

# PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 29 (2001/2002)

Številka 1

Strani 40-46

Jože Rakovec:

## VČASIH SE S CESTE PROMET MOČNO SLIŠI

Ključne besede: fizika, meteorologija, zvok, uklon, temperaturne inverzije.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/29/1467-Rakovec.pdf>

© 2001 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

## VČASIH SE S CESTE PROMET MOČNO SLIŠI

S prijateljem sva se pogovarjala, da je res čudno, kako se včasih z avtomobilske ceste skoraj nič ne sliši, drugič pa je hrup prav moteč; predvsem se nama je zdelo, da so glasne gume tovornjakov, manj sva slišala hrup motorjev. Presek je o ukrivljanju zvoka, ki ga povzročajo spremembe vetra in temperature z višino, že pisal (Presek 1995/96, št. 2, str. 72-75).

Pojava ukrivljanja zvoka sem se dodobra zavedel nekega jutra v januarju 2000. Ko sem se zjutraj zbudil, sem slišal močno hrumenje. Ker so prejšnji dan meteorologi napovedali, da bo pri nas pihal zelo močan veter, sem si še v postelji rekel: "Aha, je že zapihalo, vse buči okrog hiše!"

Pa ni bilo res! Ko sem šel malo kasneje na jutranji sprehod z našo psičko, se na drevju ni premaknila niti najmanjša vejica. V višinah nad 3 km je sicer res že močno pihalo, v nekaj sto metrov debeli plasti pri tleh pa se zelo hladen, in zato tudi zelo gost in težek zrak skoraj ni premaknil. Vzrok za hrup torej ni bilo bučanje vetra, temveč je prihajal od avtomobilske ceste (in od še nekaterih drugih virov v okolici). Očitno se je zvok ukrivljal navzdol.

Zvok je valovanje zgoščin in razredčin zraka, ki se širijo naokrog od vira. Za valovanje na meji dveh snovi z različnimi lastnostmi velja lomni zakon

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

oziroma vzdolž poti

$$n \sin \alpha = \text{konst.}$$

Uporabimo to enačbo in upoštevamo, da je hitrost zvoka približno sorazmerna s korenem temperature zraka in je zato lomni količnik za zvok v zraku približno obratno sorazmeren s korenem iz temperature zraka. Torej velja vzdolž ukrivljene poti zvoka

$$\frac{\sin \alpha}{\sqrt{T}} \approx \text{konst.}$$

Znak približno smo uporabili zato, ker na lomni količnik poleg temperature nekoliko vpliva tudi vlažnost zraka. Da se razmerje  $\frac{\sin \alpha}{\sqrt{T}}$  ohranja vzdolž smeri razširjanja zvoka, mora veljati, da višja, kot je temperatura  $T$ , manjša je strmina smeri razširjanja. Velja tudi obratno: bolj je mraz, večja je strmina.

V ozračju se temperatura zraka spreminja predvsem v navpični smeri. Navadno temperatura zraka z višino pada, tedaj se zvok ukrivlja navzgor.

Pogosto pa se zgodi, blizu tal predvsem ponoči in predvsem v hladni polovici leta, da temperatura z višino narašča. Včasih je pozimi pri tleh v kotlinah ali nad ravninami hladen zrak (morda tudi megla), nekoliko višje v ozračju pa je bistveno topleje (in morda jasno, brez megle). Tedaj se zvok ukrivlja navzdol. Ker je naraščanje z višino prav nasprotno običajnemu upadu, temu pojavu rečemo temperaturni obrat ali temperaturna inverzija. Pomembno je tudi, da so temperaturne inverzije pri tleh navadno plitve; nad ravninami so debele nekaj deset metrov, v kotlinah pa nekaj sto metrov. Navzdol se torej ukrivlja le zvok v plitvi plasti inverzije, torej le tisti, ki se ne oddalji visoko od tal. Zato bomo pri tem opisu upoštevali le poti zvoka, ki se od vira zelo položno dvigajo, z nagibom samo nekaj stopinj.

Kaj so v Ljubljani izmerili tistega dne z radiosondo skozi ozračje? Oglejmo si kar originalni izpis (samo za spodnje plasti ozračja z nekaterimi manjšimi prilagoditvami).

