

Oznaka poročila: ARRS-RPROG-ZP-2015/18



ZAKLJUČNO POROČILO O REZULTATIH RAZISKOVALNEGA PROGRAMA

(za obdobje 1. 1. 2009 - 31. 12. 2014)

A. PODATKI O RAZISKOVALNEM PROGRAMU

1. Osnovni podatki o raziskovalnem programu

Šifra programa	P1-0292
Naslov programa	Topologija in geometrija Topology and geometry
Vodja programa	7083 Dušan Repovš
Obseg raziskovalnih ur (vključno s povečanjem financiranja v letu 2014)	15300
Cenovni razred	
Trajanje programa	01.2009 - 12.2014
Izvajalci raziskovalnega programa (javne raziskovalne organizacije - JRO in/ali RO s koncesijo)	101 Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko
Raziskovalno področje po šifrantu ARRS	1 NARAVOSLOVJE 1.01 Matematika
Družbeno-ekonomski cilj	13.01 Naravoslovne vede - RiR financiran iz drugih virov (ne iz SUF)
Raziskovalno področje po šifrantu FOS	1 Naravoslovne vede 1.01 Matematika

B. REZULTATI IN DOSEŽKI RAZISKOVALNEGA PROGRAMA

2. Povzetek raziskovalnega programa¹

SLO

Temeljni raziskovalni program P1-0292-0101 "Topologija in geometrija (2009-2014)" je bil osredotočen na zelo zahtevne aktualne probleme sodobne topologije in

geometrije. Na področju geometrijske topologije smo obravnavali Havajske grupe topoloških prostorov, topologijo končno-razsežnih Peanovih kontinuumov in vprašanja povezana z Bing-Whiteheadovimi divjimi Cantorjevimi množicami. V neskončno-dimenzionalni topologiji smo nadaljevali naš študij globokih vprašanj geometrijske strukture teh prostorov z vidika konveksne geometrije. V algebraični topologiji smo raziskovali homotopske avtoekvivalence, CW homotopske tipe in odprta vprašanja ekvivalentne topologije. V teoriji CW kompleksov smo preučevali probleme parametrizirane teorije negibnih točk. Na področju nizkodimenzionalnih mnogoterosti smo se osredotočili na ključna nerešena vprašanja v zvezi z invariantami vozlov in spleto v dimenziji 3 in 4 ter ovirami za kirurgijo na teh prostorih. Pri tem smo uporabili tudi nove rezultate teoretične fizike, npr. teorijo magnetnih polj, za študij vozlov in spleto. Na področju grobe geometrije smo preučevali probleme povezane z Assouad-Nagatovo dimenzijo in Higgsovimi koronami metričnih prostorov. V teoriji koralnih grup smo študirali minimalne grupe in nato posplošitve na simetrične grupe. Na področju računalniške topologije smo obravnavali vprašanja iz diskretne Morseove teorije, predvsem uporabo v kvalitativnem modeliranju podatkov v umetni inteligenci. Poleg tega smo dobili številne nove rezultate na naslednjih področjih matematike in njene uporabe: splošna topologija in teorija množic, teorija kategorij in uporaba, teorija topoloških (pol)grup, funkcionalna in konveksna analiza, teorija Liejevih algeber, diferencialna geometrija, topologija v robotiki, dinamični sistemi in teorija kaosa, nelinearna analiza in njena uporaba ter matematične metode v biologiji, kemiji in ekonomiji.

ANG

The fundamental research program P1-0292-0101 "Topology and geometry (2009-2014)" focused on very difficult open problems of modern topology and geometry. In particular, in geometric topology we considered Hawaiian topological groups of topological spaces, topology of finite-dimensional Peano continua and certain problems related to the Bing-Whitehead wild Cantor sets. In infinite-dimensional topology we continued our investigations of deep questions related to the geometric structure of these spaces, from the point of view of convex geometry. In algebraic topology we studied homotopy autoequivalences and CW homotopy types and questions from equivariant topology. In theory of CW complexes we continued to investigate problems of parametrized fixed-point theory. In low dimensional topology we focused on the problems related to knot and link invariants in dimensions 3 and 4, and surgery obstructions. In our work we applied also some results from theoretical physics, e.g. from magnetic field theory, to the study of knots and links. In coarse geometry we investigated difficult problems related to the Assouad-Nagata dimension and the Higgs corona. In the theory of grope groups we studied minimal groups and generalizations to symmetric groups. In computational topology we investigated questions related to discrete Morse theory, mostly concerning possible applications to qualitative modelling in artificial intelligence. We also obtained new results in other areas of mathematics and its applications: general topology and set theory, category theory and applications, topological (semi)group theory, functional and convex analysis, Lie algebra theory, differential geometry, topology in robotics, dynamical systems and theory of chaos, nonlinear analysis and its applications, and mathematical methods in biology, chemistry and economics.

3. Poročilo o realizaciji predloženega programa dela na raziskovalnem programu, (vključno s predloženim dopolnjenim programom dela v primeru povečanja financiranja raziskovalnega programa v letu 2014)

SLO

Z uporabo najnovejših raziskovalnih metod nam je v okviru tega šestletnega temeljnega raziskovalnega programa uspelo realizirati vse zastavljene raziskovalne cilje:

I. Nizkodimenzionalna topologija mnogoterosti: Glede konkordance vozlov smo našli učinkovit način računanja tau invariant, definiranih v razvejenih krovih vozla, za

vozele, ki niso dvomostni vozli. Za alternirajoče vozle smo našli kombinatorični opis teh invariant, ki nam je omogočilo prebrati invarianto iz vozelnega diagrama. Našli smo splošni indukcijski postopek za računanje teh invariant, ki temelji na eksaktnih trikotnikih kirurgije Heegard-Floerove homologije. Izračunali smo klasifikacijo pozitivnih kirurgij, ki omejujejo tudi negativno definitne forme. Preiskovali smo tudi druge družine vozlov. S študijem ploskev v 4-mnogoterostih smo znatno prispevali k razumevanju struktur 4-mnogoterosti, še posebej k razumevanju razlike med algebrskimi in geometrijskimi lastnostmi presekov ploskev.

II. Geometrijska topologija: Preučevali smo havajske grupe topoloških prostorov in ugotavljali, kdaj je preslikava med končno dimenzionalnima prostoroma, ki inducira izomorfizem vseh havajskih grup, homotopska ekvivalenca. Našli smo odgovor, če so vsi končno dimenzionalni Peanovi kontinuumi s trivialno fundamentalno grupo kontraktibilni. Dokazali smo, da ima vsak n -dimenzionalen absolutni retrakt poljubno majhna fina pokritja, katerih živci so n -dimenzionalni in kontraktibilni (ekvivalentno, vsak n -dimenzionalen absolutni retrakt ima epsilon-sko preslikavo v n -dimenzionalni kontraktibilni polieder). Glede Bing-Whiteheadovih Cantorjevih množic (šibko) sklenjenih torusov smo pokazali, da obstaja neštevno mnogo neekvivalentnih takih konstrukcij, Bing-Whiteheadovo konstrukcijo pa smo tudi izpopolnili in proizvedli novo neskončno družino togih Cantorjevih množic roda 1 z enostavno povezanim komplementom.

III. Teorija homotopije: Preučevali smo ključna vprašanja grupe homotopskih simetrij prostora X . Ko je X tudi H - ali koH -prostor, smo študirali grupo $enot\ Aut(X)$. Posplošili smo metode, ki smo jih razvili za grupo stabilnih homotopskih ekvivalenc in dokazali reprezentacijske in faktorizacijske izreke za $End(X)$ in $Aut(X)$. Dopolnili smo teorijo skoraj kolobarjev s polinomskimi pogoji, ki ima pomembno vlogo v homotopski teoriji. Ukvarjali smo se tudi s preučevanjem avtoekvivalenc za lokalizirane in kompletirane prostore, vključujoč problem stabilizacije. Glede nilpotentnosti in rešljivosti podgrup v $Aut(X)$, ki fiksirajo homologijo ali homotopske grupe prostora X smo našli dobre ocene za nilpotentnost z uporabo Lusternik-Schnirelmanove kategorije. Preučevali smo tudi $Aut(X^{\wedge})$ za poljubni 1-povezan prostor X končnega tipa - metode, ki smo jih razvili v zadnjih letih, so nam omogočile opisati njihovo algebrsko strukturo.

IV. Groba geometrija: S posebnimi Lipschitzevimi razširitvami smo podali novo karakterizacijo krovne dimenzije sublinearne Higsonove korone, ki sta jo definirala Dranishnikov in Smith. S tem smo na konceptualno bolj naravni način prišli do dokaza izreka Dranishnikova in Smitha, ki izrazi asimptotično Assouad-Nagatovo dimenzijo prostora s krovno dimenzijo njegove sublinearne Higsonove korone. Posplošili smo tudi pojem asimptotičnega stožca metričnega prostora, ki ustreza nekemu ultrafiltru, ki sta ga definirala Gromov in Roe, in uporabili to za teorijo dimenzije raznih Higsonovih koron metričnega prostora.

V. Koralne grupe: Raziskovali smo, za katere koralne grupe G obstaja netrivialen homomorfizem iz minimalne koralne grupe v G . Posplošili smo naše prejšnje rezultate iz simetričnih na splošne koralne grupe. Znano je, da je vsaka koralna grupa števna, lokalno prosta in perfektna. Mi pa smo pokazali, da ni vsaka grupa s takimi lastnostmi koralna grupa. Našli pa smo tudi nekaj dodatnih lastnosti koralnih grup.

VI. CW kompleksi: Podali smo natančni izračun Eulerjeve karakteristike prvega reda in njene izboljšane verzije za preslikavni torus samopreslikave končnega CW-kompleksa. Naš drugi rezultat je bila posplošitev na preslikavne toruse avtopreslikav na končno dominiranih CW-kompleksih, kar je hkrati posplošitev rezultatov Geoghegana in Nicasa v teoriji grup za grupe tipa F na grupe tipa FD (z istimi predpostavkami K -teorije). Odgovorili smo tudi na pomembno vprašanje, če je neka K -teoretična omejitev za fundamentalno grupo potrebna za eksplicitno definicijo, poleg tega pa smo preučevali tudi homotopske lastnosti funkcijskih prostorov samopreslikav na preslikavnem torusu, kar name je omogočilo boljše razumevanje geometrije rotacijskega indeksa.

VII. Računska topologija: Nadaljevali smo svoje raziskave na področju diskretne Morsove teorije s ciljem razumeti odnos med gladko Morsovo funkcijo na gladki mnogoterosti in njeno aproksimacijo, inducirano s triangulacijo mnogoterosti in diskretno Morsovo funkcijo na rezultirajočem celularnim kompleksom. Po drugi strani pa smo preučevali tudi možne aplikacije navadne kakor tudi parametrizirane diskretne Morsove funkcije v kvalitativnih modelih umetne inteligence. Nadaljevali smo tudi raziskave bazičnih množic v digitalni ravnini, ki so motivirane s topološkim dokazom karakterizacije bazičnih množic ravnine. Lastnosti digitalnih bazičnih množic smo uporabili za produkcijo konstruktivnega topološkega dokaza te karakterizacije v splošnem primeru.

Poleg tega pa smo dobili številne nove rezultate tudi *na drugih področjih matematike in njene uporabe:* splošna topologija in teorija množic, teorija kategorij in uporaba, teorija topoloških (pol)grup, funkcionalna in konveksna analiza, teorija Liejevih algeber, diferencialna geometrija, topologija v robotiki, dinamični sistemi in teorija kaosa, nelinearna analiza in njena uporaba ter matematične metode v biologiji, kemiji in ekonomiji (kjer smo se na v teoriji parcialnih diferencialnih enačb in njihovi uporabi že uvrstili med vodilne skupine - o dveh najnovejših dosežkih na tem področju poročamo v 17. točki tega poročila).

Naši rezultati so bili v letih 2009-2014 objavljeni v 376 znanstveno-raziskovalnih člankih in 4 znanstvenih monografijah (Prilogi 9-10). Naše programske raziskave so bile izrazito mednarodne (Priloga 1: seznam vseh tujih soavtorjev) in visoko kakovostne (Priloga 2: seznam vseh naših objav v revijah iz 1. četrtine SCI seznama). Sodelovali smo v številnih domačih in tujih raziskovalnih projektih (Priloga 3: seznam vseh izvedenih mednarodnih projektov, Priloga 4: naše sodelovanje v European Science Foundation Network). Kot rezultat našega mednarodno izjemno odmevnega raziskovalnega dela se je Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko uvrstil med vodilne centre za geometrijsko topologijo v EU in naši raziskovalci so dobili številna mednarodna priznanja (Priloge 5-8).

Naša programska skupina že vrsto let zelo uspešno sodeluje s številnimi uporabniki. Na Univerzi v Ljubljani tudi izvajamo razne aktualne predmete za uporabnike, ki so zelo zanimivi tudi za strokovnjake iz drugih področij, npr. medicine. Npr. algoritme, ki smo jih v preteklosti razvili za generiranje diskretne Morseove funkcije v računski topologiji, smo potem zelo uspešno uporabili v radiološki medicinski diagnostiki. Tudi v obdobju 2009-2014 smo uspešno sodelovali z visoko-tehnološkimi podjetji in s pomočjo originalnih metod, ki smo jih razvili v okviru tega raziskovalnega programa, učinkovito reševali zahtevne aktualne probleme iz prakse (o tem poročamo v 14. točki tega poročila).

Na predavanjih in seminarjih, ki smo jih v obdobju 2009-2014 izvajali na Fakulteti za matematiko in fiziko ter na Fakulteti za računalništvo in informatiko Univerze v Ljubljani, smo organizirali tudi odmevne obiske uglednih tujih ekspertov, kar je bilo posebej pomembno za mlade raziskovalce in druge doktorske študente, ki so se v tem obdobju zelo uspešno izobraževali v naši programski skupini - vsi so v roku zaključili študij in se uspešno zaposlili: naša doktorantka je na Stanford University v ZDA, naš doktorant dela podjetju Optilab, vsi ostali doktoranti pa so se zaposlili na Univerzi v Ljubljani. V tem obdobju smo izdali tudi več novih univerzitetnih učbenikov iz področij topologije in geometrije (Prilogi 11-12).

4. Ocena stopnje realizacije programa dela na raziskovalnem programu in zastavljenih raziskovalnih ciljev³

SLO

V šestih letih izvajanja raziskovalnega programa smo, izhajajoč iz naših raziskovalnih hipotez, delali z izjemnim uspehom na vseh načrtovanih tematskih sklopih, ki so bili navedeni v našem predlogu. Dosegli smo vse planirane cilje.

Pri našem raziskovalnem delu se nismo srečevali z nobenimi večjimi težavami. Naše raziskovalno delo na programu je ves čas financiranja potekalo povsem v skladu z načrti in je bilo v pogodbenem roku v celoti in uspešno zaključeno.

5. Utemeljitev morebitnih sprememb programa raziskovalnega programa oziroma sprememb, povečanja ali zmanjšanja sestave programske skupine v letu 2014⁴

SLO

V letu 2014 se je programska skupina povečala za 1 raziskovalca.

