende Kettenrechnung:

x K Wert am Ende des 3. Jahres	1 K Anfangskapital
1	1·04 K am Ende des 1. Jahres
1	1·04 „ „ „ 2. „
1	1·04 „ „ „ 3. „
$x = 1·04 \times 1·04 \times 1·04 = (1·04)^3$	

Der Endwert einer auf Zinseszins angelegten Kapitaleinheit für eine bestimmte Zeit wird gefunden, indem man die Summe aus 1 und $\frac{1}{100}$ des Zinsfußes zur sovielten Potenz erhebt, wie Zeitperioden vorhanden sind und der gefundenen Zahl die Benennung der Kapitaleinheit gibt.

Welchen Endwert hat 1 K nach 12 Jahren, wenn die 2%, 3%, 4%, 5%-igen Zinsen ganzjährig zum Kapitale geschlagen werden? Drücke es wieder in Potenzen aus!

Welchen Endwert hat 1 K (In K und h; abrunden!)

- bei 4% Zinseszins nach 7, 8, 15, 20 Jahren;
- „ 5% „ „ „ 5, 9, 20, 30 „
- „ 3% „ „ „ 14, 18, 24, 30 „
- nach 12 Jahren bei 3%, 5%, 4% Zinseszins;
- „ 22 „ „ 3%, 4%, 5% „ „ ?

Zu welchem Endkapitale wächst 1 K in 2, 3, 4, 5, 8, 10, 15, 20, 30 Jahren an, wenn die 4% (5%)-igen Zinsen am Ende eines jeden Jahres zum Kapitale geschlagen werden? (Siehe Tabelle!)

Nach wieviel Jahren verdoppelt (verdreifacht) sich 1 K Kapital bei 5%, 4%, 3%, 2% Zinsezins? (Tabelle!)

Ein Anfangskapital von 5000 K wird bei der angegebenen Verzinsungsweise in 3 Jahren auf 5000 mal $(1.04)^3$ K anwachsen; sein Endwert beträgt also, da $(1.04)^3 = 1.124864$ ist,

$$1.124864 \text{ K} \times 5000 = 5624.32 \text{ K.}$$

Um den Endwert irgend eines auf Zinsezins angelegten Kapitals für eine bestimmte Zeit zu erhalten, multipliziert man den Endwert einer Kapitaleinheit für diese Zeit mit der Kapitalsumme.

Zu welcher Summe wachsen 100 K, 1000 K bei 4% Zinsezins nach 5, 8, 10, 14, 20, 24, 30 Jahren an?

Werden die Zinsen nicht ganzjährig, sondern am Ende eines jeden halben Jahres zum Kapitale gezählt, so nimmt man doppelt so viele Zeitperioden, als Jahre gegeben sind, somit für das obige Beispiel 6 Halbjahre, dagegen für eine Zeitperiode nur die Hälfte des Zinsfußes, also für das frühere Beispiel 2%. Da hiernach 100 K nach einem halben Jahre 102 K wert sind, 1 K also auf 1.02 K anwächst, so hat man folgende Kette:

x K Wert am Ende des 6. Halbj.	1 K Anfangskapital
1	1.02 K am Ende des 1. Halbj.
1	1.02 " " " " 2. "
1	1.02 " " " " 3. "
1	1.02 " " " " 4. "
1	1.02 " " " " 5. "
1	1.02 " " " " 6. "

$$x = (1.02)^6 = 1.126162 \text{ K.}$$

5000 K Kapital geben dann mittels Zinsezinsen zu 4% bei halbjähriger Kapitalisierung nach 3 Jahren

$$1.126162 \text{ K} \times 5000 = 5630.81 \text{ K.}$$

Die folgende Tabelle enthält die bereits ausgerechneten Endwerte, zu denen eine Kapitaleinheit mittels Zinsezinsen zu 2, $2\frac{1}{2}$, 3, 4, $4\frac{1}{2}$, 5% in 1, 2, 3, ... 30 Zeitperioden anwächst.

Man nennt diese in der Tabelle enthaltenen Zahlen die Aufzinsungsfaktoren.

Die Rechnung, die in dem Vorangehenden für Kapitalien, welche auf Zinsezinsen angelegt werden, abgeleitet wurde, kann auch auf andere Größen, die in einem beständigen Verhältnisse anwachsen, z. B.: auf die Zunahme der Bevölkerung eines Landes, des Holzstandes einer Waldung u. dgl., angewendet werden.

Endwert
einer auf Zinsezins angelegten Kapitaleinheit
nach 1, 2, 3, ... 30 Zeitperioden.

Zeits- peri- oden	2%	2½%	3%	4%	4½%	5%
1	1·02	1·025	1·03	1·04	1·045	1·05
2	1·0404	1·050625	1·0609	1·0816	1·092025	1·1025
3	1·061208	1·076891	1·092727	1·124864	1·141166	1·157625
4	1·082432	1·103813	1·125509	1·169859	1·192519	1·215506
5	1·104081	1·131408	1·159274	1·216653	1·246182	1·276282
6	1·126162	1·159693	1·194052	1·265319	1·302260	1·340096
7	1·148686	1·188686	1·229874	1·315932	1·360862	1·407100
8	1·171659	1·218403	1·266770	1·368569	1·422101	1·477455
9	1·195093	1·248863	1·304773	1·423312	1·486095	1·551328
10	1·218994	1·280085	1·343916	1·480244	1·552969	1·628895
11	1·243374	1·312087	1·384234	1·539454	1·622853	1·710339
12	1·268242	1·344889	1·425761	1·601032	1·695881	1·795856
13	1·293607	1·378511	1·468534	1·665074	1·772196	1·885649
14	1·319479	1·412974	1·512590	1·731676	1·851945	1·979932
15	1·345868	1·448298	1·557967	1·800944	1·935282	2·078928
16	1·372786	1·484506	1·604706	1·872981	2·022370	2·182875
17	1·400241	1·521618	1·652848	1·947901	2·113377	2·292018
18	1·428246	1·559659	1·702433	2·025817	2·208479	2·406619
19	1·456811	1·598650	1·753506	2·106849	2·307860	2·526950
20	1·485947	1·638616	1·806111	2·191123	2·411714	2·653298
21	1·515666	1·679582	1·860295	2·278768	2·520241	2·785963
22	1·545980	1·721571	1·916103	2·369919	2·633652	2·925261
23	1·576899	1·764611	1·973587	2·464716	2·752166	3·071524
24	1·608437	1·808726	2·032794	2·563304	2·876014	3·225100
25	1·640606	1·853944	2·093778	2·665836	3·005435	3·386355
26	1·673418	1·900293	2·156591	2·772470	3·140679	3·555673
27	1·706886	1·947800	2·221289	2·883369	3·282010	3·733456
28	1·741024	1·996495	2·287928	2·998703	3·429700	3·920129
29	1·775845	2·046407	2·356566	3·118651	3·584037	4·116136
30	1·811362	2·097568	2·427262	3·243398	3·745318	4·321942

Die durch die Zinsezinsrechnung gefundenen Endwerte von Einlagen stimmen nur annähernd mit den Summen überein, welche die Sparkassen ausweisen, weil diese die Zinsen nicht für mehrere Zeitperioden auf einmal, sondern nach jeder Zeitperiode sofort berechnen, wobei Bruchteile der Kapitaleinheit nicht verzinst werden. Auch verzinsen Sparkassen die Einlagen gewöhnlich erst vom 16. des laufenden oder vom 1. des nächsten Monats an.

1. Auf welchen Betrag wächst bei halbjähriger Kapitalisierung 1 K zu 5% (4%) im Laufe von 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$, 3, 10 Jahren an?
2. Ein Kapital von 5000 K ist zu 5% Zinseszins angelegt; wie hoch wird es bei ganzjähriger Kapitalisierung in 6 Jahren anwachsen?
1 K ist nach 6 Jahren bei 5% Zinseszins 1·340096 K wert; man hat daher

$$\frac{1 \cdot 340096 \text{ K} \times 5000}{6700 \cdot 480 \text{ K}} = 6700 \text{ K } 48 \text{ h.}$$

3. Wie groß ist der Unterschied zwischen den einfachen und den Zinseszinsen von 4000 K in 5 Jahren zu 4%?
4. In einer Sparkasse sind 5000 K zu 4% Zinseszinsen durch 15 Jahre angelegt; wie groß ist das Endkapital a) bei ganzjähriger, b) bei $\frac{1}{2}$ jähriger Kapitalisierung?
5. Auf welchen Endwert wachsen folgende Kapitalien an:

a) 11000 K zu 3% Zinseszinsen in 22 Jahren	}	bei ganzjähriger,
b) 1372·6 " " 5% " " 28 "		
c) 6802·5 " " 4% " " 15 "		
d) 3570 Fr " 5% " " 8 "	}	bei halbjähriger
e) 10156 M " 4% " " $13\frac{1}{2}$ "		
6. Wieviel betragen mit Zinseszinsen a) 2390 K à $2\frac{1}{2}\%$ nach 16 Zeitperioden? b) 7500 K à 3% nach 21 Zeitperioden? c) 4365 K à 5% nach 25 Zeitperioden?
7. Jemand legt 3560 K zu 4% unter der Bedingung an, daß die Zinsen halbjährig zum Kapitale geschlagen werden; wie hoch wird das Kapital in 10 Jahren anwachsen?
Hier muß der Endwert für 20 Zeitperioden (halbe Jahre) zu 2% genommen werden; man erhält daher
 $1 \cdot 485947 \text{ K} \times 3560 = 5289 \cdot 97 \text{ K.}$
8. Ein Kapital von 2800 K ist zu 4% Zinseszins angelegt; wie hoch wird es a) bei ganzjähriger, b) bei halbjähriger Kapitalisierung in 8 Jahren anwachsen?
9. Wenn A dem B 3845 K schuldig ist und 5 Jahre lang keine Zinsen bezahlt, B aber die Zinsen jedes Jahr zum Kapitale rechnet, wieviel beträgt nach dieser Zeit die ganze Schuld bei 5%?
10. Infolge eines Erbschaftsstreites blieb ein Kapital von 28500 K $5\frac{1}{2}$ Jahre zu 4% in einer Sparkasse, welche halbjährig kapitalisierte; auf welche Höhe wuchs die Erbschaft indessen an?
11. Für ein neugeborenes Kind werden 1200 K auf Zinseszins zu 5% bei ganzjähriger Kapitalisierung angelegt; welches Kapital kann es nach erreichter Großjährigkeit begeben?
12. Ein Vater legt für seinen Sohn 1000 K in die Sparkasse ein, die mit $4\frac{1}{2}\%$ verzinst und halbjährig kapitalisiert. Welches Kapital kann der Sohn nach 20 Jahren begeben?

13. Bei der städtischen Kaiser Franz Josef-Jubiläums-Lebens- und Renten-Versicherungsanstalt in Wien kann für ein Kind im ersten Lebensjahre durch einmalige Zahlung von 367 K 91 h ein Kapital von 1000 K versichert werden, das dem Kinde bei Vollendung seines 24. Lebensjahres ausbezahlt wird; welchen Wert gäbe das eingezahlte Kapital von 367 K 91 h zu $4\frac{1}{2}\%$ Zinsezins nach 24 Jahren bei ganzjähriger Kapitalisierung?

14. Ein Geschäftsmann tritt einer Vorschußkasse mit einer Einlage von 1200 K bei; auf welchen Betrag wächst diese Einlage zu $4\frac{1}{2}\%$ Zinsezins in 8 Jahren bei ganzjähriger Kapitalisierung an?

15. Die Verwaltung einer Kirche legte für einen Neubau eine Summe von 18480 K zu 4% an. Zu welchem Betrage ist die Summe in 15 Jahren bei halbjähriger Kapitalisierung angewachsen?

16. Jemand ist verpflichtet, 3000 K nach 1 Jahre, 2000 K nach 2 Jahren, 1000 K nach 3 Jahren und 4000 K nach 4 Jahren zu bezahlen; wieviel werden alle diese Beträge nach 4 Jahren bei 5% Zinsezins wert sein, wenn die Kapitalisierung ganzjährig geschieht?

3000 K nach 1 Jahre zahlbar,	find nach 4 Jahren	3472·875 K wert,
2000 " " 2 Jahren	" " " 4 "	2205·000 " "
1000 " " 3 " " " " 4 "	" " " 4 "	1050·000 " "
4000 " " 4 " " " " 4 "	" " " 4 "	4000·000 " "
ganzer Betrag nach 4 Jahren		10727·875 K
		= 10727 K 88 h.

17. Die Seelenzahl einer Stadt betrug vor 8 Jahren 25360; wie groß ist sie gegenwärtig, wenn die Zunahme der Bevölkerung jährlich im Durchschnitte 2% betrug?

18. Die Bevölkerung Wiens vermehrt sich jährlich annähernd um 2% , im Jahre 1890 war die Bevölkerungszahl Wiens 1364548; wie groß hätte sie mit Schluß des Jahres 1900 beiläufig sein sollen? Wie groß wird sie beiläufig im Jahre 1910 (1920) sein?

19. Der Bestand eines Waldes ist gegenwärtig $90000 m^3$; wie groß wird derselbe bei einem jährlichen Zuwachs von 3% nach 10 Jahren sein?

20. Jemand legt durch 6 Jahre a) zu Anfang, b) zu Ende eines jeden derselben 325 K auf Zins von Zins an; wie hoch wird das Kapital bei ganzjähriger Kapitalisierung zu 4% in jener Zeit anwachsen?

a) Da die erste Summe durch 6, die zweite durch 5, die sechste durch 1 Jahr anliegt, so hat man

1. Summe liegt 6 Jahre	$1 \cdot 265319 \text{ K} \times 325$
2. " " 5 "	$1 \cdot 216653 \text{ " } \times 325$
3. " " 4 "	$1 \cdot 169859 \text{ " } \times 325$
4. " " 3 "	$1 \cdot 124864 \text{ " } \times 325$
5. " " 2 "	$1 \cdot 081600 \text{ " } \times 325$
6. " " 1 "	$1 \cdot 040000 \text{ " } \times 325$

Gesamtbetrag nach 6 Jahren $6 \cdot 898295 \text{ K} \times 325 =$

$= 2241 \cdot 946 \text{ K} = 2241 \text{ K } 95 \text{ h.}$

b) Die erste Summe liegt 5 Jahre, die 6. Summe 0 Jahre an, daher:

1. Summe		1·216653 K	. 325
2. "		1·169859 "	. 325
3. "		1·124864 "	. 325
4. "		1·081600 "	. 325
5. "		1·040000 "	. 325
6. "		1·000000 "	. 325

Gesamtbetrag nach 6 Jahren $6·632976 K \times 325 = 2155·72 K$.

Methode Fr. Schischli.

Der Endwert (Verzinsungsfaktor) des 6. Jahres (4%) für 1 Krone ist 1·265319. Er besteht aus dem Anfangskapitale von 1 K und den 0·265319 K Zinseszinsen. Letzterer Betrag ist entstanden, indem am Ende jedes Jahres 4 h auf Zinseszinsen angelegt wurden. Auf die fragliche Endsumme wird geschlossen:

4 h Teilzahlungen	geben in 6 Jahren	die Endsumme	0·265319 K,
1 "	"	gibt " 6 "	" " " 0·0663297 "
1 K	"	" " 6 "	" " " 6·63297 "
325 "	"	geben " 6 "	" " " "
$6·63297 K \times 325 = 2155·72 K$.			

Werden die Teilzahlungen per 325 K am Anfange jedes Jahres geleistet, so ist der Betrag von 2155·72 K gleich der Endsumme zur Zeit der letzten Zahlung, also am Anfange des 6. Jahres. Soll die eigentliche Endsumme für das Ende des 6. Jahres berechnet werden, so muß für diesen Fall die gefundene Zahl 2155·72 K um die einmaligen einfachen Zinsen vermehrt werden, was durch Multiplikation mit 1·04 bewirkt wird.

$$2155·72 K \times 1·04 = 2241 K 95 h.$$

21. Wenn jährlich in eine Versicherungsbank am Ende des Jahres 200 K eingezahlt werden, welches Kapital kann nach 8 Jahren bei ganzjähriger Kapitalisierung und bei 5% Zinseszins dafür behoben werden?
22. Ein Arbeiter legt zu Anfang jedes halben Jahres 50 K in eine Sparkasse, welche halbjährig 2% Zinsen zum Kapitale schlägt; wieviel hat die Sparkasse nach Ablauf von 6 Jahren an ihn ausbezahlt?
23. Welchen Betrag muß man am Ende eines jeden Jahres bei 2% Zinseszinsen anlegen, um nach 20 Jahren, also bei der letzten Einzahlung die Endsumme von 1000 K zu erreichen?

(Ganzjährige Kapitalisierung.)

Der Verzinsungsfaktor des 20. Jahres (2%) ist 1·485947; danach gehört:

zur Endsumme pro	0·485947 K	eine Teilzahlung von 2 h,
"	"	"
"	0·242973	" " " " 1 "
"	24·2973	" " " " 1 K
"	1000	" " " "
"	1000 K : 24·2973 K = 41·16.	"

Antwort: **41·16 K.**

Anmerkung. Soll die Teilzahlung am Anfange jedes Jahres erlegt werden, so vermindert sich für diesen Fall der Betrag von 41·16 K um seine einmaligen einfachen Zinsen und beträgt:

$$41·16 K : 1·02 K = 40·35.$$

Antwort: **40·35 K.**

24. Ein Arbeiter will sich bei einer Sparkasse, welche die auf das Jahr entfallenden 4% Zinsen halbjährig kapitalisiert, die Auszahlung von 800 K nach Ablauf von 10 Jahren sichern. Wie groß sind die während dieses Zeitraumes am Ende eines jeden Halbjahres zahlbaren Raten?
25. Wieviel betragen 3000 K zu 4% Zinseszins bei ganzjähriger Kapitalisierung nach 40 Jahren?

$$(1·04)^{40} = (1·04)^{30} · (1·04)^{10}.$$

Setzen wir dafür die in der Tabelle enthaltenen Werte, so ergibt sich

$$1·04^{40} = 3·243398 \times 1·480244$$

4420841

3243398

1297359

259471

649

130

13

4·801020 K.

Der Endwert von 3000 K beträgt daher:

$$4·801020 K \times 3000 = 14403·06 K.$$

26. Ein Arbeiter legt 11 mal hintereinander jedesmal am 31. Dezember 50 K in die f. f. Postsparkasse. Welches Guthaben besitzt er an dem nach der 11. Einlage folgenden Tage, wenn die Postsparkasse die Einlagen mit 3% verzinst und die Zinsen ganzjährig kapitalisiert?

Anmerkung. Die Statuten der einzelnen Sparkassen und der Postsparkasse sind verschieden, aber keine rechnet mit Hilfe der Aufzinsungsfaktoren. Die Ergebnisse der mit Hilfe der Aufzinsungsfaktoren gelösten Beispiele stimmen daher mit jenen von den einzelnen Sparkassen und der Postsparkasse berechneten nur annähernd überein.

Die Einlagen, welche bei der **f. f. Postsparkasse** eingezahlt werden, müssen entweder eine Krone betragen oder Vielfache einer Krone sein. In einem Postsparkasse-Büchel können nur bis 2000 K

zu erhalten, multipliziert man den Barwert einer nach dieser Zeit fälligen Kapitaleinheit mit der Zahl der Kapitaleinheiten.

Findet die Kapitalisierung halbjährig statt, so nimmt man doppelt so viele Zeitperioden, als Jahre gegeben sind, dagegen für eine Periode nur den halben Zinsfuß, also für das frühere Beispiel 6 Zeitperioden und 2%. Bei halbjähriger Verzinsung ist demnach der Barwert einer nach 3 Jahren fälligen Kapitaleinheit

$$\frac{1}{(1.02)^6} = 1 : 1.126162 = 0.887971 \text{ K,}$$

daher eines nach 3 Jahren fälligen Kapitals von 2000 K

$$0.887971 \text{ K} \times 2000 = 1775.94 \text{ K.}$$

In der folgenden Tabelle erscheinen die Barwerte einer nach 1, 2, 3...30 Zeitperioden fälligen Kapitaleinheit bei 2, 2½, 3, 4, 4½, 5% Zinseszins bereits ausgerechnet.

Im Gegensatz zu den frühern werden die Zahlenwerte dieser zweiten Tabelle Abzinsungsfaktoren genannt.

Barwert

einer nach 1, 2, 3,...30 Zeitperioden fälligen Kapitaleinheit mit Rücksicht auf Zinseszinsen.

Zeit- peri- oden	2%	2½%	3%	4%	4½%	5%
1	0.980392	0.975610	0.970874	0.961538	0.956938	0.952381
2	0.961169	0.951814	0.942596	0.924556	0.915730	0.907029
3	0.942322	0.928599	0.915142	0.888996	0.876297	0.863838
4	0.923845	0.905951	0.888487	0.854804	0.838561	0.822702
5	0.905731	0.883854	0.862609	0.821927	0.802451	0.783526
6	0.887971	0.862297	0.837484	0.790315	0.767896	0.746215
7	0.870560	0.841265	0.813092	0.759918	0.734829	0.710681
8	0.853490	0.820747	0.789409	0.730690	0.703185	0.676839
9	0.836755	0.800728	0.766417	0.702587	0.672904	0.644609
10	0.820348	0.781198	0.744094	0.675564	0.643928	0.613913
11	0.804263	0.762145	0.722421	0.649581	0.616199	0.584679
12	0.788493	0.743556	0.701380	0.624597	0.589664	0.556837
13	0.773033	0.725420	0.680951	0.600574	0.564272	0.530321
14	0.757875	0.707727	0.661118	0.577475	0.539973	0.505068
15	0.743015	0.690466	0.641862	0.555265	0.516720	0.481017
16	0.728446	0.673625	0.623167	0.533908	0.494469	0.458112
17	0.714163	0.657195	0.605016	0.513373	0.473176	0.436297
18	0.700159	0.641166	0.587395	0.493628	0.452800	0.415521
19	0.686431	0.625528	0.570286	0.474642	0.433302	0.395734
20	0.672971	0.610271	0.553676	0.456387	0.414643	0.376889

Zeit- peri- oden	2%	2½%	3%	4%	4½%	5%
21	0·659776	0·595386	0·537549	0·438834	0·396787	0·358942
22	0·646839	0·580865	0·521893	0·421955	0·379701	0·341850
23	0·634156	0·566697	0·506692	0·405726	0·363350	0·325571
24	0·621721	0·552875	0·491934	0·390121	0·347704	0·310068
25	0·609531	0·539391	0·477606	0·375117	0·332731	0·295303
26	0·597579	0·526235	0·463695	0·360689	0·318403	0·281241
27	0·585862	0·513400	0·450189	0·346817	0·304691	0·267848
28	0·574375	0·500878	0·437077	0·333477	0·291571	0·255094
29	0·563112	0·488661	0·424346	0·320651	0·279015	0·242946
30	0·552071	0·476743	0·411987	0·308319	0·267000	0·231377

1. Wieviel sind 4000 K, nach 5 Jahren zahlbar, bei ganzjähriger Kapitalisation zu 4% Zinsseszins, gegenwärtig, d. i. um 5 Jahre früher wert?

Für 5 Zeitperioden und 4% hat 1 K den gegenwärtigen Wert von 0·821927 K; daher 4000 K

$$0·821927 K \times 4000 = 3287·708 K = 3287 K 71 h.$$

2. Wie groß ist der Barwert

a) von 3000 K à 3% Z. nach 6 Jahren zahlbar,

b) " 1970 " " 4% " " 12 " " "

c) von 11330 à K 5% Z. nach 20 Jahren zahlbar,

d) " 33870 " " 4½% " " 22 " " "

e) " 8450 Fr " 3% " " 18 " " ?

3. Welchen gegenwärtigen Wert haben bei Berechnung von Zinsseszinsen

a) 5540 K à 4% zahlbar nach 15 Zeitperioden,

b) 3059 " " 5% " " 30 " "

c) 8480 " " 2½% " " 28 " "

4. Jemand hat 4850 K, welche nach 6 Jahren fällig sind, zu fordern; wieviel wird er für seine Forderung jetzt erhalten, wenn 4% Zinsseszinsen gerechnet werden?

5. Welches Kapital muß man zu 4% Zins von Zins anlegen, damit es bei halbjähriger Verzinsung in 12 Jahren auf 5200 K anwachselt? 1 K hatte vor 24 Zeitperioden bei 2% den Wert von 0·621721 K; man hat daher $0·621721 K \times 5200 = 3232·949 K = 3232 K 95 h.$

6. Welches Kapital wird zu 5% Zinsseszins bei halbjähriger Kapitalisierung in 9 Jahren auf 5000 K anwachsen?

7. Welchen Wert hatten 5360 K vor 12 Jahren, 5% Zinsseszins und a) ganzjährige, b) halbjährige Kapitalisation vorausgesetzt?

8. Ein Kapital hat sich bei 4% Zinsseszins in 16 Jahren auf 36400 K vergrößert; wieviel betrug das ursprüngliche Kapital?

9. Jemand will nach 15 Jahren 8000 K erhalten; a) wieviel muß er zu diesem Zwecke gegenwärtig bei 4% Zinsezins und ganzjähriger Verzinsung anlegen; b) wieviel bei halbjähriger Kapitalisation?
10. Welches Kapital muß ein Vater für sein einjähriges Kind in eine Sparkasse einlegen, die mit $3\frac{1}{2}\%$ verzinst und ganzjährig die Zinsen kapitalisiert, damit sein Kind nach Vollendung des 20. Lebensjahres 6000 K ausbezahlt erhält?
11. Die Waisenkasse, die mit 4% verzinst und ganzjährig kapitalisiert, zahlt an eine Waise bei Erreichung des 24. Lebensjahres 8650·78 K aus; welches Kapital ist für die Waise bei Vollendung des 10. Lebensjahres in die Kasse eingelegt worden?
12. Ein Wucherer kauft eine Forderung von 9350 K, die erst nach $3\frac{1}{2}$ Jahren fällig ist; wieviel gibt er dafür, wenn er 10% Zinsezinsen bei halbjähriger Kapitalisierung berechnet?
13. Es soll ein Krankenhaus für 120000 K erbaut werden. Wie groß ist gegenwärtig der Baufond, wenn er noch 12 Jahre bei 4% Zinsezinsen und ganzjähriger (halbjähriger) Kapitalisierung angelegt sein muß, um die erforderliche Summe zu ergeben?
14. Eine Stadt hat gegenwärtig 18350 Einwohner; wie groß war die Bevölkerung vor 12 Jahren bei einer jährlichen Zunahme von 2%?
15. Jemand hat die Obliegenheit, durch 4 Jahre am Schlusse eines jeden Jahres 500 K zu bezahlen; wieviel muß er bei 4% Zinsezins und ganzjähriger Kapitalisierung sogleich zahlen, um sich dieser ganzen Verpflichtung zu entledigen?

Die ersten 500 K sind hier um 1 Jahr früher, die zweiten um 2, die dritten um 3, die vierten um 4 Jahre früher zu entrichten; man hat also

$$0\cdot961538 \times 500$$

$$0\cdot924556 \times 500$$

$$0\cdot888996 \times 500$$

$$0\cdot854804 \times 500$$

$$3\cdot629894 \times 500 = 1814\cdot95 \text{ K.}$$

Nach Fr. Schischliks Methode:

Dieser Wert läßt sich aus dem Abzinsungsfaktor des 4. Jahres schnell finden. Ist 0·854804 der Abzinsungsfaktor des 4. Jahres (4%) und werden am Anfang des ersten Jahres 0·854804 K + + 0·145196 K, also zusammen 1 K eingelegt, so erzielt man hiedurch 1 K Endkapital und eine nachschüssige Teilzahlung (**Rente**) per 4 h. Die Zahl 0·145196 stellt sonach den Barwert von 4 Teilzahlungen à 4 h vor, woraus dann der Barwert der Rente per 500 K leicht zu finden ist.

Eine Rente per	4 h	hat den Barwert von	0·145196 K,
"	"	"	1 h " " " " 0·036299 K,
"	"	"	1 K " " " " 3·6299 K,
"	"	"	500 K " " " " 3·6299 × 500 =
= 1814·95 K.			

16. Jemand will durch 5 Jahre eine jährliche Summe (Jahresrente) von 1000 K beziehen; wieviel Kapital muß er zu diesem Ende anlegen, wenn die Zinsen 5% betragen und ganzjährig zum Kapitale geschlagen werden?
17. Jemand will durch 4 Jahre nach Ablauf jedes Jahres 850 K beziehen; welchen Betrag muß er dafür sogleich erlegen, wenn man 5% ganzjährige Zinsen rechnet?
18. Eine durch 11 Jahre nachschußweise zahlbare jährliche Rente von 400 K wird sogleich bar gegen ganzjährige 5% Zinseszinsen abgelöst; wieviel beträgt die Ablösung?
19. Welchen Barwert hat eine durch 8 Jahre am Ende eines jeden Jahres mit 250 K zu leistende Rente bei 4% Zinseszins?
20. Welches Kapital gewährt zu 4% Zinseszins auf 8 Jahre eine nachschußweise zahlbare jährliche Rente von 620 K?
21. Jemand übernimmt ein Haus mit der Verpflichtung, dem bisherigen Besitzer 15 Jahre hintereinander eine nachschußweise Rente von 1200 K auszusahlen; wie hoch wurde das Haus veranschlagt, wenn 5% Zinseszinsen gerechnet werden?

IV. Berechnung der Münzen.

1. Münzwesen.

(Anschauungsmittel: Die österreichischen und gebräuchlichsten ausländischen Münzen und Münzen-Relieffarten.)

Das allgemeine Mittel zur Wertbestimmung und zum Eintausch der verschiedenen Gegenstände heißt Geld. Ein aus Metall geprägtes Geldstück heißt Münze. An jeder Münze ist zu unterscheiden:

1. Das Gepräge, das sind die Inschriften und die Abbildungen, welche die Münze in erhabener Arbeit trägt. (Vorder- oder Aversseite, Rück- oder Reversseite.) 2. Das Metall, aus dem die Münze geprägt ist. Zu niederen Scheidemünzen verwendet man in Österreich Bronze und Nickel, zu höheren Silber. Wertvollere Münzen werden aus Gold geprägt; Gold und Silber werden wegen ihrer Weichheit gewöhnlich mit Kupfer legiert. Legiertes Gold heißt Rauch-, Rohgold, legiertes Silber Rauch-, Rohsilber. 3. Das Gewicht. Das ganze Gewicht einer legierten Metallmasse heißt ihr Raughgewicht (Rohgewicht), das Gewicht des in der Legierung enthaltenen Edelmetalles ihr Feingewicht. Das Raughgewicht einer Münze pflegt man Schrot, ihr Feingewicht Korn zu nennen.

Als Münzgewicht dient in Österreich-Ungarn das **Kilogramm** (das Handelsgewicht) mit seinen Unterteilungen.

4. Die Feinheit, d. i. das Verhältnis des Feingewichtes (Kornes) zum Rohgewichte (Schrote) einer legierten Metallmasse.

$$\text{Feinheit} = \frac{\text{Korn}}{\text{Schrot.}}$$

Man drückt die Feinheit durch einen Bruch aus, dessen Zähler das Korn und dessen Nenner das Schrot ist.

In den meisten Staaten geschieht diese Angabe sowie in Österreich-Ungarn in Tausendteilen; z. B. der Feingehalt der österr. Zehnkronenstücke ist $\frac{900}{1000}$, heißt: in 1000 Gramm Münzgold (Legierung) sind 900 Gramm Feingold (Edelmetall) und 100 Gramm Kupfer enthalten.

Für Gold- und Silberwaren gelten in Österreich folgende Feinheitssgrade:

Gold Nr. 1 . . .	0·920	Silber Nr. 1 . . .	0·950
" " 2 . . .	0·840	" " 2 . . .	0·900
" " 3 . . .	0·750	" " 3 . . .	0·800
" " 4 . . .	0·580	" " 4 . . .	0·750

Die Feinheit wird durch amtlich eingepreßte Zeichen (Punzen) beglaubigt.

Das Geld, nach welchem in einem Staate gerechnet wird, heißt **Rechnungsmünze** dieses Staates.

Unter **Währung** (*Valuta*) versteht man diejenige Geldart, die gesetzlich oder tatsächlich als allgemeines Zahlungsmittel gilt. Je nachdem diese Geldart aus einem der beiden Edelmetalle Gold oder Silber hergestellt ist, nennt man die Währung eine **Gold-** oder **Silberwährung**. Jeder Staat prägt neben dem eigentlichen Währungs- oder Kurantgelde auch minderwertiges Geld, **Scheidemünze** genannt. Die Scheidemünzen haben nicht den Wert, auf den sie lauten, brauchen daher nur in beschränkten Beträgen in Zahlung genommen werden. Sie sind nur zum Ausgleich der kleinen Verrechnungen im täglichen Verkehre bestimmt; zu ihrer Herstellung verwendet man Silber, Nickel oder Bronze.

Unsere Monarchie hat die **Goldwährung**, deren Rechnungseinheit die **Goldkrone**, d. i. der zehnte Teil eines Zehnkronenstückes, ist. Die Krone (K) wird in 100 Heller (h) eingeteilt.

a) Die Landesgoldmünzen werden im Mischungsverhältnisse von 900 Tausendteilen Gold und 100 Tausendteilen Kupfer ausgeprägt. Auf 1 kg Münzgold gehen 2952 Kronen, demnach enthalten 3280 Kronen 1 kg Feingold.

Von Landesgoldmünzen werden ausgeprägt: **Zwanzigkronenstücke** und **Zehnkronenstücke**.

Aus 1 kg Feingold werden 164 Stücke zu 20 K, beziehungsweise 328 Stücke zu 10 K geprägt.