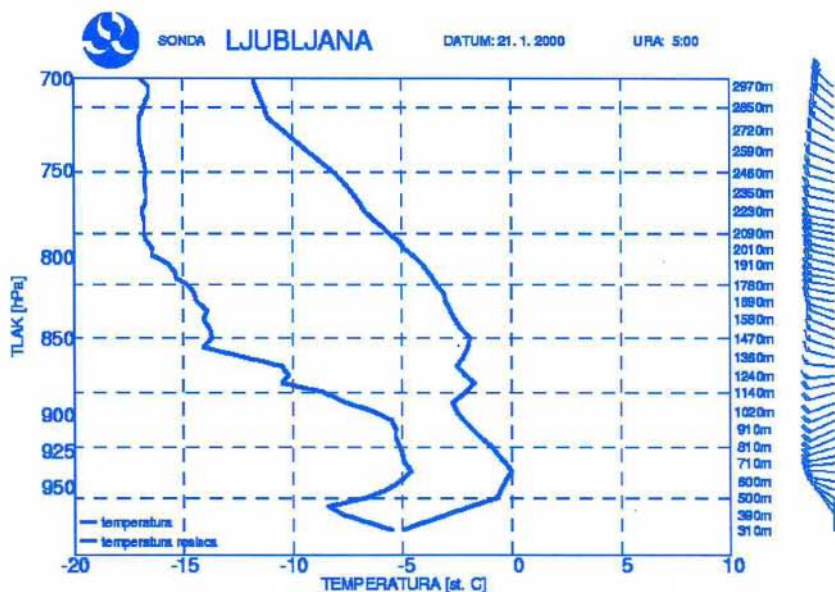
Started at/zaceto ob 18 January 06:4 GMT

Station/postaja: 15, Location/geografski položaj: 46.01N 14.50E  
299 m/MSL

Time	Press. cas tlak	Height visina	Temp. temp.	RH rel. vlaz.	VirtT virt. temp.	DPD rosi- sce	LRate spr. temp.	Speed hitrost vetra	Direct. smer vetra
min s	hPa	m	degC	%	degC	degC	K/km	m/s	deg
0 0	970.6	299	-6.0	93	-5.6	0.9		0.4	30
0 10	962.8	362	-5.4	92	-5.0	1.1	+9.5	0.6	304
0 20	956.0	418	-5.2	96	-4.7	0.5	+3.6	0.8	279
0 30	949.8	470	-1.4	89	-0.8	1.6	+73.1	0.9	257
0 40	943.5	523	2.3	83	3.0	2.6	+69.8	1.0	238
0 50	937.8	573	5.8	60	6.5	7.2	+70.0	1.1	225
1 00	932.3	621	9.2	38	9.8	13.6	+70.8	1.2	219
1 10	927.1	667	8.9	37	9.4	13.9	-6.5	1.4	219
1 20	921.7	716	8.6	37	9.1	13.9	-6.1	1.7	216
1 30	915.6	770	8.1	37	8.6	13.8	-9.3	2.1	239
1 40	908.9	830	7.7	38	8.2	13.4	-6.7	2.7	269
1 50	901.8	895	7.1	39	7.6	13.0	-9.2	3.5	288
2 00	894.2	965	6.4	40	6.9	12.6	-10.0	4.3	296

Tabela 1. Meritve z radiosondo skozi ozračje nad Ljubljano 18. januarja 2000 ob 6. po UTC (ob 7. po srednjeevropskem času); izvleček iz tabele, ki sicer podaja razmere v spodnji stratosferi do višine okrog 20 km (arhiv HMZ RS).

Ob tej tabeli kratko pojasnilo: meteorologi pogosto izražamo višino kar z vrednostjo tlaka, saj ga izmerimo z barometri na radiosondah. Višino izračunamo iz izmerjenih vrednosti tlaka, temperature in vlažnosti. Iz tabele npr. izvemo, da se je v prvi minuti merjenja radiosonda na balonu dvignila do višine, kjer je bil tlak 932.3 mbar, t.j. do nadmorske višine 621 m. Veter podajamo po smeri, iz katere piha. Vpliv spremenljive vlažnosti, ki smo jo pri "lomnem zakonu" za zvok zanemarili, meteorologi upoštevamo računsko v t.i. virtualni temperaturi (sedmi stolpec tabele). Tabela kaže, da se le-ta sicer res razlikuje od temperature, a ne zelo močno. Naš približni "lomni zakon" bo zato dovolj dober približek.



Slika 1. Poteki temperature (desna krivulja), temperature rosišča (leva krivulja) in vetra (vetrovne zastavice) nad Ljubljano od tal do višine okrog 300 m, dne 21. januarja 2000 zjutraj.