6. Najpomembnejši znanstveni rezultati programske skupine⁵

		Znanstveni dosežek	
1.	COBISS ID	16861529	Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Enostavno povezane odprte 3-mnogoterosti s togimi konci roda 1
		ANG	Simply connected open 3-manifolds with rigid genus one ends
Opis	SLO	<p>Konstruiramo neštavno mnogo enostavno povezanih odprtih topoloških 3-mnogoterosti s konci roda 1, ki so homeomorfni Cantorjevi množici. Vsaka konstruirana 3-mnogoterost ima lastnost, da vsak avtohomeomorfizem 3-mnogoterosti (ki se vedno lahko razširi do homeomorfizma koncev) fiksira konce po točkah. Te 3-mnogoterosti so komplementi togih Cantorjevih množic, ki so posplošene Bing-Whiteheadove (BW) Cantorjeve množice. Prejšnji primeri togih Cantorjevih množic z enostavno povezanim komplementom v R^3 so imeli neskončen rod in bilo je odprto vprašanje, če obstajajo primeri s končnim rodom. Naši primeri imajo minimalni možni rod, t.j. rod 1. Te toge posplošene BW Cantorjeve množice se konstruirane s pomočjo spremenljivega števila Bingovih in Whiteheadovih spleto. Naš prejšnji rezultat, ki je določal, kdaj je BW Cantorjeva množica ekvivalentno vložena v R^3, smo razširili na splošnejšo konstrukcijo. Ta karakterizacija je bila potem uporabljena za dokaz togosti in za razlikovanje neštavnega števila primerov.</p> <p>Te raziskave so potekale v večletnem sodelovanju z ameriško topološko skupino na Oregon State University, s katero smo uspešno izvedli več skupnih raziskovalnih projektov. Rezultate smo predstavili na številnih mednarodnih konferencah in nekaterih uglednih tujih univerzah v Evropski uniji, ZDA, Ruski federaciji ter na Japonskem.</p> <p>Naša programska skupina se je s svojimi uspešnimi raziskavami na področju divjih vložitev kompakto v evklidske prostore uvrstila v svetovni vrh, o čemer pričajo tudi številni obiski tujih ekspertov v Sloveniji ter vabila na konference v tujini.</p>	
	ANG	<p>We construct uncountably many simply connected open topological 3-manifolds with genus one ends homeomorphic to the Cantor set. Each constructed 3-manifold has the property that any self homeomorphism of the 3-manifold (which necessarily extends to a homeomorphism of the ends) fixes the ends pointwise. These 3-manifolds are complements of rigid generalized BingWhitehead (BW) Cantor sets.</p> <p>Previous examples of rigid Cantor sets with simply connected complement in R^3 had infinite genus and it was an open question as to whether finite genus examples existed. The examples here exhibit the minimum possible genus, genus one. These rigid generalized BW Cantor sets are constructed using variable numbers of Bing and Whitehead links. Our previous result determining when BW Cantor sets are equivalently embedded in R^3 extends to the generalized construction. This characterization is used to prove rigidity and to distinguish the uncountably many examples.</p> <p>These results were obtained in collaboration with topological group at the Oregon State University, with which we have successfully completed several joint research projects. Results were presented at invited talks</p>	

		presented at several international conferences and some leading universities in the European Union, the United States, the Russian Federation and Japan. Our program group has by now established itself with its successful research of wild embeddings into Euclidean spaces and is considered to be among top groups in this area, which is witnessed also by numerous invitations to conferences and workshops around the world.
	Objavljeno v	Servicio de Publicaciones, Universidad Complutense; Revista Matemática Complutense; 2014; Vol. 27, iss. 1; str. 291-304; Impact Factor: 0.623; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.674; WoS: PN, PQ; Avtorji / Authors: Garity Dennis, Repovš Dušan, Wright David
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek
2.	COBISS ID	16946265 Vir: COBISS.SI
	Naslov	<i>SLO</i> Konkordančne lastnosti vzporednih spleto <i>ANG</i> Concordance properties of parallel links
	Opis	<i>SLO</i> V članku proučujemo konkordančne lastnosti "vzporednih spleto" $P(K)$, ki so $(2,0)$ kabli vozla K . Predvsem se osredotočimo na vprašanje: "Ali mora biti K konkordanten nevozu, če je $P(K)$ konkordanten razcepnemu spletu?" Pokažemo, da je v primeru, ko je $P(K)$ gladko konkordanten razcepnemu spletu, veliko gladkih konkordančnih invariantov vozla K trivialnih, posebej to velja za τ in s -invarianti, kot tudi za ustrezno normalizirane d -invariante Dehnovih kirurgij na K . Obravnavamo tudi posplošitve na $(2,2\ell)$ -kable $P_{\ell}(K)$, za katere najdemo ovire za gladko konkordanco do vsote $(2,2\ell)$ torusnega spleta in razcepnega spleta. Članek je izšel v eni najuglednejših matematičnih revij na svetu in je doživel velik odziv med eksperti v nizko-dimenzionalni topologiji, ker rešuje nekatera zahtevna odprta vprašanja. Strle je o njem odmevno poročal v ZDA, Kanadi, Nemčiji in Veliki Britaniji. Te raziskave so potekale v okviru večletnega sodelovanja s škotsko topološko skupino na University of Glasgow, s katero smo doslej uspešno izvedli že več skupnih raziskav, v sodelovanju z Universitaet Koeln (Nemčija), Brandeis University (ZDA) in McMaster University (Kanada).
		<i>ANG</i> We investigate the concordance properties of "parallel links" $P(K)$, given by the $(2,0)$ cable of a knot K . We focus on the question: if $P(K)$ is concordant to a split link, is K necessarily slice? We show that if $P(K)$ is smoothly concordant to a split link, then many smooth concordance invariants of K must vanish, including the τ and s -invariants, as well as suitably normalized d -invariants of Dehn surgeries on K . We also investigate the $(2,2\ell)$ cables $P_{\ell}(K)$, and find obstructions to smooth concordance to the sum of the $(2,2\ell)$ torus link and a split link. Paper was published in one of the best mathematical journals and it has received a very positive response from low-dimensional topology experts around the world since it solves some outstanding problems. Strle presented these results in the United States, Canada, Germany and Great Britain. These results were done in collaboration with Scottish topological group at the University of Glasgow (UK), with which we have successfully completed several joint research projects, in cooperation with University of Koeln (Germany), Brandeis University (USA) and McMaster University (Canada).
	Objavljeno v	Dept. of Mathematics, Indiana University; Indiana University Mathematics Journal; 2013; Vol. 62, no. 3; str. 799-814; Impact Factor: 0.358; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.674; WoS: PQ; Avtorji / Authors: Ruberman Daniel, Strle Sašo

	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek	
3.	COBISS ID	16655449	Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Preslikave iz minimalne korale v poljubno koralo
		ANG	Maps from the minimal grope to an arbitrary grope
	Opis	SLO	Obravnavamo neskončne korale in dokažemo, da je vsaka zvezna preslikava iz minimalne korale v poljubno koralo homotopsko trivialna, če slednja nima "veje", ki je kopija minimalne korale. Ker je vsaka korala klasičarjski prostor svoje fundamentalne grupe, problem prevedemo v teorijo grup in s primernimi krajšanji blokov v besedah dobimo rezultat. Cencelj je o teh rezultatih odmevno poročal na mednarodnih konferencah v ZDA in na Poljskem. Te raziskave so potekale v večletnem sodelovanju z ameriškima topološkima skupinama na University of Tennessee (Knoxville) in University of Florida (Gainesville), s katero smo uspešno izvedli več skupnih raziskovalnih projektov.
		ANG	We consider open infinite gropes and prove that every continuous map from the minimal grope to another grope is nulhomotopic unless the other grope has a "branch" which is a copy of the minimal grope. Since every grope is the classifying space of its fundamental group, the problem is translated to group theory and a suitable block cancellation of words is used to obtain the result. Cencelj presented these results at international meetings in the United States and Poland. These results were done in collaboration with topological groups at the University of Tennessee (Knoxville) and the University of Florida (Gainesville), with which we have successfully completed several joint research projects.
	Objavljeno v	World Scientific; International Journal of Algebra and Computation; 2013; Vol. 23, no. 3; str. 503-519; Impact Factor: 0.436; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.674; WoS: PQ; Avtorji / Authors: Cencelj Matija, Eda Katsuya, Vavpetič Aleš	
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek	
4.	COBISS ID	16643929	Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Homotopski tip prostora preslikav v $K(G,n)$
		ANG	Homotopy type of space of maps into a $K(G,n)$
	Opis	SLO	Naj bo X povezan CW kompleks in naj $K(G,n)$, za Abelovo grupo G , označuje Eilenberg-Mac Laneov CW kompleks. Ker za $K(G,n)$ lahko vzamemo Abelov monoid, je šibki homotopski tip prostora zveznih preslikav $X \rightarrow K(G,n)$ odvisen le od homoloških grup kompleksa X . Namen tega članka je dokazati, da isto velja za pravi homotopski tip. Natančneje, dokažemo, da je prostor $\mathrm{map}_{\ast}(X, K(G,n))$ zveznih preslikav $X \rightarrow K(G,n)$, ki spoštujejo bazni točki, homotopsko ekvivalenten kartezičnemu produktu $\prod_{i \leq n} \mathrm{map}_{\ast}(M_i, K(G,n))$. Tu je M_i Moorov CW kompleks tipa $M_i(H_i(X), i)$. Prostori preslikav so opremljeni s kompaktno odprto topologijo. Smrekar je o teh rezultatih odmevno poročal v Španiji in Franciji. Na osnovi teh raziskav je bil povabljen k sodelovanju z uglednimi japonskimi algebraičnimi topologi. Smrekar je tudi sicer dobil priznanje za svoje odlično raziskovalno delo na tem področju, in sicer enoletno štipendijo Marie Curie za delo na Matematičnem Inštitutu v Barceloni. Naša raziskovalna skupina se danes uvršča med vodilne na področju topologije CW kompleksov, ki imajo posebej pomembno vlogo v teoriji homotopije in njeni uporabi. Naši najaktivnejši raziskovalci na tem področju so Pavešič in Smrekar ter mlada raziskovalka Franc, ki je v tem obdobju tudi uspešno doktorirala.

		<p>Let X be a connected CW complex and let $K(G,n)$ be an Eilenberg-Mac Lane CW complex where G is abelian. As $K(G,n)$ may be taken to be an abelian monoid, the weak homotopy type of the space of continuous functions $X \rightarrow K(G,n)$ depends only upon the homology groups of X.</p> <p>The purpose of this paper is to prove that this is true for the actual homotopy type. Precisely, the space $\mathrm{map}_* \big(X, K(G,n)\big)$ of pointed continuous maps $X \rightarrow K(G,n)$ is shown to be homotopy equivalent to the Cartesian product $\prod_{i \leq n} \mathrm{map}_* \big(M_i, K(G,n)\big)$. Here, M_i is a Moore complex of type $M_i(X)$. The spaces of functions are equipped with the compact open topology.</p> <p>Smrekar presented these results in Spain and France. Based on his work he was invited to collaborate with distinguished Japanese algebraic topologists. Smrekar also received an award from the European Union for his outstanding research in homotopy theory, namely, the one year Marie Curie Research Fellowship which he spent at the Mathematical Institute in Barcelona. Our research group today ranks among leading groups in the area of topology of CW complexes, which play a very prominent role in homotopy theory and its applications. Our most active members in this area are Pavešič and Smrekar, as well as our doctoral student Franc, who successfully completed dissertation during this program duration.</p>
	Objavljeno v	International Press; Homology, Homotopy, and Applications; 2013; Vol. 15, no. 1; str. 137-149; Impact Factor: 0.356; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.674; WoS: PN, PQ; Avtorji / Authors: Smrekar Jaka
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek
5.	COBISS ID	15865945 Vir: COBISS.SI
	Naslov	<i>SLO</i> Diskretna gradientna vektorska polja na neskončnih kompleksih
		<i>ANG</i> Discrete gradient fields on infinite complexes
	Opis	<p>Osrednji rezultat tega članka je karakterizacija diskretnih vektorskih polj na nekompaktnih celičnih kompleksih, ki so gradienta polja prave diskretne Morsove funkcije. Že Robin Forman, ki je definiral pojem diskretne Morsove funkcije in položil temelje diskretne Morsove teorije, je dokazal, da je karakteristična lastnost integrabilnih diskretnih vektorskih polj na končnih celičnih kompleksih acikličnost. Podobna posplošitev velja tudi za diskretna vektorska polja na neskončnih kompleksih, kar je dokazal naš mladi raziskovalec Jerše v drugem članku. Diskretna vektorska polja s pravim integralom pa morajo imeti še dodatno lastnost, da v njih ni prisotna takoimenovana prepovedana konfiguracija padajočega žarka, ki ma v robu svojega padajočega območja naraščajoči žarek. Dokaz, ki je opisan v članku, je konstruktiven, opisan je konkreten algoritem za pravi integral acikličnega diskretnega vektorskega polja s to dodatno lastnostjo.</p> <p>Te raziskave so potekale v okviru večletnega sodelovanja s špansko topološko skupino na Universidad de Sevilla, s katero smo doslej uspešno izvedli že več skupnih raziskav. O rezultatih sta avtorja uspešno poročala na več mednarodnih konferencah v EU in ZDA.</p>
		<p>The main result of this paper is a characterization of discrete vector fields on noncompact cell complexes that have a proper integral, i.e. they are gradient vector fields of a proper discrete Morse function. Already Robin Forman in his seminal work on discrete Morse theory showed that the characteristic property of integrable discrete vector fields on finite cell complexes is acyclicity. Our doctoral student Jerše extended this result to noncompact cell complexes in another paper.</p> <p>Discrete vector fields with a proper integral should in addition, not contain a so-called forbidden configuration, i.e. a decreasing infinite ray with an</p>

		increasing ray in the boundary of its descending region. This paper gives a constructive proof of the fact that this property characterizes such discrete vector fields. A specific algorithm for the construction of a proper integral of an acyclic discrete vector field with no forbidden configuration is given. These results were done in collaboration with topological group at the University of Sevilla, with which we have successfully completed several joint research projects. The authors have successfully reported about these results at international meetings in the European Union and the United States.
	Objavljeno v	American Institute of Mathematical Sciences; Discrete and Continuous Dynamical Systems; 2011; Vol. 30, no. 3; str. 623-639; Impact Factor: 0.913; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.678; A': 1; WoS: PN, PQ; Avtorji / Authors: Ayala Rafael, Vilches Jose Antonio, Jerše Gregor, Mramor Kosta Neža
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek

7. Najpomembnejši družbeno-ekonomski rezultati programske skupine⁶

	Družbeno-ekonomski dosežek	
1.	COBISS ID	16616793 Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO Vlaknenja in njihova klasifikacija
		ANG Fibrations and their classification
	Opis	<p>Pojem vlaknenja sodi med velike združevalne matematične ideje. Pojavil se je okoli leta 1930 v geometriji in topologiji in se je postopoma razširil na ostala področja matematike. Skupaj z nekoliko starejšim pojmom svežnja, je vlaknenje formalizacija predstave o zvezni družini prostorov in zvezni družini operacij na teh prostorih. V pričujoči monografiji je podan pregled osnovnih idej in tehnik teorije vlaknenj, s posebnim poudarkom na njihovi klasifikaciji. Podrobno so predstavljeni najpomembnejši razredi vlaknenj (Hurewiczeva, Doldova in Serrova vlaknenja ter kavazivlaknenja). Opisane so relacije med temi tipi vlaknenj ter vrsta primerov in protiprimerov. Ena najbolj izrazitih lastnosti vlaknenj je, da jih lahko klasificiramo s pomočjo homotopskih razredov preslikav v tako imenovane klasifikacijske prostore. Klasifikacija vlaknenj je opisana na različnih ravneh, abstraktno, z uporabo teorije reprezentabilnih funktorjev, in konstruktivno, z opisom različnih konkretnih modelov za klasifikacijske prostore, ki so jih vpeljali Dold in Lashof ter Milgram in Steenrod. V nekaj desetletjih po oblikovanju pojma je nastala cela vrsta variant in podvariant in pripadajočih klasifikacijskih rezultatov, kar je motiviralo Petra Maya, da je vpeljal se splošnejša F-vlaknenja, ki so vendarle dovolj strukturirana, da omogočajo uporabno klasifikacijsko teorijo. Drugi del knjige je posvečen poglobljenemu študiju F-vlaknenj. Knjiga je v precejšnji meri neodvisna od ostalih virov, od bralca pa pričakuje predznanje splošne topologije in nekaj osnovne homotopske teorije, vključno z elementarnimi lastnostmi homotopskih grup. Kljub temu je raven zahtevnosti razlage dokaj visoka, zato je zaželeno predznanje na področju algebralne topologije in teorije svežnjev; tako za motivacijo, kot za ponazoritev ravni zahtevnosti. Večina poglavij je dopolnjena z zgodovinskimi opombami, ki predstavijo nastanek uporabljenih pojmov in njihov razvoj v kontekstu klasifikacijske teorije svežnjev in vlaknenj.</p> <p>The concept of fibration is one of the great unifying mathematical ideas. It was initially introduced around 1930 in geometry and topology, and gradually expanded into many other parts of mathematics. Together with fibre bundles (which preceded fibrations), they give formal expression to</p>

