

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 33 (2005/2006)

Številka 3

Strani 4-7

Marija Vencelj:

DRUŽINA BERNOULLIJEV – OB TRISTOLETNICI SMRTI MATEMATIKA JAKOBA BERNOULLIJA

Ključne besede: matematika, matematiki, biografije, Švica.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/33/1625-Vencelj.pdf>

© 2005 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA – založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

Družina Bernoullijev

Ob tristoletnici smrti matematika Jakoba Bernoullija

Marija Vencelj

■ Brata Jakob in Johann Bernoulli

V zgodovini matematike ni iz nobene družine izšlo toliko slavnih matematikov kot iz družine Bernoulli. Tudi v zgodovini znanosti nasploh ni najti rodbine, ki bi dosegla impozantnejši tovrstni rekord.

Začetnik matematične ere Bernoullijev je bil Jakob Bernoulli (slika 2), od katerega smrti je nedavno minilo 300 let. Z mlajšim bratom Johannom (slika 3) sta živela v času odkritja in razvoja diferencialnega in integralnega računa.

Trgovska družina protestantskih Bernoullijev se je v času verske vojne v 16. stoletju umaknila iz holandskega Antwerpna v Basel v Švici, ki je bil tedaj že dolgo pomemben znanstveni center (slika 1). Od konca 17. stoletja dalje pa vse do danes daje ta družina znanstvenike različnih zvrsti v vsaki generaciji. Skoraj ducat jih je bilo izjemno uspešnih tudi v matematiki in fiziki, štirje med njimi so bili člani tujih znanstvenih akademij (slika 4).

Dolgo ni bilo jasno, komu pripada prvenstvo pri odkritju metod odvajanja in integriranja ter dejstva, da sta ta dva procesa medsebojno obratna. Dandanes je dokazano, da sta angleški učenjak Isaac Newton in nemški matematik Gottfried Wilhelm Leibniz odkrila svoji metodi neodvisno drug od drugega – Newton nekaj let pred Leibnizom, vendar je svoje odkritje prej objavil Leibniz. Vsekakor pa je bila Leibnizova šola sijajnejša od Newtonove. Z objavo Leibnizovih člankov (1684 – 1686) se je namreč začelo izjemno plodovito obdobje matematične dejavnosti v Evropi. Njena pomembna nosilca sta bila brata Bernoulli, ki sta navdušeno usvojila Leibnizove metode.

Če bi se ravnala po željah in namenih svojega očeta, bi Jakob in Johann Bernoulli nikoli ne postala matematika. Jakob, ki je sedemnajstleten zaključil študij filozofije, dvaindvajsetleten diplomiral iz teologije in naj bi postal duhovnik, je proti očetovi volji študiral tudi matematiko in astronomijo. Mlajši Johann naj bi postal ali trgovec ali zdravnik. Prvi poklic ga ni veselil, je pa triindvajsetleten diplomiral iz medicine in hkrati že tudi objavil prvi znanstveni članek s tega področja. Njegova doktorska disertacija nekaj let kasneje pa je



Slika 3. Johann Bernoulli (1667 – 1748)



Slika 1. Švicarsko mesto Basel leži ob reki Ren blizu tromeje med Švico, Francijo in Nemčijo. Iz Basla izhaja tudi najplodovitejši matematik 18. stoletja, eden največjih matematikov vseh časov, Leonhard Euler.



Slika 2. Jakob Bernoulli (1654 – 1705)

bila v resnici matematično delo, kljub medicinski temi, ki jo je obravnavala.

Ko so v reviji Acta eruditorum izšli Leibnizovi članki, sta se oba brata odločila, da postaneta matematika. Bila sta prva pomembna Leibnizova učenca. Jakob je leta 1687 prevzel matematično katedro na baselski univerzi in na njej predaval vse do svoje smrti. Vmes je veliko potoval z namenom, da se sreča s tujimi znanstveniki. Johann je leta 1697 postal profesor matematike na univerzi v nizozemskem Groningenu, po bratovi smrti pa je nasledil njegovo katedro v Baslu.

