

UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA ELEKTROTEHNIKO

PODIPLOMSKI ŠTUDU
MAGISTRSKO DELO

**NELINEARNI MATEMATIČNI MODEL LETALA IN
ANIMACIJA LETA**

Franc Jenko

Mentor: prof. dr. Drago Matko

Ljubljana, november 2005



Številka naloge: M-1044/2005

Datum: 8. 9. 2005

Fakulteta za elektrotehniko Univerze v Ljubljani izdaja naslednjo nalogo:

Kandidat: **FRANC JENKO**, univ.dipl.inž.el.Naslov: **NELINEARNI MATEMATIČNI MODEL LETALA IN
ANIMACIJA LETA**

Vrsta naloge: Magistrsko delo

Tematika naloge:

Za potrebe preizkušanja različnih algoritmov vodenja razvijte matematične modele znanih letal in pri tem upoštevajte natančne opise aerodinamike, kinematike, dinamičnih in statičnih zakonitosti ter uporabite nepoenostavljene opise nastopajočih nelinearnosti. Modeli letal naj se v čim več lastnostih (masa, dimenzije, hitrost leta, potisk) ujemajo z realnimi podatki letal. Pri gradnji matematičnih modelov uporabite znane in dostopne podatke, karakteristike profilov pa pridobite simulacij sko s komercialno dostopnim programom *Profili*. Simulacij ski let zgrajenih modelov letal animirajte s simulatorjem letenja *FlightGear Simulator*, ki je dostopen v odprti kodi. Matematični modeli morajo biti zgrajeni modularno, izhodni podatki simulacije pa dostopni za namene nadaljnje uporabe, kot so npr. različni algoritmi vodenja. Razvite modele realizirajte v okolju *Matlab-Simulink*, za animacijo uporabite programsko opremo *FlightGear Simulator*, za izdelavo realnejše scene animacije pa *FlightGear Scenery Designer*.

Mentor:

prof. dr. Drago Matko



Predstojnik katedre:

prof. dr. Rihard Karba

Dekan:

prof. dr. Tomaž Slivnik

Zahvala

Za mentorstvo se najlepše zahvaljujem prof. dr. Dragu Matku.

Za nasvete in strokovno pomoč se zahvaljujem doc. dr. Tadeju Koselu s Fakultete za strojništvo v Ljubljani. Zahvaljujem se tudi vsem drugim, ki so kakorkoli pripomogli k nastanku te magistrske naloge.

Zahvaljujem se ženi Eriki za spodbudo in lektoriranje ter očetu Francu za pomoč pri risanju skic. Zahvaljujem se tudi vsem, ki so mi v času študija stali ob strani.

Povzetek

V prvem poglavju so predstavljene osnovne zakonitosti aerodinamike in enačbe za izračun aerodinamičnih sil vzgona in upora. Podan je koncept letala, ki obravnava letalo kot togo telo, predstavljeni so osnovni pristopi k simulaciji in animaciji leta letala. Drugo poglavje povzema osnovne ideje modeliranja nelinearnega matematičnega modela letala. V tem kontekstu je zajeta definicija koordinatnih sistemov in v njih definiranih veličin. Podrobno so izpeljane enačbe gibanja, ki opisujejo gibanje letala kot gibanje togega telesa. Na letalo v letu deluje vrsta sil in navorov. Od rezultante le-teh je odvisen način leta letala. Režim odklanjanja krmilnih površin določa letalu smer in način leta. Sile in navori, ki so lahko aerodinamičnega izvora, lahko jih povzroča pogon, gravitacija ali veter, delujejo na sestavne dele letala. Opis delovanja sil in navorov na sestavnih delih letala je prav tako zajet v tem poglavju. Tlak, temperatura in gostota zraka močno vplivajo na velikost aerodinamičnih sil, zato so opisani tudi njihovi vplivi. Uravnovežiti letalo, pomeni poiskati takšne odklone krmil in začetna stanja, da letalo ohranja nek stabilen let. Le-tega lahko smatramo za delovno točko in nelinearni model letala v njej lineariziramo. Prikazan je način uravnoveženja letala z optimizacijo, predlagan način linearizacije pa je numerični. V tretjem poglavju so podrobno predstavljene rešitve in pristopi h gradnji nelinearnega modela letala, ki jih povzema namensko razvit program *SIMDLAV*. V tem poglavju je utemeljena razdelitev letala na sestavne dele in prikazani so načini določanja mas in vztrajnostnih momentov sestavnih delov ter aerodinamičnih sil. Predlagani pristopi k opisu aerodinamičnih razmer terjajo

številne podatke, katerih viri in izračuni so podani. Model propelerskega in model reaktivnega pogona sta prav tako predstavljena v tem poglavju. Ob koncu tretjega poglavja so opisane simulacijske in animacijske možnosti programa *SIMDLAV* v okolju *Matlab*. Četrto poglavje je v celoti namenjeno predstavitvi programa *FlightGear Simulator* in možnostim animiranja leta letala, katerega simulacij ski model teče v programskem okolju *Matlab*. V zadnjem poglavju je podan primer uporabe programa *SIMDLAV*. Na razvitem modelu letala *Beaver* je testno uporabljen sistem vodenja letala po višini in smeri.

Ključne besede:

aerodinamične sile in navori, animacija, enačbe gibanja, *FlightGear Simulator*, koordinatni sistemi, nelinearni model letala, *Matlab*, optimizacija, pogon, *SIMDLAV*, simulacija, uravnoteženje, vodenje.

Abstract

In the first section there are presented basic aerodynamic laws and equations for the calculation of the aerodynamic forces and moments. The basic concept that treats aircraft as a rigid body is shown as well as the basic approach to simulation and animation of an aircraft's flight. The second section summarizes the fundamental ideas of modelling the non-linear mathematical model of aircraft. In this context the coordinate systems and the definitions of the sizes are treated. There are precisely derived equations of the aircraft's motion which describes its motion as the motion of a rigid body. During its flight a lot of force and moment components are affected on the aircraft and exact flight conditions depend upon their resultant. Flight conditions and attitude of aircraft are determined by deflections of control surfaces. Forces and moments which affect main consistent parts of aircraft can be produced by aerodynamics of aircraft, by its propulsion, by wind and by gravity. The ways how forces and moments affect the main consistent parts of aircraft are also treated in the second section. Pressure, temperature and density of air fully affect aerodynamic forces. Those influences are also described in this section. To trim the aircraft means to determine the initial conditions of states and deflections of control surfaces in such a degree that a steady-state flight is preserved. Such flight can be considered as an operating point and non-linear aircraft model can be linearized. A trimming facility that uses optimization routine is also shown in the second section and a numerical linearization is suggested. In the third section there are more precisely presented solutions of building a non-linear mathematical model of aircraft and all the

solutions are included in developed program application *SIMDLAV*. In this section the division of aircraft to the main constituent parts is based there and the ways of determining mass and inertial moments as well as aerodynamic forces are also shown. There are presented calculations and sources for data which are required by describing aerodynamic conditions. This section describes the propulsion as well where model of propeller and jet-engine model are presented. The end of the third section deals with simulation and animation possibilities of application *SIMDLAV*. In the fourth section the *FlightGear Flight Simulator* is presented. The *FlightGear* program is used to perform animation of aircraft, whose simulation model runs under *Matlab*. In the fifth section an example of the use of application *SIMDLAV* is described. In the last section a regulation system that controls altitude and heading is tested on the *Beaver* aircraft derived by *SIMDLAV*.

Keywords:

aerodynamic forces and moments, animation, equations of motion, *FlightGear Simulator*, frames, non - linear model, aircraft, *Matlab*, optimization, propulsion, *SIMDLAV*, trimming, control.

To delo posvečam Eriki.

Kazalo

1	Uvod.....	1
1.1	Aerodinamične sile.....	3
1.1.1	Sila vzgona.....	6
1.1.2	Sila zračnega upora.....	6
1.2	Koncept letala.....	8
1.3	Simulacija in animacija leta.....	11
1.4	Sklep.....	13
2	Nelinearni matematični model letala.....	15
2.1	Model letala.....	15
2.2	Koordinatni sistemi in definicija veličin.....	18
2.3	Enačbe gibanja.....	23
2.4	Krmilne površine.....	30
2.5	Aerodinamika letala.....	33
2.5.1	Glavni sestavni deli letala.....	35
2.5.2	Sila vzgona in sila upora.....	36
2.5.3	Aerodinamične razmere na sestavnih delih.....	41
2.5.4	Aerodinamična rezultanta sil in navorov.....	50
2.6	Gravitacijska sila.....	55
2.7	Pogon.....	56
2.8	Veter.....	60
2.9	Atmosfera.....	63

2.10	Uravnoveženje modela letala	68
2.11	Linearizacija modela letala	72
2.12	Sklep	76
3	Model letala v programski aplikaciji <i>SIMDLAV</i>	77
3.1	Fizični model letala	78
3.2	Aerodinamični opis letala	86
3.3	Modeliranje pogona	96
3.3.1	Propelerski pogon in metoda elementarne delitve	96
3.3.2	Reaktivni motor	108
3.4	Atmosfera in veter	114
3.5	Simulacija in animacija leta	114
3.6	Primerjava in ostale funkcionalnosti	123
4	Animacija s <i>FlightGear Flight Simulatorjem</i>	129
4.1	<i>FlightGear Flight Simulator</i>	129
4.2	<i>SIMDLAV</i> in <i>FlightGear Flight Simulator</i>	140
5	Vodenje letala <i>DHC-2 Beaver</i>	143
5.1	Osnovne funkcije avtopilota	143
5.2	Avtopilot letala <i>DHC-2 Beaver</i>	146
6	Ugotovitve	161
Priloga A	165
A.1	Sile na togo telo	165
A.2	Navori na togo telo	166
A.3	Vrtilna količina	167
A.4	Enačbe gibanja za togo telo	169
Priloga B	173
Literatura	175
Izjava	179

Uporabljeni simboli

Vektorji so podani z malimi in velikimi črkami, matrice samo z velikimi črkami. Oboji so pisani s krepkim tiskom, ostale spremenljivke in konstante so podane ležeče.

SPREMENLJIVKE IN KONSTANTE

A	[m ²]	presek izpušne šobe
a	[-]	faktor vzdolžnega vpadnega toka na propelerju
a	[ms ⁻¹]	hitrost zvoka
a	[ms ⁻²]	pospešek
B	[-]	število krakov propelerja
b	[-]	faktor kotnega vpadnega toka na propelerju
BR	[-]	razmerje obtoka zraka
c	[-]	utežnostna konstanta
\bar{c}, c	[m]	aerodinamična tetiva
c_p	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]	specifična toplotna kapaciteta zraka pri konst. tlaku
c_v	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]	specifična toplotna kapaciteta zraka pri konst. prost.
c_m	[-]	koeficient navora
CPR	[-]	tlačno razmerje kompresorja
C_Q	[-]	koeficient vrtilnega momenta

C_T	[-]	koeficient potiska
C_u	[-]	koeficient upora
C_v	[-]	koeficient vzgona
D	[m]	premer propelerja
D	[N]	uporovna sila propelerja
dar	[-]	konstanta regulatorja za koordinacijo zavoja
drr	[-]	konstanta regulatorja za koordinacijo zavoja
F	[-]	razmerje gorivo/zrak
F	[N]	sila
FPR	[-]	tlačno razmerje ventilatorja
F_x	[N]	vsota aerodinamičnih sil v smeri osi x, glej sliko 2.2
F_y	[N]	vsota aerodinamičnih sil v smeri osi y, glej sliko 2.2
F_z	[N]	vsota aerodinamičnih sil v smeri osi z, glej sliko 2.2
g	[ms ⁻²]	gravitacijski pospešek
H	[m]	višina leta
h	[m]	nadmorska višina
h	[m]	premik propelerja naprej
h_z	[J]	specifična entalpija zraka
I_{xx}	[kgm ²]	vztrajnostni moment okrog osi x KS letala
I_{yy}	[kgm ²]	vztrajnostni moment okrog osi y KS letala
I_{zz}	[kgm ²]	vztrajnostni moment okrog osi z KS letala
J_{xy}	[kgm ²]	deviacijski vztrajnostni moment
J_{xz}	[kgm ²]	deviacijski vztrajnostni moment
J_{yz}	[kgm ²]	deviacijski vztrajnostni moment
J	[-]	skalarna kriterijska funkcija
K	[-]	konstanta regulatorja
L	[Nm]	skupen navor valjanja (<i>roll</i> -navor), glej sliko 2.2
L	[N]	vzgonska sila propelerja
m	[kg]	masa, masa letala
M	[Nm]	skupen navor prevračanja (<i>pitch</i> -navor), glej sliko 2.2
M	[-]	machovo število
M_a	[kg kmol ⁻¹]	molska masa zraka

n	[min^{-1}]	vrtljaji motorja
N	[Nm]	skupen navor sukanja (<i>yaw</i> -navor), glej sliko 2.2
p	[rads^{-1}]	kotna hitrost valjanja (<i>roll</i> -kotna hitrost), glej sliko 2.2
p	[Nm^{-2}]	tlak
P	[–]	prijemališče aerodinamičnih sil
P_a	[W]	razpoložljiva (pogonska) moč
P_e	[W]	moč motorja
q	[rads^{-1}]	kotna hitrost prevračanja (<i>pitch</i> -kotna hitrost), slika 2.2
Q	[Nm]	vrtilni moment
R	[m]	ročica (pretvorba kotnih hitrosti in določanje navorov)
R	[$\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$]	specifična plinska konstanta zraka
R_a	[$\text{JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$]	molska plinska konstanta
Re	[m^{-1}]	Reynoldsevo število
r	[rads^{-1}]	kotna hitrost sukanja (<i>yaw</i> -kotna hitrost), glej sliko 2.2
r	[m]	razdalja do segmenta propelerja
S	[m^2]	ploščina
T	[–]	(masno) težišče letala
T	[N]	potisna sila
T	[K]	temperatura
T'	[–]	težišče ploskve
t	[s]	čas
TCp	[–]	koeficient globine prijemališča aerodinamičnih sil
u	[ms^{-1}]	komponenta translacijske hitrosti, glej sliko 2.2
V	[ms^{-1}]	hitrost letala
v	[ms^{-1}]	komponenta translacijske hitrosti, glej sliko 2.2
w	[ms^{-1}]	komponenta translacijske hitrosti, glej sliko 2.2
x_e	[m]	koordinata X v fiksnem koordinatnem sistemu Zemlje
y_e	[m]	koordinata Y v fiksnem koordinatnem sistemu Zemlje
z_e	[m]	koordinata Z v fiksnem koordinatnem sistemu Zemlje
α	[rad]	vpadni kot
β	[rad]	kot bočnega drsenja
λ	[Km^{-1}]	temperaturni gradient troposfere

μ	[kgm ⁻¹ s ⁻¹]	koficient dinamične viskoznosti
η	[-]	izkoristek propelerja
δ_a	[rad]	odklon krilc (<i>aileron</i> s)
$\delta_{aileron}$	[rad]	odklon krilc (<i>aileron</i> s)
δ_e	[rad]	odklon višinskega krmila (<i>elevator</i>)
$\delta_{elevator}$	[rad]	odklon višinskega krmila (<i>elevator</i>)
δ_r	[rad]	odklon smernega krmila (<i>ru</i> der)
δ_{ruder	[rad]	odklon smernega krmila (<i>ru</i> der)
δ_f	[rad]	odklon zakrilc (<i>flaps</i>)
δ_{flap}	[rad]	odklon zakrilc (<i>flaps</i>)
γ	[-]	razmerje specifičnih toplotnih kapacitet c_p in c_v
ΔV_i	[m ³]	diferencial i -te prostorne
Δv	[ms ⁻¹]	prirastek hitrosti
ϕ	[rad]	kot med silo potiska in silo vzgona
φ	[rad]	kot valjanja (<i>roll</i>)
θ	[rad]	kot prevračanja (<i>pitch</i>)
θ	[rad]	nagib krakov propelerja
ρ	[kgm ⁻³]	gostota zraka
ψ	[rad]	kot sukanja (<i>yaw</i>)
ζ	[-]	konstanta vrednosti 0 ali 1
Ω	[rads ⁻¹]	kotna hitrost vrtenja propelerja

MATRIKE

A	sistemska matrika linearnega sistema v prostoru stanj
B	vhodna matrika linearnega sistema v prostoru stanj
C	izhodna matrika linearnega sistema v prostoru stanj, ki se nanaša na x
D	izhodna matrika linearnega sistema v prostoru stanj, ki se nanaša na u
I	tenzor vztrajnostnih momentov
T_{L→Z}	transformacijska matrika iz koord. sist. letala v koord. sist. Zemlje

Φ_2	transformacijska matrika za drugo Eulerjevo rotacijo
Φ_1	transformacijska matrika za prvo Eulerjevo rotacijo
Φ_3	transformacijska matrika za tretjo Eulerjevo rotacijo

VEKTORJI

F	sila, vektor komponent sil
M	navor, vektor komponent navorov
P	vektor koeficientov vztrajnosti
Q	vektor koeficientov vztrajnosti
R	vektor koeficientov vztrajnosti
T	potisna sila propelerja
u	vhodni vektor
V	vektor komponent translacijskih hitrosti
x	vektor stanj
y	izhodni vektor
Ω	vektor komponent rotacijskih hitrosti

FUNKCIJE

$f(t)$	splošna vektorska enačba za časovni odvod vektorja stanj
$g(t)$	splošna vektorska enačba za izhodne spremenljivke

INDEKSI

o	delovna točka, nanašanje na površino Zemlje, morsko gladino
1,2,3 ...	vrstni red
a	aileron (krilce)
aero	aerodinamične, aerodinamično

<i>b</i>	nanašanje na obtok zraka (baypas flow)
<i>č</i>	čelno
<i>d, desno</i>	desno
<i>e</i>	elevator (višinsko krmilo)
<i>E</i>	indeks za oznako osi koordinatnega sistema Zemlje
<i>e</i>	indeks koordinate pozicije v koordin. sist. Zemlje (x_e, y_e, z_e)
<i>f</i>	flaps (zakrilca)
<i>g</i>	gravitacija
<i>H</i>	nanašanje na višino <i>H</i>
<i>k</i>	krilo
<i>krit</i>	kritični
<i>l, levo</i>	levo
<i>m</i>	motor (v kontekstu pogona)
<i>mi</i>	<i>i</i> -ta masna točka
<i>MACH</i>	nanašanje na hitrost zvoka
<i>p</i>	nanašanje na kotno hitrost <i>p</i>
<i>PHI</i>	nanašanje na kot φ
<i>pog</i>	pogon
<i>PSI</i>	nanašanje na ψ
<i>q</i>	nanašanje na kotno hitrost <i>q</i>
<i>r</i>	nanašanje na kotno hitrost <i>r</i>
<i>r</i>	ruđer (smerno krmilo)
<i>s</i>	statični
<i>t</i>	teža
<i>tot</i>	skupaj
<i>u</i>	upor
<i>ud</i>	ostali deli
<i>v</i>	vzgon
<i>vet</i>	veter
<i>x</i>	smer osi <i>x</i>
<i>xy</i>	ravnina <i>xy</i>
<i>xz</i>	ravnina <i>xz</i>

y	smer osi y
yz	ravnina yz
z	smer osi z
z	zračna, zračni

1 Uvod

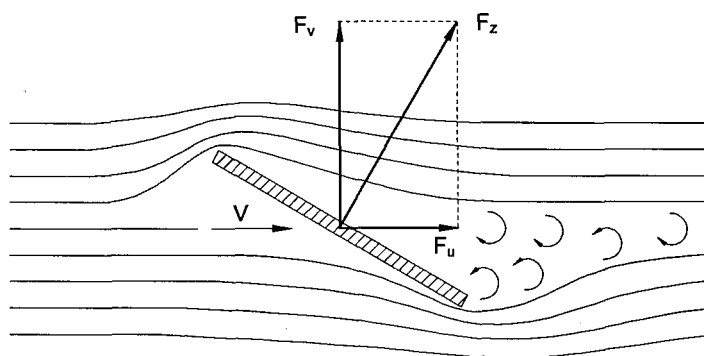
Modeliranje in gradnja simulacijskih modelov je v najbolj splošni obliki lahko zelo zapleten postopek. Zapletenost postopka se na eni strani veča s kompleksnostjo sistema, ki je predmet modeliranja in simulacije, na drugi strani pa zapletenost narašča z zajetimi podobnostmi modeliranih fizikalnih zakonitosti. Simulacijski model je tako vedno rezultat vrste kompromisov, ki so bili sprejeti v postopku modeliranja bodisi zaradi še sprejemljivih poenstavitv, zaradi nujnih poenstavitv, ki sploh omogočajo realizacijo in dajejo še sprejemljive rezultate, ali pa je opis „vseh“ odvisnosti preprosto nujen. Pričujoče delo glede omenjenega ni nobena izjema. Se več, v model letala, ki je bil razvit in lahko povzema katerokoli realno letalo, so vključeni približki in ocene nepoznanih parametrov in veličin, ki jih praktično ni mogoče natančno poznati. V podkrepitev slednjega dejstva naj navedem, da bi bilo nadvse koristno natančno poznati lego težišča letala F-16 in vse vztrajnostne momente, če bi želeli biti bolj prepričani, da resnično simuliramo letalo F-16 in ne le „nekaj“, kar je tem letalu bolj ali manj podobno. Ker uporabljamo približke in ocene lahko potrdimo le podobnost. Odgovor na vprašanje, kako dober približek realnega letala lahko zgradimo s programsko aplikacijo, ki je rezultat tega dela, bomo podali na koncu. Že predhodno naj poudarim, da bomo to oceno podali z mero *uporabnosti* dobljenega simulacijskega modela za namene nadaljnje uporabe.

Jedro pričujočega dela predstavlja nelinearni matematični model letala, ki je zgrajen povsem analitično z velikim številom nelinearnosti in nepoenostavljenimi opisi funkcijskih odvisnosti, z natančnimi opisi aerodinamičnih lastnosti ter upoštevanjem dinamičnih in statičnih podrobnosti. Načini reševanja problematike modeliranja kateregakoli letala, tega kompleksnega sistema, opis zapletenih in neanalitičnih zakonitosti aerodinamike in druge uporabljene rešitve pri izvedbi simulacij skega modela, bodo natančneje predstavljene v naslednjih poglavjih. Prav tako bosta predstavljeni tudi animacija leta in navezava na drugo programsko opremo, ki dokončno vdihne uporabnost programski aplikaciji, ki je rezultat tega dela. Študij tega dela zahteva pozornega bralca in če bo bralec ob tem našel in uporabil kakšno idejo, potem bo delo tudi na ta način koristno.

1.1 Aerodinamične sile

Vsako telo, ki se nahaja v zračnem toku, občuti silo, ki ga vleče v smeri zračnega toka. Ta sila se imenuje *sila zračnega upora*. Telo, ki se giblje skozi zrak, občuti to silo in ta vedno deluje v smeri, nasprotni od smeri gibanja. To pomeni, da se upira gibanju. Vendar na telesa različnih oblik in velikosti, ki se gibljejo skozi zrak, delujejo različno velike sile. Izkaže se, da je sila upora večja, če je večja *čelna površina* telesa. Sila upora močno zavisi tudi od oblike telesa in hitrosti gibanja.

Če bi imeli v zračnem toku ravno ploščo in bi jo obrnili za nek kot α (npr. $\alpha = 5^\circ$) glede na smer zračnega toka, bi se izkazalo, da rezultirajoča sila ne deluje popolnoma v skladu z zgornjo ugotovitvijo, torej, da "vleče" ploščo samo nazaj, temveč se pojavi tudi sila, ki "vleče" ploščo navzgor, torej pravokotno na smer zračnega toka. Ta navpično usmerjena sila, ki vleče ploščo pravokotno na gibanje zračnega toka, se imenuje *vzgonska sila*. S poskusi je moč dokazati tudi, da se obe sili, uporovna in vzgonska, povečata, če se poveča hitrost zračnega toka. Velikost obeh omenjenih sil se spremeni tudi, če se spremeni vpadni kot α . Pri manjšem vpadnem kotu postaneta obe sili manjši, pri večjem vpadnem kotu pa se obe sili povečata.



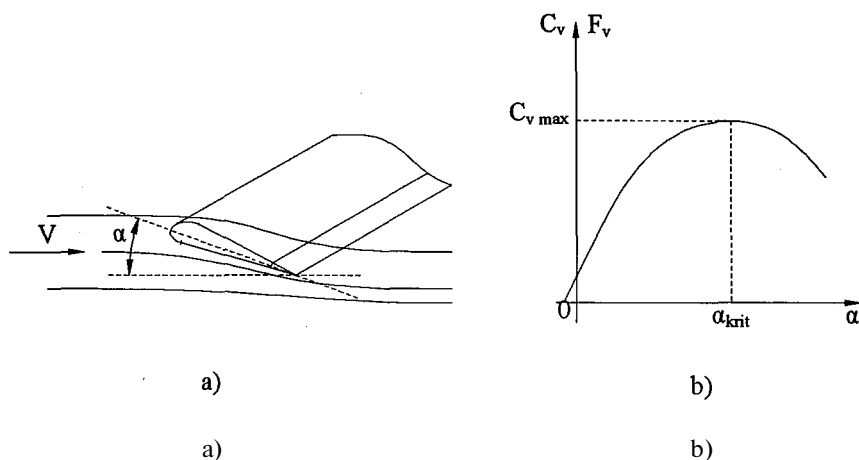
Slika 1.1: Ravna plošča v homogenem zračnem toku

Slika 1.1 kaže razmere, ko se neka ravna ploščica giblje v vodoravni smeri skozi okoliški zrak s hitrostjo V , glede na smer gibanja pa je nagnjena pod določenim kotom α . Pri tem je vseeno, ali se ploščica giblje skozi mirujoči zrak ali se gibljejo

zračne mase in plošča miruje. Vedno je pomembna relativna hitrost gibanja med telesom in zrakom, zato se imenuje ta hitrost *relativna hitrost* oziroma v letalstvu tudi *prava zračna hitrost* (torej hitrost glede na zrak). V nadaljnji uporabi bo označena z V . Na sliki 1.1 plošča miruje, premikajo pa se zračne gmote s hitrostjo V . Te gibajoče se zračne gmote, tj. zračni tok, ponazorimo z vzporednimi črtami - tokovnicami. Če so ravne in med seboj enakomerno oddaljene (kot so na sliki 1.1 pred naletom na ploščo), govorimo o *homogenem* zračnem toku. Ravna plošča spremeni njihov potek, da se poruši prvotno homogeni tok: tokovnice se odklonijo, mestoma zgostijo, vrtinčijo itd. Predvsem pa je moč opaziti, da zračne mase udarjajo na ploskev in jo skušajo odriniti. Na vsak del plošče delujejo majhne zračne sile. Te lahko združimo v eno samo nadomestno (rezultirajočo) zračno silo F_z , ki je na sliki 1.1 prikazana z vektorjem.

Za letalstvo je zelo pomembna ugotovitev, da zračna sila F_z na sliki 1.1 plošče (telesa) ne vleče samo nazaj, temveč tudi poševno navzgor. Silo (vektor) F_z lahko razstavimo na njeni dve pravokotni komponenti: komponenta F_u je projekcija celotne zračne sile F_z na smer gibanja, komponenta F_v pa projekcija pravokotno na to smer. Sila F_u "vleče" ploščo nazaj, torej se upira gibanju, sila F_v pa "vleče" ploščo navzgor in se torej upira sili zemeljske privlačnosti. Sila F_u je aerodinamična *sila zračnega upora*, sila F_v pa aerodinamična *sila vzgona*. Prva je v letalstvu škodljiva, druga pa koristna. Če dosežemo, da je sila vzgona F_v natančno tako velika, kot je sila teže plošče F_p , in je hkrati njeno prijemalisco natančno v težišču plošče, si obe navpični sili držita ravnotežje $F_v = F_p$.

Slika 1.2 a) prikazuje krilo letala v zračnem toku pod nekim pozitivnim kotom α . Krilo letala je aerodinamično oblikovano, tako da zračni tok lepo obide krilo in se zrak za krilom ne vrtinci, kar sicer predstavlja povečanje sile upora in je v aerodinamiki nezaželeno. Na sliki 1.2 b) je prikazan graf odvisnosti koeficienta vzgona C_v od vpadnega kota. Lepo lahko vidimo, da koeficient vzgona narašča z večanjem vpadnega kota α , vendar le do neke meje. Vpadni kot, kjer se začne koeficient vzgona zmanjševati, se imenuje *kritični vpadni kot* in se označuje kot α_{krit} .



Slika 1.2: Krilo letala v zračnem toku in graf koeficienta vzgona

Z večanjem vpadnega kota preko α_{krit} se koeficient vzgona zmanjšuje, medtem ko se koeficient upora še naprej povečuje. Za nekatere profile (nesimetrične profile) je značilno, da ustvarjajo vzgon že pri vpadnem kotu 0° . To se pozna na grafu tako, da pri vpadnem kotu 0° krivulja seka ordinatno os pri pozitivni vrednosti koeficienta C_v . Takšen profil nima vzgona pri nekem negativnem vpadnem kotu. Na grafu je to tam, kjer krivulja seka abscisno os in v grafu na sliki 1.2 b) ni posebej označeno. Koeficient upora se lahko podobno kot koeficient vzgona prikaže na grafu, kjer je na abscisni osi zopet vpadni kot. Za upor je značilno, da ima vseskozi neko pozitivno vrednost, na grafu pa se to vidi tako, da krivulja ne seka abscisne osi pri nobenem vpadnem kotu. Graf odvisnosti koeficienta upora C_u od vpadnega kota α na tem mestu ni podan, bo pa več govora o upor v naslednjih poglavjih in podpoglavjih. Oba koeficienta, tako koeficient vzgona kot koeficient upora, sta pomembna parametra pri analitičnem določanju sile vzgona ter sile upora.

1.1.1 Sila vzgona

Računsko se sila vzgona F_v določi po enačbi 1.1:

$$F_v = \frac{1}{2} \rho C_v V^2 S. \quad (1.1)$$

Gostota zraka je ρ , C_v je količnik vzgona, V je relativna hitrost gibanja in S ploščina krila. Iz enačbe je moč razbrati, da je vzgonska sila močno odvisna (kvadratna odvisnost) od relativne hitrosti, s katero se krilo (telo) giblje skozi zrak. Sila vzgona je sorazmerna površini krila in odvisna od koeficienta vzgona preko vpadnega kota krila. Sila vzgona deluje vedno *pravokotno na gibanje* in ne nujno le nasproti sili teže, kot bi se iz poimenovanja "vzgonska" lahko razumelo.

1.1.2 Sila zračnega upora

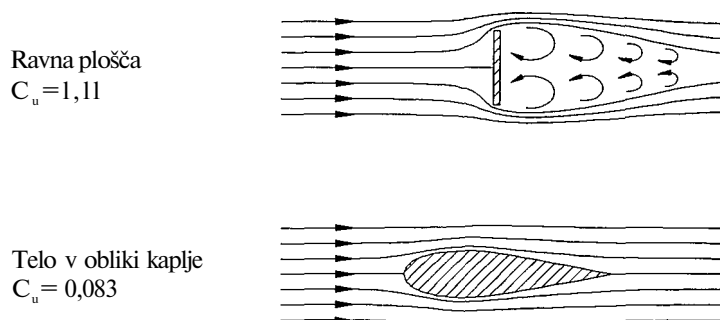
Sila zračnega upora nekega telesa, ki se giblje skozi zrak, je odvisna od velikosti in oblike telesa ter seveda od njegove relativne hitrosti V . Sila upora deluje vedno v *smeri gibanja* tako, da se upira gibanju. Matematično se lahko ta odvisnost poda z enačbo:

$$F_u = \frac{1}{2} \rho C_u V^2 S_\varepsilon. \quad (1.2)$$

Gostota zraka je ρ , C_u je količnik zračnega upora, V je že poznana relativna hitrost gibanja in S_ε je čelna ploščina (tj. projekcija telesa, pa tudi krila v smeri gibanja). Ker se čelna ploščina krila z vpadnim kotom spreminja, bi jo bilo potrebno pri določanju sile upora vedno znova izračunavati. Temu problemu se lahko izognemo tako, da namesto čelne ploščine krila upoštevamo ploščino celotnega krila. Le-ta se z vpadnim kotom ne spreminja. Takšno upoštevanje ploščine se vzame v obzir pri določanju koeficienta C_u . Enačba 1.2 dobi z upoštevanjem zgoraj navedenih poenostavitev naslednjo obliko:

$$F_u = \frac{1}{2} \rho C_u V^2 S. \quad (1.3)$$

V enačbi 1.3 za razliko od enačbe 1.2 nastopa namesto čelne ploščine S_c ploščina krila S , ki je neodvisna od vpadnega kota krila in je konstantna. Namesto koeficienta C_u pa nastopa koeficient C_u' , ki upošteva razliko v ploščinah. Enačba 1.3 je zelo podobna enačbi 1.1, razlika je le v koeficientih C_v ter C_u' . Iz enačbe 1.3 se vidi, da je tudi sila zračnega upora močno odvisna od hitrosti V , saj velja kvadratna odvisnost. Koeficient C_u' upošteva vpliv oblike telesa na zračni upor.



