

# Kombinacija klasičnih terestričnih opazovanj in opazovanj GNSS v geodinamičnih raziskavah

Oskar Sterle\*, Bojan Stopar\*

## Povzetek

Osnovna količina deformacij geodetske mreže so ocenjeni vektorji hitrosti točk, ki se jih lahko določi le na podlagi ponovljenih izmer. V prispevku je prikazana obravnava geodetskega datuma obdelave ponovljenih izmer, kjer nastopajo različni tipi opazovanj v različnih terminskih izmerah. Obdelava podatkov poteka v enem koraku v 4R prostoru, kjer se poleg koordinat ocenjuje tudi vektorje hitrosti točk. Ocenjene vektorje se analizira z vidika prisotnosti datumskih informacij, z namenom določitve vektorjev, ki kažejo le na relativne premike določene točke glede na ostale točke v geodetski mreži.

## UVOD

Osnovna količina, iz katere določimo deformacije geodetske mreže, so ocenjeni vektorji premikov ali hitrosti premikov geodetskih točk. Premike točk lahko dobimo le na podlagi ponovljenih izmer v različnih terminskih izmerah. Ocena vektorjev hitrosti z zadovoljivo natančnostjo je možna le s satelitskimi tehnikami, kot npr. GNSS (angl. Global Navigation Satellite Systems), kjer po uporabi prednjači predvsem GPS (angl. Global Positioning System). Vendar pa je možno ocenjevati vektorje hitrosti točk s satelitskimi tehnikami le kaki dve desetletji, s čimer lahko opišemo le kratkoročno geodinamiko območja. Za oceno dolgoročneje geodinamike moramo uporabiti tudi starejša klasična/terestrična opazovanja. Vendar pa je potrebno biti pri teh opazovanjih previden, saj so ta opazovanja slabše in nehomogene natančnosti (Xu et al., 2000). Uporaba starejših klasičnih opazovanj v kombinaciji z modernimi satelitskimi je možna le ob visoki natančnosti satelitskih opazovanj in velikem časovnem intervalu med opazovanji, ki lahko znaša tudi več kot 100 let (Calais et al., 2000).

Pri združevanju različnih tipov opazovanj v različnih terminskih izmerah pa naletimo na problem geodetskega datuma. V velikih časovnih intervalih med terminskimi izmerami ne moremo nobene točke obravnavati kot dane. Poleg tega različne tehnike in različen inštrumentarij lahko realizirajo različne datumске parametre oz. še več, iste tehnike v različnih terminskih izmerah realizirajo različne datumске parametre. Različni avtorji so se na različne načine lotili problema geodetskega datuma ponovljenih opazovanj.

V prvem primeru deformacije geodetske mreže določimo na podlagi sprememb opazovanj in izravnave opazovanj in ocene koordinat točk ne izvršimo (Frank, 1966). Tako se geodetskega datuma ne obravnava. Obdelava, po drugi strani, lahko poteka na podlagi določenega niza danih točk, ki jih predpostavimo kot dane (Fujii, 2003; Hunstad in England, 1999). Ta dva pristopa sta bila uporabljena predvsem pri kotnih opazovanjih. V primeru uporabe tudi dolžinskih opazovanj so obdelavo izvršili na podlagi ene dane točke in enega danega azimuta (Bourne et al., 1998; Sue et al., 2000). Zadnja možnost je ločena obdelava po terminskih izmerah, kjer se posamezne rezultate s Kalmanovim filtrom

---

\* asist.mag. Oskar Sterle, univ.dipl.inž.geod., izr.prof.dr. Bojan Stopar, univ.dipl.inž.geod., UL, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Jamova 2, 1000 Ljubljana

kombinira na nivoju normalnih enačb. Geodetski datum je določen preko psevdopazovanj (Dong et al., 1998).

Prispevek prikazuje geodetski pristop obdelave ponovljenih opazovanj v različnih terminskih izmerah z namenom ocene vektorjev hitrosti geodetskih točk mreže. Geodetska mreža predstavlja poenostavljen model deformabilnega telesa. Ocenjeni vektorji hitrosti pa prikazujejo osnovno količino, iz katere se izpelje deformacije geodetske mreže. Deformacij se v prispevku ne obravnava na primeru geodetske mreže, ampak le s stališča zvezne mehanike. Prikazana je metoda združevanja terestričnih opazovanj in opazovanj GNSS ter lastnosti obdelave. Posebna skrb je posvečena obravnavi geodetskega datuma mreže v posameznih obdelavah in analizi ocenjenih vektorjev hitrosti točk geodetske mreže. Cilj obdelave so vektorji hitrosti, ki so geometrijsko smiselni, saj prikazujejo samo relativne spremembe položajev točk med seboj.

Model obdelave je prikazan na podatkih Astrogeodetske mreže Slovenije, na kateri so bile v zadnjih štirih desetletjih izvedene tri različne izmere, kotna in dolžinska izmera ter izmera GNSS.