		<p>the idea of a continuous family of spaces, and of operations on such families. This monograph contains an exposition of the fundamental ideas of the theory of fibrations with particular emphasis on their classification. It deals at length with various types of fibrations as defined by Hurewicz, Dold and Serre, as well as the quasifibrations of Dold and Thom. The relationship between these concepts is analyzed in depth, with examples and counter-examples given. One of the salient properties of fibre bundles is that they are classified by homotopy classes of maps into some special spaces called classifying spaces. The classifying theory for fibrations is presented both abstractly, through the theory of representable functors, and constructively, by describing various models, like those introduced by Dold and Lashof, and by Milgram and Steenrod. In the couple of decades following their introduction, the growth of the theory of fibrations resulted in a plethora of similar and interrelated theories and classification results for vector bundles, general fibre bundles, and other types of fibre spaces. As a new organizational principle, Peter May invented the concept of F-fibrations that generalizes all of the above, and is at the same time sufficiently structured to admit workable classification objects. The second part of the book is dedicated to an in-depth discussion of the theory of F-fibrations. The book is reasonably self-contained and the reader is assumed to have only some knowledge of general topology and basic homotopy theory, including elementary properties of homotopy groups. However, one must be aware that the level of exposition is at some places more advanced, and for these a prior course in algebraic topology or in the theory of fibre bundles would be very helpful, both as a motivation for the problems that are studied, as well as a measure of the required mathematical sophistication. The book can be used both as a text-book or as a reference. Most chapters are concluded with historical notes, tracing the origins of the concepts and the developments related to the classification of fibre bundles and fibrations.</p>	
	ANG		
Šifra	F.02	Pridobitev novih znanstvenih spoznanj	
Objavljeno v	Heldermann; 2013; XIII, 158 str.; A": 1;A': 1; Avtorji / Authors: Pavešič Petar, Piccinini Renzo A.		
Tipologija	2.01	Znanstvena monografija	
2.	COBISS ID	16560473	Vir: COBISS.SI
Naslov	SLO	Ciklus vabljenih plenarnih predavanj na konferenci	
	ANG	A series of plenary invited talks at a conference	
Opis	SLO	<p>To je bil ciklus vabljenih plenarnih predavanj našega postdoktorskega raziskovalca na mednarodnem srečanju v Kobeju na Japonskem, v katerem je predstavil naslednje nove rezultate naše skupine:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Cayleyi grafi in osnovne invariante grup 2. Asimptotična dimenzija in Švarc-Milnorjeva lema 3. Hiperbolične grupe 4. Asimptotični stožci <p>Njegova predavanja so naletela na veliko zanimanje in po njih je vedno sledila živahna razprava. Obisk na Japonskem je bil v okviru našega dolgoletnega sodelovanja z japonskimi geometrijskimi topologi, ki jih vodi Katsuya Eda iz Univerze Waseda v Tokiu.</p>	
	ANG	<p>This was a series of plenary invited talks at the international meeting on geometric topology, organized in Kobe, Japan, at which our postdoc researcher presented some of our main new results. Here are the title of his lectures:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Cayley graphs and basic group invariants 2. Asymptotic dimension and Švarc-Milnor Lemma 3. Hyperbolic groups 4. Asymptotic cones 	

		His talks were received by great interest and intensive discussions followed after every presentation. This visit was organized within the framework of our longterm collaboration with Japanese geometric topologists, led by Katsuya Eda at the Waseda University in Tokyo.
	Šifra	B.04 Vabljeno predavanje
	Objavljeno v	Geometric Topology Workshop (2012 ; Kobe) http://gentop.h.kobe-u.ac.jp/workshop.html 2012; Avtorji / Authors: Virk Žiga
	Tipologija	3.16 Vabljeno predavanje na konferenci brez natisa
3.	COBISS ID	16196441 Vir: COBISS.SI
	Naslov	<i>SLO</i> Lokalnost homotopskih endomorfizmov
		<i>ANG</i> Local property of homotopy endomorphisms
	Opis	<i>SLO</i> Študiramo zvezo med \mathcal{L} -razcepi coH -prostora C ter razcepi enice na vsoto paroma ortogonalnih idempotentov v sliki reprezentacije $[C, C] \rightarrow \text{End}(H_{\ast}(G))$. Pokažemo, da je slika te reprezentacije polperfekten kolobar za vsak končen p -lokalen coH -prostor C , od koder sledi krepka različica Wilkersonovega izreka. Osnova za razpravo je opis algebrske strukture na $[C, C]$, ki jo imenujemo zančni skoraj kolobar. Vpeljemo lokalne zančne skoraj kolobarje in dokažemo izrek o enoličnosti \mathcal{L} -razcepov coH -prostorov, ki je povsem analogen Krull-Schmidt-Azumayinemu izreku za module. Dualni rezultati veljajo za H -prostore.
		<i>ANG</i> The relationship between \mathcal{L} -decompositions of a coH -space C and decompositions of the identity as a sum of pairwise orthogonal idempotents in the image of the representation $[C, C] \rightarrow \text{End}(H_{\ast}(G))$ is studied. We show that the image of this representation is a semiperfect ring for every finite p -local coH -space C , which implies a strong form of Wilkerson's theorem. The discussion is based on the description of the algebraic structure $[C, C]$, which is called a loop near-ring. Local loop near-rings are introduced, and a theorem of unique \mathcal{L} -decompositions of coH -spaces, which is completely analogous to the Krull-Schmidt-Azumaya theorem for modules, is proven. Dual results hold for H -spaces.
	Šifra	D.09 Mentorstvo doktorandom
	Objavljeno v	[D. Franetič]; 2011; IX, 64 str.; Avtorji / Authors: Franetič Damir Mentorji / Advisors: Petar Pavešić
	Tipologija	2.08 Doktorska disertacija
4.	COBISS ID	15185241 Vir: COBISS.SI
	Naslov	<i>SLO</i> Naraščajoča in padajoča področja kritičnih točk v diskretni Morseovi teoriji
		<i>ANG</i> Ascending and descending regions of critical points in discrete Morse theory
	Opis	<i>SLO</i> V doktoratu opišemo algoritem, ki nam vrne razcep končnega regularnega celularnega kompleksa z diskretno Morseovo funkcijo na padajoča in naraščajoča področja. Razcep je diskretni analog Morse-Smaleovi dekompoziciji gladke mnogoterosti z gladko Morseovo funkcijo na padajoče in naraščajoče diske. V primerjavi z ostalimi algoritmi je glavna prednost našega ta, da deluje (vsaj v teoriji) na celularnih kompleksih poljubne (a končne) dimenzije. Zaradi časovne zahtevnosti algoritma pa se v praksi izkaže, da ni primeren za obravnavo kompleksov višjih dimenzij. Pokažemo, da se algoritem konča v končno mnogo korakih in da vsa območja po končno mnogo subdivizijah postanejo odprti topološki diski. Analiziramo časovno zahtevnost algoritma ter njegovo delovanje prikažemo na nekaj primerih. Nazadnje si ogledamo diskretno Morseovo teorijo na neskončnih lokalno končnih celularnih kompleksih. Podamo zadosten pogoj, da diskretno vektorsko polje V na takšnem kompleksu izhaja iz prave

			diskretne Morseove funkcije.
		ANG	We present an algorithm which produces a decomposition of a regular finite cellular complex with a discrete Morse function analogous to the Morse-Smale decomposition of a smooth manifold with respect to a smooth Morse function. The advantage of our algorithm compared to similar existing results is that it works, at least theoretically, in any dimension. Practically, there are dimensional restrictions due to the size of cellular complexes of higher dimensions, though. We prove that the algorithm is correct in the sense that it always produces a decomposition into descending and ascending regions of the critical cells in a finite number of steps, and that, after a finite number of subdivisions, all the regions are topological discs. The efficiency of the algorithm is discussed and its performance on several examples is demonstrated. In the last chapter we turn our attention to infinite and locally finite complexes of finite dimension and discrete vector fields on them. We present sufficient conditions for a discrete vector field V on such a complex to arise from a proper discrete Morse function.
	Šifra	D.09 Mentorstvo doktorandom	
	Objavljeno v	[G. Jerše]; 2009; IX, 78 str.; Avtorji / Authors: Jerše Gregor Mentorji / Advisors: Neža Mramor Kosta, Petar Pavešić	
	Tipologija	2.08 Doktorska disertacija	
5.	COBISS ID	263847936	Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Ocene topološke kompleksnosti
		ANG	Estimates of topological complexity
	Opis	SLO	Pojem topološke kompleksnosti je vpeljal Farber leta 2001 kot merilo nezveznosti v pravilih, ki opisujejo gibanje robota po konfiguracijskem prostoru. Približno sedem let kasneje sta Iwase in Sakai vpeljala monoidno topološko kompleksnost in pokazala, da gre za poseben primer bazirane vlakenske Lusternik-Schnirelmannove kategorije. S pomočjo tega rezultata lahko številne metode s področja LS kategorije, ki imajo ustrezne vlakenske različice, uporabimo za izpeljavo sorodnih rezultatov za monoidno topološko kompleksnost. Skoraj neposredno iz vlakenske definicije izpeljemo zgornjo mejo za topološko kompleksnost preslikavnega teleskopa. Z nekaj več truda pridemo do dveh alternativnih vlakenskih definicij monoidne topološke kompleksnosti, sorodnih Whiteheadovi in Ganejevi definiciji LS kategorije. Iz vlakenskega diagrama, ki povezuje obe definiciji, dobimo številne spodnje meje za monoidno topološko kompleksnost. Med njimi sta še posebej pomembni šibka in stabilna topološka kompleksnost. Dobljene spodnje meje primerjamo med seboj, raziščemo pa tudi nekaj primerov, ko veljajo enakosti.
		ANG	The notion of topological complexity was introduced by Farber in 2001 as a measure of discontinuity of motion planning algorithms on a configuration space of a robot. Some seven years later Iwase and Sakai presented the notion of monoidal topological complexity that they have shown to be a special case of the fibrewise pointed Lusternik-Schnirelmann category. Hence, numerous methods that work for the LS category can be reused in this fibrewise setting in order to obtain the analogous results for the monoidal topological complexity. We derive an upper bound for the topological complexity of a mapping telescope almost directly from the fibrewise definition. With a bit more effort we find two alternative fibrewise definitions of monoidal topological complexity, which are analogous to the Whitehead and Ganea definitions of the LS category. From a fibrewise diagram connecting the two definitions we obtain several lower bounds, in particular the stable and the weak topological complexity. We compare these lower bounds to one another and consider some cases where

		equalities occur.
Šifra	D.09	Mentorstvo doktorandom
Objavljeno v	[A. Franc]; 2012; 55 str.; Avtorji / Authors: Franc Aleksandra Mentorji / Advisors: Petar Pavešič, Dušan Repovš	
Tipologija	2.08	Doktorska disertacija

8. Drugi pomembni rezultati programske skupine²

(i) Zunanje financiranje: Naša programska skupina je bila tudi zelo uspešna pri pridobivanju dodatnega raziskovalnega denarja v Sloveniji iz drugih virov (zunaj ARRS). Tako smo pomembna sredstva za sofinanciranje naših raziskovalnih obiskov v tujini pridobili iz evropskih programov Erasmus in Socrates. V času izvajanja tega raziskovalnega programa smo vsem našim mladim raziskovalcem omogočili strokovna izpopolnjevanja na vodilnih univerzah v državah EU in v Združenih državah Amerike. Pridobili smo tudi dodatna evropska sredstva za daljše raziskovalne obiske uglednih tujih ekspertov v Sloveniji.

(ii) Odmevnost v tujini: O odmevnosti našega raziskovalnega dela v svetu pričajo tudi podatki o članstvu naših raziskovalcev v uredniških odborih, npr. v naslednjih visoko uvrščenih SCI revijah:

Advances in Nonlinear Analysis [De Gruyter, COBISS ID 16253785],
Complex Variables and Elliptic Equations [Taylor & Francis, COBISS ID 513019929],
Journal of Mathematical Analysis and Applications [Academic Press, COBISS ID 3081231],
Mediterranean Journal of Mathematics, [Birkhäuser, COBISS ID 13561433],
Nonlinear Analysis [Pergamon Press, COBISS ID 26027520], idr.

9. Pomen raziskovalnih rezultatov programske skupine³

9.1. Pomen za razvoj znanosti⁹

SLO

Obravnavani raziskovalni problemi so bili že dolgo časa v središču pozornosti številnih vodilnih strokovnjakov iz področja topologije in geometrije v svetu. Uspeh naše programske skupine na tem področju je zato naletel na velik interes svetovne matematične skupnosti. Naš program je uvedel nove pristope in tehnike na tem področju, zato bo imel velik vpliv na njegov razvoj. Raziskovalno delo na tem področju je imelo zelo pozitiven vpliv tudi na nadaljni razvoj slovenske matematične šole, s poudarkom na topologiji in geometriji ter njuni uporabi, kot tudi na njeno vpetost v svetovno raziskovalno mrežo, posebej v okviru Evropske unije.

Naša programska skupina se je odlično uveljavila na svojem področju in je dobila več domačih in tujih priznanj. Naši rezultati so bili objavljeni v odličnih mednarodnih matematičnih revijah in člani naše ekipe so dobili številna povabila za predavanja na pomembnih mednarodnih konferencah in s tem potrdili mednarodno uveljavljenost naše skupine. Beležimo tudi veliko zanimanje tujih raziskovalnih institucij za sodelovanje z IMF, predvsem iz Evropske unije. Naša programska skupina ima največje število mednarodnih projektov iz matematike v Sloveniji.

Geometrijska topologija in groba geometrija dve izmed področij matematike, ki imata velik potencial za afirmacijo v mednarodni znanstveni skupnosti. Odkrili smo številne možnosti za uporabo naših raziskav. Npr. naši rezultati iz področja teorije vozlov in spletov imajo pomembno uporabo v kemiji in biologiji, konkretno pri študiju strukture DNA. Odkrili smo tudi novo uporabo teorije vozlov v teoriji magnetnega polja. Poleg tega smo izvajali raziskave tudi v fraktalni geometriji, ki ima široko uporabnost.

ANG

The research problems studied in this program were in the center of attention of many experts in topology and geometry for a long time. Our success in this area therefore received great interest from the mathematical community. Our research had a positive influence on further intensive development of Slovenian mathematics, in particular topology and geometry and their

connections with the international research network, especially within the European Union. Our research group is well established in the area and it has received several domestic and foreign awards. Our results were published in excellent international journals and the members of our group received many invitations to important international conferences, which is an acknowledgement of the international recognition of our group. We registered an increased interest of foreign research institution for cooperation with IMFM, especially from the European Union. Our research group has the largest number of international projects among all Slovenian research groups in the area of mathematics.

Geometric topology and coarse geometry are the two areas of mathematics which have the greatest potential for broad affirmation in the international scientific community. We discovered new ways to apply our results, e.g. we found an important application in chemistry and biology in the studies of the structure of DNA. We discovered an innovative application of the knot theory to the magnetic fields theory. We also successfully investigated in fractal geometry which has wide applications.

9.2. Pomen za razvoj Slovenije¹⁰

SLO

Glavni rezultati tega programa so bili odkritje zelo pomembnih novih temeljnih zakonitosti in njihove uporabe v matematiki ter razširitev obstoječih raziskovalnih orodij v sodobni topologiji in geometriji in njihova uporaba, kot tudi nadaljnji razvoj raziskav na področju matematike na Slovenskem. Dobljeni rezultati se zelo dobro ujemajo z načrti razvoja slovenske znanosti in tehnologije na področju povečanja znanja, to je razvoj znanosti, kot tudi izboljšanje kakovosti podiplomskega študija.

Naše raziskave so povezane in nadgrajujejo dosedanje uspešne raziskave na tem področju in se nanašajo na probleme, ki smo jih že uspešno obravnavali z zelo pozitivnim odmevom v številnih mednarodnih raziskovalnih projektih, pri katerih smo sodelovali. Kot rezultat naših dolgoletnih prizadevanj je naš inštitut mednarodno priznan evropski center za topologijo. Naše raziskovalno delo je prejelo več domačih in mednarodnih priznanj in pred časom smo bili izbrani med najboljše programske skupine v državi. Nekateri uveljavljeni člani skupine na svojem področju že odločilno vplivajo na smer aktualnega raziskovanja v mednarodnem prostoru. V zadnjem času se vedno bolj uveljavlja tudi mlajša generacija raziskovalcev, ki ji je prav delovanje v okviru programa omogočilo pridobitev potrebnega znanja za uspešno raziskovalno delo.

