

# PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 19 (1991/1992)

Številka 2

Strani 112-114

Anton Cedilnik:

## VRTENJE JE ČUDNA REČ

Ključne besede: algebrska topologija, fizika, vrtenje, polovični spin, Dirac.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/19/1083-Cedilnik.pdf>

© 1991 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

## VRTENJE JE ČUDNA REČ

Kaj se zgodi, če telo zavrtimo za  $360^\circ$  okoli izbrane osi? Na prvi pogled je zadeva jasna: nič. Pa vendar! Temelj znanstvenega dela je, da se nobena stvar ne zdi samoumevna.

Razmislimo torej o vprašanju vrtenja za polni kot. Če zadevo gledamo z očmi geometra, je pravzaprav res isto, če telo (ali kakršen koli geometrijski objekt) zavrtimo za  $360^\circ$ , ali pa ga pustimo kar pri miru. Učeno bi temu rekli, da je rotacija za polni kot ekvivalentna identiteti. Namesto geometrijskega vzemimo fizikalno telo. Geometrijsko telo je kar precejšnja idealizacija. Fizikalno telo pa ima dve pomembni lastnosti:

- L1 sestavlja ga več točkastih pod-teles (recimo molekul ali atomov), ki ne spreminjajo svoje medsebojne razdalje;
- L2 v prostor med posameznimi točkastimi podtelesi ni mogoče vdreti z drugim telesom brez hudih posledic, kot so deformacije ali celo razpad.

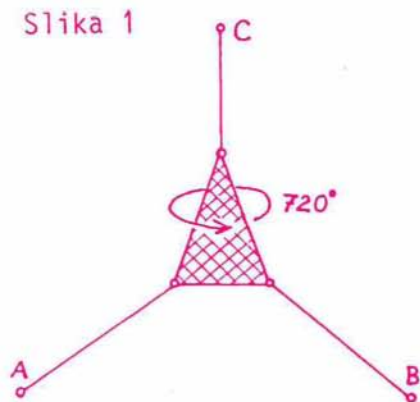
Telo z lastnostjo (L1) imenujemo *togo telo*. Togemu telesu z dodatno lastnostjo (L2) pa bomo rekli *trdno telo*.

Zahtevajmo od trdnega telesa še več, namreč da ni izolirano, ampak je povezano z realno okolico. Za naravna telesa je to razumljivo. Tudi Zemlja, ki "visi" v praznem prostoru, ni ločena od okolice, saj je s sončnim sistemom povezana z gravitacijsko silo. Naredimo model: trikotna ploščica naj bo s tremi elastičnimi nitmi privezana na fiksno okolico, kot je to prikazano na sliki 1.

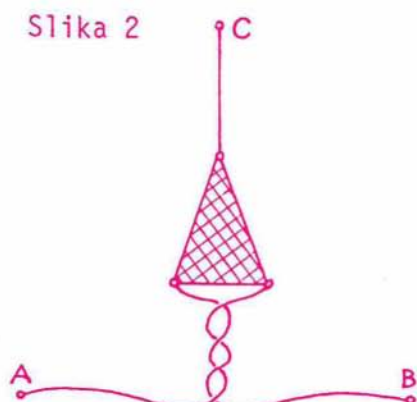
Zavrtimo ploščico za polni obrat okrog simetrijske osi. Rezultat: ploščica je res v prvotni legi, dve vrvici pa sta brezupno prepleteni. Naj počnemo karkoli, vrvic ni mogoče razplesti, razen če bi šli z eno vrvico skozi ploščico, kar pa ni združljivo s predpostavko, da je ploščica trdno telo; prav tako tudi ne dovolimo, da bi šla vrvica preko točk  $A, B$  in  $C$ , ki predstavljajo okolico. Ta poskus nam jasno pokaže, da za trdno telo zavrtitev za polni kot ni enakovredna mirovanju. Povezave telesa z okolico se pri takem vrtenju spremenijo.