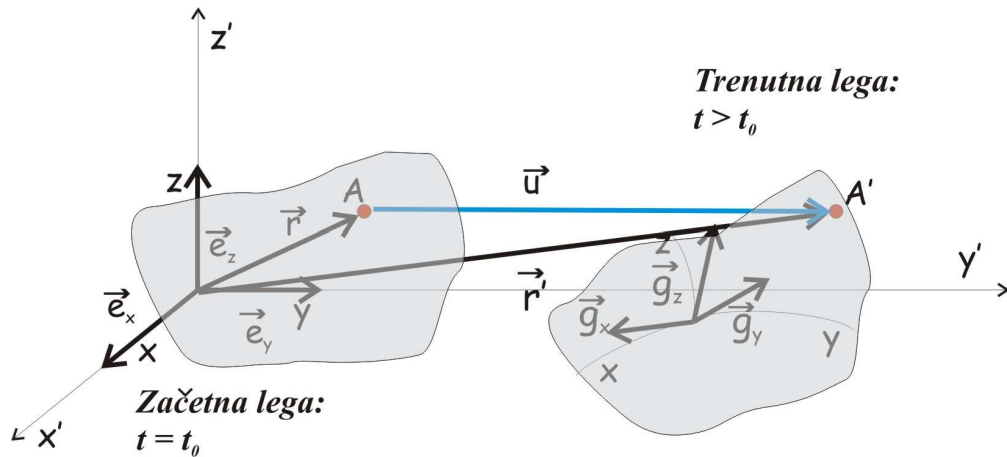
## DEFORMACIJE TELESA

V nekem trenutku poljubno telo v prostoru zavzema neko lego in obliko. Če na telo deluje zunanja sila, se telo lahko premakne in zasuka. V takem primeru imamo drugačno lego telesa ob enaki obliki. Opis nove lege je možen preko kinematičnih enačb gibanja težišča in zasukov okoli težišča telesa. V primeru, da zunanja sila ne vpliva le na lego telesa v prostoru, ampak tudi na obliko, govorimo o deformacijah telesa in telo označimo kot deformabilno telo (Srpčič, 2003; Stanek in Turk, 1998).

Osnova obravnave deformacij telesa sta dva koordinatna sistema, in sicer (Stanek in Turk, 1998):

- **Mirujoči pravokotni kartezični koordinatni sistem** z osmi  $x'$ ,  $y'$  in  $z'$ . Ta koordinatni sistem je prostorski koordinatni sistem in koordinate  $x'$ ,  $y'$  in  $z'$  so prostorske koordinate.
- **Gibajoči in deformabilni pravokotni kartezični koordinatni sistem** z osmi  $x$ ,  $y$  in  $z$ . Ta koordinatni sistem je telesni ali materialni koordinatni sistem in koordinate  $x$ ,  $y$  in  $z$  so telesne ali materialne koordinate. Koordinatni sistem je na telo pričvrščen in se s telesom deformira.

Slika 1 predstavlja obravnavano telo v začetni ( $t = t_0$ ) in trenutni legi ( $t > t_0$ ). Prostorski koordinatni sistem je postavljen poljubno, medtem ko materialni koordinatni sistem izberemo tako, da le-ta v začetni legi sovпада s prostorskim koordinatnim sistemom. Tako za začetni trenutek  $t_0$  velja  $x = x'$ ,  $y = y'$  in  $z = z'$ .



Slika 1 - Obravnava deformacije telesa preko začetne in trenutne lege telesa

Prostorski koordinatni sistem je ves čas deformiranja telesa mirujoč, medtem ko se telesni koordinatni sistem s telesom giblje in deformira. Poljubna točka  $A$  spremeni svoj položaj v prostorskem koordinatnem sistemu v položaj  $A'$ , medtem ko v telesnem koordinatnem sistemu točka ne spremeni svoje lege (svojih telesnih koordinat).

Osnovna enačba, iz katere definiramo deformacije telesa, je povezava poljubne točke  $A$  v poljubnem trenutku v prostorskem in telesnem koordinatnem sistemu. Povezava je določena z opisom položaja točke  $A'$  v prostorskem koordinatnem sistemu, z opisom položaja točke  $A$  v telesnem koordinatnem sistemu in vektorjem premika med obema točkama v prostorskem koordinatnem sistemu, v obliki (Srpčič, 2003; Stanek in Turk, 1998):

$$\bar{r}'(x, y, z) = \bar{r}(x, y, z) + \bar{u}(x, y, z) \quad (1)$$

Enačba (1) prikazuje povezavo med tremi vektorskimi polji. Če za vsa tri vektorska polja predpostavimo zveznost, odvedljivost in regularnost, se ohranja zveznost narave telesa in enačba opisuje deformacije trdnih teles, kjer so vse deformacije plastične in zvezne (Stanek in Turk, 1998).

Osnovna količina opisa deformacij je deformacijski tenzor velikih deformacij 2. reda, ki ga označimo z  $E$  in ima obliko:

$$E = \begin{bmatrix} E_{xx} & E_{xy} & E_{xz} \\ E_{xy} & E_{yy} & E_{yz} \\ E_{xz} & E_{yz} & E_{zz} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Deformacijski tenzor je simetričen, tako da ga v  $3R$  prostoru določa 6 parametrov. Tri količine na diagonali predstavljajo merila specifičnih sprememb materialnih vlakeh v smeri koordinatnih osi (normalne deformacije) (Stanek in Turk, 1998). Ostale tri izvendagonalne količine pa predstavljajo merila za spremembe pravih kotov koordinatnih osi (strižne deformacije) (Stanek in Turk, 1998).

Ob predpostavki malih sprememb oblike telesa glede na dimenzijo telesa lahko definiramo deformacijski tenzor malih deformacij  $\varepsilon$  in tenzor malih zasukov  $\omega$ . Tudi tenzor malih deformacij  $\varepsilon$  je simetričen. Diagonalni členi neposredno prikazujejo specifične spremembe materialnih vlaken telesa v smereh koordinatnih osi in izvendagonalni členi neposredno prikazujejo spremembe pravih kotov med koordinatnimi osmi. Tenzor malih zasukov  $\omega$  je antisimetričen in ga določajo samo trije elementi, ki prikazujejo male zasuke v okolici točke, kjer obravnavamo deformacije.

Tenzorji 2. reda opisujejo matematične ali fizikalne količine, ki se s spremembo koordinatnega sistema ne spreminjajo. Neodvisnost tenzorja od premika koordinatnega sistema se imenuje **translacijska invariantnost**, neodvisnost od zasuk koordinatnega sistema se imenuje **rotacijska invariantnost**, skupaj pa obe definirata **transformacijsko invariantnost**. V primeru spremembe merila koordinatnega sistema pa tenzor ni invarianten. Sprememba merila se neposredno odraža na komponentah tenzorja.

Deformacije se neodvisno od koordinatnega sistema opiše z glavnimi normalnimi in glavnimi strižnimi deformacijami. Glavne normalne deformacije predstavljajo ekstremne vrednosti normalnih deformacij s pripadajočimi smermi. Enako velja za glavne strižne deformacije, ki prikazujejo ekstremne vrednosti strižnih deformacij s pripadajočimi smermi. Glavne normalne in glavne strižne deformacije poiščemo s pomočjo lastnih vrednosti tenzorja deformacij (Srpčič, 2003; Stanek in Turk, 1998).