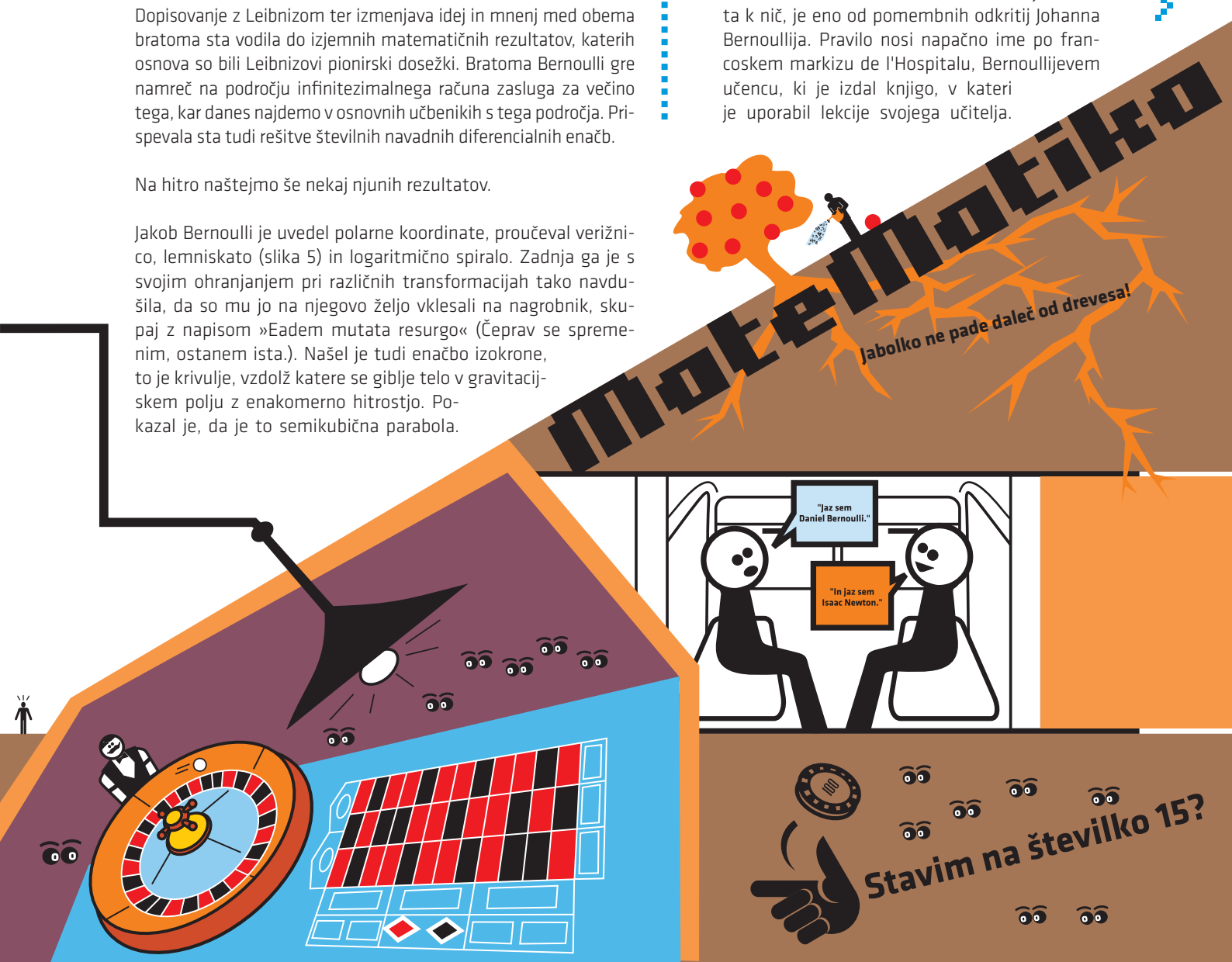
Dopisovanje z Leibnizom ter izmenjava idej in mnenj med obema bratoma sta vodila do izjemnih matematičnih rezultatov, katerih osnova so bili Leibnizovi pionirski dosežki. Bratoma Bernoulli gre namreč na področju infinitezimalnega računa zasluga za večino tega, kar danes najdemo v osnovnih učbenikih s tega področja. Prišpevala sta tudi rešitve številnih navadnih diferencialnih enačb.