Naša programska skupina uspešno sodeluje s slovenskim gospodarstvom, npr. pri razvoju novih in učinkovitih algoritmov za generiranje diskretnih Morsovih funkcij v računski topologiji, kar se lahko uporabi v radiološki diagnostiki, npr. v CT, scintigrafiji, interni medicini in urologiji. Na teh področjih učinkovito sodelujemo z nekaterimi domačimi podjetji visoke tehnologije, ki so v konici razvoja svojih področij. V prihodnje nameravamo še razširiti delovanje na aplikativnih področjih in se še bolj umestiti v raziskovalnih mrežah znotraj EU.

Program je imel posebej pozitiven učinek na razvoj doktorskega študija v Sloveniji, predvsem v okviru programov matematike na Univerzi v Ljubljani. Pod mentorstvom naših raziskovalcev in vodilnih gostujočih raziskovalcev so mladi raziskovalci in drugi doktorski študenti izdelali svoje disertacije iz najbolj propulzivnih tem topologije in geometrije. Pripravili smo številne sodobne podiplomske tečaje, npr. "Topologija v računalništvu" na Fakulteti za računalništvo in informatiko na Univerzi v Ljubljani, ki so bili zanimivi tudi za druga področjih, posebej medicino.

ANG

The main result of this program was a discovery of very important new fundamental laws and their applications in mathematics, and extending the available research tools in modern topology and geometry, and its applications, as well as further development of research in mathematics in Slovenia. Our results agree with plans for the development of Slovenian science and technology, in the field of enhancement of knowledge, i.e. on the progress of science as well as on the substantial improvement of the quality of the doctoral program.

Our research is related to and builds upon past successful research in this field and is connected with the problems which have been very successfully studied with very positive feedback in numerous international projects of our research. As the result of our longstanding efforts our institute is an internationally renowned European center of topology. Our group has received several national and international prizes and we were selected among the best program teams in the country. Several members of the group are already very influential in international research in their fields of expertise. Our younger researchers, working within our group, have

very successfully began to establish themselves. In future we shall significantly expand our work on applied aspects of topology and strengthen our position in the EU research network. We successfully cooperate with the industry, e.g. we developed new and effective algorithms for generating discrete Morse functions in computational topology, which can be applied in radiological diagnostics, e.g. in CT, scintigraphy, internal medicine and urology. In this areas we are cooperating with some cutting-edge domestic hi-tech companies. Therefore we plan such productive collaboration also in the future.

The program had an extraordinary positive effect on the development of graduate studies in Slovenia, in particular of the PhD programs in mathematics at the University of Ljubljana. Under the mentorship of our researchers and leading foreign researchers, our young researchers prepared their dissertations on the most up-to-date topics in topology and geometry. We offered several modern graduate courses, e.g. »Topology in computer science« at the Faculty of Computer Science and Informatics at the University of Ljubljana, which are of interest also to experts from other fields, especially medicine.

10. Zaključena mentorstva članov programske skupine pri vzgoji kadrov v obdobju 1.1.2009-31.12.2014¹¹

10.1. Diplome¹²

vrsta usposabljanja	število diplom
bolonjski program - I. stopnja	31
bolonjski program - II. stopnja	7
univerzitetni (stari) program	51

10.2. Magisterij znanosti in doktorat znanosti¹³

Šifra raziskovalca	Ime in priimek	Mag.	Dr.	MR	
29583	Aleksandra Franc	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
34640	Damir Franetič	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="checkbox"/>	
29631	Boštjan Gabrovšek	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="checkbox"/>	
25594	Gregor Jerše	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
32025	Sara Kališnik	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
26522	Žiga Virk	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
33290	Gašper Zadnik	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
29018	Eva Horvat	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="checkbox"/>	
0	Jakob Avšič	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="checkbox"/>	
0	Simona Jazbec	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="checkbox"/>	
31917	Domen Šoberl	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
0	Tatjana Štorman	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="checkbox"/>	

Legenda:

Mag. - Znanstveni magisterij

Dr. - Doktorat znanosti

MR - mladi raziskovalec

11. Pretok mladih raziskovalcev – zaposlitev po zaključenem usposabljanju¹⁴

Šifra raziskovalca	Ime in priimek	Mag.	Dr.	Zaposlitev	
29583					

	Aleksandra Franc	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	D - Javni zavod	
34640	Damir Franetič	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	D - Javni zavod	
29631	Boštjan Gabrovšek	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	D - Javni zavod	
25594	Gregor Jerše	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	D - Javni zavod	
32025	Sara Kališnik	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	E - Tujina	
26522	Žiga Virk	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	D - Javni zavod	
33290	Gašper Zadnik	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	C - Gospodarstvo	
29018	Eva Horvat	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	D - Javni zavod	

Legenda zaposlitev:

- A** - visokošolski in javni raziskovalni zavodi
- B** - gospodarstvo
- C** - javna uprava
- D** - družbene dejavnosti
- E** - tujina
- F** - drugo

12. Vključenost raziskovalcev iz podjetij in gostovanje raziskovalcev, podoktorandov ter študentov iz tujine, daljše od enega meseca, v obdobju 1.1.2009-31.12.2014

Šifra raziskovalca	Ime in priimek	Sodelovanje v programski skupini	Število mesecev	
15530	Sergej M. Ageev	B - uveljavljeni raziskovalec	3	
0	Valerij Berestovskii	B - uveljavljeni raziskovalec	3	
29948	Gregory Ralph Conner	B - uveljavljeni raziskovalec	1	
0	Nicolae Constantinescu	B - uveljavljeni raziskovalec	1	
0	Friedrich Hegenbarth	B - uveljavljeni raziskovalec	1	
0	Constantin Costara	B - uveljavljeni raziskovalec	2	
0	Jerzy Dydak	B - uveljavljeni raziskovalec	6	
0	Katsuya Eda	B - uveljavljeni raziskovalec	3	
0	Massimo Ferri	B - uveljavljeni raziskovalec	1	
0	Maria Franzosa	B - uveljavljeni raziskovalec	2	
0	Dennis Garity	B - uveljavljeni raziskovalec	6	
0	Oleg Gutik	B - uveljavljeni raziskovalec	6	
0	Denise Halverson	B - uveljavljeni raziskovalec	6	
0	Umed Karimov	B - uveljavljeni raziskovalec	6	
0	Alexandru Kristaly	B - uveljavljeni raziskovalec	12	
0	Claudia Landi	B - uveljavljeni raziskovalec	1	
0	Mihai Mihailescu	B - uveljavljeni raziskovalec	2	
0	Maciej Mroczkowski	B - uveljavljeni raziskovalec	12	
0	Oleh Nykyforchyn	B - uveljavljeni raziskovalec	3	

0	Brendan Owens	B - uveljavljeni raziskovalec	1	
0	Mehmetcik Pamuk	B - uveljavljeni raziskovalec	3	
0	Semra Pamuk	B - uveljavljeni raziskovalec	1	
0	Daniel Rubermann	B - uveljavljeni raziskovalec	1	
0	Leonard Rubin	B - uveljavljeni raziskovalec	1	
0	Vladimir Sharko	B - uveljavljeni raziskovalec	2	
0	Svjetlana Terzić	B - uveljavljeni raziskovalec	1	
0	Andrei Vesnin	B - uveljavljeni raziskovalec	6	
0	Mikhail Zaicev	B - uveljavljeni raziskovalec	3	
0	Andreas Zastrow	B - uveljavljeni raziskovalec	1	
0	Barbara di Fabio	D - podoktorand	3	
0	Enrico Manfredi	D - podoktorand	1	
0	Mike Meilstrup	D - podoktorand	1	
0	Henife Isal	C - študent – doktorand	1	
0	Curtis Kent	C - študent – doktorand	1	

Legenda sodelovanja v programski skupini:

- A** - raziskovalec/strokovnjak iz podjetja
- B** - uveljavljeni raziskovalec iz tujine
- C** - študent – doktorand iz tujine
- D** - podoktorand iz tujine

13. Vključevanje v raziskovalne programe Evropske unije in v druge mednarodne raziskovalne in razvojne programe ter drugo mednarodno sodelovanje v obdobju 1.1.2009-31.12.2014¹⁵

SLO

Sodelujemo v raziskovalni mreži Evropske znanstvene fundacije (ESF) *Applied and Computational Algebraic Topology* (ACAT, 2011-2015, <http://www.esf.org/acat>), ki jo izvajajo Slovenija, Danska, Avstrija, Irska, Nemčija, Španija, Italija, Velika Britanija, Francija, Švica, Poljska in Portugalska. V Sloveniji projekt sofinancira ARRS, ki je predstavnik Slovenija v ESF, in dodatno še UL FRI. Opis programa na spletnih strani ESF je na naslovu <http://www.esf.org/coordinating-research/research-networking-programmes/physical-and-engineering-sciences-pen/current-research-networking-programmes/applied-and-computational-algebraic-topology-acat.html>, program pa ima tudi svojo spletno stran <http://acat.lix.polytechnique.fr/>. Namen te vrste programov v ESF je širitev novih raziskovalnih področij, v tem primeru uporabne in računske topologije.

Naša raziskovalka je nacionalna koordinatorica te pomembne evropske raziskovalne mreže za Slovenijo. V 2013 smo v okviru te mreže uspešno organizirali odlično obiskano in odmevno poletno šolo *Summer School on Computational Topology and Topological Data Analysis* (Ljubljana, 1.7.-4.7.2013) <http://acat2013.fmf.uni-lj.si/>. Namen te šole je bil popularizacija novega propulzivnega novega področja računske topologije med študenti in mladimi raziskovalci. Osrednji del programa je bilo več kratkih tečajev z različnih področij računske topologije, ki so jih podali uveljavljeni raziskovalci s tega področja iz Evrope in ZDA, organizirani pa so bili še dodatni termini za študentska predavanja in projektno delo. Šole se je udeležilo več kot 60 registriranih udeležencev, študentov in mlajših raziskovalcev iz 16 držav. Podobno

letno šolo bomo organizirali tudi v tem letu.

Naša programska skupina že vrsto let izjemno intenzivno sodeluje z raziskovalnimi centri po vsem svetu. Prve tovrstne raziskovalne kontakte smo preko Slovenske akademije znanosti in umetnosti navezali z ZDA in Rusijo že v 1980-ih letih, poslej pa smo naše bilateralne in multilateralne projekte izvajali že z naslednjimi državami: ZDA, Ruska federacija, Izrael, Japonska, Kitajska, Španija, Francija, Velika Britanija, Madžarska, Poljska, Italija, Bolgarija, Romunija, Črna gora in Slovaška. Poleg tega so naši v tem obdobju sodelovali na raziskovalnih projektih v ZDA (National Science Foundation), Ruski federaciji (Ruska akademija znanosti), Romuniji (Romunska akademija znanosti), Italiji (Nacionalna raziskovalna agencija), Ukrajini (Ukrajinska akademija znanosti), idr. Oddana je bila tudi prijava mednarodnega projekta, ki ga bomo izvajali v sodelovanju z Veliko Britanijo (Swansea), Italijo (Perugia in Calabria), Grčijo (Atene) ter Romunijo (Craiova).

V letih 2009-2014 smo bili vključeni v 10 bilateralnih raziskovalnih projektov z ZDA (Brandeis University, University of Tennessee, Stanford University, Oregon State University, University of Chicago ter Brigham Young University), 11 bilateralnih raziskovalnih projektov z Rusko federacijo (Moskovska državna univerza Lomonosova, Ruska akademija znanosti - centri v Moskvi, St. Peterburgu, Ekaterinburgu in Novosibirsku), 3 bilateralne raziskovalne projekte z Ukrajino (Ukrajinska akademija znanosti, Kiev ter Nacionalna univerza Ivan Franko, Lvov), 2 bilateralna raziskovalna projekta s Poljsko (Univerza v Gdansku) ter po 1 bilateralen raziskovalni projekt s Turčijo (Univerza v Ankari), Madžarsko (Tehnična univerza v Budimpešti), Črno goro (Univerza v Podgorici), Romunijo (Romunska akademija znanosti, Bukarešta) in Slovaško (Univerza v Bratislavi).

Naše raziskovalno delo je odlično vpeto v mednarodni prostor, o čemer pričajo tudi številni ugledni tuji soavtorji – pripenjamo seznam za obdobje 2009-2014. Mnogi izmed njih so bili v tem obdobju v Sloveniji na raziskovalnem obisku. K nam prihajajo tudi tuji študentje in postdoktorski raziskovalci, kar priča o visoki kvaliteti naše skupine in naših predavanj in seminarjev na doktorskem programu na Univerzi v Ljubljani. Posledično so odlični tudi podatki o naši citiranosti in vabljenih predavanjih na tujih konferencah ter kolokvijih na uglednih tujih univerzah in raziskovalnih inštitutih v istem obdobju. O odmevnosti našega raziskovalnega dela v svetu priča tudi članstvo naših raziskovalcev v uredniških odborih uglednih tujih znanstvenih revij in tujih znanstvenih knjižnih založb.

14. Vključenost v projekte za uporabnike, ki so v obdobju trajanja raziskovalnega programa (1.1.2009–31.12.2014) potekali izven financiranja ARRS¹⁶

SLO

Naša programska skupina ima že dolgo zgodovino uspešnega sodelovanja z industrijo, ki sega v zgodnja 1980-ta leta, ko je vodja programske skupine sodeloval s telekomunikacijskim podjetjem Iskra Telematika v Kranju, in sicer v razvojnem inštitutu, pri optimizaciji digitalnih telefonskih central z matematičnimi metodami (teorija čakajočih vrst). Tudi zaradi teh aplikativnih dosežkov je bil zato izvoljen med ustanovne člane Inženirske akademije Slovenije. <http://www.ias.si/>. S sodelovanjem z uporabniki smo uspešno nadaljevali tudi v toku tega programa. Navajamo nekaj primerov iz tega programskega obdobja:

(1) Naš raziskovalec je sodeloval v aplikativnem projektu na Oddelku za tekstilstvo na Naravoslovno tehniški fakulteti Univerze v Ljubljani. Skupaj so objavili zelo citiran članek v visoko uvrščeni reviji - L. Černe, B. Simončič, M. Željko, *The influence of repellent coatings on surface free energy of glass plate and cotton fabric*, Applied Surface Science 254:20 (2009), 6467-6477. [COBISS.SI-ID [2027120](#), kategorija: 1A1 (Z1, A', A1/2); QG - materials science, coatings & films ; 4/16 ; IFmin: 1.576 ; IFmax: 2.437]. V njem so ugotovili vpliv kemičnih prevlek na površinske lastnosti steklene plošče, vzete za model homogene gladke površine, in bombažne tkanine, vzete kot model neidealne heterogene grobe površine. Pokazali so, da so vsi premazi zmanjšali prosto površinsko energijo podlage, na kar je vplivala tudi ustrezna izbire tekočine in ustreznega teoretičnega pristopa.

(2) Naš raziskovalec je sodeloval v aplikativnem projektu *Raziskave algoritmov za planiranje izrabe skladišč* v podjetju Abelium in prispeval številne nove tehnološke

rešitve in ideje. To je visokotehnoško podjetje, specializirano za izvajanje raziskav na področju zahtevnih problemov v gospodarstvu in industriji ter za razvoj znanj, standardov, tehnologij, orodij, modelov in rešitev. <http://www.abelium.eu/>. Projekt je bil narejen za podjetje Epilog, ki zagotavlja celovite in kakovostne programske rešitve na področju notranje logistike in avtomatiziranih skladišč. Znanje in izkušnje na področju informacijskih sistemov za upravljanje skladišč (WMS), ki jih že več kot 20 let potrjujejo z zahtevnimi projekti po vsej Evropi, so strnili v lasten programski paket AtlasWMS. <http://www.epilog.net/>.

(3) Naš mladi raziskovalec je več let sodeloval s podjetjem Optilab in prispeval številne nove tehnološke rešitve za njihove naročnike. To je vodilni ponudnik v Sloveniji za rešitve iz področja odkrivanja, razreševanja in obvladovanja goljufij in nepravilnosti. Ponuja rešitve, ki združujejo najnaprednejše matematične in druge metode za odkrivanje goljufij in učinkovito podporo postopkom za njihovo hitro in uspešno razreševanje in obvladovanje <http://www.optilab.net/>. Zaradi izjemno uspešnega dela se je mladi raziskovalec po doktoratu odzval njihovemu povabilu in se redno zaposlil v *Optilabu*, še naprej pa bo sodeloval tudi z našo programsko skupino.