Podatki kažejo, da je bila tisto jutro pri tleh dobrih 300 metrov debela plast skoraj brez vetra in z zelo močno temperaturno inverzijo; pri tleh (299 m nad morjem) je bila temperatura  $-6,0^{\circ}\text{C}$  (267 K), na višini 620 m nad morjem pa celo  $+9,2^{\circ}\text{C}$ . Več kot  $15^{\circ}\text{C}$  na dobrih 300 m višinske razlike! Torej je bila ta dan sprememba temperature z višino v plasti pri tleh močna, sprememba hitrosti vetra z višino tja do 500 m nad tlemi pa le majhna. Sprememba vetra z višino je bila torej za ukvirjanje zvoka za

en velikostni red manj pomembna kot sprememba temperature. Zaradi temperature inverzije se je zvok prav gotovo ukrivljajl navzdol in se je hrup iz avtomobilske ceste res močno slišal po okolici. Temperatura z višino ni naraščala enakomerno, linearno, temveč pri tleh manj, za  $+9,5 \cdot 10^{-3}$  in  $+3,6 \cdot 10^{-3}$  K/m, višje pa precej bolj, celo za  $70 \cdot 10^{-3}$  K/m. Za tako, nelinearno naraščanje, kot bomo pokazali, pa se zvok ne samo ukrivlja navzdol, temveč celo zbira na neki oddaljenosti od vira. Ozračje deluje tedaj na zvok podobno kot zbiralna leča na svetlobo. In prav zato se je tistega januarskega jutra promet še posebej močno slišalo.

Za nadaljnjo obravnavo moramo iz enačbe poti razširjanja zvoka ugotoviti, koliko se zmanjša nagib poti zvoka, če se temperatura poveča za  $\Delta T$ . (Namesto kota  $\alpha$  glede na navpičnico uporabimo raje kot strmine  $\beta$  glede na tla ( $\beta = \pi/2 - \alpha$ ). Tisti, ki znajo "diferencirati", pravilo lahko ugotovijo splošno, tisti, ki pa tega ne znajo, pa morajo razlike izračunati kako drugače<sup>1</sup>. Ugotovili bi, da velja

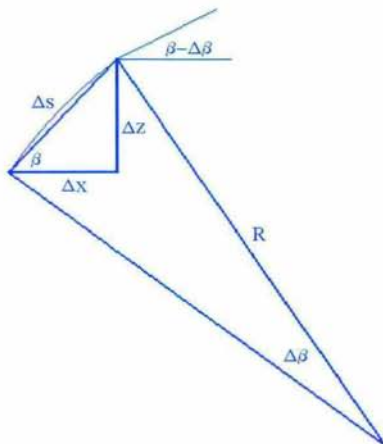
$$\Delta\beta = \frac{-\Delta T}{2T \tan \beta}.$$

Vemo tudi, da je tangens kota nagiba enak razmerju med dvigom (spustom) poti  $\Delta z$  ob hkratnem premiku za  $\Delta x$  v vodoravni smeri (slika 2):

$$\tan \beta = \frac{\Delta z}{\Delta x}.$$

Iz teh dveh enačb lahko izračunamo ukrivljenost  $K$  oz. radij  $R$  ukrivljene poti zvoka skozi ozračje (slika 2). Upoštevamo  $\Delta s = R\Delta\beta$  in  $\cos \beta = \Delta s/\Delta x$  ter dobimo za ukrivljenost poti

$$K = \frac{1}{R} = -\frac{\cos \beta}{2T} \frac{\Delta T}{\Delta z}.$$



Slika 2. Ukrivljanje poti.

<sup>1</sup>  $\Delta(\cos \beta) = \cos(\beta + \Delta\beta) - \cos \beta = -2 \sin \frac{\beta + \Delta\beta + \beta}{2} \sin \frac{\beta + \Delta\beta - \beta}{2}$ . Upoštevamo, da je  $\Delta\beta$  majhna sprememba, zato velja  $\frac{2\beta + \Delta\beta}{2} \approx \beta$  in  $\sin(\frac{\Delta\beta}{2}) \approx \frac{1}{2}\Delta\beta$ . Zato je  $\Delta(\cos \beta) = -\sin \beta \Delta\beta$ . Podobno:  $\Delta(\sqrt{T}) = \Delta T/(2\sqrt{T})$ . Če hočemo, da se vrednost ulomka  $\cos \beta/\sqrt{T}$  ohranja, morata biti **relativni** povečanja števca in imenovalca enaki. Od tod dobimo  $\tan \beta \Delta\beta = -\Delta T/2T$ .