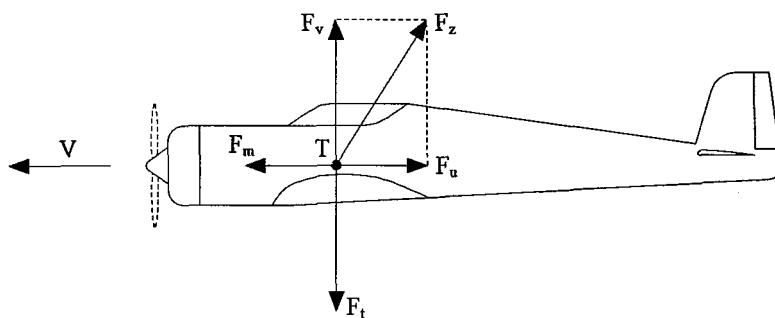
Slika 1.3: Zračna tokovna polja okoli različnih teles

Slika 1.3 kaže zračna tokovna polja za dve različni telesi. Čim manjši je koeficient upora, tem manjša je sila upora. Telo v obliki kaplje ima tako več kot 130-krat manjši koeficient upora kot pravokotno na zračni tok postavljena ravna plošča.

1.2 Koncept letala

Letalo je togo telo, ki se giblje v prostoru, in na katerega delujejo *sile* ter *navori*, ki so različnih izvorov. To so lahko sile, ki so posledica aerodinamičnih zakonitosti, sile, ki nastanejo zaradi delovanja pogona, sile zaradi gravitacije, sile zaradi delovanja vetra, druge sile, ki imajo izvor v neželenih spremnih učinkih leta, in sile, ki nastanejo zaradi drugih znanih ali neznanih vzrokov. Spremembo smeri leta letala je torej možno doseči le, če na telo delujejo sile, ki spremenijo smer gibanja letala. Vsaka sila, ki deluje na letalo in ima svoje prijemališče izmaknjeno glede na težišče letala, povzroča navor in le-ta povzroča *vrtenje* letala v prostoru. Na podlagi slednje ugotovitve lahko zaključimo, da je gibanje letala v prostoru v grobem sestavljeno iz dveh vrst gibanja. Prva vrsta gibanja je *translatorno gibanje*, ki povzroča spremembo *lege* letala v prostoru, druga vrsta gibanja pa je *rotacijsko gibanje*, ki povzroča spremembo orientacije oz. lege. Poleg naštetih vrst gibanja je potrebno upoštevati tudi *odklone krmilnih površin* okrog šarnirnih osi. V končni obliki predpostavimo, da imajo vse sile, ki delujejo na letalo, prijemališče v masnem težišču letala in vsi navori, ki delujejo na letalo, ga vrtijo okrog vrtilišča, ki je zopet masno težišče letala. Težišče letala rje torej posebna točka, kjer imajo vse sile, ki delujejo na letalo, svoje prijemališče in vsi navori, ki delujejo na letalo, svoje vrtilišče. Točko, ki predstavlja težišče telesa, se izračuna kot točko okrog katere velja ravnovesje navorov vseh masnih točk togega telesa. To pomeni, da je v točki težišča letala zbrana vsa masa letala in v tej točki letalo občuti tudi svojo *težo* - gravitacijsko silo F_g . Težišče letala je torej prav posebna točka in v nadaljevanju bomo njene lastnosti še večkrat koristno uporabili. Na sliki 1.4 so prikazane razmere na letalu - ravnotežje sil, zaradi lastnosti leta pa je vsota vseh navorov, ki delujejo na letalo enaka 0.

Če je pri opisu gibanja zelo primerno uporabljati sile kot rezultante, tj. da delovanje več sil nadomesti ena rezultirajoča, pa si pri opisu razmer na posameznem delu letala z rezultanto ne moremo pomagati prav nič. Nenazadnje moramo do rezultante šele priti, to pa pomeni, da moramo poznati prav vse posamezne prispevke sil.



Slika 1.4: Letalo v ustaljenem premočrtnem vodoravnem letu

Če ob sliki 1.4 razmislimo o sili upora F_u , potem je skupna sila upora letala F_u rezultat vsote sil upora krila, trupa, repnega višinskega stabilizatorja, višinskega krmila, repnega smernega stabilizatorja, smernega krmila pa tudi zakrilc in krilc. Podobno velja tudi za silo vzgona F_v . Zato je potrebno te komponente na nek način tudi določiti. Vse torej sloni na uporabi enačb 1.1 in 1.3. Seveda pa z uporabo zgolj teh dveh enačb ni moč opisati celotne aerodinamike letala, kot bomo videli v poglavju 2. Opis aerodinamičnih zakonitosti je zapleten in zahteven postopek.

Na letalo delujejo še druge sile. Pogonsko silo F_m , imenovano tudi potisna sila ali potisk, povzroča vrteča se elisa (propeler), ki poganja tok zraka v nasprotno smer. Ta sila je odvisna od gostote zraka, oblike propelerja, dimenzij propelerja, hitrosti zraka, ki vpada na krake propelerja, in še vrsto drugih vplivnih parametrov. Nenazadnje na let letala pomembno vplivata tudi pozicija in lega motorja na letalu. Na letalo vpliva tudi veter, ki ga odnaša iz začrtane smeri leta. Veter povzroča tudi sile, na katere se letalo odzove tako, da se postavi v lego optimalnega obtekanja zraka. Končno se razmere na letalu spreminjajo tudi zaradi samega načina leta. Če se spreminja način gibanja, splošnem primeru pomeni, da se spreminja način translatorskega in rotacijskega gibanja. To nadalje pomeni, da vsaj hitrosti katerihkoli komplementarnih sestavnih delov letala (recimo leva in desna polovica krila, levo in desno zakrilce ...) niso enake. Izkáže se celo, da tudi vpadni koti niso enaki, kar nadalje pomeni, da tudi koeficienti vzgona in upora sestavnih delov letala (leve in desne polovice krila, levega in desnega zakrilca, leve in desne polovice višinskega krmila ...) niso enaki. Posledično niso enake sile vzgona in upora in zato nastanejo

navori, ki vrtijo letalo. Vrtenje zopet ustvarja neenake razmere, spremeni se hitrost gibanja, vplivi se poznajo na potisni sili motorja in na letalo delujejo drugačne sile vetra ... in cikel se zopet ponovi. Naš namen pri tem je jasen. Vse našteje vplive želimo zajeti, opisati in upoštevati ter v vsakem trenutku poznati pozicijo in lego letala v prostoru.

1.3 Simulacija in animacija leta

Simulacija leta letala je strogo gledano pravzaprav gibanje objekta v prostoru v 6-prostostnih stopnjah, kar je v tuji literaturi najpogosteje označeno kot 6 DOF (*6 degree of freedom*). Od tega predstavljajo tri prostostne stopnje gibanja v smereh treh osi Kartezijevega koordinatnega sistema in tri prostostne stopnje vrtenje okrog le-teh koordinatnih osi. Potrebujemo torej tri komponente hitrosti gibanja v smereh koordinatnih osi in tri kotne hitrosti vrtenja okrog teh koordinatnih osi. Izkaže se, kot bomo kasneje pokazali, da je za opis leta letala primerneje uporabiti skupno hitrost leta in dva vpadna kota namesto treh komponent hitrosti. Pri obravnavi dinamike letala v inercialnem koordinatnem sistemu se s spremembo lege letala spreminjajo masni vztrajnostni momenti. To je velika pomankljivost, saj bi bilo na ta način potrebno vedno znova računati vztrajnostne momente letala. Primerneje je uporabiti koordinatni sistem, ki je vezan na letalo (vztrajnostni momenti se z lego letala v njem ne spreminjajo) ter uporabiti Eulerjeve enačbe gibanja za premični koordinatni sistem. S tem pa avtomatično definiramo še en koordinatni sistem, ki je fiksni in ga bomo imenovali kar *izhodiščni koordinatni sistem* ali *koordinatni sistem Zemlje*. Na tem mestu velja poudariti, da ne gre za nobeno povezavo s koordinatnim sistemom, v katerem sta definirani zemljepisna dolžina in širina Zemlje, pač pa za povsem neodvisen koordinatni sistem, ki ga postavimo kamorkoli, običajno pa na mestu začetka opazovanja gibanja letala. Popolni opis gibanja letala torej podaja 12 spremenljivk. Od tega jih je 6 definiranih v koordinatnem sistemu letala, preostale pa v koordinatnem sistemu Zemlje. Za opis dinamike letala potrebujemo tudi vztrajnostne momente letala. To so povsem konstrukcijsko pogojene veličine in na način, kot bomo opisali gibanje letala, potrebujemo enkratni izračun vztrajnostnih momentov v koordinatnem sistemu, ki je trdno vpet na letalo in se z njim giblje. V simulacijski sistem letala vstopa tudi sistem krmil, njihov vpliv pa najlažje zajamemo v opisu aerodinamike letala. Zajeti moramo še pogon, gravitacijo, veter, gostoto zraka in še vrsto drugih pomembnih vplivov, za katere ocenimo, da so pomembni in neizogibni pri gradnji simulacijskega modela. Posebej velja poudariti, da sta v našem primeru modeliranje letala in simuliranje leta letala še tesneje povezana v smislu, da

kar želimo modelirati in matematično opisati, želimo tudi realizirati v simulacijskem modelu. Ne želimo torej modelirati podrobnosti, ki jih iz takšnih ali drugačnih razlogov ne bi mogli realizirati v simulacijskem modelu.

Simulacijski opis gibanja letala je ciklični postopek, kjer potrebujemo za opis lege in pozicije letala v danem trenutku poznane vrednosti spremenljivk v enem (ali več) koraku prej. Gre torej za reševanje diferencialnih enačb in uporabo postopkov reševanja, zato je numerična metoda integracije neizogibna. Postopkov numerične integracije v tem delu ne bomo obravnavali, čeprav so ta znanja še kako dobrodošla. Zlasti obravnava pogreškov metod numerične integracije in vpliv teh metod na stabilnost simulacije. Programski paketi, ki jih bomo uporabili, so kvalitetni in preizkušeni, zato se napakam in pomankljivostim, ki jih vnašajo integracijske in druge numerične metode v simulacijski proces, ne bomo posebej posvečali. Kljub temu je osnove numerične matematike koristno poznati. Že zato, da se znamo napak in pogreškov ubraniti in da jih po nepotrebnem ne pripišemo obnašanju letal. Vedno je koristno poskusiti z dvema integracijskima metodama ali pa spremeniti korak integracije. Posebno nevarnost predstavljajo algebraične zanke, ki se jim skušamo na vsak način izogniti in katerim namenjamo le toliko časa, da omenimo njihov obstoj in nevarnosti.

Programsko okolje, v katerem bomo zgradili simulacijski model, je *Matlab-Simulink*, izdaja R12. Programsko okolje je zelo poznano, razširjeno in je podprto z veliko knjižnicami. Poleg tega je v *Matlabu* narejenih že nekaj podobnih poskusov modeliranja letala in vsi ti primeri so dostopni na spletu. Poleg osnovnega programa za simulacijo bomo uporabili tudi druge programe, s pomočjo katerih bomo dobili razne podatke ali nam bodo v pomoč pri animiranju leta letala. *Profili 2* so komercialno dosegljiv program, s pomočjo katerega lahko dobimo pomembne podatke o profilih, tako obliko profilov kot koeficiente vzgona in upora ter porazdelitev tlaka okrog profila. *FlightGear Flight Simulator (FGFS)* je program, ki omogoča simulacijo letenja z vizualizacijo območja letenja, kar je lahko katerikoli predel na Zemlji. Program uporablja digitalizirane zemljevide z resolucijo 1 km in uporablja realne teksture terena. V kombinaciji s programom *Flight Gear Scenery*

Designer (FGSD) lahko uporabnik sam gradi lastne scene in postavlja poljubne 3D objekte. Od vseh funkcionalnosti programa *FGFS* bomo uporabili zgolj animacijo leta letala nad značilnimi območji v Sloveniji in drugod. Oba programa, *FGFS* in *FGSD*, sta dostopna v odprti kodi in sta neodvisna od operacijskega sistema. Kot rezultat in povzetek rešitev, ki so podane v tem magistrskem delu, bo predstavljena programska aplikacija *SIMDLAV* (Simulacija dinamike letala, animacija in vodenje), ki teče v okolju *Matlab-Simulink* in je avtorsko delo avtorja te magistrske naloge. Na koncu bodo predstavljene možnosti, ki jih *SIMDLAV* v povezavi z drugimi programi nudi in podane bodo možnosti uporabe programske aplikacije.

1.4 Sklep

V uvodnem poglavju sem podal problematiko, katere iskanje rešitev bo osrednje vodilo tega dela. Podani so osnovni izrazi, ki jih bomo vseskozi uporabljali in na preprost način je predstavljen uvod v aerodinamične zakonitosti. Rešitev povzema programska aplikacija *SIMDLAV*, njena uporabnost in upravičenost pa bo podana na primerih.

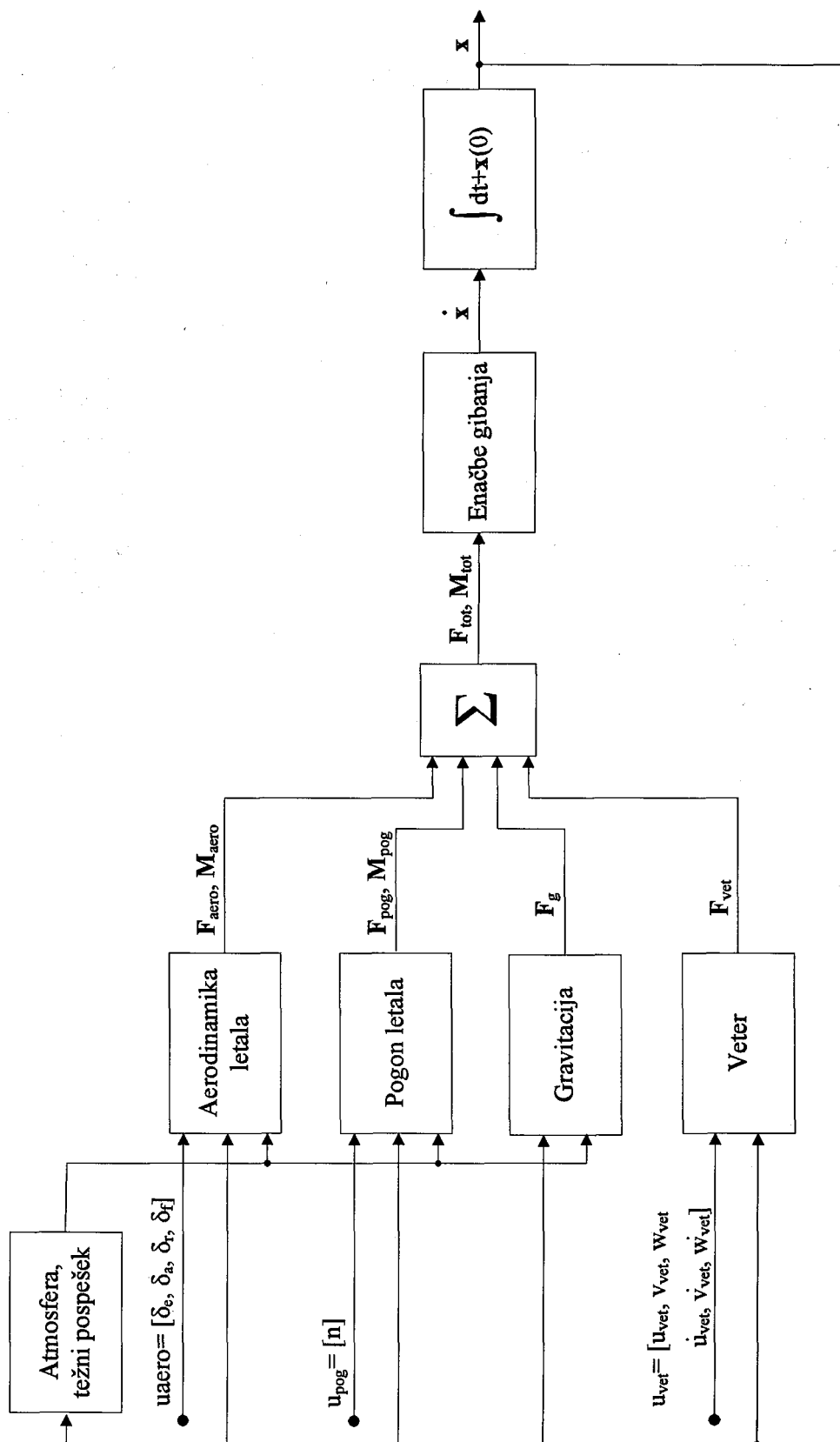
2 Nelinearni matematični model letala

2.1 Model letala

Glede na ugotovitve iz uvodnega poglavja lahko za nelinearni matematični model letala predpostavimo in smatramo, da bo sestavljen iz dveh glavnih delov, ki ju je moč obravnavati ločeno. V prvem delu, ki ga bomo imenovali tudi kot del, ki opisuje *dinamiko letala* in zajema štiri zaključene celote, se določijo vse sile in navori, ki delujejo na letalo. V tem delu so zajete: *gravitacijska sila*, sile ter navori zaradi delovanja *pogona* letala, sile in navori, ki delujejo na letalo in so posledica *aerodinamičnih sil*, ter sile, ki so posledica *vetra*. Ta del zajema tudi zapletene medsebojne vplive vseh štirih izvorov sil, ki delujejo na letalo. V prvem delu lahko opišemo tudi *atmosferske* spremenljivke, ki imajo pomemben vpliv na obnašanje letala v letu. Drugi del modela letala pa predstavljajo *enačbe gibanja*, za katere so aerodinamične sile in navori skupaj z drugimi silami in navori vhodi. Drugi del modela letala opiše gibanje letala v prostoru. Rezultat enačb gibanja je dvanajst spremenljivk, ki opisujejo gibanje (let) letala v prostoru. Če pogledamo na matematični model letala bolj sistemsko, potem so vhodi v sistem odkloni krmil [δ_{elevator} δ_{aileron} δ_{rudder} δ_{flap}] ter vrtljaji motorja [n], spremenljivke stanja predstavljajo odvodi dvanajstih spremenljivk, ki opišejo let letala v prostoru, izhod iz sistema pa je poleg spremenljivk, ki opisujejo let letala, lahko še vrsta drugih parametrov. Veter

predstavlja motnje v sistemu, ki vstopajo na različnih mestih modela letala, križne povezave v sistemu pa predstavljajo medsebojni vplivi sklopov, ki predstavljajo dinamiko letala. Razumljivo je, da nekatere izhodne spremenljivke tvorijo povratno zvezo in predstavljajo vhode v sklope, ki določajo dinamiko letala. Izhod iz nelinearnega matematičnega modela so lahko katerekoli spremenljivke, ki so pomembne pri opisu leta letala, medtem ko se pri realnem letalu pojavi problem merjenja določenih spremenljivk. Pri simulaciji je zato poudarek le na tistih spremenljivkah, ki jih je moč meriti pri realnem letalu in tudi na ta način bomo vzdrževali vzporednost med realnim letalom in modelom. V fazi simulacije je pomembno določiti odklone krmil ter *začetne pogoje*, da letalo ohranja nek stabilen let (let naravnost, let v zavoju). Takšnemu režimu leta lahko rečemo *delovna točka* in nelinearni model lahko lineariziramo v delovni točki. Uravnoveženje letala zato igra pomembno vlogo. Slika 2.1 podaja glavne sestavne dele nelinearnega modela letala. Izhodi iz prvega dela so sile, označene z F , in navori, označeni z M , ter s pripadajočim indeksom. Površno lahko po sliki omenimo tudi del, kjer se izvaja numerična integracija, katere problematiko ne bomo obravnavali. V povezavi z delom, kjer se izvaja integracija, omenimo le še začetne pogoje, ki so rezultat postopka uravnovežanja (trimanja) letala, in preprosto povedano predstavljajo način leta letala ob začetku izvajanja simulacije, natančneje povedano pa začetni pogoji pomenijo vrednosti spremenljivk stanj ob času $t = 0$.

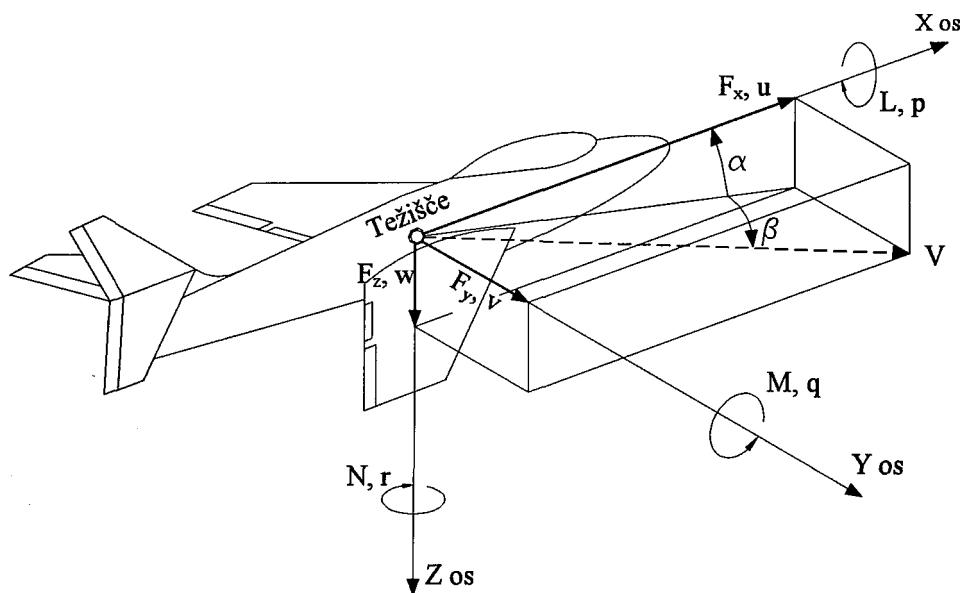
Model letala bomo torej obravnavali na način, kot je prikazan na sliki 2.1. Opozoriti velja na povezave med bloki v bločni shemi. Povezave namreč ne gre razumeti dobesedno, in sicer da prav vse spremenljivke, ki jih nadomešča neka vez v bločni shemi, tako ali drugače vplivajo na določen blok v shemi. Vplivajo le nekatere izmed njih. V naslednjih dopoglavjih bomo skušali zajeti, katere spremenljivke vplivajo na katerega od delov, ki določa dinamiko letala in na kakšen način.



Slika 2.1: Bločni diagram nelinearnega modela letala

2.2 Koordinatni sistemi in definicija veličin

Slika 2.2 prikazuje postavitev koordinatnega sistema na letalo in v njem definirane veličine. Koordinatni sistem je vpet na letalo tako, da gre os x vzdolžno skozi trup, os y gre skozi ravnino krila, os z pa je pravokotna na ravnino xy . Vse veličine, ki so podane na spodnji sliki, so vrisane tako, da ponazarjajo pozitivno vrednost.



Slika 2.2: Koordinatni sistem letala in definicija veličin

Na zgornji sliki definirane veličine s simboli pomenijo:

V – hitrost letala

α – vpadni kot (*angle of attack*)

β – kot bočnega drsenja (*sideslip angle*)

p – kotna hitrost vrtenja okrog osi x (*roll*)

q – kotna hitrost vrtenja okrog osi y (*pitch*)

r – kotna hitrost vrtenja okrog osi z (*yaw*)

u – komponenta hitrosti letala v smeri osi x

v – komponenta hitrosti letala v smeri osi y

w – komponenta hitrosti letala v smeri osi z

F_x - sila, ki deluje na letalo v smeri osi x

F_y - sila, ki deluje na letalo v smeri osi y

F_z - sila, ki deluje na letalo v smeri osi z

L - navor, ki vrti letalo okrog osi x

M - navor, ki vrti letalo okrog osi y

N - navor, ki vrti letalo okrog osi z

Relacije med veličinami, ki so podane na sliki 2.2, so podane z enačbami od 2.1 do 2.3 in izpeljane v podpoglavju 2.3. Vse veličine, prikazane na sliki 2.2, so definirane v koordinatnem sistemu letala. Izkaže se, da je v primeru obravnavanja leta letala bolj primerno uporabiti dejansko hitrost letala V , vpadni kot letala α ter kot bočnega drsenja β namesto translacijskih komponent hitrosti u , v , w vzdolž osi koordinatnega sistema. Pretvorbo podajajo enačbe 2.1, 2.2 in 2.3:

$$V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}, \quad (2.1)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{w}{u}\right), \quad (2.2)$$

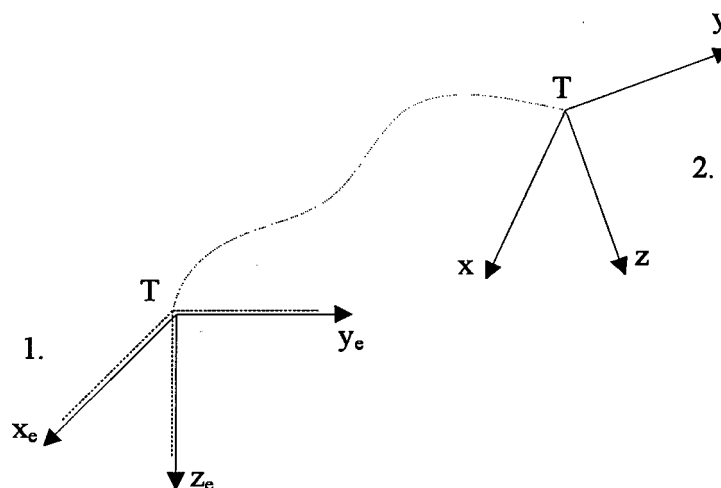
$$\beta = \arctan\left(\frac{v}{\sqrt{u^2 + w^2}}\right). \quad (2.3)$$

Obraten zapis, kjer so izražene komponente hitrosti vzdolž osi letala, pa so podane z enačbo 2.4, je zapisana v vektorski obliki:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = V \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta \\ \sin \beta \\ \sin \alpha \cos \beta \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Poleg koordinatnega sistema, ki je vpet na letalo in se z njim tudi premika, je pri opisu leta letala potrebno imeti še en koordinatni sistem, ki ga imenujemo koordinatni sistem Zemlje in ga označujemo z indeksom E (Earth). Ta koordinatni sistem je fiksni in usmerjen tako, da os x_e kaže v smeri severa, os y_e kaže v smeri vzhoda in os z_e kaže v smeri delovanja gravitacijske sile. Orientacija (usmerjenost) tega koordinatnega sistema je pomembna in za omenjeno orientacijo bomo kasneje navedli pripadajoče enačbe gibanja. Kje ima izhodišče ta koordinatni sistem, je

popolnoma vseeno. Običajno ga postavimo v točko, kjer začnemo opazovati let letala. S pomočjo tega koordinatnega izhodišča dobimo informacijo o poziciji in legi letala. Pozicijo letala določijo koordinate x_e , y_e in z_e , lego letala pa določajo koti ψ , θ , φ (Eulerjevi koti). Vseh teh šest spremenljivk je izraženih v koordinatnem sistemu Zemlje. Definicijo veličin v koordinatnem sistemu Zemlje je moč razbrati iz slike 2.3.



Slika 2.3: Koordinatni sistem Zemlje ter določanje pozicije in lege

S pomočjo slike 2.3 bomo nazorneje razložili pomen veličin, ki opišejo pozicijo in lego letala. Predpostavimo, da sta v začetku opazovanja koordinatna sistema letala in Zemlje popolnoma poravnana (1. korak). Koordinatni sistem Zemlje ima koordinatne osi označene z x_e , y_e in z_e , medtem ko koordinatni sistem letala z osmi x , y , z , sovpada z Zemljinim koordinatnim sistemom in je označen le črtkano. V nadaljevanju letalo nadaljuje svojo pot in ga zopet opazujemo v nekem drugem trenutku (2. korak). Letalo je medtem naredilo neko pot in se glede na Zemljin koordinatni sistem nekoliko zasukalo. Pozicijo letala opišemo s koordinatami x_e , y_e in z_e v koordinatnem sistemu Zemlje, tako da poznamo njegov položaj (položaj težišča T). Na tem mestu velja opozoriti, da je koordinatni sistem Zemlje upoštevan nekoliko drugače, kot je prikazano na sliki 2.3 v 1. koraku. Razlika je le v tem, da je pri simulaciji pozitivna os z usmerjena navzgor in ne navzdol, kot je prikazano na sliki 2.3. Kasneje določene enačbe gibanja so izpeljane za orientacijo koordinatnega

sistema po sliki 2.3, vendar enačbo za višino spremenimo na način, kot ga podaja enačba 2.5:

$$-z_e = H \quad (2.5)$$

S to preprosto enačbo navidezno zavrtimo os z koordinatnega sistema Zemlje za 180° glede na sliko 2.3 v 1. koraku, da kaže navzgor. Na ta način ima številčna vrednost višine leta letala pozitiven predznak. Vse ostalo pa ostane nespremenjeno in druge spremembe niso potrebne. Pozicija letala je tako izražena s koordinatami x_e, y_e, H v koordinatnem sistemu Zemlje. Pri opisu leta letala moramo poznati tudi, kako obrnjen (zasukan) leti, oziroma poznati moramo njegovo trenutno lego glede na neko izhodiščno lego. Po sliki 2.3 se je do drugega koraka opazovanja letalo nekoliko zavrtelo. Zasuke okrog posameznih osi koordinatnega sistema letala opišemo s koti ψ, θ, φ . Če se je letalo med letom zasukalo za kot φ okrog osi x koordinatnega sistema letala, za kot θ okrog osi y koordinatnega sistema letala ter še za kot ψ okrog osi z koordinatnega sistema letala, potem natančno vemo, kakšna je lega koordinatnega sistema letala (tudi letala samega) glede na izhodiščno lego koordinatnega sistema Zemlje. Omenjeno določanje lege je bilo sicer preprosto, dejansko pa določanje lege poteka preko transformacijskih matrik, ki opišejo vsako vrtenje posebej. Transformacijske matrike so podane spodaj:

$$\Psi = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Kompletna transformacijska matrika, ki sodeluje pri pretvorbi iz koordinatnega sistema letala v koordinatni sistem Zemlje, se glasi:

$$\mathbf{T}_{L \rightarrow Z} = \Phi \cdot \Theta \cdot \Psi. \quad (2.9)$$

Spremenljivke, ki nosijo informacije, pomembne pri opisu leta splošnega togega telesa, imenujemo *stanja*. Omenjene spremenljivke lahko zapišemo v obliki vektorja, ki ga imenujemo *vektor stanj* in ga podaja enačba 2.10:

$$\mathbf{x} = [u \ v \ w \ p \ q \ r \ \psi \ \theta \ \varphi \ x_e \ y_e \ H]^T. \quad (2.10)$$

Vektor stanj po enačbi 2.10 vsebuje spremenljivke, ki vsebujejo informacije za opis gibanja splošnega togega telesa. Za opis gibanja letala je primernejši nekoliko spremenjen vektor stanj. Pri obravnavi letala so bolj uporabne spremenljivke, ki podajajo skupno hitrost letala V , vpadni kot α in kot bočnega drsenja β namesto komponent hitrosti u , v , w . Pretvorbo med temi spremenljivkami podajajo enačbe od 2.1 do 2.3, vektor stanj, ki je uporabnejši pri opisu gibanja letal, je podan z enačbo 2.11:

$$\mathbf{x} = [V \ \alpha \ \beta \ p \ q \ r \ \psi \ \theta \ \varphi \ x_e \ y_e \ H]^T. \quad (2.11)$$

Glede na sliko 2.1 so vhodi v enačbe gibanja sile F_{tot} in navori M_{tot} , izhod iz enačb gibanja pa časovni odvod vektorja stanj $\dot{\mathbf{x}}$. Enačbe gibanja torej podajajo izračun odvodov vseh dvanajstih spremenljivk stanj. Ko so znani vsi odvodi spremenljivk stanj, jih je potrebno samo še integrirati. Ker so spremenljivke stanj izhodi iz integratorjev, hipne spremembe njihovih vrednosti niso mogoče.

2.3 Enačbe gibanja

Dinamika letala je precej kompleksna. Pri opisu nelinearnega modela letala so poleg premikanja letala v prostoru, ki zajema translacijo v treh smereh in rotacijo okrog treh osi, upoštevani še odkloni krmil okrog šarnirnih osi. Letalo je pri analizi dinamike gibanja obravnavano kot togo telo, pri čemer je uporabljen premični koordinatni sistem, vezan na letalo. Enačbe gibanja so rezultat osnovne Newtonove mehanike. Splošni enačbi, ki podajata sile in napore, ki delujejo na togo telo, sta podani spodaj:

$$\mathbf{F} = m \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} \right), \quad (2.12)$$

$$\mathbf{M} = \frac{\partial (\mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\Omega})}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\Omega}). \quad (2.13)$$

Zgornji enačbi opisujeta gibanje togega telesa relativno v inercialnem koordinatnem sistemu. V enačbah podani vektorji pomenijo: $\mathbf{V} = [UVW]^T$ je vektor translacijskih komponent hitrosti težišča letala, $\boldsymbol{\Omega} = [pqr]^T$ je vektor rotacijskih (kotnih) hitrosti pri vrtenju okrog težišča letala, $\mathbf{F} = [F_x F_y F_z]^T$ je vektor vsote vseh zunanjih sil v smereh osi koordinatnega sistema, $\mathbf{M} = [LMN]^T$ je vektor vsote vseh zunanjih navorov letala in m je masa letala. Matrika \mathbf{I} je tenzor vztrajnostnih momentov in je podana z enačbo 2.14:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & I_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

Pri obravnavi dinamike letala v inercialnem koordinatnem sistemu se s spremembo lege letala spreminjajo masni vztrajnostni momenti. Zato je primerneje uporabiti koordinatni sistem, ki je vezan na letalo (vztrajnostni momenti se z lego letala ne spreminjajo), ter Eulerjeve enačbe gibanja za premični koordinatni sistem. Enačbi

2.12 in 2.13 je za simulacijske zahteve potrebno nekoliko spremeniti in izraziti časovne odvode, tako preideta v naslednji obliki:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = \frac{\mathbf{F}}{m} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}, \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\Omega}}{\partial t} = \mathbf{I}^{-1} (\mathbf{M} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\Omega}). \quad (2.16)$$

Enačbi 2.15 in 2.16 skupaj predstavljata zapis v prostoru stanj, ki velja za opis gibanja kateregakoli togega telesa (letalo, ladjo, cestno vozilo ...). Ti dve enačbi predstavljata pomemben del simulacijskega modela letala. Komponente translacijskih in rotacijskih hitrosti, usmerjene in orientirane po oseh koordinatnega sistema, so *spremenljivke stanj* sistema, medtem ko zunanje sile in navori, usmerjeni in orientirani po oseh koordinatnega sistema, predstavljajo *vhode* v enačbe gibanja.