Das Zwanzigkronenstück hat sonach ein Rohgewicht von 6·775 g und ein Feingewicht von 6·098 g, das Zehnkronenstück ein Rohgewicht von 3·3875 g und ein Feingewicht von 3·049 g.

b) Außer den Landesgoldmünzen werden folgende Scheidemünzen der Kronenwährung ausgeprägt:

1. Silbermünzen: Einkronenstücke und Fünfkronenstücke.
2. Nickelmünzen: a) Zwanzighellerstücke, b) Zehnhellerstücke.
3. Bronzemünzen: a) Zweihellerstücke, b) Einhellerstücke.

Die Einkronenstücke werden im Mischungsverhältnisse von 835 Tausendteilen Silber und 165 Tausendteilen Kupfer ausgeprägt.

Aus 1 kg Münzsilber werden 200 Einkronenstücke ausgeprägt. Es haben demnach die Einkronenstücke ein Gewicht von 5 g.

Die Fünfkronenstücke enthalten 21·6 g Feinsilber und 2·4 g Kupfer; sie haben eine Feinheit von 0·900.

c) Die Silbergulden aus der Zeit der Silberwährung bleiben bis auf weiteres im Umlaufe. (1 fl. = 2 K)

Sinsichtlich des Privatverkehrs ist niemand verpflichtet, Einkronenstücke im Betrage von mehr als 50 K, Nickelmünzen im Betrage von mehr als 10 K und Bronzemünzen im Betrage von mehr als 1 K in Zahlung anzunehmen.

Das Zwanzigkronenstück hat 21 mm, das Zehnkronenstück 19 mm, das Fünfkronenstück 36 mm, das Einkronenstück 23 mm, das Zwanzighellerstück 21 mm, das Zehnhellerstück 19 mm, das Zweihellerstück 19 mm und das Einhellerstück 17 mm Durchmesser. Das Zwanzigkronenstück wiegt 6·775 g, das Zehnkronenstück 3·387 g, das Fünfkronenstück 24 g, das Einkronenstück 5 g, das Zwanzighellerstück 4 g, das Zehnhellerstück 3 g, das Zweihellerstück $3\frac{1}{2}$ g und das Einhellerstück $1\frac{1}{2}$ g.

d) Handelsmünzen sind solche Münzen, welche weniger für den Verkehr im Inlande als vielmehr im Interesse des Handels mit dem Auslande geprägt werden; sie haben einen veränderlichen Wert, Kurs, welcher sich nach den Bedürfnissen des Handels richtet. Als Handelsmünzen sind im Verkehr in Gold: Kaiserliche Dukaten (290·5 Stück aus 1 kg Feingold, 0·986 fein); in Silber: die sogenannten Maria Theresientaler mit dem Bildnis der Kaiserin Maria Theresia und der Jahreszahl 1780 (42·75 Stück aus 1 kg Feinsilber, 0·833 fein). Letzgenannte Silbermünze geht im Handel nach dem Orient.

Außerdem hat man in Österreich-Ungarn folgende Papiergeldwerte: Banknoten zu 10, 20, 50, 100 und 1000 K.

Die gesetzlichen Bestimmungen über Gewicht, Feinheit, Einteilung und Ausprägung der Münzen nennt man Münzfuß.

Man unterscheidet einen dreifachen Wert der Münzen: 1. den inneren oder Metallwert, 2. den gesetzlichen oder Nominalwert, d. i. der vom Staate für den Umlauf bestimmte Wert und 3. den nach der größeren oder geringeren Nachfrage veränderten Handels- oder Kurswert der Handelsmünzen und des fremden Geldes.

Wird in einem Staate der Wert sämtlicher Münzen nach einer Silbermünze bestimmt, so sagt man, der Staat habe die Silberwährung, z. B. Rußland; liegt dagegen dem Geldsystem eine Goldmünze zugrunde, so daß die Silbermünzen nur Scheidemünzen sind,

so sagt man, der Staat habe die Goldwährung, z. B. Österreich, Deutschland, England. In Österreich liegt der Goldwährung die **Goldkrone** zugrunde. Ist endlich in einem Staate, wie z. B. in Frankreich, das Wertverhältnis zwischen Gold- und Silbermünzen gesetzlich bestimmt, so daß es jedem freisteht, in welchem Metall er zahlen will, so sagt man, der Staat habe die Doppelwährung.

Gewisse Münzsorten, besonders die Goldmünzen, genießen entweder wegen ihres größeren inneren Gehaltes oder wegen ihrer größeren Beliebtheit ein Aufgeld über ihren gesetzlichen oder Rechnungswert. Dieses Aufgeld heißt *Ugio* und wird in Prozenten von Hundert der besseren Münzsorte berechnet.

2. Die Münzrechnung.

Die wichtigsten ausländischen Rechnungsmünzen:

1. Das Deutsche Reich rechnet in Goldwährung nach Mark (M) à 100 Pfennige (Pf, *℔*).

1 *kg* Feingold = 2790 Mark. Da aus 1 *kg* Feingold bei uns 3280 K geprägt werden, so sind 2790 Mark = 3280 K oder

$$1 \text{ M} = 1.1756 \text{ K},$$

$$1 \text{ K} = 0.8506 \text{ M}.$$

2. England: Die englische Goldwährung hat zur Grundlage das Pfund *livre*-Sterling, als Münze *Sovereign* (spr. Söverin) genannt. $46\frac{29}{40}$ *Sovereigns* wiegen 1 *Troy*-Pfund = 373.24 g, Feinheit $\frac{11}{12}$. Ein Pfund Sterling (£) hat 20 Shilling (sh) à 12 Pence (d) (spr. Pänß) [Einzahl: Penny].

$$1 \text{ kg Feingold} = 136.5675 \text{ £} = 3280 \text{ K, daher}$$

$$1 \text{ Sovereign (£)} = 24.017 \text{ K, } 1 \text{ K} = 0.0416 \text{ £} = 9.98 \text{ d} = 10 \text{ d}.$$

3. Frankreich und Belgien rechnen in Gold und Silber nach Franken (Fr) à 100 Centimes (spr. hantim ets).*)

$$1 \text{ kg Feingold} = 3444\frac{4}{9} \text{ Franken} = 3280 \text{ K, demnach}$$

$$1 \text{ Fr} = 0.952 \text{ K}$$

$$1 \text{ K} = 1.0501 \text{ Fr}.$$

Nach derselben Währung wie Frankreich nur mit anderen Namen rechnen noch folgende Länder:

Italien: 1 Lira (£) à 100 Centesimi (cts) (spr. Tschentesimi).

Schweiz: 1 Franken (Fr) à 100 Centimes (cts) oder Rappen.

Griechenland: 1 Drachme (£) à 100 Lepta (lep). Serbien: 1 Dinar (£) à 100 Para (p^a). Rumänien: 1 Lei (L, Mehrzahl Lei) à 100 Bani (b). Bulgarien: 1 Lev (Leva, L) à 100 Stotinki. Spanien: 1 Peseta (P^a) à 100 Centavos. (cts).

4. Rußland rechnet nach Rubeln (R^a) à 100 Kopeken (kop.) Seit 1897 sind 1291.666 Rubel = 1 *kg* Feingold, folglich 1 neuer Goldrubel (R^a) = 2.54 K. Ein neuer Imperial = 15 neue Goldrubel = 38.1 K, ein neuer Halbimperial = $7\frac{1}{2}$ neue Goldrubel = 19.05 K.

*) Das Zwanzigfrank-Goldstück heißt heute noch Napoleonor.

5. Holland rechnet nach Goldgulden (hfl) à 100 Cents (cts) = 1·98 K.

6. Die Türkei: 1 Goldlira (⊙L) à 100 Piaſter (Piaſ) à 40 Para (pa). F. = 0·916, 1 kg Feingold = 151·2892 Goldlira à 21·680 K
1 K = 0·04610 Goldlira.

7. Nordamerika rechnet in Gold und Silber nach Dollars (Dollars \$) à 100 Cents (ſpr. Zenz). 1 kg Feingold = 664·66 Dollars = 3280 K, folglich ein Golddollar = 4·935 K, 1 K = 0·2026 \$.

Münztabelle.

Namen der Länder und Münzen	Währung	Stücke auf ein Kilogramm		Fein- gehalt in 1000	Wert in Kronen
		fein	rauh		
Österreich-Ungarn Kronen à 100 h	Gold	3280	2952	900	1
Deutsches Reich Mark à 100 Pf.	"	2790	2511	900	1·175 627
Frankreich, Schweiz, Italien, Belgien, Ser- bien, Rumänien, Bul- garien, Griechenland, Spanien (Frant*) à 100 Centimes	"	3444 $\frac{4}{9}$	3100	900	0·952 258
Großbritannien Pfund Sterling à 20 Schilling à 12 Pence	"	136·5676	125·1870	916 $\frac{2}{3}$	24·017 40
Niederlande Gulden à 100 Cents	"	1653·4391	1488·0952	900	1·983 744
Schweden, Nor- wegen und Däne- mark Krone à 100 Dere	"	2480	2232	900	1·322 58
Portugal Milreis à 1000 Reis	"	615·1164	563·8567	916 $\frac{2}{3}$	5·332 32
Türkei Piaſter à 40 Para	"	15 128·92	13 858·09	916	0·216 80
Nordamerika Dollar à 100 Cents	"	664·6150	598·1535	900	4·935 18
Rußland Rubel à 100 Kopeken	Silb.	55·5675	48·2357	868 $\frac{1}{18}$	3·808 20

*) In Italien Lira à 100 Centesimi, in Rumänien Leu à 100 Bani, in Serbien Dinar à 100 Para, in Bulgarien Leva à 100 Stotinki, in Griechenland Drachme à 100 Septa, in Spanien Peſeta à 100 Centimos.

Über den Ursprung der wichtigsten Münzennamen sei folgendes bemerkt: Gulden stammt von Gold; Kreuzer von der Prägung eines Kreuzes auf der Münze; Schillinge von schellen, klingen; Heller, eigentlich Häller, von der Prägestätte Hall in Schwaben; Pfennige, eigentliche Pfännige, von der Schüssel- oder Pfannenform der Münzen; Taler, früher Joachimstaler Münzen, von der Prägestätte Joachimstal in Böhmen; Dukaten kommt von der Umschrift einer in Italien geprägten Goldmünze: Sit tibi, Christe, datus, quem tu regis, iste ducatus, deutsch: Es sei dir, Christus, dieses Herzogtum, das du regierst, geweiht! Dollar ist das mundartliche verderbte Taler.

a) Berechnungen über Feinheit, Korn und Schrot.

1. Aus 1 kg Münzgold werden 147·6 Zwanzigkronenstücke geprägt. Welches Raughgewicht (Schrot = Sch.) hat ein Zwanzigkronenstück? Das Raughgewicht (Sch.) eines 20-Kronenstückes beträgt den 147·6 Teil von 1000 g; daher

$$1000 \text{ g} : 147 \cdot 6 = 6 \cdot 775 \text{ g.}$$

Antwort: Das Raughgewicht (Sch.) eines 20-Kronenstückes beträgt 6·775 g.

2. 164 Zwanzigkronenstücke, 328 Zehnkronenstücke, 136·57 Sovereigns, 172½ Zwanzigkronenstücke und 664·66 Dollars enthalten je 1 kg Feingold; berechne das Korn jeder der genannten Münzen!
- 3.* Wieviel beträgt das Schrot einer Silberkrone, wenn aus 1 kg Münzsilber 200 Stück geprägt werden?
- 4.* Welche Feinheit hat ein Silberbarren von 15 kg Gewicht, wenn sich darunter 12 kg Feinsilber befinden?

$$\text{Feinheit} = \frac{\text{K.}}{\text{Sch.}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0 \cdot 8 \text{ oder } 0 \cdot 800.$$

5. Welche Feinheit hat das Zwanzigkronenstück bei 6·775 g Schrot und bei 6·0975 g Korn?
6. Die österreichische Silberkrone wiegt 5 g und ist 0·835 fein; wieviel beträgt das Korn dieser Münze?
7. Das österr. 5-Kronenstück wiegt 24 g; wieviel Stück gehen auf 1 kg Münzsilber?
8. Ein holländischer Silbergulden wiegt 10 g und ist 0·945 fein; wieviel Feinsilber enthält er?
9. Das österr. Zehnkronenstück ist 0·900 fein und enthält 3·0487 g Feingold; berechne das Schrot dieser Münze!

$$\text{Schrot} = \frac{\text{K.}}{\text{F.}} = 3 \cdot 0487 : 0 \cdot 9 = 3 \cdot 387 \text{ g.}$$

10. Welche Feinheit hat

- a) Eine türkische Silberlira bei 24·055 g Schrot und 19·9655 g Korn,
- b) ein Silberrubel bei 20·731 g Schrot und 17·996 g Korn,
- c) ein Dollarstück bei 16·7181 g Schrot und 15·0463 g Korn,
- d) ein holländischer Gulden bei 10 g Schrot und 9·45 g Korn,
- e) ein Frank bei 5 g Schrot und 4·5 g Korn?

11. Welche Feinheit in Tausendteilen hat ein kaiserlicher Dukaten, welcher $23\frac{2}{3}$ -karatiges Gold enthält?
 (In 24 Karat Münzgold sind $23\frac{2}{3}$ Karat Feingold enthalten;
 daher Feinheit $= \frac{23\frac{2}{3}}{24} = 71 : 72 = 0.983$.)
12. Welche Feinheit erhält eine Legierung, wenn man 3 kg Münzsilber von 0.800 Feinheit a) mit 1 kg Feinsilber, b) mit 1 kg Kupfer vermischt?
13. Welche Feinheit hat eine Silbermasse, welche 640 g wiegt und 480 g Feinsilber enthält?
14. Wieviel Zehnkronenstücke können aus 1 kg Münzgold geprägt werden?
15. Wieviel Fünfkronenstücke enthalten 1 kg Feinsilber?
16. Wieviel Gold und wieviel Kupfer ist in 3.82 kg Münzgold (Feinheit 0.900) enthalten?
17. Ein Leuchter aus Silber von 0.800 Feinheit wiegt 360 g; wieviel Feinsilber enthält er?
18. Wieviel wiegt ein kaiserlicher Dukaten, da er $23\frac{2}{3}$ Karat fein ist und 3.4421 g Feingold enthält?
19. Wieviel wiegt eine Goldkette, wenn sie 125 g Feingold enthält und 0.840 fein ist?
20. Aus einer Kölner Mark (233.87 g) Feinsilber werden 10 Maria Theresientaler (Verantiner Taler) von $833\frac{1}{3}$ Tausendteilen Feinheit geprägt; wieviel wiegt ein Maria Theresientaler?

b) Berechnung des Münzpari.

1. Wieviel Reichsmark enthalten ebensoviel Feingold wie 100 K in Gold? (1 kg Feingold = 3280 K = 2790 Reichsmark.)

Reichsmark x	100 Kronen,
wenn 3280	2790 Reichsmark
$x = 27900 : 328 = 85.06$ Reichsmark.	

100 K in Gold enthalten ebensoviel Feingold wie 85.06 Reichsmark.

Die Angabe, wieviel Stück einer Münzsorte genau soviel Feinmetall enthalten wie eine bestimmte Anzahl einer anderen Münzsorte, heißt Münzpari (Münzparität).

2. Wieviel Dollars enthalten ebensoviel Feingold wie ein Zehnkronenstück?
 (1 kg Feingold = 664.66 Dollars = 328 Zehnkronenstücke.)
3. Wieviel Kronen enthalten ebensoviel Feingold wie 10 Dollars?
4. In wieviel Zehnkronenstücken ist ebensoviel Feingold enthalten, wie in 100 Dukaten? (233.87 g $23\frac{2}{3}$ -karatiges Münzgold geben 67 Stück Dukaten.)

Zehnkronenstücke	x	100 Dukaten
67		233·87 g Münzgold
24		23 $\frac{2}{3}$ g Feingold
1000		328 Zehnkronenstücke
x = 112·9 Zehnkronenstücke,		
daher 100 Dukaten = 1129 K		
1	"	= 11·29 K.

5. Wieviel österr. Zehnkronenstücke enthalten ebensoviel Feingold wie a) 1 deutsches Zehnmarkstück, b) 1 englischer Sovereign, c) 1 russischer Halbimperial (172·22 Stück Halbimperiale enthalten 1 kg Feingold), d) 1 Stück à 10 Frank, e) 1 Stück à 10 X, f) 1 türk. Goldlira?
6. Welchen Wert in österr. Kronen besitzen: a) 100 Frank, b) 100 10-Mark-Stücke, c) 100 20-Mark-Stücke, d) 50 5-Mark-Stücke, 0·900 fein, e) 112 Imperialen à 12 Rubel, f) 100 £, g) 325 £?
7. a) Wieviel Pfennige, b) wieviel Centimes ist 1 österr. Krone? c) Wieviel Centimes sind 1 Mark?
8. Wieviel Dollars sind 48 Sovereigns? (D. h. wieviel Dollars enthalten ebensoviel Feingold wie 48 Sovereigns?)
9. Wieviel Sovereigns sind 5000 Mark?
10. Wieviel österr. Kronen sind 24 amerikanische Eagles (spr. Ähl) oder Adler? (66·462 Adler enthalten 1 kg Feingold.)

c) Berechnung der Münzen nach dem Kurse.

Die Kurantmünzen sind im Auslande, die Handelsmünzen im In- und Auslande Preisschwankungen ausgesetzt, die von den politischen und Handelsverhältnissen der Staaten abhängen.

Ihr Kurswert wird täglich auf Börsen bestimmt und im Kursblatte und in Zeitungen unter der Überschrift „Valuten“ veröffentlicht.

Bei Goldmünzen wird der Kurswert nach Stück, bei den ausländischen Banknoten für je 100 Einheiten der fremden Währung in inländischer, in Österreich also in der Kronenwährung notiert.

Auszug aus dem Kursblatt der Wiener Börse vom 6. Dezember 1907:

Valuten.	Geld	Ware
	Kronen	
Kaiserliche Münz-Dukaten*) per Stück	11·36	11·40
„ Rand-Dukaten*) „ „	11·30	11·33
Sovereigns „ „	24·10	24·16
20-Frank-Stücke „ „	19·16	19·19
20-Mark-Stücke „ „	23·56	23·62
Deutsche Reichsbank-Noten oder denselben gleichgehaltene		
Noten für 100 R.-M. per Kassa	117·82	118·02
Italienische Banknoten für 100 it. Lire	95·80	96—
Papier-Rubel per Stück	2·52	2·53

*) Münzdukaten sind neu geprägte, Randdukaten bereits im Umlaufe befindliche, noch vollwertige Dukaten.

Der in der Kolonne „Geld“ angegebene Kurs zeigt an, um welchen Preis man diese Münze verkaufen, jener unter „Ware“, um welchen Preis man die Münze kaufen konnte.

Die bei Börsengeschäften (Käufen und Verkäufen) erzielten Preise liegen meist zwischen diesen Grenzwerten. In Banken und Wechselstuben zahlt der Käufer „Ware“, der Verkäufer bekommt „Geld“, ersterer mit Zugählen, letzterer mit Abzug der Provision.

Beforgt ein Sensal den Kauf oder Verkauf von Münzen, so ist ihm die Sensarie (Courtage), meist 1‰ zu bezahlen, wovon auf Käufer und Verkäufer je die Hälfte entfällt.

1. Berechne den Kaufpreis (Verkaufspreis) folgender Münzgattungen:

a) 175 Stück kais. Randdukaten,	e) 27 10-Frank-Stücke,
b) 128 20-Mark-Stücke,	f) 150 engl. Sovereigns,
c) 34 10-Mark-Stücke,	g) 463 Deutsche Reichsbanknoten,
d) 45 20-Frank-Stücke,	h) 1280 Lire in Banknoten!
2. Jemand kauft zu den vorstehenden Kursen a) 135 Stück Münz-Dukaten, b) 45 Sovereigns; wieviel Kronen hat er dafür zu zahlen?
3. Wieviel Kronen erhält man zu den obigen Kursen für verkaufte a) 120 Zwanzigfrankstücke, b) 135 Zwanzigmarkstücke, c) 86 Papier-Rubel?
4. Ein Kommissionär kauft 75 Zwanzigfrankstücke im Kurse zu 19·82 K und rechnet $\frac{1}{2}\%$ Provision; auf welchen Betrag lautet die Rechnung?
5. Für 53 Zwanzigfrankstücke zahlt jemand eine Banknote von 1000 K und erhält 17·8 K zurück; zu welchem Kurse wurde gekauft?
6. Für 440 Stück Dukaten werden mit Einrechnung von $\frac{1}{2}\%$ Sensarie 4930 K 46 h gezahlt; zu welchem Kurse wurden die Dukaten gerechnet?
7. Wieviel Kronen sind a) für 120 Franken, b) für 365 Mark zu obigem Kurse zu zahlen?
8. Zu welchem Kurse werden 42 Zwanzigfrankstücke gekauft, wenn sie mit 829·92 K bezahlt werden?
9. Wieviel deutsche Reichsmark bekommt man für 2852 K 90 h?
10. Man wechselt a) 643·5 M, b) 537 Fr, c) 67 $\frac{1}{2}$ £ in österreichische Kronen um; wieviel erhält man insgesamt?
11. Jemand läßt 800 Pfund Sterling kaufen und zahlt dafür samt $\frac{1}{2}\%$ Sensarie 19409 K 70 h; zu welchem Kurse ist gekauft worden?
12. Jemand ist in Frankfurt 8000 Mark schuldig; er kauft sie mit $\frac{1}{2}\%$ Sensarie; wieviel hat er zu zahlen?
13. Ein Sensal kauft im Auftrage 640 Sovereigns und 180 russische Fünfrubel-Stücke (zum Kurse 12·65); wieviel hat er bei $\frac{1}{2}\%$ Sensarie zu fordern?
14. Wieviel Münz-Dukaten kann man nach dem Kurse unseres Kursblattes für 1000 Kronen kaufen?
15. B läßt durch einen Sensalen 1500 Achtgulden-Goldstücke verkaufen; wie groß ist die Einnahme zum Kurse 19·12 bei $\frac{1}{2}\%$ Sensarie?
16. Wenn kaiserliche Dukaten im Kurse von 11·31 auf 11·43 steigen, wieviel % beträgt die Kurssteigerung?

17. Wieviel % beträgt das Goldagio, wenn das 8 fl.=Goldstück auf 19·16 steht? (Ein 8 fl.=Goldstück = 19·16 K Papier = 19·045 K Gold.)
18. Ein Schmuck aus Gold Nr. III wiegt 75 g. Wieviel kostet er, wenn die Fassion 40% des Metallwertes beträgt?
19. Ein Schmuck aus Gold Nr. II wiegt 3·5 *dkg*; welchen Goldwert hat derselbe, wenn 1 *kg* feines Gold mit 3280 K gerechnet wird?
20. Wie schwer ist eine Kette aus Gold Nr. III, wenn der Goldwert derselben 147 K 33 h beträgt? (Das *kg* Feingold zu 3280 K mit 0·18% Abzug.)

VII. Berechnung der Wechsel und Wertpapiere.

Schuldschein und Quittung.

Geschäftsfall: Max Richter in Wien kauft von Franz Haas daselbst um 2000 K Hüte und verpflichtet sich, die Hütlieferung nach 2 Monaten bar zu bezahlen.

Im Vertrauensfalle begnügt sich der Verkäufer mit dem einfachen mündlichen oder brieflichen Zahlungsversprechen; sicherer ist es, vom Käufer eine schriftliche Urkunde, Schuldschein genannt, zu verlangen; sie lautet:

Stempel

Schuldschein

über Kronen zweitausend d. i. 2000 K, die ich Unterzeichneter dem Herrn Franz Haas, Huterzeuger in Wien, für die mir heute gelieferten 250 Hüte schuldig bin. Ich verpflichte mich hiemit, die ganze Summe von heute ab nach 2 Monaten bar zu bezahlen und, falls ich diesen Zahlungstermin nicht einhalten sollte, von da ab Verzugszinsen zu fünf Prozent zu entrichten.

Wien, am 4. Jänner 1909.

Max Richter,

Huthändler, wohnhaft
in Wien.

Mit welchem Stempel (nach Skala II) ist dieser Schuldschein zu versehen? (Die Stempelskalen sind in jedem Kalender zu finden.) — Falls Max Richter am 4. März 1909 diese Schuld bezahlt, bestätigt ihm Franz Haas den Empfang durch Ausstellung einer Quittung (Stempel nach Skala II) unter Ausfolgung des Schuldscheines.

Stempel

7 K 50 h

Quittung

über Kronen zweitausend d. i. 2000 K, die ich von Herrn Max Richter, Huthändler in Wien, für die ihm am 4. Jänner 1908 gelieferten Hüte heute bar erhalten habe.

Wien, am 4. März 1909.

Franz Haas,
Huterzeuger.

Im Falle jedoch Max Richter nach Ablauf der Zahlungsfrist trotz wiederholter Aufforderung seine Schuld nicht bezahlt, muß Franz Haas als Gläubiger gegen Max Richter beim zuständigen Bezirksgerichte die Klage überreichen.

Dieser Weg ist kostspielig und oft langwierig; deshalb gebraucht man in der Geschäftswelt eine besondere Art von Schuldurkunden, **Wechsel** genannt, die gesetzlich eine schnelle und sichere Rechtsverfolgung gewähren.

1. Wechselfunde.

Für diesen Geschäftsfall lautet der Wechsel:

Eigener Wechsel.

a) *Wien, am 4. Jänner 1909.* *Per 2000 K.*
Zwei Monate a dato zahle ich gegen diesen Sola-
Wechsel an Herrn Franz Haas die Summe von Kronen
Zweitausend.
An
mich selbst *Max Richter.*
in Wien.

Angenommen, Franz Haas ist dem Baumeister Karl Sitte 2000 K schuldig und er will die Bezahlung durch seinen Schuldner Max Richter veranlassen; die Aufforderung dazu kann in folgendem Wechsel lauten:

Gezogener Wechsel.

b) *Wien, am 4. Jänner 1909.* *Per 2000 Kronen.*
Drei Monate nach heute zahlen Sie gegen diesen
Prima-Wechsel an die Order des Herrn Karl Sitte die
Summe von Kronen Zweitausend.
Wert in Waren und stellen ihn auf Rechnung
laut Bericht.
An Herrn Max Richter *Franz Haas.*
in Wien.
Angenommen:
Max Richter.

Eine Urkunde, in der sich der Aussteller unter wechselrechtlicher Haftung verpflichtet, eine bestimmte Geldsumme an eine gewisse Person zu einer bestimmten Zeit entweder selbst zu zahlen oder durch eine dritte Person zahlen zu lassen, wird **Wechsel** genannt. Die wesentlichen Merkmale eines Wechsels sind: 1. Ort und Datum der Ausstellung, 2. die Wechselsumme in Ziffern und Buchstaben, 3. die Zeit der Zahlung (der Verfallstag), 4. der Name des Wechselschuldners, 5. das Wort „Wechsel“ im Texte, 6. der Name des Wechselgläubigers und 7. die Unterschrift des Ausstellers (des Trassanten).

Rücksichtlich des Zahlers unterscheidet man 1. eigene Wechsel und 2. fremde (gezogene oder trassierte) Wechsel.

Bei fremden Wechseln ist der Aussteller verpflichtet, auf Verlangen des Übernehmers mehrere gleichlautende Exemplare des Wechsels auszufolgen, die darin als Prima, Sekunda, Tertia bezeichnet werden. Von diesen wird zuerst die Prima versendet, und wenn diese verloren ginge, die Sekunda uß. Diese Vervielfältigung findet nicht statt bei eigenen Wechseln, die darum auch Sola-Wechsel (Einzelwechsel) heißen.

Eigene Wechsel heißen jene, in denen sich der Aussteller verpflichtet, die Wechselsumme selbst zu zahlen.

Der Schuldner ist dann nach „Wechselstrenge“, d. i. nach den strengen Bestimmungen des Wechselrechtes, verpflichtet, nach zwei Monaten dem Inhaber dieses Wechsels die darin genannte Summe zu zahlen. Wird die Wechselsumme nicht rechtzeitig gezahlt, dann tritt eine sehr schnelle Rechtshilfe durch ein eigenes Gericht, das Handelsgericht ein, so daß der Wechselinhaber schon nach wenigen Wochen die ganze Schuldsomme erhält. Bei Nichteinhaltung der in einem gewöhnlichen Schuldscheine ausgesprochenen Verpflichtung dagegen dauert es bis zur Zahlung des Schuldbetrages viele Monate, weil zunächst die Kündigung des Schuldbetrages erfolgen muß (in der Regel 3 Monate), worauf erst die Klage beim Bezirksgerichte überreicht werden kann.

In einem eigenen Wechsel sind wenigstens zwei Personen genannt: 1. der Aussteller, der sich zur Zahlung der Wechselsumme verpflichtet (hier Richter); 2. der Remittent oder der erste Inhaber des Wechsels, dem sich der Aussteller die Zahlung zu leisten verpflichtet (hier Haas).

Gezogene oder trassierte Wechsel sind solche Wechsel, in denen sich der Aussteller verpflichtet, die Wechselsumme durch eine dritte Person zahlen zu lassen. Z. B.: E. Fischer in Wien erhält von H. Wittgen in Reichenberg Waren im Betrage von 1200 K, zahlbar nach drei Monaten. In Wien wohnt aber der Kaufmann J. Moser, der selbst wieder ein Schuldner des Fischer ist. Statt daß Fischer die Summe selber an seinen Reichenberger Gläubiger zahlt, verpflichtet er den Moser zu dieser Zahlung durch folgenden Wechsel:

Gezogener Wechsel.

Wien, am 15. Februar 1909.

Per 1200 Kronen.

Drei Monate nach heute zahlen Sie gegen diesen Prima-Wechsel an Herrn H. Wittgen die Summe von Eintausend zweihundert Kronen.

E. Fischer.

An
Herrn **Jos. Moser**
in Wien.

Angenommen:
Jos. Moser.

Diesen Wechsel präsentiert Fischer oder Wittgen dem Moser zur Annahme. Moser erklärt sich durch seine Unterschrift auf dem Wechsel zur Zahlung bereit, d. h. er akzeptiert den Wechsel mit den Worten „Angenommen oder akzeptiert: Josef Moser.“

Bei einem fremden Wechsel kommen im allgemeinen vier Bezeichnungen für die in Rede stehenden drei Personen vor: 1. der Aussteller oder Trassant (hier Fischer); 2. der Bezogene oder Trassat, der, wenn er sich zur Zahlung verpflichtet hat, Akzeptant heißt (hier Moser); 3. der eigentliche Wechselgläubiger, auch Remittent oder Präsentant genannt (hier Wittgen).

Von den Abarten des gezogenen Wechsels sind in der Geschäftswelt die Wechsel auf eigene Order, in welcher der Gläubiger selbst der Aussteller ist, sehr beliebt.

Der erste (Seite 207) angeführte Wechsel könnte demgemäß auch so lauten:

c)

<i>Wien, am 4. Jänner 1909.</i> <i>Zwei Monate nach heute zahlen Sie gegen diesen Prima-Wechsel an die Order von mir selbst (an meine eigene Order) die Summe von Zweitausend Kronen.</i> <i>Herrn Max Richter hier.</i> <i>Angenommen:</i> Max Richter.	<i>Für 2000 Kronen.</i> Franz Haas.
--	--

Ein Kaufmann nennt jene Wechsel, die er zu zahlen hat, Tratten, jene aber, die ihm bezahlt werden müssen, Rimessen.

Die im Wechsel bestimmte Zeit zur Zahlung der Wechselsumme, d. i. die Verfallszeit, kann auf verschiedene Arten festgesetzt werden:

a) Auf einen bestimmten Tag, z. B.: 8. Mai d. J., medio Mai d. J. (unter medio versteht man immer den 15. des Monats), ultimo Mai d. J. (31. Mai), ultimo Juni (30. Juni).

b) Auf eine bestimmte Zeit nach dem Tage der Ausstellung, z. B. 2 Monate a dato, d. i. 2 Monate nach heute.

c) Nach Sicht, z. B. 8 Tage nach Sicht, d. h. 8 Tage, nachdem der Wechsel zur Akzeption präsentiert worden ist. (Bei Sichtwechseln muß das Datum der Akzeption beigesetzt werden.)

d) Auf einen bestimmten Jahrmarkt (Markt- oder Meßwechsel).

Damit der Wechsel als kaufmännisches Zahlungsmittel in ausgedehntestem Umfange verwendet werden könne, ist der Remittent berechtigt, den Wechsel samt den ihm daraus zustehenden Rechten einem andern abzutreten. Das Übertragen der Rechte des Wechselinhabers an einen andern heißt indossieren oder girieren;*) es geschieht durch eine schriftliche Erklärung auf der Rückseite des Wechsels, Indossament oder Giro genannt, wie aus folgendem Beispiel ersichtlich ist:

*) Im Volksmunde nennt man das Gutstehen oder Bürgen für einen andern auch girieren.

Rückseite des Wechsels.

Für mich an die Order des Herrn A. Blau hier. Wien, 8. März 1909. H. Wittgen.	Für mich an die Order des Herrn C. Ziegler in Prag. Wien, 20. März 1909. A. Blau.	Für mich an die Order des Herrn D. Riemer hier. Prag, 8. April 1909. C. Ziegler.
---	---	--

Am Verfallstage wird der Wechsel von dem Eigentümer (Remittenten) dem Akzeptanten zur Zahlung präsentiert. Zahlt der Schuldner, so erhält er den Wechsel mit dem Vermerk „salbiert“ oder „pour acquit“ zurück und kann ihn vernichten.