Sedaj pa, s to novo izkušnjo, postavimo izzivalno vprašanje: kaj se zgodi, če telo zavrtimo za  $2 \cdot 360^\circ = 720^\circ$ . Prva misel je, da se odnos (fiziki pravijo raje *interakcija*, to je medsebojno vplivanje) telesa in okolice še bolj zaplete. Ampak, ali nismo rekli na začetku, da ni nič res samoumevnega! Ponovimo isti poskus kot prej in sledimo slikam 1 - 6. Izid poskusa je res presenetljiv, vrvice se popolnoma razpletejo. Z nekaj tuhtanja in praskanja po glavi ugotovimo

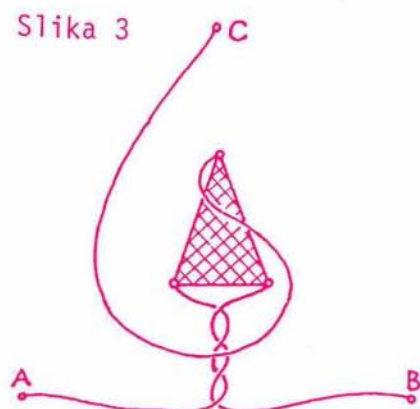
Slika 1



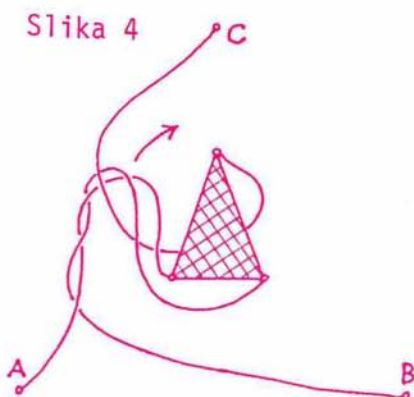
Slika 2



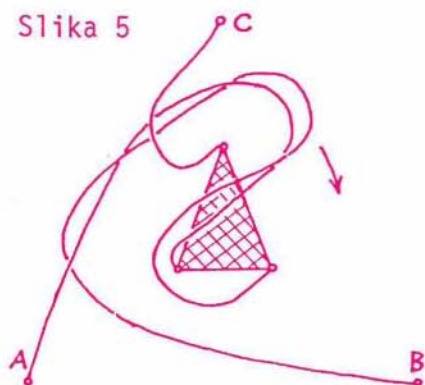
Slika 3



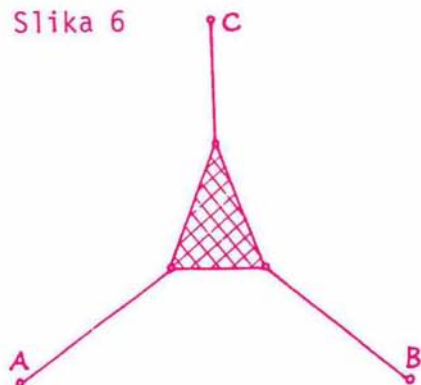
Slika 4



Slika 5



Slika 6



celo, da število vrvic sploh ni pomembno, vedno lahko samo z zvijanjem in raztegovanjem dobimo začetno situacijo. Vrtenje, ki nam telo rcsnično vrne v prvotno stanje, je torej vrtenje za  $720^\circ$ .

Kolikor je znano, sta to prva opazila angleški fizik P.A.M. Dirac in švicarski fizik W. Pauli. Dirac je skušal opisati gibanje elektrona, kar mu je komaj šestindvajsetletnemu tudi uspelo leta 1928 z enačbo, v kateri je združil kvantno mehaniko in specialno teorijo relativnosti, dve temeljni fizikalni teoriji našega časa. Elektron se zdi podoben vrtavki, njegova vrtilna količina v izbrani smeri - ki pravzaprav ni čisto prava vrtilna količina, pa ji zato raje rečemo *spin* - je polovica osnovne enote. Pauli je pokazal, da se mora elektron zavrteti za dvojni polni kot, da se povrne v prvotno stanje.

Omenimo še eno podobnost med trdnim telesom in elektronom. Za dve trdni telesi velja, da ne moreta biti hkrati na istem kraju; pravimo, da ne moreta imeti istih prostorsko-časovnih koordinat. Za elektrone pa velja tako imenovana Paulijeva prepoved, da v atomu ne moreta biti dva elektrona v popolnoma istem stanju (tudi W. Pauli je ta zakon formuliral leta 1925 še zelo mlad, komaj petindvajsetleten).

Obeh podobnosti ne kaže preveč poudarjati, da bi si elektrona ne začeli predstavljati napačno. Silita pa nas k domnevi, da obstajata sorodna geometrijska opisa trdnega telesa in elektrona. Kaj več se ne da na kratko povedati, kajti taki geometriji ne zadostujejo realna števila, celo kompleksna ne. Uporabljati moramo precej bolj "eksotična" števila, ki jih imenujemo *hiperkompleksna* števila.

Anton Cedilnik