Iz prvih dveh enačb si naredimo tudi preprost računski postopek za računanje poti razširjanja zvoka. Postopek je naslednji: izberemo si vedno enake korake v vodoravni smeri  $\Delta x = \text{konst.}$ , poznati pa moramo tudi potek temperature z višino. Da opišemo šibkejše naraščanje temperature pri tleh in močnejše višje nad tlemi, uporabimo kvadratno odvisnost  $T(z) = T_0 + az + bz^2$ . Razlike temperatur po višini so tedaj  $\Delta T = (a + 2bz)\Delta z$ .

Začnemo pri  $x(0) = 0$ ,  $z(0) = 0$ , in  $\beta(0) = \beta_0$ , nadaljujemo pa takole:

$$\Delta z(n) = \tan \beta(n) \Delta x$$

$$\Delta T(n) = [a + 2bz(n)] \Delta z(n)$$

$$\Delta \beta = \frac{-T(n) \Delta x}{2T(n) \Delta z(n)}$$

$$x(n+1) = x(n) + \Delta x$$

$$z(n+1) = z(n) + \Delta z(n)$$

$$T(n+1) = T(n) + \Delta T(n)$$

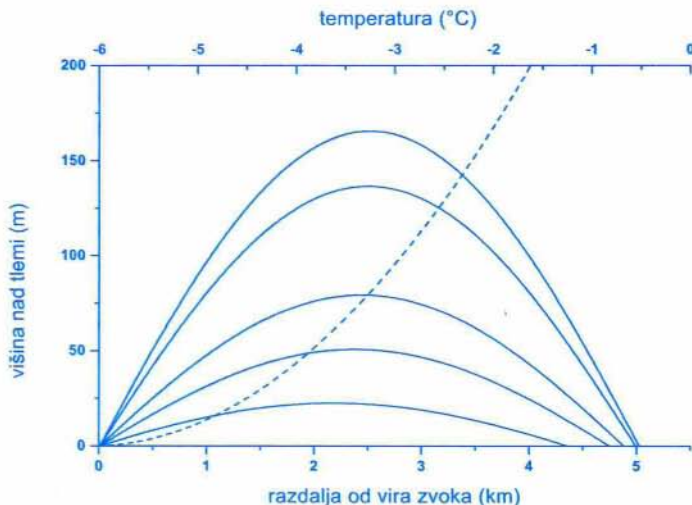
$$\beta(n+1) = \beta(n) + \Delta \beta$$

in to tako dolgo, dokler se nam pot zvoka vzpenja, se prevesi navzdol in se konča pri tleh.

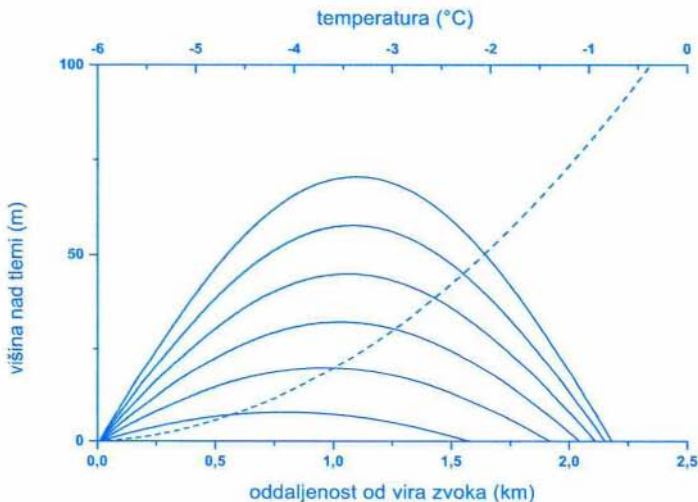
Kaj dobimo? Za podatke o temperaturi 18. januarja zjutraj tisto, kar je prikazano na sliki 3.

Nenavadno! Slika nazorno pokaže, da v takem primeru ozračje deluje zbiralno za zvok. Največ se ga zbere na oddaljenosti med 4 in 5 km od ceste. K nama je prihajal znatneje hrup od prometa iz bolj oddaljenih delov ceste in ne zgolj promet po nama najbližjem delu ceste.