Deformacije telesa lahko opišemo v različnih koordinatnih sistemih (od pravokotnih do krivočrtnih koordinatnih sistemih) in v poljubnih dimenzijah. V primeru deformacij geodetskih mrež ponavadi obravnavamo ločeno horizontalno in vertikalno deformiranje.

## GEODETSKI DATUM IN GEODETSKA OPAZOVANJA

Opis deformacij telesa je s stališča matematike in zvezne mehanike dosleden in enoličen. Osnova obravnave deformacij sta prostorski in telesni koordinatni sistem. V geodetski praksi pa v splošnem ti dve količini nista poznani in ju mora geodet določiti sam.

Osnova geodetske teorije in prakse pa so izvedena opazovanja in pravilna obravnava teh opazovanj. Cilj obdelave geodetskih opazovanj je ocena neznank v modelu, ki so največkrat koordinate novih točk v geodetski mreži. Opazovanja so v splošnem neodvisna od privzetega koordinatnega sistema, zato za oceno koordinat potrebujemo določene parametre, ki jim pravimo datumski parametri in določajo geodetski datum geodetske mreže.

Geodetski datum je strogo definiran kot niz parametrov, ki enolično povezujejo referenčno datumsko ploskev (referenčni elipsoid) s telesom Zemlje (Stopar, 1995). Praktično pa geodetski datum geodetske mreže določijo dane količine in opazovanja. V prostorskih mrežah (3R mreže) potrebujemo 7 datumskih parametrov, in sicer tri parametre premika ( $t_x, t_y, t_z$ ), tri parametre zasuk ( $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ ) in parameter merila ( $s$ ). V ravninskih (2R) mrežah imamo 4 datumске parametre ( $t_x, t_y, \omega, s$ ) in v višinskih (1R) mrežah dva datumска parametra ( $t_H, s$ ).

V primeru terestrično opazovane geodetske mreže je datum določen preko danih točk mreže. V vsaki mreži je možno enostavno določiti defekt datuma geodetske mreže in posledično število in tip količin, ki datum realizirajo. V splošnem geodetski datum določimo enolično. V primeru mreže GNSS pa geodetski datum ni tako enostavno določiti. Geodetski datum je določen na dveh nivojih, in sicer z danimi položaji satelitov in z danimi položaji točk v obdelavi. Vpliv predoločenosti datuma se prepreči z uporabo psevdopazovanj v matematičnem modelu.

Poleg danih točk pa določene datumске parametre definirajo oz. določijo tudi geodetska opazovanja. V ravninskem primeru (2R) imamo 6 tipov opazovanj, in sicer opazovane azimute  $\alpha$  (smerne kote  $\nu$ ), smeri  $\beta$  in kote  $\theta$ , horizontalne dolžine  $d$ , vektorje GNSS  $\Delta\bar{r}$  in absolutne položaje GNSS  $\bar{r}$ . Preglednica 1 prikazuje datumске parametre, ki jih vsebuje posamezen tip opazovanj.

	$t_x$	$t_y$	$\omega$	$s$
--	-------	-------	----------	-----

$v$	-	-	+	-
$\beta, \theta$	-	-	-	-
$d$	-	-	-	+
$\Delta\bar{r}$	-	-	+	+
$\bar{r}$	+	+	-	-

Preglednica 1 - Geodetska opazovanja v ravnini in pripadajoče datumske informacije opazovanj

Iz preglednice je razvidno, da terestrična opazovanja lahko določijo le dva parametra ( $\omega, s$ ), medtem ko opazovanja GNSS lahko določijo vse datumske parametre. V odvisnosti od uporabljenega tipa opazovanj moramo tako dodatno zagotoviti različno število datumskih parametrov.

Zagotovitev geodetskega datuma terestrične mreže lahko poteka na 4 načine, in sicer:

- **Določitev geodetskega datuma z zunanjimi opazovanji:**  
Zunanja opazovanja so astronomska opazovanja, a jih v sedanjem času ne izvajamo več (predvsem zaradi enostavnejših in natančnejših opazovanj GNSS).
- **Določitev geodetskega datuma z minimalnim številom vezi:**  
Med neznanke uvedemo določene vezi, ki jih le-te morajo izpolniti. Premik mreže določimo z dvema vezema tako, da koordinati določene točke po izravnavi nimata popravka. Zasuk mreže določimo z vezjo tako, da se smer med dvema točkama po izravnavi ne sme spremeniti. Merilo mreže določimo z vezjo tako, da se dolžina med dvema točkama po izravnavi ne sme spremeniti.
- **Določitev geodetskega datuma z notranjimi vezmi – prosta mreža:**  
Pri prosti mreži nobene izmed točk ne definiramo kot dane, ampak geodetski datum realiziramo tako, da se cela mreža po izravnavi ne premakne, zasuka in ne spremeni merila.
- **Določitev geodetskega datuma s psevdopazovanji:**  
Psevdopazovanja predstavljajo privzete vrednosti neznank, ki jim pripišemo statistične lastnosti oz. standardne odklone. Vsako psevdopazovanje predstavlja dodatno enačbo popravkov, kjer se opazovanje neposredno nanaša na neznanko.

## OBRAVNAVA GEODETSKIH OPAZOVANJ V RAZLIČNIH TERMINSKIH IZMERAH

Deformacije telesa prikažemo na podlagi poznanega vektorskega polja premikov, definirane na območju telesa, za katerega predpostavimo zveznost, odvedljivost in regularnost. V geodetski praksi te vektorske količine ne poznamo in jo skušamo oceniti na podlagi ponovljenih geodetskih opazovanj. Poenostavitev vektorskega polja premikov poteka na dveh nivojih. Prvi nivo predstavlja prehod iz zveznega v diskretno, saj imamo opazovanja izvedena le na končnem diskretnem nizu geodetskih točk. Drugi nivo predstavlja predpostavka o linearnih spremembah položajev točk v geodetski mreži. Posledično tako za določena območja, kjer izvajamo geodetska opazovanja v različnih terminskih izmerah, predpostavimo homogene deformacije (deformacije so enake na celem območju).

