

## O TOPLOTNIH STROJIH

JANEZ STRNAD

Fakulteta za matematiko in fiziko  
Univerza v Ljubljani

PACS: 05.79.-a

Ob naraščajoči porabi energije imajo toplotni stroji v elektrarnah še naprej odločilno vlogo. Na eni strani bolje razumemo njihovo delovanje, na drugi razvoj novih snovi in tehnik omogoča večje izkoristke. Prispevek kratko poroča o računu, ki delno upošteva irreverzibilnost, in o učinkoviti povezavi plinskih in parnih turbin.

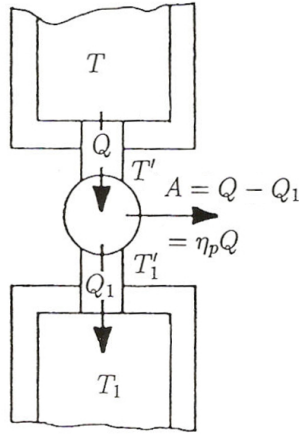
### ON THERMAL ENGINES

In the growing energy demand the role of heat engines in electrical power plants remains crucial. On the one hand their functioning is better understood and on the other the development of new materials and technologies leads to greater efficiencies. A theoretical model is reported on in which irreversibility is partially taken into account as well as on the efficient combination of gas and vapour turbines.

### Največja moč

Navadno nas pri toplotnih strojih, ki ponavljajo krožno spremembo, najbolj zanima največji dosegljivi izkoristek. S tem namenom izpeljemo izkoristek stroja, ki reverzibilno ponavlja Carnotovo krožno spremembo. Tak stroj bi deloval zelo počasi z zanemarljivo majhno močjo. Od uporabnega stroja pa pričakujemo veliko moč. Izkoristek, ki bolje ustreza uporabljenim toplotnim strojem, je mogoče izpeljati iz preprostih termodinamičnih zvez, če se ne ustrašimo precej dolgeveznega, a nezahtevnega računanja.

Stroj deluje z veliko močjo, če prejema velik toplotni tok in velik toplotni tok oddaja. Za to potrebuje končni temperaturni razliki. Vzemimo, da je  $T$  temperatura toplejšega toplotnega rezervoarja in  $T_1$  temperatura hladnejšega rezervoarja (slika 1). Stroj sprejme toploto  $Q$  pri temperaturi  $T' < T$  in odda toploto  $Q_1$  pri temperaturi  $T'_1 > T_1$ . Temperaturna razlika  $\Delta T = T - T'$  poganja toploto v stroj, temperaturna razlika  $\Delta T_1 = T'_1 - T_1$  pa iz stroja v okolico. Temperaturni razliki  $\Delta T$  in  $\Delta T_1$  vzamemo za spremenljivki, temperaturi rezervoarjev  $T$  in  $T_1$  pa za konstanti. Običajno temperaturnih razlik  $\Delta T$  in  $\Delta T_1$  sploh ne upoštevamo.



**Slika 1.** Temperaturni razliki  $\Delta T = T - T'$  in  $\Delta T_1 = T_1' - T_1$  na pregledni risbi toplotnega stroja poganjata toplotna tokova.

Vzemimo, da sta toplotna tokova sorazmerna s temperaturnima razlikama [1], [2]:

$$\frac{Q}{t} = k(T - T') = k\Delta T \quad \text{in} \quad \frac{Q_1}{t_1} = k_1(T_1' - T_1) = k_1\Delta T_1. \quad (1)$$

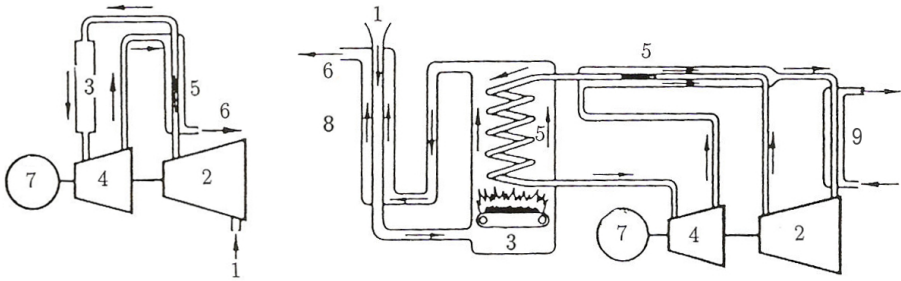
V najpreprostejšem primeru, pri prevajanju, sta koeficienta prehoda toplote  $k = \lambda S/d$  in  $k_1 = \lambda_1 S_1/d_1$  s toplotnima prevodnostma  $\lambda$  in  $\lambda_1$ , površinama  $S$  in  $S_1$  ter debelinama plasti  $d$  in  $d_1$ , skozi kateri temperaturni razliki poganjata toplotna tokova. To naj bosta edini ireverzibilni spremembi v stroju. Adiabatno razpenjanje in adiabatno stiskanje naj potekata reverzibilno in hitro v primerjavi z izmenjavanjema toplote. Stroju dovedemo toploto  $Q$  in od njega odvedemo toploto  $Q_1$  in delo  $A = Q - Q_1$ . Ker so spremembe z izjemo prenosov toplote reverzibilne, je izkoristek  $A/Q = 1 - T_1'/T'$ . Zato govorimo o *endoreverzibilnem stroju*. Krožna sprememba traja čas:

$$t + t_1 = \frac{Q}{k\Delta T} + \frac{Q_1}{k_1\Delta T_1}. \quad (2)$$

V tej zvezi *termodinamika končnega časa* zajame ireverzibilne spremembe, *termodinamika neskončnega časa* pa reverzibilne.

Toploti izrazimo s konstantnima temperaturama rezervoarjev  $T$  in  $T_1$  ter spremenljivima temperaturnima razlikama  $\Delta T$  in  $\Delta T_1$ :

$$Q = \frac{AT'}{T' - T_1'} = A \frac{T - \Delta T}{T - T_1 - \Delta T - \Delta T_1} \quad \text{in}$$



**Slika 2.** Plinske turbine delujejo v odprtem krogu (levo) ali v zaprtem krogu (desno): 1 dovod zraka, 2 kompresor, 3 sežigna celica, 4 turbina, 5 toplotni izmenjalnik, 6 izpušni plini, 7 električni generator, 8 grelnik zraka, 9 hladilnik. Turbine v elektrarnah imajo pogosto zaprt krog, turbine v potisnih strojih pa odprtega.

$$Q_1 = \frac{AT'_1}{T' - T'_1} = A \frac{T_1 + \Delta T_1}{T - T_1 - \Delta T - \Delta T_1}.$$

Stroj dela z močjo:

$$P = \frac{A}{t + t_1} = kk_1 \frac{\Delta T \Delta T_1 (T - T_1 - \Delta T - \Delta T_1)}{k_1 T \Delta T_1 + k T_1 \Delta T + \Delta T \Delta T_1 (k - k_1)}. \quad (3)$$

Moč je največja, ko je  $\partial P / \partial (\Delta T) = 0$  in  $\partial P / \partial (\Delta T_1) = 0$ . Odvajanje si olajšamo, če uvedemo števec  $f = \Delta T \Delta T_1 (T - T_1 - \Delta T - \Delta T_1)$  in imenovalcec  $F = k_1 T \Delta T_1 + k T_1 \Delta T + \Delta T \Delta T_1 (k - k_1)$ . Potem se pogoja glasita  $f'F = fF'$ , če črtica najprej zaznamuje odvajanje po  $\Delta T$  in potem po  $\Delta T_1$ . Enačbi, ki ju dobimo z odvajanjem, skrčimo:

$$k_1 T \Delta T_1 (T - T_1 - \Delta T - \Delta T_1) = \Delta T (k_1 T \Delta T_1 + k T_1 \Delta T + (k - k_1) \Delta T \Delta T_1) \quad (4)$$

in

$$k T_1 \Delta T (T - T_1 - \Delta T - \Delta T_1) = \Delta T_1 (k_1 T \Delta T_1 + k T_1 \Delta T + (k - k_1) \Delta T \Delta T_1). \quad (5)$$

Prvo enačbo delimo z drugo:

$$\frac{k_1 T \Delta T_1}{k T_1 \Delta T} = \frac{\Delta T}{\Delta T_1} \quad \text{in} \quad \Delta T_1 = \sqrt{\frac{k T_1}{k_1 T}} \Delta T. \quad (6)$$

Z drugo enačbo (6) odpravimo temperaturno razliko  $\Delta T_1$  iz enačbe (4). Po preureditvi preostane kvadratna enačba:

$$(1 - k/k_1)(\Delta T)^2 - 2(\sqrt{k T_1/k_1 T} + 1)T \Delta T + T(T - T_1) = 0.$$