Kdaj pa se bo hrup s ceste najmočnejše slišalo tam, kjer stanujeva midva s prijateljem, torej na razdalji okrog 1 km? Vsekakor takrat, ko se bo zvok močnejše ukrivljal navzdol. Sedaj že vemo, da na ukrivljanje vpliva predvsem potek temperature zraka z višino. Čim močnejši je porast z višino, tem večje so spremembe smeri. Poskusimo! Zanima nas primer zbiranja zvoka na petkrat krajši razdalji. Čeprav nam zapisane enačbe povedo, da razdalja, na kateri se zbira zvok, ni kar preprosto premo sorazmerna s padcem temperature z višino, vseeno poskusimo kar s petkrat močnejšim porastom temperature z višino!



Slika 3. Ukrivljanje in zbiranje zvoka 18. januarja 2000 pri porastu temperature z višino do višine dobrih 300 m nad tlemi. Narisane so tiste poti zvoka, ki se od vira dvigajo z nagibom od  $1^\circ$  do  $6^\circ$  (neprekinjene črte). Prikazan je tudi potek temperature z višino (črtkano). Navpična in vodoravna skala sta različni.



Slika 4. Ukrivljanje zvoka ob petkrat močnejšem porastu temperature z višino kot v primeru s slike 3.

Rezultat ni točno tak, kot smo ga iskali (seveda, saj to smo predvidevali že vnaprej), pa vendar: zvok bi se pri takem porastu temperature z višino zbiral pri tleh na oddaljenosti nekaj več kot dveh kilometrov. Ali se to lahko dogodi? Primer, da temperatura zraka v 100-metrski plasti pri tleh naraste za sedem stopinj je povsem realen in se kaj takega pogosto lahko primeri.

Ob nekaterih priložnosti hrup iz avtoceste torej res lahko moti okolico kljub morebitnim protihrupnim ograjam. K sreči pa temperaturne inverzije pri tleh ne prevladujejo – vsaj čez dan ne (čeprav niso izjemne). Ponavadi se temperatura zraka z višino znižuje in so poti zvočnih “žarkov” ukrivljajo navzgor. Protihrupne ograje so torej večino časa kljub vsemu zelo koristne, seveda pa morajo biti čim bliže vira hrupa.

Za zaključek pa še dve zanimivosti.

Prva je povezana s podobnim ukrivljanjem zvoka v še drugih plasteh temperaturnih inverzij v ozračju. Še preden so izmerili potek temperature z višino v stratosferi, so iz nenavadnih odbojev zvoka na zelo velike vodoravne oddaljenosti skleпали, da skozi stratosfero navzgor od višine okrog 20 km do okrog 50 km nad tlemi temperatura narašča. Pravijo, da so med prvo svetovno vojno slišali detonacije iz Soške fronte tudi v skoraj 200 km oddaljenem Zagrebu. Leta 1964 so v državi Alberti v Kanadi namerno povzročili eksplozijo 500 ton trinitrotoluola in opazovali pasove slišnosti te eksplozije. Ti so se v krožnih pasovih pojavljali na približno vsakih 200 km. To, da pasovi slišnosti ne bodo povsem krožni, so napovedali vnaprej glede na različne izmerjene poteke temperature v stratosferi nad različnimi območji tega dela Kanade. Dejanske slišnosti so se res zelo dobro ujemale z napovedanimi (G. Gilbert, povzeto po knjigi M. Čadeža *Meteorologija*).

Druga zanimivost pa je v zvezi z običajnim splošnim upadanjem temperature z višino skozi troposfero (do višine manj kot 10 km nad polarnimi in do več kot 15 km nad ekvatorialnimi kraji). Kadar je temperatura z višino vse nižja, se zvok ukrivlja navzgor. Zato se grom tudi od bliskov v velikih višinah (recimo 10 km od tal) nikakor ne more slišati zelo daleč, pa če je še tako močan. Pot zvoka se pač tako ukrivi, da od neke oddaljenosti naprej ne more doseči do tal. Izračunajmo! V ozračju temperatura na splošno pada za 6,5 K/km in je tako v sredi troposfere približno  $-20^{\circ}\text{C} \approx 250\text{ K}$ . Radiji zvočnih poti so torej približno  $R \approx 77\text{ km} \cos \beta$ . Zvok se od vira 10 km visoko bolj in bolj ukrivlja in zato se grom pri tleh sliši samo do razdalje kakih deset ali dvajset kilometrov od vira.

Jože Rakovec