Zunanje sile in navori so odvisni od spremenljivk gibanja letala. Z drugimi besedami, spremenljivke stanja tvorijo povratno zvezo preko sil in momentov nazaj na vhod enačb gibanja. S to ugotovitvijo je moč združiti omenjeni enačbi v nelinearni sistem v prostoru stanj, ki ga lahko zapišemo:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{F}_{tot}(t), \mathbf{M}_{tot}(t)), \quad (2.17)$$

kjer sta:

$$\mathbf{F}_{tot} = \mathbf{g}_1(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \quad (2.18)$$

$$\mathbf{M}_{tot} = \mathbf{g}_2(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t). \quad (2.19)$$

Zgornje tri enačbe je moč zapisati z eno ekvivalentno nelinearno enačbo stanj:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t). \quad (2.20)$$

Vektor stanj je \mathbf{x} , \mathbf{u} je vhodni vektor in t čas. Iz enačb 2.16 in 2.17 je očitno, da vsebuje vektor stanj \mathbf{x} translacijske in rotacijske komponente hitrosti iz vektorjev \mathbf{V} in $\boldsymbol{\Omega}$. Kasneje bo tem spremenljivkam stanj dodanih še šest dodatnih spremenljivk stanj, ki definirajo pozicijo in lego (orientacijo) letala glede na Zemljo in so potrebne pri rešitvi teh enačb.

Vektor stanj \mathbf{x} očitno vsebuje translacijske in rotacijske komponente hitrosti, tj. elemente iz vektorjev V in Ω . Poleg omenjenih spremenljivk stanj so potrebne še spremenljivke, ki podajajo informacijo o prostorski orientaciji letala. Z njihovo pomočjo je moč določiti prispevke sil po komponentah, ki jih prispevata gravitacija in veter. Koordinate v Zemljinem koordinatnem sistemu, kjer se nahaja letalo, sicer niso nujne za rešitev enačb gibanja, so pa uporabne za vrsto drugih namenov. Popoln vektor stanj \mathbf{x} je torej sestavljen iz dvanajstih elementov: treh translacijskih hitrosti v koordinatnem sistemu letala, treh rotacijskih hitrosti v koordinatnem sistemu letala, treh Eulerjevih kotov, ki podajajo orientacijo letala relativno glede na Zemljo, dveh koordinat ter višine, ki skupaj določajo pozicijo letala relativno glede na Zemljo. Sestavo vektorja stanj je moč razbrati iz zapisa enačb 2.21 oziroma 2.22:

$$\mathbf{x} = [u \ v \ w \ p \ q \ r \ \psi \ \theta \ \phi \ x_e \ y_e \ H]^T. \quad (2.21)$$

Zgradba vektorja stanj \mathbf{x} , kije uporabnejši pri opisu letal, je podan spodaj:

$$\mathbf{x} = [V \ \alpha \ \beta \ p \ q \ r \ \psi \ \theta \ \phi \ x_e \ y_e \ H]^T. \quad (2.23)$$

Na tem mestu velja ponovno proučiti sliko 2.1. Ta nam daje grafični prikaz vseh vplivov na dinamiko togega telesa. Vsi sestavni deli slike 2.1 skupaj tvorijo nelinearni sistem letala v prostoru stanj, ki ga podaja enačba 2.17. Vrednosti spremenljivk stanj se določijo z integracijo njihovih časovnih odvodov z upoštevanjem začetne vrednosti vektorja stanj $\mathbf{x}(0)$. Z namenom da se določijo časovni odvodi spremenljivk stanj, so spremenljivke stanj povratno povezane z enačbami sil in navorov ter enačbami gibanja. Vse sile in navori morajo biti izraženi v koordinatnem sistemu letala.

Do sedaj ni bilo veliko povedanega o časovnem odvodu vektorja stanj $\dot{\mathbf{i}}$, ki ga je potrebno še integrirati, da dobimo vektor stanj \mathbf{x} . Zgradba časovnega odvoda vektorja stanj $\dot{\mathbf{i}}$ podaja sledeča enačba:

$$\dot{\mathbf{x}} = [\dot{V} \ \dot{\alpha} \ \dot{\beta} \ \dot{p} \ \dot{q} \ \dot{r} \ \dot{\psi} \ \dot{\theta} \ \dot{\phi} \ \dot{x}_e \ \dot{y}_e \ \dot{H}]^T. \quad (2.23)$$

Enačbe, iz katerih je moč sestaviti omenjeni odvod vektorja stanj in so dejansko enačbe gibanja, so podane spodaj od 2.24 do 2.35:

$$\dot{V} = \frac{1}{m} (F_x \cos \alpha \cos \beta + F_y \sin \beta + F_z \sin \alpha \cos \beta), \quad (2.24)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{Vm \cos \beta} (-F_x \sin \alpha + F_z \cos \alpha) + q - (p \cos \alpha + r \sin \alpha) \tan \beta, \quad (2.25)$$

$$\dot{\beta} = \frac{1}{Vm} (-F_x \cos \alpha \sin \beta + F_y \cos \beta - F_z \sin \alpha \sin \beta) + p \sin \alpha - r \cos \alpha, \quad (2.26)$$

$$\dot{p} = P_{pp} p^2 + P_{pq} pq + P_{pr} pr + P_{qq} q^2 + P_{qr} qr + P_{rr} r^2 + P_l L + P_m M + P_n N, \quad (2.27)$$

$$\dot{q} = Q_{pp} p^2 + Q_{pq} pq + Q_{pr} pr + Q_{qq} q^2 + Q_{qr} qr + Q_{rr} r^2 + Q_l L + Q_m M + Q_n N, \quad (2.28)$$

$$\dot{r} = R_{pp} p^2 + R_{pq} pq + R_{pr} pr + R_{qq} q^2 + R_{qr} qr + R_{rr} r^2 + R_l L + R_m M + R_n N, \quad (2.29)$$

$$\dot{\psi} = \frac{q \sin \varphi + r \cos \varphi}{\cos \theta}, \quad (2.30)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \varphi - r \sin \varphi, \quad (2.31)$$

$$\dot{\varphi} = p + q \sin \varphi \tan \theta + r \cos \varphi \tan \theta = p + \dot{\psi} \sin \theta, \quad (2.32)$$

$$\dot{x}_e = u \cos \theta \cos \psi + v (\sin \varphi \sin \theta \cos \psi - \cos \varphi \sin \psi) + w (\cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi), \quad (2.33)$$

$$\dot{y}_e = u \cos \theta \sin \psi + v (\sin \varphi \sin \theta \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi) + w (\cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi), \quad (2.34)$$

$$\dot{H} = -(u \sin \theta + v \sin \varphi \cos \theta + w \cos \varphi \cos \theta). \quad (2.35)$$

P_{pp} , P_{pq} , ..., R_n so koeficienti, ki so rezultat matričnega množenja in so sestavljeni zgolj iz členov matrike tenzorja vztrajnostnih momentov I. Enačbe za izračun teh koeficientov so podane v tabeli v Prilogi A. V Prilogi A je zajeta tudi izpeljava enačb gibanja za togo telo.

Navidez kompliciran zapis sistema enačb, zlasti če upoštevamo še relacije iz tabele A.2 v Prilogi A, se zelo poenostavi, če so vsi trije deviacijski vztrajnostni momenti J_{xy} , J_{xz} in J_{yz} enaki 0. To je takrat, ko je letalo povsem simetrično. Deviacijski vztrajnostni momenti povedo (ne)simetrijo letala glede na ravnine, ki jih napenjajo koordinatne osi koordinatnega sistema letala. Običajno je od vseh treh deviacijskih vztrajnostnih momentov od nič različen le J_{xy} , ostala dva pa sta enaka 0 ali zelo blizu

tej vrednosti. Odvisno je od tega, kako simetrično je letalo in od točke, kamor postavimo koordinatno izhodišče. Če je letalo popolnoma simetrično in koordinatno izhodišče postavimo v masno središče (kar je najbolj smiselno) in je koordinatni sistem obrnjen, kot prikazuje slika 2.2, potem sta masna deviacijska vztrajnostna momenta J_{xy} ter J_{yz} enaka 0. Če se zgodi, da so vsi izvendiagonalni členi matrike I enaki 0, se enačbe 2.27 do 2.29 v tem primeru poenostavijo v naslednjo obliko:

$$\dot{p} = \frac{I}{I_{xx}}(L - qrI_{zz} + qrI_{yy}), \quad (2.36)$$

$$\dot{q} = \frac{I}{I_{yy}}(M - prI_{xx} + prI_{zz}), \quad (2.37)$$

$$\dot{r} = \frac{I}{I_{zz}}(N - pqI_{yy} + pqI_{xx}). \quad (2.38)$$

V našem primeru smo izpeljavo naredili za splošen primer nesimetričnega letala. Opozoriti velja, da predznak deviacijskega vztrajnostnega momenta masne točke ni le pozitiven, saj gre za produkt dveh razdalj, ki imata predznak (glede na usmerjenost koordinatnih osi). Razdalje se merijo od vrtilišča, tj. masnega težišča letala, kamor je smiselno postavljeno koordinatno izhodišče koordinatnega sistema, ki je vpeto na letalo. Prispevke vseh masnih točk k skupnemu vztrajnostnemu momentu pa je potrebno še sešteti.

Enačbe 2.24, 2.25 in 2.26 so nekoliko drugačne, kot bi izhajale iz enačbe 2.15. Veličine, ki v teh enačbah nastopajo, časovni odvod skupne hitrosti letala V , časovni odvod vpadnega kota α ter časovni odvod kota bočnega drsenja β so bolj uporabni pri opisih leta letal, kot je bilo omenjeno že prej. Do enačb 2.24, 2.25 in 2.26 pridemo z odvajanjem enačb 2.1, 2.2 in 2.3 po času in pri tem dobimo:

$$\dot{V} = \frac{u\dot{u} + v\dot{v} + w\dot{w}}{V}, \quad (2.39)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{u\dot{w} - \dot{u}w}{u^2 + w^2}, \quad (2.40)$$

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{v}(u^2 + v^2) - v(u\dot{u} + w\dot{w})}{V^2 \sqrt{u^2 + w^2}}. \quad (2.41)$$

Z upoštevanjem enačbe 2.1 in enačb od 2.42 do 2.47 v enačbah 2.39 do 2.41 končno dobimo enačbe 2.24, 2.25 in 2.26:

$$\mathbf{u} = V \cos \alpha \cos \beta, \quad V \cos \alpha \cos \beta = P, \quad (2.42)$$

$$\mathbf{v} = W \sin \beta, \quad (2.43)$$

$$\mathbf{w} = W \sin \alpha \cos \beta, \quad (2.44)$$

$$\dot{u} = \frac{F_x}{m} - qvw + rv, \quad (2.45)$$

$$\dot{v} = \frac{F_y}{m} + pw - ru, \quad (2.46)$$

$$\dot{w} = \frac{F_z}{m} - pv + qu. \quad (2.47)$$

Opozoriti velja, da so vse veličine, ki nastopajo v enačbah od 2.24 do 2.35 definirane v koordinatnem sistemu letala. Postavitev koordinatnega sistema na letalo je prikazana na sliki 2.2, prav tako so na isti sliki podane vse pomembne veličine ter njihove definicije. V teh enačbah nastopa tudi masa, za katero nelinearni model predpostavlja, da se med letom ne spreminja.

Do sedaj so bile razložene diferencialne enačbe za dejansko hitrost letala, vpadni kot letala, kot bočnega drsenja ter tri komponente rotacije. Za rešitev enačb gibanja je potrebno imeti informacije o legi letala relativno glede na Zemljo ter o višini leta letala. Slednje informacije so potrebne, ker nekateri prispevki zunanjih sil (razstavljene komponente gravitacijske sile) in navorov dependirajo od vrednosti teh spremenljivk. Poleg omenjenih informacij je v nekaterih primerih dobro poznati tudi koordinate pozicije letala v fiksnem koordinatnem sistemu Zemlje. Lega letala je določena z Eulerjevimi koti ψ , θ in φ . Kinematične relacije, ki določajo časovne odvode Eulerjevih kotov, so podane z enačbami 2.30, 2.31 in 2.32. Pozicija letala glede na fiksni koordinatni sistem Zemlje je podana s spremenljivkami x_e , y_e in z_e , časovne odvode teh spremenljivk pa podajajo enačbe 2.33, 2.34 in 2.35. Med koordinatama z_e ter H obstaja preprosta relacija $H = -z_e$. V enačbi 2.36 je torej v oklepaju podana koordinata z_e . Posledica omenjene relacije med H in z_e je, da je pozitivni del osi z koordinatnega sistema Zemlje, ki sicer kaže navzdol, upoštevan,

kot da kaže navzgor. Do izračuna časovnega odvoda koordinat x_e , y_e in z_e lahko pridemo prek komponent hitrosti z upoštevanjem transformacijske matrike, ki predstavlja prehod iz koordinatnega sistema letala v koordinatni sistem Zemlje. Prehod med koordinatnimi sistemi je moč zapisati na sledeči način:

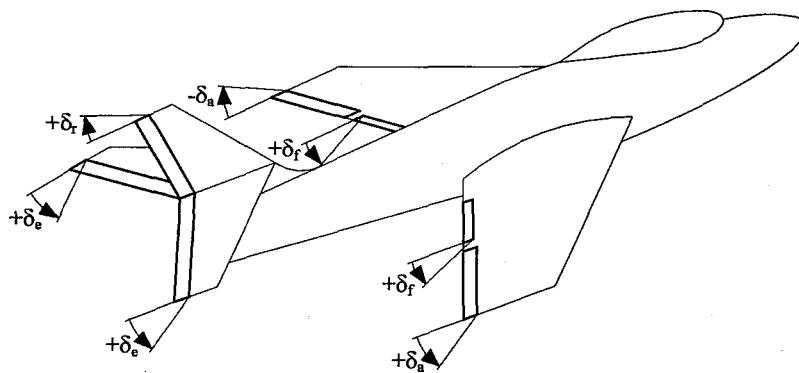
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{z}_e \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{L \rightarrow Z} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}. \quad (2.48)$$

Matrika $\mathbf{T}_{L \rightarrow Z}$ je transformacijska matrika med koordinatnima sistemoma letala in Zemlje in je bila določena z enačbo 2.9. Naj ne bo odveč ponovno poudariti, da so Eulerjevi koti ψ , θ in φ ter koordinate, ki določajo pozicijo letala x_e , y_e in H , določeni v fiksnem koordinatnem sistemu Zemlje. Natančnejši opisi enačb, ki so nastopale v tem podpoglavju in ozadje pri njihovi izpeljavi, so podani v Prilogi A ter v [7], [12] in [14].

2.4 Krmilne površine

Letalo (na način, kot ga bomo obravnavali) ima za krmarjenje v zraku namenjene štiri vrste odklonskih krmilnih površin, ki lahko nastopajo posamič ali v parih. Za krmilne površine v parih so mišljene površine, ki so paroma nameščene na levi in desni strani letala, če bi ga navidezno razdelili na levo in desno stran z ravnino xz v koordinatnem sistemu letala. Takšne krmilne površine so krilca (*aileroni*), zakrilca (*flaps*) ali višinsko krmilo (*elevator*), ki sega na levo in desno stran. Primer krmilne površine, ki ne nastopa v paru je smerno krmilo (*ruđer*).

Da se zagotovijo ustrezni učinki krmarjenja, morajo imeti krmilne površine predpisan režim odklanjanja. Z ustreznim načinom odklanjanja para krmilnih površin lahko dosežemo, da krmilni površini delujeta kot krmilo za določanje nagiba letala (*roll*). Če je odklon površin nasprotujoč, torej je na eni strani odklon krmilne površine navzgor glede na neko izhodiščno lego, na drugi strani pa je odklon navzdol glede na isto izhodiščno lego ali obratno, povzročata krmilni površini spremembo vzgona z različnima predznakoma kar povzroča navor, ki je po sliki 2.2 označen kot $+L$ ali $-L$. V tem primeru krmilni površini delujeta kot *krilci* in sta uporabni za spremembo nagiba letala in posredno na določanje smeri leta. Če se krmilni površini odklanjata na obeh straneh v isto smer, torej na obeh straneh (levi in desni) letala navzgor ali navzdol, potem krmilni površini spreminjata vzgon na levi in desni strani letala enako in zato povzročata navore, ki vrtijo letalo v smereh $+M$ ali $-M$ glede na sliko 2.2. Takšen navor ustreza delovanju bodisi *zakrile* bodisi *višinskemu krmilu*. V naši obravnavi bo *smerno krmilo* le eno (in ne dvojno, kot ju imajo nekatera letala posebne izdelave), odklon katerega povzroča navore, ki vrtijo letalo v smereh $+N$ ali $-N$. Koncept krmil letala in predznaki odklonov krmilnih površin so podani na sliki 2.4 in enačbah od 2.49 do 2.54:



Slika 2.4: Krmilne površine in predznaki odklonov

$$+\delta_a = +\delta_{a_{desni}} = -\delta_{a_{levi}}, \quad (2.49)$$

$$-\delta_a = -\delta_{a_{desni}} = +\delta_{a_{levi}}, \quad (2.50)$$

$$+\delta_e = +\delta_{e_{desni}} = +\delta_{e_{levi}}, \quad (2.51)$$

$$-\delta_e = -\delta_{e_{desni}} = -\delta_{e_{levi}}, \quad (2.52)$$

$$+\delta_f = +\delta_{f_{desni}} = +\delta_{f_{levi}}, \quad (2.53)$$

$$-\delta_f = -\delta_{f_{desni}} = -\delta_{f_{levi}}. \quad (2.54)$$

Na sliki 2.4 so prikazane krmilne površine, njihova tipčna razporeditev, način odklanjanja in predznaki odklonov. Drugačna razporeditev krmilnih površin v ničemer ni ovira, pomembni so le predznaki odklonov, ki so definirani glede na koordinatni sistem letala. Zahteva za odklon krilc δ_a je eden od vhodov v sistem krmil in hkrati ena od vhodnih veličin v sistem modela letala. Po sliki 2.4 je moč razbrati, da gre za pozitivni odklon, kadar se krmilna površina odkloni v smeri, kot je prikazano na sliki na desni strani letala. Za negativni odklon krmilne površine gre, kadar se krmilna površina odkloni v smeri, kot je prikazana na sliki 2.4 na levi strani letala. Takšna definicija predznakov odklonov sovpada z definicijami predznakov drugih veličin pri opisu letala. Zahteva po odklonu krilc δ_a je vhodna veličina v sistem letala. Ta zahteva po odklonu krilc se v modelu upošteva na način, kot je opisano z enačbama 2.49 in 2.50. Desno krilce ($\delta_{a_{desni}}$) se vedno odkloni s predznakom, ki ustreza predznaku zahteve po odklonu krilc (δ_a), levo krilce ($\delta_{a_{levi}}$) pa se vedno odkloni z nasprotnim predznakom, kot je predznak zahteve po odklonu

krilc. Velikost odklona desne in leve krmilne površine v funkciji krilc (δ_{adesni} , δ_{alevi}) je vedno enaka zahtevani velikosti odklona δ_a .

Na sliki 2.4 so prikazane tudi razmere pri odklonu ostalih krmilnih površin, tudi za primer odklona višinskega krmila δ_e . Tako kot δ_a je tudi δ_e eden izmed vhodov v sistem letala in v sistem krmil. Predznaki odklonov krmilnih površin so enaki kot prej, glede na prejšnje razmere je drugačen le način odklanjanja krmilnih površin. Kadar je podana zahteva po odklonu krmilnih površin v funkciji višinskega krmila, se krmilni površini na levi in desni strani odklanjata v isti smeri. Glede na predznak zahteve δ_e se krmilni površini na obeh straneh (δ_{edesni} , δ_{elevi}) odklonita z istim predznakom. Velikost odklona desne in leve krmilne površine v funkciji višinskega krmila (δ_{adesni} , δ_{alevi}) je vselej enaka zahtevani velikosti odklona δ_e . Razmere za različne zahteve δ_e in predznake odklonov na obeh straneh so podane z enačbama 2.51 in 2.52. Opozoriti velja, da je v obravnavanem primeru višinsko krmilo razdeljeno na dva dela, levo in desno polovico, ni pa vedno nujno, da je tako. Če obstaja le eno višinsko krmilo (v enem kosu) potem enačbi 2.51 in 2.52 ne veljata. V tem primeru je odklon celega višinskega krmila enak δ_e , predznak odklona pa enak.

Zelo podobno velja za krmilni površini, ki sta v funkciji zakrile. Kadar je podana zahteva po odklonu krmilnih površin v funkciji zakrile, se krmilni površini na levi in desni strani odklanjata v isti smeri. Glede na predznak zahteve δ_f krmilni površini na obeh straneh (δ_{fdesni} , δ_{flevi}) odklonita z istim predznakom. Velikost odklona desne in leve krmilne površine v funkciji zakrile (δ_{fdesni} , δ_{flevi}) je vselej enaka zahtevani velikosti odklona δ_f . Razmere za različne zahteve δ_f predznake odklonov na obeh straneh so podane z enačbama 2.53 in 2.54. Enak razmislek velja tudi za smerno krmilo (ruđer). Glavna razlika glede na predhodne krmilne površine je v tem, da smerno krmilo ne obravnavamo kot par in ravnina odklanjanja je postavljena drugače kot pri prejšnjih krmilnih površinah. Preprosto definiramo odklon smernega krmila δ_r , kot je podano na sliki 2.4.

2.5 Aerodinamika letala

Opis aerodinamičnih lastnosti letala predstavlja eno težjih nalog pri gradnji nelinearnega modela letala. Hkrati je to del opisa letala, od koder izhajajo glavne lastnosti obnašanja letala v zraku, njegova občutljivost na motnje, lastnosti pri krmarjenju, stabilnost ... V tem podpoglavju se bomo omejili zgolj na opis aerodinamičnih lastnosti in kako čim več zapletenih medsebojnih vplivov zajeti v opis modela letala. Na tem mestu ne bomo komentirali aerodinamike letala s konstrukcijskega stališča, temveč obratno. Skušali bomo čim boljše opisati nek splošen model letala.

Pri izpeljavi enačb gibanja smo predpostavljali, da na letalo delujejo tri komponente zunanjih sil in tri komponente zunanjih navorov, ki so bili vsi razstavljeni v kordinatnem sistemu letala. Te komponente sil in navorov lahko zapišemo v vektorski obliki, kot podajata enačbi 2.55 in 2.56:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}, \quad (2.55)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix}. \quad (2.56)$$

V vektorju sil \mathbf{F} in navorov \mathbf{M} so zajete vse sile in navori, ki delujejo na letalo in vstopajo v enačbe gibanja. V komponentah sil in navorov v enačbah 2.55 in 2.56 so zajeti vsi prispevki, ki jih povzročajo glavni sklopi letala, kot prikazuje bločna shema na sliki 2.1. Z upoštevanjem teh ugotovitev lahko komponente sil in navorov iz enačb 2.55 in 2.56 izrazimo še podrobneje. Za sile lahko zapišemo:

$$F_x = F_{x \text{ aerodinamika}} + F_{x \text{ pogon}} + F_{x \text{ gravitacija}} + F_{x \text{ veter}}, \quad (2.57)$$

$$F_y = F_{y \text{ aerodinamika}} + F_{y \text{ pogon}} + F_{y \text{ gravitacija}} + F_{y \text{ veter}}, \quad (2.58)$$

$$F_z = F_{z \text{ aerodinamika}} + F_{z \text{ pogon}} + F_{z \text{ gravitacija}} + F_{z \text{ veter}}, \quad (2.59)$$

za navore pa:

$$L = L_{\text{aerodinamika}} + L_{\text{pogon}} + L_{\text{gravitacija}} + L_{\text{veter}}, \quad (2.60)$$

$$M = M_{\text{aerodinamika}} + M_{\text{pogon}} + M_{\text{gravitacija}} + M_{\text{veter}}, \quad (2.61)$$

$$N = N_{\text{aerodinamika}} + N_{\text{pogon}} + N_{\text{gravitacija}} + N_{\text{veter}}. \quad (2.62)$$

za navore pa:

$$\begin{aligned} & \sim \text{ aerodinamika} \quad \text{pogon} \quad \text{gravitacija} \quad \text{veter} > \quad \backslash \quad / \\ M & = \hat{\quad} \text{ aerodinamika} \quad + \quad \hat{\quad} \text{ pogon} \quad + \quad \hat{\quad} \text{ gravitacija} \quad + \hat{\quad} \text{ veter}, \quad (2-61) \\ & \text{ aerodinamika} \quad \text{pogon} \quad \text{gravitacija} \quad \text{veter} \quad \backslash \cdot \hat{\quad} \hat{\quad} v \end{aligned}$$

Naša naloga je torej sledeča. Določiti moramo po tri komponente sil in navorov, ki jih povzroča celotna aerodinamika letala. V teh šestih komponentah mora biti zajet cel opis aerodinamike letala.

2.5.1 Glavni sestavni deli letala

S stališča aerodinamike oziroma načina, kako opisujemo aerodinamične pojave, je najbolje letalo razdeliti na glavne sestavne dele in na vsakem delu posebej opisati aerodinamične razmere. Več posameznih delov letala lažje natančneje opišemo in za vsak tak del bolje in natančneje poznamo razmere. Za letalo v najsplošnejši obliki lahko trdimo, da ga sestavljajo trup, krilo, repni smerni stabilizator, repno smerno krmilo, repni višinski stabilizator in višinsko krmilo. Poleg tega ima letalo na krilu vgrajen še par krilc in par zakrile. Če letalo katerega od teh osmih sestavnih delov nima, oziroma ima dva dela združena v enem, na splošnosti obravnave ničesar ne izgubimo, opravlja imamo le z manj enačbami.

Ločeno opisovaje razmer na glavnih sestavnih delih je sicer ugodno, ni pa še zadostno in dovolj natančno. Omenjeni sestavni deli nastopajo v parih. Za letalo lahko razumemo, da je sestavljeno iz parov sestavnih delov, ki nastopata na levi in desni strani letala (leva polovica krila - desna polovica krila, levo krilce - desno krilce ...). Za letalo velja do določene mere simetrija, saj gre pričakovati, da sta leva in desna polovica kar se da enaki. Če bi letalo z ravnino xz navidezno razdelili, bi dobili dve polovici, ki je vsaka zrcalna slika druge polovice. Pričakovali bi, da so potemtakem razmere na desnih sestavnih delih kar najbolj podobne tistim na levi strani. Nenazadnje so v matematičnem modelu vsi podatki za leve sestavne dele docela enaki kot za desne sestavne dele. Razmere pri letalu so sicer res enake na levi in desni strani letala, vendar le, če letalo leti naravnost. V splošnem pa razmere na levi in desni strani niso enake in takrat je potrebno obravnavati levo in desno stran ločeno. Vplive kotnih hitrosti p , q , r je zato potrebno upoštevati, saj brez njihovega upoštevanja ne dobimo dobrih rezultatov, v določenih primerih celo povsem napačne. Načini upoštevanja kotnih hitrosti s stališča aerodinamike letala bodo podani v naslednjih podpoglavjih. Če privzamemo trditev o neenakih razmerah na levi in desni strani letala, potem se število glavnih sestavnih delov poveča. Podrobneje ko skušamo aerodinamične zakonitosti opisati, na več sestavnih delov nam letalo razpade. S takšnim načinom seveda ne gre pretiravati, saj se število sestavnih delov hitro večja in opis postaja neobvladljiv.

Za modeliranje posameznega sestavnega dela (tisti, ki ne nastopa v paru) uporabimo isti pristop, tj. opis sile vzgona in sile upora, ki za določitev svojega izhoda (sil in navorov) upošteva veličine in stanja lastnega sistema, do katerega pridemo preko stanj celega sistema in geometrije letala. Vsota sil in navorov sestavnih delov letala pa ponovno vpliva na obnašanje letala v naslednjem trenutku. Takšna razdelitev letala na dele je s stališča modeliranja nujna pri opisu modela, zajeti pa so tudi povratnozančni vplivi celotnega sistema na dele sistema ter obratno.

2.5.2 Sila vzgona in sila upora

Osnovni enačbi pri opisu aerodinamičnih lastnosti letala sta enačbi za izračun sile vzgona 2.63 ter izračun sile upora 2.64:

$$F_v = \frac{1}{2} \rho C_v V^2 S, \quad (2.63)$$

$$F_u = \frac{1}{2} \rho C_u V^2 S. \quad (2.64)$$

V uvodnem poglavju v razdelkih 1.1 je že bilo nekaj povedanega o zgornjih dveh enačbah. Enačbi 2.63 in 2.64 se razlikujeta le v koeficientih C_v in C_u , vse ostalo je v obeh enačbah popolnoma enako.

Pri razlagi o silah na ploščo v podpoglavju 1.1 je bilo ugotovljeno, da je skupna zračna sila F_z močno odvisna od vpadnega kota a . V enačbah 2.63 in 2.64 je vpadni kot zajet v koeficientih vzgona in upora, tako da lahko zapišemo odvisnost $C_v = f(a)$ in $C_u = f(a)$. Odvisnosti koeficienta vzgona in koeficienta upora od vpadnega kota sta določeni eksperimentalno in se podajata tabelarično ali v grafični obliki. Podrobnejša analiza pokaže, da koeficienta nista le funkciji vpadnega kota, pač pa tudi od t. i. *Reynoldsovega števila*.