Wenn ein Wechsel nicht zur rechten Zeit bezahlt wird, so muß dies durch den Richter oder einen Notar bescheinigt werden. Diese Bescheinigung heißt Wechselprotest. Wurde der Wechsel protestiert, so muß der Besitzer und jeder, der den Wechsel hatte, dies seinem Vorgesetzten (d. i. dem, von dem er den Wechsel bekommen hat) binnen 2 Tagen mittels Einschreibbrief melden.

Erst nach Aufnahme des Protestes ist ein Regreß möglich. Unter Regreß versteht man den Rückgriff auf frühere Besitzer und den Aussteller des Wechsels. Solange der Wechsel nicht bezahlt ist, haften alle früheren Besitzer mit dem Akzeptanten und dem Aussteller für die Bezahlung. Sie alle sind regreßpflichtig und es steht im Willen des Regreßberechtigten, sich an den Vordermann zu halten oder ob er alle zugleich angreifen will. Wechselprozesse sind äußerst streng und schleunig.

Die Hinausschiebung des Zahlungstages eines Wechsels heißt Prolongation des Wechsels; sie wird dem Akzeptanten gewöhnlich nur vom Aussteller eines nicht girierten Wechsels gewährt, da ein anderer Wechselinhaber dadurch sein Regreßrecht verlieren würde.

2. Wechselrechnung.

a) Wechseldiskont.

Wechsel, die auf die Valuta des eigenen Handelsplatzes lauten und daselbst zahlbar sind, heißen Platzwechsel. Wenn ein Platzwechsel vor dem Verfallstage verkauft wird, so muß sich der Verkäufer wegen der früheren Bezahlung einen Abzug gefallen lassen, der von der Zeit abhängt, die der Wechsel noch zu laufen hat und von der Höhe des ausbedungenen Prozentsatzes. Dieser Abzug heißt Diskont. Einen Wechsel vor der Verfallszeit gegen Abzug des Diskontes verkaufen, heißt denselben diskontieren.

Der Wechseldiskont wird in Prozenten für ein Jahr angegeben und von der Höhe der Wechselsumme nach der Prozentrechnung von Hundert bestimmt, da die Laufzeit der Wechsel sehr gering ist. Man berechnet daher den Wechseldiskont für die Zeit vom Kauftage bis

zum Verfallstag wie die Zinsen auf Tage, rechnet jedoch bei Ausmittlung der Tage jeden Monat zu so viel Tagen, als er nach dem Kalender hat; doch wird das Jahr öfters auch zu 360 Tagen angenommen.

Für Beträge unter 50 h wird kein Diskont gerechnet; für Beträge aber von 50 h bis zu einer Krone wird der Diskont für eine Krone gezahlt. B. B.: Für 265 K 28 h werden 265 K, für 265 K 57 h aber 266 K angenommen.

1. Ein Platzwechsel von 350 K, fällig am 20. Juni, wird am 23. April mit $4\frac{1}{2}\%$ Diskont verkauft; wieviel beträgt a) der Diskont, b) der diskontierte Wert?

Diskontierungstag 23. April

Verfallstag 20. Juni

im April 7 Tage

„ Mai 31 „

„ Juni 20 „

zusammen 58 Diskonttage.

$$350 \text{ K geben zu } 4\frac{1}{2}\% \text{ in 58 Tagen} = \frac{3 \cdot 5 \times 4\frac{1}{2} \times 58}{360} \text{ K} = 2.54 \text{ K Zinsen;}$$

Wechselsumme 350. — K

ab $4\frac{1}{2}\%$ Diskont für 58 Tage 2.54 „

Diskontierter Wert 347.46 K

Im praktischen Leben berechnet man den Diskont nach der bekannten Regel:

$$\text{Zinsen für Tage} = \frac{\text{Zinsheller} \times \% \times \text{Tage}}{360}$$

Allgemein: Die Zinsen für eine bestimmte Anzahl von Tagen sind gleich dem Produkte aus den Zinshellern, dem Zinsfuß und der Zahl der Tage, dividiert durch 360.

2. Ein Wechsel von 1565 K, der nach 24 Tagen zahlbar ist, wird zu $4\frac{1}{2}\%$ diskontiert; wie groß ist a) der Diskont, b) der diskontierte Wert?
3. Berechne den Diskont und den diskontierten Wert für folgende Wechsel:

Wechselsumme	Kauftag	Verfallstag	Diskont
a) 1834 K 56 h	3. April	31. Mai	4%;
b) 1598 „ 80 „	27. März	2. Mai	5%;
c) 960 „ — „	18. Juni	14. August	$4\frac{1}{2}\%$!

4. Am 27. Juni wird ein Wechsel von 2664 K pr. 5. August zu 5% diskontiert; wie groß ist sein Wert?
5. Man kauft am 4. Jänner einen Wechsel pr. 300 K, fällig medio Feber, mit $4\frac{1}{2}\%$ Diskont; wieviel ist dafür zu zahlen?
6. Ein Wechsel über 2844 Mark, zahlbar 14 Tage nach Sicht, akzeptiert am 25. September, wird am 1. Oktober mit 4% Diskont verkauft; wieviel nimmt man dafür ein?
7. Welchen Wert hat am 22. Mai bei $4\frac{1}{2}\%$ Diskont ein Wechsel von 655 K, zahlbar ultimo Juni?

8. Ein am 12. Juli 3 Monate a dato ausgestellter Wechsel pr. 2517·88 K wird am 26. August mit $4\frac{1}{4}\%$ diskontiert; wieviel beträgt der diskontierte Wert?
9. Am 25. Juni werden folgende Wechsel zu $4\frac{1}{2}\%$ diskontiert:
 5470 K auf F. Lang, pr. 20. Juli,
 3088 " " R. Fritzsche, vom 31. Mai, 2 Monate a dato,
 970 " " G. Roth, 31 Tage nach Sicht, akzeptiert 12. Juni;
 wie groß ist der diskontierte Wert dieser Wechsel?
10. Für einen am 2. April gekauften, ultimo Mai fälligen Wechsel beträgt der Diskont zu 6% 24·19 K; wie groß war die Wechselsumme?

b) Wechselreduktion.

Wechsel, die auf fremde Handelsplätze und gewöhnlich auch auf eine fremde Währung lauten, heißen ausländische Wechsel oder Devisen. Beim Ein- oder Verkaufe von Devisen muß nach einem gegebenen Wechselkurse der Betrag des fremden Geldes (die Wechselvaluta) in die eigene Währung, oder umgekehrt umgerechnet werden. Diese Rechnung nennt man die Wechselreduktion.

Der Wechselkurs bezieht sich immer auf zwei Geldwährungen, die des eigenen und die des fremden Handelsplatzes; es wird nämlich angegeben, daß für eine unveränderliche oder feste Summe der fremden Valuta eine veränderliche, bald größere, bald geringere Summe der eigenen Valuta geleistet wird. **An den österreichischen Börsen bilden immer 100 (für London 10) Einheiten des fremden Geldes die feste Valuta.** Der notierte Kurs gibt an, wieviel Kronen dafür gezahlt oder empfangen werden. Wer in einer Bank 100 Franken kauft, zahlt (für die „Ware“) 96·05 K; wer aber 100 Franken in Wien einwechselt, bekommt dafür (an „Geld“) 95·92 K.

Auszug aus dem Kursblatt der Wiener Börse vom 6. Dezember 1907.

Devisen.		Geld	Ware
		Kronen	
Amsterdam	für 100 holl. Gulden	199·55	199·75
Deutsche Bankplätze „	100 Mark	117·80	118·—
London	10 Pf. Sterling	241·50	241·70
Ital. Bankplätze „	100 Lire	95·90	96·—
Paris	100 Franken	95·92	96·05
Zürich	100 „	95·55	95·67

In den Kursblättern der verschiedenen Börsen werden die Wechselkurse entweder „a vista“, d. i. für solche Wechsel notiert, welche sofort nach der Vorweisung fällig sind; oder „für kurze Sicht“, d. i. für Wechsel mit 8 bis 10 Tagen Laufzeit; oder „für lange Sicht“, das ist für Wechsel mit einer Laufzeit von 2—3 Monaten. In dem Wiener Kursblatte gelten alle Kurse für a vista-Wechsel.

In den nachfolgenden Aufgaben beschränken wir uns auf Devisen, deren Verfallszeit mit derjenigen, für welche der Kurs gilt, übereinstimmt.

1. Jemand kaufte zu den vorstehenden Kursen:
 - a) einen Wechsel auf Amsterdam pr. 2548 fl. holländisch,
 - b) " " " Zürich pr. 3050 Franken;
 wieviel hatte er dafür zu zahlen?
2. Jemand verkaufte zu vorstehenden Kursen: a) einen Wechsel auf Berlin pr. 4512 Mark, b) einen Wechsel auf London pr. 278 Pfund Sterling; wieviel nahm er dafür ein?
3. Ein Wiener hat in Amsterdam eine Zahlung von 2360 fl. holländisch zu leisten. Er will diese durch Übersendung eines Wechsels begleichen, den er zum Kurse 206·40 K einkauft; wieviel muß er für diesen Wechsel bezahlen?
4. Ein Wiener hat in Berlin 2915 Mark zu fordern und will diese Forderung mittels eines Wechsels, den er auf seinen Schuldner ausstellt und à 117·80 K für 100 Mark verkauft, an sich bringen; wieviel nimmt er für diesen Wechsel ein?
5. Wenn in Berlin je 100 K mit 84·5 Mark notiert sind, auf wieviel Kronen müßte in Wien die Notierung für je 100 Mark lauten, damit die beiden Notierungen gleichwertig seien?
6. Ein Wiener schuldet in London 161 £ 12 sh; er will diese Schuld durch eine Remesse berichtigen, die er à 249·70 (10 Pf. Sterling = 249·70 K) einkauft; wieviel muß er dafür bezahlen?
7. Ein Pariser Kaufmann ist einem Prager 6044 K schuldig. Der Prager trassiert zu 99·10; auf wieviel Franken ist die Tratte auszustellen?
8. Wieviel kostet ein Wechsel auf Mailand per 5329 Lire zum Kurse 88·60 K für 100 Lire, wenn $\frac{1}{2}\text{‰}$ Sensarie gerechnet wird?
9. Berlin remittiert nach Wien 2772 K; wieviel zahlt es bei 1‰ Sensarie zum Kurse 85 (100 K = 85 Mark) für die Remesse?
10. Mailand hat nach Wien 2450 Lire zu zahlen; Wien trassiert auf Mailand. Wieviel erhält es für die Tratte (Ertg. $\frac{1}{2}\text{‰}$)?
11. Wien trassiert für eine Forderung von 7520 Fr auf Paris zum Kurse 95·32; wieviel K erhält es (Ertg. $\frac{1}{2}\text{‰}$)?
12. Für die Forderung von 7520 Fr läßt sich Wien von Paris remittieren; wieviel K erhält es zum Kurse Paris—Wien 104·80 (Ertg. $\frac{1}{2}\text{‰}$)?
(Welche Eintassierungsart ist für Wien vorteilhafter?)
13. Für eine Schuld von 4807 fl. holl. nach Amsterdam läßt Wien auf sich trassieren; wieviel K hat Wien zu zahlen, wenn der Kurs Amsterdam—Wien 50·48 ist (Ertg. $\frac{1}{2}\text{‰}$)?
14. Wieviel hat Wien für 4807 fl. holl. Schuld nach Amsterdam zu remittieren, wenn Wien auf Amsterdam 198·15 notiert ($\frac{1}{2}\text{‰}$ Ertg.)?
(Welche Zahlungsart ist für Wien vorteilhafter?)

3. Effektenrechnung.

Wenn ein Staat genötigt ist, ein Anlehen aufzunehmen, so teilt er, damit sich daran auch kleinere Kapitalisten beteiligen können, die ganze Anlehenssumme in viele kleinere Beträge und stellt darüber den Gläubigern Schuldverschreibungen aus, die Staatspapiere, auch Staatsobligationen oder öffentliche Fondspapiere heißen. Der Kapitalbetrag, auf den ein Staatspapier lautet, heißt Nominalwert (Nennwert). Die Staatspapiere sind entweder verzinsliche Obligationen, für die in bestimmten Zeiträumen (Termine) die Zinsen nach einem bestimmten Zinsfuße, und zwar gewöhnlich gegen gedruckte Zinsanweisungen, Coupons^{*)}, ausgezahlt werden, oder Lose,

30 3%-ige Prämien-Schuldverschreibung. Zinsen-Coupon. <i>Am 1. Dezember 1909 zahlt die k. k. priv. allgem. österr. Boden-Kredit-Anstalt dem Überbringer dieses Coupons 3 K österr. Währung.</i> <i>K. k. priv. allgem. österr. Boden-Kredit-Anstalt.</i>	30 <i>1. Dezember 1909.</i> <i>S. 3457.</i> <i>No. 059.</i> <i>3 K ö. W.</i>
--	--

deren Erträgnis in bestimmten Gewinnten besteht, die in festgesetzten Ziehungen entfallen. Einige Lose gewähren außer der Möglichkeit, einen großen Gewinn zu machen, auch regelmäßige Zinsen.

Für großartige Unternehmungen, die sehr hohe Kapitalien erfordern, z. B. Eisenbahnbauten, Kreditkassen, Berg- und Hüttenwerke, bilden sich Gesellschaften, die das erforderliche Kapital, in kleinere gleiche Teile geteilt, von vielen Geldbesitzern aufnehmen. Die Urkunde, die dem Geldgeber für jede einzelne Geldeinlage ausgestellt wird, nennt man Aktie und die Gesellschaft selbst Aktiengesellschaft. Das Erträgnis der Aktien heißt Dividende. Außer den Aktien werden von den Aktiengesellschaften häufig auch verzinsliche Schuldverschreibungen hinausgegeben, die zwar zu keinem Teile am Gewinne berechtigen, dagegen hinsichtlich der Verzinsung ein Vorrecht (Priorität) vor den Aktien genießen. Sie heißen Prioritäts-Obligationen oder Prioritäten.

Schuldscheine, die von Banken und Kreditvereinen ausgestellt werden und durch die dem Inhaber für seine Forderung die darin ausgedruckte Hypothekensicherheit geboten wird, heißen Pfandbriefe.

Die öffentlichen Fondspapiere, die Aktien, Prioritäten und Pfandbriefe werden mit dem gemeinschaftlichen Namen **Effekten** bezeichnet.

Die Effekten haben einen veränderlichen Wert, welcher Kurs heißt und entweder für je 100 Einheiten des Nominalwertes oder per Stück angegeben wird. An den österreichischen Börsen werden die Kurse in Kronen, und zwar bei sämtlichen Aktien sowie bei Privatlosen per Stück, dagegen bei allen Staatspapieren, Grund-

^{*)} Ein Coupon hat ungefähr nachstehende Form.

entlastungs-Obligationen, Pfandbriefen und den meisten Prioritäts-Obligationen für 100 Kronen des Nominalwertes notiert.

Beim Kaufe zinstragender Effekten müssen dem Verkäufer nebst dem Kapitalwerte auch die noch nicht behobenen Zinsen vom letzten Zinstermine bis zum Tage des Kaufes vergütet werden.

Bei der Berechnung des Einkaufs- oder Verkaufswertes der Effekten verfährt man auf folgende Art:

1. Man bestimmt den Kurswert der Effekten, d. i. den Wert derselben mit Rücksicht auf den Kurs.

2. Bei verzinslichen Staatspapieren berechnet man die Zinsen vom letzten Zinstermine bis zum Kauftage und addiert sie zu dem früher gefundenen Kurswerte. Der Monat wird dabei zu 30 Tagen angenommen und der Kauftag nicht mitgezählt.

Die Zinsen der Effekten werden immer vom Nominalwerte berechnet.

Bezüglich der in Silber und in Gold verzinslichen Effekten besteht an den österreichischen Börsen die Übung, daß die laufenden Zinsen ohne Zuschlag berechnet werden.

1. Folgende Lose sind ohne Zinserträgnis. a) Wieviel muß man für sie beim Einkaufe zahlen? b) Wieviel erhält man dafür beim Verkaufe zum nachstehenden Kurse?

	Geld	Ware
12 Stück Kreditlose per Stück K	393·50	395·50
8 " Wiener Kommunallose " " "	388·—	390·—
6 " Palfy-Lose. . . . " " "	129·50	131·—

2. Jemand verkaufte am 27. Juli 8 Stück Aktien der österr.-ungar. Bank (Zinsen 5% seit 1. Juli, Nennwert 1400 K), Kurs per Stück: Geld 1682·—, Ware 1685; wieviel nahm er dafür ein?

8 Stück Aktien der österr.-ungar. Bank 13 456 K — h
Zinsen von 8 Stück à 1400 K = 11.200 K vom

1. Juli bis 27. Juli, d. i. für 26 Tage . . . 40 „ 44 „
Einnahme: 13 496 K 44 h

3. Am 27. Juli kaufte jemand 5000 K österr. Goldrente (Zinsen 4% seit 1. April) Kurs per 100 K Nominalwert: Geld 122·20, Ware 122·40; wieviel muß er dafür zahlen?

Nominalwert 5000 K,

Kurswert für 5000 K österr. Goldrente à 122·40 6120 K — h
4% Zinsen vom 1. April bis 27. Juli, d. i.

116 Tage von 5000 K 64 „ 44 „

Zahlung: 6184 K 44 h

4. Am 6. August wurden verkauft:

- a) 8 Stück Lose vom Jahre 1860, Nominalwert per Stück 1000 K, Zinsen 4% seit 1. Mai, Kurs per 100 K: Geld 150·50, Ware 154·50;
- b) 12000 K Papierrente, Zinsen seit 1. Mai (5%, davon 16% Einkommensteuer ab, daher 4·2%), Kurs per 100 K: Geld 98·95, Ware 99·15;
- c) 2400 K ungar. Goldrente, 4% Zinsen seit 1. Juli, Kurs per 100 K: Geld 98·20, Ware 98·35.

Wie groß war die Einnahme für sämtliche Effekten?

5. Am 15. Oktober kauft jemand

- a) 6 Stück Aktien der österr. Kreditanstalt, Nennwert 320 K, 5% Zinsen seit 1. Juli, Kurs: Geld 699·75, Ware 700·75,
- b) 3 Stück Aktien der österr. Nord-Westbahn à 400 K, 5% Zinsen seit 1. Juli, Kurs per Stück: Geld 496·50, Ware 498·50.

Wieviel ist für diese Effekten bei $\frac{1}{2}\%$ Senfarie zu zahlen?

6. Am 11. August verkauft man

- a) 10 Stück 4%-ige österreichische Kronenrente à 200 K, Zinsen seit 1. Mai, Kurs: Geld 97·90, Ware 98·10,
- b) 8000 K 4½%-ige Pfandbriefe der österreichischen Bodenkreditanstalt, Zinsen seit 1. April, Kurs: 98·75, Ware 99·15.

Wie groß ist der Reinertrag bei $\frac{1}{2}\%$ Senfarie?

7. Am 28. August werden 2800 K Silberrente gekauft, Kurs: Geld 98·10, Ware 98·45, Zinsen 4½% seit 1. Juli; wieviel ist dafür zu zahlen?

8. Wieviel muß man am 14. August für 3000 K ungarische Kronenrente zahlen? (Zinsen zu 4% seit 1. Juni, Kurs: Geld 96·40, Ware 96·50.)

9. Jemand verkauft am 13. Oktober 2000 K Anleihe der Stadt Wien; wieviel erhält er dafür? (Kurs: Geld 107·45, Ware 108·45; die Zahlung von 4% Zinsen erfolgt am 1. Januar und 1. Juli.)

10. Zu wieviel Prozent verzinst sich das Geld, für welches man folgende Effekten kauft:

- a) 4·2% Notenrente zum Kurse 99·35, b) 4% ungarische Kronenrente zum Kurse 94·85, c) 4% Anleihe der Stadt Teplitz zum Kurse 94·25, d) 5% Prioritäts-Obligationen der böhmischen Nordbahn zum Kurse 108·5?

11. Welche Verzinsung ergeben folgende Wertpapiere:

- a) 4%-ige österreichische Kronenrente zum Kurse 96·86,
- b) 4%-ige Pfandbriefe der österreichisch-ungarischen Bank zum Kurse 98·25,
- c) 5%-ige Aktien der Staatseisenbahn-Gesellschaft à 672,
- d) 4%-ige Pfandbriefe der österreichischen allgemeinen Bodenkreditanstalt zum Kurse 95·60?

12. Wenn 4·2%ige Obligationen auf 96·40 stehen, zu wieviel % verzinst sich ein in diesem Wertpapier angelegtes Kapital?
96·40 K Kapital bringen jährlich 4·2 K Zinsen usw.
13. Kauf: a) 6. Dezember, fl. 4000 österr. Währ. Mairrente à 96·80, Ertg. $\frac{1}{2}\%$,
b) 12. November, K 12000 österreichische Kronenrente à 97·05, Ertg. $\frac{1}{2}\%$. Kursblatt S. 274.
14. Verkauf: a) 18. Februar, 12 Stück à 200 fl. Silber Obligationen der Prager Eisenindustrie-Gesellschaft à 2387—, Zins 5% vom 1. Juli, Ertg. $\frac{4}{10}\%$.
b) 28. März, K 7000 Investitionsrente à 91·65, Zins $3\frac{1}{2}\%$ vom 1. Feber und 1. August, Ertg. $\frac{1}{2}\%$.
15. Wieviel erhält man am 24. Februar für 12 Stück Donauregulierungslosse à 275— pro Stück? (Nominalwert 100 fl. österreichischer Währung, Zinsenberechnungstermin 1. Jänner, Zinsfuß 5%.)
16. Wieviel kosten am 16. September 8 Stück Aktien der österreichisch-ungarischen Bank à 1774? (Nominalwert 1400 K, 5% Zinsen ab 1. Juli.)
17. Am 21. März werden 60 Stück Prämienanlehen der Stadt Wien (Wiener Kommunallosse) à 490 gekauft. Wieviel hat man mit Senfarie zu zahlen? (Der Kurs gilt pro Stück, die Senfarie 14 h pro Stück.)

VIII. Gewerbliche Rechnungen.*)

1. Jemand versäumt täglich $\frac{1}{2}$ Arbeitsstunde; a) wieviel Tage zu 10 Arbeitsstunden beträgt dies in 5 Jahren à 300 Arbeitstage; b) wieviel hätte er in dieser Zeit verdienen können, wenn die Arbeitsstunde zu 70 h veranschlagt wird?
2. Ein Gewerbsmann erhält Rohstoffe im Betrage von 520 K, zahlbar nach 6 Monaten; er trägt aber am Verfallstage nur 200 K ab und zahlt den Rest 4 Monate später samt den 5% Verzugszinsen; wieviel beträgt diese letztere Zahlung?
3. Berechne den Verkaufspreis für ein gewerbliches Erzeugnis, dessen Materialwert 240 K beträgt, wenn der Arbeitslohn für 20 Tage à 2·80 K berechnet und der Preiszuschlag für Regie und Kapitalzinsen mit 15%, der Gewinn mit 10% veranschlagt wird?
4. Ein Messerschmied verfertigt für sein Lager 1 Duzend Scheren. Hierzu braucht er: $1\frac{1}{2}$ kg Stahl à 1 K 40 h; Draht um 20 h; Schmirgel um 24 h; Rohlen um 1 K 20 h. Wie groß sind die Erzeugungskosten, wie groß der Verkaufspreis, wenn er an Arbeitslohn per Stück 1 K, für Regieauslagen und Zinsen 10% und für den Gewinn 15% rechnet?

*) Für Knaben-Bürger Schulen mit gewerblicher Richtung.

Kalkulation:

1½ kg Stahl à 1 K 40 h	2 K 10 h
Draht	— " 20 "
Schmirgel	— " 24 "
Kohlen	1 " 20 "
Lohn 12 mal 1 K	12 " — "

15 K 74 h

Hiezu 10 % Zuschlag für Regie und Zinsen 1 " 57 "

Erzeugungspreis 17 K 31 h

Hiezu 15 % Gewinn 2 " 60 "

Verkaufspreis von 1 Dutzend Scheren 19 K 91 h

Preis eines Stückes 1 " 66 "

5. Ein Bäcker benötigt zu 2500 Stück Kaisersemmeln 100 kg Auszugsmehl im Betrage von 46 K, Milch für 5·60 K, Gese für 2·40 K, Salz für 30 h und Holz für 2 K; wie groß sind a) die Erzeugungskosten, wenn für Regie und Kapitalszinsen 24 % einzubringen sind, und b) wie hoch stellt sich der Verkaufspreis für 100 Stück Semmeln, wenn der Bäcker 10 % gewinnen will und der Verlust für nicht verkaufte Gebäck mit 20 % und die Verkaufsprovision mit 15 % gerechnet werden? Macht bei dieser und den folgenden ähnlichen Aufgaben die Kalkulation nach dem Muster von Nr. 4.
6. Wenn 3 kg Mehl 5 kg Teig, diese 4 kg Brot geben, a) wieviel Mehl braucht der Bäcker, um 100 kg Teig zu machen; b) wieviel, um 100 kg Brot zu erhalten?
7. Ein Seifensieder braucht zu einem Zentner Talglichter 97 kg Talg à 92 h, 3½ kg Docht à 1 K 44 h und für 1 K 80 h Holz. Wie hoch kommt ihn 1 kg Talglichter, wenn er 6 K Arbeitslohn und von den Ausgaben 8 % Zinsen rechnet?
8. Die Schuhmacher einer Stadt haben wegen der höheren Lederpreise die Preise ihrer Erzeugnisse um 15 % gesteigert; wenn nun früher ein Paar Stiefel 14·8 K kostete, welchen Preis wird es jetzt haben?
9. Ein Buchbinder bezieht von einem Kaufmanne 4 Ries Papier à 11 K und 50 kg Pappendeckel à 36 h; er liefert ihm dafür 200 Schreibhefte à 12 h; wieviel hat er noch zu zahlen?
10. Ein Tischler braucht zur Ausführung eines Flügel Fensters von 2·2 m Höhe und 1 m Breite, in welches 6 Scheiben eingesetzt werden sollen, Eichenholz um 5·4 K, für die Fensterbank Tannenholz für 1·6 K, Beschläge für 6·4 K, 2½ Arbeitstage à 3·2 K; wie hoch kommt das Flügel Fenster, wenn noch 10 % Geschäftskosten dazu gerechnet werden?
11. Berechne nach folgenden Angaben den Preis eines Regelspielles: auf einen Regel gehen 0·004 m³ Rotbuchenholz à 24 K; die Bearbeitung eines Regels kostet 36 h; für jede der beiden Buchholzfugeln kostet

das Holz 4 K 30 h, der Arbeitslohn samt Schleifmaterial beträgt 2 K 10 h und das Polieren kostet 70 h per Stück.

12. Ein Tapezierer hat für ein Bett von 1·9 m Länge und 1 m Breite eine Federmatratze zu liefern. Er verwendet dazu 32 Stahlfedern, von denen das Duzend 5 kg wiegt und der Zentner 40 K kostet, 18 kg Seegras à 18 h, $2\frac{1}{2}$ m Drillich à 2 K, $\frac{1}{2}$ kg Federschnur für 90 h, 1 m Federleinen à 1 K 20 h, 18 m Gurten à 16 h, ein Holzgestell für 5 K und sonstiges Zugehör für 96 h. Die Arbeit vollendet ein Gehilfe in einem Tage und erhält dafür 4 K. Wie hoch beläuft sich der Selbstkostenpreis der Matratze?
13. Ein Kassatisch, der 2·3 m lang und 1·2 m breit ist, soll eine Steinplatte erhalten, die 1 dm Holzrand stehen läßt; wieviel kostet die Platte, wenn das Quadratmeter mit $17\frac{1}{4}$ K bezahlt wird?
14. Um 10 m³ Mauerwerk für das erste Stockwerk in Kalk ohne Verputz aufzuführen, sind erforderlich: 10 Maurertage à 3 K, 26 Handlanger-tage à 1 K 84 h, 3240 Ziegel à 30 K per 1000 Stück, 1 m³ Kalk 13 K, $1\frac{1}{5}$ m³ Sand à 4 K 40 h und ein Aufseherlohn 4 K 80 h; wie hoch belaufen sich die Gesamtkosten für 1 m³ Mauerwerk?

IX. Rechnen mit entgegengesetzten Zahlen.

Von den allgemeinen Zahlen.

Die Zahlen, mit denen bisher gerechnet wurde, z. B. 7, 18 K, $\frac{3}{4}$ hl, $1\frac{1}{2}$ m, 2·5 kg . . . drückten eine genau bestimmte Menge von Einheiten aus; sie werden **besondere Zahlen** genannt und durch Ziffern bezeichnet.

Die Zahl 5 bedeutet nie mehr und nie weniger als

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 \text{ (Einheiten).}$$

Bezeichnen die Buchstaben a, b, c, d . . . die Seiten und u den Umfang eines Dreiecks, eines Vierecks . . . und ist im Dreieck $a = 9 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$, so ist dessen Umfang in Ziffern . . . $u = 9 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$; in Buchstaben . . . $u = a + b + c$.

In einem Viereck sei: $a = 70 \text{ mm}$, $b = 45 \text{ mm}$, $c = 50 \text{ mm}$, $d = 62 \text{ mm}$; wie groß ist sein Umfang (in Ziffern, in Buchstaben)?

Wie lang sind die Strecken: $S = a + b + c + d$, $s = a + c + d$, für $a = 2 \text{ km}$, $b = 3\frac{1}{2} \text{ km}$, $c = 1\cdot75 \text{ km}$, $d = 5 \text{ km}$?

Ist jede Seite eines Dreiecks oder eines Quadrates $s = 12 \text{ cm}$, so ist

$$\begin{aligned} \text{im Dreieck } u &= 12 \text{ cm} + 12 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 12 \text{ cm} \times 3 = 36 \text{ cm} \\ u &= s + s + s = s \times 3 = 3 \cdot s \\ s &= \frac{u}{3}, \end{aligned}$$

$$\text{im Quadrate } u = 12 \text{ cm} \times 4 = 48 \text{ cm}$$

$$u = s \times 4 = 4 \cdot s$$

$$s = \frac{u}{4}.$$

Ein Schüler hat $m (= 6)$ Hefte, jedes kostet $n (= 10)$ h; so kosten alle zusammen (in Ziffern) $10 \text{ h} \times 6 = 60 \text{ h}$, (in Buchstaben) m mal $n \text{ h} = m n \text{ h}$.

Der Ausdruck $4s$ bedeutet den Umfang, s^2 den Inhalt eines Quadrates, mag dessen Seite s wie groß immer sein. Solche durch Buchstaben ausgedrückte (unbestimmte) Zahlen heißen **allgemeine Zahlen**; sie können jeden beliebigen Wert annehmen. So kann z. B. a als Zahlzeichen jede willkürliche Menge von Einheiten ausdrücken, also $1, 0.4, \frac{3}{4} \text{ K}, 1\frac{1}{2} \text{ m}^3$ oder jede andere Zahl bedeuten. Nur ist zu merken, daß jeder Buchstabe den Wert, den man ihm am Anfange einer Rechnung beigelegt hat, durch die ganze Rechnung beibehalten muß!

Entgegengesetzte Zahlen.

1. Wenn jemand 10 Schritte vorwärts geht und hierauf wieder 10 Schritte rückwärts, so ist er um nichts von seinem Ausgangspunkte entfernt, trotzdem er eigentlich 20 Schritte gemacht hat.

Wer 120 K Vermögen und 120 K Schulden hat, besitzt eigentlich nichts.

Ein Schiff, das auf ruhigem Wasser in jeder Sekunde 5 m zurücklegt, wird bei der Bergfahrt von der Strömung eines Flusses in jeder Sekunde 3 m zurückgetrieben; es legt daher nur 2 m per Sekunde in der gewünschten Fahrrihtung zurück.

10 Schr. u. 10 Schr. = 20 Schr.	10 Schr. vorw. u. 10 Schr. rückw. = 0 Schr.
---------------------------------	---

120 K und 120 K = 240 K.	120 K Verm. u. 120 K Schulden = 0 K.
--------------------------	--------------------------------------

5 m und 3 m = 8 m.	5 m stromauf u. 3 m stromab = 2 m stromauf.
--------------------	---

Derartige Zahlen, die sich beim Addieren entweder ganz oder teilweise aufheben, heißen entgegengesetzte (oder relative) Zahlen.

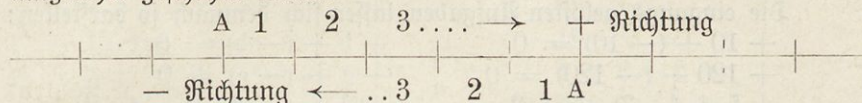
Um beim Rechnen mit entgegengesetzten Zahlen zu richtigen Ergebnissen zu gelangen, muß man außer dem wirklichen (absoluten) Werte dieser Zahlen (Quantität) noch ihre besondere Beschaffenheit (Qualität) wohl beachten.

Man nennt nun solche Zahlen, die dem gewünschten Erfolge günstig sind (Vorwärtsschreiten, Vermögen, Vorwärtsfahren) positive Zahlen und bezeichnet sie mit dem Vorzeichen + (plus). Zahlen von entgegengesetzter Beschaffenheit heißen dann negative Zahlen und erhalten das Vorzeichen – (minus).

So schreibt man z. B.

10 Schr. vorwärts .. + 10 Schr.,	10 Schr. rückwärts ... – 10 Schr.,
120 K Vermögen ... + 120 K,	120 K Schulden – 120 K,
5 m in der Fahrrihtung .. + 5 m.	3 m gegen die Fahrrihtung – 3 m.