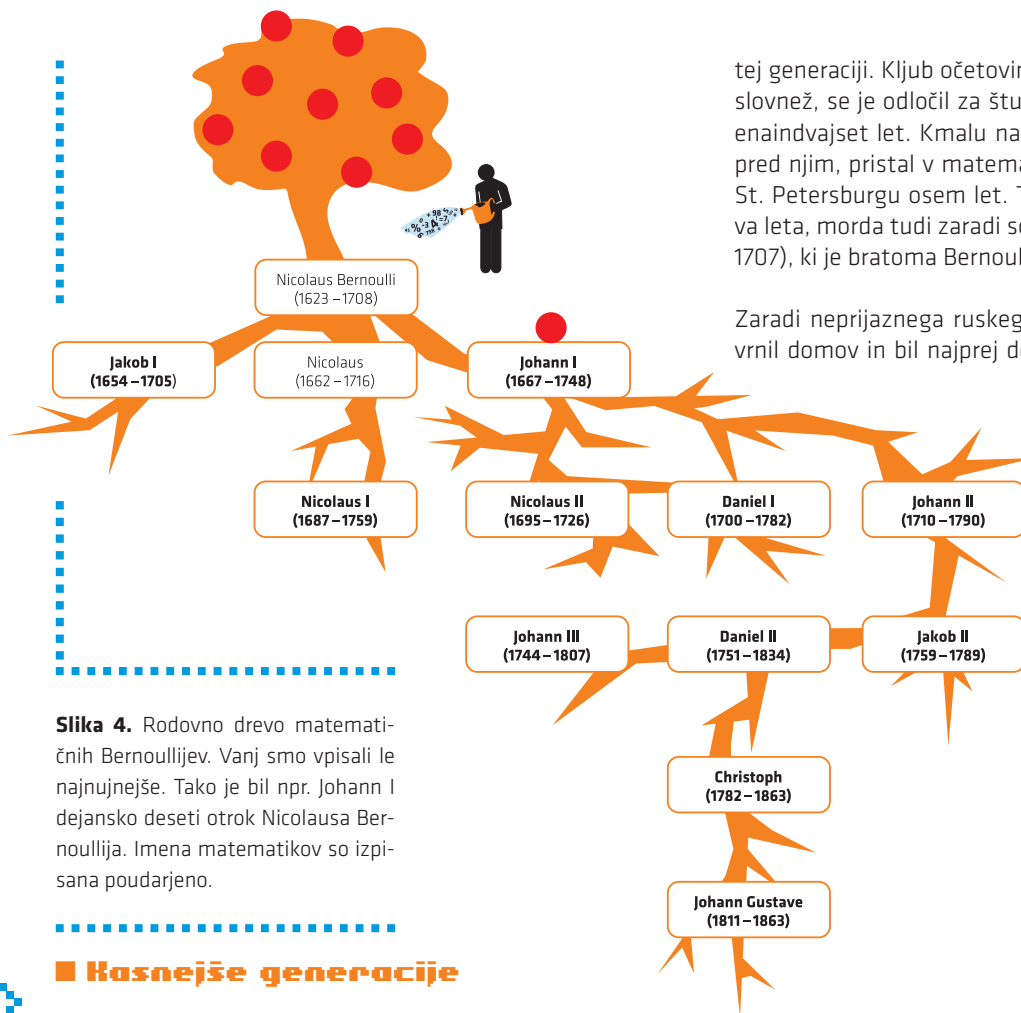
Na hitro naštejmo še nekaj njihovih rezultatov.

Jakob Bernoulli je uvedel polarne koordinate, proučeval verižnico, lemniskato (slika 5) in logaritmčno spiralo. Zadnja ga je s svojim ohranjanjem pri različnih transformacijah tako navdušila, da so mu jo na njegovo željo vklesali na nagrobnik, skupaj z napisom »Eadem mutata resurgo« (Čeprav se sprememim, ostanem ista.). Našel je tudi enačbo izokrone, to je krivulje, vzdolž katere se giblje telo v gravitacijskem polju z enakomerno hitrostjo. Pokazal je, da je to semikubična parabola.

Bil je eden prvih, ki so proučevali verjetnostni račun. Njegova knjiga Ars conjectandi, ki je izšla osem let po njegovi smrti, obravnava med drugim permutacije in kombinacije ter doseže vrh z Bernoullijevim izrekom o binomskih porazdelitvah.

Delo Johanna Bernoullija je bilo tesno povezano z delom starejšega brata, zato je včasih težko razlikovati med njunimi dosežki. S precejšnjo gotovostjo pa štejejo Johanna za izumitelja variacijskega računa. To sledi iz njegovega načina obravnave brahistokrone (slika 6), krivulje najhitrejšega spusta masne točke med dvema danima točkama v gravitacijskem polju. Tudi široko poznano »l'Hospitalovo pravilo« za iskanje limitne vrednosti kvocienta dveh funkcij, ki teži ta k nič, je eno od pomembnih odkritij Johanna Bernoullija. Pravilo nosi napačno ime po francoskem markizu de l'Hospitalu, Bernoullijevemu učencu, ki je izdal knjigo, v kateri je uporabil lekcije svojega učitelja.





Slika 4. Rodovno drevo matematičnih Bernoullijev. Vanj smo vpisali le najnujnejše. Tako je bil npr. Johann I dejansko deseti otrok Nicolaua Bernoullija. Imena matematikov so izpisana poudarjeno.