15. Ocena tehnološke zrelosti rezultatov raziskovalnega programa in možnosti za njihovo implementacijo v praksi (točka ni namenjena raziskovalnim programom s področij humanističnih ved)¹²

SLO

Topologija in geometrija (ter nelinearna analiza) so področja, ki imajo velik potencial za uporabo rezultatov naših raziskav. Že v preteklosti so naši rezultati iz področja teorije vozlov in spletov imeli pomembno uporabo v kemiji in biologiji - pri študiju strukture DNA. Odkrili smo tudi zelo inovativno uporabo teorije vozlov v teoriji magnetnega polja. Poleg tega smo izvajali raziskave tudi v fraktalni geometriji, ki ima zelo široko uporabnost. Posebej uporabne pa so naše programske raziskave iz področja računske topologije, predvsem topološke analize podatkov. V analizi ogromnih množic podatkov, ki se neprestano zbirajo v najrazličnejše namene, imajo namreč čedalje večjo vlogo tudi topološke metode. Topološki modeli zajemajo predvsem kvalitativne lastnosti domene in so zato fleksibilnejši. Ti modeli so manj občutljivi za napake in imajo manjšo kompleksnost od klasičnih geometrijskih modelov. Eno od pomembnih orodij na tem področju je diskretna Morsova teorija, ki predstavlja posplošitev klasične gladke Morsove teorije na celične komplekse. Diskretne Morsove funkcije na regularnih celičnih kompleksih so povsem kombinatorični objekti, zato so zelo primerno orodje za algoritme za topološko analizo podatkov. Poleg tega smo v okviru programskih raziskav preučevali tudi uporabo najnovejših topoloških metod na različni podatkovnih domenah, kot sta npr. vztrajna homologija in kohomologija. Raziskovali smo tudi matematično ozadje in lastnosti teh in drugih novih zanimivih matematičnih pojmov, ki so ob tem nastali.

V članku G. Jerše, N. Mramor-Kosta, *Ascending and descending regions of a discrete Morse function*, Computational geometry 42:6-7 (2009), 639-651. [COBISS.SI-ID [14994265](#), kategorija: 1A1 (Z1, A', A1/2); PN - mathematics, applied ; 38/202 ; četrtina: 1 ; x=0.985 ; IFmin: 1.258 ; IFmax: 5.276], je bil predstavljen nov algoritem za razcep regularnega celičnega kompleksa, ki je analogen Morse-Smaleovi dekompoziciji gladke mnogoterosti glede na dano gladko Morsovo funkcijo. Prednost našega algoritma pred obstoječimi algoritmi za kvalitativno analizo podatkov je v tem, da deluje na kompleksih poljubne dimenzije, čeprav so zaradi eksponentnega naraščanja kompleksnosti samih celičnih kompleksov v praksi neobhodne dimenzijske omejitve. Dokazali smo, da je algoritem pravilen v smislu, da v končno mnogo korakov izračuna dekompozicijo kompleksa v padajoča in naraščajoča področja kritičnih celic, ki so po končno mnogo subdivizijah, tako kot v gladkem primeru, topološki diski. Prikazali smo delovanje na vrsti podatkovnih domen in uporaba pri analizi geografskih podatkov (npr. pri rekonstrukciji terena), podatkov s področja umetne inteligence (npr. pri analizi zaporedja slik zbranih z mobilnim robotom za namen strojnega učenja) in v ekonomiji (npr. pri analizi vpliva finančnih kazalcev na

uspešnost gospodarstva).

16. Ocenite, ali bi doseženi rezultati v okviru programa lahko vodili do ustanovitve spin-off podjetja, kolikšen finančni vložek bi zahteval ta korak ter kakšno infrastrukturo in opremo bi potrebovali

možnost ustanovitve spin-off podjetja	<input type="radio"/> DA <input checked="" type="radio"/> NE
potrebni finančni vložek	EUR
ocena potrebne infrastrukture in opreme ¹⁸	

17. Izjemni dosežek v letu 2014¹⁹

17.1. Izjemni znanstveni dosežek

Naša programska skupina že več let izjemno vpeljuje novo raziskovalno področje v Sloveniji, in sicer nelinearno analizo in njeno uporabo. V tem času smo objavili že več člankov v odličnih SCI revijah, ki so bili velikokrat citirani.

Članek vodje programa "Stationary waves of Schrödinger-type equations with variable exponent", je v 2014 izšel v reviji Analysis and Applications (ISSN 0219-5305), ki je visoko v 1. četrtini SCI seznama (podatki za 2013: PQ - mathematics ; 15/302 ; četrtina: 1 ; IFmax: 3.08, kategorija: 1A1.)

Članek je bil predstavljen na mednarodnih konferencah v Evropski uniji ter v ZDA in je naletel na veliko zanimanje strokovne javnosti, saj uspešno obravnava najzahtevnejše nerešene probleme na tem aktualnem področju matematike.

Rezultati bodo vključeni tudi v našo monografijo V. Radulescu in D. Repovš, "Partial Differential Equations with Variable Exponents: Variational Methods and Quantitative Analysis," Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2015.

17.2. Izjemni družbeno-ekonomski dosežek

Vodja programske skupine je imel vabljeno plenarno predavanje "Variational analysis on the Sierpinski gasket" na mednarodni konferenci "Nonlinear Analysis and Applications to Economics" v Craiovi, posvečeno zelo aktivnemu raziskovalnemu področju, ki leži med teoretično in uporabno nelinearno analizo.

Analiza na fraktalnih množicah je pomembna tudi zaradi številnih aplikacij. Mnogi znani raziskovalci so se ukvarjali s temi študijami, vključno s Strichartzem, Mandlenbroitom, Kigamijem in Falconerjem.

Na tem predavanju so bili predstavljeni številni originalni rezultati naše programske skupine v variacijski analizi rešitev več razredov nelinearnih parcialnih diferencialnih enačb na sebi podobnih fraktalih, s posebnim poudarkom na preprogi Sierpinskega.

Ob tej priložnosti je bil vodji programske skupine podeljen častni doktorat Univerze v Craiovi.

C. IZJAVE

Podpisani izjavljam/o, da:

- so vsi podatki, ki jih navajamo v poročilu, resnični in točni;
- se strinjamo z obdelavo podatkov v skladu z zakonodajo o varstvu osebnih podatkov za potrebe ocenjevanja in obdelavo teh podatkov za evidence ARRS;
- so vsi podatki v obrazcu v elektronski obliki identični podatkom v obrazcu v papirnati obliki;
- so z vsebino poročila seznanjeni in se strinjajo vsi izvajalci raziskovalnega programa.

Podpisi:

*zastopnik oz. pooblaščen oseba
matične RO (JRO in/ali RO s
koncesijo):*

in

vodja raziskovalnega programa:

Inštitut za matematiko, fiziko in
mehaniko

Dušan Repovš

ŽIG

Kraj in datum:

Ljubljana

12.3.2015

Oznaka poročila: ARRS-RPROG-ZP-2015/18

¹ Napišite povzetek raziskovalnega programa v slovenskem jeziku (največ 3.000 znakov vključno s presledki – približno pol strani, velikost pisave 11) in angleškem jeziku (največ 3.000 znakov vključno s presledki – približno pol strani, velikost pisave 11). [Nazaj](#)

² Napišite kratko vsebinsko poročilo, v katerem predstavite raziskovalno hipotezo in opis raziskovanja. Navedite ključne ugotovitve, znanstvena spoznanja, rezultate in učinke raziskovalnega programa in njihovo uporabo ter sodelovanje s tujimi partnerji. V primeru odobrenega povečanja obsega financiranja raziskovalnega programa v letu 2014 mora poročilo o realizaciji programa dela zajemati predložen program dela ob prijavi in predložen dopolnjen program dela v letu 2014. Največ 12.000 znakov vključno s presledki (približno dve strani, velikosti pisave 11). [Nazaj](#)

³ Realizacija raziskovalne hipoteze. Največ 3.000 znakov vključno s presledki (približno pol strani, velikosti pisave 11). [Nazaj](#)

⁴ V primeru bistvenih odstopanj in sprememb od predvidenega programa dela raziskovalnega programa, kot je bil zapisan v predlogu raziskovalnega programa oziroma v primeru sprememb, povečanja ali zmanjšanja sestave programske skupine v zadnjem letu izvajanja raziskovalnega programa, napišite obrazložitev. V primeru, da sprememb ni bilo, navedite: "Ni bilo sprememb.". Največ 6.000 znakov vključno s presledki (približno ena stran, velikosti pisave 11). [Nazaj](#)

⁵ Navedite znanstvene dosežke (največ pet), ki so nastali v okviru izvajanja raziskovalnega programa. Raziskovalni dosežek iz obdobja izvajanja programa vpišete tako, da izpolnite COBISS kodo dosežka – sistem nato sam izpolni naslov objave, naziv, IF in srednjo vrednost revije, naziv FOS področja ter podatek, ali je dosežek uvrščen v A'' ali A'. [Nazaj](#)

⁶ Navedite družbeno-ekonomske dosežke (največ pet), ki so nastali v okviru izvajanja raziskovalnega programa. Družbeno-ekonomski dosežek iz obdobja izvajanja programa vpišete tako, da izpolnite COBISS kodo dosežka – sistem nato sam izpolni naslov objave, naziv, IF in srednjo vrednost revije, naziv FOS področja ter podatek, ali je dosežek uvrščen v A'' ali A'.

Družbeno-ekonomski dosežek je po svoji strukturi drugačen kot znanstveni dosežek. Povzetek znanstvenega dosežka je praviloma povzetek bibliografske enote (članka, knjige), v kateri je dosežek objavljen.

Povzetek družbeno-ekonomskega dosežka praviloma ni povzetek bibliografske enote, ki ta dosežek dokumentira, ker je dosežek sklop več rezultatov raziskovanja, ki je lahko dokumentiran v različnih bibliografskih enotah. COBISS ID zato ni enoznačen, izjemoma pa ga lahko tudi ni (npr. prehod mlajših sodelavcev v gospodarstvo na pomembnih raziskovalnih nalogah, ali ustanovitev podjetja kot rezultat programa ... - v obeh primerih ni COBISS ID). [Nazaj](#)

⁷ Navedite rezultate raziskovalnega programa iz obdobja izvajanja programa v primeru, da katerega od rezultatov ni mogoče navesti v točkah 6 in 7 (npr. ker se ga v sistemu COBISS ne vodi). Največ 2.000 znakov vključno s presledki (približno 1/3 strani, velikost pisave 11). [Nazaj](#)

⁸ Pomen raziskovalnih rezultatov za razvoj znanosti in za razvoj Slovenije bo objavljen na spletni strani: <http://www.sicris.si/> za posamezen program, ki je predmet poročanja. [Nazaj](#)

⁹ Največ 4.000 znakov vključno s presledki (približno 2/3 strani, velikost pisave 11). [Nazaj](#)

¹⁰ Največ 4.000 znakov vključno s presledki (približno 2/3 strani, velikost pisave 11). [Nazaj](#)

¹¹ Upoštevajo se le tiste diplome, magisteriji znanosti in doktorati znanosti (zaključene/i v obdobju 1.1.2009–31.12.2014), pri katerih so kot mentorji sodelovali člani programske skupine. [Nazaj](#)

¹² Vpišite število opravljenih diplom v času izvajanja raziskovalnega programa glede na vrsto usposabljanja. [Nazaj](#)

¹³ Vpišite šifro raziskovalca in/ali ime in priimek osebe, ki je v času izvajanja raziskovalnega programa pridobila naziv

magister znanosti in/ali doktor znanosti ter označite doseženo izobrazbo. V primeru, da se je oseba usposabljala po programu Mladi raziskovalci, označite "MR". [Nazaj](#)

¹⁴ Za mlade raziskovalce, ki ste jih navedli v tabeli 11.2. točke (usposabljanje so uspešno zaključili v obdobju od 1.1.2009 do 31.12.2014), izberite oz. označite, kje so se zaposlili po zaključenem usposabljanju. [Nazaj](#)

¹⁵ Navedite naslove projektov in ime člana programske skupine, ki je bil vodja/koordinator navedenega projekta. Največ 6.000 znakov vključno s presledki (približno ena stran, velikosti pisave 11). [Nazaj](#)

¹⁶ Navedite naslove projektov, ki ne sodijo v okvir financiranja ARRS (npr: industrijski projekti, projekti za druge naročnike, državno upravo, občine idr.) in ime člana programske skupine, ki je bil vodja/koordinator navedenega projekta. Največ 6.000 znakov vključno s presledki (približno ena stran, velikosti pisave 11). [Nazaj](#)

¹⁷ Opišite možnosti za uporabo rezultatov v praksi. Opišite izdelke oziroma tehnologijo in potencialne trge oziroma tržne niše, v katere sodijo. Ocenite dodano vrednost izdelkov, katerih osnova je znanje, razvito v okviru programa oziroma dodano vrednost na zaposlenega, če jo je mogoče oceniti (npr. v primerih, ko je rezultat izboljšava obstoječih tehnologij oziroma izdelkov). Največ 3.000 znakov vključno s presledki (približno pol strani, velikosti pisave 11). [Nazaj](#)

¹⁸ Največ 1.000 znakov vključno s presledki (približno 1/6 strani, velikost pisave 11) [Nazaj](#)

¹⁹ Navedite en izjemni znanstveni dosežek in/ali en izjemni družbeno-ekonomski dosežek raziskovalnega programa v letu 2014 (največ 1000 znakov, vključno s presledki, velikost pisave 11). Za dosežek pripravite diapozitiv, ki vsebuje sliko ali drugo slikovno gradivo v zvezi z izjemnim dosežkom (velikost pisave najmanj 16, približno pol strani) in opis izjemnega dosežka (velikost pisave 12, približno pol strani). Diapozitiv/-a priložite kot priponko/-i k temu poročilu. Vzorec diapozitiva je objavljen na spletni strani ARRS <http://www.arrs.gov.si/sl/gradivo/>, predstavitev dosežkov za pretekla leta pa so objavljena na spletni strani <http://www.arrs.gov.si/sl/analize/dosez/>. [Nazaj](#)

Obrazec: ARRS-RPROG-ZP/2015 v1.00b
01-FD-9B-07-CF-31-2C-D5-33-5D-01-9C-98-63-B4-80-69-D4-AA-7D

Priloga 1

PRILOGA 1: TUJI SOAVTORJI NAŠE PROGRAMSKE SKUPINE (2009 – 2014)