Izberemo rešitev z negativnim znakom, ki zagotovi, da je  $\Delta T = 0$ , če postavimo  $T = T_1$ :

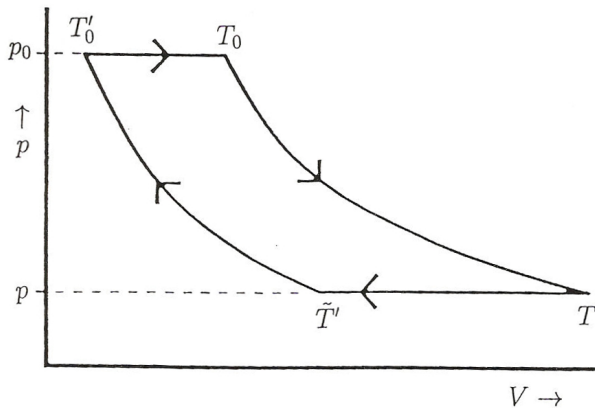
$$\Delta T = T \frac{1 - \sqrt{T_1/T}}{1 + \sqrt{k/k_1}} \quad \text{in} \quad \Delta T_1 = T_1 \frac{\sqrt{T/T_1} - 1}{1 + \sqrt{k_1/k}}. \quad (7)$$

Dodali smo rešitev za drugo temperaturno razliko, ki sledi, ko dobljeno rešitev  $\Delta T$  vstavimo v drugo enačbo (6). Z enačbama (7) izračunamo razmerje temperatur:

$$\frac{T'_1}{T'} = \frac{\Delta T_1 + T_1}{T - \Delta T} = \sqrt{\frac{T_1}{T}}.$$

Tako dobimo nazadnje za izkoristek stroja pri največji moči:

$$\eta_P = \frac{A}{Q} = 1 - \frac{T'_1}{T'} = 1 - \sqrt{\frac{T_1}{T}}. \quad (8)$$



**Slika 3.** Delovanje plinske turbine v diagramu  $pV$  opiše idealizirana krožna sprememba. Od  $T'_0$  do  $T_0$  plin dobiva toploto pri konstantnem tlaku  $p_0$ , od  $T$  do  $\tilde{T}'$  jo oddaja pri konstantnem tlaku  $p$ . Spremembi od  $T_0$  do  $T$  in od  $\tilde{T}'$  do  $T'_0$  potekata adiabatno, to je brez izmenjavanja toplote.

Presenetljivo je tudi ta izkoristek odvisen samo od temperatur obeh rezervoarjev. Izračunani izkoristki se dobro ujemajo z izmerjenimi podatki za stroje v elektrarnah na premog, jedrskih elektrarnah in elektrarnah na zemeljsko toploto [1]. Podatki za Termoelektrarno Šoštanj se ujemajo nekoliko slabše. Pričakujemo, da je izkoristek  $\eta_P$  nekoliko večji od doseženega izkoristka  $\eta_d$ , ker upošteva samo del ireverzibilnosti.

	$P$	$T$	$T_1$	$\eta_C$	$\eta_P$	$\eta_d$
blok 3	75 MW	803 K	300 K	0,63	0,39	0,28
blok 4	275	818	295	0,64	0,40	0,32
blok 5	345	818	295	0,64	0,40	0,32

Pomnožimo enačbo (8) z  $1 + \sqrt{T_1/T}$  in prepoznamo v  $1 - T_1/T = \eta_C$  Carnotov izkoristek:  $\eta_C/\eta_P = 1 + \sqrt{T_1/T}$ . Iz te zveze sledi, da za  $0 < T_1 < T$  velja neenačba  $\frac{1}{2}\eta_C < \eta_P < \eta_C$ .

Največja moč po enačbi (3) je odvisna od koeficientov prehoda toplote:

$$P_0 = kk_1 \frac{\sqrt{T} - \sqrt{T_1}}{\sqrt{k} + \sqrt{k_1}}.$$

Čeprav je računanje dolgovезno in je pri njem treba uporabiti več drobnih računskih zvijač, sta rezultata preprosta.