■ Kasnejše generacije

Poglejmo v naslednjo generacijo. Znano je, da je bil Jakobov sin Nicolaus mestni svetnik in predstojnik baselskega umetniškega ceha, trije Johannovi sinovi Nicolaus, Daniel in Johann pa so bili briljantni matematiki. Vsi trije so bili profesorji matematike na univerzi, Nicolaus in Daniel v St. Petersburgu, Johann in kasneje tudi Daniel pa v Baslu. Podobno kot njihova stric in oče so tudi oni začeli na napačnem področju.

Najstarejši Nicolaus se je komaj trinajstleten vpisal na univerzo v Baslu, šestnajst let star diplomiral iz filozofije in pri dvajsetih doktoriral iz pravoznanstva. Očetu je pomagal pri matematičnem dopisovanju in se pri tem sam razvil v odličnega matematika, ki je kmalu zabeležil tudi znanstvene rezultate. Skupaj z bratom Danielom so ju 1725. leta povabili za profesorja matematike na akademijo v St. Petersburg, vendar je Nicolaus tam kmalu zbolel za tuberkulozo in že prvo leto umrl.

Medtem ko je Nicolaus umrl mlad, je drugi Johannov sin Daniel (slika 7) doživel častitljivo starost. Je najslavnejši Bernoulli v

tej generaciji. Kljub očetovim pričakovanjem, da bo postal poslovnež, se je odločil za študij medicine, ki ga je zaključil star enaindvajset let. Kmalu nato pa je, kot že nekaj Bernoullijev pred njim, pristal v matematiki. Kljub bratovi smrti je ostal v St. Petersburgu osem let. To so bila najplodovitejša Danielova leta, morda tudi zaradi sodelovanja z mladim Eulerjem (roj. 1707), ki je bratoma Bernoulli sledil v St. Petersburg.

Zaradi neprijaznega ruskega podnebja se je Daniel leta 1733 vrnil domov in bil najprej deset let profesor botanike in anatomije na baselski univerzi, nato sedem let predaval psihologijo, končno pa leta 1750 zasedel fizikalno katedro, ki mu je po pravici pripadala. Na njej je z velikim uspehom predaval skoraj 30 let.

Danielova dejavnost je bila v glavnem posvečena astronomiji, fiziki in hidrodinamiki. Eden od izrekov o hidravličnem pritisku nosi njegovo ime. Položil je tudi temelje kinetični teoriji plinov in skupaj z d'Alembertom in Eulerjem proučeval nihanje strune. Medtem ko sta njegov oče in stric razvila teorijo navadnih diferencialnih enačb, je bil Daniel pionir na področju par-

cialnih diferencialnih enačb. Daniel je bil kar desetkrat dobitnik nagrade pariške akademije znanosti, ki jo je dobil bodisi sam bodisi jo je delil s konkurenti. Nagrada za leto 1734, za katero je kandidiral tudi Danielov oče Johann, dobil pa Daniel, je skasila odnos med očetom in sinom, ki se je z leti nato samo še slabšal.

Najmlajši Johann (II) je bil v nekem smislu najuspešnejši med brati, saj je nasledil matematično katedro svojega očeta na baselski univerzi. Tudi on je pri sedemnajstih letih najprej končal študij prava in se nato posvetil matematiki. Štirikrat je ali sam ali skupaj z očetom prejel nagrado pariške akademije, kar je bilo nedvomno zadostna kvalifikacija, da je postal očetov naslednik. Po-



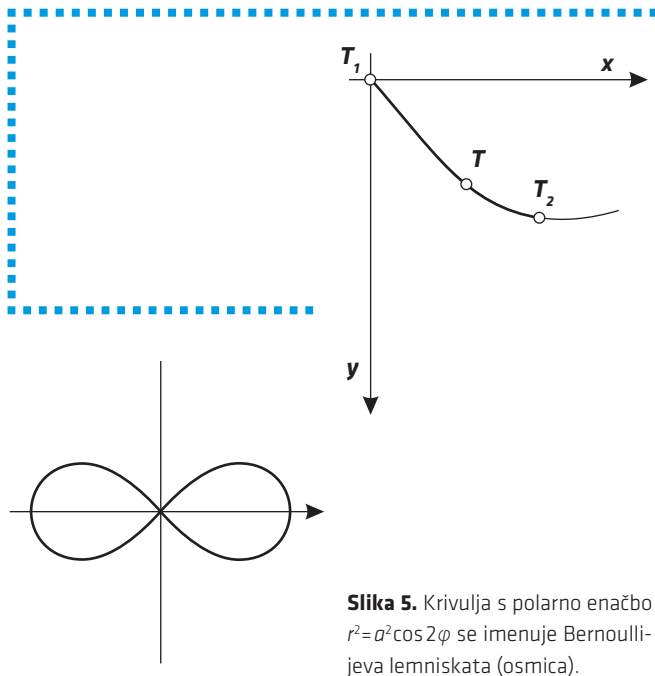
tem pa je njegova matematična aktivnost oslabela in se omejila na občasne članke, čeprav je dosegel enako visoko starost kot oče ali brat Daniel.