Wenn man entgegengesetzte Zahlen bildlich durch Strecken auf einer Zahlenlinie darstellen will, so muß die Zählung der Abschnitte für eine negative Zahl in entgegengesetzter Richtung von der für positive Zahlen angenommen werden. Man pflegt die Richtung nach rechts als $+$, die Richtung nach links als $-$ anzunehmen, obzwar dies auch umgekehrt geschehen könnte.



Die Anfangspunkte (A, A') der Zählung auf dieser unbegrenzten Linie können je nach der gestellten Aufgabe bei jedem Teilpunkte angenommen werden, da nur die Richtung des Zählens in Betracht kommt.

Um das erste Beispiel auf der Zahlenlinie nachzurechnen, hätte man zuerst 10 Teile von dem beliebig gewählten Anfangspunkte (A) nach rechts und hierauf sogleich wieder 10 Teile nach links zu zählen.

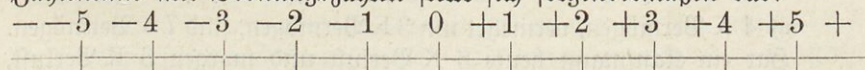
Wie würde sich die Zählung bei den beiden anderen Aufgaben gestalten?

2. Bezeichnet man auf der Zahlenlinie nicht die Teile selbst, sondern die Teilungspunkte mit Zahlen, so heißen diese Ordnungszahlen im Gegensatz zu den Grundzahlen, welche die gezählten Einheiten selbst bezeichnen.

Der gewählte Anfangspunkt wird mit Null bezeichnet.

Die positiven Zahlen zählt man auch auf dieser Zahlenlinie gewöhnlich nach rechts, die negativen nach links.

Ein bekanntes Beispiel hierfür gibt die Thermometerskala. — Die Zahlenlinie mit Ordnungszahlen stellt sich folgendermaßen dar:



Man kann die Zählung der entgegengesetzten Zahlen auch auf dieser Zahlenlinie vornehmen. Dabei hat man den Vorteil, daß die Ordnungszahl am Ende der Zählung sogleich das Ergebnis derselben auch dann angibt, wenn dieses eine negative Zahl ist.

Führet die bisher gelösten Aufgaben auch mit Hilfe dieser Zahlenlinie aus!

3. Auch allgemeine Zahlen können als $+$ oder $-$ bezeichnet sein; $+a$, $-a$, $(+n)$, $(-n)$. Werden allgemeine Zahlen mehrfach gedacht, so schreibt man sie in Verbindung mit besonderen Zahlen. So ist z. B.

$$2a = 2 \text{ mal } a = a + a, \quad 3x = 3 \text{ mal } x = x + x + x.$$

Die besondere Zahl, die der allgemeinen als Faktor vorangestellt ist, heißt der Koeffizient derselben.

Das Teilen allgemeiner Zahlen läßt sich nur in Bruchform darstellen, z. B. $\frac{1}{3}$ von $a = \frac{a}{3}$, $\frac{1}{4}$ von $x = \frac{x}{4}$.

4. Soll man zur Zahl $+5$ die Zahl -3 addieren, so schließt man, um eine Verwechslung des Rechnungszeichens mit den Vorzeichen der entgegengesetzten Zahlen zu vermeiden, die entgegengesetzten Zahlen mit ihren Vorzeichen in Klammern ein $(+5) + (-3)$.

Die Klammer kann jedoch dort wegbleiben, wo keine Zweideutigkeit entstehen kann, z. B. $+5 + (-3)$.

Die eingangs gelösten Aufgaben lassen sich demnach so darstellen:

$$\begin{array}{ll} +10 + (-10) = 0 & +b + (-b) = 0 \\ +120 + (-120) = 0 & +c + (-c) = 0 \\ +5 + (-3) = +2 & +d + (-e) = +f \\ +5 + (-7) = -2 & +d + (-g) = -f. \end{array}$$

Zeiget a) die Rechnungszeichen, b) die Vorzeichen.

5. Aus den vorstehenden Aufgaben ist auch zu ersehen, daß die Addition einer negativen Zahl einer Subtraktion gleichkommt.

(Beim gewöhnlichen Subtrahieren zählt man in der natürlichen Zahlenreihe zurück, was dasselbe ist, wie wenn man in negativer Richtung weiter zählen würde.)

$$\begin{array}{ll} +5 + (-3) = 5 - 3 = +2 & +a + (-b) = a - b = +c \\ +5 + (-7) = 5 - 7 = -2 & +a + (-d) = a - d = -c \end{array}$$

Wie das letzte Beispiel zeigt, kann mit Hilfe der entgegengesetzten Zahlen auch eine Subtraktion ausgeführt werden, wenn der Subtrahend größer ist als der Minuend.

$$\begin{aligned} 5 - 7 &= (+5) + (-7) = -2 \\ 20 - 35 &= (+20) + (-35) = -15. \end{aligned}$$

Addieren entgegengesetzter Zahlen.

a) 4 K Vermögen, vermehrt um 3 K Vermögen, sind 7 K Vermögen.
Hat ein Kaufmann heute 6 K Verlust und morgen 3 K Verlust, so beträgt sein Gesamtverlust 9 K.

b) 5 Schritte vorwärts und 7 Schritte rückwärts geben als Resultat 2 Schritte rückwärts.

5 K Schulden und 8 K Vermögen entsprechen einem Vermögen von 3 K.

Schriftliche Darstellung:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (+4) \text{ und } (+3) &= (+7) \text{ oder } +4 + (+3) = +7 \\ (-6) \text{ und } (-3) &= (-9) \text{ oder } -6 + (-3) = -9 \\ \text{b) } (+5) \text{ und } (-7) &= (-2) \text{ oder } +5 + (-7) = -2 \\ (-5) \text{ und } (+8) &= (+3) \text{ oder } -5 + (+8) = +3 \end{array}$$

Daraus folgt: Gleichbezeichnete relative Zahlen vermehren beim Addieren gegenseitig ihren Zahlenwert, ungleich bezeichnete vermindern ihn gegenseitig. Das Plus-Zeichen kann bei der ersten Zahl der Rechnung und bei der ersten Zahl rechts vom Gleichheitszeichen weggelassen werden.



Addieret:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & +7 + (+3) = \\
 & +12 + (+8) = \\
 & +20 + (+10) = \\
 \text{b) } & -12 + (-8) = \\
 & -8 + (-3) = \\
 & -15 + (-6) = \\
 \text{c) } & +8 + (+2) + (+5) = \\
 & -6 + (-4) + (-3) = \\
 & -3 + (-7) + (-8) + (-1) =
 \end{aligned}$$

Ausführung mit Hinweglassung
der Rechnungszeichen:

$$\begin{aligned}
 7 + 3 &= 10 \\
 12 + 8 &= \\
 20 + 10 &= \\
 -12 - 8 &= -20 \\
 -8 - 3 &= \\
 -15 - 6 &= \\
 8 + 2 + 5 &= \\
 -6 - 4 - 3 &= \\
 -3 - 7 - 8 - 1 &=
 \end{aligned}$$

Regel: Gleichbezeichnete Zahlen werden addiert, indem man die Zahlenwerte addiert und der Summe das gemeinsame Zeichen vorsetzt.

Addieret:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & +6 + (-3) = \\
 & +7 + (-3) = \\
 & +12 + (-8) = \\
 \text{b) } & -8 + (+4) = \\
 & -9 + (+6) = \\
 & -6 + (+4) + (-7) + (+3) = \\
 & +8 + (-5) + (+2) + (-5) =
 \end{aligned}$$

Ausführung mit Weglassung der
Rechnungszeichen:

$$\begin{aligned}
 6 - 3 &= 3 \\
 7 - 3 &= \\
 12 - 8 &= \\
 -8 + 4 &= -4 \\
 -9 + 6 &= \\
 -6 + 4 - 7 + 3 &= \\
 8 - 5 + 2 - 5 &=
 \end{aligned}$$

Regel: Ungleichbezeichnete Zahlen werden demnach addiert, indem man den kleineren Wert von dem größeren wegzählt und der Differenz das Vorzeichen des größeren Zahlenwertes gibt.

Werden 2 oder mehrere relative Zahlen (wie in den vorstehenden Ausführungen) ohne Rechnungszeichen nebeneinander geschrieben, so bilden sie einen mehrgliedrigen Zahlenausdruck.

$7 + 3$, $12 - 8$, $(-9 + 6)$ sind zweigliedrige Zahlenausdrücke,

$8 + 2 + 5$, $7 - 6 + 4$ „ dreigliedrige „

$(-6 + 4 - 7 + 3)$ ist ein viergliedriger Zahlenausdruck.

Mehrgliedrige Zahlenausdrücke werden häufig in Klammern eingeschlossen.

Werden mehrgliedrige Zahlenausdrücke durch Addition vereinfacht, so nennt man dieses Verfahren Reduzieren.

$$\begin{aligned}
 12 + 7 &= 19 & 20 + 12 + 3 &= \\
 28 - 45 &= & 17 - 8 + 9 &= \\
 9 - a + 7 &= 16 - a & 20 - 8 + x + 7 &= \\
 10 + a - 4 - x + 8 - 6 &= & 16 - a - x + 5 - 4 + 2a &=
 \end{aligned}$$

Sollen mehrgliedrige Ausdrücke addiert werden, so reduziert man sie und verrichtet dann die Addition. Z. B.

$$(15 - 4) + (17 - 20) = 11 + (-3) = 8.$$

Man kann dabei auch die Glieder der Summanden zuerst mit unveränderten Zeichen nebeneinander setzen und dann erst reduzieren. Dieses muß insbesondere dann geschehen, wenn unter den Gliedern der Summanden eine allgemeine Zahl vorkommt. Z. B.

$$(15 - 4) + (17 - 20) = 15 - 4 + 17 - 20 = 8;$$

$$(3 - 12) + (20 - x) = 3 - 12 + 20 - x = 11 - x;$$

$$(7 - a) + (18 - 3) = 7 - a + 18 - 3 = 22 - a;$$

$$(13 - 6) + (9 + a) = 13 - 6 + 9 + a = 16 + a.$$

Hieraus folgt auch: Steht vor einer Klammer das Zeichen +, so bleiben bei Weglassung der Klammern die Zeichen innerhalb derselben unverändert.

$$1. a) + 7 + (+ 2).$$

$$b) + 7 + (- 2).$$

$$2. a) - 4 + (+ 5).$$

$$b) - 4 + (- 5).$$

$$3. a) + 9 \quad b) - 5.$$

$$c) - 7 \quad d) + 9$$

$$+ 4 \quad - 6.$$

$$+ 8 \quad - 3$$

$$4. a) - 38 + (+ 13) =$$

$$b) + 35 + (- 35) =$$

$$5. a) + 297 + (- 128) =$$

$$b) - 3048 + (- 1763) =$$

$$6. a) + 3 \cdot 105 + (- 4 \cdot 342) =$$

$$b) - 5 \cdot 684 + (+ 10) =$$

$$7. a) - \frac{5}{8} + (+ \frac{3}{4}) =$$

$$b) + \frac{1}{2} + (- \frac{1}{3}) =$$

$$8. a) - 20 + (45 - 17) =$$

$$b) - 15 + (12 - 18) =$$

$$9. a) + 15 + (- 8) + (+ 5) =$$

$$b) 31 + (+ 57) + (- 38) =$$

$$10. a) - 217 + (- 196) + (+ 790) =$$

$$b) (39 + 47) + (39 - 47) =$$

$$11. + 22 \cdot 9 + (+ 31 \cdot 7) + (- 50 \cdot 1) + (- 19) =$$

$$12. - 702 \cdot 13 + (+ 819 \cdot 92) + (- 563 \cdot 09) + (- 85 \cdot 58) =$$

$$13. a) x + x + x =$$

$$b) 2x + 3x =$$

$$14. a) 7x + 4x + x =$$

$$b) 2a + 3a + 5a =$$

$$15. (25 \cdot 3 - 30 \cdot 6) + (42 \cdot 8 - 27 \cdot 5) =$$

$$16. [- 2\frac{1}{2} + (+ 6\frac{2}{3})] + [- 1\frac{3}{4} + (- \frac{5}{3})] =$$

$$17. a) 8c^2 + (- 5c^2) + (- 4c^2) =$$

$$b) - 9s^2 + (- 4s^2) + (- s^2) =$$

$$18. 6d + (- 8f) + (- 14d) + (+ 14d) + (+ 7f) + (- 5d) =$$

$$19. a) \left(\frac{x}{2} + \frac{y}{4}\right) + \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{4}\right) =$$

$$b) \left(\frac{a}{6} - \frac{3b}{4}\right) + \left(\frac{2x}{3} + \frac{5b}{2}\right) =$$

20. Der römische Kaiser Augustus wurde im Jahre 63 v. Chr. geboren und erreichte ein Alter von 77 Jahren; wann starb er?

21. Jemand hat 6570 K Vermögen und 3692 K Schulden; wieviel beträgt sein Reinvermögen?

22. Jemand geht 65 Schritte vorwärts, hierauf 37 Schritte rückwärts, dann wieder 48 Schritte vorwärts; wieviel Schritte ist er von dem Orte entfernt, von dem er ausging?

23. Ein Dampfschiff wird durch die Einwirkung des Stromes allein jede Minute 65 m abwärts getrieben, durch die Kraft des Dampfes allein legt es jede Minute 412 m zurück; wieviel m legt es in der Minute a) stromabwärts, b) stromaufwärts zurück?

Subtrahieren entgegengesetzter Zahlen.

1. Wer von 8 K Vermögen 3 K ausgibt, behält 5 K Vermögen.
Schriftlich: $(+ 8) - (+ 3) = + 5$; Probe $+ 5 + (+ 3) = + 8$.

Man hätte dasselbe Ergebnis auch durch folgende Addition erhalten:

$$(+ 8) + (- 3) = + 5.$$

2. Ein Händler behielt, falls er seine Forderungen und seine Schulden ausglich, noch 8 K Vermögen.

Wie ändert sich dieses, wenn ihm ein Freund 3 K Schulden abnimmt? Antwort: Das Vermögen stellt sich auf 11 K.

Schriftlich: $+ 8 - (- 3) = + 11$.

Die Richtigkeit des Ergebnisses kann auch hier durch die Probe erwiesen werden: $+ 11 + (- 3) = + 8$.

Man hätte den Sachverhalt auch so darstellen können:

Statt dem Händler 3 K Schulden abzunehmen, kann man ihm auch 3 K geben, damit er sie selbst zum Schuldenzahlen verwende. Beim Ausgleich seiner Forderungen und Schulden würden ihm wie anfangs 8 K und noch diese 3 K, zusammen also ebenfalls 11 K Vermögen übrig bleiben.

$$+ 8 + (+ 3) = + 11.$$

Löst diese Aufgabe, indem ihr annehmet, der Händler habe anfangs 108 K Vermögen und 100 K Schulden gehabt! $(+ 108) + + (- 97) =$.

3. Wenn jemandem, der bei Ausgleich seiner Forderungen und seiner Verpflichtungen 8 K Schulden hat, noch 3 K seines Vermögens weggenommen werden, so wird er seinen Gläubigern nunmehr 11 K schuldig bleiben müssen.

Schriftlich: $- 8 - (+ 3) = - 11$. Probe: $- 11 + (+ 3) = - 8$.

Da die Abnahme des Vermögens einer Vermehrung der Schulden gleichgestellt werden kann, so hätte die Rechnung auch als Addition ausgeführt werden können: $- 8 + (- 3) = - 11$.

Löst diese Aufgabe unter der Annahme, der Händler besitze anfangs 100 K Vermögen und 108 K Schulden! $(+ 97) + + (- 108) =$.

4. Jemandem, der 8 K Schulden hat, nimmt ein Freund 3 K Schulden ab. Wieviel K Schulden hat er noch?

$$- 8 - (- 3) = - 5. \quad \text{Probe: } - 5 + (- 3) = - 8.$$

Der Freund hätte ihm ebenso gut 3 K geben können, damit er seine Schulden damit selber zahle. 8 K Schulden und 3 K Vermögen würden dann ebenfalls 5 K Schulden ergeben.

$$- 8 + (+ 3) = - 5.$$

Zusammenstellung der 4 Subtraktionsfälle:

$$(+ 8) - (+ 3) = + 8 + (- 3) = + 8 - 3 = + 5$$

$$(+8) - (-3) = +8 + (+3) = +8 + 3 = +11$$

$$(-8) - (+3) = -8 + (-3) = -8 - 3 = -11$$

$$(-8) - (-3) = -8 + (+3) = -8 + 3 = -5.$$

Entgegengesetzte Zahlen werden subtrahiert, indem man den Subtrahend mit entgegengesetztem Vorzeichen zum Minuend addiert.*)

Sollen mehrgliedrige Zahlenausdrücke subtrahiert werden, so reduziert man sie und verrichtet sodann die Subtraktion oder man addiert zu dem Minuend die mit entgegengesetzten Zeichen genommenen Glieder des Subtrahends und führt dann die Reduktion aus. Das zweite Verfahren findet immer statt, wenn unter den gegebenen Gliedern eine allgemeine Zahl vorkommt. *z. B.*

$$(16 - 8 + 7) - (15 - 21^{**}) = 15 - (-6) = 15 + 6 = 21$$

oder $16 - 8 + 7 - 15 + 21 = 21.$

$$12 - (5 - x) = 12 - 5 + x = 7 + x.$$

$$15 - (7 - a) = 15 - 7 + a = 8 + a.$$

Daraus folgt auch: Steht vor einer Klammer das Zeichen $-$, so müssen bei Weglassung der Klammern die Zeichen innerhalb derselben in die entgegengesetzten verändert werden.

- | | |
|--|---|
| 1. a) $+8 - (+3) =$ | b) $+8 - (-3) =$ |
| c) $-13 - (+15) =$ | d) $-13 - (-15) =$ |
| 2. a) $+5 - (-12) =$ | b) $-15 - (+8) =$ |
| c) $+23 - (-32) =$ | d) $+15 - (-3) =$ |
| 3. a) $+210 - (+98) =$ | b) $-317 - (-509) =$ |
| c) $+5786 - (+2214) =$ | d) $+1324 - (+945) =$ |
| 4. a) $+19 \cdot 35 - (+10 \cdot 65) =$ | b) $+9 \cdot 053 - (-27 \cdot 64) =$ |
| c) $+35 \frac{2}{5} - (+24 \frac{1}{2}) =$ | d) $71 \frac{3}{8} - (+80 \frac{3}{8}) =$ |
| 5. a) $30 - (15 - 18) =$ | b) $-12 - (20 - 4) =$ |
| 6. a) $-378 - (-249) - (+518) =$ | |
| b) $+7552 - (-5864) + (-9046) =$ | |
| 7. a) $(87 - 38) - (38 - 87) =$ | |
| b) $+987 + [-368 - (-245)] =$ | |
| 8. $(7 - 21) - (9 - 7) - (19 - 5) - (28 - 38) =$ | |
| 9. $(3 \cdot 25 + 7 \cdot 3 - 12 \cdot 8) - (6 \cdot 5 - 13 \cdot 2 + 2 \cdot 75) =$ | |

*) Die Subtraktion relativer Zahlen kann man sich auch durch folgende Darstellung veranschaulichen: *z. B.* $(+8) - (-3)$ d. h. ich soll -3 von $+8$ abziehen.

Man schreibt $+8 = +8 + 3 - 3$. Zieht man nun von diesem Ausdruck -3 ab, d. h. löscht man -3 weg, so bleibt $+8 + 3 = 11$, was wirklich das Ergebnis der Rechnung $(+8) - (-3)$ ist.

Oder $(-8) - (-3) = ?$ $-8 = -8 + 3 - 3$, lösche -3 weg, so bleibt $-8 + 3 = -5$ als Ergebnis der vorstehenden Rechnung.

übet diese Darstellung auch an anderen Subtraktionsaufgaben!

**) Beachtet den Unterschied zwischen Rechnungszeichen und Vorzeichen; im Subtrahend ist 15 positiv.

10. $-37 \cdot 68 - [+24 \cdot 02 - (+10 \cdot 08)] =$
 11. $\frac{1}{2} - (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) - [(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}) - (\frac{1}{6} - \frac{1}{4})] =$
 12. a) $5x - (3x) =$ b) $6x - (-2x) =$ c) $-4x - (x) =$
 13. a) $8y - (5y - 3y) =$ b) $-10a - (6a - 4a) =$
 14. a) $(8b + 3a - 5c) - (-c + 3b + 3a) =$
 b) $(4x - z) - (3x - z) =$
 15. a) $(a - b + c) + (b - a - c) - (-a - b + c) =$
 b) $(x^2 + y^2) - (x^2 - y^2) =$
 16. a) $\frac{3}{4} - (+\frac{1}{2})$ b) $0 \cdot 9 (\frac{4}{5} - \frac{1}{2})$ c) $\frac{n}{5} - (-\frac{n}{10})$
 d) $(\frac{5a}{6} - \frac{c}{6}) - (\frac{a}{6} - \frac{c}{6}) = ?$
 17. An einem Wintertage zeigte das Thermometer um 7 Uhr morgens -8° , um 2 Uhr nachmittags $+3^\circ$; um wieviel Grade war es um 2 Uhr wärmer als um 7 Uhr?

Multiplizieren entgegengesetzter Zahlen.

$$(+5) \times (+3) = (+5) + (+5) + (+5) = +15$$

$$(-5) \times (+3) = (-5) + (-5) + (-5) = -15.$$

Bei der Multiplikation setzt man den Multiplikand so oft als Summand, als der Multiplikator anzeigt; obige 2 Beispiele sind demnach sofort klar.

Ist aber der Multiplikator eine negative Zahl, so kann man die gewöhnliche Erklärung der Multiplikation nicht anwenden, denn eine Zahl -3 mal als Summand setzen, hätte keinen Sinn. Um zur Bedeutung der Multiplikation mit einem negativen Multiplikator zu gelangen, wollen wir die Änderungen betrachten, die das Produkt erfährt, wenn der Multiplikator fortgesetzt um 1 vermindert wird.

$$3. \text{ B. } (+5) \cdot (+3) = +15$$

$$(+5) \cdot (+2) = +10$$

$$(+5) \cdot (+1) = +5$$

$$(+5) \cdot 0 = 0$$

Wir sehen, daß beim Abnehmen des Multiplikators um 1 das Produkt immer um den Multiplikand, also hier um 5 abnimmt; daher auch

$$(+5) \cdot (-1) = -5$$

$$(+5) \cdot (-2) = -10$$

$$(+5) \cdot (-3) = -15 \text{ usw.}$$

Haben wir einen negativen Multiplikand, so ist nach diesem Vorgehens-

$$(-5) \cdot (+3) = -15$$

$$(-5) \cdot (+2) = -10$$

$$(-5) \cdot (+1) = -5$$

$$(-5) \cdot 0 = 0$$

$$(-5) \cdot (-1) = +5$$

$$(-5) \cdot (-2) = +10$$

$$(-5) \cdot (-3) = +15$$

Daraus ersehen wir, daß bei der Verminderung des Multiplikators um 1 das Produkt immer um -5 , d. h. um den Multiplikand abnimmt, was einer Zunahme um $(+5)$ gleichkommt.

Fassen wir aus diesen Reihen die ersten und die letzten Gleichungen zusammen, so können wir schreiben:

$$(+5) \cdot (+3) = +15; (-5) \cdot (+3) = -15;$$

$(+5) \cdot (-3) = -15; (-5) \cdot (-3) = +15$ und daraus die Regel entnehmen: Zwei gleich bezeichnete Faktoren geben ein positives, zwei ungleich bezeichnete Faktoren ein negatives Produkt.

Wer 5 Schritte vorwärts 3mal macht, kommt 15 Schritte vorwärts. Jemandem 5 K Gewinn 3mal hinwegnehmen (ihn darum verkürzen), ist so viel, als ihm einen Verlust von 15 K zuziehen. Wer 5 Schritte rückwärts 3mal macht, legt 15 Schritte rückwärts zurück. Jemandem 5 K Verlust 3mal hinwegnehmen (ersparen), ist so viel, als ihm einen Gewinn von 15 K zuzumessen.

$$+3 \cdot +4 \cdot +5 = +60, \quad -3 \cdot -4 \cdot -5 = -60,$$

$$+3 \cdot -4 \cdot -5 = +60, \quad -2 \cdot -8 \cdot -1 = -16.$$

Sind bei drei oder mehreren Faktoren alle Zeichen positiv, so ist auch das Produkt positiv; sind aber einige Zeichen negativ, so hängt das Zeichen des Produktes von der Anzahl der negativen Zeichen ab. Sind letztere in gerader Zahl vorhanden, so ist das Produkt positiv, sind sie in ungerader Anzahl da, so ist das Produkt negativ.

Ist der Multiplikand mehrgliedrig und der Multiplikator eingliedrig, so reduziert man entweder den Multiplikand und verrichtet dann die Multiplikation, oder man multipliziert jedes Glied des Multiplikands mit dem Multiplikator und reduziert dann die Produkte. Z. B.

$$(16 + 9 - 12) \cdot 5 = 13 \cdot 5 = 65, \text{ oder}$$

$$(16 + 9 - 12) \cdot 5 = 16 \cdot 5 + 9 \cdot 5 - 12 \cdot 5 = 80 + 45 - 60 = 65.$$

Das zweite Verfahren muß immer angewendet werden, wenn unter den Gliedern des Multiplikands eine allgemeine Zahl vorkommt. Z. B.

$$(x - 8) \cdot 4 = 4x - 32.$$

$$(a + 5) \cdot 5 = 5a + 25.$$

$$(8 - b) \cdot 6 = 48 - 6b.$$

$$2a \times 2 = 4a, \quad 3x \times 5 = 15x.$$

$$(6x - 3) \cdot 3 = 18x - 9$$

$$(10 + 2x) \cdot 6 = 60 + 12x.$$

$$(4 - 5x) \cdot 2 = 8 - 10x.$$

$$(-x - 3) \cdot 8 = -8x - 24.$$

Sind Multiplikand und Multiplikator mehrgliedrig, so reduziert man sie und verrichtet dann die Multiplikation, oder man multipliziert jedes Glied des Multiplikands mit jedem Gliede des Multiplikators und reduziert dann die Produkte. Z. B.:

$$(30 + 5) \cdot (20 + 4) = 35 \cdot 24 = 840, \text{ oder}$$

$$30 + 5$$

$$20 + 4$$

$$\begin{array}{r} 30 \cdot 20 + 5 \cdot 20 + \dots + 600 + 100 \\ + 30 \cdot 4 + 5 \cdot 4 + \dots + 120 + 20 \end{array} \Bigg\} = 840.$$

1. a) $+ 9 \cdot + 5$. b) $+ 9 \cdot - 5$. c) $+ 9 \cdot - 1$.
2. a) $- 15 \cdot + 3$. b) $- 15 \cdot - 3$. c) $- 15 \cdot - 1$.
3. a) $- 118 \cdot + 63$. b) $+ 407 \cdot - 41$. c) $+ a \cdot - 1$.
4. a) $- 52 \cdot 28 \cdot - 7 \cdot 49$. b) $- 1328 \cdot + 299$. c) $- x \cdot - 1$.
5. a) $+ \frac{5}{8} \cdot + \frac{3}{10}$. b) $- \frac{3}{5} \cdot - \frac{1}{4}$.
c) $- 3\frac{3}{4} \cdot + 5\frac{3}{5}$. d) $+ 12\frac{1}{2} \cdot - 7\frac{1}{5}$.
6. a) $- 19 \cdot - 27 \cdot + 31$. b) $+ 83 \cdot - 25 \cdot + 49$.
7. a) $+ 83 \cdot - 11 \cdot - 70 + 72 \cdot - 91$.
b) $- 72 \cdot 8 \cdot - 125 \cdot - 991 \cdot - 4 \cdot 17$.
8. a) $+ 2 \cdot 34 \cdot - 3 \cdot 45 \cdot - 14 \cdot 4 \cdot + 12 \cdot 5$.
b) $- 35 \cdot - 63 \cdot + 14 \cdot - 84 \cdot - 49$.
9. a) $(237 - 182) \cdot 8$. b) $(48 - 17) \cdot (23 - 41)$.
10. $[- 345 + (+ 209)] \cdot [- 596 - (- 374)]$.
11. a) $(9 - x) \cdot 5$; b) $(x + 3) \cdot 8$;
c) $(10 + 2x) \cdot 4$; d) $(8 - 3x) \cdot 7$.
12. a) $(3 - 2y) \cdot 7 - (4 + 3y) \cdot 3$;
b) $(2z + 3) \cdot 3 + (3z - 2) \cdot 5$.
13. a) $(x + 2y + 3z) \cdot 10$. b) $(2x - 4) \cdot (8 - 3)$.
14. a) $(a + b - c)(a - b)$; b) $(a - b + c)(b - c)$;
c) $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right) \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{3}\right)$; d) $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{2}\right)^2; \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{2}\right)^2$.
15. Karl steigt auf einer Leiter 34 Sprossen aufwärts, hinter ihm steigt Franz auf derselben Leiter 3mal je 10 Sprossen aufwärts und je 6 Sprossen abwärts; wieviel Sprossen sind nun beide voneinander entfernt?
16. Von zwei Körpern, die sich gleichzeitig vom demselben Punkte aus a) in derselben Richtung, b) in entgegengesetzten Richtungen bewegen, legt der eine in einer Minute 783 m, der andere 828 m zurück; wie weit werden beide nach 15 Minuten voneinander entfernt sein?

Dividieren entgegengesetzter Zahlen.

Ist $+ 12$ durch $+ 3$ zu dividieren, so ist der Quotient 4; dieser muß positiv sein, weil nur eine positive Zahl $+ 4$, mit einer positiven $+ 3$ multipliziert, ein positives Produkt $+ 12$ geben kann; also

$$+ 12 : + 3 = + 4.$$

Es sei ferner $+ 12$ durch $- 3$ zu dividieren. Hier soll der Quotient, mit $- 3$ multipliziert, $+ 12$ geben, welcher Forderung nur $- 4$ entspricht; folglich

$$+ 12 : - 3 = - 4.$$

Ebenso erhält man

$$- 12 : + 3 = - 4.$$

$$- 12 : - 3 = + 4.$$

Der Quotient muß so beschaffen sein, daß er, mit dem Divisor multipliziert, den Dividend gibt.

Zwei entgegengesetzte Zahlen werden demnach durch einander dividiert, indem man den Quotienten ihrer Zahlenwerte positiv oder negativ nimmt, je nachdem der Dividend und Divisor gleiche oder verschiedene Vorzeichen haben.

Ist der Dividend oder der Divisor oder sind beide mehrgliedrig, so reduziert man sie und verrichtet dann die Division. B. B.:

$$(78 - 14) : 8 = 64 : 8 = 8;$$

$$39 : (12 - 25) = 39 : - 13 = - 3;$$

$$(185 + 193) : (36 - 15) = 378 : 21 = 18.$$

1. a) $+ 72 : + 9$;

b) $+ 72 : - 9$;

c) $- 144 : + 6$.

d) $- 144 : - 6$.

2. a) $+ 2185 : - 5$;

b) $- 3840 : - 30$;

c) $- 73 \cdot 242 : + 13$.

d) $+ 1041 \cdot 6 : - 48$.

3. a) $+\frac{3}{5} : - 6$;

b) $-\frac{5}{8} : +\frac{3}{4}$;

c) $- 10 : + 3\frac{1}{2}$;

d) $- 2\frac{1}{2} : 2\frac{1}{7}$;

4. a) $+ 5\,070\,736 : - 752$;

b) $- 56035 : + 52$;

c) $(128 - 84) : 11$.

d) $4 \cdot 5 : (1 \cdot 2 - 2 \cdot 7)$.

5. a) $- 56035 \cdot + 4923 : - 34461$;

b) $(503 - 112) : (43 - 28 + 2)$.

6. $[+ 74708 - (- 14816)] : [- 278 (- 422)]$.

7. a) $(32 - 7 \cdot 4 - 8) : 4$;

b) $(32 - 7) \cdot (4 - 8) : 4$.

8. a) $[32 - (7 \cdot 4 - 8)] : 4$;

b) $32 - [(7 \cdot 4 - 8) : 4]$.

9. a) $[32 - 7 \cdot (4 - 8)] : 4$;

b) $32 - 7 \cdot [(4 - 8) : 4]$.

10. a) $\frac{4a}{2} =$

b) $\frac{18x}{3} =$

c) $\frac{36y}{9} =$

d) $\frac{108x}{12} =$

11. a) $(15a + 6a) : (4a + 3a) =$;

b) $(42x - 7x) : (12x - 5x) =$.

12. a) $(- 12y - 8y) : (- 7y - 3y) =$.

b) $\frac{15a + 6a}{3} =$;

c) $\frac{24x - 8x}{4} =$.

13. Das Thermometer zeigte an einem Tage morgens $- 9^{\circ}$ R., mittags $+ 2^{\circ}$ R., abends $- 5^{\circ}$ R.; wie groß war die mittlere Tages-temperatur?

14. a) $\frac{2a}{3} + \frac{b}{2} =$;

b) $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} =$;

c) $z - \frac{z}{5} =$.

15. Multipliziere $\frac{x}{4}$ der Reihe nach mit 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11,

12! In welchen Fällen ist das Produkt eine ganze Zahl?

16. a) $\left(\frac{a}{3} + \frac{b}{5}\right) \cdot 15 =$; b) $\left(\frac{x}{2} - \frac{x}{3}\right) \cdot 12 =$.
17. a) $\left(\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3}\right) \cdot 6 =$; b) $\left(\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3}\right) \cdot 6 =$.
18. Womit muß $\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{4} + \frac{a+b}{3}\right)$ multipliziert werden, damit das Produkt nur ganze Zahlen enthalte?