Izračun Reynoldsovega števila za srednjo aerodinamično tetivo c podaja enačba:

$$R_e = \frac{\rho V \bar{c}}{\mu}. \quad (2.65)$$

Enačba povezuje gostoto zraka ρ , hitrost gibanja zraka (letala) V , koficient dinamične viskoznosti μ ter aerodinamično tetivo c . Reynoldsevo število je torej odvisno od spremenljivk, ki se med letom spreminjajo, in od konstantne tetive. Odvisnosti, ki smo jih prej simbolično zapisali, lahko sedaj popravimo:

$$C_v = f(\alpha, Re), \quad (2.66)$$

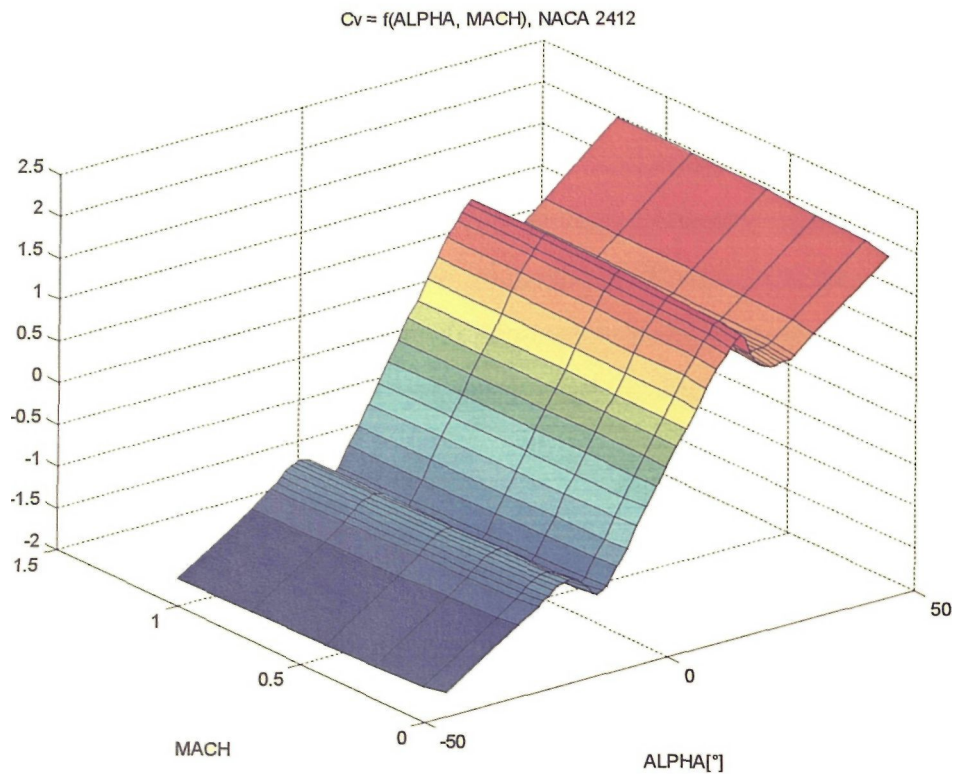
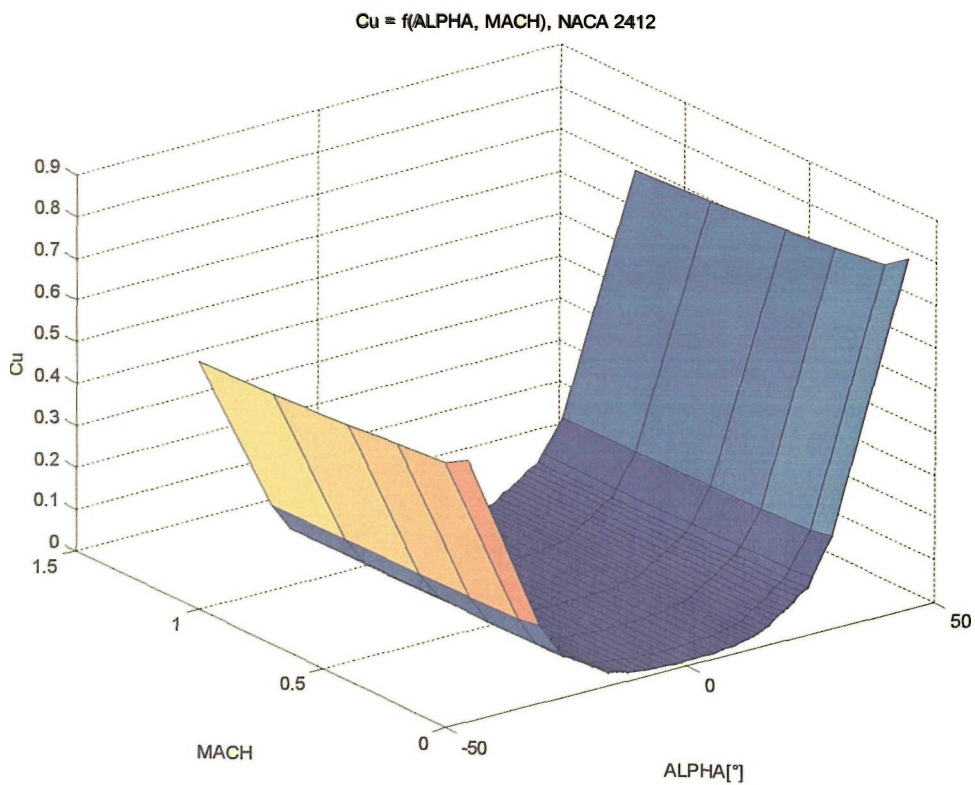
$$C_u = f(\alpha, Re). \quad (2.67)$$

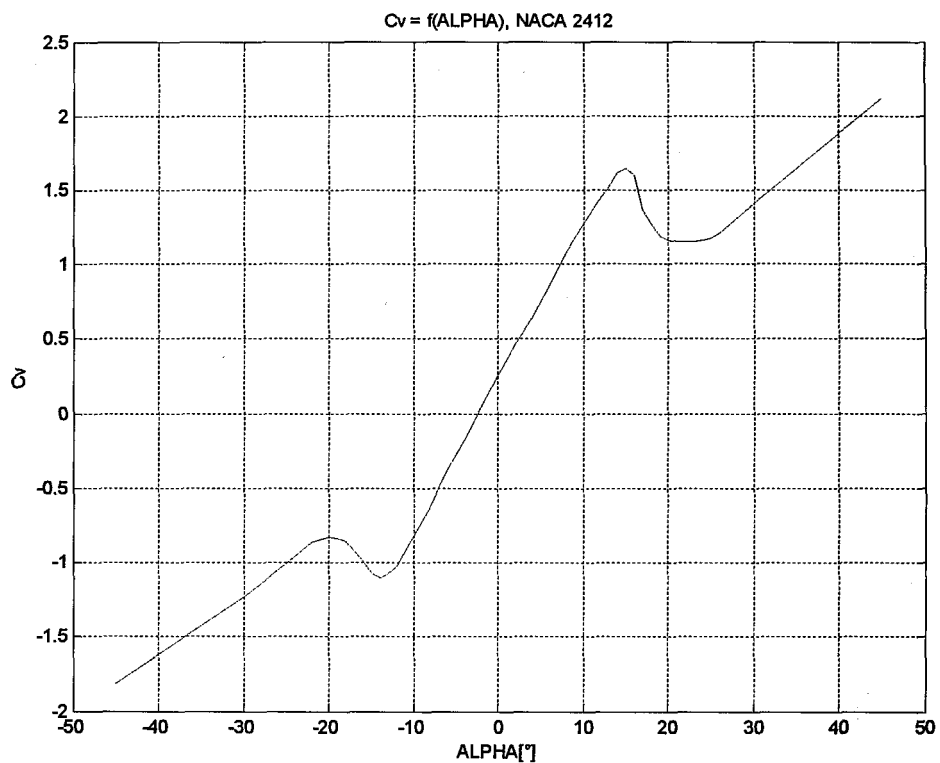
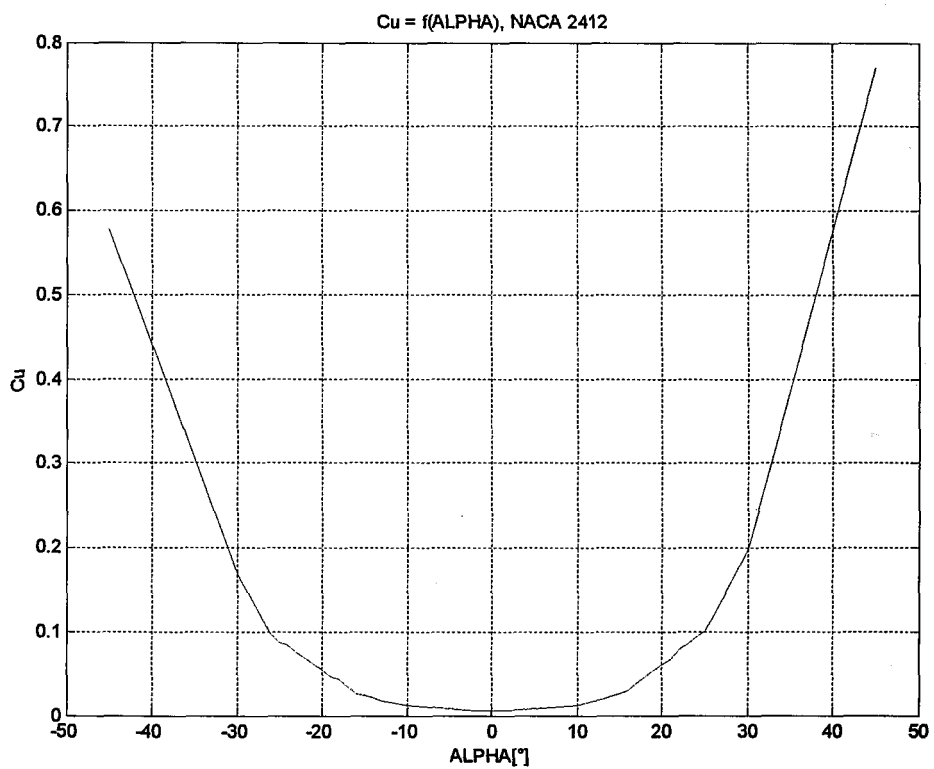
Ker so koeficienti vzgona in upora podani eksperimentalno za določena R_e in vpadne kote α , nimamo vedno možnosti dobiti željenih podatkov (program *Profili 2*). Zaradi tega moramo pogosto iskati poenostavitve. Ker imamo iz enačb gibanja dostop do hitrosti leta letala V , ker lahko izberemo Re in ker poznamo obliko letala in s tem aerodinamično tetivo c vsakega sestavnega dela, lahko enačbo 2.65 izrazimo na hitrost V in enačbi 2.66 in 2.67 zapišemo v obliki:

$$C_v = f(\alpha, V), \quad (2.68)$$

$$C_u = f(\alpha, V). \quad (2.69)$$

Na ta način lahko v simulacijskem modelu lažje in hitreje dostopamo do potrebnih podatkov. Če poznamo koeficiente vzgona in upora v določenih točkah, lahko iz zgornjih enačb dobimo s pomočjo dvodimenzijske interpolacije iskane podatke v vseh vmesnih točkah. Primer tako dobljenih podatkov za koeficienta vzgona C_v in upora C_u za profil NACA 2412 sta podana na slikah 2.5 in 2.6. Seveda lahko podatke za koeficienta vzgona in upora podamo v manj natančni enodimenzijski obliki, kar je podano na slikah 2.7 in 2.8.

Slika 2.5: Koeficient C_v v dvodimenzijski oblikiSlika 2.6: Koeficient C_u v dvodimenzijski obliki

Slika 2.7: Koeficient C_v v enodimenzijski oblikiSlika 2.8: Koeficient C_u v enodimenzijski obliki

Razlaga grafov po slikah od 2.5 do 2.8 je podobna, ne glede ali so podatki podani dvodimenzijsko ali enodimenzijsko. Na razlike bomo opozorili sproti. Slika 2.7 prikazuje odvisnost koeficienta vzgona C_v od vpadnega kota a za profil NACA 2412. Karakteristika je podana tako za negativne kot pozitivne vpadne kote. Koeficient C_v pri nekem dovolj velikem negativnem vpadnem kotu spremeni predznak, kar se na sili vzgona pozna tako, da deluje v nasprotno smer kot pri pozitivnem vpadnem kotu. Iz grafa je moč opaziti, da pri vpadnem kotu 0° koeficient vzgona ni enak 0, pač pa ima neko pozitivno vrednost. Vzrok temu je v profilu krila, ki ustvarja nek vzgon tudi pri vpadnem kotu 0° in manj, kar je značilno za nesimetrične profile. Koeficient vzgona doseže vrednost 0 šele pri nekem dovolj velikem negativnem vpadnem kotu, kar pomeni, da krilo ustvarja vzgon, vse dokler ni presežena vrednost tega kota v negativno smer. Opazimo lahko tudi zmanjševanje koeficienta vzgona pri vpadnem kotu, večjem od 14° . Kot, pri katerem začne vrednost koeficienta C_v upadati, se imenuje kritični vpadni kot (a_{krit}). Na sliki 2.8 je prikazana odvisnost koeficienta upora C_u v odvisnosti od vpadnega kota a za profil NACA 2412. Koeficient upora nikoli ne zavzame negativne vrednosti, saj sila upora vedno deluje tako, da se gibanju upira. Vrednost koeficienta C_u tudi ne doseže vrednosti 0, kar bi pomenilo, da profil (telo) nima upora. Poteka grafov na slikah 2.7 in 2.8 sta bila dobljena eksperimentalno in veljata samo za profil NACA 2412. Pri dvodimenzijsko podanih koeficientih C_v in C_u je povsem enako, dodatno se poda še odvisnost od hitrosti, izraženo v Machovem številu.

Profil NACA 2412 je primer t. i. *nesimetričnega profila*. To poleg dimenzijske nesimetrije profila pomeni, da koeficienta vzgona in upora pri enako velikih vendar nasprotno predznačenih vpadnih kotih nista enaka. *Simetrični profili* imajo v nasprotju z nesimetričnimi profili koeficienta vzgona in upora pri enako velikih vendar nasprotno predznačenih vpadnih kotih enaka. Takšni profili imajo pri vpadnem kotu 0 tudi koeficient vzgona enak nič. Simetrični profili so običajno uporabljeni za stabilizacijske in krmilne površine, zato potrebujemo tudi podatke za večja območja vpadnih kotov, saj odklon krmilnih površin lahko dosežejo razmeroma velike vpadne kote ($\pm 25^\circ$).

2.5.3 Aerodinamične razmere na sestavnih delih

V razdelku 2.8.1 smo ugotovili, da je bistveno primerneje, če je letalo iz aerodinamičnega stališča sestavljeno iz več glavnih sestavnih delov. Razmere na levi in desni strani letala v splošnem niso enake, zato je letalo aerodinamično opisano s še več sestavnimi deli, razdeljenimi na tiste na levi in tiste na desni strani. Opisi razmer se nanašajo na prijemališča sil, saj so celotni prispevki sil ter navorov sestavnih delov združeni v prijemališčih sil. V nadaljevanju bomo pokazali opis razmer na krilu in odklonski krmilni površini. Povsem enak opis je potreben za vsak sestavni del letala. Krilo je primer fiksne sestavnega dela, zakrilce pa gibljivega sestavnega dela.

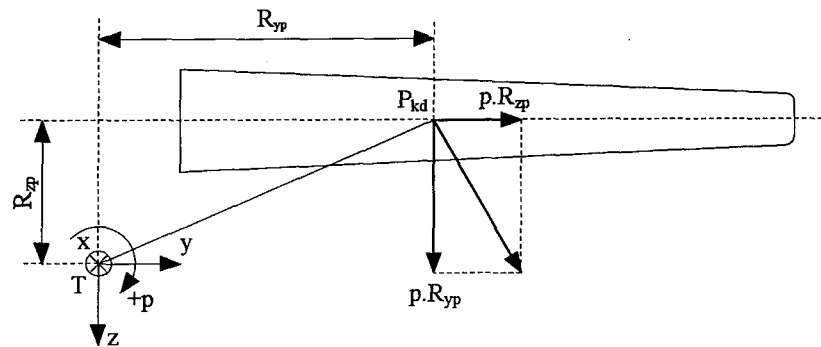
Ko letalo zavija, se mu v najsplošnejšem primeru spreminjajo vse tri kotne hitrosti p , q in r . Letalo se mora najprej zavrteti okrog osi x z neko spremenljivo kotno hitrostjo p za kot φ . Takšna lega omogoča letalu zavijanje. Letalo se tako lahko začne vrteti okrog osi z z neko hitrostjo r in s tem se mu spreminja kot ψ . Ob tem se letalu, sicer malo, spremeni tudi višina leta, kar je povezano s kotno hitrostjo q in spremembo kota δ . Da se letalo lahko zavrti okrog osi x , mora ustvariti različno veliki sili vzgona na levi in desni polovici krila, da letalo spremeni smer leta v dvigovanje, mora višinsko krmilo ustvariti ustrezno spremembo vzgona. Za vsako spremembo načina leta je potrebno ustvariti ustrezno spremembo aerodinamičnih sil in s tem navorov, ki omogočijo doseči željen način leta (zavijanje, dvigovanje ...). Ko je željen način leta dosežen, ga je potrebno tudi obdržati tj. ustvariti novo ravnovesje aerodinamičnih sil in navorov. V nadaljevanju bomo skušali aerodinamične sile na dveh primerih opisati.

Slika 2.9 prikazuje razmere na desni polovici krila letala pri vrtenju letala okrog osi x . Masno težišče letala je označeno s T , prijemališče aerodinamičnih sil desnega krila pa s P_{kd} . Skupna hitrost gibanja prijemališča aerodinamičnih sil je vektorska vsota hitrosti gibanja masnega težišča letala in prispevkov zaradi rotacije. Prispevki zaradi rotacije so produkti kotne hitrosti in pripadajoče ročice. Za prijemališče sil smatramo

točko, kjer prejmlje aerodinamična rezultanta sil posameznega dela. Za razmere, ki so prikazane na sliki 2.9, lahko zapišemo enačbi 2.70 in 2.71:

$$v_{yp} = pR_{zp}, \quad (2.70)$$

$$v_{zp} = pR_{yp}. \quad (2.71)$$

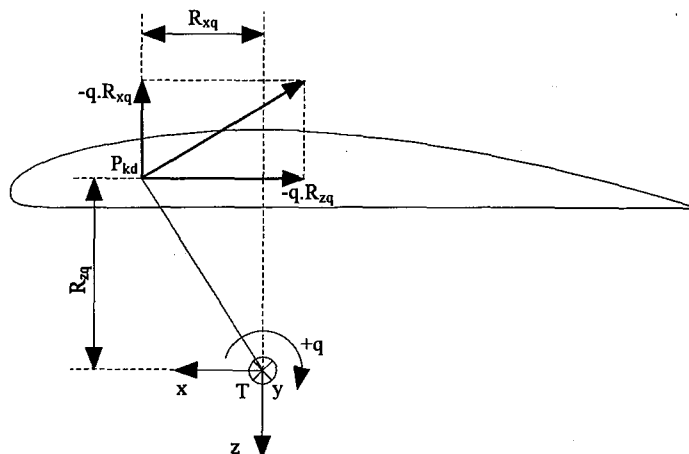


Slika 2.9: Vrtenje letala okrog osi x in razmere na desni polovici krila

Slika 2.10 prikazuje razmere na desni polovici krila pri vrtenju letala okrog osi y . Oznake na sliki so enake kot oznake v prejšnjem primeru, spremenjen je le pogled opazovanja. Prispevke zaradi rotacije podajata enačbi 2.72 in 2.73:

$$v_{xq} = -qR_{zq}, \quad (2.72)$$

$$v_{zq} = -qR_{xq}. \quad (2.73)$$

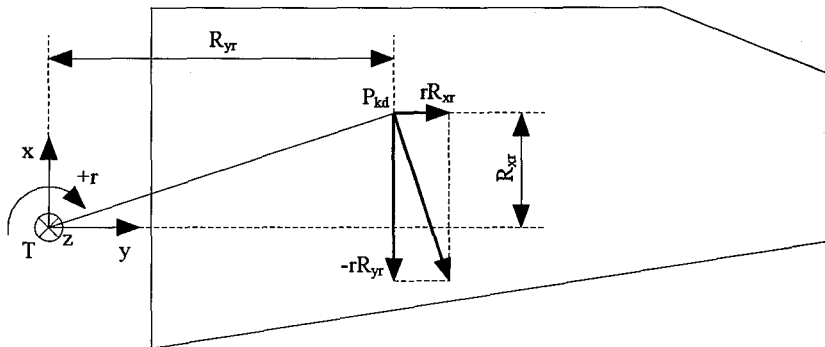


Slika 2.10: Vrtenje letala okrog osi y in razmere na desni polovici krila

Slika 2.11 prikazuje razmere na desni polovici krila pri vrtenju letala okrog osi z . Prispevke zaradi rotacije podajata enačbi 2.74 in 2.75:

$$v_{xr} = -rR_{yr}, \quad (2.74)$$

$$v_{yr} = rR_{xr}. \quad (2.75)$$



Slika 2.11: Vrtenje letala okrog osi z in razmere na desni polovici krila

Opozoriti velja, da smo v enačbah od 2.70 do 2.75 upoštevali razdalje R kot pozitivne. Tako smo s pomočjo predznakov prispevke hitrosti smiselno orientirali glede na koordinatni sistem letala. Poudariti velja, da se med letom lega prijemališč aerodinamičnih sil spreminja in lahko se zgodi, da v enačbah opisani prispevki hitrosti niso pravilno predznačeni, tj. napačno orientirani v koordinatnem sistemu letala. Zato je bolje razdalje R upoštevati kot predznačene in orientirane v koordinatnem sistemu letala. Na ta način dosežemo, da če se lega prijemališča aerodinamičnih sil spreminja, se prispevki rotacijskih hitrosti pravilno prištejejo k skupni hitrosti. Komponente dejanskih translacijskih hitrosti prijemališča aerodinamičnih sil na desni polovici krila so torej:

$$W_{xkd} = V_S \cos \alpha \cos \beta + pR_{zq} - rR_{yr}, \quad (2.76)$$

$$W_{ykd} = -V_S \sin \alpha \cos \beta + pR_{xp} - rR_{xr}, \quad (2.77)$$

$$W_{zkd} = V_S \sin \alpha \cos \beta + pR_{yq} - qR_{xq}. \quad (2.78)$$

Vpadni kot α desne polovice krila je tako:

$$\alpha_{kd} = \arctan\left(\frac{V_{zkd}}{V_{xkd}}\right), \quad (2.79)$$

skupna sila vzgona in upora desne polovice krila pa je:

$$F_{vkd} = C_{vkd}(\alpha_{kd})S_{kd} \frac{\rho(V_{xkd}^2 + V_{ykd}^2 + V_{zkd}^2)}{2}, \quad (2.80)$$

$$F_{ukd} = C_{ukd}(\alpha_{kd})S_{kd} \frac{\rho(V_{xkd}^2 + V_{ykd}^2 + V_{zkd}^2)}{2}. \quad (2.81)$$

V enačbah 2.80 in 2.81 pomeni F_{vkd} silo vzgona desne polovice krila, F_{ukd} silo upora desne polovice krila, S_{kd} je ploščina desne polovice krila, ρ je gostota zraka, C_{vkd} koeficient vzgona desne polovice krila in C_{ukd} koeficient upora desne polovice krila.

$$v_{yp} = pR_{zp}, \quad (2.82)$$

$$v_{zp} = -pR_{yp}. \quad (2.83)$$

$$v_{xq} = -qR_{zq}, \quad (2.84)$$

$$v_{zq} = -qR_{xq}. \quad (2.85)$$

$$v_{xr} = rR_{yr}, \quad (2.86)$$

$$v_{yr} = rR_{xr}. \quad (2.87)$$

$$V_{xkl} = V \cos \alpha \cos \beta - qR_{zq} + rR_{yr}, \quad (2.88)$$

$$V_{ykl} = V \sin \beta + pR_{zp} + rR_{xr}, \quad (2.89)$$

$$V_{zkl} = V \sin \alpha \cos \beta - pR_{yp} - qR_{xq}. \quad (2.90)$$

Preostale enačbe, ki opisujejo razmere na levi polovici krila so:

Vpadni kot α leve polovice krila je:

$$\alpha_{kl} = \arctan\left(\frac{V_{zkl}}{V_{xkl}}\right), \quad (2.91)$$

skupna sila vzgona in upora leve polovice krila pa je:

$$\vec{F}_{vkl} = C_{vkl}(\alpha_{kl}) S_{kl} \rho \frac{(V_{xkl}^2 + V_{ykl}^2 + V_{zkl}^2)}{2} \quad (2.92)$$

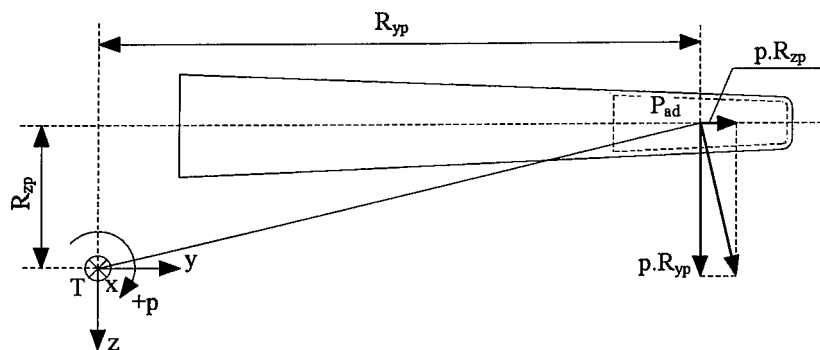
$$F_{vkl} = C_{vkl}(\alpha_{kl}) S_{kl} \rho \frac{(V_{xkl}^2 + V_{ykl}^2 + V_{zkl}^2)}{2}. \quad (2.93)$$

Iz enačb od 2.70 do 2.93 se vidi, da razmere na levi in desni polovici krila niso enake, zato je nujno potrebno ločiti opis letala po sestavnih delih. V enačbah, ki smo jih uporabili za opis razmer na krilu, indeks d pomeni *desno*, indeks l pa *levo*. Indeks k pomeni nanašanje na *krilo*, indeksi x , y in z pa poudarjajo smeri v koordinatnem sistemu.

Primer gibljivega sestavnega dela je krilce. Z odkloni krilc se spreminja vpadni kot in s tem tudi vzgon. Podobno kot velja za krilo, in to smo dokazali, tudi za krilca velja, da razmere na levi in desni strani niso enake. V nadaljevanju bomo z enačbami opisali razmere na levi in desni strani krilc in ob tem v obravnavo uvedli tudi odklone krmilnih površin. Tudi v tem primeru bomo vso obravnavo strnili na prijemališče aerodinamičnih sil. Najprej bomo opisali razmere na desni krmilni površini. Za razmere, ki so prikazane na sliki 2.12, lahko zapišemo enačbi 2.94 in 2.95:

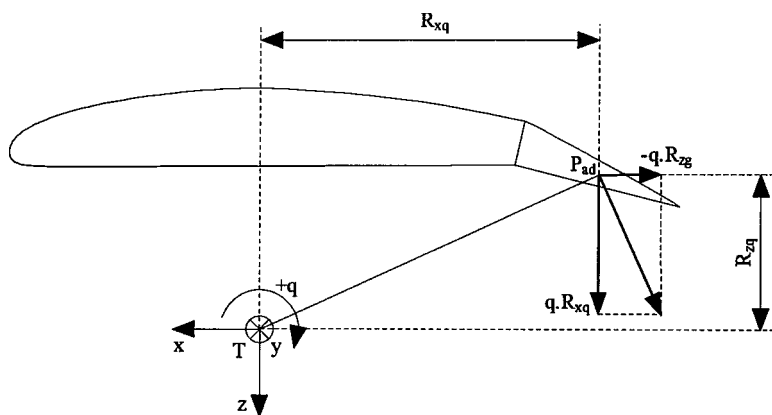
$$\vec{v}_{yp} = \vec{p} R_{p,yp} R_{p,yp} \quad (2.94)$$

$$\vec{v}_{zp} = \vec{p} R_{p,zp} R_{p,zp} \quad (2.95)$$



Slika 2.12: Vrtenje letala okrog osi x in razmere na desni krmilni površini

Slika 2.13 prikazuje razmere na desni krmilni površini pri vrtenju letala okrog osi y. Oznake na sliki so enake kot oznake v prejšnjem primeru, spremenjen je le pogled na sliki.



Slika 2.13: Vrtenje letala okrog osi y in razmere na desni krmilni površini

Prispevke zaradi rotacije podajata enačbi 2.96 in 2.97:

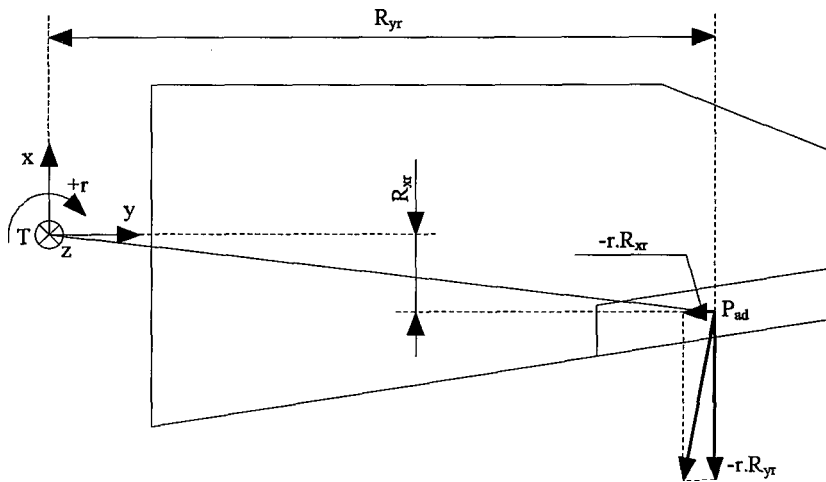
$$v_{xq} = -qR_{zq}, \quad (2.96)$$

$$v_{zq} = qR_{xq}. \quad (2.97)$$

Slika 2.14 prikazuje razmere na desni polovici krila pri vrtenju letala okrog osi z . Prispevke na krmilno površino zaradi rotacije podajata enačbi 2.98 in 2.99:

$$v_{xr} = -rR_{yr} \quad (2.98)$$

$$v_{yr} = -rR_{xr} \quad (2.99)$$



Slika 2.14: Vrtenje letala okrog osi z in razmere na desni krmilni površini

Tudi v tem primeru velja opozoriti, da smo v enačbah od 2.94 do 2.99 upoštevali razdalje R kot pozitivne. Tako smo s pomočjo predznakov prispevke hitrosti smiselno orientirali glede na koordinatni sistem letala. Se posebno zaradi odklonov krmilne površine se lega prijemališča aerodinamičnih sil spreminja. Zato velja posebno pozornost nameniti sestavi enačb, saj se morajo prispevki zaradi rotacijskih hitrosti v vseh položajih pravilno prištevati skupni hitrosti. Tudi v tem primeru je najbolje predznačiti razdalje glede na odklon. Pri krmilnih površinah, ki imajo odklone, je potrebno posebno pozornost nameniti legi prijemališča sil. Ta lega se spreminja iz vsaj dveh razlogov. Zaradi aerodinamičnih lastnosti (vpadnega kota) in zaradi odklona krmila. Ustrezne spremembe razdalj R pri določanju velikosti prispevkov hitrosti je zato potrebno posebej natančno določiti. Na ta način zajamemo tudi, kot bomo videli kasneje, navore, ki se pojavijo zaradi odklonov krmilnih površin. Komponente dejanskih translacijskih hitrosti prijemališča aerodinamičnih sil na desni krmilni površini (aileronu) so torej:

$$V_{xad} = V \cos \alpha \cos \beta - qR_{zq} - rR_{yr}, \quad (2.100)$$

$$V_{yad} = V \sin \beta + pR_{zp} - rR_{xr}, \quad (2.101)$$

$$V_{zad} = V \sin \alpha \cos \beta + pR_{yp} - qR_{xq}. \quad (2.102)$$

Vpadni kot a desne krmilne površine je tako:

$$\alpha_{ad} = \arctan\left(\frac{V_{zad}}{V_{xad}}\right), \quad (2.103)$$

skupna sila vzgona in upora desne krmilne površine pa je:

$$F_{vad} = C_{vad}(\alpha_{ad} + \delta_{ad})S_{ad} \frac{\rho(V_{xad}^2 + V_{yad}^2 + V_{zad}^2)}{2}, \quad (2.104)$$

$$F_{uad} = C_{uad}(\alpha_{ad} + \delta_{ad})S_{ad} \frac{\rho(V_{xad}^2 + V_{yad}^2 + V_{zad}^2)}{2}. \quad (2.105)$$

V enačbah 2.104 in 2.105 je F_{vad} sila vzgona desnega krilca (ailerona), F_{uad} sila upora desnega krilca, S_{ad} je ploščina desnega krilca, ρ je gostota zraka, C_{vad} koeficient vzgona desnega krilca in C_{uad} koeficient upora desnega krilca. Razmere na levem krilcu pri vrtenju okrog osi x opišeta naslednji enačbi:

$$v_{yp} = pR_{zp}, \quad (2.106)$$

$$v_{zp} = -pR_{yp}. \quad (2.107)$$

Razmere na levem krilcu pri vrtenju okrog osi y opišeta naslednji enačbi:

$$v_{xq} = -qR_{zq}, \quad (2.108)$$

$$v_{zq} = qR_{xq}. \quad (2.109)$$

Razmere na levem krilcu pri vrtenju okrog osi z opišeta naslednji enačbi:

$$v_{xr} = rR_{yr}, \quad (2.110)$$

$$v_{yr} = -rR_{xr}. \quad (2.111)$$

Preostale enačbe, ki opisujejo razmere na levem krilcu so:

$$W_{xal} = V \cos \alpha \cos \beta - p R_{zq} + r R_{yr}, \quad (2.112)$$

$$W_{yal} = -V \sin \beta + p R_{zr} - r R_{xr}, \quad (2.113)$$

$$W_{zal} = -V \sin \alpha \cos \beta - p R_{yp} - q R_{xq}. \quad (2.114)$$

Vpadni kot α desnega krilca je tako:

$$\alpha_{al} = \arctan \left(\frac{V_{zal}}{V_{xal}} \right), \quad (2.115)$$

skupni sili vzgona in upora desnega krilca sta:

$$F_{val} = C_{val} (\alpha_{al} + \delta_{al}) S_{al} \frac{\rho (V_{xal}^2 + V_{yal}^2 + V_{zal}^2)}{2}, \quad (2.116)$$

$$F_{ual} = C_{ual} (\alpha_{al} + \delta_{al}) S_{al} \frac{\rho (V_{xal}^2 + V_{yal}^2 + V_{zal}^2)}{2}. \quad (2.117)$$

V enačbah, ki smo jih uporabili za opis razmer na krilu, indeks d pomeni *desno*, indeks l pa *levo*. Indeks a pomeni nanašanje na *aileron* (krilce), indeksi x , y in z poudarjajo smeri v koordinatnem sistemu.

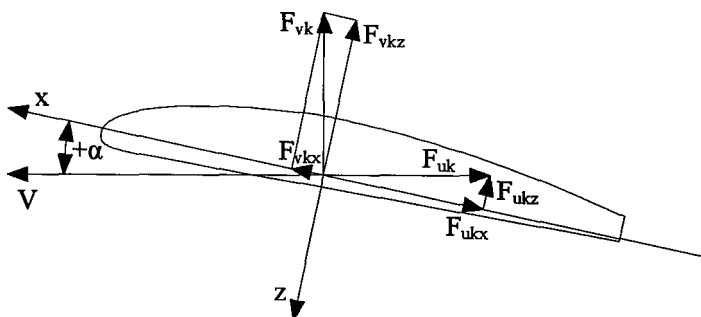
Zaradi splošnosti smo podali le dva primera. Pri postopku opisa aerodinamičnih sil sestavnih delov je potrebno paziti na pravilno upoštevanje prispevkov rotacijskih hitrosti v vseh položajih. Za sestavne dele, katerih aerodinamične sile so odvisne od vpadnega kota β , velja podoben postopek. Razlika je v izračunu popravljenega vpadnega kota β , ki se izračuna po enačbi 2.3. V tem primeru tudi sila vzgona deluje v \pm smeri os y , medtem ko ima sila upora vedno smer nasprotovanju gibanja. Pri gibljivih krmilnih površinah je potrebno upoštevati še odklone krmilnih površin. V tem razdelku smo podali le osnovno idejo k pristopu opisa sestavnih delov letala. Natančnost vseh zajetih lastnosti je odvisna od zahtev po natančnosti matematičnega modela. Tudi zunanjih vplivov nismo zajeli v obravnavo. Vpadni kot je odvisen od vetra in to lahko upoštevamo v komponentah hitrosti v_x , v_y in v_z vsakega sestavnega dela. Seveda mora biti hitrost vetra izražena v koordinatnem sistemu letala.