Skozi čas sta bila tip in predvsem natančnost izvedenih opazovanj pogojena z razvojem tehnologije in informatike. V preteklosti se je največ uporabljala triangulacija, saj je bilo možno kotna opazovanja izvesti z veliko višjo natančnostjo kot dolžinska opazovanja. S pojavom elektrooptičnih razdaljemerov pa se je med točkami geodetskih mrež začelo

opazovati tudi dolžine. Vendar pa je bila visoka natančnost opazovanj omejena le na lokalni ali regionalni nivo. S pojavom GNSS pa je bilo možno z visoko natančnostjo določiti položaje geodetskih točk tudi na globalnem nivoju. Natančnost določevanja položajev točk je prešla mejo stabilnosti točk in položaji morajo biti obravnavani v 4R prostoru. Ocenjevanje vektorjev premikov ali hitrosti se največkrat izvaja na osnovi ponovljenih opazovanj GNSS, možno pa je tudi združevanje terestričnih opazovanj in opazovanj GNSS.

Pri združevanju terestričnih in satelitskih opazovanj pa naletimo na dva problema. Prvi problem se nanaša na natančnosti opazovanj. Starejša klasična opazovanja so v splošnem slabše natančnosti, kjer je ta natančnost tudi nehomogena. Drugi problem pa se nanaša na geodetski datum. Geodetski datum geodetske mreže določajo dane točke, a pri daljšem časovnem obdobju nimamo nobene dane oz. stabilne točke. Največji problem pri združevanju teh opazovanj je tako zagotovitev geodetskega datuma posamezne izmere geodetske mreže. Posledično moramo tako pri obdelavi predpostaviti, da se lahko vsaka točka premakne. To dejstvo realiziramo tako, da funkcionalni model izravnave razširimo za nov tip neznank, in sicer vektorje hitrosti točk geodetske mreže. Z razširitvijo vektorja neznank pa se nam spremeni tudi geodetski datum. V primeru ocene samo koordinat točk mreže je geodetski datum (horizontalne) mreže določen s štirimi parametri, medtem ko je v primeru ocene tudi vektorjev hitrosti le-ta določen z osmimi parametri. Dodatni štirje parametri predstavljajo spremembe parametrov geodetskega datuma skozi čas.

Funkcionalni model izravnave nastavimo v smislu celovite obravnave geodetskih količin v obliki:

$$\hat{\mathbf{I}}(t) = F(\hat{\mathbf{x}}(t), W(\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{b}, t)) \quad (3)$$

V enačbi (3) nastopajo:

$\hat{\mathbf{I}}(t)$	časovno odvisni vektor opazovanj velikosti $n \times 1$ ,
$\hat{\mathbf{x}}(t)$	časovno odvisni vektor neznank velikosti $u \times 1$ ,
$W(\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{b}, t)$	Časovno in prostorsko odvisni težnostni potencial, kjer vektor $\mathbf{b}$ modelira časovne spremembe potenciala,
$F$	nelinearna funkcija, ki matematično povezuje vektorja $\hat{\mathbf{x}}(t)$ in $W(\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{b}, t)$ z vektorjem opazovanj $\hat{\mathbf{I}}(t)$ .

Enačba (3) opisuje povezavo med opazovanji ( $\hat{\mathbf{I}}(t)$ ) in neznankami ( $\hat{\mathbf{x}}(t)$ ) v zemeljskem težnostnem polju (3R prostor) v odvisnosti od časa. Višinska komponenta položaja je v splošnem določena slabše kot horizontalni komponenti in se ne nanaša na isto referenčno ploskev kot horizontalni komponenti, zato višine določujemo ločeno (geometrični nivelman). Vpliv spremenljivega potenciala težnostnega polja modeliramo z reduciranjem terestričnih opazovanj iz fizikalnega v geometrični/računski prostor. Položaj točk geodetske mreže v poljubnem časovnem trenutku modeliramo z referenčnim položajem v neki epohi ( $t_0$ ) in s pripadajočim vektorjem hitrosti. Poenostavljen model tako lahko razvijemo v matrično obliko enačb popravkov:

$$\mathbf{r}(t) + \mathbf{B}_x \cdot \delta \mathbf{x} + (t - t_0) \cdot \mathbf{B}_v \cdot \delta \mathbf{v} = \mathbf{f}(t) \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{r}(t) + \mathbf{B} \cdot \Delta = \mathbf{f}(t) \quad (4)$$

Elementi enačbe (4) so:

$\mathbf{r}(t)$	vektor popravkov opazovanj velikosti $n \times 1$ ( $\hat{\mathbf{I}}(t) = \mathbf{l}(t) + \mathbf{r}(t)$ ),
-----------------	--

- $\mathbf{B}_x, \mathbf{B}_v$  matriki koeficientov enačb popravkov, v odvisnosti od vrednosti približnih koordinat oz. približnih vrednosti komponent vektorja hitrosti (velikosti  $n \times u_x$  in  $n \times u_v$ , kjer je  $u_x$  število koordinatnih neznank in  $u_v$  število neznank hitrosti),  $\mathbf{B} = [\mathbf{B}_x \quad \mathbf{B}_v]^T$ ,
- $\delta \mathbf{x}_0, \delta \mathbf{v}$  vektorja popravkov približnih vrednosti koordinat in hitrosti ( $\Delta = [\delta \mathbf{x} \quad \delta \mathbf{v}]^T$ , velikosti  $(n_x + n_u) \times 1$ ),
- $\mathbf{f}(t)$  vektor odstopanj enačb popravkov velikosti  $n \times 1$ ,  
 $(\mathbf{f}(t) = F(\mathbf{x} + \mathbf{v} \cdot (t - t_0)) - \mathbf{l}(t))$ .