Substitution.

Berechne folgende Ausdrücke durch Einsetzen (Substituieren, Ersetzen) besonderer Zahlenwerte für die Hauptgrößen:

- $(a + 5b) + (7a + b) + (3a - 2b)$, $a = 10$, $b = 4$.
- $(3x - y) - (5x + 2y) + (12x + 20y)$, $x = 1$, $y = 2$.
- $m^2 + n^2$, $m^2 - n^2$, $m = 12$, $n = 11$.
- $(3c + 5)(4c + 9)$, $c = 8$; $(8f + 10)(9f - 3)$, $f = 3$.
- $90d^2 : 15d$, $d = 1$; $75k^2 : 5k$, $k = 10$.
- $Z = \frac{K \cdot \% \cdot J}{100}$, $K = 560$ K, $J = \frac{3}{4}$ Jahre, $\% = 4\%$.
- $K = \frac{1200Z}{\%M}$, $Z = 2$ K 18 h, $M = 6$ Mon., $\% = 3 \cdot 8\%$.
- $T = \frac{36000Z}{K \cdot \%}$, $Z = 5$ K 6 h, $K = 90$ K, $\% = 4\frac{1}{2}\%$.
- $m = \frac{a+b}{2}$, $f = \frac{a+b}{2} \cdot h$ $\left\{ \begin{array}{l} a = 7 \text{ cm}, b = 4 \cdot 5 \text{ cm}, h = 5 \cdot 6 \text{ cm}. \end{array} \right.$
- $f = g \cdot h$, $U = (g + h) 2$, $f = \frac{gh}{2}$, $f = g^2$, $f = 4g$ $\left\{ \begin{array}{l} g = 4 \text{ m}, h = 4 \cdot 6 \text{ m}. \end{array} \right.$
- $u = 2r\pi$, $f = r^2\pi$, $\pi = 3\frac{1}{7}$, $r = 1 \text{ dm}$ (5, $3\frac{1}{2}$, 2 cm).
- $O = 6s^2$, $V = s^3$, $s = 1 \text{ dm}$ (8, 5, 3 cm).
- $O = 21^2 + 4s \cdot h$, $V = s^2h$, $s = 12 \text{ cm}$, $h = 2 \text{ dm}$.

X. Gleichungen des I. Grades mit einer Unbekannten.

Von welcher Zahl gibt das 5-fache und das 7-fache addiert 156?

a) Mündliche Lösung:

Das 5-fache und 7-fache gibt das 12-fache; das 12-fache der gesuchten Zahl beträgt 156. Die (einfache) Zahl selbst muß daher der 12te Teil von 156, d. i. 13 sein. Probe: $5 \cdot 13 + 7 \cdot 13 = 65 + 91 = 156$.

b) Schriftliche Lösung:

Man bezeichnet die vorläufig noch unbekannte Zahl mit x , das 5-fache derselben also mit $5x$, das 7-fache mit $7x$. Wird das

5=fache und das 7=fache addiert, so erhält man 156. Man kann also schreiben:

$$5x + 7x = 156.$$

Eine solche Gleichstellung zweier Zahlenausdrücke heißt eine Gleichung.

Die Ausdrücke zu beiden Seiten des Gleichheitszeichens heißen Teile der Gleichung. (Wieviele Glieder hat der linke, wieviele der rechte Teil der Gleichung?) Die Zahl x pflegt man kurz die Unbekannte zu nennen.

Die Unbekannten werden mit den letzten Buchstaben des Alphabets bezeichnet.

Reduzieren wir den linken Teil der aufgestellten Gleichung, so erhalten wir:

$$12x = 156 \text{ und daraus:}$$

$$x = 13. \text{ Drückt dies in Worten aus!}$$

Das Auffuchen (Berechnen) des Wertes der Unbekannten heißt das Auflösen der Gleichung.

Da die Bedingungen einer Aufgabe sehr mannigfach sein können, gibt es auch mannigfache Formen der Gleichungen, die sich aus ihnen bilden lassen.

Eine Gleichung, in der der 2. Teil nur eine Umformung des 1. Teiles darstellt, wie wir sie sehr häufig beim Rechnen ausführen, heißt eine identische Gleichung, z. B. $(x - 2) \cdot 3 = 3x - 6$.

Aus einer solchen Gleichung läßt sich für x kein bestimmter Wert finden; man kann vielmehr jeden beliebigen Wert für x einsetzen, ohne daß die Gleichung ihre Richtigkeit einbüßt.

Setzt in der letzten Gleichung a) $x = 5$, b) $x = 10$, c) $x = 25$ usw.!

Eine Gleichung wie die aus der 1. Aufgabe gebildete, heißt eine Bestimmungsgleichung. Darin läßt sich für x nur ein bestimmter Zifferwert (hier 13) einsetzen. — Macht Proben!

Eine solche Gleichung heißt auch Ziffergleichung, weil sich der Wert für x ziffermäßig feststellen läßt (also nicht etwa bloß durch eine allgemeine Zahl wie z. B. $x = a$).

1. Auflösung einfacher Ziffergleichungen.

haben wir die Gleichung:

$$3x = 15, \text{ so ergibt sich sofort:}$$

$$x = \frac{15}{3} = 5;$$

x wurde also gefunden, indem wir beide Teile der Gleichung durch 3 dividiert haben.

Ist $\frac{x}{4} = 3$, so finden wir den Wert des ganzen x , von dem wir das Viertel kennen, indem wir mit 4 multiplizieren; also $x = 12$.

Ist $x + 7 = 10$, so ergibt die einfachste Erwägung, daß die Zahl, die um 7 vermehrt, 10 geben soll, nur 3, d. h. $10 - 7$ sein kann; also $x = 10 - 7$. Wir mußten hier auf beiden Seiten 7 subtrahieren.

Ist endlich $x - 8 = 3$, so ist leicht einzusehen, daß jene Zahl, die um 8 vermindert 3 geben soll, nur 11, d. h. $3 + 8$ sein kann; also $x = 3 + 8$. Wir mußten demnach hier zu beiden Teilen der Gleichung 8 addieren.

$$a) 3x = 15.$$

$$b) \frac{x}{4} = 3,$$

$$x = \frac{15}{3} = 5.$$

$$x = 3 \times 4 = 12.$$

$$c) x + 7 = 10.$$

$$d) x - 8 = 3.$$

$$x = 10 - 7 = 3.$$

$$x = 3 + 8 = 11.$$

Das Auflösen einer Gleichung beruht demnach auf folgenden Grundsätzen:

1. Gleiches durch Gleiches dividiert gibt Gleiches.
2. Gleiches mit Gleichem multipliziert gibt Gleiches.
3. Gleiches von Gleichem subtrahiert gibt Gleiches.
4. Gleiches zu Gleichem addiert gibt Gleiches.

Mit Hilfe des ersten Grundsatzes kann man jede Gleichung, deren beide Teile einen gemeinschaftlichen Faktor haben, abkürzen. Z. B.:

$$\text{Aus } 8x = 40 \text{ folgt } x = 5.$$

Mit Hilfe des zweiten Satzes kann man jede Gleichung von den Brüchen befreien, indem man beide Teile der Gleichung mit einem gemeinschaftlichen Vielfachen der Nenner multipliziert. Z. B.:

$$\text{Aus } \frac{2x}{3} = \frac{5x}{2} - 11 \text{ folgt } 4x = 15x - 66.$$

Nach den letzten zwei Grundsätzen kann man jedes Glied des einen Teiles mit dem entgegengesetzten Zeichen in den andern Teil übertragen. Hat man z. B. $x + 3 = 7$, so ist $x = 7 - 3$; durch diese Versetzung ist nichts anderes geschehen, als daß von beiden Teilen der Gleichung $+3$ subtrahiert wurde.

Die hier angeführten Umformungen kann man in den einen allgemeinen Satz zusammenfassen.

Eine Zahl, die durch eine Operation mit dem einen Teile der Gleichung verbunden ist, wird dadurch in den andern Teil gebracht, daß man sie mit diesem durch die entgegengesetzte Operation verbindet.

$$1. 4x + 5 = 17$$

$$\text{Auflös. } 4x = 17 - 5$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

$$\text{Probe } 4 \times 3 + 5 = 17$$

$$12 + 5 = 17$$

$$17 = 17$$

Alle Glieder, welche die Unbekannte enthalten, werden in den ersten Teil der Gleichung gebracht und reduziert; alle übrigen Glieder dagegen werden in den zweiten Teil übertragen und ebenfalls reduziert.

Man befreit die Unbekannte von ihrem Koeffizienten (Faktor), wenn dieser von 1 verschieden ist, indem man beide Teile der Gleichung durch ihn dividiert, und erhält den gesuchten Wert für die Unbekannte.

Um sich von der Richtigkeit der Auflösung zu überzeugen, setzt (substituiert) man den gefundenen Wert für die Unbekannte in der gegebenen Gleichung ein und reduziert dann die Ausdrücke in beiden Teilen. Erhält man beiderseits dieselbe Zahl, so ist die Auflösung richtig; im entgegengesetzten Falle wäre sie unrichtig.

2. a) $3x - 4 = 20$; b) $9 + 2x = 19$;
 c) $27 - 5x = 12$; d) $17 - 3y = -1$.
 3. a) $29 = 6x - 13$; b) $20 - 2x + 40 = 0$;
 c) $7x + 8 = 5x + 18$; d) $9x - 12 = 7x + 18$.
 4. a) $39 - 4z = 9z - 26$; b) $5x - 60 = 324 - 19$.
 5. a) $18y - 432 = y - 92$; b) $350 - 7x = 19x - 144$.
 6. a) $9y + 42 - 2y = 100 - 11y - 22$;
 b) $9x - 7 - 7x + 9 = 7x - 9 - 9x + 7$.

7. $\frac{x}{5} = 2x - 36$.

Auflös. $x = 10x - 180$
 $x - 10x = -180$
 $-9x = -180^*)$
 $x = 20$

Probe $\frac{20}{5} = 2 \cdot 20 - 36$
 $4 = 40 - 36$
 $4 = 4$

Wenn die Gleichung Brüche enthält, so werden diese weggeschafft, indem man beide Teile der Gleichung entweder nacheinander mit jedem Nenner oder sogleich mit dem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen aller Nenner multipliziert.

8. a) $\frac{x}{4} - 2 = 1$. b) $\frac{x}{3} - 5 = 5$.
 c) $13 + \frac{y}{3} = 11$. d) $\frac{y}{3} - \frac{y}{2} = \frac{1}{6}$.
 9. a) $\frac{2x}{3} - 3 = \frac{x}{4} - 4$. b) $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 19$.
 10. $\frac{2y}{25} - \frac{y}{7} + \frac{1}{175} = \frac{y}{35} - \frac{21}{5}$.
 11. $6(2x - 5) = 5x + 12$. Probe $6(2 \cdot 6 - 5) = 5 \cdot 6 + 12$
 Auflös. $12x - 30 = 5x + 12$ $6 \cdot 7 = 30 + 12$
 $12x - 5x = 12 + 30$ $42 = 42$
 $7x = 42$
 $x = 6$

*) Hier denke man sich beide Teile der Gleichung mit -1 multipliziert.

Kommen in der Gleichung zusammengesetzte, durch Klammern verbundene Ausdrücke vor, so werden die durch die Klammern angezeigten Operationen wirklich ausgeführt.

12. a) $5(3 + x) + 16 = 61$; b) $7(y + 2) = 3y + 50$.
 13. a) $9x + 15 + 3(2x - 4) = 8$; b) $5(4x - 15) = 9(2x - 7)$.
 14. a) $15(x + 3) = 2(187 - 16x)$; b) $3(7 - 8x) + 7(4x - 3) = 1$.
 15. a) $9(8z + 1) - 4 = 4(9z + 5) + 3$.
 b) $2(2x - 19) + 3(x - 3) = 2(x - 1)$.
 16. $8(2z - 5) - 5(3z - 4) = 2(3z - 2) - 7(z - 6)$.
 17. a) $\frac{11 - 3x}{2} + 5x = 19$. b) $\frac{40 - 5x}{3} = \frac{52 + 9x}{7}$.
 18. a) $\frac{13 - x}{16 - x} = \frac{3}{4}$. b) $\frac{y + 7}{5} - 1 = \frac{9 - y}{14}$.
 19. $\frac{x - 1}{2} - \frac{x - 2}{3} - \frac{x - 3}{4} + 2 = 0$.
 20. $\frac{2x - 5}{2} + \frac{x - 7}{4} = \frac{5x - 3}{6}$.
 21. $\frac{7x - 8}{9} - (x + 2) = \frac{4x + 5}{6} - \frac{x + 2}{3}$.

2. Anwendung der Gleichungen auf die Lösung von Aufgaben.

1. Addiert man zu 67 das 5fache einer Zahl, so erhält man 122. Welche Zahl ist es?

Schluprechnen. Zu 67 muß man 55 addieren, um 122 zu erhalten; da auch das 5fache der gesuchten Zahl, zu 67 addiert, 122 geben soll, so ist das 5fache der gesuchten Zahl gleich 55, somit die Zahl selbst $\frac{1}{5}$ von 55, also 11.

Algebraisch. Sei x die gesuchte Zahl, so ist $5x$ ihr 5faches, daher nach der Bedingung der Aufgabe

$$67 + 5x = 122.$$

Wird diese Gleichung aufgelöst, so erhält man $x = 11$.

Probe: $67 + 5 \cdot 11 = 67 + 55 = 122$.

2. Von welcher Zahl ist das 9fache um 13 größer als 140?
 3. Von welcher Zahl muß man das 12fache um das 7fache vermindern, um 30 zu bekommen?
 4. Von welcher Zahl ist das 3fache um 66 kleiner als das 9fache?
 5. Es ist einerlei, ob man eine Zahl 3mal nimmt, oder ob man sie um 3 vermehrt. Welche Zahl ist es?
 6. Von welcher Zahl ist ihr Drittel um 24 kleiner als die Zahl selbst?

Schluprechnen. Der Unterschied zwischen einer Zahl und ihrem Drittel ist $\frac{2}{3}$ der Zahl. Ist nun dieser Unterschied, d. i. $\frac{2}{3}$ der gesuchten Zahl, gleich 24, so ist $\frac{1}{3}$ derselben 12, daher die Zahl selbst 3 mal 12 = 36.

Algebraisch. Ist x die unbekannte Zahl, so ist ihr Drittel $\frac{x}{3}$. Da aber $\frac{x}{3}$ um 24 kleiner sein soll als x , so muß man, um zwischen beiden eine Gleichung zu erhalten, zu $\frac{x}{3}$ noch 24 addieren; man hat also

$$\frac{x}{3} + 24 = x.$$

Durch Auflösung dieser Gleichung erhält man $x = 36$.

7. Von welcher Zahl ist ihr Viertel um 13 größer als ihr Zwölftel?
8. Wenn man zu einer Zahl ihre Hälfte, ihr Drittel und Viertel addiert, so erhält man 100 zur Summe. Welche Zahl ist es?
9. Ich denke mir eine Zahl. Multipliziere ich sie mit 8, addiere zu dem Produkte 2, dividiere die Summe durch 3 und subtrahiere von dem Quotienten 10, so erhalte ich das Doppelte der Zahl. Welche Zahl habe ich mir gedacht?

Wenn man die unbekannte Zahl	x	
mit 8 multipliziert	$8x$	
zum Produkte 2 addiert	$8x + 2$	
	$8x + 2$	
diese Summe durch 3 dividiert	$\frac{8x + 2}{3}$	
	$\frac{8x + 2}{3}$	
und von dem Quotienten 10 subtrahiert	$\frac{8x + 2}{3} - 10$	
so ist diese Differenz gleich der doppelten Zahl	$2x$;	
also $\frac{8x + 2}{3} - 10 = 2x$,		

aus welcher Gleichung man $x = 14$ erhält.

10. Wenn ich eine gewisse Zahl mit 7 multipliziere, vom Produkte 6 subtrahiere, den Rest durch 13 dividiere und vom Quotienten wieder 6 subtrahiere, so erhalte ich 0. Welche Zahl ist es?
11. Welche Zahl muß man zu dem Zähler und dem Nenner des Bruches $\frac{13}{18}$ addieren, daß man einen Bruch erhält, der mit dem Bruche $\frac{4}{5}$ gleichen Wert hat?
12. Welche Zahl muß man von dem Zähler und dem Nenner des Bruches $\frac{17}{32}$ subtrahieren, damit man einen Bruch erhält, der mit dem Bruche $\frac{4}{9}$ gleichen Wert hat?
13. Man verminderte eine gewisse Zahl um die Hälfte und noch 15, den Rest wieder um das Drittel desselben und 10 und behielt so nur noch 30 übrig. Wie groß war die Zahl?

Vermindert man die Unbekannte . . . x um die Hälfte $+ 15$ $x - \frac{x}{2}$

$- 15 = \frac{x}{2} - 15$, diesen Rest um das Drittel $+ 10$. . . $\frac{x}{2} - 15 - \left(\frac{x}{6} - 5 \right)$

$- 10 = \frac{x}{3} - 20$, so ist der letzte Rest gleich 30; also

$$\frac{x}{3} - 20 = 30,$$

woraus $x = 150$ folgt.

14. Addiert man zu einer Zahl ihre Hälfte und 6, zu der Summe wieder die Hälfte derselben und 6, so erhält man 69. Wie heißt die Zahl?
15. Ein Lehrer gab auf die Frage, wieviel Schüler er habe, folgende Antwort: „Die Hälfte meiner Schüler beträgt 16 mehr als der 6. und 9. Teil derselben.“ Wieviel Schüler hatte er?
16. In einer Bürgerschule waren zu Anfang des Schuljahres 108 Schüler. Die Schülerzahl der 2. Klasse war um 6 größer als die Hälfte der Schülerzahl der ersten, die der dritten um 2 kleiner als $\frac{2}{3}$ derjenigen der ersten Klasse; wieviel Schüler hatte jede Klasse?
17. Ein Schüler erzählte: „Heute fehlte von unserer Klasse zu Beginn des Unterrichtes das Achtel der Schüler, 2 Schüler kamen zu spät, dann fehlte nur das Zwölftel der Schüler“. Wieviel Schüler besuchten diese Klasse?
18. Ein Knabe wurde gefragt, wieviel Nüsse er habe. Er antwortete: „Hätte ich noch einmal soviel und die Hälfte und das Drittel meiner Nüsse, so könnte ich dir 8 geben und es blieben mir noch 60.“ Wieviel Nüsse hatte der Knabe?
- 19.* A kauft Rod und Gut, zusammen für 40 K, der Rod ist 4 mal so teuer wie der Gut; wieviel kostet der Rod, wieviel der Gut?
20. A hat 450 K, B 238 K; wieviel muß A dem B abgeben, damit beide gleich viel haben?
21. Von den jährlichen Einkünften verwendet jemand die Hälfte auf Kost und Miete, das Achtel auf Kleidung und Wäsche, das Fünftel auf Nebenauslagen und erspart noch 525 K. Wie groß ist sein jährliches Einkommen?
22. Eine Summe soll unter drei Personen so verteilt werden, daß A 6 K mehr als $\frac{1}{3}$, B 86 K weniger als $\frac{3}{11}$ und C 10 K weniger als $\frac{4}{9}$ der Summe erhält. Wie groß ist die Summe und wieviel erhält jeder?
- 23.* Hätte ich 3 mal soviel Geld als ich habe und noch 8 K dazu, so hätte ich gerade 50 K. Sage, wieviel Geld ich habe!
24. Eine 1000 K=Note wird gegen Fünffronen-, Zehnfronen- und Einfronenstücke, von jeder Sorte gleichviel Stück, gewechselt; wieviel Stück von jeder Sorte sind zu geben?
25. A gab von seinem Ersparnis $\frac{1}{3}$ für Bücher, $\frac{2}{5}$ für Kleidung, $\frac{1}{10}$ für die Armen aus; da blieb ihm 1 K mehr als $\frac{2}{15}$ des Ersparnen. Wie groß war dieses?
- 26*. 36 K (21600 K) werden unter drei Personen geteilt, so daß B doppelt soviel wie A weniger 5 K (1800 K), und C 3 mal soviel wie A weniger 7 K (3600 K) erhält; wieviel kommt auf A, B und C? — A x K, B (2 x — 5 K).
27. Welches Kapital gibt zu $4\frac{1}{2}\%$ samt Zinsen in 1 Jahr 3824·7 K?
28. Welches Kapital gibt zu $4\frac{3}{4}\%$ ausgeliehen in 5 Monaten 15 Tagen 264 K 8 h Zinsen?

29. Von einer Schuld werden zu $4\frac{1}{2}\%$ nach jedem Vierteljahre 36 K 75 h Interessen bezahlt; wie hoch beläuft sich die Schuld?
30. In welcher Zeit bringt ein Kapital von 670 K zu 4% 80·4 K Interessen?
31. Ein Kaufmann hat eine Summe von 865 K nicht zur rechten Zeit bezahlen können und muß nun 17 K 30 h Verzugszinsen bezahlen, die zu 6% berechnet werden; um welche Zeit hat er später bezahlt?
32. Ein Wucherer ließ 2500 K aus und verlangte nach $1\frac{1}{2}$ Jahren 2875 K zurück; wieviel $\%$ berechnete er?

33. Wieviel l Wein à 72 h muß man mit 30 l à 96 h mischen, damit das l der Mischung 80 h wert sei?

Der Wert der Mischungen muß der Summe der Werte der Bestandteile gleich sein.

Ist x die Anzahl l Wein à 72 h, so ist in Hellern ausgedrückt

der Wert von x l à 72 h 72 x

" " " 30 l à 96 h 2880

" " beider Bestandteile zusammen . . 72 x + 2880

und der Wert der Mischung $(x + 30)$ 80 = $80x + 2400$;

daher $72x + 2880 = 80x + 2400$,

woraus $x = 60$ folgt.

34. Bei einem Verkaufe löst man 1820 K und gewinnt dabei $\frac{3}{25}$ der Einkaufssumme; wie groß ist diese?

Der Gewinn ist gleich der Verkaufssumme vermindert um die Einkaufssumme.

35. Ein Kaufmann kaufte ein Stück Tuch, das m zu $7\frac{1}{2}$ K; hierauf verkaufte er es, das m zu 9 K, und gewann dabei 54 K. Wieviel m enthielt das Stück?
36. Ein Getreidehändler hat eine bestimmte Menge Weizen. Verkauft er das hl zu 20 K, so gewinnt er 384 K; verkauft er es aber zu 18 K, so verliert er 96 K. Wieviel hl hat er und wieviel kostet das hl?
37. Ein Kaufmann stellt aus zwei Raffeesorten, wovon das kg 4 K und 3 K 60 h kostet, ein Gemenge von 25 kg Raffee her, das kg zu 3 K 80 h; wieviel muß er von jeder Sorte dazu nehmen?
- 38.* In einem Korbe sind 2mal so viel Äpfel wie Birnen. Der Händler verkauft davon 50 Äpfel und 50 Birnen und hat nun 3mal so viel Äpfel wie Birnen; wieviel Äpfel und Birnen waren anfangs im Korbe?

39. Als man ein Buch druckte, setzte man 36 Zeilen auf die Seite und 40 Buchstaben in die Zeile; hätte man auf die Seite 4 Zeilen mehr und in die Zeile 5 Buchstaben mehr gesetzt, so würde man 2 Bogen erspart haben. Wieviel Bogen beträgt die Stärke des Buches?

40. Ein Schafhirt antwortet auf die Frage, wieviel Schafe er habe: „Hätte ich 24 Schafe mehr als ich habe, so wäre es gerade so viel über 100, als es jetzt unter 100 sind.“ Wieviel Schafe hat er?
- 41.* Ein Hirte, der Schafe und Gänse weidet, sagt: „Meine Herde hat 36 Köpfe und 100 Füße.“ Wieviel Schafe und wieviel Gänse hütet er?
42. Ein Diener soll jährlich 180 K und ein Kleid erhalten; nach 3 Monaten wird der Diener entlassen und erhält als Lohn das Kleid. Wie teuer wurde ihm dies angerechnet?

Schlufrechnen. Erhält der Diener für 3 Monate oder $\frac{3}{4}$ Jahr das Kleid als Lohn, so muß er für die übrigen $\frac{1}{4}$ Jahre noch 180 K, also für $\frac{1}{4}$ Jahr 60 K erhalten. Da er nun für diesen Zeitraum das Kleid bekommt, so hat dieses einen Wert von 60 K.

Algebraisch. Der Wert des Kleides sei x K; der Lohn für ein Jahr beträgt also: $(x + 180)$ K, daher der Lohn für 3 Monate $\frac{x + 180}{4}$ K; da nun für diese Zeit das Kleid, also x K im Werte, als Lohn gerechnet wurde, so ist

$$x = \frac{x + 180}{4},$$

folglich $x = 60$.

43. Eine Gutsverwaltung zahlte zur Erntezeit an 20 Arbeiter und Arbeiterinnen einen Wochenlohn von 150 K aus; wieviel Männer und Frauen waren beschäftigt, wenn 1 Mann täglich 1·5 K, eine Frau 1 K täglich erhält?
44. Zu einer Arbeit bieten sich 2 Personen an; A würde die verlangte Arbeit in 10, B in 15 Tagen liefern. In wieviel Tagen würde die Arbeit durch A und B zusammen geleistet werden?

45. Ein Reisender wird gefragt, wieviel *km* er zurückgelegt hat. Er gibt zur Antwort: „Wenn ich 48 *km* mehr zurückgelegt hätte, so würde ich 3 mal so weit gekommen sein als jetzt.“ Wieviel *km* hat er zurückgelegt?
46. Einem Boten, der vor 2 Tagen von einem Orte abging und täglich 49 *km* zurücklegt, wird von demselben Orte aus ein zweiter Bote nachgeschickt, der täglich 77 *km* macht. In wieviel Tagen wird der zweite Bote den ersten einholen?

Schlufrechnen. Der erste Bote hat in 2 Tagen 2 mal 49 = 98 *km* zurückgelegt, ehe der zweite abging; da nun dieser täglich 77 *km*, also um 28 *km* mehr macht als der erste, so wird die Entfernung beider täglich um 28 *km* kleiner, also nach $\frac{98}{28} = 3\frac{1}{2}$ Reisetagen des zweiten gleich 0 sein, d. h. der zweite Bote wird den ersten in $3\frac{1}{2}$ Tagen einholen.

Algebraisch. Ist x die Zahl der Tage, nach denen der zweite Bote den ersten einholt, so reist bis zum Zusammentreffen der erste Bote $2 + x$, der zweite x Tage; daher wird von dem ersten Boten die Strecke $49(2 + x) =$

= $98 + 49x$, von dem zweiten die Strecke $77x$ zurückgelegt. Da nun die beiden Strecken gleich sein müssen, so hat man

$$98 + 49x = 77x,$$

daher $x = 3\frac{1}{2}$ Tage.

47. Um 7 Uhr vormittags fährt von Wien auf der Westbahn ein Personenzug, um 9 Uhr vormittags ein Schnellzug ab. Wann wird der Schnellzug den Personenzug einholen, wenn der erstere in jeder Stunde 42, der letztere 26 km zurücklegt?

48. Um eine gewisse Strecke zurückzulegen, braucht ein Eisenbahnzug $4\frac{1}{2}$ Stunden; er würde jedoch nur $3\frac{1}{3}$ Stunden gebraucht haben, wenn er in jeder Stunde $9\frac{4}{5}$ km mehr zurückgelegt hätte. Wieviel km hat der Zug stündlich zurückgelegt und wie lang war die Strecke?

Es sei x die Zahl der km, die der Zug in 1 Stunde zu durchlaufen hat, dann ist die zurückgelegte Strecke $x \cdot 4\frac{1}{2} = \frac{9x}{2}$ km; dieselbe Strecke ist aber

$$\text{auch } (x + 9\frac{4}{5}) \cdot 3\frac{1}{3} = \frac{10x}{3} + \frac{98}{3} \text{ km. Man hat daher}$$

$$\frac{9x}{2} = \frac{10x}{3} + \frac{98}{3},$$

folglich $x = 28$. Der Zug hat also stündlich 28 km zurückgelegt und die Länge der Strecke ist $\frac{9x}{2} = 126$ km.

49. Von A geht ein Bote, der täglich 56 km zurücklegt, nach dem 324 km entfernten Orte B; zu gleicher Zeit geht ein zweiter Bote, der täglich 52 km zurücklegt, von B nach A. Wann und in welcher Entfernung von A werden beide zusammenreffen?

Die Summe der von beiden zur Zeit des Zusammentreffens zurückgelegten Strecken ist gleich der Entfernung der zwei Orte.

50. Von B aus fährt in der Richtung gegen C ein Postzug, der in jeder Stunde 24 km zurücklegt; zu gleicher Zeit fährt von A aus, welcher Ort 36 km hinter B liegt, in derselben Richtung ein Schnellzug, der den Postzug in 3 Stunden erreicht. Wieviel km legt der Schnellzug in einer Stunde zurück?

51. Einem Boten, der von A aus vor 6 Tagen abging und täglich 48 km zurücklegt, wird von B aus, welchen Ort er berührte, ein zweiter Bote nachgeschendet, der täglich 75 km zurücklegt. In wieviel Tagen wird dieser den ersten Boten einholen, wenn B 99 km von A entfernt ist?

Die Differenz der von beiden Boten zurückgelegten Strecken ist gleich der Entfernung der zwei Orte.

- 52.* Aus zwei 45 km ($58\frac{1}{2}$ μ m) voneinander entfernten Orten reisen zwei Freunde gleichzeitig einander entgegen; der eine macht stündlich 5 km (täglich $4\frac{1}{2}$ μ m), der andere stündlich 4 km (täglich $5\frac{1}{4}$ μ m); wann und wo treffen sie zusammen?

53. Wie gestaltet sich die vorige Aufgabe, wenn A 2 Stunden vor B aufbricht?

54. Ein Bote legt stündlich 4 km zurück. Nach 1 Stunde wird ihm ein zweiter nachgeschickt, der per Stunde 4·6 km zurücklegt; wann holt er den ersten ein?
55. Ein Personenzug geht um 7 Uhr morgens ab und legt stündlich 30 km zurück; wann wird ihn ein Schnellzug einholen, der um 10 Uhr abgelaufen wird und stündlich 50 km zurücklegt?
56. Jemand wird gefragt, wie alt er sei. Er sagt: „Nach 4 Jahren werde ich 3 mal so alt sein, als ich vor zwanzig Jahren war.“ Wie alt ist er?
- Setzt man die Anzahl seiner Jahre = x , so ist
 sein Alter nach 4 Jahren = $x + 4$,
 sein Alter vor 20 Jahren = $x - 20$.
- Da nun nach der Bedingung der Aufgabe die erste Zahl $x + 4$ 3 mal so groß sein soll als die zweite $x - 20$, so muß man, um eine Gleichung zu erhalten, die zweite Zahl mit 3 multiplizieren; man hat daher
- $$x + 4 = 3(x - 20),$$
- woraus $x = 32$ folgt.
57. Von zwei Brüdern ist der eine 17, der andere 5 Jahre alt; nach wieviel Jahren wird der ältere doppelt so alt sein als der jüngere?
58. Ein Vater ist 38, sein Sohn 10 Jahre alt; vor wieviel Jahren war der Vater gerade 8 mal so alt wie der Sohn?
59. Ein Vater ist jetzt 40 Jahre, sein Sohn 12 Jahre alt; nach wieviel Jahren wird der Vater a) 2 mal, b) 3 mal so alt sein wie der Sohn?
 Vor wieviel Jahren war in Aufgabe 59 der Vater a) 5 mal, b) 8 mal so alt wie der Sohn?
60. Ein rechteckiger Acker von 236 m Länge und 142·5 m Breite soll gegen einen gleich großen von 198 m Länge umgetauscht werden; welche Breite muß dieser haben?
61. Ein Rechteck ist 55 m lang, 22 m breit, ein anderes 58 m lang, 29 m breit; um welche gleiche Strecke muß man die Seiten des ersten verlängern und die des zweiten verkürzen, damit beide Rechtecke gleich groß werden?
62. Zeichne ein Rechteck, dessen Umfang 36 cm beträgt und dessen Länge um 4 cm größer als die Breite!
63. Die Länge eines Rechteckes ist 52 cm, die Breite 38 cm; wie groß ist die Höhe eines flächengleichen Dreieckes von 60 cm Grundlinie?
64. Ein Trapez von 18 m^2 6 dm^2 Fläche ist 5 m 24 cm hoch, die eine Grundlinie $a = 4\text{ m}$ 38 cm; wie groß ist die andere?
65. Zeichne ein Dreieck, dessen Grundlinie 12 cm beträgt, während die beiden anderen Seiten den 3. und 4. Teil des Umfanges ausmachen!
66. Zeichne einen Kreis von 30 (24, 36, 18) cm Umfang! $u = 2 \cdot r \cdot \pi$.

67. Ein Wasserbehälter kann durch eine Röhre in 3, durch eine zweite in 4 Stunden gefüllt werden. In wieviel Stunden wird der Behälter voll, wenn beide Röhren zugleich geöffnet sind?

Man setze die erforderliche Zahl der Stunden = x und den Inhalt des Behälters = $\frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{12}{12}$ oder = 1 (Behälter). Die 1. Röhre allein füllt in 1 Stunde $\frac{1}{3}$ Behälter oder kurz $\frac{1}{3}$, daher in x Stunden $\frac{x}{3}$; die 2. Röhre allein füllt in 1 Stunde $\frac{1}{4}$, in x Stunden $\frac{x}{4}$ des Behälters. Beide Röhren zusammen füllen also in x Stunden $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 1$, woraus sich für x die Zahl $1\frac{2}{7}$ ergibt.