2.5.4 Aerodinamična rezultanta sil in navorov

V podpoglavju 2.5.3 smo zajeli vse vplive, ki pomembneje vplivajo na komponente hitrosti v smeri osi koordinatnega sistema letala. Cilj določanja kotnih hitrosti in hitrosti težišča letala je določiti vpadne kote za vsak posamezni del letala. S pomočjo vpadnega kota vsakega sestavnega dela se preko dvodimenzijskih grafov na slikah 2.5 in 2.6 oziroma enodimenzijskih grafov na slikah 2.7 in 2.8 določijo koeficienti C_v in C_u za profil vsakega od sestavnih delov letala. Ko sta znana koeficienta vzgona in upora, se izračunata sili vzgona in upora za vsak sestavni del letala posebej.

V enačbe gibanja vstopajo zunanje sile in navori, ki delujejo na letalo. Aerodinamične sile, ki delujejo na letalo, to so sile vzgona in upora, je potrebno razstaviti na komponente v koordinatnem sistemu letala. Prijemališča vzgona in upora glavnih sestavnih delov letala imajo vsak svoje koordinate v koordinatnem sistemu letala, kar pomeni, da so prostorsko razporejeni. Pri razstavljanju sil vzgona in upora na komponente v smereh osi koordinatnega sistema lahko navidezno premaknemo koordinatni sistem v prijemališča sestavnih delov letala. Na ta način je moč komponente sil razstaviti nekoliko nazorneje, sam premik koordinatnega sistema pa na komponente sil ne vpliva. Na sliki 2.15 je prikazan način razstavitve sil vzgona in upora na krilu tj. fiksnem sestavnem delu. Slika 2.16 prikazuje razstavitev sil vzgona in upora na gibljivem sestavnem delu. Na teh dveh slikah gre torej za vzporedno premaknjen koordinatni sistem v prijemališča sil glavnih sestavnih delov letala in ne za več različnih koordinatnih sistemov. Komponente tako razstavljenih sil potem vstopajo v enačbe gibanja. Koordinatni sistem letala se giblje skupaj z letalom in zato je smiselno sile razstaviti v tem koordinatnem sistemu. Ker je glavnih sestavnih delov letala več (desna in leva polovica krilo, desno in levo zakrilce ...) in na vsak sestavni del delujeta sili vzgona in upora, je skupno število razstavljenih komponent v koordinatnem sistemu letala lahko zelo veliko. Kot zgled bomo zopet pokazali razstavljanje zgolj na dveh primerih. Za druge sestavne dele je postopek povsem enak. Koordinatni sistem letala je definiran skupno z nekaterimi veličinami na sliki 2.2.

Na sliki 2.15 so prikazane razmere na krilu (desno ali levo). Sila vzgona deluje pravokotno na gibanje letala, sila upora pa v smeri gibanja letala, in sicer v nasprotni smeri gibanja. Na sliki 2.15 gre za vpadni kot letala α in ne za vpadni kot leve oziroma desne polovice krila, saj ima koordinatni sistem letala izhodišče v težišču letala. Smer gibanja letala je označena z V in ker je vpadni kot letala α , je kot med negativnim delom osi z in silo vzgona tudi α . Kot, ki ga oklepata negativni del osi x in sila upora, pa je prav tako α . Enačbe od 2.118 do 2.125 opisujejo razstavljanje sil vzgona in upora desne in leve polovice krila na komponente v smeri x in z . Pri teh enačbah velja opozoriti, da so vsi faktorji enačb funkcije vpadnega kota. Tako sili vzgona in upora kot $\sin(\alpha)$ so odvisni od vpadnega kota α . Še več. Z negativnim vpadnim kotom sila vzgona spremeni smer delovanja (grafi na slikah od 2.5 do 2.8), $\sin(\alpha)$ pa je takrat negativna vrednost. Z enačbami od 2.118 do 2.125 pravilno razstavimo sile vzgona in upora v vseh režimih leta. Dokaz je podan v literaturi [8].



Slika 2.15: Razstavljeni sili vzgona in upora na krilu

Desna polovica krila:

$$F_{vkzd} = F_{vkd} \cos \alpha, \quad (2.118)$$

$$F_{vkxd} = F_{vkd} \sin \alpha, \quad (2.119)$$

$$F_{ukzd} = F_{ukd} \sin \alpha, \quad (2.120)$$

$$F_{ukxd} = F_{ukd} \cos \alpha. \quad (2.121)$$

Leva polovica krila:

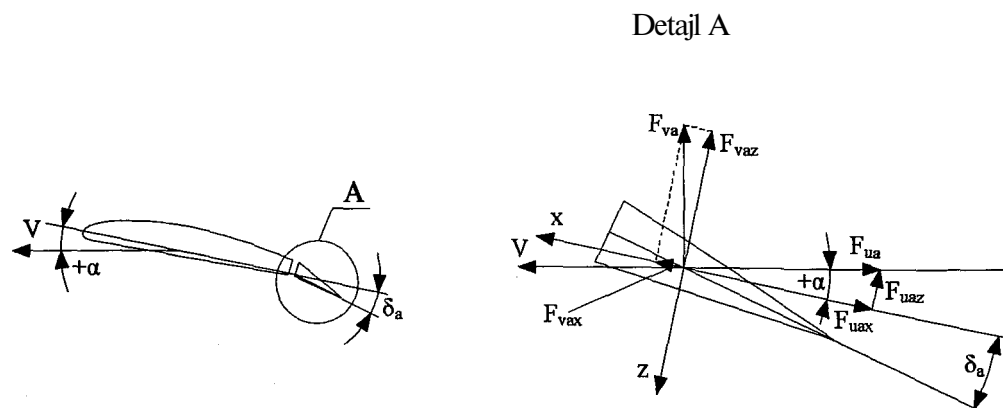
$$F_{ukzl} = -F_{ukl} \cos \alpha, \quad (2.122)$$

$$F_{vkzl} = -F_{vkl} \sin \alpha, \quad (2.123)$$

$$F_{vkcl} = F_{vkl} \sin \alpha, \quad (2.124)$$

$$F_{ukcl} = F_{ukl} \cos \alpha. \quad (2.125)$$

Slika 2.16 prikazuje razmere na desni ali levi krmilni površini, v obravnavanem primeru je to krilce. Krmilna površina je gibljiva, njen kot odklona je določen z odklonom δ_a . Ker sila vzgona deluje vedno pravokotno na smer gibanja, sila upora pa v nasprotni smeri gibanja, odklon krmilne površine ne vpliva na smer teh dveh sil (pač pa na njuno velikost). Letalo ima vpadni kot α in zato je koordinatni sistem letala zasukan glede na hitrost leta za kot α . Iz povedanega ter iz slike 2.16 sledi, da odklon krmilnih površin nima neposrednega vpliva pri razstavljanju sil vzgona in upora krmilnih površin na komponente koordinatnega sistema letala. Enačbe, ki opisujejo razstavljanje sil vzgona in upora krmilnih površin, so enačbe od 2.126 do 2.133. Tudi tu velja, da enačbe pravilno opisujejo razstavljanje sil na komponente pri vseh režimih letenja. Dokaz je podan v literaturi [8].



Slika 2.16: Razstavljeni sili vzgona in upora na gibljivem sestavnem delu (krilce)

Desna krmilna površina:

$$F_{uaxd} = -F_{uad} \cos \alpha, \quad (2.126)$$

$$F_{uazd} = -F_{uad} \sin \alpha, \quad (2.127)$$

$$F_{vaxd} = F_{vad} \sin \alpha, \quad (2.128)$$

$$F_{vazd} = -F_{vad} \cos \alpha. \quad (2.129)$$

Leva krmilna površina:

$$F_{uaxl} = -F_{ual} \cos \alpha, \quad (2.130)$$

$$F_{uazl} = -F_{ual} \sin \alpha, \quad (2.131)$$

$$F_{vaxl} = F_{val} \sin \alpha, \quad (2.132)$$

$$F_{vazl} = -F_{val} \cos \alpha. \quad (2.133)$$

Sile, ki delujejo na letalo, so poleg aerodinamičnih še druge, vendar njihov pomen nastopi šele v enačbah gibanja. Cilj aerodinamičnega opisa letala je določiti sile, ki delujejo na letalo zaradi delovanja aerodinamičnih zakonov. Sile, ki jih z omenjenimi zakoni lahko določimo, se razstavijo na komponente v koordinatnem sistemu letala in to je končni rezultat obravnavanja letala s stališča aerodinamike. Združene komponente obravnavanih sil vzgona in upora v koordinatnem sistemu letala podajata enačbi 2.134 in 2.135:

$$F_x = [F_{ukxd} + F_{vkxd} + F_{ukxl} + F_{vkxl}] + [F_{uaxd} + F_{vaxd} + F_{uaxl} + F_{vaxl}] + \dots, \quad (2.134)$$

$$F_z = [F_{ukzd} + F_{vkzd} + F_{ukzl} + F_{vkzl}] + [F_{uazd} + F_{vazd} + F_{uazl} + F_{vazl}] + \dots \quad (2.135)$$

Poleg komponent sil po enačbah 2.134 in 2.135 so v splošnem prisotne tudi komponente v smeri F_y .

Vsaka sila, ki ima prijemališče na neki razdalji (ročici) od vrtilišča, povzroča navor. Sili vzgona in upora sestavnih delov letala nimata prijemališča v težišču letala in zato povzročata navore. Kako določiti sili vzgona in upora za vsak glavni sestavni del letala smo že pokazali, v enačbah 2.134 in 2.135 pa so združene komponente sil vzgona in upora vseh glavnih sestavnih delov letala v koordinatnem sistemu letala.

Ker vsaka od komponent sil deluje na neki razdalji od vrtilišča (težišča letala), tudi vsaka od komponent sil povzroča navor. Vsaka od komponent sil je vzporedna z eno osjo koordinatnega sistema, zato lahko v splošnem vsaka od komponent sil povzroča navor okrog ostalih dveh osi. To velja, če komponenta ne leži v ravnini, ki jo določata preostali dve osi koordinatnega sistema. Definicije navorov so podane na sliki 2.2. Tudi navori so izraženi v koordinatnem sistemu letala. V tem primeru bomo podali le končne enačbe, ki povzemajo prispevke vseh navorov. Postopek določanja navorov, ki jih povzročajo aerodinamične sile sestavnih delov, je enostaven, zahteva le pazljivost pri določanju predznakov navorov in vrste navorov, ki jih povzročajo sile. Enačbe od 2.136 do 2.138 so že končen rezultat za navor, ki jih povzročajo vse aerodinamične sile, izpeljane v prejšnjih poglavjih:

$$L = [L_{zkd} + L_{zkl}] + [L_{zad} + L_{zal}] + \dots, \quad (2.136)$$

$$M = [M_{zkd} + M_{zkl}] + [M_{zad} + M_{zal}] + [M_{xkd} + M_{xkl}] + [M_{xad} + M_{xal}] + \dots, \quad (2.137)$$

$$N = [N_{xkd} + N_{xkl}] + [N_{xad} + N_{xal}] + \dots. \quad (2.138)$$

Indeksi v enačbah od 2.136 do 2.138 pomenijo sledeče: prva črka iz nabora x, y, z , pomeni, v katero smer delujejo sile, ki povzročajo navor, druga črka iz nabora k ali α pomeni krilo ali aileron (krilce) in zadnja črka pomeni desno d ali levo l .

2.6 Gravitacijska sila

Komponente gravitacijske sile v koordinatnem sistemu letala podaja spodnja enačba:

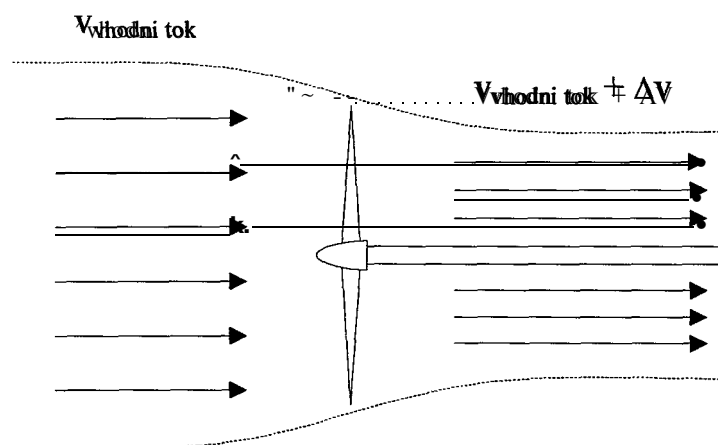
$$\mathbf{F}_g = \begin{bmatrix} F_{xg} \\ F_{yg} \\ F_{zg} \end{bmatrix} = mg \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \sin\varphi \\ \cos\theta \cos\varphi \end{bmatrix}. \quad (2.139)$$

Teža letala je mg , θ je kot prevračanja (*pitch*) in φ je kot valjanja (*roll*) letala. Razumljivo je, da je za določitev komponent sile teže v koordinatnem sistemu letala potrebno poznati lego letala relativno glede na Zemljo. Kota θ in φ sta podana v fiksnem koordinatnem sistemu Zemlje in v enačbi 2.139, kjer nastopata, skupaj s kotnimi funkcijami tvorijo transformacijo sile teže iz koordinatnega sistema Zemlje v koordinatni sistem letala. Pri izpeljavi enačbe 2.139 smo si pomagali s transformacijo, ki jo podaja enačba 2.9.

Kot je bilo poudarjeno pri obravnavi enačb gibanja v podpoglavju 2.3, je potrebno vse zunanje sile, ki delujejo na letalo, izraziti v koordinatnem sistemu letala. Komponente sile teže po oseh v koordinatnem sistemu letala so označene v enačbi 2.139 s F_{xg} , F_{yg} in F_{zg} . Podobno je potrebno izraziti tudi navori, ki jih povzročajo zunanje sile v koordinatnem sistemu letala. Sila teže prejme v masnem težišču letala in ker se vsaka rotacija letala vrši ravno okrog težišča letala, komponente sile teže zato nimajo ročic in ne povzročajo navorov. Sila teže tako ne povzroča nobenega navora. Po sliki 2.1 se izhodi iz blokov aerodinamike letala, gravitacije ter pogona seštejejo in njihova vsota vstopa v enačbe gibanja. Poudariti velja, da se ločeno seštejejo komponente sil in komponente navorov. Izhod iz bloka gravitacije so tako samo komponente sile teže, navorov zaradi omenjenih vzrokov ni. Natančnejši podatki o transformaciji med koordinatnim sistemom Zemlje in koordinatnim sistemom letala so podani v podpoglavju 2.2.

2.7 Pogon

Eden osnovnih postulatov fizike je, da vsaka akcija povzroči reakcijo. Iz stališča pogona to pomeni, da mora pogonska naprava, ki povzroča potisk (silo), na nek način povzročiti pospešeno gibanje medija. Če pogonska naprava povzroči takšno pospešeno gibanje medija v eno smer, občuti silo v nasprotni smeri. Letalski propeler tako pospešuje zrak, ki vpada na njegove krake. Pospešuje ga v smeri proti zadku letala in zato na propeler deluje sila v nasprotni smeri pospešenega zraka. Povzročena sila se imenuje potisna sila ali *potisk*. V kolikor bi na delovanje propelerja pogledali natančneje, bi videli, da propeler pravzaprav poveča hitrost vpadajočega zraka $v_{\text{vhodni tok}}$ za Δv . Iz dejstva, da se hitrost na propeler vpadajočega zraka poveča in ob upoštevanju zakona o ohranitvi mase, sledi ugotovitev, da se mora presek vpadajočega toka zraka za kraki propelerja zmanjšati. Ob tem zanemarimo stiskanje zraka. Razmere so ponazorjene na sliki 2.17.



Slika 2.17: Delovanje propelerja

Pogled na propeler iz strani, kot ga prikazuje slika 2.17, pokaže spremembo preseka toka zraka. Poleg zmanjšanja preseka toka zraka za propelerjem slednji povzroča tudi zavijanje toka zraka (vrtinec). Obnašanje vrtinca za propelerjem je v glavnem odvisno od kotne hitrosti propelerja. Posledica zavijanja toka zraka je zmanjšanje za ustvarjanje potiska razpoložljive energije. Običajno za dobro izdelane propelerje

velja, da zaradi omenjenega učinka izgubijo od 1 % do 5 % razpoložljive moči. Zaradi vrtnca, ki ga povzroča delovanje propelerja, nastaja nesimetričen zračni tok, ki lahko povzroča neželjene učinke na sestavnih delih letala za propelerjem (zadevanje ob repne površine letala).

Potisk propelerja je odvisen od prostornine zraka, ki ga propeler pospeši v enoti časa. Potisk je odvisen še od velikosti pospeška in gostote zraka. Za hitrost vpadajočega zraka bomo v nadaljnji obravnavi privzeli, da je enaka hitrosti gibanja letala V . Na osnovi fizikalnih izpeljav lahko zapišemo enačbo za izračun potiska:

$$F_{pog} = \frac{\pi}{4} D^2 \left(V + \frac{\Delta v}{2} \right) \rho \Delta v, \quad (2.140)$$

kjer je F_{pog} potisna sila, D premer propelerja, V hitrost vpadajočega zraka (je enaka hitrosti letala), A v povečanje hitrosti (zaradi propelerja) in ρ gostota zraka. Iz enačbe 2.140 sledi, da je potisk odvisen od kvadrata premera propelerja in da je proporcionalno odvisen od gostote zraka. Povečanje hitrosti toka zraka Δv je odvisno od hitrosti vhodnega zraka, zato v splošnem ni res, da se s povečanjem hitrosti V poveča tudi potisk. Bolj pravilna ugotovitev je, da je povečanje potiska odvisno od prirastka hitrosti Δv . Za propeler fiksne premera, ki obratuje v zraku konstantne gostote, hitrost vpadajočega zraka pa je konstantna, je potisk odvisen zgolj od povečanja hitrosti toka zraka.

Moč je definirana kot sila, pomnožena z razdaljo v enoti časa. Če označimo razpoložljiv potisk s F_{pog} in hitrost, s katero letalo leti z V , lahko izračunamo pogonsko moč P_a , ki ji rečemo tudi *razpoložljiva moč*. Z uporabo relacije:

$$P_a = F_{pog} V. \quad (2.141)$$

Enačba 2.141 povezuje potisk in moč, ki proizvaja potisk. Cilj je proizvesti čim več potiska s čim manj moči. Ta zahteva privede do pojma *izkoristka*. Izkoristek propelerja η je definiran z razmerjem razpoložljive moči P_a in močjo motorja P_e :

$$\eta = \frac{P_a}{P_e} = \frac{F_{pog} V}{P_e}. \quad (2.142)$$

Taka definicija izkoristka je odvisna od hitrosti F , kar pomeni, da se izkoristek približuje vrednosti nič, če gre hitrost V proti nič. To pa zato, ker potisk ne more biti neskončno velik (enačba 2.142). Takšna definicija izkoristka očitno ni uporabna za statične razmere, kar pa niti ni najbolj pomembno. Pomembneje je optimirati izkoristek propelerja pri delovni hitrosti oziroma hitrosti križarjenja letala.

Če zanemarimo izgube, je moč, ki jo absorbira propeler, enaka:

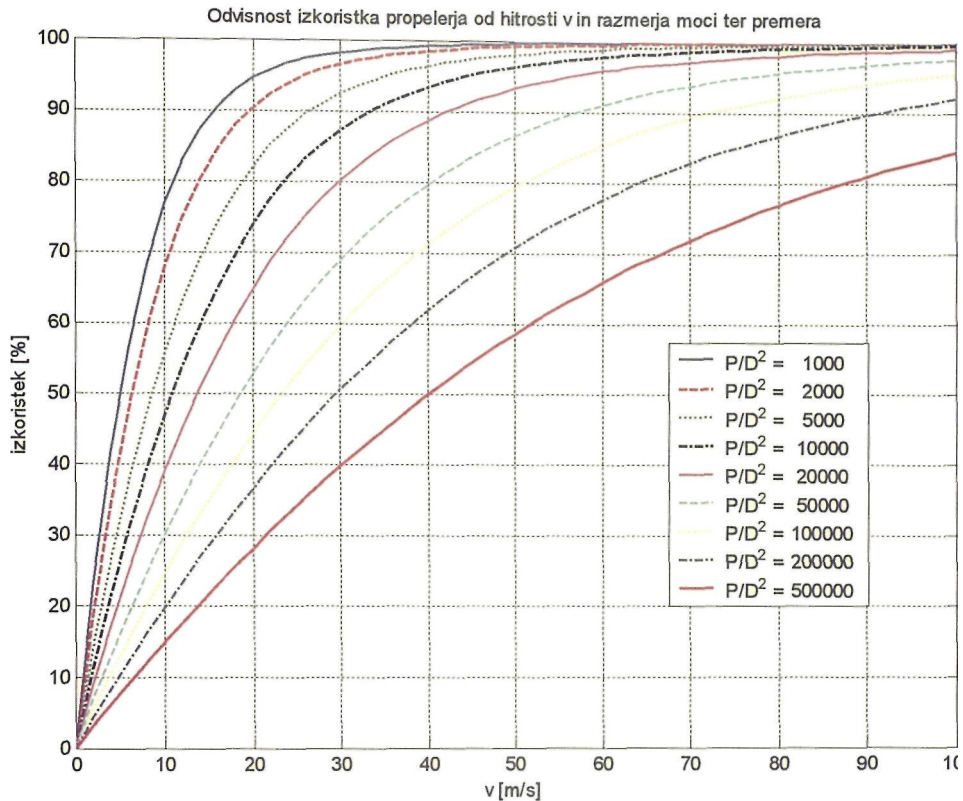
$$P_e = F_{pog} \left(V + \frac{\Delta v}{2} \right), \quad (2.143)$$

$$V = \eta \left(\frac{2P}{\pi \rho D^2 (1 - \eta)} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.144)$$

Iz enačbe 2.144 lahko izrazimo izkoristek η in grafično prikažemo odvisnost izkoristka od podanih vrednosti moči P , premera propelerja D , gostote ρ in hitrosti leta V . Izračunane karakteristike bi lahko dosegli le z idealnimi propelerji, ki ne bi povzročali inducirane upora in drugih neželenih vplivov. V realnosti je izkoristek za približno 15 % nižji od izračunanih vrednosti. Le visoko učinkoviti propelerji, ki delujejo z majhno obremenitvijo in ugodnim razmerjem P/D^2 , se približajo teoretični vrednosti.

Za določeno moč P je vedno najprimernejša uporaba propelerja z največjim možnim (dopustnim) premerom D . Uporabo propelerjev z večjim premerom običajno omejujejo mehanski in konstrukcijski vzroki (višina podvozja) ali aerodinamične zahteve (hitrost oboda propelerja). Iz grafa na sliki 2.18 izhaja odgovor, zakaj so letala, ki jih poganja človek, ali letala na pogon s sončno energijo, opremljena z velikimi in počasi se vrtečimi propelerji. Takšni propelerji zajamejo veliko prostornino zraka in ga le malo pospešijo in tako dosegajo največje učinkovitosti in izkoristke. Na sliki 2.18 so prikazane odvisnosti izkoristka propelerja od hitrosti leta in razmerja moči motorja ter kvadrata premera propelerja. Graf potrjuje ugotovitve o izkoristku propelerja. Pri dani moči motorja bo imel propeler tem večji izkoristek čim večji premer bo imel. Prikazane odvisnosti izkoristkov na sliki 2.18 so dobljene

iz enačbe 2.144. Ta enačba ni analitično rešljiva za izkoristek η , zato je bil graf dobljen s pomočjo numeričnega izračuna z metodo bisekcije.



Slika 2.18: Odkvisnost izkoristka propelerja od hitrosti leta in razmerja P/D^2 ($\rho = \text{konstanta}$)

Prikazan opis delovanja propelerja je zajemal najosnovnejše enačbe. Teorija, ki je potrebna za podrobnejši opis, je bistveno zahtevnejša, za prvi približek pa nam zadostuje podan opis. V opisu smo seveda predpostavili konstantno gostoto zraka, kar pri večjih višinah nikakor ne drži. V opisu pogona nismo zajeli vplivov kotov namestitve motorja s propelerjem zaradi protimomenta vrtečega propelerja. Poleg tega so nekatere v enačbah uporabljene spremenljivke nepoznane in jim je tudi težko oceniti vrednosti. Za simulacijske namene prikazan opis pogona ni najprimernejši, osvetli pa marsikatero koristno dejstvo. Prav tako nismo obravnavali reaktivnega pogona. Oboje, model pogona s propelerjem in reaktivni pogon bomo natančneje prikazali v sklopu predstavitve aplikacije *SIMDLAV*, kjer sta bila oba modela pogonov tudi realizirana.

2.8 Veter

V poglavju 2.3 izpeljane enačbe gibanja veljajo le, če so izpolnjene štiri zahteve iz Priloge A, podpoglavja A.4. Razlaga teh zahtev pomeni tudi, da se koordinatni sistem letala ne sme vrteti in ima lahko le kvečjemu konstantne translacijske hitrosti v inercialnem koordinatnem sistemu. Z ozirom na zahteve 3 in 4 podpoglavja A.4 lahko izberemo koordinatni sistem, ki je fiksni glede na okoliško atmosfero, če veter piha s konstantno hitrostjo $V_{veter} = konst.$ V tem primeru komponente u , v in w , ki so komponente vektorja hitrosti V , izražajo hitrost letala glede na okoliško atmosfero. Če hitrost vetra, ki je izražena z vektorjem hitrosti V_{veter} , v posameznih časovnih intervalih, v katerih opazujemo gibanje letala, ni konstantna, ni mogoče fiksirati koordinatnega sistema glede na okoliško atmosfero. To se dogaja pri vzletanju in pristajanju letal, ker se hitrost vetra z višino spreminja.

Za lažjo ponazoritev v nadaljevanju bomo zgolj v tem kontekstu uporabili indeks *atmosfera*, ki bo označeval hitrosti z ozirom na atmosfero v okolici, in indeks *zemlja*, ki bo označeval hitrosti z ozirom na Zemljo (zemeljski koordinatni sistem). Z vpeljavo teh dodatnih indeksov bomo v tem podpoglavju skušali jasneje razložiti vplive delovanja vetra na letalo. Z upoštevanjem teh indeksov lahko zapišemo novo povezavo med hitrostmi:

$$\mathbf{V}_{zemlja} = \mathbf{V}_{atmosfera} + \mathbf{V}_{veter} \quad (2.145)$$

oziroma z zapisom po komponentah hitrosti,

$$u_{zemlja} = u_{atmosfera} + u_{veter}, \quad (2.146)$$

$$v_{zemlja} = v_{atmosfera} + v_{veter}, \quad (2.147)$$

$$w_{zemlja} = w_{atmosfera} + w_{veter}, \quad (2.148)$$

kjer so $u_{atmosfera}$, $v_{atmosfera}$ in $w_{atmosfera}$ komponente vektorja hitrosti $\mathbf{V}_{atmosfera}$, u_{zemlja} , v_{zemlja} in w_{zemlja} so komponente vektorja hitrosti \mathbf{V}_{zemlja} in u_{veter} , v_{veter} , w_{veter} so

komponente vektorja hitrosti V_{veter} vzdolž osi letala. Enačbo za hitrost lahko sedaj zapišemo:

$$\mathbf{F} = m \left(\frac{\partial \mathbf{V}_{\text{zemlja}}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_{\text{zemlja}} \right). \quad (2.149)$$

Če slednjo enačbo preoblikujemo,

$$\frac{\partial \mathbf{V}_{\text{zemlja}}}{\partial t} = \frac{\mathbf{F}}{m} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_{\text{zemlja}}, \quad (2.150)$$

lahko posamezne komponente hitrosti vzdolž osi letala zapišemo:

$$\dot{u}_{\text{zemlja}} = \frac{F_x}{m} = qw_{\text{zemlja}} + rv_{\text{zemlja}}, \quad (2.151)$$

$$\dot{v}_{\text{zemlja}} = \frac{F_y}{m} = pw_{\text{zemlja}} - ru_{\text{zemlja}}, \quad (2.152)$$

$$\dot{w}_{\text{zemlja}} = \frac{F_z}{m} = pv_{\text{zemlja}} + qu_{\text{zemlja}}. \quad (2.153)$$

Za izračun aerodinamičnih sil in momentov je nujno potrebno poznati vrednost dejanske hitrosti letala z ozirom na okoliško atmosfero $V_{\text{atmosfera}}$ kot tudi vpadna kota α in β . Podobno kot smo podali enačbe od 2.24 do 2.26, lahko z uporabo novih relacij zapišemo:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\text{atmosfera}} &= \frac{1}{m} (F_x \cos \alpha \cos \beta + F_y \sin \alpha + F_z \sin \alpha \cos \beta) + p + \\ &= (qw_{\text{veter}} - rv_{\text{veter}} + \dot{u}_{\text{veter}}) \cos \alpha \cos \beta + (pw_{\text{veter}} - ru_{\text{veter}} + \dot{v}_{\text{veter}}) \sin \alpha + \\ &= (pv_{\text{veter}} - qu_{\text{veter}} + \dot{w}_{\text{veter}}) \sin \alpha \cos \beta, \end{aligned} \quad (2.154)$$

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= \frac{1}{V_{\text{atmosfera}} \cos \beta} \left\{ \frac{1}{m} (-F_x \sin \alpha + F_z \cos \alpha) + \right. \\ &\quad \left. - (pv_{\text{veter}} - qu_{\text{veter}} + \dot{w}_{\text{veter}}) \cos \alpha + (qw_{\text{veter}} - rv_{\text{veter}} + \dot{u}_{\text{veter}}) \sin \alpha \right\} + \\ &\quad + q - (p \cos \alpha + r \sin \alpha) \tan \beta, \end{aligned} \quad (2.155)$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta} = & \frac{1}{V_{atmosfera}} \left\{ \frac{1}{m} (-F_x \cos \alpha \sin \beta + F_y \cos \beta - F_z \sin \alpha \sin \beta) + \right. \\ & + (qw_{veter} - rv_{veter} + \dot{u}_{veter}) \cos \alpha \sin \beta + (pw_{veter} - ru_{veter} + \dot{v}_{veter}) \cos \beta + \\ & \left. + (pv_{veter} - qu_{veter} + \dot{w}_{veter}) \sin \alpha \sin \beta \right\} + p \sin \alpha - r \cos \alpha . \end{aligned} \quad (2.156)$$

Na tem mestu naj takoj opozorimo, da enačbe 2.1 do 2.3 še vedno veljajo, v njih je potrebno zamenjati le V z $V_{atmosfera}$. Razliko med enačbami od 2.154 do 2.156 in enačbami od 2.24 do 2.26 lahko ponazorimo z dodatnimi členi, ki jih vnaša veter h komponentam sil, ki delujejo na letalo. Če zapišemo te komponente dobimo:

$$F_x = X_{aerodinamika} + X_{pogon} + X_{gravitacija} + X_{veter}, \quad (2.157)$$

$$F_y = Y_{aerodinamika} + Y_{pogon} + Y_{gravitacija} + Y_{veter}, \quad (2.158)$$

$$F_z = Z_{aerodinamika} + Z_{pogon} + Z_{gravitacija} + Z_{veter}, \quad (2.159)$$

kjer komponente X_{veter} , Y_{veter} in Z_{veter} predstavljajo "popravke" sil, ki delujejo na letalo v smereh osi glede na atmosfero, ki ne miruje. Komponente sil vetra podajajo spodnje enačbe:

$$X_{veter} = -m(\dot{u}_{veter} + qw_{veter} - rv_{veter}), \quad (2.160)$$

$$Y_{veter} = -m(\dot{v}_{veter} - pw_{veter} + ru_{veter}), \quad (2.161)$$

$$Z_{veter} = -m(\dot{w}_{veter} + pv_{veter} - qu_{veter}). \quad (2.162)$$

Zaradi dodatnih prispevkov sil, ki jih opisujejo enačbe od 2.160 do 2.162, se odzivi hitrosti leta V in vpadnih kotov a ter β v atmosferi, ki ne miruje, razlikujejo kot odzivi v atmosferi, ki miruje. Zaradi gibanja zračnih mas, delujejo na letalo, ki leti v teh zračnih masah, sile. Te sile stabilizirajo letalo v smer leta, ki zagotavlja, da je kot bočnega drsenja enak 0. Delovanje vetra na letalo ima za neposredno posledico le sile, ki vstopajo v enačbe gibanja. Zaradi teh sil sta dugačna vpadna kota a in β ter hitrost leta V (2.154, 2.155 in 2.156). Navori, ki zavrtijo letalo v optimalno smer leta pa so v osnovi posledica spremenjenih vpadnih kotov a , β in hitrosti leta V .