Vektor neznank ( $\Delta$ ) vsebuje popravke koordinat in popravke komponent vektorjev hitrosti. Koordinate se nanašajo na neko referenčno epoho  $t_0$ , medtem ko so vektorji hitrosti neodvisni od časa. V enačbi (4) lahko nastopajo različni tipi opazovanj, od kotov, dolžin, vektorjev GPS do položajev GPS, kjer za posamezen tip opazovanj sestavimo enačbe popravkov.

Metoda najmanjših kvadratov nam poda popravke koordinat točk v referenčni epohi  $t_0$  s pripadajočimi vektorji hitrosti. V obdelavi opazovanj imamo tri različne možnosti obravnave geodetskega datuma. V primeru ocene samo koordinat točk imamo klasično obdelavo geodetske mreže, kjer nam položaji GNSS definirajo datum geodetske mreže. Položaji so podani s standardnimi odkloni, geodetski datum je tako določen s psevdopazovanji. V primeru ocene določenega števila vektorjev hitrosti (vsaj en vektor hitrosti in kvečjemu vsi razen dveh vektorjev) nam geodetski datum definirajo točke, na katerih ne ocenjujemo vektorjev hitrosti (predpostavimo da je hitrost teh točk enaka nič). V primeru ocene vseh točk in vseh vektorjev hitrosti točk mreže pa imamo defekt datuma in moramo oceno neznank določiti z uporabo Moore-Penroseove psevdoinverzije.

### Ocenjeni vektorji hitrosti in geodetski datum

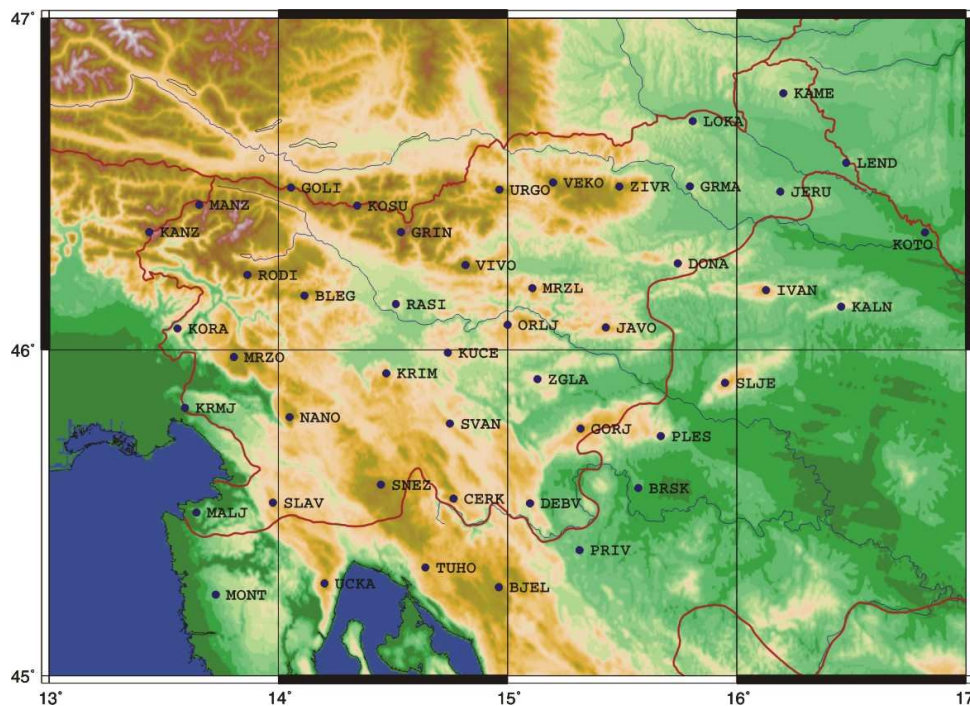
V funkcionalnem modelu geodetski datum določajo poleg danih točk tudi opazovanja (glej Preglednico 1). Različni tipi opazovanj skozi čas realizirajo različne datumske parametre, tako po tipu kot tudi po vrednosti. Merilo določeno iz dolžinskih in satelitskih opazovanj tako po vrednosti lahko ni enako. V ocenjenih vektorjih hitrosti lahko pričakujemo spremembe datumskih parametrov skozi čas. Ocenjeni vektorji hitrosti ( $\vec{V}$ ) poleg pravih vektorjev hitrosti ( $\vec{v}$ ) lahko vsebujejo tudi nek skupen premik ( $\vec{v}_0$ ), spremembo zasuka mreže ( $\vec{v}_r$ ) in spremembo merila med izmerami ( $\vec{v}_s$ ).

Z redukcijo ocenjenih vektorjev hitrosti za prisotne datumske informacije ( $\vec{v}_0, \vec{v}_r$  in  $\vec{v}_s$ ) pridobimo geometrično prave vektorje hitrosti ( $\vec{v}$ ), ki kažejo le na relativne spremembe položajev točk glede na ostale točke. Ti vektorji hitrosti prikazujejo premike točk, ki so posledica deformiranja geodetske mreže. Tako ocenjeni vektorji hitrosti predstavljajo vektorje premikov pri izračunu homogenih deformacij.

## ASTROGEODETSKA MREŽA SLOVENIJE

Astrogeodetska mreža Slovenije je dolgo časa predstavljala koordinatno osnovo Republike Slovenije. Mreža izhaja še iz leta 1808, ko jo je v okviru Avstroogrške monarhije začel razvijati Cesarski in kraljevi vojaško-geografski inštitut Dunaja. V sedanjem času Astrogeodetsko mrežo nadomešča omrežje permanentnih postaj Slovenije

imenovano SIGNAL. Astrogeodetska mreža je sestavljena iz 46 točk na območju Slovenije in delu Hrvaške, ki sestavljajo 66 trikotnikov. Obliko Astrogeodetske mreže prikazuje Slika 2.