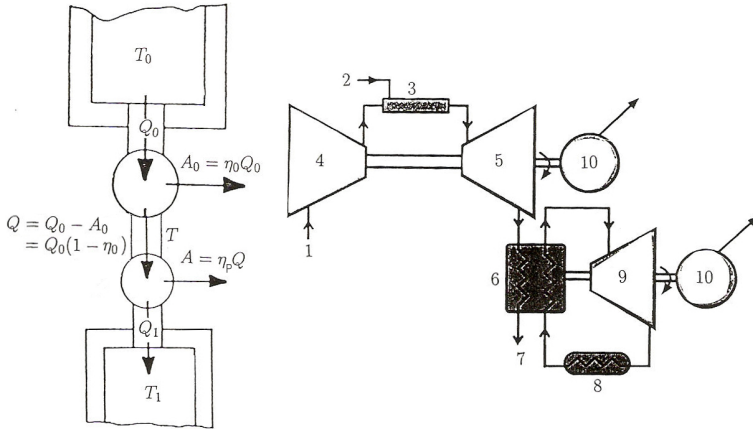
### Povezava plinske turbine s parno

V elektrarnah so parne stroje nadomestile parne turbine.<sup>1</sup> Preprosta in znana pot do izkoristka za parni stroj, ki ponavlja Carnotovo krožno spremembo, je uporabna tudi za parno turbino. Pri tem delovna snov izpareva in se utekočini. Izkoristek parnih turbin v elektrarnah za malenkost presega  $\frac{1}{3}$ . V želji, da bi dosegli večji izkoristek, so v zadnjem času začeli uporabljati povezavo parne turbine s plinsko turbino. V plinskih turbinah se delovni plin ne utekočini. Zanje je značilna visoka temperatura na vходу.<sup>2</sup>

Plinska turbina ima slabost, da je razmeroma visoka tudi temperatura na izhodu. To pomanjkljivost odpravijo s povezavo s parno turbino, ki jo poganja oddana toplota plinske turbine. Plinska turbina je pripravnejša od parne turbine za delovanje pri visoki temperaturi, parna turbina pa zmanjša toplotno obremenitev okolja s tem, da zmanjša razliko med temperaturo, pri kateri stroj odda toploto, in temperaturo okolice. Plinska turbina ima še prednost, da jo je mogoče v kratkem času pognati. Zato imajo take turbine v elektrarnah dostikrat v pripravljenosti in jih vključijo, ko naraste potreba po moči. Poznamo *plinske turbine z odprtim krogom*, ki zajemajo zrak iz okolice

<sup>1</sup>Sodobno parno turbino je leta 1894 za pogon ladij patentiral angleški fizik in inženir Charles Parsons, če ne omenjamo poskusov pred tem. Njegova prva turbina je dosegla moč nekaj kilovatov. Do danes so razvili turbine, ki zmorejo več sto megavatov. Parsonsova turbina in njene izvedbe so pospešile razvoj pomorskega prometa in električnega omrežja.

<sup>2</sup>Napravo, ki je imela vse glavne poteze sodobne plinske turbine, je leta 1791 patentiral Anglež John Barber za „vozilo brez konja“. V razvoju turbin za pogon vozil in letal so do danes prispevali številne izboljšave. Prvo elektrarno s plinsko turbino so pognali v Švici leta 1939.



**Slika 4.** Povezava plinske in parne turbine doseže ugoden izkoristek: pregledna risba (levo) in poenostavljena risba povezave (desno): 1 dovod zraka, 2 dovod plina ali goriva, 3 sežigna celica, 4 kompresor, 5 plinska turbina, 6 toplotni izmenjevalnik, 7 odvod odpadne toplote, 8 hladilnik, 9 parna turbina, 10 električna generatorja, priključena na omrežje.

in izgorele pline odvajajo v okolico, in *plinske turbine z zaprtim krogom*, ki jim dovajajo le toploto in od njih odvajajo le toploto in delo (slika 2). Plinske turbine uporabljajo tudi za pogon reaktivnih in turbopropelerskih letal in raket ter ladij. Te turbine so manjše in lažje od turbin v elektrarnah in uporabljajo drugačna goriva.

Najprej nekoliko podrobneje opišimo delovanje plinske turbine. Kompresor močno stisne zrak. V stisnjeni in segreti zrak uvedejo gorivo, ki zgore. Vroč plin se razpne in požene turbino. Plin pri tlaku, ki ni znatno večji kot okolni tlak, nato odvedejo v okolico. Kot gorivo večinoma uporabljajo zemeljski plin, metan in plin, ki ga dobijo iz premoga. Stiskanje zraka v kompresorju približno opišemo z adiabatno spremembo idealnega plina, gorenje mešanice s spremembo pri konstantnem velikem tlaku  $p_0$ , razširjanje vročega plina v turbini z drugo adiabatno spremembo in odvajanje plinov z drugo spremembo pri konstantnem manjšem tlaku  $p$ .<sup>3</sup> Pri tlaku  $p_0$  dovedejo toploto  $Q_{p0} = mc_p(T_0 - T'_0)$  in pri tlaku  $p$  odvedejo toploto  $Q_p = mc_p(T - \tilde{T}')$  (slika 3). Za Carnotov izkoristek dobimo  $\eta_C = 1 - Q_p/Q_{p0} = 1 - (T - \tilde{T}')/(T_0 - T'_0)$ . Adiabatni spremembi povezuje enačba za idealni plin:  $\tilde{T}'/T'_0 = T/T_0 = (p/p_0)^{(\kappa-1)/\kappa}$ , ki da  $\eta_C = 1 - \tilde{T}'/T'_0$ .