68. Ein Wasserbehälter kann durch eine Röhre in $4\frac{1}{2}$, durch eine zweite in $5\frac{2}{5}$ Stunden gefüllt, durch eine dritte dagegen in $13\frac{1}{2}$ Stunden entleert werden. In wieviel Stunden wird der leere Behälter angefüllt, wenn alle drei Röhren zugleich geöffnet sind?

69. Um 12 Uhr stehen der Minuten- und der Stundenzeiger einer Uhr übereinander; wann werden sich die zwei Zeiger wieder decken?

Die nächste Deckung erfolgt jedenfalls erst nach 1 Uhr. Bezeichnen wir die Raunteile nach der Ziffer 1, wo die Deckung erfolgt, mit x , so ist der Weg des großen Minutenzeigers eine volle Umdrehung, also 60, und 5 und x Teile, d. i. $65 + x$; der Weg des kleinen (Stunden-) Zeigers ist $5 + x$. Da aber der Minutenzeiger eine 12mal so große Geschwindigkeit hat, so ist $65 + x = 12(5 + x)$, woraus $x = \frac{5}{11}$ erfolgt. D. h. die Zeiger decken sich, da die Raunteile der Uhr den Minuten entsprechen, $5\frac{5}{11}$ Minuten nach 1 Uhr.

70. Um 6 Uhr befinden sich die beiden Zeiger einer Uhr in entgegengesetzter Richtung. Wann wird der Minutenzeiger den Stundenzeiger zum erstenmale nach 6 Uhr einholen?

XI. Verschiedenartige Wiederholungsaufgaben.

1. Jemand gibt täglich 20 h für Brantwein aus. a) Wieviel beträgt dies jährlich; b) wieviel Kilogramm Rindfleisch à 1·2 K, c) wieviel Liter Milch à 16 h oder d) wieviel Eier zu 5 h das Stück hätte er für den während eines Jahres verschwendeten Betrag kaufen können?
2. Ein Mann ist durch Unglücksfälle in Schulden geraten. Um sie zu tilgen, geht er nicht mehr ins Wirtshaus und erspart dadurch wöchentlich 2 K 30 h. Nach $2\frac{1}{2}$ Jahren hat er seine ganze Schuld abgetragen; wie groß war diese?
3. In Deutschland befanden sich unter 32800 männlichen Zuchthausbewohnern 6400 Gewohnheitstrinker; wieviel Prozent der Gefangenen haben ihre Strafe dem Alkohol zu verdanken?
4. Jemand hat nach 6 Monaten 8000 K zu bezahlen; er zahlt 4800 K bar; wann hat er den Rest zu bezahlen?

5. Welches Kapital muß ein Vater für seinen 4-jährigen Sohn in eine Sparkassa einlegen, wenn dieser nach 20 Jahren bei 4% Zinsseszins und ganzjähriger Verzinsung 4000 K erhalten soll?
6. Für einen am 21. Juli fälligen Wechsel wurden bei 4% Diskont am 15. Juni 463 K 14 h bar gezahlt; wie groß war der Wechselbetrag?
7. Wieviel Kronen erhält man für einen Wechsel
 - a) von 2518 Mark auf Hamburg zum Kurse 119·6,
 - b) " 4012 Franken auf Paris " " 99·6?
8. Ein Kommissionär verkaufte für ein Brünner Haus 86 Stück Tuch à 144 K mit $2\frac{1}{2}\%$ Skonto; er rechnet 42 K 40 h für Spesen, 2% Verkaufsprovision. Wie groß ist der Reinertrag der Verkaufsrechnung?
9. Wieviel Zinsen bringen a) 1355 K zu 6% vom 1. Juli bis 27. Oktober? b) 3060 K zu $4\frac{1}{2}\%$ vom 28. März bis 14. Mai?
10. Ein Wiener hat in London eine Schuld von $354\frac{1}{2}$ Pfund Sterling zu bezahlen. Er beauftragt damit einen Berliner Kaufmann, der für 1 Pfund Sterling $20\frac{1}{2}$ Mark und für 100 K $84\frac{1}{4}$ Mark rechnet und eine Provision von $\frac{3}{4}\%$ verlangt; wieviel K zahlt der Wiener für die Schuld?
11. Ein Wechsel auf 2045 K, ausgestellt am 14. März, 2 Monate à dato, wird am 10. April mit $4\frac{1}{2}\%$ diskontiert; wieviel erhält man dafür, wenn noch $\frac{1}{3}\%$ Provision zu zahlen ist?
12. Wieviel erhält man für die am 11. September verkauften 4000 K Dug-Bodenbacher Eisenbahn-Prioritäten, Kurs für 100 K Nom. Geld 95·70, Ware 96·50, Zinsen 4% seit 1. Juli, Sensarie $\frac{1}{2}\%$?
13. In zwei Zimmern befinden sich 32 Personen; gehen aus dem ersten Zimmer so viele in das zweite, als schon dort sind, so sind in beiden gleich viele. Wieviel Personen waren in jedem Zimmer?
14. Jemand hat nach 4 Jahren 10500 K zu fordern; wieviel erhält er jetzt für seine Forderung, die Zinsseszinsen zu 5% gerechnet?
15. Welchen Barwert haben folgende Wechsel:
 - a) 2506 K, fällig 24. Februar, diskontiert 5. Jänner zu 5%,
 - b) 1880 " " 8. April, " 13. März " $4\frac{1}{2}\%$,
 - c) 3055 " " 30. Juni, " 28. April " 4%?
16. Ein Knabe trägt alle Vierteljahre, d. i. vor 1. Jänner, 1. April usw., eine Postsparkarte auf die Post; wieviel Heller Zinsen bekommt er am Ende des Jahres? (Die Postsparkasse verzinst Einlagen von mindestens 1 K mit 3%.)
17. Ein fleißiger Schüler bekommt zu Weihnachten ein Postsparkassenbüchel, auf 20 K lautend, zum Geschenke und legt vor dem 1. Jänner 10 erparte Kronen dazu; wie hoch beläuft sich sein Guthaben am 1. Jänner des nächsten Jahres?
18. A in Wien ist in Frankfurt 2365 Mark schuldig und kann, um die Schuld zu berichtigen, entweder nach Frankfurt à 122·50 K

per 100 Mark remittieren oder von Frankfurt 82 Mark per 100 K auf sich trassieren lassen; welche Art der Zahlung wird für den Wiener vorteilhafter sein?

19. Zwei Kapitalien betragen zusammen 4550 K und tragen jährlich 255 K Zinsen; wie groß ist jedes Kapital, wenn das eine zu 5 %, das andere zu 6 % angelegt ist?
20. Ein Kaufmann verkauft das Kilogramm einer Ware mit 1 K 68 h und gewinnt dadurch 5 h an jeder Krone des Einkaufspreises; wie teuer hat er das Kilogramm eingekauft?
21. Bei einem Konkurse ergab die Bilanz 50496 K Aktiva und 81100 K Passiva; wenn nun die Konkurskosten 8 % des Aktivstandes betragen, wieviel % ihrer Forderung erhielten die Gläubiger?
22. Am 22. Februar werden 5000 K Pfandbriefe der Bodenkredit-Anstalt zum Kurse: Geld 98·50, Ware 99·50 gekauft (Zinsen à 4 % seit 1. November); wieviel muß man dafür zahlen, wenn die Sensarie $\frac{1}{2}$ % beträgt?
23. Zu wieviel % verzinst sich ein in gemeinschaftlicher Papierrente angelegtes Kapital (Zinsen $4\frac{1}{5}$ %) bei einem Kurse von 92?
24. Für die Versendung von 1056 kg Kaffee und 894 kg Zucker werden 90 K Fracht gezahlt; wieviel kommt auf jeden dieser Artikel?
25. Der Einkaufspreis einer Ware beträgt 680 K, durch die Nebenauslagen für Zoll, Fracht u. dgl. steigt er auf 782 K; wieviel Prozent des Einkaufspreises betragen die Nebenauslagen?
26. Eine Ware wird mit 7 % Verlust für 228 K 78 h verkauft; wieviel verliert man im ganzen?
27. Wenn 100 kg einer Ware für 85 K eingekauft und noch 2 % Provision gezahlt werden, wie teuer muß man das Kilogramm verkaufen, um 12 % zu gewinnen?
28. Von zwei Sorten einer Ware, von der das kg 64, bezw. 92 h kostet, sollen 3·5 q à 80 K gemischt werden; wieviel muß man von jeder Sorte nehmen?
29. Ein Getreidehändler in Breslau bezieht Weizen aus Wien, wo er den Meterzentner mit 19·50 K bezahlt; für Fracht und Zoll gibt er 25 % des Preises aus und verkauft dann den Weizen zu 23·10 Mark per 100 kg; wieviel % gewinnt er, wenn 100 Mark = 120 K gerechnet werden?
30. Wieviel kosten 4 Säcke einer Ware Brutto 358 kg, Tara 4 % zu 27 K per 100 kg Netto, wenn der Eingangszoll 15 % des Nettopreises und die übrigen Spesen 16 K 28 h betragen?
31. Ein Weinwandhändler kauft zwei Sorten Weinwand ein, von der ersten Sorte 126 m à 75 h, von der zweiten 228 m à 50 h; er löst dafür im Verfaufe zusammen 245 K 64 h. Wenn er nun dabei an der ersten Sorte 20 % des Einkaufspreises gewinnt, wieviel Prozent hat er an der zweiten Sorte gewonnen?

32. An einem Zentner Kaffee gewinnt man 24 K oder 15 %; wie groß ist die Verkaufssumme?
33. Ein Kaufmann verkauft 40 *kg* Kaffee und Zucker für 60 K 80 h; 1 *kg* Kaffee kostet 3 K 20 h, 1 *kg* Zucker 80 h; wieviele *kg* Kaffee und wieviele *kg* Zucker hat er verkauft?
34. Ein Sensal unterhandelt eine Partie Waren im Betrage von 1516·90 K, die Spesen betragen 9·04 K, die Sensarie beträgt $\frac{1}{2}$ %; wie groß ist der Belauf?
35. Ein Kaufmann kauft 3250 *kg* Kaffee im Preise von 252 K per *q* und bezahlt für Fracht und andere Spesen 156·90 K; wenn er nun den Kaffee durch einen Sensalen mit $\frac{1}{2}$ % Sensarie zu 320 K per *q* verkauft, wieviel gewinnt er a) im ganzen, b) in Prozenten?
36. 1000 *kg* Weizen kosten in Berlin 232 Mark; wie hoch in K stellt sich hiernach der Preis von 1 *hl* Weizen im Gewichte von 78 *kg*, wenn 100 Mark = 122 K gerechnet werden?
37. Jemand erhält 445 *m* Tuch und bezahlt an Fracht und andern Spesen 46·8 K; wenn er nun beim Verkaufe 20 %, und zwar 620 K gewinnt, wie teuer war 1 *m* im Einkaufe?
38. Ein Wiener bezieht aus Lyon 350 *m* Seidenstoffe à 4·75 Franken mit 2 % Skonto, an Zoll hat er 22 % des Wertes, an Fracht und anderen Spesen 55·10 K zu zahlen; wie teuer in Kronen muß er 1 *m* verkaufen, um 20 % zu gewinnen, wenn 100 Franken = 97 K gerechnet werden?
39. Eine goldene Kette wiegt $\frac{3}{10}$ *kg* und ist 0·840 fein; a) wieviel Feingold enthält sie, b) wieviel beträgt ihr Goldwert à 3280 K per Kilogramm Feingold?
40. 10 *l* warme Süßmilch geben durchschnittlich nach etwa 30 Stunden 1 *l* Obers und 9 *l* abgerahmte Milch; wieviel ist 1 *l* Süßmilch wert, wenn 1 *l* Obers 72 h, 1 *l* abgerahmte Milch 16 h kostet?
41. Ein Ochse wiegt lebend 587 *kg*, eine Kuh 483 *kg*; wieviel Kilogramm Blut hat jedes dieser Tiere, wenn im Durchschnitte auf je 23 *kg* Lebendgewicht 1 *kg* Blut kommt?
42. Das Pflügen eines Ackers von 1 *ha* erfordert $3\frac{1}{2}$ Arbeitstage eines Zweigespanns, eines Mannes und eines Weibes; was kostet demnach das Pflügen von $3\frac{1}{2}$ *ha*, wenn ein Arbeitstag des Zweigespanns auf 4 K 80 h, der des Mannes auf 2 K 40 h, der des Weibes auf 1 K 80 h zu stehen kommt?
43. Wenn 100 *l* Milch 9 *kg* Käse und $\frac{1}{2}$ *kg* Butter geben, 1 *kg* Käse mit 1·9 K und 1 *kg* Butter mit 2·85 K verkauft wird, wie hoch bewertet sich 1 *l* Milch?
44. Zu 1 *q* gedörrten Pflaumen sind 4·5 *q* grüne Pflaumen nötig, deren Dörrkosten 11·60 K betragen. Wie hoch bewertet sich 1 *q* grüner Pflaumen, wenn 1 *q* gedörrter Pflaumen um $46\frac{1}{4}$ K verkauft wird?

45. Ein Bienezüchter hat 12 Bienenstöcke; er erhält von jedem jährlich $6\frac{1}{4}$ kg Honig zu 2·1 K und 72 dkg Wachs, das kg zu 6 K, und im ganzen 6 junge Stöcke, von denen jeder durchschnittlich $17\frac{3}{4}$ K wert ist. Wie hoch beläuft sich der Jahresertrag?
46. Ein Landwirt A läßt sein Saatkorn besonders reinigen und benötigt dazu $3\frac{1}{2}$ Arbeitstage zu 1 K 90 h; Landwirt B tut das nicht. Wenn nun A unter sonst gleichen Verhältnissen 280 kg Korn mehr erntet als B und 1 q 15 K wert ist, wieviel hat A gewonnen?
47. Ein Handwerker, der täglich 2 K verdient, zieht sich durch Unmäßigkeit eine 4-wöchentliche Krankheit zu. Wieviel hat er Verlust, wenn er überdies dem Arzte 25 K und für Arznei 8 K 50 h bezahlen muß?
48. Einer Arbeiterin wird der Wochenlohn von 14 K 48 h auf 16 K 80 h erhöht; wieviel Prozent beträgt die Lohnerhöhung?
49. Zu einem Straßenbaue entsendet das Dorf A 30 Mann durch 18 Tage, das Dorf B 24 Mann durch 15 Tage und C 25 Mann durch 15 Tage; wieviel erhält jedes Dorf von der dafür geleisteten Entschädigung von 2550 K?
- 50.* Für 5 Monate beträgt der Zins eines Kapitals 33 K; wieviel für 1 Jahr?
- 51.* 45 kg kosten 27 K; wieviel kosten 15, 5, 20 kg?
- 52.* 20 m kosten 36 K; wieviel kosten 35 m?

XII. Der Grundsteuerkataster und das Grundbuch.

Um das Eigentum der Grundbesitzer zu sichern, Grenzstreitigkeiten zu ordnen, Verwandlung und Teilung der Grundstücke durchzuführen und die Steuern nach dem Ertrage bemessen zu können, wurde schon unter Maria Theresia und Josef II. mit der Vermessung von Grund und Boden Österreich-Ungarns begonnen und der Grundsteuerkataster angelegt; seine wesentlichen Bestandteile sind unter anderen die Katastralmappe und die Grundbesitzbögen; er dient der Behörde zur Steuerbemessung.

Bei der Katasteraufnahme wurden die Grenzen des Grundbesitzes sehr genau bestimmt, der Flächeninhalt berechnet und der Reinertrag einer jeden Parzelle durch eine der Land- und Forstwirtschaft kundige, von der Bezirksvertretung oder den Gemeindevorständen gewählte Bezirksschätzungskommission abgeschätzt und entsprechend diesem Reinertrage jede einzelne Parzelle in eine Bonitätsklasse (Bonität = Bodengüte) der betreffenden Kulturgattung eingereiht.

Bei jedem Bürgermeisteramte oder Vorsteheramte einer Katastralgemeinde (d. i. einer Gemeinde mit über 50 Joch = $28\frac{3}{4}$ ha Gebiet) erliegt ein im Maßstabe 1:2880, für große Städte 1:1440*) ausgeführter genauer Situationsplan des gesamten Grundbesitzes, sowie der Baulichkeiten und Verkehrswege innerhalb der Gemeindegrenzen; dieser

*) (1 Joch = 40 Kaster = 240 Fuß = 2880 Joch nach dem alten Maße.)

heißt die Katastralmappe (Gemeindemappe, Lagerplan, Gemeindefarte). In ihrem Maßstabe 1:2880 bedeutet $1\text{ cm} = 2880\text{ cm} = 28.8\text{ m}$; auf ihr sieht man jedes Grundstück in Parzellen geteilt, die mit fortlaufenden Nummern bezeichnet sind. In dem hierzu gehörigen Parzellenprotokolle sind neben der Größe der einzelnen steuerpflichtigen und steuerfreien Parzellen auch deren Besitzer nach Name und Wohnort, die Kulturgattung und die Bonitätsklasse angegeben.

Jeder Grundbesitzer erhält a) einen Grundbesitzbogen mit Angabe der Kulturgattung, der Bonität (Bodengüte), des Flächeninhaltes und des Reinertrages seines Grundbesitzes, b) ein Steuerbüchel, nach dem 22.7% des Reinertrages als Grundsteuer an das k. k. Steueramt zu entrichten sind.

Für jede Katastralgemeinde besteht ein Grundbuch, das beim k. k. Grundbuchsamte (im k. k. Bezirksgericht) aufliegt und genauen Aufschluß über die unbeweglichen Güter der Grundbesitzer sowie über verbuchte Lasten der Grundstücke und Baulichkeiten gibt. Das Grundbuch hat für jeden Besitz eine Grundbucheinlage, in der die Parzellen nach der Katastralnummer, der Name des Eigentümers und die auf dem Besitz etwa ruhenden Lasten sowie alle Veränderungen darüber verzeichnet werden.

Die Grundbuchsmappe stimmt mit der Katastralmappe überein.

Eigentümer einer Liegenschaft ist nur derjenige, dem der Besitz im Grundbuche zugeschrieben ist. Man veräume nie, Erwerbungen oder Veränderungen des Grundbesitzes, sowie Rechte (Pfandrecht, Servitut*) darüber im Grundbuche rechtzeitig eintragen oder löschen zu lassen.

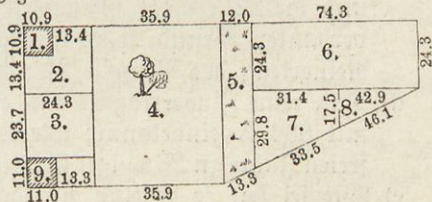
Wer einen Grundbesitz oder ein Haus kaufen will, veräume nie, **vorher das Grundbuch einzusehen!**

Das Grundbuch ist öffentlich und erteilt unentgeltlich Auskunft. Aufgaben.

1. In der nachstehenden Skizze aus der Katastralmappe der Stadt Nemes (Fig. 10) bezeichnen die Ziffern 1—9 die Parzellen=Katastralzahlen, die übrigen Ziffern geben die Naturmaße der Liegenschaften an.

Parzelle Katastral-Zahl = 1, 9 Gebäude.
 " = 2, 3 Hofräume.
 " = 4 Garten.
 " = 5 Wieje.
 " = 6, 7, 8 Acker.

Fig. 10.



Maßstab der Grundbuchs-Mappe = 1:2880.

- a) Welches sind die wahren Längen dieser Strecken in der Natur, auf dem Plane?
- b) Berechne die Fläche jeder Parzelle der ganzen Liegenschaft!

*) z. B. Das Recht, einen über fremden Grund gehenden Fahrweg zu benötigen.

- c) Verwandle die natürlichen Flächen dieser Liegenschaft in österr. Joche (1 Joch = 1600 Quadratklaster = 57·546 a)!
2. Ein rechteckiger Acker ist a) 215 m lang und 96·7 m breit; b) 138·6 m lang und 63·4 m breit; wie lang und wie breit ist er auf dem Plane?
3. Ein Bauer verkauft von der Parzelle Nr. 14, die $127\frac{1}{2}$ m lang und 64 m breit ist, ein Quadrat von 48 m Seitenlänge an seinen Nachbar. Auf sein Ansuchen wird das Grundstück geteilt (parzelliert), er behält die Parzelle Nr. $\frac{14}{1}$, während die Parzelle Nr. $\frac{14}{2}$ dem Nachbar im Grundbuche zugeschrieben wird.
- a) Welchen Flächeninhalt hat jede dieser Parzellen?
- b) Zeichne den Plan der Parzelle Nr. 14 im Maßstabe 1 : 1000!
- c) Zeichne die Teilung in deinem Plane ein!
- d) Der Reinertrag von 34·80 K des geteilten Grundstückes wird im Grundsteuerkataster nach dem Verhältnisse der Flächen aufgeteilt und danach die 22·7%-ige Grundsteuer bemessen; wieviel hat nun der Bauer für die Parzelle Nr. $\frac{14}{1}$ und wieviel der Nachbar für die Parzelle Nr. $\frac{14}{2}$ an Grundsteuer zu bezahlen?
4. Wie hoch wurde von der Schätzungskommission der Reinertrag für 1 ha Wiese festgesetzt, wenn er für $3\frac{1}{4}$ ha a) 145 K, b) 161·40 K beträgt?
5. Der Reinertrag der Parzelle Nr. 28, die 128 m lang und 54 m breit ist, wurde im Grundsteuerkataster mit 32 K verzeichnet; wieviel Grundsteuer ist für Parzelle Nr. 28 zu bezahlen, wenn 22·7% vom Reinertrage gerechnet werden?
6. Ein Bauer hat einen rechteckigen Acker, Parzelle Nr. 32, von 54 m Breite und 92 m Länge; längs der ganzen Breite dieser Parzelle baut er ein Haus samt Nebengebäuden mit 54 m Länge und 20 m Breite.
- a) Wie groß ist der verbaute Grund und wie groß ist der Rest seines Ackers?
- b) Zeichne den Plan der Parzelle Nr. 32 im Maßstabe 1 : 1000 und verzeichne darin den verbauten Grund!
- c) Im Grundsteuerkataster und im Grundbuche wird der Bau verzeichnet. Wie hoch wird der Reinertrag des restlichen Ackers und die 22·7%-ige Grundsteuer davon bemessen, da für den verbauten Grund keine Grundsteuer zu bezahlen ist und der Reinertrag der Parzelle Nr. 32 mit 25 K verzeichnet wurde?
- d) Das reine Zinserträgnis des erbauten Hauses wird vom Besitzer mit 684 K einbekannt; wieviel hat er nach Ablauf der steuerfreien Jahre an 26%-iger Gebäudesteuer jährlich zu entrichten?
- e) Wieviel hat er jährlich für das Haus im ganzen an Abgaben zu entrichten, wenn er außerdem noch 28% der Gebäudesteuer an Landesumlagen und 25% an Gemeindeumlagen zu zahlen hat?
7. Auf einem Anwesen sind im Grundbuche folgende Schulden vorgemerkt:

1. Satzpost 6800 K zu $4\frac{1}{2}\%$; 2. Satzpost 4200 K zu $4\frac{3}{4}\%$; 3. Satzpost 5700 K zu 5% ;
- a) wieviel Zinsen hat der Schuldner jährlich (halbjährlich) zu entrichten?
- b) wenn dieses Anwesen um 24500 K verkauft wird; wieviel erhält davon der Verkäufer?
- c) wieviel hätte der Gläubiger der 3. Satzpost verloren, wenn das Haus für 15860 K verkauft würde?
8. Der Reinertrag eines Akters ist a) 190 K, b) 486 K, c) 854 K, die Landesumlage beträgt 42% , die Bezirksumlage 36% , die Gemeindeumlage 25% , Grundsteuernachlaß 15% ; berechne die Gesamtsteuer! (Grundsteuer $22\frac{7}{8}\%$; berechne die Umlagen vom Betrage der Grundsteuer!)

XIII. Gewerbliche Buchführung.

Kaufleute und Gewerbetreibende müssen, um den Gang ihres Geschäftes, den Stand ihrer Forderungen und Schulden, sowie die Lage ihres ganzen Vermögens zu jeder Zeit vollständig überblicken zu können, alles, was auf das Geschäftsvermögen und die damit vorgehenden Veränderungen Bezug hat, in dazu bestimmte Bücher einschreiben.

Die Art und Weise, die Aufzeichnungen zweckmäßig vorzunehmen, wird Buchhaltung oder Buchführung genannt.

In Beziehung auf die Führung der Geschäftsbücher enthält das Handelsgesetz folgende Bestimmungen: Die Bücher müssen gebunden und jedes von ihnen muß Blatt für Blatt mit fortlaufenden Zahlen versehen sein. An Stellen, die der Regel nach zu beschreiben sind, dürfen keine leeren Zwischenräume gelassen werden. Der ursprüngliche Inhalt einer Eintragung darf nicht durch Durchstreichen oder auf andere Weise unleserlich gemacht, es darf nichts radiert, noch dürfen solche Veränderungen vorgenommen werden, bei deren Beschaffenheit es ungewiß ist, ob sie bei der ursprünglichen Eintragung oder erst später gemacht worden sind. Ordnungsmäßig geführte Handlungsbücher liefern bei Streitigkeiten über Handelsfachen bei Kaufleuten in der Regel einen unvollständigen Beweis, der durch den Eid oder durch andere Beweismittel ergänzt werden kann.

Auch sind die Bücher eines jeden Geschäftsmannes mit dem gesetzlichen Stempel zu versehen.

Man unterscheidet das Aktiv-, das Passiv- und das reine Vermögen. Unter dem Aktiv-Vermögen eines Geschäftsmannes versteht man alles, was er an Geld oder andern Gegenständen, die Geldeswert haben, besitzt oder von andern zu fordern hat. Das Aktivvermögen besteht also in Geld, Effekten, in Waren, in einzufassierenden Wechsell, in Forderungen (Aktivforderungen), Mobilien (Möbeln, Hausgeräten, Werkzeugen u. dgl.) und Immobilien (Gebäuden, Grund-

stücken u. dgl.). Unter dem Passiv-Vermögen eines Geschäftsmannes versteht man die Zahlungsverpflichtungen, die er gegen andere zu erfüllen hat. Dahin gehören die Wechsel- und Buchschulden. Subtrahiert man von dem Aktivvermögen das Passivvermögen, so zeigt der Rest das reine Vermögen an.

Jedes Vorkommnis, das in den Bestandteilen des Geschäftsvermögens eine Veränderung hervorbringt, heißt ein Geschäftsfall. Man unterscheidet: 1. Bargeschäfte (Kassageschäfte), bei denen der Gegenwert für die erhaltene Sache sogleich in barem Gelde (per Kassa) geleistet wird; 2. Tauschgeschäfte, bei denen der Gegenwert auch sofort, jedoch nicht in barem Gelde, sondern in andern Wertgegenständen, z. B. Wechseln, gegeben wird; 3. Kreditgeschäfte (Geschäfte auf Zeit), bei denen der Käufer den Gegenwert nicht sofort, sondern erst zu einer späteren Zeit leistet.

Derjenige, der von uns etwas empfängt, ohne sogleich einen Gegenwert zu leisten, wird dafür unser Schuldner (Debitor); derjenige, der uns etwas gibt, ohne sogleich einen Gegenwert zu empfangen, wird dafür unser Gläubiger (Kreditor). Der Schuldner wird in der Buchhaltung durch „Soll“ oder „Debet“, der Gläubiger durch „Haben“ oder „Kredit“ bezeichnet.

Bei Wechselzahlungen gilt folgendes: Jeder, der einen eigenen oder fremden Wechsel von uns statt Geld empfängt, wird unser Schuldner für die Wechselsumme; jeder, der einen eigenen oder fremden Wechsel an uns statt Geld übergibt, wird unser Gläubiger für den Wechselbetrag. Jeder, der einen Wechsel akzeptiert, wird Gläubiger des Trassanten.

Zur Darstellung der Vermögensveränderungen dienen verschiedene Bücher, von denen einige wesentliche sind, andere nur zur Erleichterung der Übersicht geführt werden.

Für die Buchführung gibt es keine eigenen Regeln, sondern jeder kann seine Bücher nach Belieben führen; dies muß aber so geschehen, daß jeder der Buchführung Ründige sich darin zurecht finden kann. Die in diesem Buche folgenden Darstellungen haben sich als zweckmäßig bewährt, sind aber durchaus nicht bindend.

1. Wesentliche Bücher der gewerblichen Buchführung.

Die Inventur.

Die Verzeichnung und Wertangabe sämtlicher Bestandteile des Aktiv- und Passivvermögens, wie dieselben zu einer bestimmten Zeit durch Zählen, Abwägen oder Messen vorgefunden werden, heißt die Inventur; die Bestandteile selbst bilden das Inventar.

In der Inventur werden zuerst die Aktiva, hierauf die Passiva angeführt und dann die letzteren von den ersteren subtrahiert, wodurch sich das reine Vermögen ergibt. Wenn man am Schlusse eines Rechnungszeitraumes wieder inventiert und das reine Vermögen der anfänglichen Inventur mit dem reinen Vermögen der Schlußinventur vergleicht

(Bilanz), so gibt die Differenz zwischen beiden den während dieser Periode erzielten Gewinn oder Verlust an, je nachdem das schließliche Vermögen größer oder kleiner ist als das anfängliche.

Bei der Aufnahme des Inventars und der Bilanz sind sämtliche Vermögensstücke und Forderungen nach dem Werte anzusetzen, der ihnen zur Zeit der Aufnahme beizulegen ist. Zweifelhafte Forderungen sind nach ihrem wahrscheinlichen Werte anzusetzen, uneinbringliche Forderungen sind abzuschreiben. Die Inventur und die Bilanz sind von dem Geschäftsmanne zu unterzeichnen; sie können in ein dazu bestimmtes Buch eingeschrieben oder jedesmal besonders aufgestellt werden. Im letzteren Falle sind sie zu sammeln und in zusammenhängender Reihenfolge geordnet aufzubewahren.

Die nähere Einrichtung der Inventur ist aus den praktischen Beispielen Seite 259 und 268 zu ersehen.

Aufgabe:

Stelle die Bilanz am Schlusse eines Geschäftsjahres nach folgenden Angaben auf:

Wohnhaus Nr. 9 mit Einrichtung	K 34476.—
Bares Geld	" 1610·86
Geschäftseinrichtung laut Ausweis	" 2474.—
Warenvorrat laut Ausweis	" 16712.—

Rimeffen:

M. Elsner in Döbling per 10. Februar	" 1250.—
G. Lerch in Baden per 1. März	" 497.—

Tratten:

Order F. Koch hier per 10. Februar	" 1600.—
" E. Groß in St. Pölten per 15. Februar ..	" 1155·30

Buchforderungen und Buchschulden:

F. Koch, hier	Haben	" 624·70
E. Paulh in Vinz.	"	" 800.—
J. Müller in Krems	Soll	" 1056.—
D. Klein, hier	"	" 810·56

Das Kassabuch.

In das Kassabuch werden alle Bargeschäfte eingetragen.

Das Kassabuch wird gewöhnlich foliiert, d. h. es erhalten je zwei gegenüberstehende Blattseiten eine und dieselbe Seitenzahl, und diese zwei Blattseiten bilden zusammen ein Folium. Auf die linke Seite, welche die Überschrift „Einnahme“ (Soll) erhält, werden die eingegangenen Geldbeträge, auf die rechte Seite, die mit „Ausgabe“ (Haben) überschrieben wird, die ausgegebenen Geldbeträge eingetragen.

Wenn eine Blattseite vollgeschrieben ist, so werden die Summen der Einnahmen und der Ausgaben gebildet und auf die entsprechenden Seiten des nächsten Foliums übertragen oder transportiert.

Am Ende eines jeden Monates wird das Kassabuch abgeschlossen, indem man die Einnahmen und die Ausgaben addiert und die Summe der letzteren von der Summe der ersteren subtrahiert. Der Unterschied, der Saldo heißt und der bei ordentlicher Führung des Buches mit dem wirklichen Kassabefunde übereinstimmen muß, wird als Kassabestand in die Kolonne Ausgabe eingetragen, wodurch sich auf beiden Seiten gleiche Summen ergeben. Der Saldo wird dann in der Rechnung des nächsten Monates als Einnahme vorgetragen.

Ein Beispiel des foliierten Kassabuches folgt auf Seite 260.

In kleineren Geschäften wird das Kassabuch wegen Raumersparnis paginiert geführt, d. h. es wird jede Seite mit einer fortlaufenden Zahl versehen; dann erhält dieselbe zwei mit „Einnahme“ und „Ausgabe“ überschriebene Geldkolonnen, in welche die Vorgefälle nach der Reihenfolge eingetragen werden. Der Abschluß eines paginierten Kassabuches geschieht in gleicher Weise wie der eines foliierten.

Umstehend folgt das Muster eines paginierten Kassabuches:

Kassabuch. Jänner 1909.		Einnahme		Ausgabe	
		K	h	K	h
1.	Bares Geld laut Inventur	2500	—		
1.	Für die Haushaltung			200	—
3.	„ Barzahlung von M. Sachs, hier	200	—		
4.	„ verkaufte Waren	336	80		
8.	„ Inkasso der Rimesse auf G. Schmidt	500	—		
8.	„ Fracht und Spesen auf Sendung des M. Wolf			95	70
10.	„ Einlösung der Tratte Order M. Geist			1660	—
20.	„ Barzahlung von L. Hahn, hier	425	40		
21.	„ meine Barzahlung an G. Moos			176	—
25.	„ verkaufte Rimesse auf G. Roth K 2652·80. ab Diskont 5% bis 15. Februar „ 7·86	2645	44		
26.	„ Zahlung an das Hilfspersonale			240	—
31.	„ Einlösung der Tratte Order E. Lenk			1364	—
31.	„ Erwerbssteuer			100	—
31.	Saldo (Kassabestand) für Februar			2771	94
		6607	64	6607	64
Februar 1909.					
1.	Kassastand	2771	94		

Aufgabe:

Verbuche folgende Geschäftsfälle im a) foliiert, b) paginiert geführten Kassabuche!