Slika 2 - Oblika Astrogeodetske mreže Slovenije

Na Astrogeodetski mreži so bile v zadnjih štirih desetletjih izvedene tri izmere. V letih 1963 in 1965 so bila izvedena kotna opazovanja, v letih 1975 in 1982 dolžinska opazovanja in v letih 1994 in 1996 opazovanja GPS. Terestrična opazovanja (kotna in dolžinska) so bila izvedena na istih točkah, medtem ko je bila satelitska izmera (GPS) ponovljena samo na delu točk Astrogeodetske mreže Slovenije.

Terestrična izmera je bila izvedena z namenom izboljšanja natančnosti položajev točk mreže in definiranja merila mreže. Opazovanih je bilo 222 smeri in 49 dolžin, kjer je bilo opazovanih 47 stranic in 2 diagonali. Smeri so bile opazovane z vseh točk, medtem ko 5 točk ni bilo vključenih v izmero dolžin. Teodolit, s katerim se je izvedla kotna izmera, je bil Wild T4, dolžinska izmera pa je potekala z dvema razdaljemeroma, in sicer AGA-Geodimeter M8 in AGA-Geodimeter 710 (Jenko, 1986).

Izmera GNSS se je imenovala izmera EUREF (angl. EUropean REference Frame), s katero se je določeval položaj točk Astrogeodetske mreže v evropskem koordinatnem sestavu ETRF89 (angl. European Terrestrial Reference Frame 1989). V skupaj treh izmerah je bilo vključenih 57 točk, kjer so bile opazovane vse točke Astrogeodetske mreže. Dodatno so bile opazovane še nekatere geodinamične točke in trigonometrične točke drugega reda. Glede na terestrično izmero je bila izmera EUREF ponovljena le na 33 točkah. Vzrok je predvsem v uničenju ali poškodovanju stebrov, zato so na 13-ih točkah izvedli nove stabilizacije točk, ki pa ne ležijo na identičnih položajih kot stare točke.

### Obdelava opazovanj Astrogeodetske mreže Slovenije

Obdelava podatkov vseh izmer je potekala v dveh korakih. Najprej smo obdelali opazovanja GNSS iz leta 1995. Rezultat obdelave so bile koordinate točk v koordinatnem sestavu ETRF89, ki smo jih pretvorili v Gauss-Kruegerjevo projekcijsko ravnino, s



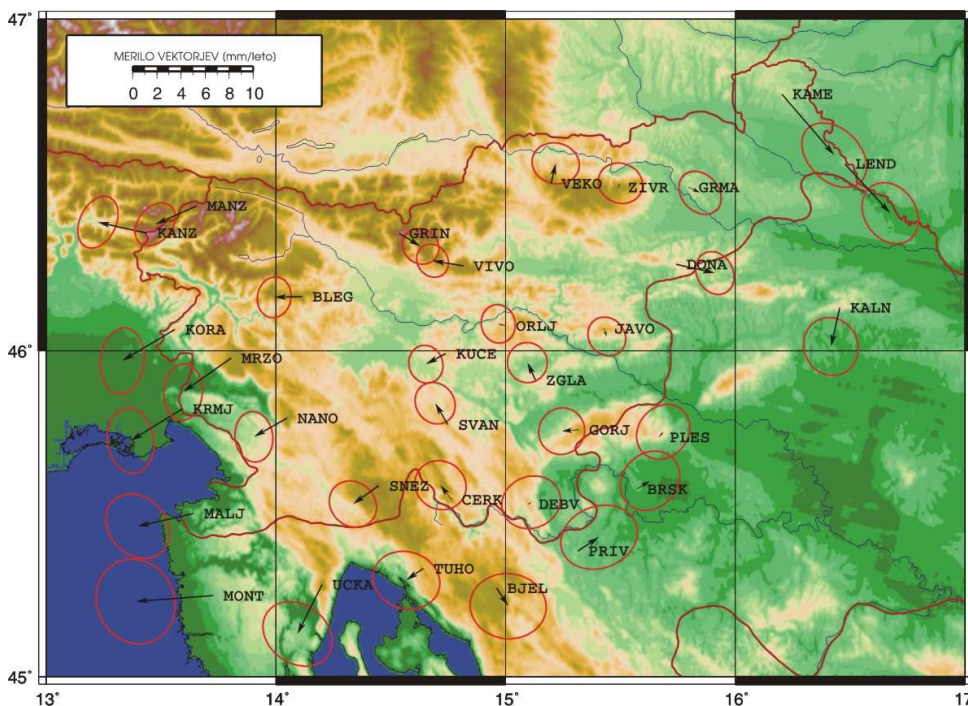
pripadajočimi natančnostmi. Obdelava je potekala s programskim paketom Bernese GPS-Software po korakih in priporočilih (Dach et al., 2007). Skupna obdelava terestričnih in satelitskih opazovanj (fazna opazovanja) se v praksi ne izvaja, saj se opazovanja nanašajo na dva različna prostora. Terestrična opazovanja so izvedena v zemeljskem težnostnem polju in so posledično tudi obremenjena s težnostjo. Opazovanja GPS pa se nanašajo na geometrični prostor in so neodvisna od težnosti. Združevanje terestričnih in satelitskih opazovanj tako v praksi poteka na dva načina, z uvedbo psevdopazovanj v matematični model terestričnih opazovanj ali s primerno (afino, podobnostno) transformacijo rezultatov ločenih obdelav.

Pred samo obdelavo terestričnih opazovanj in satelitskih psevdopazovanj je potrebno reducirati terestrična opazovanja iz zemeljskega težnostnega polja v ravnino projekcije. Redukcija se izvede na podlagi poznanih odklonov navpičnice in geoidne ondulacije na posameznih točkah. Reducirana terestrična opazovanja v ravnini projekcije in pridobljena psevdopazovanja so vhodni podatek za izračun položajev in vektorjev hitrosti točk Astrogeodetske mreže Slovenije.

### Ocena koordinat in vektorjev hitrosti

V matematični model vzamemo koordinate točk v Gauss-Kruegerjevi projekciji s pripadajočimi natančnostmi in v projekcijo reducirane kote ter dolžine med točkami. V obdelavi je 46 točk, kjer želimo 33-im točkam oceniti vektor hitrosti sprememb koordinat. Ostalim 13-im točkam želimo določiti položaj samo s terestričnimi opazovanji.