Iz te generacije moramo omeniti še enega Bernoullija. To je bil Nicolaus (I), sin mestnega svetnika in slikarja Nicolausa, bratranec Nicolausa (II), Daniela in Johanna (I). Študiral je pri svojih stricah Jakobu in Johannu, hitro napredoval in kmalu dosegel tudi formalno matematično izobrazbo. Pri dvaindvajsetih je doktoriral še iz prava z disertacijo o uporabi verjetnostnega računa pri pravnih vprašanjih. Bil je član berlinske akademije, angleške Kraljeve družbe in bolonjske akademije. Nekaj časa je predaval na katedri za matematiko v Padovi, na kateri je nekoč predaval

tudi Galileo Galilei. Po nekaj letih se je vrnil v Basel, najprej na katedro za logiko in nato nadaljeval kot profesor na pravo. Štiri-krat je bil izvoljen za rektorja univerze v Baslu.

Nicolaus je bil nadarjen, a ne preveč produktiven matematik. Večina njegovih del je neobjavljenih, ostala so prikrita v sicer bogati korespondenci z drugimi matematiki. Ukvarjal se je z verjetnostnim računom, konvergenco binomske vrste, problemom ortogonalnih trajektorij in Riccatijevo diferencialno enačbo.

Tudi kasneje so se pojavljali Bernoulliji, ki so dosegli velik ugled v matematiki. Toda nobeden od njih ni dosegel slovesa, kakršen gre prvima dvema generacijama.



Slika 5. Krivulja s polarno enačbo $r^2 = a^2 \cos 2\varphi$ se imenuje Bernoullijeva lemniskata (osmica).

Slika 7. Daniel Bernoulli (1700 – 1782)

ANEKDOTA. Okrog slavnih Bernoullijev se je spletlo veliko legend in anekdot. Tako se je menda na nekem potovanju mladi Daniel skromno predstavil slučajnemu sopotniku z besedami: »Jaz sem Daniel Bernoulli.« »In jaz«, je ironično odvrnil sogovornik, »sem Isaac Newton.« Ta dogodek je Daniela zabaval vse življenje. Trdil je, da je bilo to največje priznanje, ki ga je kdajkoli dobil.

Slika 6. Leta 1696 je Johann Bernoulli »cvetu matematike tega sveta« zastavil problem brahistrokrone, to je iskanja krivulje najhitrejšega spusta masne točke (T) v navpični ravnini med danima točkama (od T_1 do T_2) pod vplivom težnosti. Čeprav je bilo na voljo pol leta, je rešilo problem le pet matematikov: oba brata Bernoulli (vsak s svojo metodo), Newton, Leibniz in l'Hospital. Zadnji šele po dopisovanju z Johannom. Iskana krivulja je cikloida.

■ Peterburški paradoks

S soigralcem mečeta kovanec. Igre bo konec, ko prvič pade glava. Če se to zgodi ob prvem metu, ti da soigralec en tolar; če prvič pade glava ob drugem metu, ti da dva tolarja; če pade glava prvič ob tretjem metu, dobiš od njega štiri tolarje itd. Na vsakem kasnejšem koraku se znesek podvoji. Če se igra konča z n -tim metom, dobiš od soigralca 2^{n-1} tolarjev. Koliko si pripravljen plačati za pravico do take igre? (Lahko si mislimo, da gre za nekakšen nakup srečke.)

Po formuli za matematično upanje je pričakovana vrednost pri tej igri enaka

$$\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2^2} \cdot 2 + \frac{1}{2^3} \cdot 2^2 + \dots + \frac{1}{2^n} \cdot 2^{n-1} + \dots,$$

kar je očitno neskončno. To je skregano z zdravo pametjo, ki se nagiblje k zelo skromnemu znesku okoli nekaj tolarjev (za srečko). Od kod ta prepad med matematiko in našo intuicijo?

Problem je prvi postavil Nicolaus (I) Bernoulli v enem svojih pisem matematiku Montmortu. Z njim so se širok ukvarjali v 18. stoletju, v St. Petersburgu tudi Daniel Bernoulli. Njegov članek o tem je izšel pri tamkajšnji akademiji, kar je verjetno problemu dalo ime.