G. A. Afrouzi (Iran)
S. M. Ageev (Belorusija)
M. Akhavin (Iran)
B. Alleche (Alžirija)
R. Alsaedi (Savdska Arabija)
L. Aussenhofer (Nemčija)
R. Ayala (Španija)
M. V. Balashov (Rusija)
I. Banakh (Ukrajina)
A. Bartoszewicz (Poljska)
L. Bazylevych (Ukrajina)
A. Berarducci (Italija)
V. N. Berestovskiĭ (Rusija)
F. Berlai (Italija)
M. Bienias (Poljska)
B. Bokalo (Ukrajina)
G. Bonanno (Italija)
M.-M. Boureanu (Romunija)
B. E. Breckner (Romunija)
N. B. Brodskij (ZDA)
M. Cárdenas (Španija)
R. Cauty (Francija)
A. Cavicchioli (Italija)
J. C. Cha (Koreja)
M. J. Chasco (Španija)
O. Chervak (Ukrajina)
N. Constantinescu (Romunija)
C. Costara (Romunija)
N. Costea (Romunija)
L. De Leo (Španija)
R. Di Santo (Italija)
S. Dimitrova (Ukrajina)
X. Domínguez (Španija)
A. N. Dranishnikov (ZDA)
H. Duanmu (ZDA)
A. Dudko (ZDA)
J. Dydak (ZDA)
K. Eda (Japonska)
V. V. Fedorčuk (Rusija)
H. Fischer (ZDA)
V. Fischer (Avstrija)
S.-D. Friedman (Avstrija)
Y. Fu (Kitajska)
L. Funar (Francija)
S. S. Gabriyelyan (Ukrajina)
D. Garity (ZDA)
V. Gavrylkiv (Ukrajina)
A. Ghanmi (Maroko)
M. Ghergu (Romunija)
A. Giordano Bruno (Italija)
S. Głąb (Poljska)
B. Goldsmith (Irska)
K. Gong (Kitajska)
G. Gruenhage (ZDA)
I. Guran (Ukrajina)
O. Gutik (Ukrajina)
A. Hadjian (Iran)
D. M. Halverson (ZDA)
F. Hegenbarth (Nemčija)
I. Hetman (Ukrajina)
J. M. Higes (Španija)
R. Honzík (Češka)
A. Hosseini (Iran)
O. Hryniv (Ukrajina)
O. Hubal (Ukrajina)
A. Iannizzotto (Italija)
D. Impieri (Italija)
A. V. Karashev (Kanada)
U. H. Karimov (Tadžikistan)
Y. Kholyavka (Ukrajina)
T. Kim (Koreja)
N. Kolos (Ukrajina)
K. Koshino (Japonska)
Z. Kosztołowicz (Poljska)
A. Kristály (Romunija)
A. Kucharski (Poljska)
K. Kuhlmann (Poljska)
F. F. Lasheras (Španija)
J. Lawson (ZDA)
A. Leiderman (Kanada)
G. Lukacs (Kanada)
N. Lyaskovska (Ukrajina)
H. Mâagli (Tunizija)
M. Machura (Poljska)
E. Martín-Peinador (Španija)
M. Martynenko (Ukrajina)
O. V. Maslyuchenko (Ukrajina)
N. Mazurenko (Ukrajina)
M. Megrelishvili (Izrael)
M. Mihăilescu (Romunija)
H. Mildemberger (Nemčija)
A. W. Miller (ZDA)
K. Mine (Japonska)
M. Mirzapour (Iran)
A. Mitra (Indija)
M. Mitrofanov (Rusija)
T. Miyata (Japonska)
G. Moroşanu (Romunija)
M. Mroczkowski (Poljska)
J. V. Muranov (Belorusija)
V. V. Mykhaylyuk (Ukrajina)
J. Nikiel (Poljska)
O. R. Nikiforčĭn (Ukrajina)
N. Novosad (Ukrajina)
M. Nowak (ZDA)
B. Owens (Irska)
M. Pamuk (Turčija)
N. S. Papageorgiou (Grčija)
I. Pastukhova (Ukrajina)
J. Pelant (Češka)
O. Petrenko (Ukrajina)
A. N. Pličko (Poljska)
O. Potyatynyk (Ukrajina)
I. V. Protasov (Ukrajina)
A. Prykarpatsky (Ukrajina)
P. Pucci (Italija)
A. Quintero (Španija)
T.-L. T. Rădulescu (Romunija)
O. V. Ravsky (Ukrajina)
E. Riss (Rusija)
W. Rosicki (Poljska)
D. Ruberman (ZDA)
K. Sakai (Japonska)
L. Salce (Italija)
M. Sanchis (Španija)
A. Savchenko (Ukrajina)
P. V. Semenov (Rusija)
O. Shabat (Ukrajina)
D. Shakhmatov (Japonska)
F. A. Z. Shirazi (Iran)
O. V. Sipačĕva (Rusija)
M. Skopenkov (Rusija)
S. Slobodianiuk (Ukrajina)
J. Spěvák (Češka)
D. Stancu-Dumitru (Romunija)
I. Stasyuk (ZDA)
L. N. Stoyanov (Avstralija)
V. V. Šarko (Ukrajina)
F. D. Tall (Kanada)
V. Tarieladze (Gruzija)
S. Tersian (Bolgarija)
D. Toller (Italija)
B. Tsaban (Izrael)
H. M. Tuncali (Kanada)
S. Turek (Poljska)
E. D. Tymchatyn (Kanada)
V. Valov (Kanada)
C. Varga (Romunija)
O. Verbitsky (Ukrajina)
A. J. Vesnin (Rusija)
J. A. Vilches (Španija)
S. Virili (Italija)
Y. Vorobets (ZDA)
M. I. Vovk (Ukrajina)
M. R. Wójcik (ZDA)
D. Wright (ZDA)
T. Yagasaki (Japonska)
K. Yamazaki (Japonska)
D. Zaicev (Rusija)
M. Zaicev (Rusija)
P. Zanardo (Italija)
I. Zarichnyy (Ukrajina)
A. Zastrow (Poljska)
N. Zeddini (Savdska Arabija)
B. Zhang (Kitajska)

Priloga 2

PRILOGA 2:
REVIJE V ZGORNJI ČETRRTINI SEZNAMA SCIENCE CITATION INDEX
V KATERIH JE OBJAVLJALA NAŠA PROGRAMSKA SKUPINA (2009-2014)

Advances in Mathematics (IF=1.35, 1 članek)

American Journal of Mathematics (IF=1.65, 1 članek)

Analysis and Applications (IF=1.28, 4 članki)

Applied Mathematics and Computation (IF=1.60, 3 članki)

Applied Mathematics Letters (IF=1.48, 1 članek)

Chaos, Solitons and Fractals (IF=1.50, 1 članek)

Communications in Contemporary Mathematics (IF=0.74, 2 članka)

Computational Geometry (IF=0.57, 1 članek)

Discrete and Continuous Dynamical Systems (IF=0.92, 1 članek)

ESAIM Control, Optimisation and Calculus of Variations (IF=1.11, 1 članek)

Forum Mathematicum (IF=0.73, 2 članka)

Fuzzy Sets and Systems (IF=1.88, 3 članki)

Journal D'Analyse Mathématique (IF=0.84, 1 članek)

Journal de Mathématiques Pures et Appliquées (IF=1.22, 1 članek)

Journal of Convex Analysis (IF=0.59, 3 članki)

Journal of Differential Equations (IF=1.57, 1 članek)

Journal of the European Mathematical Society (IF=1.42, 1 članek)

Journal of Global Optimization (IF=1.36, 1 članek)

Journal of Mathematical Analysis and Applications (IF=1.12, 14 člankov)

Milan Journal of Mathematics (IF=0.82, 1 članek)

Nonlinear Analysis: Real World Applications (IF=2.34, 3 članki)

Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications (IF=1.61, 13 člankov)

Proceedings of the Royal Society of Edinburgh Section A - Mathematics (IF=0.78, 5 člankov)

Transactions of the American Mathematical Society (IF=1.10, 3 članki)

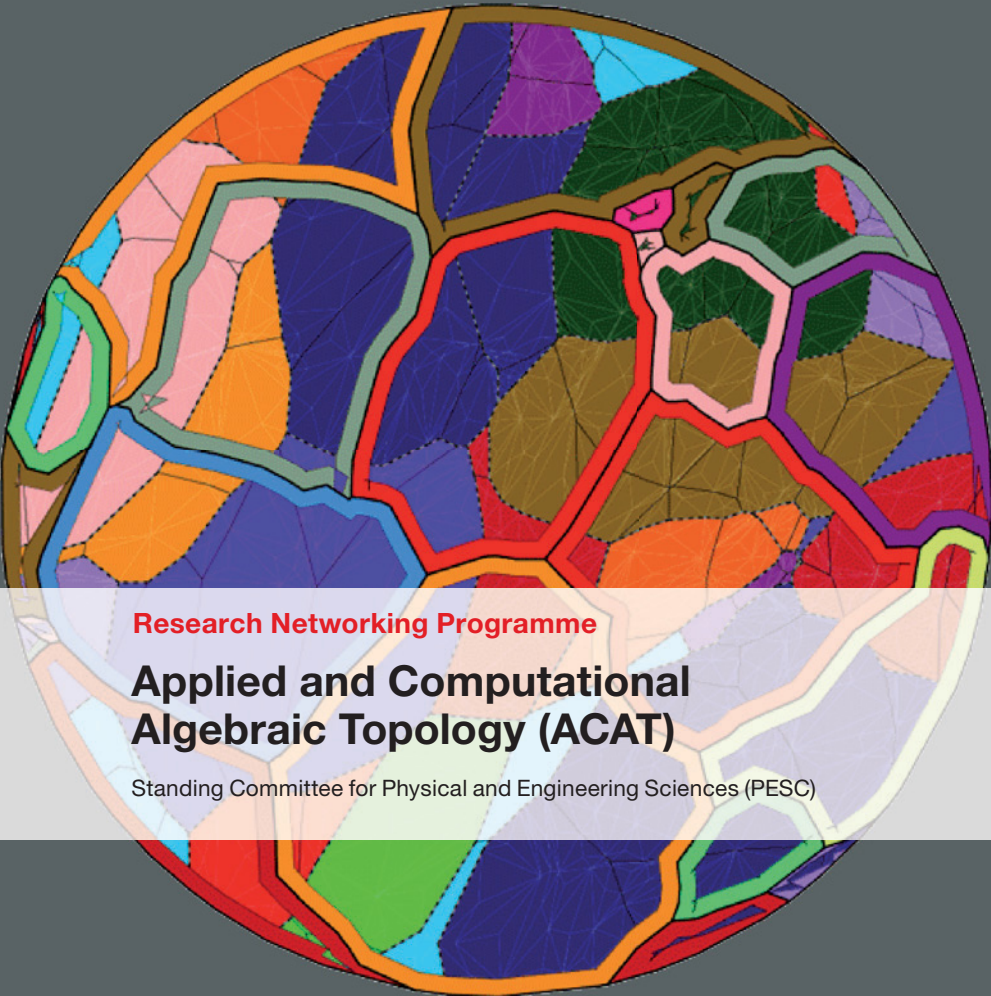
Priloga 3

PRILOGA 3: MEDNARODNI PROJEKTI NAŠE PROGRAMSKE SKUPINE (2009-2014)

Država	Projektna koda	Projektni naslov	Projektno obdobje
Črna gora	BI-ME/12-13-001	<i>Geometry and topology of manifolds</i>	1.1.2012 – 31.12.2013
Madžarska	BI-HU/08-09-004	<i>Selected problems of geometry and topology</i>	1.1.2008 – 31.12.2009
Poljska	BI-PL/08-09-010	<i>Geometric topology</i>	1.1.2008 – 31.12.2009
Poljska	BI-PL/10-11-001	<i>Selected problems of geometric topology</i>	1.1.2010 – 31.12.2011
Romunija	BI-RO/12-13-002	<i>Topological and variational methods in the interface between geometry and nonlinear analysis</i>	1.1.2012 – 31.12.2013
Rusija	BI-RU/08-09-002	<i>Geometry and topology</i>	1.1.2008 – 31.12.2009
Rusija	BI-RU/08-09-016	<i>Algebra and topology</i>	1.1.2008 – 31.12.2009
Rusija	BI-RU/10-11-007	<i>Groups and graphs</i>	1.1.2010 – 31.12.2011
Rusija	BI-RU/10-11-002	<i>3-manifolds</i>	1.1.2010 – 31.12.2011
Rusija	BI-RU/10-11-001	<i>Topology and nonlinear analysis</i>	1.1.2010 – 31.12.2011
Rusija	BI-RU/12-13-007	<i>Assouad-Nagata dimension for metric spaces</i>	1.1.2012 – 31.12.2013
Rusija	BI-RU/12-13-001	<i>Embeddings of 0-dimensional compacta in Euclidean spaces</i>	1.1.2012 – 31.12.2013
Rusija	BI-RU/12-13-008	<i>Selected topics in Riemannian geometry</i>	1.1.2012 – 31.12.2013
Rusija	BI-RU/12-13-002	<i>Geometric methods in nonlinear functional analysis</i>	1.1.2012 – 31.12.2013
Rusija	BI-RU/14-15-001	<i>Selected problems in topology of 3-manifolds</i>	1.1.2014 – 31.12.2015
Rusija	BI-RU/14-15-003	<i>Selected problems of applied nonlinear analysis</i>	1.1.2014 – 31.12.2015
Turčija	BI-TR/12-14-001	<i>Classification of 4-manifolds up to s-cobordism</i>	1.3.2012 – 31.12.2014
Ukrajina	BI-UA/09-10-005	<i>Topology of manifolds and applications</i>	1.1.2009 – 31.12.2010
Ukrajina	BI-UA/09-10-002	<i>Algebraic and categorical structures in topology</i>	1.1.2009 – 31.12.2010
Ukrajina	BI-UA/11-12-001	<i>Application of L_2-theory to symplectic topology</i>	1.1.2011 – 31.12.2012
ZDA	BI-US/08-10-003	<i>New methods in low-dimensional geometric topology</i>	1.4.2008 – 31.3.2010
ZDA	BI-US/09-12-018	<i>Modern extension theory in topology and coarse geometry</i>	1.7.2009 – 30.6.2012
ZDA	BI-US/09-12-004	<i>Heegaard-Floer invariants of knots and equivariant maps</i>	1.7.2009 – 30.6.2012
ZDA	BI-US/11-12-004	<i>Topology of Busemann G-spaces</i>	1.1.2011 – 31.12.2012
ZDA	BI-US/11-12-023	<i>New examples and techniques in 3- and 4-dimensional geometric topology</i>	1.1.2011 – 31.12.2012
ZDA	BI-US/12-13-020	<i>Selected problems in asymptotic topology</i>	1.1.2012 – 31.12.2013
ZDA	BI-US/13-14-013	<i>Geometric topology of G-spaces</i>	1.1.2013 – 31.12.2014
ZDA	BI-US/13-14-011	<i>New algebraic methods in geometric dimension theory</i>	1.1.2013 – 31.12.2014
ZDA	BI-US/13-14-027	<i>Selected problems in applied algebraic topology</i>	1.1.2013 – 31.12.2014
ZDA	BI-US/13-14-022	<i>Topological embeddings of the standard Cantor set into Euclidean space</i>	1.1.2013 – 31.12.2014

Priloga 4

EUROPEAN
SCIENCE
FOUNDATION



Research Networking Programme

Applied and Computational Algebraic Topology (ACAT)

Standing Committee for Physical and Engineering Sciences (PESC)



The revolutionary growth of experimental data in the sciences and the availability of unprecedented computing power pose many challenges to contemporary mathematics. This ESF Research Networking Programme on applied and computational algebraic topology (ACAT) combines efforts of researchers throughout Europe developing mathematical tools for the following broad research themes:

- the topological and statistical analysis of shapes, images, and high-dimensional data sets;
- algorithms for motion planning and the study of configuration spaces of mechanical systems;
- stochastic topology and the study of large growing systems;
- the theory of concurrent computation and computer networks.

Research on these themes is currently carried out in small groups spread over several European countries. The Network facilitates intensified interactions and cross-fertilisation, which we predict will lead to new results and entire new research directions as well as to commercial applications. The Network organises summer schools and conferences to support the formation of an integrated research community in applied and computational algebraic topology and to attract an increasing number of students to the field. Research visits to departments in European countries may be facilitated by short visit and exchange grants. The Network actively collaborates with experts outside Europe.

The running period of the ESF ACAT Research Networking Programme is for four years, from July 2011 to July 2015.

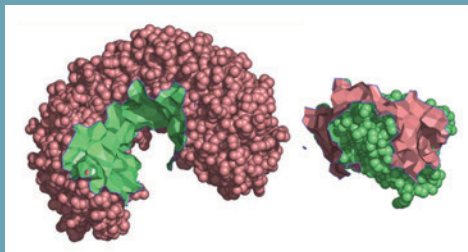


Figure 1.
Two interacting proteins taken apart after computing the interface surface of the complexed form.

The front cover shows a two-dimensional rendering of a protein–protein interface. After constructing the interface (see Figure above), it is flattened and deformed into a round disk. Since the interface separates two proteins, the disk is coloured on both sides, each colour indicating the neighbouring amino acid type. One side is rendered transparent, indicating the coloured regions with narrow strips outlining the boundary. We see clearly which amino acids of the two proteins interact. (Courtesy of work by Andrew Ban, Herbert Edelsbrunner and Johannes Rudolph as part of the biogeometry project funded by NSF, 2001-2006.)

A particularly delicate step is the selection of the finite portion of the infinite surface that separates two proteins sitting in three-dimensional space. All neighbourhood information of the amino acids is already contained in that surface, but flattening it and colouring the regions as shown makes the result much more compelling and easier to comprehend. The neighbourhood information is topological and may be represented by weighted networks of amino acids and/or proteins. It is still not known how to predict the interaction given the structural knowledge of the two proteins in space individually, but not put together forming the complex. The computational problem of this prediction is known as the protein–protein docking problem.

Scientific Background

The mathematical discipline of *algebraic topology* forms the background for several areas of application-oriented mathematical research. The aim is to develop new theoretical instruments and algorithms connecting topological methods with applications. The last two decades have shown that this is both possible and mutually beneficial. The growing number of such connections has given rise to the emerging field of *applied and computational algebraic topology* (ACAT), which includes the following areas:

- computational algebraic topology;
- topological robotics;
- stochastic topology;
- combinatorial algebraic topology and concurrency.

We give a brief description of the background and the main aims for each of these research areas. ACAT facilitates research within each of these areas and enhances collaboration between researchers in different areas.