<sup>3</sup>Opisano krožno spremembo imenujejo po Jamesu Prescottu Joulu, ki si jo je zamislil leta 1851. Cenejši in preprostejši „zračni stroj“ naj bi nadomestil parni stroj. Včasih spremembo imenujejo še po ameriškem inženirju Georgeu Braytonu. Dvajset let po Joulovem predlogu je izdelal batni stroj z notranjim zgorevanjem, ki je ponavljal tako krožno spremembo, a je dosegel preslab izkoristek, da bi se uveljavil.

Izkoristek pri največji moči je potem po (8) enak [3]:

$$\eta_P = 1 - \sqrt{T/T_0} = 1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{2}\kappa/(\kappa-1)}. \quad (9)$$

Povezava plinske in parne turbine (slika 4) je precej učinkovita in ji obetajo pomembno vlogo v prihodnosti. Plinski turbini dovedejo toploto  $Q_0$  pri temperaturi  $T_0$  ter od nje odvedejo delo  $A_0 = Q_0 - Q = \eta_{P0}Q_0$  in pri temperaturi  $T$  toploto  $Q = Q_0 - A_0 = (1 - \eta_{P0})Q_0$ . Toploto  $Q$  dovedejo parni turbini pri temperaturi  $T$ , če zanemarimo toplotne izgube pri prenosu. Parna turbina odda delo  $A = \eta_P Q$  in pri temperaturi  $T_1$  toploto  $Q_1 = Q - A = (1 - \eta_P)Q$ . Pri izvedbi, ki jo zdaj največ uporabljajo, poganjata turbini vsaka svoj generator. Tako obe oddasta skupaj delo  $A_0 + A = \eta_{P0}Q_0 + \eta_P Q = \eta_{P0}Q_0 + \eta_P(1 - \eta_{P0})Q_0$ . Skupni izkoristek obeh turbin je:

$$\eta_{Ps} = \frac{A_0 + A}{Q_0} = \eta_{P0} + \eta_P - \eta_P \eta_{P0}. \quad (10)$$

V nekaterih napravah poganjata obe turbini en sam generator.

Osamljena plinska turbina ima podoben izkoristek kot parna turbina. Premišljena povezava obeh turbin pa doseže izkoristek okoli 60 %. Za zgled navedimo plinsko turbino, ki deluje med temperaturama  $T_0 = 1673$  K in  $T = 873$  K in ki ji ustreza temperatura  $\tilde{T}' = 582$  K, z izkoristkom  $\eta_{P0} = 0,42$ . Parna turbina deluje med temperaturama  $T = 873$  K in  $T_1 = 350$  K z izkoristkom  $\eta_P = 0,32$ . Skupni izkoristek povezanih turbin doseže  $\eta_{Ps} = 0,60$  [3]. Ena sama turbina ne bi mogla izkoristiti temperaturnega intervala od 1673 K do 350 K.

Delovanje plinskih turbin je vezano na razvoj novih tehnik in novih snovi. Njihovo delovanje izboljšajo s spretno uporabo toplotnih izmenjevalnikov ter vmesnih grelnikov in hladilnikov. Plinsko turbino sestavlja veliko delov, ki morajo ustrezati skrajnim zahtevam. Tako morajo na primer konice lopatic v njej pri visoki temperaturi prenesti hitrost, ki znatno presega hitrost zvoka v zraku.

## LITERATURA

- [1] F. I. Curson in B. Ahlborn, *Efficiency of a Carnot engine at maximum power output*, Am. J. Phys. **43** (1975), 22–24.
- [2] H. Callen, *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*, Wiley, New York, 1985, str. 125.
- [3] H. S. Leff, *Thermodynamics of combined-cycle electric power plants*, Am. J. Phys. **80** (2012), 515–518.