V primeru AGM Slovenije ne ocenjujemo vseh vektorjev hitrosti na točkah, zato nimamo defekta datuma mreže. Geodetski datum koordinatam določijo ocenjene koordinate izmere EUREF (psevdopazovanja), geodetski datum vektorjem hitrosti pa določijo vektorji hitrosti na točkah, kjer le-teh ne ocenjujemo. Referenčna epoha koordinat je določena z izmero EUREF (1995). Opazovanim kotom smo priredili referenčno epoho 1964 (sredina opazovanj), prav tako tudi opazovanim dolžinam (epoha 1978). Referenčna epoha ( $t_0$ ) ocenjenih koordinat je bila izbrana za leto 1990. Slika 3 prikazuje ocenjene vektorje hitrosti na 33-ih točkah Astrogeodetske mreže Slovenije.



Slika 3 - Ocenjeni vektorji hitrosti na 33-ih točkah Astrogeodetske mreže Slovenije

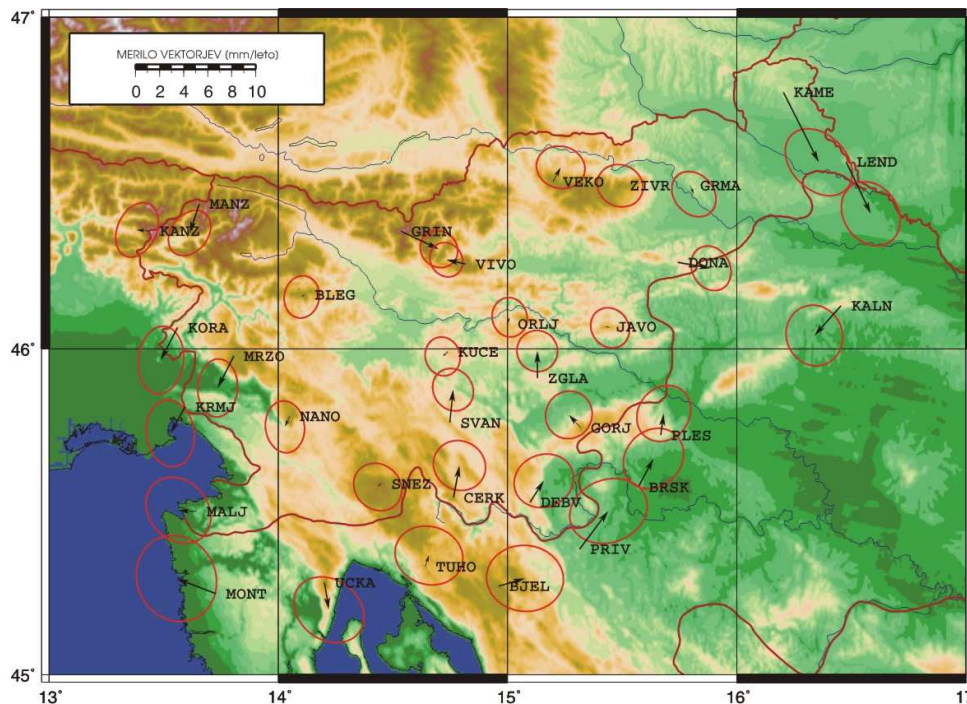
Hitrosti so pridobljene iz premikov točk, določenih preko položajev v treh izmerah. A ker je dolžinskih opazovanj manj kot koordinat točk, gre dejansko samo za dva položaja za vsako točko. Prvi položaj je določen za leto 1964, kjer je merilo določeno iz dolžinskih opazovanj za leto 1978, drugi položaj pa je položaj GNSS iz leta 1995 (2006). Hitrost je torej določena enolično. Natančnost hitrosti sprememb položajev za posamezno točko je določena preko natančnosti položaja točke v letu 1964 in položaja GNSS.

Ocena neznank je temeljila na sistemu nesingularnih normalnih enačb, saj nismo ocenili vseh vektorjev hitrosti. Zaradi tega lahko v ocenjenih komponentah vektorjev hitrosti pričakujemo spremembe datumskih parametrov med posameznimi izmerami. Če ocenimo vrednost datumskih parametrov v ocenjenih vektorjih hitrosti, dobimo parametre, ki so podani v Preglednici 2.

$\Delta t_x$ [mm/leto]	$-1.1 \pm 0.3$
$\Delta t_y$ [mm/leto]	$-0.6 \pm 0.3$
$\Delta \omega$ ["/leto]	$-0.0009 \pm 0.0011$
$\Delta s$ [ppm/leto]	$0.0198 \pm 0.0041$

Preglednica 2 - Spremembe datumskih parametrov v ocenjenih vektorjih hitrosti Astrogeodetske mreže Slovenije

Glede na tip in število opazovanj lahko sklepamo, da je v ocenjenih vektorjih hitrosti prisotna vsaj sprememba merila. Glede na vrednosti iz Preglednice 2 to lahko potrdimo, saj je le sprememba merila statistično različna od nič. Reducirani vektorji hitrosti, katerim odstranimo sistematični del, prikazan v Preglednici 2, so prikazani na Sliki 4.



Slika 4 - Reducirani vektorji hitrosti Astrogeodetske mreže Slovenije za prisotne spremembe datumskih informacij

Ocenjeni vektorji hitrosti predstavljajo rezultat matematičnega modela izravnave. Glede na dejstvo, da ne poznamo lokalne geodinamike posamezne točke, so možni tudi premiki stebrov točk, česar pa nismo kontrolirali na terenu. Prikazani vektorji hitrosti tako verjetno ne opisujejo geodinamike Slovenije in je treba biti previden pri geodinamični analizi vektorjev.