Computational Algebraic Topology

This area deals with the analysis of shapes, images, and high-dimensional data sets. It is often based on a filtration that represents the space across scale levels, from fine to coarse. Combinatorial complexes can be constructed to represent the data at a given level, and topological invariants of those (e.g. ranks of homology groups) can be determined. The interest is in *persistence*, i.e. the length of the activity interval of such an invariant along the filtration. *Persistence diagrams* in the plane are combinatorial representations of the homological information contained in the filtration. They form an invariant of the filtration and are stable under perturbations. This paves the way for the use of homology in a wide range of applications in mathematics and computing but also in the sciences and engineering (for an introduction, see

Computational Topology, an Introduction, by H. Edelsbrunner & J.L Harer, American Mathematical Society, 2010).

The development underpins the need for fast algorithms to compute homology for data sets of a few million elements or more, which arise in diverse areas such as image analysis, dynamical systems, robotics, electromagnetic engineering, and material science. Similar methods are applied in the classification of shapes and their retrieval from databases. An essential ingredient in this undertaking is a measure of dissimilarity between shapes. If we enhance shapes by functions on them, we can use the pseudo-distance that can be approximated by persistent homology. We continue by listing a few of the questions to be investigated by members of this project:

- *Well modules* have recently been introduced to measure the robustness of intersections and to prove the stability of contours of mappings. They can also be used to formulate a notion of robustness for fixed points of mappings. Can these ideas be further developed to obtain a notion of persistence for dynamical systems? On a related note, we need a notion of persistent homology for maps, and fast algorithms.
- Image processing raises a number of challenges to our understanding of our topological tools. How do we use persistent homology under partial information, such as partially occluded shapes?
- Filtrations are generated by real-valued functions on the space. Replacing the functions by *vector-valued* mappings gives multi-parameter filtrations. A deeper understanding of the rank invariant of these more general filtrations is important for applications in shape analysis and retrieval.
- Homology algorithms can be extended to computing *cohomology*, which is particularly important in electromagnetic engineering. The running time characteristics of the cohomology variants

are likely to be different from the homology algorithms, and this difference needs to be explored.

- *Matrix reduction algorithms* lend themselves to implementations on parallel computer architectures, which promise a further increase in efficiency. We need to understand which reduction algorithms are best suited for this effort.

Topological Robotics

This mathematical discipline studies topological problems relevant to practical applications in modern robotics, engineering and computer science. With any mechanical system, one associates the configuration space, which encodes all admissible configurations of the system. Many important engineering questions about the system reduce to geometric questions about the configuration space. For instance, the connectivity of the configuration space means that the mechanical system is fully controllable. In other words, we can bring the system from any initial state to any desired state by a continuous motion. Curiously, the interaction between topology and mechanical engineering is bi-directional because any smooth manifold can be realised as configuration space of a mechanical system. We continue by outlining a few broad topics within the area.

- Configuration spaces of simple *linkages* represent an interesting class of closed smooth manifolds. These remarkable spaces are also known as polygon spaces because they parameterise the space of all n -sided polygons with given side lengths. In the last few years significant progress has been made in classification of configuration spaces of linkages leading to a solution of the Walker conjecture, which is a question about the invertibility of the mapping from a linking to its configuration space.

- The *motion planning problem* plays a prominent role in modern robotics. An autonomous mechanical system must be able to select a motion once the current and the desired states are given; such a selection is made by a motion planning algorithm. Continuous motion planning algorithms rarely exist, which explains why decisions are often discontinuous as functions of the input data. The notion of *topological complexity* measures these discontinuities numerically. Many properties of this notion are known, but its computation in general is quite difficult; a situation similar to the related Lusternik-Schnirelmann category.
- We plan to apply the theory of motion planning algorithms in the context of *directed* topological spaces when only directed paths between the source and the target are allowed. This theory would then be applicable to problems of concurrent computation, as discussed below. We also plan to create appropriate cohomological tools for estimating the sectional category of fibrations. This will involve strengthening



and generalising the technique of category weight of cohomology classes and using cohomology operations, as suggested by Fadell and Husseini in the context of the Lusternik-Schnirelmann category.

Stochastic Topology

In applications with large mechanical systems, the traditional concept of a configuration space is unfortunately inadequate. For a mechanical system of great complexity, it is unrealistic to assume that its configuration space can be fully known or completely described. It is more reasonable to assume that the space of all possible states of such a system can be understood only approximately, or that it is described using probabilistic methods. Similar problems arise in modeling of large financial, biological and ecological systems. This motivates the study of random manifolds and random simplicial complexes as models for large systems. We continue with a number of specialised topics in the area:

- Recent results about topology of linkages with *random* length parameters show that despite limited information one may predict the outcome topology, say, the Betti numbers, with surprising precision. This happens in situations when the system depends on many independent random parameters, similar to the classical central limit theorem.
- We plan to study models that produce high-dimensional random complexes (generalising the well-developed theory of random graphs) and investigate their applications in engineering and computer science. This includes the *Linial-Meshulam model* which has been studied extensively in recent years.

Figure 2. Underwater robot with sense of touch.

© DFKI Bremen

- A recent and dynamic branch of combinatorial algebraic topology also brings probability aspects into play. There have been several developments studying probability spaces arising naturally in topology, and establishing *thresholds* for non-triviality of various algebraic invariants. The idea is to incorporate into the computational model not just the final data sample, but the sampling process itself. These methods give global quality assessment invariants for specific computations in terms of tools of probability theory.
- One hopes that it will be possible to answer some famous outstanding open problems about two-dimensional complexes, such as the *Whitehead* or the *Eilenberg-Ganea conjectures* using probabilistic tools. The methods involving probability were successfully used in the past in other areas of mathematics to construct objects with curious combinations of properties.

Combinatorial Algebraic Topology and Concurrency Theory

The idea of combinatorial algebraic topology is to form complexes that represent collections of configurations, for example the set of all colourings of a graph, or the set of all executions of a protocol. The complexes are typically high-dimensional and have a high degree of symmetry. These are expressed via actions of the symmetric group or of a group composed of subgroups of symmetric or related groups. Effective computations of algebraic invariants exploiting these symmetries are still a challenge that will be pursued within this project. There has already been some work exploiting tools from the combinatorial context, such as discrete Morse theory, to the calculation of persistent homology, as well as of some related invariants. Possibilities for further

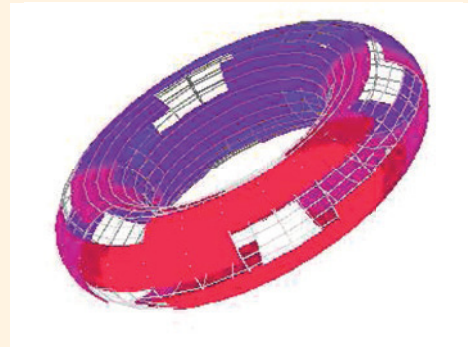


Figure 3. State space in the form of a torus with rectangular holes. © CEA-LIST.

connections in this direction are much greater than has been explored until now. Equivariant methods have been useful in connecting combinatorial algebraic topology with applications in computer science, in particular the feasibility of distributed systems. This topic is embedded in the larger field of *concurrency theory* within theoretical computer science. This field investigates the challenges represented by parallel architectures within an individual computer or within computer networks; in particular for the assessment of the correctness and safety of non-sequential distributed algorithms.

A particular concurrency model, the *higher-dimensional automata*, can be described by pre-cubical complexes with a direction reflecting the time flow. For a mathematical analysis of these models, one has to incorporate direction into tools and methods from algebraic topology. This is the topic of *directed algebraic topology*, which uses fast homology algorithms to analyse the large models arising in practical applications. In a directed topological space, a subcategory of the path category is singled out as the (allowable) directed paths. It is important to note that

Funding



these are most often not invertible. For applications, the topological state space reflects coordination constraints between individual processes, and directedness is a property of the time flow. The main aim is to understand the properties of (directed) path spaces associated to a well-structured directed topological space, to perform calculations of standard invariants, and to investigate the sensitivity of these invariants with respect to the chosen end points. Directed paths in the same component model computation schedules that will always yield the same result. We mention a few particular questions in the area.

- For geometric models of computation, abstract homotopy theory tools yield models for associated spaces of directed paths in a combinatorial form, i.e. as simplicial complexes. Ongoing work aims to develop this theoretical method into algorithms for applications allowing machine calculations of their homology groups.
- It is desirable to decompose a given directed space into *components* such that the homotopy types of path spaces only depend on the components of start and end point. If finitely (or countably) many such components suffice, it is possible to describe coarser models that can be used by a machine. The existing theory and algorithmic methods apply only to a restricted class of model spaces and should be extended to more general and realistic settings. A related question is the application of persistence to possibly understand the hierarchical structure of such decompositions.
- The literature contains a variety of suggestions for a directed replacement of the notion homotopy equivalence. We will investigate their properties and single out which of them are most suitable in theory and in applications.

ESF Research Networking Programmes are principally funded by the Foundation's Member Organisations on an *à la carte* basis. ACAT is supported by:

- **Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung in Österreich (FWF)**
Austrian Science Fund, Austria
- **Det Frie Forskningsråd (DFF)**
The Danish Council for Independent Research, Denmark
- **Aalborg Universitet, Denmark**
- **Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG)**
German Research Foundation, Germany
- **Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS)**
National Centre for Scientific Research, France
- **Commissariat à l'Énergie Atomique – Institut LIST (CEA LIST)**
Atomic Energy Commission – LIST Institute, France
- **National University of Ireland, Galway, Ireland**
- **University of Bologna – Centro di Ricerca Avanzato sui Sistemi Elettronici, Italy**
- **University of Warsaw, Poland**
- **Jagiellonian University, Poland**
- **Wyższa Szkoła Biznesu – National Louis University, Poland**
- **Nicolaus Copernicus University, Poland**
- **Centro de Matemática da Universidade do Minho, Portugal**
- **Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije (ARRS)**
Slovenian Research Agency, Slovenia
- **University of Ljubljana, Slovenia**
- **Universidad de Malaga, Spain**
- **Schweizerischer Nationalfonds (SNF)**
Swiss National Science Foundation, Switzerland
- **University of Warwick, United Kingdom**

ACAT Steering Committee



- **Professor Martin Raussen** (Chair)
Department of Mathematical Sciences,
Aalborg University, Aalborg • Denmark
Email: raussen@math.aau.dk
- **Professor Herbert Edelsbrunner**
Institute of Science & Technology Austria,
Klosterneuburg • Austria
Email: herbert.edelsbrunner@ist.ac.at
- **Professor Graham Ellis**
Department of Mathematics, National
University of Ireland, Galway • Ireland
Email: graham.ellis@nuigalway.ie
- **Professor Michael Farber**
Mathematics Institute, University
of Warwick, Coventry • United Kingdom
Email: michael.farber@googlemail.com
- **Professor Dmitry Feichtner-Kozlov**
FB3 Mathematik, University Bremen,
Bremen • Germany
Email: dfk@informatik.uni-bremen.de
- **Professor Massimo Ferri**
Department of Mathematics,
University of Bologna, Bologna • Italy
Email: massimo.ferri@unibo.it
- **Professor Eric Goubault**
CEA and École Polytechnique,
Gif-sur-Yvette • France
Email: eric.goubault@cea.fr
- **Professor Thomas Kappeler**
Institute of Mathematics, University
of Zurich, Zurich • Switzerland
Email: thomas.kappeler@math.unizh.ch
- **Professor Neza Mramor Kosta**
Faculty of Computer and Information
Science, University of Ljubljana,
Ljubljana • Slovenia
Email: neza.mramor@fri.uni-lj.si
- **Professor Marian Mrozek**
Computational Mathematics,
WSB-NLU, Nowy Sacz • Poland
Email: Marian.Mrozek@ii.uj.edu.pl
- **Professor Aniceto Murillo**
Dept. Algebra Geometria y Topologia,
Universidad de Malaga, Malaga • Spain
Email: Aniceto@uma.es

- **Professor Lucile Vandembroucq**
Centro de Matematica, Universidad
de Minho, Braga • Portugal
Email: lucile@math.uminho.pt

Observer

- **Professor Roy Meshulam**
Department of Mathematics, Technion –
Israel Institute of Technology, Haifa • Israel
Email: meshulam@tx.technion.ac.il

ESF Liaison

Dr Thibaut Lery

Science

Ms Catherine Werner

Administration

Physical, Engineering and
Space Sciences Unit
European Science Foundation
1 quai Lezay-Marnésia • BP 90015
67080 Strasbourg cedex • France
Tel: +33 (0)3 88 76 71 28
Fax: +33 (0)3 88 37 05 32
Email: cwerner@esf.org

For the latest information on this Research
Networking Programme consult the ACAT
websites: www.esf.org/acat
and acat.lix.polytechnique.fr
or contact Lisbeth Grubbe Nielsen at
grubbe@math.aau.dk

The European Science Foundation (ESF) was
established in 1974 to provide a common platform
for its Member Organisations to advance European
research collaboration and explore new directions for
research. It is an independent organisation, owned
by 72 Member Organisations, which are research
funding organisations and research performing
organisations, academies and learned societies from
30 countries. ESF promotes collaboration in research
itself, in funding of research and in science policy
activities at the European level.

European Science Foundation

www.esf.org

January 2012 – Print run: 1000

Priloga 5

Algebra meets Topology: Advances and Applications

Conference in honour of Dikran Dikranjan on his 60th birthday

July 19-23, 2010, Barcelona, Spain

Scientific Committee

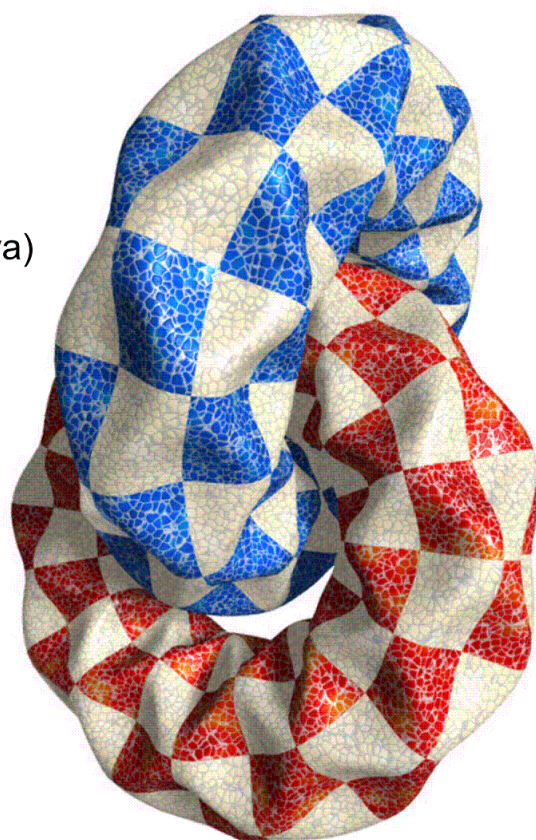
Karl H. Hofmann (Darmstadt University of Technology)
Elena Martín Peinador (Universidad Complutense de Madrid)
Luis Ribes (Carleton University)

Organizing Committee

Sergio Ardanza-Trevijano (University of Navarra)
Montserrat Bruguera (Universitat Politècnica de Catalunya)
María Jesús Chasco (University of Navarra)
Dmitri Shakhmatov (Ehime University)

Keynote Speakers

Dikran Dikranjan (University of Udine, Italy)
Salvador Hernández (Universitat Jaume I, Spain)
Michael Megrelishvili (Bar-Ilan University, Israel)
Mikhail Tkachenko (UAM, Mexico)
Alberto Tonolo (University of Padova, Italy)
Jan van Mill (Vrije Universiteit, Netherlands)
Stephen Watson (York University, Canada)



<http://algebrameetstopology.epseb.upc.edu/>
algebra.topology2010@upc.edu



i-math ingenio
matematico consolider ingenio2010



Escola Politècnica Superior
d'Edificació de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA



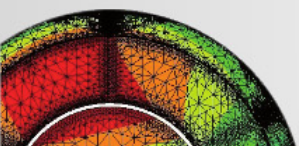
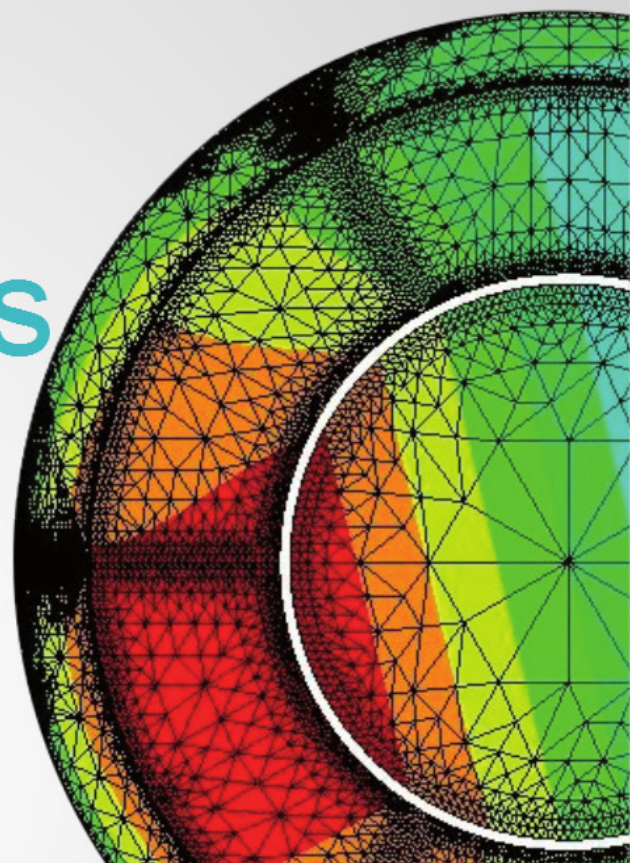
Priloga 6



UNIVERSITY
OF
CRAIOVA

International Workshop on Nonlinear Analysis and Applications to Economics

Dedicated to Professor Dušan Repovš
on his 60th birthday



Nonlinear analysis is nowadays one of the most collaborative and active scientific research fields as it has been increasingly involving the participation of experts from other disciplines. The aim of this Workshop on Applied Nonlinear Analysis is to present some successful achievements in this rapidly collaborative field, in strong relationship with relevant models in Economics. The Workshop is dedicated to Professor Dušan Repovš (University of Ljubljana) on his 60th birthday and for his honorary degree of Doctor Honoris Causa of the University of Craiova.