2.9 Atmosfera

Za rešitev enačb stanj so nujno potrebni še nekateri drugi podatki, ki jih bomo omenili v tem podpoglavju. Za izračun teže letala potrebujemo težni pospešek g , ki je odvisen od višine leta, za izračun aerodinamičnih sil pa moramo poznati gostoto zraka ρ , ki je odvisna od zračnega tlaka p_z in temperature T . Pri določanju osnovnih lastnosti atmosfere smo izhajali iz mednarodnega standardnega modela atmosfere ICAO [2]. Zaradi zajema atmosfere v splošnejši obliki bomo podali še nekatere druge lastnosti le-te.

Temperatura T se v troposferi glede na mednarodni standardiziran model atmosfere po ICAO izračuna po enačbi:

$$T = T_0 + \lambda h, \quad (2.163)$$

kjer je za temperaturo zraka na nadmorski višini 0 vzeta temperatura $T_0 = 288,15 \text{ K}$ in temperaturni gradient troposfere $\lambda = -0.0065 \text{ K/m}$, h je nadmorska višina.

Zračni tlak je odvisen od višine, kot podaja osnovna hidrostatična enačba 2.164. Predpostavimo, da lahko za zrak v atmosferi uporabimo zakon za idealne pline po enačbi 2.165:

$$dp_s = -\rho g dh, \quad (2.164)$$

$$\frac{p_s}{\rho} = \frac{R_a}{M_a} T. \quad (2.165)$$

Po izenačenju enačb 2.164 in 2.165 ter zanemarjenju odvisnosti gravitacijskega pospeška g od višine dobimo:

$$\frac{dp_s}{p_s} = -\frac{M_a g_0}{R_a T} dh, \quad (2.166)$$

kjer je p_s zračni tlak, $g_0 = 9,80665 \text{ ms}^{-2}$ (težni pospešek na morski gladini), M_a je molska masa zraka in $R_a = 8314,32 \text{ JK}^{-1}\text{kmol}^{-1}$ (molska plinska konstanta).

Statični zračni tlak p_s dobimo po integraciji enačbe 2.166:

$$\ln\left(\frac{p_s}{p_0}\right) = -\frac{g}{\lambda R} \ln\left(\frac{T_0 + \lambda h}{T_0}\right). \quad (2.167)$$

Enačbo 2.167 lahko zapišemo tudi v obliki:

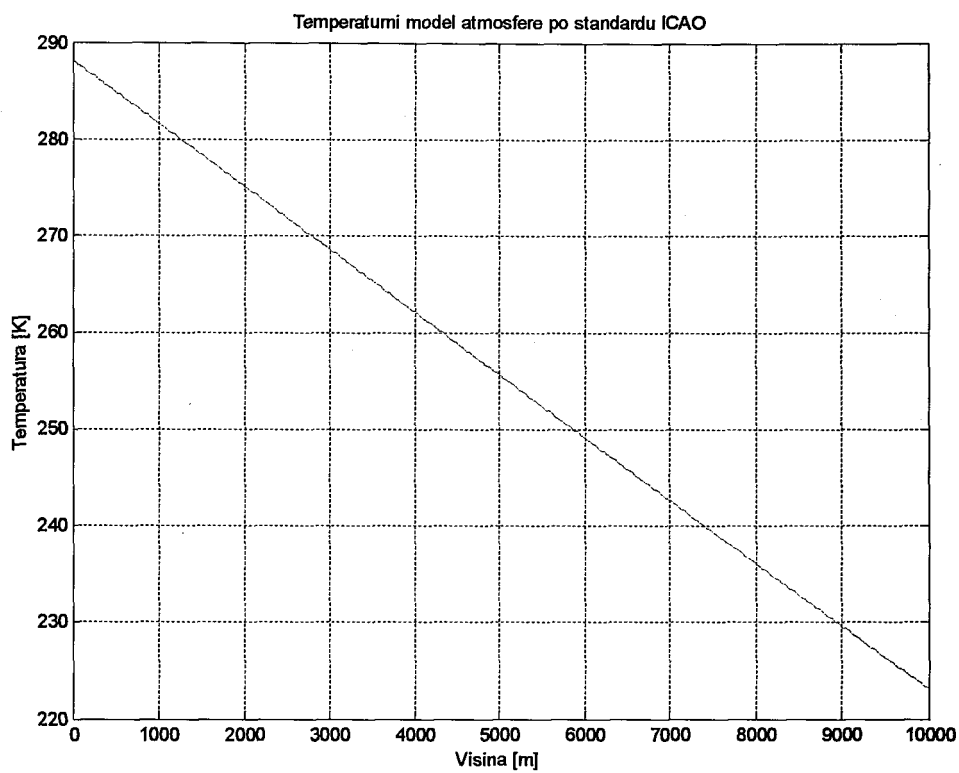
$$\frac{p_s}{p_0} = \left(1 + \frac{\lambda h}{T_0}\right)^{-\frac{g}{\lambda R}} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{-\frac{g}{\lambda R}}, \quad (2.168)$$

kjer je $p_0 = 101325 \text{ Nm}^{-2}$ (zračni tlak na morski gladini), R je specifična plinska konstanta ($R = R_0/M_0 = 287,05 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$) in $M_0 = 28,9644 \text{ kg kmol}^{-1}$ je molska masa zraka na morski gladini.

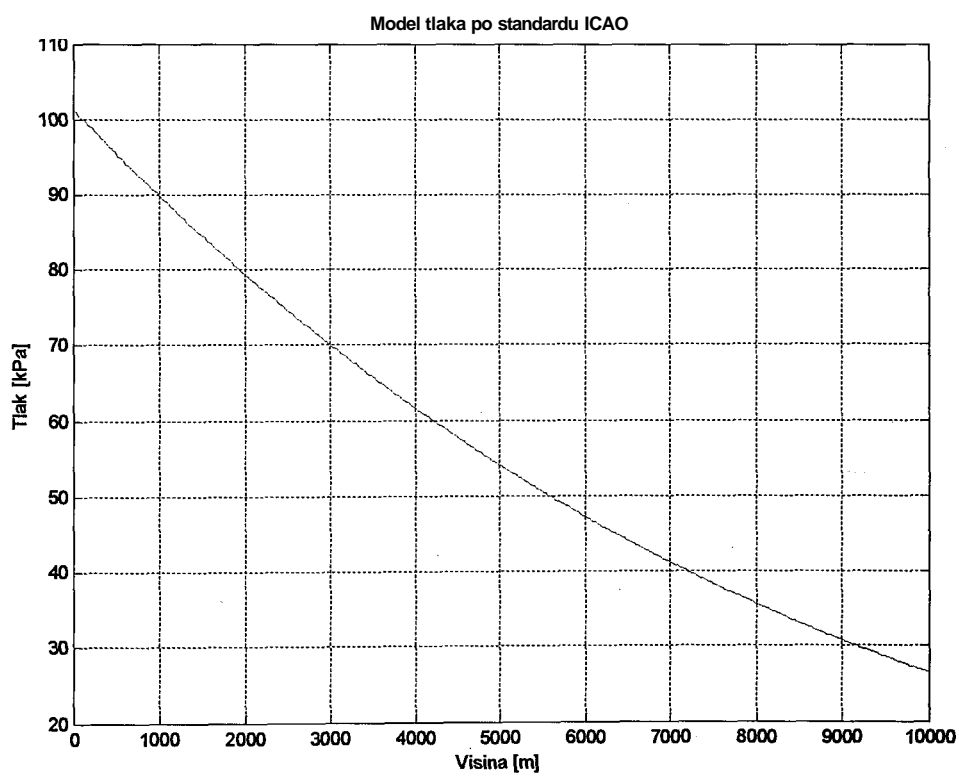
Pri izpeljavi enačbe 2.168 smo integrirali enačbo 2.166 pri konstantnem težnostnem pospešku. To pomeni, da bi dejansko morali zamenjati geometrično višino h z geopotencialno višino H_{geopot} . Sicer je geometrična višina h nadmorska višina, geopotencialna višina H_{geopot} pa je definirana z enačbo:

$$H_{\text{geopot}} = \int_0^h \frac{g}{g_0} dh. \quad (2.169)$$

V naši obravnavi obeh višin zaradi manjše razlike ne bomo posebej razlikovali. Ta poenostavitev je upravičena za simulacije na relativno nizkih višinah. V nadaljnji obravnavi bomo torej uporabljali oznako h za višino leta, zavedali pa se bomo majhne napake, ki jo storimo s to poenostavitvijo. Opozoriti velja, da smo pri obravnavi enačb gibanja za višino leta uporabljali simbol H , vendar povsem izven konteksta geopotencialne višine. Mišljena je zgolj nadmorska višina.



Slika 2.19: Model temperature po ICAO

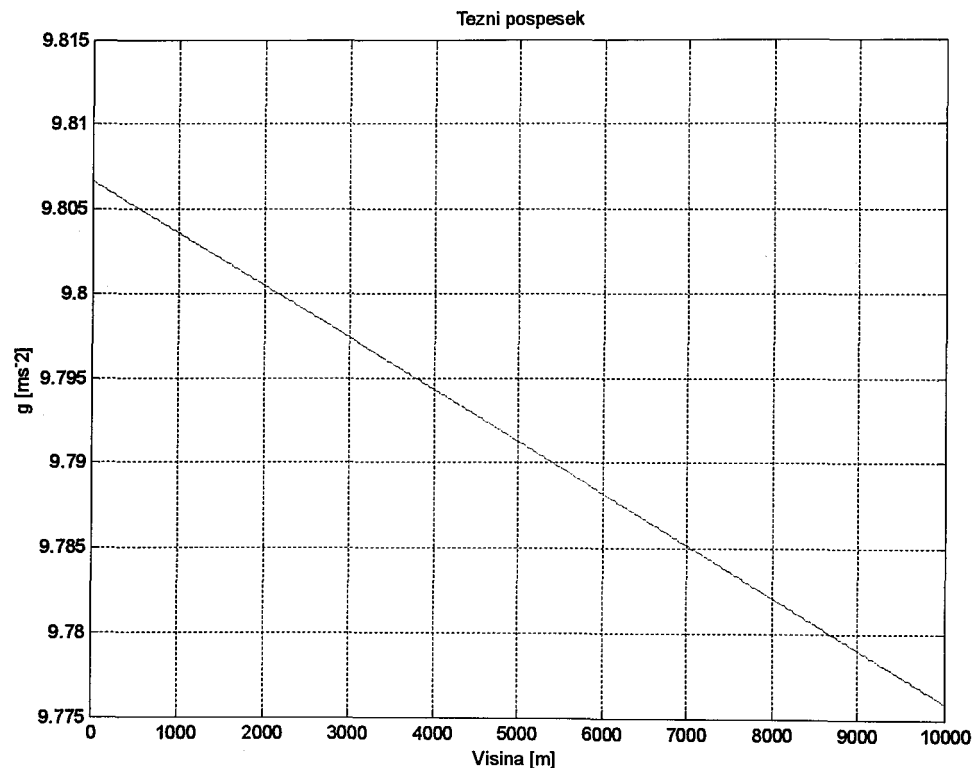


Slika 2.20: Model tlaka po ICAO

Gravitacijski pospešek g izračunamo po enačbi:

$$g = g_0 \left(\frac{R_{z\text{emlje}}}{R_{z\text{emlje}} + h} \right)^2, \quad (2.170)$$

kjer je $g_0 = 9,80665 \text{ ms}^{-2}$ (težni pospešek na morski gladini) in $R_{z\text{emlje}} = 6371020 \text{ m}$ (polmer Zemlje). Čeprav enačba 2.170 uporablja polmer Zemlje, so enačbe stanj od 2.24 do 2.35 zapisane za raven model Zemlje (ne upošteva ukrivljenosti). Enačba 2.170 povzema le odvisnost težnega pospeška od višine. Omenjenega ne gre spregledati.



Slika 2.21: Odvisnost težnega pospeška ni linearna

Gostoto zraka ρ izračunamo iz zračnega tlaka p_s in temperature zraka T_s pomočjo plinskega zakona za idealne pline po enačbi:

$$\rho = \frac{p_s M_a}{R_a T} = \frac{p_s}{RT}. \quad (2.171)$$

Podajmo še izračune veličin, ki jih bomo pri naši obravnavi oziroma kasneje tako ali drugače srečali. Dinamični tlak se izračuna iz hitrosti zraka in gostote zraka. Je nujno potreben pri izračunu aerodinamičnih sli in sil pogona zaradi delovanja propelerja. Izračuna se po enačbi:

$$q_{dyn} = \frac{1}{2} \rho V^2. \quad (2.172)$$

Za letala, ki letijo z velikimi hitrostmi, je pomemben podatek Machovo število M . Machovo število se izračuna:

$$M = \frac{V}{a}, \quad (2.173)$$

kjer je a hitrost zvoka, ki se izračuna:

$$a = \sqrt{\gamma RT}. \quad (2.174)$$

Če uporabljamo podatke iz vetrovnikov, potem je potrebno upoštevati tudi t. i. *dimenzijske efekte*, ki prenesejo lastnosti modelov iz vetrovnikov na realne modele. V takih primerih je potrebno poznati Reynoldsevo število, ki se pogosto podaja z izračunom, kjer se upošteva srednja aerodinamična tetiva \bar{c} . Izračun podaja enačba:

$$R_e = \frac{\rho V \bar{c}}{\mu}. \quad (2.175)$$

Reynoldsevo število, izraženo na dolžinsko enoto je zato:

$$R_e = \frac{\rho V}{\mu}. \quad (2.176)$$

V enačbi 2.176 je M , koeficient dinamične viskoznosti, ki se izračuna z Sutherlandovo enačbo:

$$\mu = \frac{1,485 \cdot 10^{-1} T^{\frac{3}{2}}}{T + 110,4}. \quad (2.177)$$

2.10 Uravnoveženje modela letala

V razdelkih od 2.1 do 2.9 je zajeto vse potrebno za zgraditev preprostega nelinearnega modela letala. V kolikor bi želeli model tudi simulacijsko preveriti, pa bi na tem mestu naleteli na težavo.

Pred začetkom simulacije je nujno potrebno določiti začetne pogoje $x(t = 0)$ tj. vrednosti spremenljivk stanj x ob času $t = 0$, vhode v sistem letala $\mathbf{u}_{\text{aero}} = [\delta_e \delta_a \delta_r \delta_f]$ in vhodni vektor v sistem pogona \mathbf{u}_{pog} . Izvajanje simulacije je pravzaprav ciklično reševanje enačb gibanja in te so diferencialne enačbe 1. reda. Poznani začetni pogoji so torej pogoj za rešitev teh enačb. Vhodi v simulacij ski model letala so odkloni krmilnih površin. Pred zagonom je potrebno poznati ali bolje rečeno določiti vrednosti omenjenim spremenljivkam. Ena od rešitev je, da jih izberemo poljubno. Takšna rešitev se zdi sicer preprosta, ni pa zelo verjetno, da je tudi uporabna. Če pri takšnem določanju spremenljivk stanj pogrešimo že pri eni spremenljivki stanja, so posledice lahko velike. V primeru, da določimo spremenljivko stanja ρ različno od 0, bo to v simulaciji pomenilo rotacijo letala okrog osi x , podobno velja tudi za kotni hitrosti q in r . Če pogrešimo pri določanju Eulerjevih kotov ψ , θ , φ , to pomeni drugačno lego letala (relativno glede na Zemljo) kot bi želeli. Pogrešek pri določanju odklona krmil ali vrtljajev v sistem pogona povzroči drugačno nadaljevanje leta od želenega. Četudi vsem naštetim spremenljivkam dodelimo vrednost 0, gotovo naletimo na težave pri določanju hitrosti leta V , vpadnemu kotu α ter kotu bočnega drsenja β . Prav slednji trije (V , α , β) skoraj gotovo hkrati nimajo ali vsaj ni željeno, da bi imeli vrednost 0. Z določitvijo vrednosti vhodnim vektorjem \mathbf{u}_{aero} in \mathbf{u}_{pog} zagotovimo nadaljevanje leta, torej let ob časih $t > 0$. Pred začetkom simulacije mora biti tako ustrezno določen celoten vektor spremenljivk stanj x ter vhodi \mathbf{u}_{aero} in \mathbf{u}_{pog} . V primeru ko želimo, da bo letalo letelo v vseh ozirih naravnost, ne sme biti popolnoma nobenega pogreška pri določanju vektorja x ter vhodov \mathbf{u}_{aero} in \mathbf{u}_{pog} , kar nadalje pomeni natančno določitev vseh komponent vektorjev x in \mathbf{u}_{aero} ter \mathbf{u}_{pog} . Izvzete so le koordinate, ki določajo pozicijo letala. Omenjeni način določanja x ,

U_{aero} in u_{pog} gotovo ne more dati zadovoljivih rezultatov, zato je potrebno v proces uravnoteženja letala vključiti teoretične osnove skupaj z optimizacijskim postopkom. Uravnoteženje oziroma *trimanje* letala pomeni določiti pogoje, pod katerimi letalo ohranja uravnotežen let. Osnovno teoretično ozadje uravnoteženega leta bomo predstavili v nadaljevanju. Ponovno podajmo nelinearno enačbo stanj, ki opisuje dinamiko poljubnega togega telesa:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{v}(t), t). \quad (2.178)$$

Enačbo 2.178 lahko podamo tudi v implicitni obliki:

$$\mathbf{f}(\dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{v}(t), t) = 0, \quad (2.179)$$

kjer je \mathbf{x} vektor stanj, \mathbf{u} je vhodni vektor vseh vhodov (u_{aero} in u_{pog}) in \mathbf{v} vektor zunanjih motenj (veter). Ravnotežna točka časovno nespremenljivega sistema brez krmilnih vhodnih signalov, je definirana z:

$$\mathbf{f}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0, \quad (2.180)$$

kjer je $\dot{\mathbf{x}} = 0$ in $\mathbf{u} = 0$ ali konstanten. Motenj vetra tu ne upoštevamo. Sistem je v mirovanju, če so vsi časovni odvodi enaki 0. Uravnotežen let je definiran kot pogoj, v katerem so vse spremenljivke, ki opisujejo gibanje, konstantne ali enake 0 in vsi pospeški enaki 0. Tej definiciji ustreza uravnotežen let naravnost (*steady wings-level flight*) in uravnoteženo zavijanje (*steady turning flight*). Pri tem smo predpostavili konstantno maso letala in uporabo enačb gibanja, za katere veljajo omejitve iz Priloge A. Če zanemarimo še spremembo gostote zraka glede na nadmorsko višino, potem lahko za uravnotežena leta smatramo tudi *steady pull-up* (*push-over*), kar pomeni konstantno prevračanje in *steady roll*, kar pomeni konstantno valjanje. *Steady pull-up* pomeni let, pri katerem se letalo vrti s konstantno kotno hitrostjo okrog osi y (prevračanje *-pitch*) oziroma dela "luping", *steady roll* pa pomeni let, pri katerem se letalo vrti s konstantno kotno hitrostjo okrog osi x (valjanje - *roll*) oziroma dela "sodček". Spremenljivke, ki opisujejo pozicijo letala v koordinatnem sistemu Zemlje x_e , y_e in H , ne tvorijo povratne zanke v enačbe gibanja, zato jih pri obravnavi uravnoteženih letov lahko izpustimo. Ostane 9 spremenljivk stanj v

enačbah, ki so bile izpeljane in veljajo za raven model Zemlje. Podane so z enačbo 2.181:

$$\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}, \dot{V}, \dot{\alpha}, \dot{\beta} = 0, \mathbf{u} = \text{konstanta}. \quad (2.181)$$

Naslednje zahteve določajo natančne pogoje za uravnotežene lete:

<i>steady wings-level flight:</i>	$\varphi, \dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi} = 0$	in	$p, q, r = 0$
<i>steady turning flight:</i>	$\dot{\varphi}, \dot{\theta} = 0$		$\dot{\psi} = \text{turn rate}$
<i>steady pull-up, push-over:</i>	$\varphi, \dot{\varphi}, \dot{\psi} = 0$		$\dot{\theta} = \text{pull-up rate}$
<i>steady roll:</i>	$\dot{\theta}, \dot{\psi} = 0$		$\dot{\varphi} = \text{roll rate}$

Izpolnjeni pogoji $p, q, r = 0$ povzročijo, da so aerodinamični navori in navori zaradi delovanja pogona konstantni ali enaki 0. Podobno izpolnjeni pogoji $V, \alpha, \beta = 0$ povzročijo, da so aerodinamične sile konstantne ali enake 0. Tem zahtevam ustrezata tudi načina leta *steady pull-up* in *steady roll*. Kljub vsemu je koristno uravnotežiti letalo tudi za slednja načina leta, saj letalo in njegov sistem vodenja (avtopilot) nadzira letalo tudi v takšnih položajih. V ta namen moramo v uravnoteženih pogojih leta model letala linearizirati in pridobiti potrebne podatke za načrtovanje vodenja.

Da bi zagotovili uravnotežen let, je potrebno rešiti sklop nelinearnih diferencialnih enačb, ki sledijo iz modela. Zaradi kompleksnih funkcijskih odvisnosti, ki sledijo iz modela, v splošnem teh enačb ni mogoče rešiti analitično. Zato je potrebno uporabiti numerični pristop, ki iterativno izboljšuje neodvisne spremenljivke, dokler ni dosežen kateri od kriterijev. Na ta način dobljena rešitev je približek, vendar se s čim ostreje postavljenimi kriteriji tem bolj približamo točni vrednosti. Toda rešitev ni enolična. Za primer uravnoteženega leta naravnost pri dani moči motorja obstaja rešitev za dve različni hitrosti leta V in dva vpadna kota α . Poznavanje obnašanja letala nam v takšnih primerih pomaga pri določitvi prave rešitve.

Pred izvedbo postopka uravnoteženja je potrebno nekaterim spremenljivkam vrednosti določiti, druge pa določi algoritem za doseganje uravnoteženega leta. Glede na zasnovo modela letala in na njem osnovanem algoritmu uravnoteženja je

potrebno uporabniku pred izvedbo postopka uravnoteženja določiti odklon krilc δ_f in vrtljaje motorja n . Za preostale vhodne spremenljivke $\delta_e, \delta_a, \delta_r$ v splošnem ni mogoče določiti kakršnihkoli analitičnih pogojev. Te spremenljivke mora določiti numerični algoritem uravnoteženja. Tri spremenljivke stanj, ki določajo pozicijo letala (x_e, y_e, H) lahko začasno izključimo iz obravnave, ker je edina pomembna komponenta višina leta H , ki pa mora biti uporabniško določena. Za uravnovežen let naravnost morajo biti spremenljivke stanj φ, p, q, r enake 0, spremenljivka ψ pa mora biti uporabniško določena. Nedoločene ostanejo le še spremenljivke V, a, β in θ . Kot bočnega drsenja β mora algoritem uravnoteženja določiti tako, da je sila F_y enaka 0. Preostanejo le še spremenljivke V, a in θ . V algoritem za uravnovežen let naravnost uporabniško določimo še hitrost V , s katero naj letalo leti, vrednosti spremenljivkam a in θ tako določi algoritem. Za preostale uravnovežene lete je potrebno uporabniško določiti druge spremenljivke stanj in spet druge določi algoritem. V pomoč algoritmom pri določanju vrednosti spremenljivk lahko za preostale tri načine leta (*steady turning flight, steady pull-up, steady roll*) uporabimo nekatere odvisnosti, ki jih lahko analitično opišemo. Več o teh odvisnostih je podano v [12].

Algoritem uravnoteženja določi pogoje leta z iskanjem ustreznega vektorja stanj x ter vhodnega vektorja U_{aero} in u_{pog} , za katere so odvodi spremenljivk stanj V, a, β, p, q, r enaki nič. Skalarna kriterijska funkcija, ki predstavlja kriterij pri določitvi ustreznega vektorja stanj x ter vhodnih vektorjev u_{aero} in u_{pog} , je podana spodaj:

$$J = c_1 \dot{V}^2 + c_2 \dot{\alpha}^2 + c_3 \dot{\beta} + c_4 \dot{p} + c_5 \dot{q} + c_6 \dot{r} . \quad (2.182)$$

Konstante $c_i, i \in \{1, 2, \dots, 6\}$ so utežnostne konstante. Jedro algoritma uravnoteženja predstavlja minimizacijska funkcija. Pri realizaciji v programu *Matlab* smo uporabili funkcijo *fminsearch*. Algoritem uravnoteženja, ki je bil poenostavljeno predstavljen v tem podpoglavju, je zasnovan na podlagi algoritma uravnoteženja letala v *FDC Toolbox* [12].

2.11 Linearizacija modela letala

V kolikor bi želeli analitično izračunati prenosne funkcije nelinearnega modela letala, ki smo ga razvili skozi predhodne razdelke, bi nedvomno imeli vrsto težav. Zaradi načrtovanja vodenja ali analize stabilnosti potrebujemo model letala, zapisan v drugačni obliki. Zapisa s prenosnimi funkcijami ali v prostoru stanj sta primernejša. Na zgrajenem nelinearnem modelu lahko izvedemo postopek identifikacije, ki pa je dokaj zapleten in zahteva dobro poznavanje pristopov k identifikaciji. Tudi sicer se *identifikacije* poslužujemo v primerih, ko o sistemu, razen vhodno-izhodnih podatkov, ne vemo nič, ali imamo le malo drugih podatkov o sistemu. Nelinearni model letala pa v našem primeru imamo in poznamo njegovo zgradbo. Zato se v tem primeru raje poslužimo *linearizacije*.

Nelinearni model letala sestavlja dvanajst diferencialnih enačb prvega reda, ki opisujejo gibanje letala. V namen linearizacije jih ponovno podajmo:

$$f_{11} = \dot{V} = \frac{1}{m} (F_x \cos \alpha \cos \beta + F_y \sin \alpha \sin \beta + F_z \sin \alpha \cos \beta), \quad (2.183)$$

$$f_{12} = \dot{\alpha} = \frac{1}{V_m \cos \beta} (-F_x \sin \alpha + F_z \cos \alpha) + q - (q \cos \alpha + r \sin \alpha) \tan \beta, \quad (2.184)$$

$$f_{13} = \dot{\beta} = \frac{1}{V_m} (-F_x \cos \alpha \sin \beta + F_y \cos \beta - F_z \sin \alpha \sin \beta) + p \sin \alpha - r \cos \alpha, \quad (2.185)$$

$$f_{14} = \dot{P} = P_{pp} P^2 + P_{pq} P q + P_{pr} P r + P_{qq} q^2 + P_{qr} q r + P_{rr} r^2 + P_{pL} L + P_{pM} M + P_{pN} N, \quad (2.186)$$

$$f_{15} = \dot{Q} = Q_{pp} P^2 + Q_{pq} P q + Q_{pr} P r + Q_{qq} q^2 + Q_{qr} q r + Q_{rr} r^2 + Q_{pL} L + Q_{pM} M + Q_{pN} N, \quad (2.187)$$

$$f_{16} = \dot{r} = R_{pp} P^2 + R_{pq} P q + R_{pr} P r + R_{qq} q^2 + R_{qr} q r + R_{rr} r^2 + R_{pL} L + R_{pM} M + R_{pN} N, \quad (2.188)$$

$$f_{17} = \dot{\psi} = \frac{q \sin \phi + r \cos \phi}{\cos \theta}, \quad (2.189)$$

$$f_{18} = \dot{\theta} = q \cos \phi \sin \theta - r \sin \phi \cos \theta, \quad (2.190)$$

$$f_{19} = \dot{\phi} = p + q \sin \theta \tan \theta + r \cos \theta \tan \theta + \psi \sin \theta, \quad (2.191)$$

$$f_{10} = \dot{x}_e = u \cos \theta \cos \psi + v(\sin \varphi \sin \theta \cos \psi - \cos \varphi \sin \psi) + w(\cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi), \quad (2.192)$$

$$f_{11} = \dot{y}_e = u \cos \theta \sin \psi + v(\sin \varphi \sin \theta \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi) + w(\cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi), \quad (2.193)$$

$$f_{12} = \dot{H} = -(u \sin \theta + v \sin \varphi \cos \theta + w \cos \varphi \cos \theta). \quad (2.194)$$

Definirajmo še vhode v model letala:

$$\mathbf{u} = [\delta_e \ \delta_a \ \delta_r \ \delta_f \ n]^T. \quad (2.195)$$

Izhodi iz nelinearnega modela, ki so pomembni pri nadaljnji obravnavi, so vse spremenljivke stanj $[V \ \alpha \ \beta \ p \ q \ r \ \psi \ \theta \ \varphi \ x_e \ y_e \ H]$. Lineariziran model lahko predstavimo v prostoru stanj z enačbama, ki sledita:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}. \end{aligned} \quad (2.196)$$

Matrike in vektorji, ki podajajo lineariziran model letala v prostoru stanj, so določeni na naslednji način:

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}, \quad (2.197)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}}, \quad (2.198)$$

$$\mathbf{C} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}, \quad (2.199)$$

$$\mathbf{D} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}}. \quad (2.200)$$

V \mathbf{f} so zajete enačbe od 2.183 do 2.194, v \mathbf{g} pa izhodi. Ker so izhodi vse spremenljivke stanja, je matrika \mathbf{C} enotina matrika (po enačbi 2.196), direktnih povezav vhodov na izhod ni in zato je matrika \mathbf{D} sestavljena iz samih ničel. Po enačbah od 5.1 do 5.18 lahko definiramo linearni model letala:

Bistveno lažji način lineariziranja nelinearnega modela letala ponuja linearizacija s pomočjo *Matlabove* rutine *linmod*. Linearizacija poteka v delovni točki, ki je določena z vektorjema \mathbf{x}_0 in \mathbf{u}_0 . Delovna točka, v kateri nelinearni matematični model letala lineariziramo, je določena z načinom leta letala, običajno je to eden od uravnoveženih letov. Rutina *linmod* ne odvaja analitično, pač pa se z majhnimi spremembami (perturbacijami) spremenljivk približa analitičnemu odvodu v delovni točki. Načina numeričnega izračuna matrik A in B:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{f_1(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_0) - f_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)}{\Delta x_1} & \dots & \frac{f_1(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}_n, \mathbf{u}_0) - f_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)}{\Delta x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{f_n(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_0) - f_n(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)}{\Delta x_1} & \dots & \frac{f_n(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}_n, \mathbf{u}_0) - f_n(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)}{\Delta x_n} \end{bmatrix}, \quad (2.203)$$

$$\text{kjer je: } \Delta\mathbf{x}_i = \Delta x_i \cdot \begin{bmatrix} \zeta_{i,1} \\ \zeta_{i,2} \\ \vdots \\ \zeta_{i,n} \end{bmatrix} \quad \text{in } \zeta_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{če je } i \neq j \\ 1 & \text{če je } i = j \end{cases}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{f_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u}_1) - f_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)}{\Delta u_1} & \dots & \frac{f_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u}_m) - f_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)}{\Delta u_m} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{f_n(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u}_1) - f_n(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)}{\Delta u_1} & \dots & \frac{f_n(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u}_m) - f_n(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)}{\Delta u_m} \end{bmatrix}, \quad (2.204)$$

$$\text{kjer je: } \Delta\mathbf{u}_i = \Delta u_i \cdot \begin{bmatrix} \zeta_{i,1} \\ \zeta_{i,2} \\ \vdots \\ \zeta_{i,m} \end{bmatrix} \quad \text{in } \zeta_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{če je } i \neq j \\ 1 & \text{če je } i = j \end{cases}$$

Vrednosti matrik C in D rutina oceni na podoben način kot matriki A in B. Poudariti velja, da tako dobljeni členi matrik niso povsem natančni, so pa dobri in uporabni približki v okolici delovne točke. Lineariziran model letala je v okolici delovne točke zelo dober približek za nelinearni matematični model letala.

2.12 Sklep

V drugem poglavju smo obravnavali nelinearni model letala. Skušali smo zajeti vse pomembno, kar je potrebno za zgradbo preprostega nelinearnega modela letala. Z opisi smo razložili in predlagali način gradnje nelinearnega modela letala. Dodatnih podrobnosti v tem poglavju namensko nismo posebej izpostavljali in navajali, saj je natančnost modela odvisna od uporabe le-teh in za splošno razumevanje niso potrebne. Nekatere podrobnosti pri opisih aerodinamičnih lastnosti letala bomo podali v poglavju 3, kjer bo prikazana namensko razvita programska aplikacija *SIMDLAV* z nekaterimi primeri rešitev. Podrobno smo izpeljali enačbe gibanja, saj želimo biti v njihovo natančnost povsem prepričani, da bi lahko z gotovostjo potrdili prikazane lastnosti letala v simulaciji.