1. März. Der Kassabestand, der sich nach Abschluß der Kassarechnung vom Monat Februar ergibt, beträgt 376·90 K.

2. März. Ich verkaufe gegen bare Zahlung:

6 Stück Türbeschläge à 8·40 K,

12 „ Fensterbeschläge à 8 K.

5. März. Kaufe 15 q Steinkohlen à 3·48 K.
 10. März. Erhalte für Reparaturen 7·12 K.
 11. März. Raffiere die Rimesse auf C. Sicht per 240 K ein.
 12. März. Zahlt C. Fürst à conto seiner Schuld 40 K.
 15. März. Zahle dem Gesellen den Lohn mit 28 K.
 18. März. Zahle für die Haushaltung 100 K.
 23. März. Berichtige meine Schuld an die Eisenhandlung H. Rörsfi mit 252·80 K.
 25. März. Bezahle die Tratte Order M. Schreiner per 160 K.
 27. März. Liefere gegen bare Bezahlung: 4 Stück Sparherde à 30 K.
 30. März. Zahle den Gesellenlohn mit 28 K.
 Am 31. März wird das Kassabuch abgeschlossen.

Das Journal.

Das Journal oder Tagebuch hat die Bestimmung, die Beschreibung derjenigen Geschäftsfälle, die eine Schuld oder Forderung begründen, sowie Tauschgeschäfte in der Reihenfolge ihres Vorkommens aufzunehmen. Zu den ersteren gehören alle Kreditgeschäfte und jene Kassaposten, bei denen wir einen Barbetrag empfangen oder gezahlt haben, ohne daß der Gegenwert geleistet wurde, z. B. à conto- oder Saldozahlungen.*)

Das Journal wird paginiert.

Bei Schuld- und Forderungsposten setzt man in die erste Zeile den Namen des Geschäftsfreundes und fügt hierauf das Wort „Soll“ bei, wenn er unser Schuldner, dagegen das Wort „Haben“, wenn er unser Gläubiger geworden ist. Dann folgt die nähere Angabe des Geschäftes und des Geldbetrages, der in die Geldkolonne gesetzt wird.

(Bei Tauschgeschäften kann sogleich die Erzählung des Geschäftsfalles ohne die Wörtchen „Soll“ oder „Haben“ erfolgen; der Geldbetrag kommt ebenfalls in die Geldkolonne zu stehen.)

Eines Abschlusses bedarf das Journal nicht.

Die nähere Einrichtung zeigt das Muster auf Seite 262 und 263.

Aufgaben.

Verbuche im Journal folgende Geschäftsfälle!

a) 1. August. Leinwandhändler W. Polzer erhält von W. Wolf in Schönberg Leinenwaren, die laut Faktura 1765·56 K kosten.

2. August. Polzer verkauft an M. Sachs hier auf Zeit.

6 Stück Halbleinen à 30 K 50 h,

8 „ „ Gradl à 34 K,

6 Duzend Leinentücher à 8·40 K.

4. August. Polzer erhält von H. Lumbe hier eine Rimesse auf C. Vorber per 600 K, zahlbar am 20. September.

*) In manchen Geschäften wird das Journal auch so geführt, daß in dasselbe alle Geschäftsvorfälle, wie sie sich der Reihenfolge nach ereignen, eingetragen werden.

4. August. Polzer erhält von S. Girsch in Freivaldau Leinenwaren im Fakturabetrage von 1561 K und zugleich eine Tratte von 1200 K, Order H. Singer per 20. August, die er akzeptiert.

5. August. Polzer verkauft an G. Raas verschiedene Leinenwaren im Betrage von 436 K gegen dessen Akzept per 20. August.

6. August. Polzer erhält von A. Frisch in Böslau eine Barzahlung von 560 K und sendet an ihn:

5 Stück Halbleinenkreas à 64 K,

6 „ Damasttischtücher à 9·60 K,

6 Duzend Damastservietten à 14·40 K.

b) 1. Mai. Kaufmann G. Haas verkauft an J. Bernstein in Baden auf Zeit 455 *kg* Kaffee à 3·08 K und 130 *kg* Mandeln à 2·20 K.

2. Mai. Haas erhält von F. Tropeani in Triest eine Sendung Waren im Fakturabetrage von 3052·80 K.

2. Mai. Haas kauft von M. Stern 1258 *kg* Zucker à 76 h und übergibt ihm dafür einen eigenen Wechsel per 23. Mai.

4. Mai. Haas akzeptiert die Tratte des F. Tropeani in Triest über den Fakturabetrag von 3052 K 80 h, Order J. Vink per 30. Juni.

5. Mai. Haas empfängt von J. Kloss in Krems 760 K und sendet an ihn 324 *kg* Zucker à 72 h, 217 *kg* Tafelöl à 1 K 80 h und 156 *kg* Weinbeeren à 96 h.

6. Mai. Haas verkauft an G. Krones gegen dessen Akzept per 27. Mai 214 *kg* Kaffee à 3·08 K.

Das Hauptbuch.

Das Hauptbuch dient zur Darstellung des Rechtsverhältnisses mit unsern Geschäftsfreunden; es soll ersichtlich machen, was uns jede Person, mit der wir in Geschäftsverbindung stehen, schuldig ist und was sie von uns zu fordern hat. Im Hauptbuche wird jedem Geschäftsfreunde ein Konto eröffnet, das zwei gegenüberstehende, mit derselben Foliozahl versehene Blattseiten einnimmt und den Namen und Wohnort des Geschäftsfreundes als Überschrift enthält. Auf die linke, mit „Soll“ überschriebene Seite trägt man jene Posten ein, für die der Geschäftsfreund unser Schuldner wird, auf die rechte, mit „Haben“ überschriebene Seite dagegen die Posten, für die er unser Gläubiger wird.

Das Hauptbuch wird aus dem Journal gebildet und enthält dieselben Posten wie das Journal; nur erscheinen diese im Journal nach der Zeitfolge, im Hauptbuche nach dem Namen der Geschäftsfreunde geordnet.

Nach erfolgter Übertragung eines Postens aus dem Journal in das Hauptbuch wird in die betreffende Bezugskolonne des Journals das Folium des Hauptbuches, auf das die Übertragung stattgefunden hat, eingesetzt.

Um das Hauptbuch am Ende eines bestimmten Zeitraumes abzuschließen, addiert man in jedem Konto die Beträge im Soll und jene im Haben und subtrahiert die kleinere Summe von der größeren. Der Unterschied heißt Saldo und wird auf diejenige Seite, wo man die

kleinere Summe erhielt, eingestellt. Dann sind die Summen auf beiden Seiten gleich.

Zuletzt wird der Saldo, damit der Stand der Rechnung wieder hergestellt werde, auf der entgegengesetzten Seite für die weitere Rechnung vorgetragen.

Die nähere Einrichtung des Hauptbuches ersieht man aus dem praktischen Beispiele Seite 264 bis 267.

Aufgaben.

Übertrage in das Hauptbuch die auf Seite 253 und 254 zur Bildung des Journals angeführten Geschäftsfälle!

2. Neben- und Hilfsbücher der gewerblichen Buchführung.

Die Hilfs- und Nebenbücher dienen zu ausführlicheren Vermerkungen und Verrechnungen über einzelne Vermögensbestandteile, die in den wesentlichen Büchern nur kurz berührt werden. Ihre Zahl hängt von der Art und dem Umfange des Geschäftsbetriebes ab.

Das Brief-Kopier-Buch.

In dasselbe werden die Briefe, die wir an unsere Geschäftsfreunde schreiben, rein kopiert.

Das Fakturenbuch.

In das Eingang=Fakturenbuch, das übrigens nur in größeren Geschäften vorkommt, werden die Fakturen, die man von auswärtigen Geschäftsfreunden empfängt, wörtlich eingetragen; zugleich setzt man darunter die Fracht und andere Spesen. Meistens wird einer solchen Faktura sogleich auch die Preisberechnung beigelegt.

In das Ausgang=Fakturenbuch werden die Rechnungen eingetragen, die man über verkaufte Waren den Kunden erteilt.

Das Waren- oder Lagerbuch.

Das Waren- oder Lagerbuch, auch Waren=Skontro genannt, macht nicht nur unsern jedesmaligen Warenvorrat ersichtlich, sondern weist auch insbesondere aus, wann, was und wie teuer wir gekauft oder verkauft, von wem wir gekauft oder an wen wir verkauft haben und zeigt endlich den Gewinn oder Verlust bei jedem Warenartikel an.

Jedem Warenartikel oder auch nur jeder Gattung von Waren wird ein besonderes Konto auf einem Folium errichtet, dessen linke Seite die Überschrift „Soll“ oder „Eingang“, dessen rechte „Haben“ oder „Ausgang“ und dessen Mitte die Bezeichnung der Waren enthält. Jeder Empfang dieser Ware wird auf die linke, jedes Weggeben auf die rechte Seite eingetragen. Der Abschluß des Warenbuches geschieht auf ähnliche Weise wie im Hauptbuche.

Dieselbe Einrichtung wie das Warenbuch des Kaufmannes hat bei größeren Gewerben das Lagerbuch; dieses soll eine Übersicht über die auf dem Lager befindlichen, beziehungsweise davon verkauften fertigen Waren gewähren.

In ausgedehnten Geschäften hält man auch ein eigenes Materialienbuch, in das auf der Eingangsseite die gekauften, auf der Ausgangsseite die in die Werkstätte verarbeiteten Materialien einzutragen sind.

Das Verfallsbuch.

Das Verfallsbuch soll dem Geschäftsmann zu jeder Zeit die Übersicht gewähren, was für Wechsel und wann er zu zahlen, für welche Wechsel und wann er Zahlung zu empfangen hat.

Die Einrichtung des Verfallsbuches kann sehr verschieden sein. Ein Beispiel hierüber findet man auf Seite 261. Für kleinere Geschäfte kann es nach dem folgenden Muster geführt werden:

Verfallsbuch. Jänner 1909.

Zug	Einfassieren			Anmerkung	Zu bezahlen			Anmerkung
	K	h	von		K	h	an	
1.								
2.	636	—	S. Hagen					
3.								
4.					373	—	H. Tauss	

In der Rubrik Anmerkung ist aufzuschreiben, wann der Wechsel einfassiert oder bezahlt, wann und an wen er weiter gegeben wurde usw.

Das Bestellsbuch.

Das Bestellsbuch enthält den Namen des Bestellers, den bestellten Gegenstand mit Angabe der Größe und Form, die Lieferzeit und den etwa vereinbarten (affordierten) Preis, endlich die Anmerkung für die stattgefundene Ablieferung.

3. Praktische Darstellung der gewerblichen Buchführung.

A. Einmonatlicher Geschäftsgang einer Möbeltischlerei.

Bücher: Inventur, Kassabuch, Journal, Hauptbuch, Wechselverfallsbuch.

Geschäftsfälle.

1. Juli 1909. Alois Feil, Möbeltischler in Wien, nimmt am 30. Juni die Inventur vor und findet bei derselben folgenden Vermögensstand:

Bares Geld K 2100.

Einrichtung der Werkstätte laut Ausweis K 1900.

Vorrat an Materialien laut Spezifikation K 3370.

Vorrat an fertigen Möbeln laut Lager-Ausweis K 9720.

Remesse: K 1560 auf E. Hess per 9. Juli.

Buchforderungen von J. Maly in Wr.-Neustadt K 277,

„ A. Lackner hier K 720.

Tratten: K 496 „ Order A. Hahn per 12. Juli,

K 966·50 „ G. Fröhlich per 16. August.

Buchschulden: an W. Gall hier K 1130.

Über diese Vermögensbestandteile wird die Inventur aufgestellt. Zur weiteren Buchung der Inventur trägt man den Bestand an barem Gelde in das Kassabuch und zwar als Einnahme ein. Die Rimesse und Tratten merkt man im Verfallsbuche vor. Die Buchforderungen und Buchschulden werden in das Journal und später auf die Konti der betreffenden Geschäftsfreunde im Hauptbuche, bezüglich als Soll und Haben, eingetragen.

2. Juli. Für die Bestreitung der Haushaltung werden 240 K hergegeben.

Die Barausgabe gehört in das Kassabuch.

Kaufe von W. Gall, hier, gegen Zahlung auf Zeit 18 Blöcke Mahagoniholz für 1530 K.

Der Kauf auf Zeit, als ein Kreditgeschäft, wird zunächst als Habenposten in das Journal und sodann in das Hauptbuch auf die Habenseite des Kontos für Gall eingetragen.

3. Juli. Verkaufe an O. Wenzel gegen bar einen Schreibtisch für 130 K und einen Speisetisch für 90 K.

Die Geldeinnahme trägt man in das Kassabuch ein.

4. Juli. Sende an J. Maly in Wr.-Neustadt ein Kanapee mit 2 Fauteuils und 6 Sesseln im Preise von 560 K; für die Zufuhr auf den Bahnhof zahle ich 4·40 K.

Mit dem Betrage per 564·40 K wird Maly im Journal und dann im Hauptbuche belastet. Die Geldausgabe 4·40 K gehört ins Kassabuch.

5. Juli. Kaufe von L. Huber gegen bare Bezahlung für 870·60 K Nußbaumholz.

Die Geldausgabe trägt man ins Kassabuch ein.

6. Juli. Zahle als Erwerbsteuer 100 K. Die Gehilfen erhalten 148 K Wochenlohn.

Die baren Geldausgaben werden in das Kassabuch eingetragen.

8. Juli. Kaufe von S. Vogl hier, Bretter für 500 K gegen mein Akzept per 29. Juli.

Die Eintragung erfolgt nur im Journal; S. Vogl hat kein Konto im Hauptbuche; das Akzept wird im Wechselverfallsbuche unterm 29. Juli notiert.

9. Juli. Kassiere die Rimesse auf E. Hess mit 1560 K ein.

Die Geldeinnahme gehört in das Kassabuch; die Einkassierung der Rimesse wird im Verfallsbuche vorgemerkt.

10. Juli. Ein Lohndiener bringt einen Fremden, der 2 Bettstätten, 2 Tische und 6 Sessel für 216 K kauft; der Lohndiener erhält 2 K Trinkgeld.

Die Geldeinnahme mit 214 K gehört in das Kassabuch.

11. Juli. A. Lackner leistet eine Barzahlung von 400 K.

Kassabuch (Einnahme). Im Journal und im Hauptbuche werden dem Lackner 400 K gutgeschrieben.

12. Juli. Löse die heute fällige Tratte per 496 K Order A. Hahn ein. Kassabuch (Ausgabe). Vormerkung im Verfallsbuche.

13. Juli. Zahle an die Gehilfen den Wochenlohn mit 148 K.

14. Juli. Verkaufe an den Möbelschneider F. Schuller, hier, 2 Schreibtische à 100 K, 4 runde Tische à 46 K, 10 Bettstätten à 46 K, 8 Schiffschiffen à 50 K, 4 Kleiderkästen à 84 K, 3 Waschkästen à 40 K und 3 Garnituren à 340 K und erhalte von ihm eine Barzahlung von 1700 K.

Die Barzahlung gehört als Einnahme in das Kassabuch; Schuller im Journal und im Hauptbuche mit 2720 K belasten und 1700 K gutschreiben.

15. Juli. Erhalte von Ignaz Maly in Wiener-Neustadt 12 Körbe Leim im Betrage von 1020 K und zahle für Fracht K 4.76.

Die Ausgabe für Fracht gehört in das Kassabuch, Maly im Journal und im Hauptbuche 1020 K gutschreiben.

16. Juli. Wird eine Tratte des W. Gall, hier, 856.80 K, Order C. Schwarz per 24. Juli präsentiert, die ich akzeptiere.

Der Trassant W. Gall wird im Journal und im Hauptbuche mit der Wechselsomme belastet und das Akzept im Verfallsbuche vorgemerkt.

18. Juli. Stelle dem Fr. Polak, hier, die von ihm bestellte Ladeneinrichtung samt 2 eichenen Ladentüren im Preise von 1660 K zu.

Polak wird im Journal und im Hauptbuche mit 1660 K belastet.

19. Juli. Leiste an W. Gall, hier, eine Barzahlung von 1360 K.

Kassabuch (Ausgabe). Im Journal und im Hauptbuche wird Gall mit dem Betrage von 1360 K belastet.

20. Juli. Zahle den Gehilfen 148 K Wochenlohn.

23. Juli. Kaufe von G. Wagner, hier, Glasaufhänger und Spiegelglas für 750 K, die ich bar bezahle.

Wie unter 5. Juli.

24. Juli. Löse die heute fällige Tratte, Order C. Schwarz per 856.80 K ein.

Wie unter 12. Juli.

25. Juli. Verkaufe dem Möbelschneider F. Schuller, hier, 2 Garnituren à 380 K und 6 Kleiderkästen à 90 K gegen sein Akzept 2 Monate a dato.

Die Eintragung erfolgt im Journal und Hauptbuche; das Akzept wird im Verfallsbuche unter 25. September vorgemerkt.

26. Juli. Fr. Polak, hier, kauft eine Garnitur für 450 K und übergibt zwei Rimeffen:

700 K auf E. Reiner per 4. August und

850 K auf C. Schneider per 27. August.

Polak wird im Journal und im Hauptbuche mit dem Preise der Garnitur belastet, der Betrag der Rimeffen wird ihm gutgeschrieben. Die Rimeffen verzeichnet man im Verfallsbuche.

27. Juli. Verkaufe an den Schnittwarenhändler J. Schmidt auf Rechnung eine Mahagoni-Garnitur für 770 K und einen Divan für 130 K.

Schmidt wird mit dem Betrage im Journal und im Hauptbuche belastet.

27. Juli. Zahle den Gehilfen 148 K Wochenlohn.

29. Juli. Löse meine Tratte, Order S. Vogl per 500 K ein.

Wie unter 12. Juli.

30. Juli. Verfaufe die am 25. September fällige Rimesse auf F. Schuller per 1300 K mit 5% Diskont.

Der empfangene Wechselbetrag — nach Abzug von 5% Diskont — also 1289.70 K, wird als Einnahme in das Kassabuch eingetragen, der Verkauf im Verfallsbuche vorgemerkt.

31. Juli. Sendet J. Schmidt die Rechnung über gelieferte Woll- und andere Stoffe ein; Betrag 508 K.

Dem Schmidt werden im Journal und im Hauptbuche 508 K gutgeschrieben.

Am Ende des Monats Juli wird der Abschluß der Bücher und die Inventur vorgenommen. Bei der Inventur zeigt sich die Kassabarschaft übereinstimmend mit dem Saldo des Kassabuches. Bei der Wertbestimmung der Gerätschaften in der Werkstätte zieht man wegen der Abnutzung $\frac{1}{2}\%$ ab. Über die vorrätigen Materialien sowie über die im Magazin befindlichen Möbel fertigt man Ausweise an und es zeigt der erstere Ausweis einen Vorrat im Werte von 3420 K, der letztere von 8160 K. Die Rimesse und Tratten ergeben sich aus dem Verfallsbuche, die Forderungen und die Schulden aus dem Abschlusse des Hauptbuches.

Inventur, aufgenommen am 30. Juni 1909.

		K	h
Besitzstand (Aktiva).			
1.	Bares Geld	2100	—
2.	Einrichtung der Werkstätte laut Ausweis . .	1900	—
3.	Vorrat an Materialien laut Spezifikation . .	3370	—
4.	Vorrat an Möbeln laut Lager-Ausweis . . .	9720	—
5.	Rimesse:		
	Auf E. Hess per 9. Juli	1560	—
6.	Buchforderungen:		
	Von J. Maly in Br.-Neustadt . . K 277.—		
	„ A. Lackner hier „ 720.—	997	—
		19647	—
Schuldenstand (Passiva).			
1.	Tratten:		
	Order A. Hahn per 12. Juli . . . K 496.—		
	„ G. Fröhlich per 16. August . . „ 966.50	1462	50
2.	Buchschulden:		
	An W. Gall	1130	—
		2592	50
Abschluß.			
	Besitzstand	19647	—
	Schuldenstand	2592	50
	Reinvermögen	17054	50

Wien, am 30. Juni 1909.

Alois Feil.

1 Einnahme.

Kassa-

Buch.

Guli

1909.

Ausgabe.

1

		K	h
1. Bares Geld laut Inventur		2100	—
3. Für an O. Wenzel verkaufte Möbel:			
1 Schreibtisch	K 130.—		
1 Speisetisch	" 90.—	220	—
9. " Entlass der Stimmzettel auf E. Hess...		1560	—
10. " an einen Fremden verkaufte Möbel ..		214	—
11. " Barzahlung von A. Lackner hier...		400	—
14. " Barzahlung von F. Schuller hier...		1700	—
30. " verkauftes Aktzept des F. Schuller per			
25. September	K 1300.—		
ab 5% Diskont	" 10.39	1219	70
		7483	70
1. Ratfahersand vom vorigen Monate	August 1909.	1709	14

		K	h
2. Für die Hauszahlung		240	—
4. " Straßtpfen		4	40
5. " von L. Huber gekauftes Stuckbaumholz		870	60
6. " Grundersteuer		100	—
6. " Wochenohn an die Gehilfen		148	—
12. " Einlösung der Tratte Order A. Hahn		496	—
13. " Wochenlohn an die Gehilfen		148	—
15. " Straßtpfen		4	76
19. " meine Barzahlung an W. Gall hier ..		1360	—
20. " Wochenlohn an die Gehilfen		148	—
23. " von G. Wagner gekauftes Glasstafel und			
Spiegelglas		750	—
24. " Einlösung der Tratte Order C. Schwarz		856	80
27. " Wochenlohn an die Gehilfen		148	—
29. " Einlösung meines Aktzeptes Order S. Vogl		500	—
31. Galbo (Ratfahersand)		1709	14
		7483	70

Verfalls-

Minneffen

Juli

1.	2.	3.	4.	5.	Verfallat	Nummer- tun-
6.	7.	8.	9.	10.	E. Hess	ein- tassiert
			1560			
11.	12.	13.	14.	15.	:	
16.	17.	18.	19.	20.		
21.	22.	23.	24.	25.		
26.	27.	28.	29.	30.	31.	

Buch.

1909.

Stratten

1.	2.	3.	4.	5.	Order	Nummer- tun-
6.	7.	8.	9.	10.		
11.	12.	13.	14.	15.	A. Hahn	eingelöst
	496					
16.	17.	18.	19.	20.		
21.	22.	23.	24.	25.	C. Schwarz	eingelöst
			856 80			
26.	27.	28.	29.	30.	31.	S. Vogl eingelöst
			500			

Journal.

Juli 1909.

Tag	Haupt- buch		K	h
1.	1	J. Maly in Wr.-Neustadt Soll für den Saldo laut Inventur	277	—
1.	2	A. Lackner hier Soll für den Saldo laut Inventur	720	—
1.	3	W. Gall hier Haben für den Saldo laut Inventur	1130	—
2.	3	W. Gall hier Haben für von ihm gelieferte 18 Blöcke Mahagoni- holz	1530	—
4.	1	J. Maly in Wr.-Neustadt Soll für ihm gesendete Garnitur K 560— Spesen „ 4:40	564	40
8.		Kaufe von S. Vogl hier Bretter gegen mein Akzept per 29. Juli ..	500	—
11.	2	A. Lackner hier Haben für seine Barzahlung	400	—
14.	4	F. Schuller hier Soll für ihm verkaufte 2 Schreibtische à K 100 K 200 4 runde Tische „ „ 46 „ 184 10 Bettstätten „ „ 46 „ 460 8 Chiffonniers „ „ 50 „ 400 4 Kleiderkästen „ „ 84 „ 336 3 Waschkästen „ „ 40 „ 120 3 Garnituren „ „ 340 „ 1020	2720	—
14.	4	F. Schuller hier Haben für seine Barzahlung	1700	—

Juli 1909.

Tag	Haupt- buch		K	h
15.	1	J. Maly in Wr.=Neustadt Haben für mir gelieferte 12 Körbe Leim	1020	—
16.	3	W. Gall hier Soll für mein Akzept Order C. Schwarz	856	80
18.	5	Fr. Polak hier Soll für ihm gelieferte Ladeneinrichtung	1660	—
19.	3	W. Gall hier Soll für meine Barzahlung	1360	—
25.	4	F. Schuller hier Soll für ihm verkaufte: 2 Garnituren à K 380 K 760.— 6 Kleiderkästen à „ 90 „ 540.—	1300	—
25.	4	F. Schuller hier Haben für sein Akzept per 25. September	1300	—
26.	5	Fr. Polak hier Soll für ihm verkaufte Garnitur	450	—
26.	5	Fr. Polak hier Hab n für seine Rimesse auf E. R iner K 700.— für seine Rimesse auf C. Schneider „ 850.—	1550	—
27.	6	J. Schmidt hier Soll für ihm verkaufte Möbel: 1 Garnitur K 770.— 1 Divan „ 130.—	900	—
31.	6	J. Schmidt hier Haben für mir gelieferte Wolle und andere Stoffe	508	—
31.	4	Fr. Schuller hier Haben für seine Barzahlung	1020	—
31.	1	J. Maly in Wr.=Neustadt Soll für ihm verkauften Schreibtisch	178	60

Haupt=

1

Soll

J. Maly in

1909		Journal		K	h
Juli	1.	1	Für den Saldo mir . . .	277	—
"	4.	1	" ihm gesendete Garnitur	564	40
"	31.	1	" ihm verkauften Schreib- tisch	178	60
				1020	—

2

Soll

A. Lackner

1909		Journal		K	h
Juli	1.	1	Für den Saldo mir . . .	720	—
				720	—
August	1.		Für den Saldo mir	320	—

3

Soll

W. Gall

1909		Journal		K	h
Juli	16.	2	Für mein Akzept Order C. Schwarz	856	80
"	19.	2	" meine Barzahlung . .	1360	—
"	31.		" den Saldo ihm . . .	443	20
				2660	—

*) Dem Hauptbuch wird ein alphabetisch geordnetes Namensverzeichnis der Kunden beigegeben.

Buch.

Wr.-Neustadt.*)

Haben

1

1909		Journal		K	h
Juli	15.	2	Für mir gelieferten Leim .	1020	—
				1020	—

hier.

Haben

2

1909		Journal		K	h
Juli	11.	1	Für seine Barzahlung . .	400	—
"	31.		" den Saldo mir . . .	320	—
				720	—

hier.

Haben

3

1909		Journal		K	h
Juli	1.	1	Für den Saldo ihm . . .	1130	—
"	2.	2	" von ihm geliefertes Ma- hagoniholz	1530	—
				2660	—
August	1.		Für den Saldo ihm . . .	443	20

4

Soll

Fr. Schuller

1909		Journal		K	h
Juli	14.	1	Für ihm verkaufte Möbel. .	2720	—
"	25.	2	Für ihm verkaufte Möbel. .	1300	—
				4020	—

5

Soll

Fr. Polak

1909		Journal		K	h
Juli	18.	2	Für ihm gelieferte Ladeneinrichtung	1660	—
"	26.	2	" ihm verkaufte Garnitur	450	—
				2110	—
August	1.		Für den Saldo mir	560	

6

Soll

J. Schmidt

1909		Journal		K	h
Juli	27.	2	Für ihm verkaufte Möbel. .	900	—
				900	—
August	1.		Für den Saldo mir	392	—

hier.

Haben

1909		Journal		K	h
Juli	14.	1	Für seine Barzahlung . . .	1700	—
"	25.	2	" sein Akzept per 25. September	1300	—
"	31.		" seine Barzahlung . . .	1020	—
				4020	—

hier.

Haben

1909		Journal		K	h
Juli	26.	1	Für seine Rimesse auf Reiner und Schneider . . .	1550	—
"	31.	2	" den Saldo mir	560	—
				2110	—

hier.

Haben

1909		Journal		K	h
Juli	31.	2	Für von ihm gekaufte Wolle und andere Stoffe .	508	—
"	31.		" den Saldo mir	392	—
				900	—

Inventur, aufgenommen am 31. Juli 1909.

		K	h
Besitzstand (Aktiva).			
1.	Bares Geld	1709	14
2.	Einrichtung der Werkstätte mit $\frac{1}{2}\%$ Abzug	1890	50
3.	Vorrat an Materialien laut Ausweis	3420	—
4.	Vorrat an Möbeln laut Ausweis	8160	—
5.	Rimesse:		
	Auf E. Reiner per 4. August K 700.—	1550	—
	„ C. Schneider per 27. August... „ 850.—		
6.	Buchforderungen:		
	Von A. Lackner hier K 320.—		
	„ F. Schuller hier „ 1020.—		
	„ Fr. Polak hier „ 560.—		
	„ J. Schmidt hier „ 392.—	2292	—
		19021	64
Schuldenstand (Passiva).			
1.	Tratte:		
	Order G. Fröhlich per 16. August	966	50
2.	Buchschulden:		
	An J. Maly in Br.-Neustadt K 178.60		
	„ W. Gall hier „ 443.20	621	80
		1588	30
Abchluß.			
	Besitzstand.....	19021	64
	Schuldenstand	1588	30
	Gegenwärtiges Reinvermögen	17433	34
	Anfängliches Reinvermögen	17054	50
	Gewinn.....	378	84

Wien, am 31. Juli 1909.

Alois Feil.

B. Einmonatliches Geschäft eines Buchbinders.

Der Buchbindergehilfe Wilhelm Dissauer in Prag, welcher über ein Vermögen von 2400 K verfügt, kauft ein Buchbindergeschäft, mit dem auch der Verkauf von Schreib- und Zeichenrequisiten verbunden ist, um den Barbetrag von 1800 K, wobei das Warenlager mit 1360 K und die Gewölbe-Einrichtung mit 440 K geschätzt wurde. Er übernimmt das Geschäft am 1. Juni 1908 und legt an diesem Tage folgende Bücher an: das Inventar, das Kassabuch, das Journal und das Hauptbuch.

Geschäftserzählung.

1. Juni. Die Aktiva, mit denen das Geschäft eröffnet wird, sind: Bares Geld 600 K; Waren im Schätzungswerte von K 1360; Gewölbeeinrichtung im Schätzungswerte von 440 K.

Die Haushaltung erhält 160 K.

Der Mietzins wird für ein Vierteljahr mit 168 K bezahlt.

2. Juni. Advokat Dr. J. Klar, hier, erhält auf Rechnung: 2 Ries Konzeptpapier à 10 K, 2 Ries Kanzleipapier à 14 K, verschiedene Schreibrequisiten für 2·56 K.

3. Juni. Von der Papierfabrik Elbemühl erhalte ich 10 Ries bläuliches Konzeptpapier à 8 K, 8 Ries feines Kanzleipapier à 10·80 K, 1 Ries Ministerpapier à 16 K, 4 Ries graues Packpapier à 26 K, 10 Ries liniertes Briefpapier Oktav à 7·20 K.

4. Juni. Dem Papier- und Schreibrequisiten-Händler G. Steiner, hier, liefere ich: 20 Stück Geschäftsbücher in Strazzenformat à 2·30 K, 20 Stück Geschäftsbücher in Folioformat à 4·20 K, 50 Stück Notizbücher à 44 h.

5. Juni. Bezahle das Rastrieren von 2 Ries à 17 K.

6. Juni. Zahle den Gehilfen an Wochenlohn 52 K.

Die Wochenlohnung beträgt 280·84 K.

8. Juni. Dem Kaufmann J. Fleischer, hier, liefere ich 6 Stück Geschäftsbücher in Folioformat à 4·40 K.

9. Juni. Für Leim, Stärke, Zwirn und verschiedenes Zugehör zahle ich 37·10 K.

Kaufe gegen bar 20 Felle braunes Schafleder à 2·20 K.

10. Juni. Der Buchhändler F. Geyer, hier, erhält aus der Buchbinderei 12 Stück Landkarten auf Leinwand gespannt und lackiert à 2·60 K, 100 Gebetbücher mit Goldschnitt à 1·04 K.

11. Juni. Von der Papierfabrik Elbemühl erhalte ich: 6 Ries bläuliches Konzeptpapier à 8 K, 6 Ries weiß-meliertes Konzeptpapier à 10 K, 6 Ries luftgetrocknetes Kanzleipapier à 14 K, 2 Ries Briefpapier Quart à 14·40 K, 4 Ries Rosa-Löschpapier à 27 K.

Vom Tischler E. Witt erhalte ich 12 Stück Reißbretter mit Reißschiene und Dreiecken und bezahle dafür 36 K.

12. Juni. Der Verlagsbuchhandlung A. Schmidt & Co. wurden 4000 Exemplare „Naturlehre“ geheftet und dafür der Betrag à 8 h per Stück zur Last geschrieben.

13. Juni. Zahle den Gehilfen an Wochenlohn 52 K.

Die Wochenlohnung beträgt 245·60 K.

15. Juni. Zahle an Erwerbsteuer 37·44 K.

Erhalte von J. Fleischer 12 Pack Gold à 12 K.

16. Juni. Dr. J. Klar zahlt auf Abrechnung 40 K.

17. Juni. Kaufe von L. Stern 6 Rollen Buchbinderleinwand und zahle ihm dafür bar 146·64 K.

18. Juni. Das k. k. Bezirksgericht Kleinseite erhält ein Protokollbuch in Großmedianformat und bezahlt dafür 16·50 K.

19. Juni. Kaufe 4 q Pappendeckel à 27 K.

G. Steiner sendet 160 K ein und erhält auf weitere Rechnung 500 Schreibhefte à 10 h.

20. Juni. Zahle den Gehilfen an Wochenlohn 52 K.

Die Wochenlohnung beträgt 236·80 K.