25 September 2014
University of Craiova

Invited Speakers

DUŠAN REPOVŠ
University of Ljubljana

Variational analysis on the Serpinski gasket

GIOVANNI MOLICA BISCI
University Mediterranea of Reggio Calabria

Recent results for fractional type equations

RAFFAELLA SERVADEI
University of Calabria

Critical equations involving fractional nonlocal operators

NICU MARCU
University of Craiova

Mathematical models in economy

VICENTIU RADULESCU
University of Craiova

A sharp characterization on fractal sets

Scientific Committee

DUMITRU BUSNEAG
Honorary President

MASSIMILIANO FERRARA
University Mediterranea of Reggio Calabria

VICENTIU RADULESCU
University of Craiova

Local Organizers

Mihai Gabroveanu

Andrei Gagiu

Oana Ticleanu

WORKSHOP





*Quod bonum fortunatum felix sit
Senatus Universitatis Studiorum Craiovensis*

**Rectore Magnifico
DAN CLAUDIU DĂNIȘOR**

*Professore Publico Ordinario
summo omnium plausu decrevit
ut illustrissimus dominus*

DUȘAN REPOVŠ

*in ordinem
Doctorum Universitatis Studiorum
Honoris Causa
reciperetur. In cuius rei fidem
hoc diploma conscribendum censuit.*

DAN CLAUDIU DĂNIȘOR

Rector Magnificus



ROMANIA
Datum Craiovae die vicesimo quinto mensis Septembris
Anno Domini bis millesimo quarto decimo
A.D. MMXIV





ДИПЛОМ

Душан Релови

нагороджується Пам'ятною медаллю імені М.М.Боголобова

**"ЗА ВИСОКИЙ РІВЕНЬ НАУКОВИХ
РЕЗУЛЬТАТІВ В ГАЛУЗІ МАТЕМАТИЧНОЇ
НАУКИ"**

Голова оргкомітету Українського
Математичного Конгресу
академік НАН України



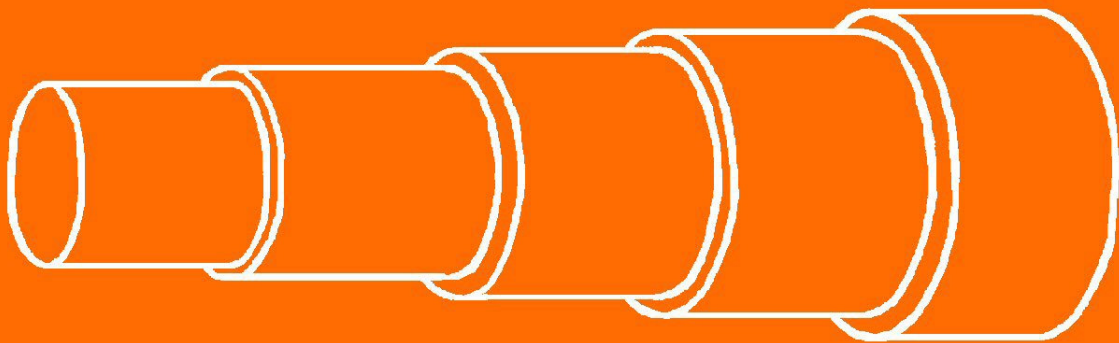
А.М.Самойленко

м.Київ
27 серпня 2009 р.

Research and Exposition in Mathematics
Volume 33

Petar Pavešić
Renzo A. Piccinini

Fibrations and their Classification



Heldermann Verlag

Springer Monographs in Mathematics

Marius Ghergu
Vicențiu D. Rădulescu

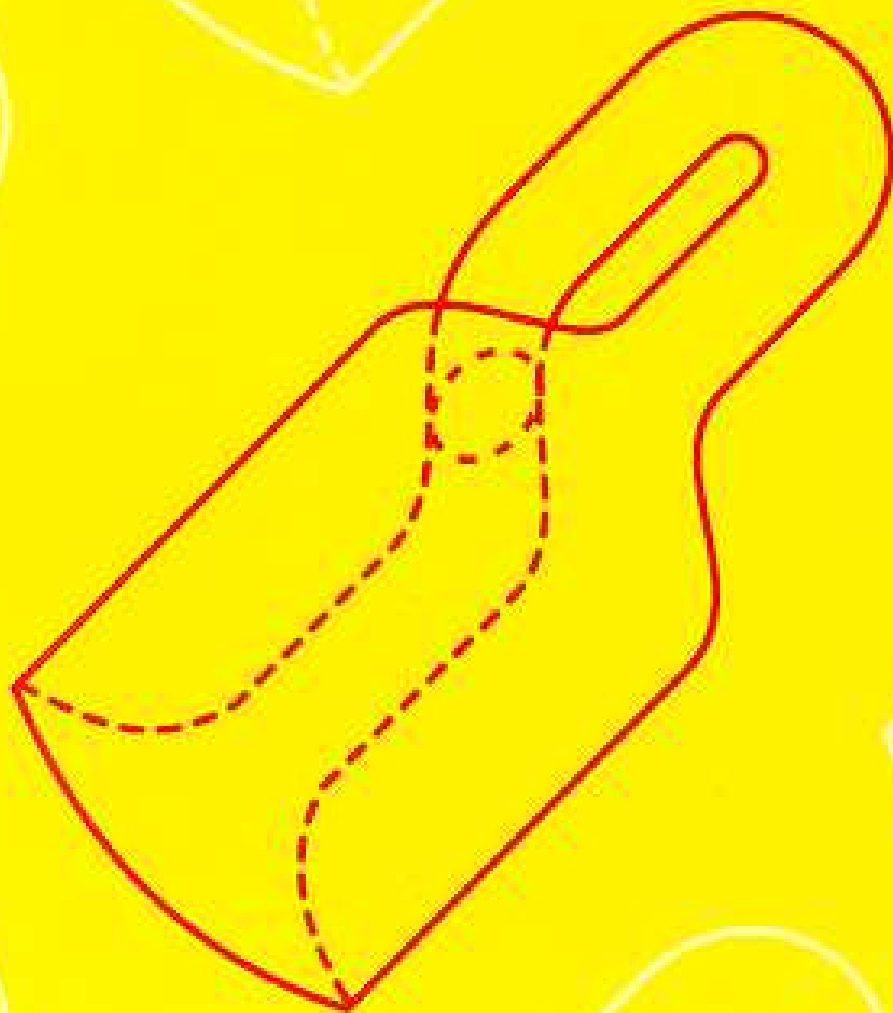
Nonlinear PDEs

Mathematical Models in Biology,
Chemistry and Population Genetics

 Springer

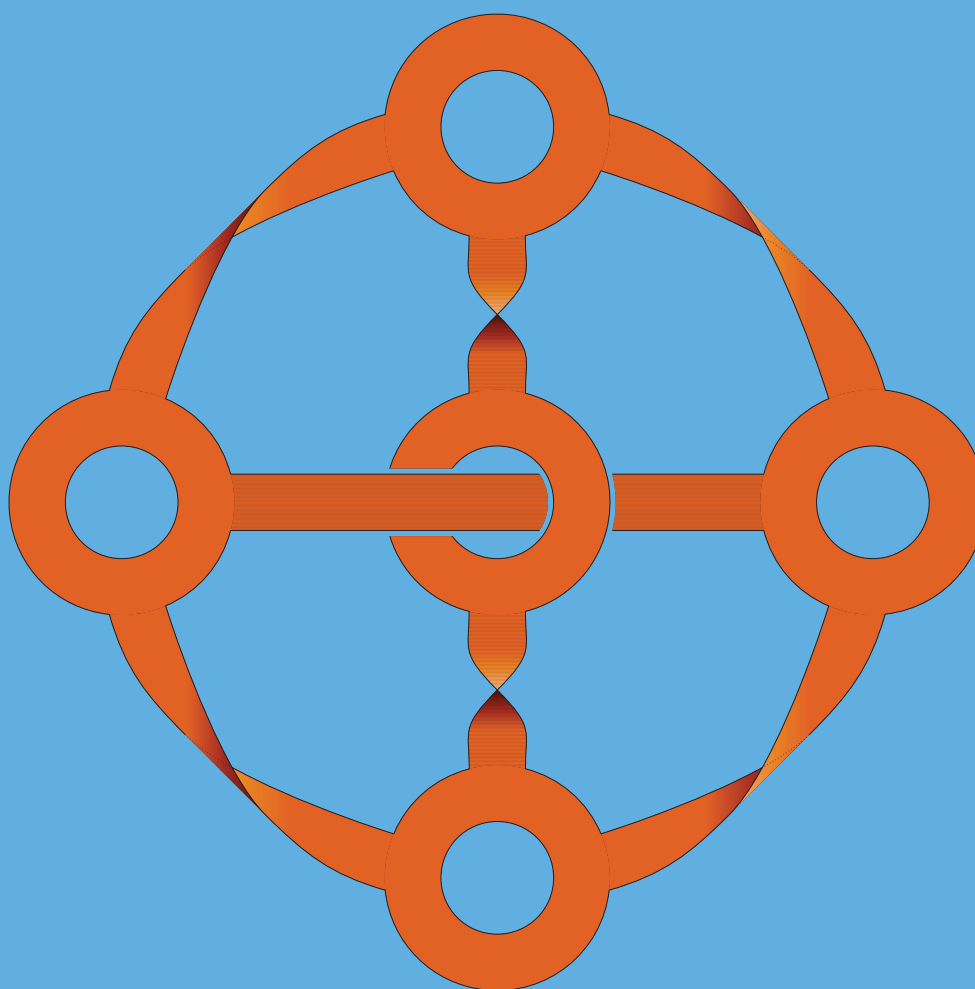
*Matija Cencelj
Dušan Repovš*

TOPOLOGIJA



Jaka Smrekar, Aleš Vavpetič

Rešene naloge iz geometrijske topologije



Jaka Smrekar, Aleš Vavpetič REŠENE NALOGE IZ GEOMETRIJSKE TOPOLOGIJE

DMFA – založništvo

Stacionarni valovi enačb Schrödingerjevega tipa z variabilnim eksponentom



Dušan REPOVŠ

Stationary waves of Schrödinger-type equations

with variable exponent

Analysis and Applications, 2014, 17 str.

ISSN 0219-5305

DOI: 10.1142/S0219530514500420

COBISS.SI-ID 17144409

kategorija: 1A1 (Z, A', A1/2)

uvrstitev: SCI, Scopus, MBP


točke: 152.62, št. avtorjev: 1/1

Linearna Schrödingerjeva enačba je osrednje orodje kvantne mehanike. Podaja celovit opis delca v nerelativistični situaciji. Struktura nelinearne Schrödingerjeve enačbe je precej bolj komplicirana: to je prototipna disperzivna nelinearna parcialna diferencialna enačba, ki je že skoraj 40 let osrednja tema na raznih področjih matematične fizike. Članek obravnava razred stacionarnih Schrödingerjevih problemov, glavna značilnost je prisotnost variabilnih eksponentov, tako v zapisu diferencialnega operatorja kot tudi v nelinearnem členu. Problemi tega tipa so bili motivirani z nedavnimi relevantnimi modeli v elektrodinamiki (ne-Newtonovih) tekočinah in v rekonstrukciji slik. Več o tem je v naši novi monografiji, posvečeni parcialnim diferencialnim enačbam z variabilnim eksponentom:

Vicentiu Radulescu in Dušan Repovš, *Partial Differential Equations with Variable Exponents: Variational Methods and Quantitative Analysis*, Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2015.

To je zelo propulzivno področje, za katerega se že v bližnji prihodnosti pričakuje intenziven razvoj. Rezultati so bili predstavljeni na mednarodnih konferencah v Evropski uniji ter v ZDA in so naleteli na veliko zanimanje strokovne javnosti, saj uspešno obravnavamo najzahtevnejše odprte probleme na aktualnem področju sodobne matematike.

Variacijska analiza na preprogi Sierpinskega

 25 September 2014

Nonlinear Analysis and Applications to Economics

Nonlinear analysis is nowadays one of the most collaborative and active scientific research fields as it has been increasingly involving the participation of experts from other disciplines. The aim of this Workshop on Applied Nonlinear Analysis is to present some successful achievements in this rapidly collaborative field, in strong relationship with relevant models in Economics. The Workshop is dedicated to Professor Dušan Repovš (University of Ljubljana) on his 60th birthday and for his honorary degree of Doctor Honoris Causa of the University of Craiova. **Invited Speakers**

- DUŠAN REPOVŠ
University of Ljubljana
Variational analysis on the Sierpinski gasket
- GIOVANNI MOLICA BISCI
University Mediterranea of Reggio Calabria
Recent results for fractional type equations
- RAFFAELLA SERVADEI
University of Calabria
Critical equations involving fractional nonlocal operators
- NICU MARCU
University of Craiova
Mathematical models in economy
- VICENTIU RADULESCU
University of Craiova
A sharp characterization on fractal sets


Scientific Committee

- DUMITRU BUSNEAG
Honorary President
- MASSIMILIANO FERRARA
University Mediterranea of Reggio Calabria
- VICENTIU RADULESCU
University of Craiova

Local Organizers

- Mihai Gabrovecanu
- Andrei Gagiu
- Oana Ticleanu

University of Craiova

 COORDINAZIONE: UFFICIO MARKETING/UNIVERSITÀ MEDITERRANEA

WORKSHOP

Dušan REPOVŠ

*Variational analysis on
the Sierpinski gasket*

Nonlinear Analysis and Applications
to Economics, Craiova, 2014

COBISS.SI-ID 17129049

To je bilo vabljenno plenarno predavanje na mednarodni konferenci *Nonlinear Analysis and Applications to Economics* na Univerzi v Craiovi, posvečeno zelo aktivnemu raziskovalnemu področju, ki leži med teoretično in uporabno nelinearno analizo.

Analiza na fraktalnih množicah je pomembna zaradi številnih aplikacij. Mnogi znani raziskovalci so se ukvarjali s temi študijami, vključno s Strichartzem,

Mandlenbroitom, Kigamijem in Falconerjem.

Na tem predavanju so bili predstavljeni številni rezultati v variacijski analizi rešitev več razredov nelinearnih parcialnih diferencialnih enačb na sebi podobnih fraktalih, s posebnim poudarkom na preprogi Sierpinskega.

Ob tej priložnosti je bil vodji programske skupine Dušanu Repovšu podeljen **častni doktorat Univerze v Craiovi**.