V prvem poglavju smo predstavili bločno shemo letala. Iz nje se vidijo povezave in vplivi med posameznimi deli. Sledila je predstavitev koordinatnih sistemov in definicija veličin. Predstavili smo transformacijsko matriko za izražanje veličin med koordinatnima sistemoma. Enačbe gibanja smo v Prilogi A nekoliko natančneje izpeljali. Opisujejo gibanje togega telesa in podane so omejitve, znotraj katerih veljajo. Aerodinamika daje letalu značilnosti obnašanja in lastnosti, zato jo je potrebno natančno opisati. Predlagali smo način opisa aerodinamičnih lastnosti letala. Kako v modelu upoštevamo gravitacijsko silo, smo opisali v podpoglavju 2.6. Pogon letalu zagotavlja vlečno silo, s katero premaguje silo upora. Osnovne enačbe opisa pogona s propelerjem smo podali v razdelku 2.7. Na letalo lahko deluje veter in ga odnaša iz smeri. Podali smo opis vplivov delovanja vetra na letalo. Temperaturni profil atmosfere, profil zračnega tlaka in gostote zraka smo podali v podpoglavju 2.9. Uravnoteženje modela letala pomeni določitev odklonov krmil u in vektorja stanj $x(t = 0)$ za ohranjanje uravnoveženega leta. S pomočjo uravnoveženja lažje določimo delovno točko in model lahko v tej točki lineariziramo. Z linearizacijo, ki smo jo podali v razdelku 2.11, dobimo informacije o modelu letala v obliki zapisa v prostoru stanj ali v obliki prenosnih funkcij.

3 Model letala v programski aplikaciji *SIMDLAV*

V poglavju 2 smo predstavili opis splošnega nelinearnega modela letala. Predlagan način povzema le najpomembnejše, da lahko zgradimo preprost model letala, hkrati pa je vključena večina najpomembnejših vplivov. Najkrajši povzetek 2. poglavja predstavlja slika 2.1. Skupaj z njo in ob razumevanju vsebine poglavij 1 in 2, bralcu najbrž ne bo težko slediti vsebinam 3. poglavja. V njem želimo povzeti rešitve in pristope k modeliranju letal, ki so bile realizirane v programski aplikaciji *SIMDLAV* (*Simulacija dinamike letala, animacija in vodenje*). V vsaki podrobnosti nadgrajenega modela letala le-tega ne bomo vedno znova opisovali v celoti, pač pa se bomo za predstavljene rešitve sklicevali na osnovni nelinearni model letala (poglavje 2) in sproti opozorili na mesto in načine realizacije neke podrobnosti. Poglavje 3 je torej nadgradnja splošnega nelinearnega modela letala z upoštevanjem dodatnih podrobnosti do te mere, da lahko zgradimo simulacij ski model (repliko) kateregakoli realnega modela letala. Z opisom podrobnosti bomo istočasno zajeli tudi funkcionalnosti programa *SIMDLAV*.

3.1 Fizični model letala

Osnovna razpoznavna lastnost vsakega letala je njegova oblika. Oblika letala je konstrukcijska lastnost, ki je prilagojena uporabi letala, prilagojena aerodinamičnim rešitvam, zagotavljanju trdnosti in še vrsti drugim zahtevam. Oblika je tesno povezana z obnašanjem letala v letu in zagotavljanjem določenih performans. V širšem smislu lahko obliki pripišemo velikost *glavnih sestavnih delov* letala, razdalje med sestavnimi deli, razdalje sestavnih delov do masnega težišča letala, maso sestavnih delov, namestitvev motorjev, rezervoarjev za gorivo ... Med naštetim zlahka prepoznamo *površino* in *maso* sestavnih delov, *masna težišča* posameznih sestavnih delov, *ročice*, ki povzročajo *navore*, *sile*, *vztrajnostne momente* ... Trditev o pomembnosti oblike skupaj z naštetimi veličinami zlahka podkrepimo, če se spomnimo enačb gibanja od 2.24 do 2.35, osnovnih enačb za izračun aerodinamičnih sil in definicij navorov. V njih nastopajo masa letala, vztrajnostni momenti, sile, navori. Če torej želimo zgraditi matematični model poljubnega realnega letala, je očitno potrebno zajeti obliko letala. *SIMDLAV* ima v ta namen zgrajen uporabniški vmesnik, kjer program vodi uporabnika skozi definicijo vseh potrebnih parametrov, ki skupaj predstavljajo t. i. *grobi model letala*. Ko uporabnik vnaša parametre letala, se v ozadju gradi grobi model letala. Slednji, se v prvi vrsti uporablja za izračun mase letala, določitev masnega težišča letala in vztrajnostnih momentov letala. Z definiranimi dimenzijami so poznane tudi prostorske razdalje med točkami sestavnih delov. Ker je letalo obravnavano kot togo telo, ki je invariantno glede mase, so vse našete veličine med letom nespremenljive, zato je potreben le njihov enkratni izračun.

Uporabniški vmesnik vodi uporabnika skozi definicijo letala. Grobi model letala v najsplošnejši obliki je v programu *SIMDLAV* definiran na podlagi vnosov podatkov za vsak sestavni del posebej. Z vnosi podatkov se definira velikost in oblika glavnih sestavnih delov. Skupno, vključujoč tudi druge podatke, je potrebnih približno 100 parametrov, da lahko program določi celo letalo. Potrebnih parametrov za definiranje oblike letala je približno polovica vseh. *SIMDLAV* upošteva popolno simetrijo letala

leve in desne polovice, če ločilno ravnino strani letala predstavlja ravnina xz po sliki 2.2. Zato so vnosi vezani le na eno vrsto sestavnih delov, drugi so njihova zrcalna slika. Takoj naj opozorimo, da je ta identičnost leve in desne polovice letala zgolj fizična oziroma konstrukcijska in nikakor ne velja pri aerodinamičnem opisu. Program ima v naprej določene glavne sestavne dele. Glavne sestavne dele definiramo kot dele, ki v grobem določijo letalu obliko. To je trup letala, ki je sestavljen iz dveh delov, krila letala, krilc, zakrile, repnega višinskega stabilizatorja, višinskega krmila, repnega smernega stabilizatorja in smernega krmila. Ime glavni sestavni deli ne poudarja pomembnosti. Druge dele letala, kot so: motor, gorivo in balast tudi obravnavamo v tem kontekstu, vendar ne kot dele, ki določajo obliko. Zato jih ne uvrščamo med t. i. glavne dele. Poleg dimenzijskih lastnosti uporabnik definira povprečno gostoto vsakega sestavnega dela posebej in mu določi vrsto profila. Vnos povprečne gostote sestavnega dela je velika poenostavitev. Če pri tej poenostavitvi izračunamo enako maso določenega sestavnega dela, kot jo ima realno letalo, pa to v splošnem ne drži za vztrajnostne momente tega istega sestavnega dela. Izračun vztrajnostnega momenta namreč upošteva prostorsko razporeditev mase, kar pa s približkom povprečne gostote gotovo povzroči napako, saj so sestavni deli letal po večini ogrodne in zato votle strukture. Zaradi velikih poenostavitev v numeričnem računanju uporabljamo povprečno gostoto sestavnih delov, ob tem pa se zavedamo storjene napake.

Dimenzija, oblika in gostota sestavnih delov omogoča numerični izračun mas sestavnih delov. Algoritem za izračun mas uporablja naslednjo enačbo:

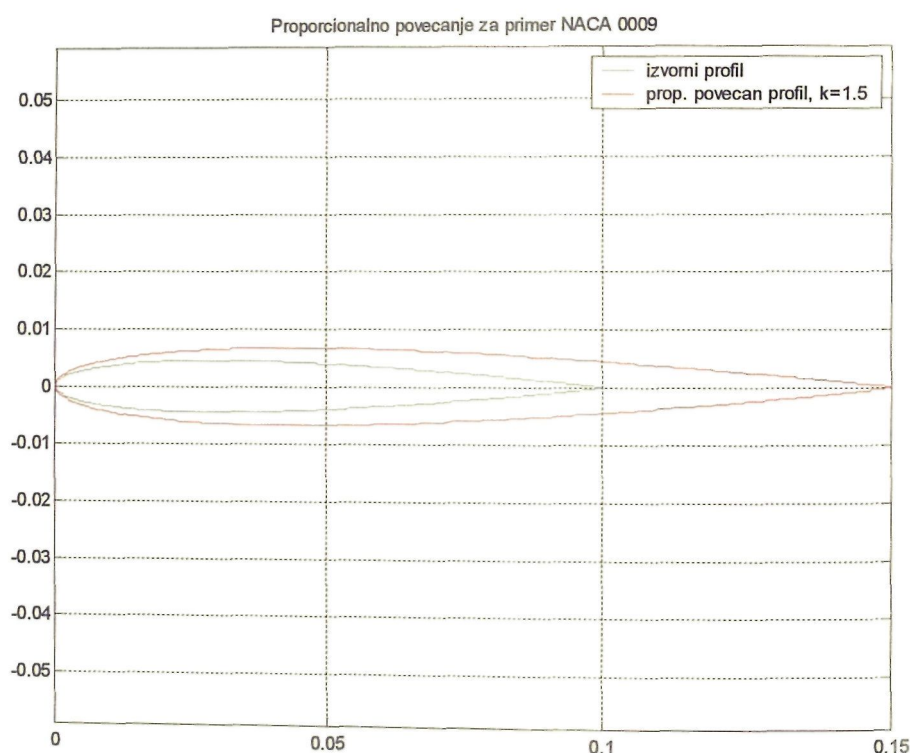
$$*_{i} = \rho_i AV_i p, \quad (3.1)$$

kjer je AV_i segment prostornine sestavnega dela in je funkcija oblike profila. Ko uporabnik definira tip profila za vsak sestavni del letala, se pri numeričnem računanju proporcionalno spremeni dimenzija profila glede na dolžino tetive profila. Tudi zaradi tega je potrebno poznati obliko profilov. To pojasnjuje slika 3.1. Proporcionalno (skalirano) upoštevanje dimenzij profila je koristno predvsem v primerih, ko gre za puščičaste lome kril t. j. kadar je širina krila ob trupu drugačna

kot širina krila na koncu. Po enačbi 3.1 numerični algoritem izračuna maso vsakega sestavnega dela. Zgolj poznavanje mase sestavnega dela še ni dovolj. Potrebno je določiti točko, kjer je prijemališče sile teže sestavnega dela, oziroma kje je masno težišče. V ta namen uporabimo definicijo masnega težišča, ki je podana z enačbo:

$$\sum_{i=1}^n M_{mi} = 0. \quad (3.2)$$

Iščemo torej točko, v kateri je vsota navorov enaka 0. V enačbi 3.2 indeks mi pomeni i -to masno točko. Ker imamo prostorski problem, moramo določiti tri koordinate točke masnega težišča sestavnega dela letala. To pomeni, da uporabimo enačbo 3.2 trikrat, vsakič pa predpostavimo drugo os vrtenja.



Slika 3.1: Proporcionalno povečanje profila NACA 0009 za faktor $k = 1,5$

Rešitve enačbe 3.2 ne gre iskati analitično. Program v ta namen uporablja metodo bisekcije, ki je v bistvu numerični pristop k reševanju enačb. Metoda bisekcije izkorišča preprosto dejstvo, da funkcijska vrednost spremeni predznak pri prehodu

preko ničle funkcije. Metoda oži interval iskanja ničle tako, da sta funkcijski vrednosti na robih intervala vedno nasprotnega predznaka. Tako je vedno zagotovljena lega ničle v mejah intervala. Širina intervala, znotraj katerega se nahaja ničla, je kriterij za ustavitev postopka. Da bi lahko uporabili metodo bisekcije, mora funkcija izpolnjevati še nekatere pogoje, ki jih tu ne bomo omenjali, ker so v našem primeru vedno izpolnjeni. Prav osnovno idejo metode bisekcije uporabimo za iskanje točke masnega težišča. Če je skupni navor v prvi predpostavljeni točki lege težišča pozitiven, v drugi pa negativen, pomeni, da težišče letala gotovo leži med tema dvema točkama. Funkcija skupnega navora je gotovo zvezna, kar je eden od pogojev za uporabo algoritma. Na ta način lahko s poljubno natančnostjo določimo lego težišča.

Za vsak sestavni del letala je potrebno določiti njegovo maso in masno težišče. Za določitev mas sestavnih delov je nujno potrebna numerična integracija. Problemu določanja mej integracije se izognemo s poenostavljeno geometrijo. Tako je oblika trupa v splošnem predpostavljena kot kvader. Tudi motor letala je modeliran s kroglo, za rezervoar za gorivo pa se prav tako smatra oblike kvadra. Ko vsem tem sestavnim delom določimo maso in masno težišče, lahko izračunamo maso letala kot vsoto vseh masnih prispevkov. Letalo tako predstavljajo združeni vsi sestavni deli, ki so medsebojno trdno vpeti in ohranjajo medsebojne razdalje. Letalo je torej novo tego telo, ki ima maso in novo masno težišče. Masno težišče oziroma težišče letala je zelo pomembna točka. V tej točki ima prijemlišče sila teža letala, okrog te točke se vrti letalo, lega težišča pomembno vpliva na vztrajnostne momente in v njo postavimo koordinatno izhodišče koordinatnega sistema letala. Ponovno uporabimo enačbo 3.2 in z metodo bisekcije določimo lego težišča letala.

Z ozirom na enačbe od 2.27 do 2.29 je potrebno poznati tudi vztrajnostne momente letala. Težišče letala je točka, okrog katere se letalo vrti. Omenili smo že, da lahko v težišče letala postavimo koordinatno izhodišče in koordinatni sistem orientiramo, kot je prikazano na sliki 2.2. Vztrajnostni moment se izračuna po enačbi 3.3:

$$dI = r^2 \cdot dm, \quad (3.3)$$

kjer je r ročica (razdalja od vrtilišča do diferenciala mase dm) in dJ diferencial vztrajnostnega momenta. V enačbah gibanja nastopajo tudi deviacijski vztrajnostni momenti, pri katerih je glede na enačbo 3.3 razlika le v definiciji ročice. V tabeli so podani vsi vztrajnostni momenti, ki jih potrebujemo in jih moramo izračunati. Vztrajnostne momente letala lahko iz definiranih podatkov numerično izračunamo. Pri tem uporabimo podoben postopek kot pri določanju mase sestavnih delov, le da upoštevamo še razdalje masnih prispevkov do težišča. Definicije vztrajnostnih momentov so podane v tabeli 1:

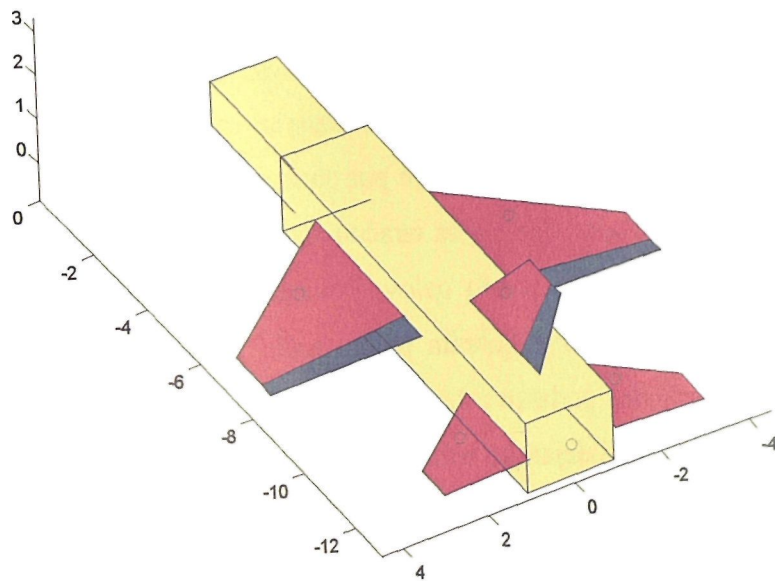
simbol	definicija
I_{xx}	$\sum (y^2 + z^2) \delta m$
I_{yy}	$\sum (x^2 + z^2) \delta m$
I_{zz}	$\sum (x^2 + y^2) \delta m$
J_{xy}	$\sum xy \delta m$
J_{xz}	$\sum xz \delta m$
J_{yz}	$\sum yz \delta m$

Tabela 1: Vrste in definicije vztrajnostnih momentov

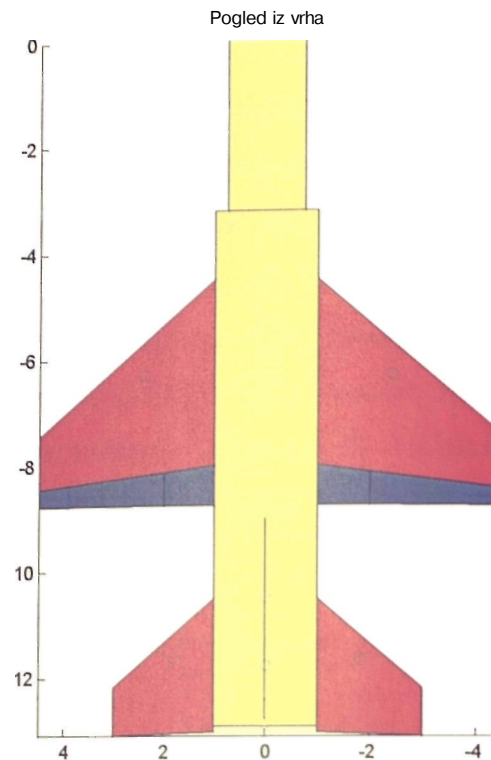
Na podlagi vnosov podatkov program *SIMDLAV* zgradi grobi model letala, ki se nanaša zgolj na obliko. Ti podatki so potrebni za izračun mase letala, težišča letala in vztrajnostnih momentov letala. Ob definiciji oblike so poznane tudi razdalje med katerikoli parom točk. Tako lahko definiramo obliko kateregakoli letala. V okviru definiranja mase in vztrajnostnih momentov letala so zajeti tudi prispevki motorja in goriva. V kolikor gradimo grobi model realnega letala moramo poznati ali čim bolj oceniti velikosti sestavnih delov, mesta pritrditev sestavnih delov na trup letala, velikost rezervoarja za gorivo, maso motorja ... Vseh podatkov realnega letala gotovo ne moremo pridobiti, lahko pa jih bolj ali manj natančno ocenimo. Tudi zaradi tega dodatno vnašamo določeno napako. Zaradi poenostavitve v programu *SIMDLAV* ni mogoče definirati sestavnih delov mehkih oblik (loki, krožnice ...). Na

3.1 Fizični model letala

podlagi vnosov podatkov program sam prilagodi obliki sestavnega dela najprimernejšo enostavno obliko (trapez, pravokotnik ...). Takšna poenostavitev je zaradi lažjih numeričnih izračunov upravičena, napaka, ki jo na ta način ustvarimo, pa tudi opravičuje takšno poenostavitev. Omenjene enostavne oblike so pravzaprav liki, sestavni deli letala pa iz njih izpeljana telesa. V grobem modelu letala omenjene enostvane like sestavijo tetive profilov, ki jih uporabnik dodeli vsakemu sestavnemu delu ob definiciji. Na ta način imamo opraviti s telesi, saj le telesom lahko pripišemo maso. Na slikah 3.2 in 3.3 je prikazan grafični prikaz letala po definiranju potrebnih podatkov v programu *SIMDLAV*. Prikaz je informacijski in ne zajema vseh detajlov. Na slikah 3.2 in 3.3 je prikazan primer modeliranja vojaškega lovca F-16.

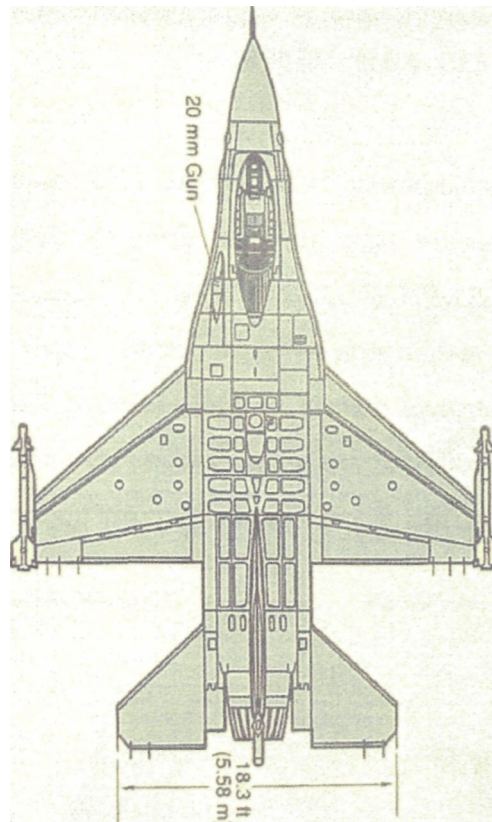


Slika 3.2: Stranski pogled na grobi model letala F-16



Slika 3.3: Tlorisni pogled na grobi model letala F-16

Model letala F-16 na slikah 3.2 in 3.3 je potrebno pravilno interpretirati. Prikazan poenostavljen model se uporabi zgolj za izračun mase letala, vztrajnostnih momentov letala, težišča in površine sestavnih delov. Prikazan model vsebuje tudi popolne informacije o razdaljah med poljubnim parom točk. Model nam torej podaja vse fizične in konstrukcijske podatke o letalu F-16. Model letala F-16 na slikah 3.2 in 3.3 nikakor ni model, ki bi dejansko letel! Z dodatnim aerodinamičnim opisom grobi model letala „omehčamo“ in ostre linije zgladimo. To storimo tako, da vsem sestavnim delom pripišemo aerodinamične lastnosti s pomočjo koeficientov vzgona in upora. Na ta način dobi vsak sestavni del obliko profila in podobnejšo obliko realnemu letalu. Zanimiva je tudi primerjava grobega modela letala F-16 na sliki 3.3 in realnega letala F-16, ki je prikazan na sliki 3.4. Očitno se vidijo poenostavitve pri modeliranju oblike letala.



Slika 3.4: Tlorisni pogled na letalo F-16 po natančni skici

3.2 Aerodinamični opis letala

Aerodinamični opis moramo povezati z obliko letala. To pomeni, da moramo določiti aerodinamične sile in navore vsem glavnim sestavnim delom letala. Kot smo že omenili, so v programu *SIMDLA V* glavni sestavni deli naslednji: trup, krilo, krilca, zakrilca, repni višinski stabilizator, višinsko krmilo, repni smerni stabilizator in smerno krmilo. To so sestavni deli, ki določajo letalu obliko in ki jih moramo še aerodinamično opisati. Osnovni enačbi za izračun aerodinamičnih sil sta 3.4, ki določa izračun sile vzgona, in 3.5, ki določa izračun sile upora:

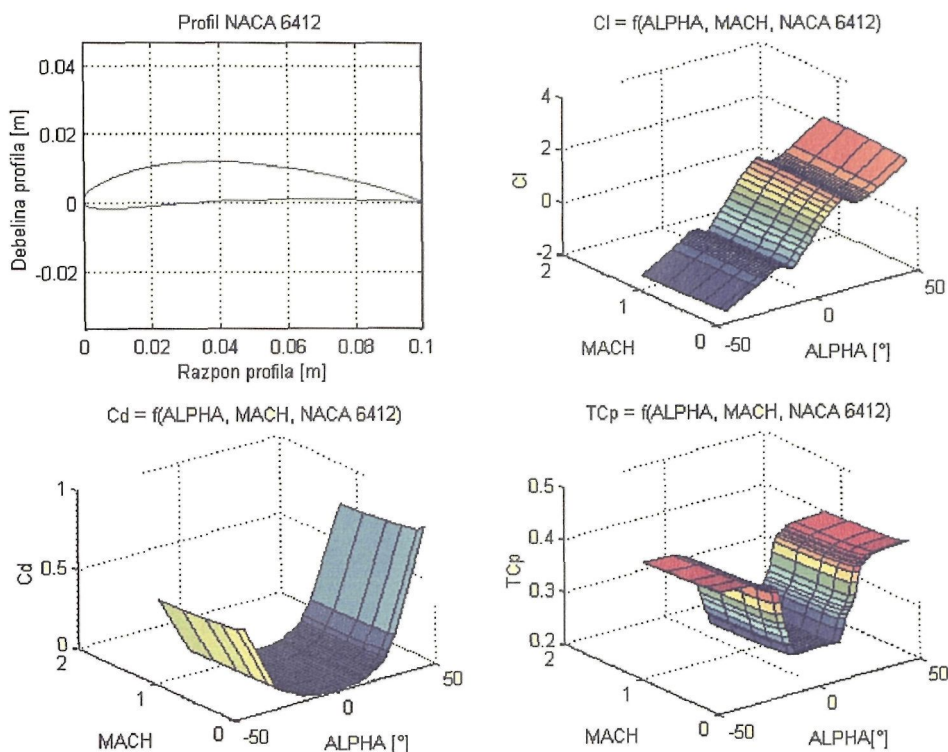
$$F_v = \frac{1}{2} \rho C_v V^2 S, \quad (3.4)$$

$$F_u = \frac{1}{2} \rho C_u V^2 S. \quad (3.5)$$

Izmed veličin v enačbah 3.4 in 3.5 so z obliko sestavnih delov povezani: ploščina sestavnega dela S , koeficient vzgona C_v in koeficient upora C_u . Ploščina S sestavnega dela je podana z njegovo obliko, to definira uporabnik. Koeficienta C_v in C_u sta povezana s profilom, ki določa aerodinamično obliko sestavnega dela.

Koeficienta vzgona C_v in upora C_u , sta lastna vsakemu profilu. Določiti ju je mogoče eksperimentalno ali računsko z namenskim programskim orodjem. Program *SIMDLA V* za nabor profilov uporablja koeficiente, ki so bili dobljeni na oba načina. Vir za eksperimentalno določene koeficiente je knjiga [9], za programsko določitev koeficientov C_v in C_u , pa smo uporabili program *Profili 2*. Že v razdelku 2.5.2 smo ugotovili, da sta oba koeficienta C_v in C_u odvisna od vpadnega kota α (ali β) ter Reynoldsovega števila. Zaradi poenostavitve uporabe v simulaciji smo slednjo odvisnost izrazili na hitrost leta. Posplošeno lahko zapišemo, da sta koeficienta funkciji $f(\text{vpadni kot, hitrost, vrsta profila})$. Program *SIMDLA V* za dolčanje koeficientov C_v in C_u uporablja dvodimenzionalno interpolacijo. Iz danega nabora podatkov vsakega profila, na podlagi trenutnih vrednosti vpadnega kota in hitrosti leta, program s pomočjo interpolacije določi vrednost koeficientov C_v in C_u . Na sliki 3.5 je prikazan primer nabora vseh potrebnih podatkov za profil NACA 6412. S temi

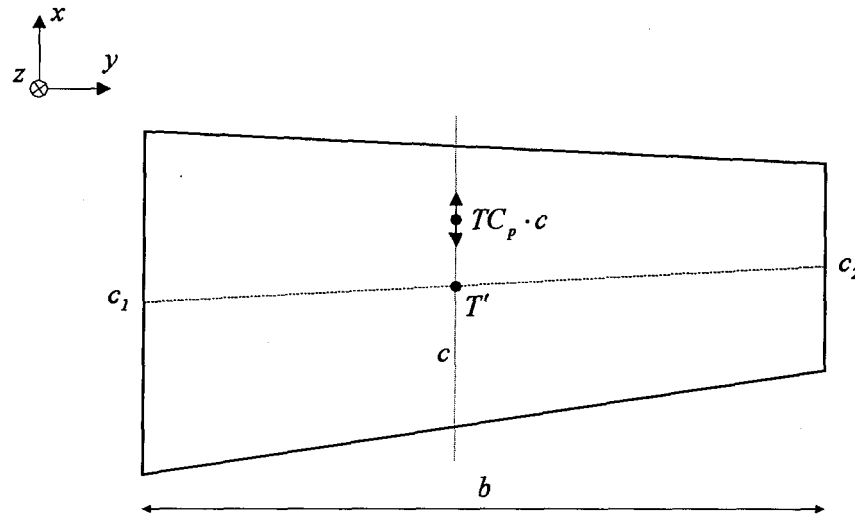
podatki zajamemo bistvene lastnosti profila in z njimi podamo aerodinamični opis sestavnih delov.



Slika 3.5: Grafični prikaz podatkov profila NACA 6412

Na grafu na sliki 3.5 je prikazana tudi odvisnost koeficienta TC_p od vpadnega kota in hitrosti leta, ki je izražena v enoti hitrosti zvoka ($MACH$). S koeficientom TC_p opišemo pozicijo prijemališča aerodinamičnih sil na profilu. Koeficient podaja globino prijemališča aerodinamičnih sil, izraženo procentualno glede na tetivo profila. Produkt koeficienta TC_p in tetive profila \bar{c} je globina prijemališča aerodinamičnih sil, merjena od sprednjega roba profila. Pozicija prijemališča sil se v odvisnosti od vpadnega kota in hitrosti spreminja, kot je prikazano na grafu desno spodaj po sliki 3.5. Trenutna vrednost TC_p je odvisna od trenutnega vpadnega kota in hitrosti ter se med letom neprestano spreminja v skladu z dinamiko (ki jo določajo enačbe gibanja) in vrednostmi po grafu. Ko razpolagamo s podatkom, na kateri globini (glede na tetivo profila) se nahaja prijemališče aerodinamičnih sil na posameznem sestavnem delu letala, lahko izračunamo tudi točko prijemališča sil.

Točka prijemališča aerodinamičnih sil ima tri koordinate. Določanje točke prijemališča bomo razložili na primeru krila. Program *SIMDLAV* sam določi enostavnejšo obliko sestavnih delov in sicer na podlagi vnosov podatkov, ki jih poda uporabnik. Program nato za eno koordinato prijemališča sil določi težišče ploskve, za preostalo koordinato pa je privzeto, da leži na tetivi profila. Način določanja točke prijemališča sil si oglejmo na primeru desne polovice krila na sliki 3.6.



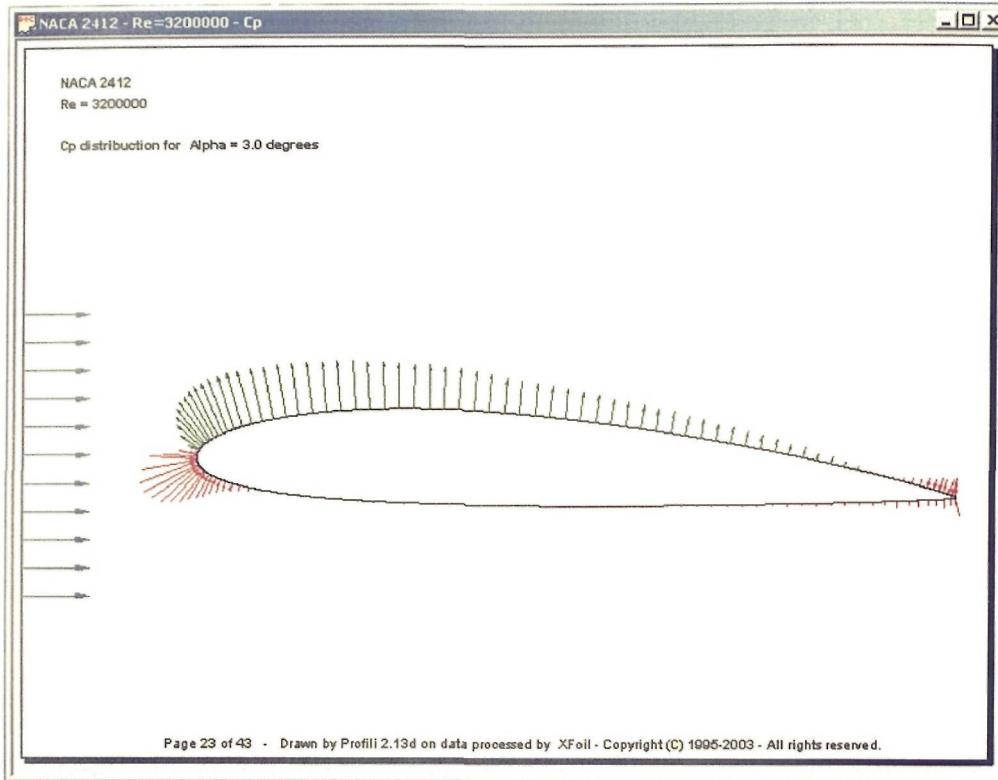
Slika 3.6: Določanje točke prijemališča aerodinamičnih sil

Koordinata y težišča ploskve se izračuna po enačbi 3.6:

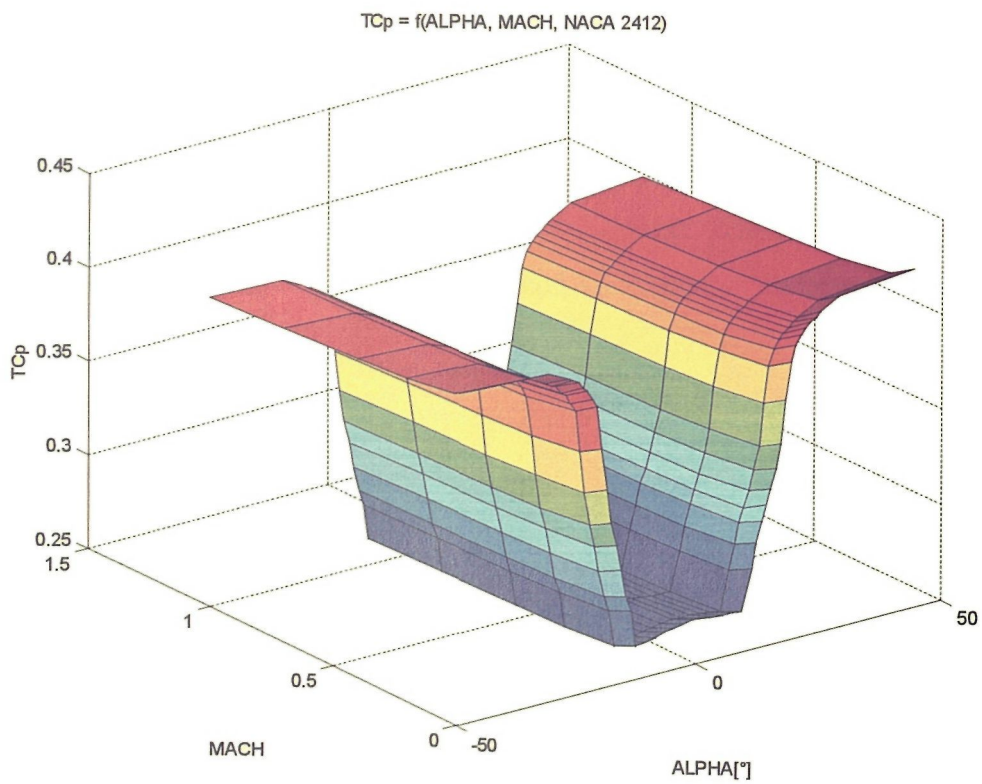
$$T'(y) = \frac{b}{3} \cdot \frac{c_1 + 2c_2}{c_1 + c_2}. \quad (3.6)$$

Koordinata x težišča ploskve je spremenljiva. Odvisna je od koeficienta globine prijemališča sile TC_p . Ta način določanja lege prijemališča aerodinamičnih sil se uporabi na vseh sestavnih delih, spreminja se le oblika sestavnih delov. Na ta način določena točka prijemališča aerodinamičnih sil je približek dejanski točki prijemališča. Od lege točke prijemališča sil so odvisni navori, ki delujejo na profile (sestavne dele). Teorija profilov predpostavlja določitev *koeficienta navora* c_m , v naši obravnavi pa te navori določimo na drugačen, v razdelku 2.5.4 opisan način.