## ZAKLJUČKI

Deformacijski tenzor je transformacijsko invarianten, a odvisen od merila geodetske mreže. Osnovna količina, iz katere se določujejo deformacije geodetske mreže, so premiki točk, dobljeni na podlagi ponovljenih terminskih izmer na točkah mreže. Prikazani so princip določevanja deformacij s stališča zvezne mehanike in problemi, ki nastanejo v praksi s stališča geodezije. V splošnem ne poznamo ne prostorskega ne telesnega koordinatnega sistema, zato ju moramo vzpostaviti sami. Nikoli tudi nimamo informacije o zveznem, odvedljivem in regularnem vektorskem polju premikov, ki je definirano za celo deformabilno telo, ampak le-to vektorsko polje predstavimo z diskretnim nizom ocenjenih vektorjev hitrosti na točkah geodetske mreže.

Prikazana je metoda ocenjevanja vektorjev hitrosti točk geodetske mreže, ki predstavlja razširitev klasičnega matematičnega modela izravnave za nov niz neznank (vektorjev hitrosti). Največkrat se vektorje hitrosti oceni na podlagi več terminskih izmer iste metode izmere, kot npr. GNSS. V določenih primerih pa je nujno združevanje različnih tipov opazovanj v različnih terminskih izmerah. V prispevku sta prikazana obravnava geodetskega datuma opazovanj in vpliv geodetskega datuma v obdelavi.

Ocenjeni vektorji hitrosti so obremenjeni z različnimi realizacijami datumskih parametrov v posamezni terminski izmeri. Tako določeni vektorji hitrosti kažejo na premike točk, ki se dejansko niso zgodili. Datumsko obremenjene vektorje hitrosti je potrebno reducirati za vplive sprememb datumskih parametrov v terminskih izmerah. Tako dobimo prave vektorje hitrosti, ki kažejo le na prave geometrijske premike točk v mreži.

Predstavljena metodologija je bila uporabljena na primeru treh terminskih izmer različnih merskih tehnik na Astrogeodetski mreži Slovenije. Geodetski datum je koordinatam točk Astrogeodetske mreže Slovenije določen s psevdopazovanji oz. ocenjenimi koordinatami točk iz izmere EUREF. Vektorji hitrosti so bili določeni na podlagi koordinat EUREF in dveh terestričnih izmer, kjer pa je bila le kotna izmera izvedena z nadštevilnimi opazovanji. Dolžine same ne morejo določiti koordinat vseh točk v mreži. Vektorji hitrosti so bili tako določeni le na podlagi dveh izmer, kjer je bil geodetski datum teh vektorjev določen s 13-imi točkami, na katerih se vektorji hitrosti niso ocenjevali.

## LITERATURA

- Bourne, S. J., Árnadóttir, T., Beavan, J., Darby, D. J., England, P. C., Parson, B., Walcott, R. I., Wood, P. R., (1998). Crustal deformation of the Marlborough fault zone in the South Island of New Zealand: Geodetic constraints over the interval 1982-1994. *Journal of Geophysical Research*, vol. 103, No. B12, Pages 30, 147-30,165
- Calais, E., Galisson, L. Stéphan, J.-F., Delteil, J., Deverchère, J., Larroque, C., Mercier Lèpinay, B., Popoff, M., Sosson, M., (2000). Crustal strain in the Southern Alps, France, 1948-1998. *Tectonophysics* 318 (2000) 1-17

- Collier, P. A., Eissfeller, B., Hein, G. W., Landau, H., (1988). On a four-dimensional integrated geodesy. *Bull. Gèod.* 62 (1988) pp. 71-91
- Dach, R., Hugentobler, U., Fridez, P., Meindl, M., (2007). *Bernese GPS Software, Version 5.0.* Bern, Švica, Astronomski Inštitut Univerze v Bernu.
- Dong, D., Herring, T. A., King, R.W., (1998). Estimating regional deformation from a combination of space and terrestrial geodetic data. *Journal of Geodesy* (1998) 72: 200-214
- Frank, F. C., (1966). Deduction of Earth strains from survey data. *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 56 No. 1, pp 35-42
- Fujii, Y., (2003). Detailed horizontal crustal movements associated with the 1923 Kanto earthquake as deduced from network adjustment of old data including the third order triangulation stations. *Journal of Geodynamics* 35 (2003) 457-469
- Hunstad, I, England, P., (1999). An upper bound on the rate of strain in the Central Apennines, Italy, from triangulation measurements between 1869 and 1963. *Earth and Planetary Science Letters* 169 (1999) 261-267
- Jenko, M., (1986). Dela na astronomsko - geodetski mreži v letih 1975 - 1982. Raziskovalni projekt: Sistem geodetskih osnov SR Slovenije, Raziskovalna naloga: Temeljne triangulacijske mreže v SR Sloveniji. Ljubljana, Inštitut Geodetskega zavoda SRS.
- Mikhail, E. M., Ackermann, F. E., (1976). *Observation and Least Squares.* Harper & Row, New York
- Srpčič, S., (2003). *Mehanika trdnih teles.* Ljubljana, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.
- Stanek, M., Turk, G., (1998). *Osnove mehanike trdnih teles.* Ljubljana, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.
- Sterle, O, 2007. Združevanje klasičnih geodetskih in GNSS-opazovanj v geodinamičnih raziskavah. Magistrska naloga. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo
- Stopar, B.(1995). Sanacija astrogeodetske mreže v Sloveniji z GPS meritvami. Doktorska disertacija, Ljubljana, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Univerza v Ljubljani.
- Sue, C., Martinod, J., Tricart, P., Thouvenot, F., Gamond, J.-F., Frèchet, J., Marinier, D., Glot, J. - P., Grasso, J. -R., (2000). Active deformation in the inner western Alps inferred from comparison between 1972-classical and 1996-GPS geodetic surveys. *Tectonophysics* 320 (2000) 17-19
- Vaniček, P., Krakiwsky, W., (1986). *Geodesy: the Concepts*, druga izdaja, Elsevier, Amsterdam
- Xu, P., Shimada, S., Fujii, Y, Tanaka, T., (2000). Geodynamical value of historical geodetic measurements: A theoretical analysis. *Earth Planets Space*, 52, 993-997