22. Juni. Buchhändler F. Geyer erhält 50 Stück Einbände à 1·44 K und zahlt auf Abrechnung 140 K.

23. Juni. Sendte an die Papierfabrik Elbemühl 440 K.

Die Verlagsbuchhandlung A. Schmidt & Co. begleicht die Schuld mit 320 K.

24. Juni. Professor P. Scholz erhält 20 Halbfranzgebände und zahlt dafür 22·40 K.

25. Juni. Für die Bürgerschule in Smichow werden 12 Stück Landkarten auf Pappendeckel aufgezogen; der Betrag à 1·60 K per Stück wird bar bezahlt.

26. Juni. Dr. J. Klar erhält Schreibrequisiten für 38·56 K.

27. Juni. Zahle den Gehilfen an Wochenlohn 52 K.

Die Wochenlohnung beträgt 278·72 K.

30. Juni. Die Tageslohnung vom 30. Juni beträgt 53·12 K.

Am 30. Juni wird das Kassabuch und das Hauptbuch abgeschlossen und die Inventur vorgenommen. Die vorgefundene Kassabarschaft stimmt mit dem Saldo des Kassabuches überein. Die vorhandenen Waren werden mit 1440 K abgeschätzt; von dem anfänglichen Werte der Gewölbeeinrichtung wird $\frac{1}{2}\%$ für Abnützung abgeschrieben. Die Forderungen und die Schulden ergeben sich aus dem Abschlusse des Hauptbuches.

4. Buchführung für kleinere Gewerbe.

Für den Kleingewerbetreibenden genügen als wesentlich erforderliche Bücher ein Tagebuch und ein Kundenbuch.

In das Tagebuch werden nach der Zeitfolge sämtliche Geschäftsfälle, sowohl solche, die gegen bare Bezahlung, als auch diejenigen, die auf Kredit stattfinden, klar und bündig eingetragen. Es enthält zwei Geldkolonnen für Bargeschäfte mit den Rubriken „Einnahme“ und „Ausgabe“ und zwei Geldkolonnen für Kreditgeschäfte mit den Rubriken „Soll zahlen“ und „Hat gut“.

Wurde eine auf Kredit verkaufte oder gekaufte Ware bezahlt, so wird der Geldbetrag unter Beisetzung des Datums der Zahlung durchgestrichen und in die Rubrik der Bargeldeinnahmen oder Ausgaben eingeschrieben.

In das Kundenbuch kommen nur die Geschäfte auf Zeit, und zwar nach Personen geordnet. Jeder Person, der man auf Kredit geliefert, oder von der man auf Kredit genommen hat, wird ein Konto eröffnet, in dem man den gelieferten oder gekauften Gegenstand anführt und den Geldbetrag in eine der Rubriken „Soll zahlen“ oder „Hat gut“ einstellt.

Erteilt man einem Kunden eine Rechnung, so ist dies im Kundenbuche anzumerken.

Außer den genannten zwei wesentlichen Büchern empfiehlt sich für den Gewerbetreibenden noch die Haltung eines Bestellbuches über bestellte Arbeiten, sowie eines Verfallbuches, in dem neben jedem Monats-tage die Rechnungen oder Wechsel, die einzufassieren oder zu zahlen sind, kurz angemerkt werden. Letzteres kann auch in einem Kalender geschehen.

a) Aus dem Tagebuche eines Tapezierers.
Jänner 1909.

Kun- den- buch- seite	Tag	Geschäftsangabe	Bare Einnahme		Bare Ausgabe		Soll zahlen		Hat gut	
			K	h	K	h	K	h	K	h
	1.	Kassarest vom Monat Dezember 1908	176	40						
	2.	Kaufte gegen bar: 8 Meter Wollenzeug . K 25.60 20 " Krepinen.... " 4.80			30	40				
1	2.	Franz Backer hier erhielt: 1 Fauteuil ausgebeßert K 7.60 16 Sessel gepolstert.... " 18.72					26	32		
1	3.	Wochenlohn an die Gefellen...			36	—				
2	3.	Karl Lobe hier lieferte 15 Meter Robbin							63	—
	5.	Johann Fink hier erhielt: 1 Ruhebett samt Kopfpolster..					129	—		
	7.	Gab in die Haushaltung.....			100	—				
1	9.	Franz Backer hier für Putzen der Vorhänge und Aufmachen					7	44		
	10.	Behob aus der Sparkasse.....	120	—						

b) Aus dem Kundenbuche eines Tapezierers.
Franz Backer hier.

1909	Tage- buch- seite		Soll zahlen		Hat gut	
			K	h	K	h
1. Jänner		Rest vom Jahre 1908	25	20		
2. "	1	1 Fauteuil ausgebeßert	7	60		
2. "	1	16 Sessel gepolstert.....	18	72		
9. "	1	Putzen der Vorhänge und Aufmachen	7	44		
15. "	2	Zahlte à conto			40	—
25. "	2	Sitz- und Lehnpolster zu einem Rohrfessel	3	60		

c) Aus dem Kundenbuche eines Viktualienhändlers.
Emil Haller hier.

1909			Einzeln		Zusammen	
			K	h	K	h
März	1.	5 kg Zucker	3	60		
		5 kg Weizenmehl Nr. 0	1	80	5	40
"	7.	4 kg Weizengries.....	1	44		
		5 kg Reis	2	—	3	44
"	18.	3 kg Seife	1	68		
		1½ kg Kaffee	5	40	7	08
"	30.	3 kg Rumol.....	—	—	3	48
		Summe	—	—	19	40
April	1.	für Barzahlung	—	—	18	—
April	1.	Rest auf neue Rechnung	—	—	1	40
"	2.	3 kg Erbsen geschält	—	—	1	32

Auch **Beamte** und **Beamtinnen** sollen über ihre Einnahmen und Ausgaben Buch führen. Diese Art der Buchführung kann in einem Notizbüchlein ungefähr nach folgendem Muster vorgenommen werden.

Einnahmen.

Januar 1909.

Ausgaben.

Dat.		K	h	Dat.		K	h
1.	Entlohnung für Dezember	120	—	1.	In die Haushaltung.	40	—
1.	Zinsen	40	—	15.	Ebenso	40	—
15.	Nebenverdienst für verschiedene Arbeiten ..	30	—	19.	Rechnung des Schneiders A. B.	33	60
				24.	Rechnung des Schusters C. D.	14	80
				31.	Miete	28	—
				31.	In die Postsparkassa	20	—
				31.	Für Verschiedenes ...	13	—
				31.	Barvortrag für den Februar	—	60
		190	—			190	—

5. Beispiele aus der Buchführung eines Landwirtes.*)

a) Stelle das **Inventar** eines Bauerngutes vom 1. Januar 1909 nach folgenden Angaben zusammen:

1. Bares Geld K 171.—.

2. An liegenden Gründen: 12 ha 84 a Ackerland,
4 ha 75 a Wiesen, 1 " 55 " Gutweiden,
5 " 30 " Waldungen, — " 18 " Bau-Area;

zusammen ha ... a, die samt den Wohn- und Wirtschaftsgebäuden auf K 17000 geschätzt sind.

3. Hausgeräte im Werte von K 696.

4. Landwirtschaftliche Geräte im Werte von K 900.

5. Nutzvieh im Werte von K 3084.

6. Vorräte an landw. Erzeugnissen im Werte von K 1328.

7. Ausstehende Forderungen K 1910.

8. Ein Schuldkapital von K 3690.

9. Laufende Schulden K 561.

b) Nachweis über den **Rohertrag** eines Bauerngutes im Jahre 1908.

I. Ertrag aus dem Ackerland.				K	h
1. Weizen,	62 hl a	K 13.60			
2. Roggen,	86 " " "	11.80			
3. Gerste,	64 " " "	9.40			
4. Hafer,	45 " " "	15.70			
5. Erbsen,	2 " " "	11.20			
6. Linen,	3 " " "	30.40			
7. Kartoffeln,	186 " " "	6.20			
8. Rüben,	68 " " "	6.80			
9. Kraut,	56 " " "	6.50			
10. Flachs,	350 kg per q	74.60			
11. Stroh,	350 q a	5.60			
12. Kleeheu,	320 " " "	7.—			

*) Für Knaben-Bürgerschulen mit landwirtschaftlicher Richtung.

	K	h
II. Ertrag aus dem Wiesenland.		
Heu, 420 q à K 7·80		
III. Ertrag aus den Waldungen.		
Brennholz, 57 m ³ à K 8·40		
IV. Ertrag aus dem Stalle.		
1. Milch, 9000 l à 24 h		
2. Kälber, 4 Stück à K 64		
3. Dünger, 840 q à K 40		
Summe		

c) Stelle den Nachweis über den **Verkauf** der folgenden, nach der Deckung des Wirtschaftsbedarfes übriggebliebenen Erzeugnisse im Jahre 1908 zusammen:

1. Aus dem Ertrage des Ackerlandes:
46 hl Weizen à K 13·60, 40 hl Gerste à K 9·40,
46 „ Roggen à K 11·80, 56 „ Kartoffeln à K 6·20.
2. Aus dem Ertrage des Wiesenlandes:
84 q Heu à K 7·80.
3. Aus dem Ertrage der Waldungen:
20 m³ Brennholz à K 8·40.
4. Aus dem Ertrage des Stalles:
125 kg Butter à K 2·60, 4 Kälber à K 64.

d) **Rechnungsabluß** des Bauerngutes für das Jahr 1908.

	K	h
I. Einnahmen.		
1. Erlös aus dem Ertrage des Ackerlandes		
2. „ „ „ „ des Wiesenlandes		
3. „ „ „ „ der Waldungen		
4. „ „ „ „ des Stalles		
5. Für zurückgezahlte Forderungen	636	90
6. Verschiedene kleinere Einnahmen	180	—
Summe der Einnahmen	...	..
II. Ausgaben.		
1. Aufwand auf Verbesserung der Grundstücke	110	—
2. Auf landwirtschaftliche Geräte	122	80
3. Für Diensten und Tagelöhner	637	—
4. Auf Steuern und Zuschläge	184	74
5. Für Hauswirtschaft	175	50
6. Für berichtigte Schulden	529	—
7. Verschiedene kleinere Ausgaben	50	—
Summe der Ausgaben	...	..
Die Einnahmen sind größer als die Ausgaben um ...	...	..
Werden hievon die 5% Zinsen des anfänglichen Inventar- kapitals per 20 838 K mit	...	..
abgezogen, so ergibt sich als Jahresgewinn von der Wirtschaft	...	..

Anhang.

Kursblatt der Wiener Börse vom 6. Dezember 1907.

(Umrechnungssätze für Zinsen: 1 fl. ö. W. oder Silber = 2 K; 1 fl. R.-W. = 2 K 10 h;
1 Goldgulden = 2.40 K; 1 Mark = 1.18 K; 1 Frank oder 1 Lira = 96 h;
1 Liv. Sterl. = 24 K.)

		Geld	Bare
A. Allgemeine Staatsschuld.			
Einheitliche Rente (Mai=November)		96.55	96.75
„ „ (Jänner=Juli)		96.50	96.70
„ „ in Noten (Feber=August) 4.2%		98.40	98.60
„ „ in Silber (April=Oktober) 4.2%		98.40	98.60
Lose v. J. 1860 zu 500 fl. ö. W. (Mai=November) 4%		147.50	151.50
„ „ „ 1860 „ 100 fl. „ („ „) 4%		252.50	256.50
„ „ „ 1864 „ 100 fl. „ „ u. 50 fl. unverz.		252.50	256.50
B. Österreichische Staatsschuld.			
Österr. Goldrente (April=Oktober) 4%		114.25	114.45
Österr. Kronenrente (März=September) 4%		96.85	97.05
Österr. Investitionsrente (Feber=August) 3½%		86.85	87.05
Eisenbahn=Staatsschuldverschreibungen.			
Albrechtbahn, in Silber (Jänner=Juli) 4%		96.97	97.—
Elisabethbahn, in Gold (Jänner=Juli) 4%		—.—	—.—
Franz-Josefsbahn, in Silber (Jänner=Juli) 5½%		119.20	120.20
Zu Staatsschuldverschreibungen abgestempelte Eisenbahn=			
Aktien.			
Elisabethbahn, Linz—Budweis 200 fl. (Jänner=Juli)			
5½%, per Stück	460.—	463.—	
Elisabethbahn, Salzburg—Tirol 200 fl. (Jänner=Juli)			
5%, per Stück	422.—	424.—	
Vom Staate zur Zahlung übernommene Eisenbahn=			
Prioritäts-Obligationen.			
Böhmische Westbahn (Jänner=Juli) 4%	96.40	97.40	
Eisenerz-Vorderberger Lokalbahn (Jänner=Juli) 4%	96.—	97.—	
Franz-Josefsbahn (April=Oktober) 4%	96.65	97.65	
Ferdinands-Nordbahn Em. 1888 (Juni=Dezember) 4%	99.25	100.25	
C. Ungarische Staatsschuld.			
Ungar. Goldrente (Jänner=Juli) 4%	—.—	—.—	
„ Kronenrente (Juni=Dezember) 4%	93.20	93.40	
„ Grundentlastungs-Obligationen (Mai=Novbr.) 4%	93.25	94.25	
D. Andere öffentliche Anlehen.			
Bosnisches Landes-Anlehen (Feber=August) 4%	91.—	92.—	
Donau-Reg.-Anl. v. J. 1878 (Jänner=Juli) 5%	98.50	99.50	
Oberösterreich. Landes-Anlehen (Mai=November) 4%	98.30	99.30	

	Geld	Ware
Anlehen der Stadt Wien (Jänner=Juli)	5% 101.—	102.—
Anlehen der Stadt Brünn, 1883 (Feber=August).	4½% 100·50	—·—
Anlehen der Stadt Auffsig, 1894 (April=Oktober).	4% 93.—	94·—
Anlehen der Stadt Salzburg, 1905 (Jänner=Juli)	4% 98.—	100·—
E. Pfandbriefe und Obligationen.		
Österr. Boden-Kreditanstalt (April=Oktober)	4%*) 94·90	95·60
Niederösterr. Landes-Hypotheken-Anstalt (Jänner=Juli)	4% 96·50	97·50
F. Eisenbahn-Prioritäts-Obligationen.		
Österr. Nordwestbahn, lit. A 200 fl. Silber (März=Sept.)	5% 102·50	103·50
Südbahn, in Gold (Jänner=Juli)	5% 121·40	122·40
G. Obligationen von Transport-Unternehmungen.		
per Stück	letzte Dividende	
Donau=Dampfschiff=Ges. Em. 1882, f. 100 Mk. (Mai=Nov.)	4% 111.—	112·—
Lloyd österr. Em. 1861, 500 Gold (Jänner=Juli)	5% 120·—	121·—
„ „ Em. 1884, 500 Gold („ „)	4½% 119·75	120·75
II. Obligationen industrieller Gesellschaften.		
Kohlen=Industrie-Verein 2000 K (Jänner=Juli)	4½% 97·—	98·—
Steirische Eisenindustrie=Ges. 200 fl. (Mai=Juni)	6% 102·—	104·—
I. Diverse Lose (per Stück).		
a) Verzinsliche Lose.		
Bodentkreditanst., allg. österr. Prämien-Anlehen, Em. 1880, a 100 fl. ö. W., 3%,*) (Coupons 1. Juni=1. Dezember)	272·—	278·—
Bodentkreditanst., allg. österr. Prämien-Anlehen, Em. 1889, a 100 fl. ö. W., 3%,*) (1. Feber=1. August)	273·25	279 25
Donau-Regulierungs-Lose a 100 fl. ö. W., 5% (1. Jänner= 1. Juli)	257·50	263·50
b) Unverzinsliche Lose.		
Budapest=Basilika (Dombau).	5 fl. ö. W. 20·50	22·50
Klary	40 fl. R.=M. 152·—	158·—
Innsbruder Stadt-Anlehen	20 fl. ö. W. 91·—	95·—
Krakauer Lotterie-Anlehen	20 fl. „ „ 97·50	103·50
Kredit-Anstalt, Österr., für Handel und Gewerbe	100 fl. „ „ 444·—	454·—
Laibacher Prämien-Anlehen	20 fl. „ „ 62·—	68·—
Palffy	40 fl. R.=M. 192·50	198·50
Roten Kreuz, Österr. Gesellschaft vom	10 fl. ö. W. 48·—	50·—
„ „ Ungar. „ „	5 fl. „ „ 26·—	28·—
Rudolf-Stiftung	10 fl. „ „ 66·—	70·—
Salz	40 fl. R.=M. 215·—	225·—
Salzburger Prämien-Anlehen	20 fl. ö. W. 85·—	89·—
Wiener Kommunal-Lose v. J. 1874	100 fl. „ „ 480·—	490·—

*) 2% Rentensteuer.

K. Aktien (per Stück) von Transport-Unternehmungen.

		Geld	Ware
Muffig-Deplinger Eisenbahn (Jänner-Juli) 1000 K.	5%	2385.—	2390.—
Böhmische Nordbahn (Jänner-Juli) 300 K.	5%	366.—	370.—
Donau-Dampfschiff-Ges., 500 fl. R.-M. (Jänner-Juli)	5%	970.—	980.—
Ferdinands-Nordbahn, 1000 fl. ö. W. (Jänner-Juli)	5%	5230.—	5270.—

L. Aktien von Banken.

per Stück	letzte Dividende		
Boden-Kreditanstalt, Allg. österr., 300 K, 5%	44 K	999.—	1003.—
Kreditanstalt für Handel und Gewerbe, 320 K, 5%	30 K	636.50	637.50
Österr.-ungar. Bank, 1400 K, 5%	90.40 K	1764.—	1775.—

Aktien von Versicherungs-Gesellschaften.

„Österr. Phönix“, k. k. priv. Versicherungs-Gesellschaft, 100 fl. ö. W., ohne Zins.	— K	115.—	120.—
Unfallversicherungs-Gesellschaft, Österr. allg., 200 fl. ö. W. 5%	120 K	6800.—	7000.—
Wiener Lebens- und Rentenversicherungs-Anstalt, 200 fl. ö. W., 5%	30 K	700.—	720.—

M. Aktien von Industrie-Unternehmungen.

Bau-Gesellschaft, Allg. österr., 100 fl. ö. W., 5%	— K	106.—	110.—
Brügger Kohlenbergbau-Ges., 100 fl. ö. W., 5%	30 K	724.—	728.—
Elektrizitäts-Ges., Allg. österr., 200 fl. ö. W., 5%	28 K	417.—	421.—
Liesinger Brauerei, 100 fl. ö. W., 5%	13 K	240.40	250.—
Montan-Ges., Österr., alpine, 100 fl. ö. W., 5%	30 K	586.85	587.85
Echslögmühl, Papierfabrik, 200 fl. ö. W., 5%	— K	310.—	320.—

N. Devisen.

Amsterdam für 100 holländische Gulden	199.55	199.75
Deutsche Bankplätze für 100 Mark	117.80	118.—
London für 10 Pfund Sterling	241.50	241.70
Italienische Bankplätze für 100 Lire	95.90	96.—
Paris und französische Bankplätze für 100 Franken	95.92	96.05
Schweizer Plätze für 100 Franken	95.55	95.67

O. Valuten.

Kaiserliche Münzdukaten per Stück	11.36	11.40
„ Randdukaten „ „	11.30	11.33
20-Frankstücke „ „	19.16	19.19
20-Markstücke „ „	23.56	23.62
Sovereigns „ „	24.10	24.16
Deutsche Reichsbanknoten für 100 Mark	117.827	118.025
Italienische Banknoten für 100 Lire	95.80	96.—
Papier-Rubel per Stück	2.525	2.535

Quittung

h Stempel.

Bis 40 K - 14 h
über 40- 80 " - 26 "
" 80- 120 " - 38 "
" 120- 200 " - 64 "
" 200- 400 " 1,26 K
" 400- 600 " 1,88 "
" 600- 800 " 2,50 "
" 800- 1600 " 5.- "
usf., für je 800 K mehr
K 2,50.

über

die heute von

als

bar erhalten habe...

190

, den

Für

Anm.: Die erste Zeile des Textes muß über den unteren Teil des Stempels gehn; die Schriftzüge dürfen aber nicht in das vorgedruckte Wort „Heller“ hineinragen.

Stempel:

über	bis 150 K	-10 h.
"	300 "	-20 "
"	600 "	-40 "
"	900 "	-60 "
"	1200 "	-80 "
"	1500 "	1.-K
"	1800 "	1.20 "
"	2100 "	1.40 "
"	2400 "	1.60 "
"	2700 "	1.80 "
"	3000 "	2.- "
"	3300 "	2.40 "
"	3600 "	2.80 "
"	3900 "	3.- "
"	4200 "	3.40 "
"	4500 "	3.80 "
"	4800 "	4.- "
"	5100 "	4.40 "
"	5400 "	4.80 "
"	5700 "	5.- "
"	6000 "	5.40 "
"	6300 "	5.80 "
"	6600 "	6.- "
"	6900 "	6.40 "
"	7200 "	6.80 "
"	7500 "	7.- "
"	7800 "	7.40 "
"	8100 "	7.80 "
"	8400 "	8.- "
"	8700 "	8.40 "
"	9000 "	8.80 "
"	9300 "	9.- "
"	9600 "	9.40 "
"	9900 "	9.80 "
"	10200 "	10.- "
"	10500 "	10.40 "
"	10800 "	10.80 "
"	11100 "	11.- "
"	11400 "	11.40 "
"	11700 "	11.80 "
"	12000 "	12.- "
"	12300 "	12.40 "
"	12600 "	12.80 "
"	12900 "	13.- "
"	13200 "	13.40 "
"	13500 "	13.80 "
"	13800 "	14.- "
"	14100 "	14.40 "
"	14400 "	14.80 "
"	14700 "	15.- "
"	15000 "	15.40 "
"	15300 "	15.80 "
"	15600 "	16.- "
"	15900 "	16.40 "
"	16200 "	16.80 "
"	16500 "	17.- "
"	16800 "	17.40 "
"	17100 "	17.80 "
"	17400 "	18.- "
"	17700 "	18.40 "
"	18000 "	18.80 "
"	18300 "	19.- "
"	18600 "	19.40 "
"	18900 "	19.80 "
"	19200 "	20.- "
"	19500 "	20.40 "
"	19800 "	20.80 "
"	20100 "	21.- "
"	20400 "	21.40 "
"	20700 "	21.80 "
"	21000 "	22.- "
"	21300 "	22.40 "
"	21600 "	22.80 "
"	21900 "	23.- "
"	22200 "	23.40 "
"	22500 "	23.80 "
"	22800 "	24.- "
"	23100 "	24.40 "
"	23400 "	24.80 "
"	23700 "	25.- "
"	24000 "	25.40 "
"	24300 "	25.80 "
"	24600 "	26.- "
"	24900 "	26.40 "
"	25200 "	26.80 "
"	25500 "	27.- "
"	25800 "	27.40 "
"	26100 "	27.80 "
"	26400 "	28.- "
"	26700 "	28.40 "
"	27000 "	28.80 "
"	27300 "	29.- "
"	27600 "	29.40 "
"	27900 "	29.80 "
"	28200 "	30.- "
"	28500 "	30.40 "
"	28800 "	30.80 "
"	29100 "	31.- "
"	29400 "	31.40 "
"	29700 "	31.80 "
"	30000 "	32.- "
"	30300 "	32.40 "
"	30600 "	32.80 "
"	30900 "	33.- "
"	31200 "	33.40 "
"	31500 "	33.80 "
"	31800 "	34.- "
"	32100 "	34.40 "
"	32400 "	34.80 "
"	32700 "	35.- "
"	33000 "	35.40 "
"	33300 "	35.80 "
"	33600 "	36.- "
"	33900 "	36.40 "
"	34200 "	36.80 "
"	34500 "	37.- "
"	34800 "	37.40 "
"	35100 "	37.80 "
"	35400 "	38.- "
"	35700 "	38.40 "
"	36000 "	38.80 "
"	36300 "	39.- "
"	36600 "	39.40 "
"	36900 "	39.80 "
"	37200 "	40.- "
"	37500 "	40.40 "
"	37800 "	40.80 "
"	38100 "	41.- "
"	38400 "	41.40 "
"	38700 "	41.80 "
"	39000 "	42.- "
"	39300 "	42.40 "
"	39600 "	42.80 "
"	39900 "	43.- "
"	40200 "	43.40 "
"	40500 "	43.80 "
"	40800 "	44.- "
"	41100 "	44.40 "
"	41400 "	44.80 "
"	41700 "	45.- "
"	42000 "	45.40 "
"	42300 "	45.80 "
"	42600 "	46.- "
"	42900 "	46.40 "
"	43200 "	46.80 "
"	43500 "	47.- "
"	43800 "	47.40 "
"	44100 "	47.80 "
"	44400 "	48.- "
"	44700 "	48.40 "
"	45000 "	48.80 "
"	45300 "	49.- "
"	45600 "	49.40 "
"	45900 "	49.80 "
"	46200 "	50.- "
"	46500 "	50.40 "
"	46800 "	50.80 "
"	47100 "	51.- "
"	47400 "	51.40 "
"	47700 "	51.80 "
"	48000 "	52.- "
"	48300 "	52.40 "
"	48600 "	52.80 "
"	48900 "	53.- "
"	49200 "	53.40 "
"	49500 "	53.80 "
"	49800 "	54.- "
"	50100 "	54.40 "
"	50400 "	54.80 "
"	50700 "	55.- "
"	51000 "	55.40 "
"	51300 "	55.80 "
"	51600 "	56.- "
"	51900 "	56.40 "
"	52200 "	56.80 "
"	52500 "	57.- "
"	52800 "	57.40 "
"	53100 "	57.80 "
"	53400 "	58.- "
"	53700 "	58.40 "
"	54000 "	58.80 "
"	54300 "	59.- "
"	54600 "	59.40 "
"	54900 "	59.80 "
"	55200 "	60.- "
"	55500 "	60.40 "
"	55800 "	60.80 "
"	56100 "	61.- "
"	56400 "	61.40 "
"	56700 "	61.80 "
"	57000 "	62.- "
"	57300 "	62.40 "
"	57600 "	62.80 "
"	57900 "	63.- "
"	58200 "	63.40 "
"	58500 "	63.80 "
"	58800 "	64.- "
"	59100 "	64.40 "
"	59400 "	64.80 "
"	59700 "	65.- "
"	60000 "	65.40 "
"	60300 "	65.80 "
"	60600 "	66.- "
"	60900 "	66.40 "
"	61200 "	66.80 "
"	61500 "	67.- "
"	61800 "	67.40 "
"	62100 "	67.80 "
"	62400 "	68.- "
"	62700 "	68.40 "
"	63000 "	68.80 "
"	63300 "	69.- "
"	63600 "	69.40 "
"	63900 "	69.80 "
"	64200 "	70.- "
"	64500 "	70.40 "
"	64800 "	70.80 "
"	65100 "	71.- "
"	65400 "	71.40 "
"	65700 "	71.80 "
"	66000 "	72.- "
"	66300 "	72.40 "
"	66600 "	72.80 "
"	66900 "	73.- "
"	67200 "	73.40 "
"	67500 "	73.80 "
"	67800 "	74.- "
"	68100 "	74.40 "
"	68400 "	74.80 "
"	68700 "	75.- "
"	69000 "	75.40 "
"	69300 "	75.80 "
"	69600 "	76.- "
"	69900 "	76.40 "
"	70200 "	76.80 "
"	70500 "	77.- "
"	70800 "	77.40 "
"	71100 "	77.80 "
"	71400 "	78.- "
"	71700 "	78.40 "
"	72000 "	78.80 "
"	72300 "	79.- "
"	72600 "	79.40 "
"	72900 "	79.80 "
"	73200 "	80.- "
"	73500 "	80.40 "
"	73800 "	80.80 "
"	74100 "	81.- "
"	74400 "	81.40 "
"	74700 "	81.80 "
"	75000 "	82.- "
"	75300 "	82.40 "
"	75600 "	82.80 "
"	75900 "	83.- "
"	76200 "	83.40 "
"	76500 "	83.80 "
"	76800 "	84.- "
"	77100 "	84.40 "
"	77400 "	84.80 "
"	77700 "	85.- "
"	78000 "	85.40 "
"	78300 "	85.80 "
"	78600 "	86.- "
"	78900 "	86.40 "
"	79200 "	86.80 "
"	79500 "	87.- "
"	79800 "	87.40 "
"	80100 "	87.80 "
"	80400 "	88.- "
"	80700 "	88.40 "
"	81000 "	88.80 "
"	81300 "	89.- "
"	81600 "	89.40 "
"	81900 "	89.80 "
"	82200 "	90.- "
"	82500 "	90.40 "
"	82800 "	90.80 "
"	83100 "	91.- "
"	83400 "	91.40 "
"	83700 "	91.80 "
"	84000 "	92.- "
"	84300 "	92.40 "
"	84600 "	92.80 "
"	84900 "	93.- "
"	85200 "	93.40 "
"	85500 "	93.80 "
"	85800 "	94.- "
"	86100 "	94.40 "
"	86400 "	94.80 "
"	86700 "	95.- "
"	87000 "	95.40 "
"	87300 "	95.80 "
"	87600 "	96.- "
"	87900 "	96.40 "
"	88200 "	96.80 "
"	88500 "	97.- "
"	88800 "	97.40 "
"	89100 "	97.80 "
"	89400 "	98.- "
"	89700 "	98.40 "
"	90000 "	98.80 "
"	90300 "	99.- "
"	90600 "	99.40 "
"	90900 "	99.80 "
"	91200 "	100.- "
"	91500 "	100.40 "
"	91800 "	100.80 "
"	92100 "	101.- "
"	92400 "	101.40 "
"	92700 "	101.80 "
"	93000 "	102.- "
"	93300 "	102.40 "
"	93600 "	102.80 "
"	93900 "	103.- "
"	94200 "	103.40 "
"	94500 "	103.80 "
"	94800 "	104.- "
"	95100 "	104.40 "
"	95400 "	104.80 "
"	95700 "	105.- "
"	96000 "	105.40 "
"	96300 "	105.80 "
"	96600 "	106.- "
"	96900 "	106.40 "
"	97200 "	106.80 "
"	97500 "	107.- "
"	97800 "	107.40 "
"	98100 "	107.80 "
"	98400 "	108.- "
"	98700 "	108.40 "
"	99000 "	108.80 "
"	99300 "	109.- "
"	99600 "	109.40 "
"	99900 "	109.80 "
"	100200 "	110.- "
"	100500 "	110.40 "
"	100800 "	110.80 "
"	101100 "	111.- "
"	101400 "	111.40 "
"	101700 "	111.80 "
"	102000 "	112.- "
"	102300 "	112.40 "
"	102600 "	112.80 "
"	102900 "	113.- "
"	103200 "	113.40 "
"	103500 "	113.80 "
"	103800 "	114.- "
"	104100 "	114.40 "
"	104400 "	114.80 "
"	104700 "	115.- "
"	105000 "	115.40 "
"	105300 "	115.80 "
"	105600 "	116.- "
"	105900 "	116.40 "
"	106200 "	116.80 "
"	106500 "	117.- "
"	106800 "	117.40 "
"	107100 "	117.80 "
"	107400 "	118.- "
"	107700 "	118.40 "
"	108000 "	118.80 "
"	108300 "	119.- "
"	108600 "	119.40 "
"	108900 "	119.80 "
"	109200 "	120.- "
"	109500 "	120.40 "
"	109800 "	120.80 "
"	110100 "	121.- "
"	110400 "	121.40 "
"	110700 "	121.80 "
"	111000 "	122.- "
"	111300 "	122.40 "
"	111600 "	122.80 "
"	111900 "	123.- "
"	112200 "	123.40 "
"	112500 "	123.80 "
"	112800 "	124.- "
"	113100 "	124.40 "
"	113400 "	124.80 "
"	113700 "	125.- "
"	114000 "	125.40 "
"	114300 "	125.80 "
"	114600 "	126.- "
"	114900 "	126.40 "
"	115200 "	126.80 "
"	115500 "	127.- "
"	115800 "	127.40 "
"	116100 "	127.80 "
"	116400 "	128.- "
"	116700 "	128.40 "
"	117000 "	128.80 "
"	117300 "	129.- "
"	117600 "	129.40 "
"	117900 "	129.80 "
"	118200 "	130.- "
"	118500 "	130.40 "
"	118800 "	130.80 "
"	119100 "	131.- "
"	119400 "	131.40 "
"	119700 "	131.80 "
"	120000 "	132.- "
"	120300 "	132.40 "
"	120600 "	132.80 "
"	120900 "	133.- "
"	121200 "	133.40 "
"	121500 "	133.80 "
"	121800 "	134.- "
"	122100 "	134.40 "
"	122400 "	134.80 "
"	122700 "	135.- "
"	123000 "	135.40 "
"	123300 "	135.80 "
"	123600 "	136.- "
"	123900 "	136.40 "
"	124200 "	136.80 "
"	124500 "	137.- "
"	124800 "	137.40 "
"	125100 "	137.80 "
"	125400 "	138.- "
"	125700 "	138.40 "
"	126000 "	138.80 "
"	126300 "	139.- "
"	126600 "	139.40 "
"	126900 "	139.80 "
"	127200 "	140.- "
"	127500 "	140.40 "
"	127800 "	140.80 "
"	128100 "	141.- "
"	128400 "	141.40 "
"	128	