Koeficiente C_v , C_u in TC_p lahko določimo tudi računsko. Programska oprema, kot je program *Profili 2*, dokaj natančno izračuna pomembne koeficiente profilov v območju majhnih vpadnih kotov oziroma v območju do porušitve vzgona. Na ta način dobljeni podatki so okrnjeni na uporabo v območjih manjših vpadnih kotov. Program *Profili 2* neposredno izračuna koeficiente C_v in C_u pri poljubnem Reynoldsovem številu (Re). Za določitev koeficientov TC_p je potrebno narediti še dodatne izračune in koeficient TC_p izračunati iz porazdelitve tlaka okrog profila. Na sliki 3.7 je prikazana porazdelitev tlaka okrog profila, kot jo izračuna program *Profili 2*. Porazdelitev tlaka okrog profila nam je torej poznana, oblika profila pa ravno tako. Tlak ob profilu povzroča silo, ki deluje na profil, od predznaka tlaka (nadtlak ali podtlak) pa je odvisna smer sile. Povezava med silo in tlakom je ploščina, na katero tlak pritiska. Pri obravnavi profila ne moremo govoriti o ploščini na površini profila, lahko pa za namen te obravnave izenačimo funkcijo sile in tlaka, saj ju povezuje le ploščina. V tej povezavi ni nič spornega, saj si namesto profila lahko zamislimo, da imamo opravka s profilom, ki je dejansko rezina in ima še diferencial tretje dimenzije tj. diferencial ploščine, na katero deluje tlak. Na ta način pridemo do telesa, ki ima površino, obravnava pa na splošnosti ničesar ne izgubi. Vektorski produkt sile in ročice je navor. Če določimo točko, kjer je vsota navorov enaka 0, je to točka, ki ji pripišemo prijemališče aerodinamičnih sil. Zopet uporabimo že poznani postopek z uporabo metode bisekcije. Povsem jasno je, da moramo ta postopek ponoviti za vsako spremembo vpadnega kota in Re . Ta postopek se izvede le enkrat v fazi priprave podatkov, še preden se uporabijo v simulacijskem modelu.



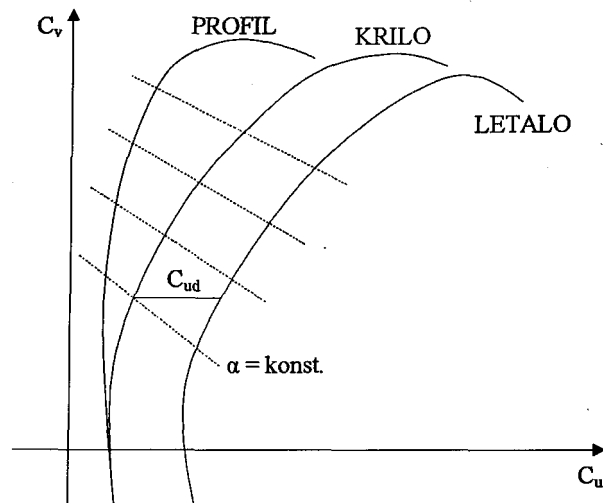
Slika 3.7: Razporeditev tlaka okrog profila (program Profili 2)

Slika 3.8: Izračunane vrednosti koeficienta TC_p

Na sliki 3.7 je prikazana razporeditev tlaka okrog profila NACA 2412 za *Reynoldsevo število* 3.200.000 in vpadni kot 3° . Z zelenimi puščicami je ponazorjen podtlak, torej prispevki sil, ki profil vlečejo, z rdečimi puščicami pa nadtlak, torej prispevki sil, ki profil odrivajo. Graf na sliki 3.8 prikazuje izračunane vrednosti koeficienta TC_p v odvisnosti od vpadnega kota in hitrosti. Izračun TC_p po razmerah na sliki 3.7 predstavlja točko na grafu na sliki 3.8.

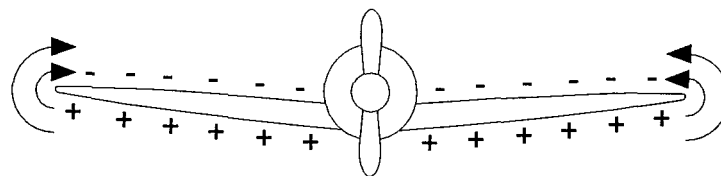
Določitev koeficientov C_v , C_u in TC_p je enkratni postopek, ki se lahko izvede, še preden te koeficiente potrebujemo. Ko imamo nabor vrednosti teh koeficientov, lahko s pomočjo interpolacije dobimo vrednosti le-eh za katerokoli vrednost vpadnega kota in hitrosti leta. Z drugimi besedami, za drugačne vrednosti izhodov enačb gibanja dobimo drugačne vrednosti teh koeficientov. V simulaciji leta letala je tako potrebno v vsakem ciklu na podlagi novih razmer, vedno znova določati pripadajoče vrednosti koeficientov. To dejstvo ima širše posledice. Upoštevanje spremembe pozicije točke prijemališča aerodinamičnih sil na sestavnih delih pomeni, da se spremenijo razdalje (ročice) od težišča letala do prijemališč in te razdalje je potrebno v vsakem simulacij skem ciklu vedno znova določiti. Navori sestavnih delov se spreminjajo zaradi sprememb aerodinamičnih sil in dolžin ročic. Postopek določanja aerodinamičnih sil je za vsak sestavni del sledeč. V enačbah gibanja se določi trenutna vrednost vpadnega kota sestavnega dela in njegovo hitrost. Z interpolacijo se določijo koeficienti C_v , C_u in TC_p . Ploščino sestavnega dela poznamo, gostoto zraka izračunamo iz višine leta in s pomočjo enačb 3.4 ter 3.5 izračunamo sili vzgona in upora sestavnega dela. Ker poznamo obliko sestavnega dela in globino prijemališča, lahko določimo tudi točko prijemališča sil. Aerodinamične sile imajo prijemališča, ki sicer spreminjajo pozicijo, s tem pa se spreminjajo tudi navori. Sile in navori ponovno vstopajo v enačbe gibanja in simulacij ski cikel se ponovi.

Do sedaj nismo posebno pozornost namenjali razlikovanju med aerodinamičnim opisom profila in aerodinamičnim opisom sestavnega dela. Razlika med njima je znatna. Graf na sliki 3.9 to trditev potrjuje.



Slika 3.9: Primerjava polarnih diagramov

Karakteristika profila je najbolj idealna karakteristika, ki je ni moč preseči. Karakteristika krila je slabša od karakteristike profila. Krilo je končnih dimenzij, vpliv inducirane upora (slika 3.10) ter nenatančnosti pri izdelavi krila karakteristiko krila v primerjavi s karakteristiko profila poslabšajo. Karakteristika celotnega letala pa je še slabša od karakteristike krila. Vzrok temu so deli letala, ki jih je potrebno dodati krilu, da dobimo kompletno letalo. Karakteristiko letala v primerjavi s karakteristiko krila poslabšajo sestavni deli letala, kot so: podvozje, kolesa in drugo.



Slika 3.10: Nastanek inducirane upora

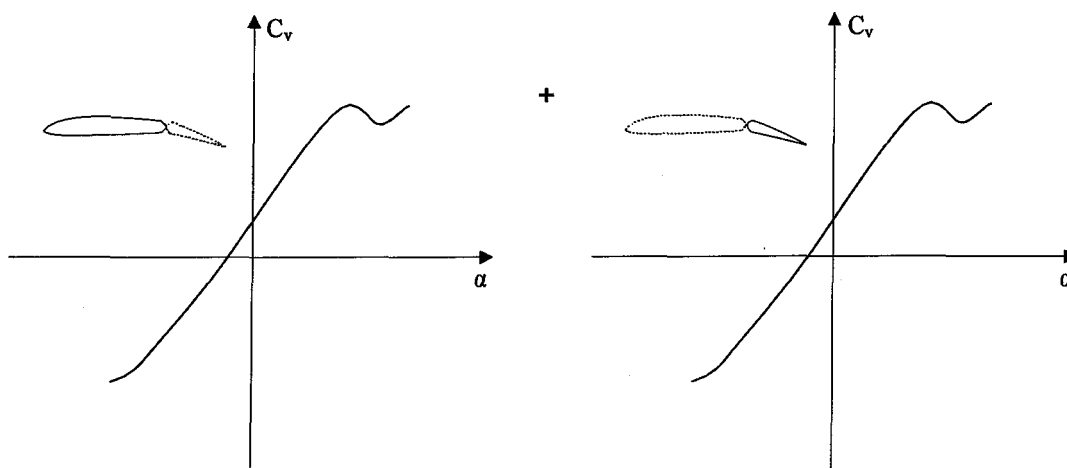
Slika 3.10 prikazuje nastanek inducirane upora. Pri letu letala z nekim pozitivnim vpadnim kotom je na spodnji strani krila pozitiven porast tlaka. Na zgornji strani krila je hitrost zraka večja in zato je tlak nekoliko zmanjšan. Posledično na koncih krila zrak vdira iz območja s povečanim tlakom na območje z zmanjšanim tlakom. Končni rezultat je zmanjšan vzgon krila ter nastanek turbulentnih tokov, ki predstavljajo upor. S temi primeri smo želeli le potrditi obstoj razlik med profili in

sestavnimi deli. Program *SIMDLAV* delno upošteva te vplive. To se stori tako, da se karakteristika $C_v=f(\alpha, MACH)$ preprosto pomnoži z neko vrednostjo *faktorja korekcije*. Iz grafa na sliki 3.9 vidimo, da se pri prenosu aerodinamičnih lastnosti iz profila na sestavni del (krilo) koeficient vzgona zmanjša in zato je faktor korekcije manjši od 1. Podobno se upor sestavnega dela poveča in zato je upoštevan faktor korekcije večji od 1. S tem karakteristiko za koeficient C_v naredimo bolj položno, karakteristiko za C_u pa bolj pokončno. Bolj prav bi bilo, če bi se obe karakteristiki raztegnili še nekoliko v desno (proti višjim vpadnim kotom). Program te možnosti nima vgrajene, je pa mogoče ta način korekcije v programu dodatno realizirati. Za prvi približek je omenjen način korekcije povsem zadosten, seveda pa je prepuščen izbiri uporabnika.

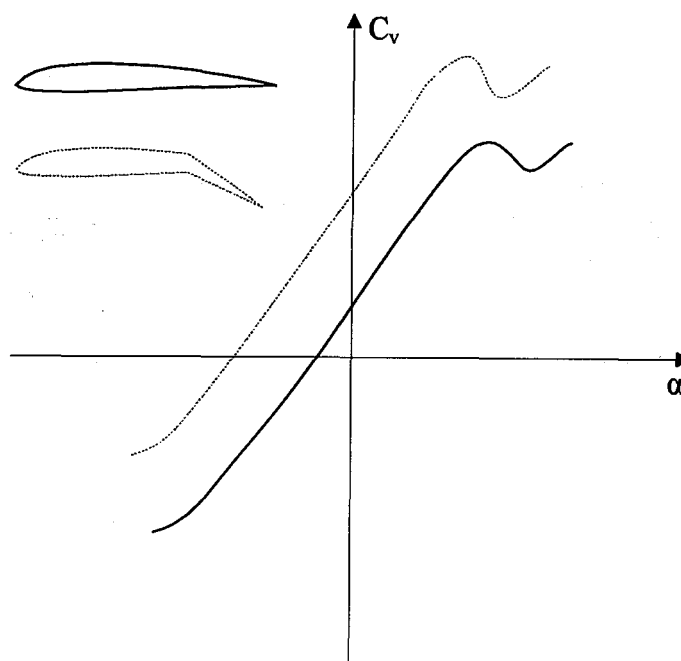
Program *SIMDLAV* ima v naboru podatke za 20 profilov. To so NACA 0001, NACA 0002, NACA 0003, NACA 0004, NACA 0005, NACA 0006, NACA 0009, NACA 0012, NACA 2412, NACA 4412, NACA 6412, EPPLER 67, EPPLER 166, CLARK Y, GOETTINGEN 239, GOETTINGEN 389, HQ 3512, HQ 1012, BOEING 737, MIRAGE. Po potrebi se lahko doda katerikoli nov profil, le da ima podatke organizirane na predpisan način. Uporabnik lahko neodvisno vsakemu sestavnemu delu posebej določi aerodinamični profil, tj. koeficiente C_v , C_u in TC_p . Večji vpadni koti ($\pm 40^\circ$) so za profile, ki se uporabljajo za odklonske krmilne površine, ker je vpadnemu kotu krmila potrebno prišteti še odklon krmila. Vpadni kot krmilnih površin pa lahko hitro doseže velike vrednosti.

Odklonske krmilne površine sodijo v konceptu nelinearnega modela letala med glavne sestavne dele. Njihove fizične lastnosti smo obravnavali v poglavju 3.1. Na tem mestu jih bomo dodatno komentirali s stališča aerodinamike. Koncept nelinearnega modela letala v programu *SIMDLAV*, predpostavlja krmilne površine kot samostojne in neodvisne s stališča aerodinamičnega opisa. To pomeni, da kombinacijo fiksnega glavnega sestavnega dela in gibljivega sestavnega dela obravnavamo in opišemo ločeno vsakega zase. Običajno, in tudi eksperimentalne meritve so podane tako, se fiksni in gibljivi del obravnavata kot en del. Ta način je edino pravilen. Način, kako obravnavamo takšno zvezo v programu *SIMDLAV*, je

prikazan na sliki 3.11, na sliki 3.12 pa je prikazano, kakšna obravnava bi bila povsem pravilna.



Slika 3.11: Obravnava zveze fiksne in gibljive krmilne površine v programu *SIMDLAV*



Slika 3.12: Običajen način obravnave zveze fiksne in gibljive površine

Program *SIMDLAV* obravnava zvezo fiksne in gibljive sestavnega dela kot zvezo dveh s stališča aerodinamičnega opisa povsem avtonomnih sistemov. To pomeni, da program opiše fiksni in gibljivi sestavni del povsem neodvisno. Za fiksni del se predpostavlja, danima prav nobenega vpliva na gibljivi del, ki je nanj pripet.

Predpostavlja se tudi obratna neodvisnost. Na sliki 3.11 je opis zveze fiksne in gibljivega sestavnega dela ponazorjen tudi grafično. Za vsakega od sestavnih delov se izvrši neodvisen aerodinamični izračun, kar je simbolično ponazorjeno z grafom za koeficient vzgona C_v in izrisom sestavnega dela s polno črto. Celotni aerodinamični opis takšne zveze je vsota obeh delov, kar je simbolično ponazorjeno z znakom seštevanja. Končno se za vsak del določijo aerodinamične sile in navori. Takšen način opisa zveze fiksne in gibljivega sestavnega dela je skladen s konceptom aerodinamičnega opisa letala in je pravzaprav nujen s stališča možnosti pridobivanja podatkov. Slika 3.12 simbolično ponazarja pravilno obravnavo zveze fiksne in gibljivega sestavnega dela. Neglede na velikost in smer odklona se zveza obravnava enotno - kot en del. Pridobiti podatke za tak način obravnave pa predstavlja velik problem.

3.3 Modelirne pogona

Pogon predstavlja drug pomemben del v sklopu letala, ki povzroča sile in navore ter premaguje silo upora. Pogon je lahko propelerski ali turbinski, odvisna od vrste letala, na katerem je uporabljen. *SIMDLAV* omogoča uporabo in prilagoditev obeh vrst pogona.

3.3.1 Propelerski pogon in metoda elementarne delitve

S preprostimi enačbami, opisanimi v razdelku 2.7, smo želeli podati vpogled v pomembne informacije o obnašanju propelerjev. S pomočjo izpeljanih ugotovitev lahko vidimo vpliv premera propelerja na izkoristek ali kako hitrost leta in gostota zraka vplivata na potisk in izkoristek. Videli smo, da mora imeti propeler z velikim izkoristkom majhen vložek moči na disk, ki ga ustvarja vrteči se propeler (tj. propeler mora imeti velik premer). Omenjene enačbe seveda ne upoštevajo oblike in profila krakov propelerja, kot tudi ne karakteristik profila. So le dobrodošel pripomoček v razumevanju osnov delovanja in načrtovanja propelerjev. Velika pomanjkljivost opisanih enačb je tudi, da v njih nastopa prirastek hitrosti Δv , ki je v praktični uporabi nemerljiv. Za namen načrtovanja, konstruiranja ter analize propelerjev potrebujemo bistveno bolj kompleksne modele propelerjev. Ta razdelek je namenjen izpeljavi enega takšnih modelov.

Fizikalne interpretacije in iz njih izpeljane enačbe, opisane v razdelku 2.7, so neizbežne za osnovo razumevanja delovanja propelerja. V izpeljanih enačbah nastopajo veličine, ki so posledica fizikalnih izpeljav, in kot se izkaže, niso najprimernejše za interpretacijo pri modeliranju pogona in propelerja. Potisk se izračuna po enačbi 2.140, ki jo lahko simbolično zapišemo v obliki $T = f(D, V, \Delta v, \rho)$. Ze na prvi pogled je jasno, da veličina Δv ni primerna za uporabo pri modeliranju in simulaciji. Zakaj? Veličina Δv v enačbi 2.140 pomeni spremembo hitrosti zraka. To je razlika hitrosti med na kraka propelerja vpadajočim zrakom in zrakom, ki

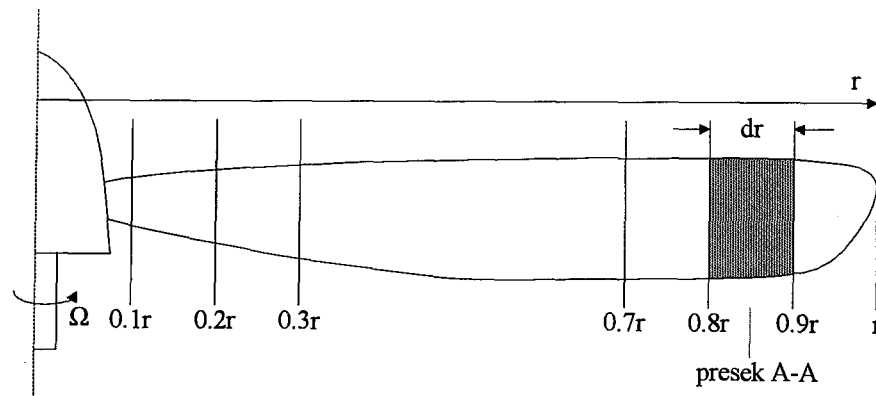
kraka propelerja zapušča. Izračun omenjenega povečanja hitrosti je zapleten, poleg tega pa tudi ni primeren, saj se v povečanju hitrosti Δv med drugim skriva tudi oblika propelerja. Če se tudi tokrat poslužimo simboličnega zapisa, lahko podamo, kaj vse je skrito v velični $\Delta v = f(\theta, n, \text{profil}(C_v, C_u))$, pri čemer je θ nagib kraka propelerja, n so vrtljaji propelerja in *profil* je karakteristika profila krakov propelerja s koeficientoma vzgona (C_v) in upora (C_u). Propeler je torej potrebno zelo natančno razčleniti in upoštevati kar največ podrobnosti, če želimo dobiti dober in uporaben model pogona. V nadaljevanju se bomo posvetili *metodi elementarne delitve* krakov propelerja.

Metoda elementarne delitve krakov propelerja je relativno preprosta metoda, s katero lahko predvidimo karakteristike propelerja. Pri tem je vsak krak propelerja vzdolž razdeljena na več segmentov, ki so med seboj neodvisni. Vsak segment je opisan z ravnotežjem sil, in sicer s silo vzgona in upora, ki v smislu obravnave propelerja predstavljata *silo potiska* in *vrtljni moment*. Hkrati se upošteva tudi ravnotežje momentov gibalnih količin mv/t (impulz gibalne količine). Vse to popiše sistem nelinearnih enačb, ki se rešijo iterativno za vsak segment propelerja posebej. Prispevki potiska in vrtilnih momentov posameznih segmentov se na koncu seštejejo in rezultat je napoved obnašanja propelerja.

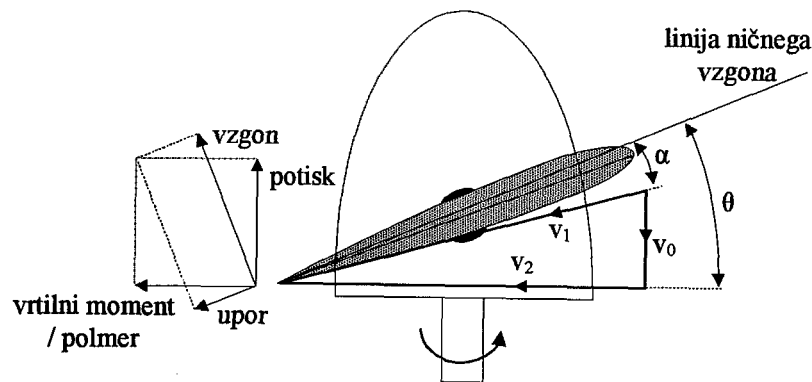
Metoda elementarne delitve krakov propelerja ne vključuje sekundarnih spremljajočih učinkov, kot so komponente inducirane hitrosti zraka, ki jih povzročajo vrtinci za krakoma propelerja. Prav tako metoda ne upošteva induciranih radialnih komponent toka zraka, ki so posledica dodanega kotnega pospeška zaradi vrtečega se propelerja. V primerjavi s praktičnimi poskusi in meritvami metoda elementarne delitve krakov propelerja v izračunu preceni silo potiska in podceni vrtljni moment, oboje za 5 % do 10 %. Nekatere predpostavke metode se v ekstremnih primerih celo povsem porušijo. Takšen primer nastopi, ko ima tok zraka, ki vpada na krake propelerja, hitrost nič. Zgodi se celo, da nekateri deli propelerja povzročajo potisk, drugi pa delujejo kot mlin na veter. Slednje pomeni, da ne povzročajo potiska, ampak jih poganja vpadni zračni tok. Metoda je uporabna v primerljivih študijah. Takšen primer je optimiranje vpadnega kota propelerja (nagib

krakov na smer vrtenja) za podano hitrost leta ali določanje optimalne strukture propelerja za določene pogoje obratovanja (vrtljaji motorja in hitrost leta). Kljub omenjenim omejitvam in slabostim je metoda elementarne delitve krakov propelerja koristno orodje, s katerim lahko na enostaven način dobimo dobre napovedi potiska, vrtilnega momenta in izkoristka propelerja v velikem obsegu izbranih pogojev delovanja. Oznake nekaterih veličin v tem razdelku se ponovijo tudi v preostali obravnavi in imajo drugačen pomen. V izogib mešanju pomenov je pomen spremenljivk v tem razdelku podan za vsako spremenljivko.

Propeler lahko razdelimo na segmente, kot je prikazano na sliki 3.13.



Slika 3.13: Delitev propelerja na segmente



Slika 3.14: Razmere na segmentu propelerja

Za vsak segment lahko neodvisno analiziramo tok zraka, če privzamemo, da za vsak segment obstajata le vzdolžna in kotna komponenta hitrosti in da je induciran tok, ki ga povzročajo ostali segmenti, zanemarljiv. Zato bo na preseku A-A (polmer r), kot je prikazano na sliki 3.13, tok zraka na kraka propelerja sestavljen iz komponent, ki so prikazane na sliki 3.14.

Čeprav krak propelerja oklepa glede na smer vrtenja propelerja fiksen vpadni kot θ (*pitch angle*), lokalni vektor hitrosti s krakom propelerja oklepa drugačen vpadni kot α ali t. i. vpadni kot toka zraka. Sili vzgona in upora segmenta lahko izračunamo z uporabo poznanih koeficientov vzgona (C_v) in upora (C_u). Posebej velja opozoriti na razliko med tetivo krila in linijo, ki določa vzgon nič. Profil krakov v splošnem ni simetričen, zato tetiva in linija ničnega vzgona ne sovpadata. Sila vzgona je vedno pravokotna na smer gibanja, sila upora pa je vedno vzporedna s smerjo gibanja, tako da se gibanju upira. V splošnem velja, da sta sili pravokotni in vzporedni glede na *disk propelerja* (vrteč propeler ustvari disk). Sili vzgona in upora lahko razstavimo na dve komponenti. Prva komponenta je pravokotna na smer vrtenja propelerja, druga komponenta pa je s smerjo vrtenja vzporedna. Na ta način sta sila potiska (pravokotna komponenta glede na smer vrtenja) in vrtilni moment obravnavanega segmenta (vzporedna s smerjo vrtenja) določena. Kot med silo potiska in silo vzgona je definiran z enačbo:

$$\phi = \theta - \alpha . \quad (3.7)$$

Silo potiska in silo, ki povzroča vrtilni moment na segmentu propelerja, lahko zapišemo v naslednji obliki:

$$\Delta T = \Delta L \cos(\phi) - \Delta D \sin(\phi) , \quad (3.8)$$

$$\Delta Q / r = \Delta L \sin(\phi) + \Delta D \cos(\phi) . \quad (3.9)$$

Upoštevanje podatkov za obravnavan segment (C_v in C_u pri kotu α) vodi do naslednjih enačb:

$$\Delta L = \frac{1}{2} C_v \rho v_1^2 c dr, \quad (3.10)$$

$$\Delta D = \frac{1}{2} C_u \rho v_1^2 c dr, \quad (3.11)$$

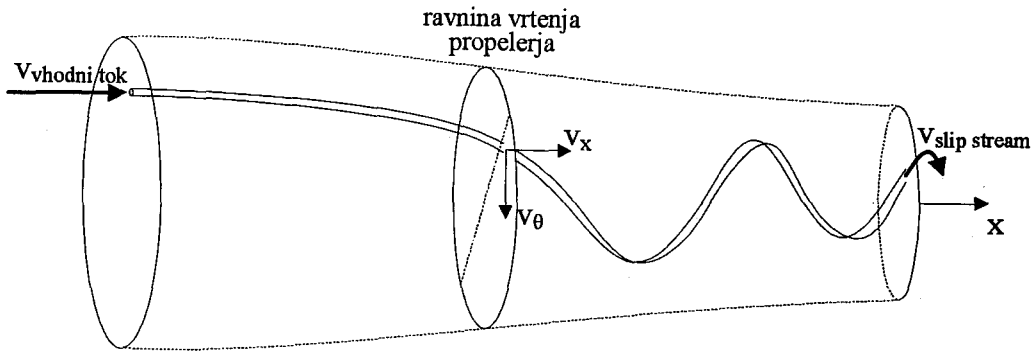
kjer je ρ gostota zraka, c tetiva kraka propelerja in tako je površina, na katero delujeta sili vzgona in upora na segmentu propelerja, določena z izrazom $c \cdot dr$. Če upoštevamo še število krakov propelerja B , dobimo končno obliko enačb za izračun potiska in vrtilnega momenta:

$$\Delta T = \frac{1}{2} \rho v_1^2 c (C_v \cos(\phi) - C_u \sin(\phi)) B dr, \quad (3.12)$$

$$\Delta Q / r = \frac{1}{2} \rho v_1^2 c (C_v \sin(\phi) + C_u \cos(\phi)) B dr, \quad (3.13)$$

$$\Delta Q = \frac{1}{2} \rho v_1^2 c (C_v \sin(\phi) + C_u \cos(\phi)) B r dr. \quad (3.14)$$

Kompleksnost metode elementarne delitve naraste, ko poskušamo določiti velikost komponent hitrosti toka v_0 in v_2 . Pri tem je v_0 približno enaka hitrosti leta letala ($v_{\text{vhodni tok}}$), vendar je povečana zaradi inducirane toka, ki ga povzroča propeler, v_2 pa je v grobem enaka kotni hitrosti segmenta propelerja (Ωr), vendar je rahlo zmanjšana zaradi vrtnčenja toka, ki ga povzroča propeler. Za natančen izračun hitrosti v_0 in v_2 je potrebno upoštevati še ravnovesje vzdolžnih in kotnih momentov gibalnih količin. Za ravnovesje navorov je potrebno poznati učinke inducirane toka za vsak segment propelerja. Kot je prikazano na sliki 3.15, lahko komponente inducirane toka definiramo s faktorji povečanja ali zmanjšanja glavnih komponent toka.



Slika 3.15: Tok zraka skozi vrteči se propeler

Z definiranimi faktorji izraženi hitrosti v_0 in v_2 sta podani z enačbama:

$$v_0 = v_{\text{vhodni tok}} + a v_{\text{vhodni tok}} \quad (3.15)$$

$$v_2 = \Omega r - b \Omega r \quad (3.16)$$

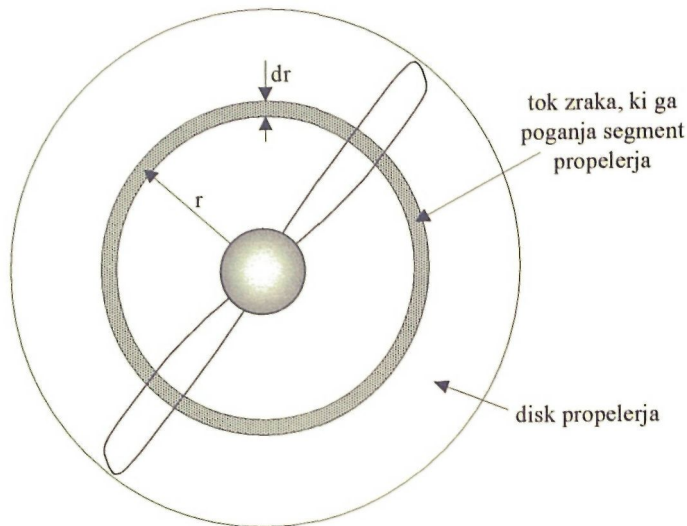
V tem primeru je a faktor vzdolžnega vhodnega toka in b faktor kotnega vhodnega toka. Podrobneje bosta faktorja a in b obravnavana kasneje, na tem mestu pa omenimo le njuni imeni.

Skupna hitrost zračnega toka v_1 in vpadni kot α določenega segmenta propelerja sta tako:

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + v_2^2} \quad (3.17)$$

$$\alpha = \theta - \arctan\left(\frac{v_0}{v_2}\right) \quad (3.18)$$

Glavno načelo ohranjanja momentov gibalnih količin toka zraka uporabimo za obe smeri, vzdolžno in radialno smer. V vzdolžni smeri mora biti moment gibalne količine toka zraka enak potisku, ki ga ustvari segment propelerja, ki poganja tok zraka skozi obroč propelerjevega diska. Slika 3.16 prikazuje obroč, skozi katerega segment propelerja poganja tok zraka.



Slika 3.16: Pretok zraka skozi segment propelerja

V izogib spremenljivim vplivom, ki jih povzroča vrtenje propelerja, obravnavani tok zraka skozi propeler pokriva celotno področje vrtečega propelerja. Lahko si zamislimo tudi, da vrteč propeler ustvari disk, skozi katerega prehaja tok zraka. Vse spremenljivke, s katerimi na omenjeni način obravnavamo propeler smatramo, da so povprečene.

Kot smo že omenili, mora v vzdolžni smeri veljati, da je moment gibalne količine toka zraka enak ustvarjenemu potisku. Moment gibalne količine (včasih tudi *impulz gibalne količine*) je definiran kot mv/t . Spremembo potiska lahko zato zapišemo:

$$\begin{aligned}
 AT &= \textit{spremembi momentov gibalnih količin toka} \\
 &= \textit{masni pretok} \times \textit{sprememba hitrosti} \\
 &= 2\pi r \cdot dr \cdot \rho \cdot v_0 (v_{\text{vhodni tok}} - v_{\text{izhodni tok}}).
 \end{aligned}
 \tag{3.19}$$

Z uporabo Bernoullijeve enačbe, upoštevanjem ohranitve momentov gibalnih količin toka na treh ločenih delih (na delu vpadnega toka, na propelerjevem disku, izhodnem toku) ter razmerja ploščine in potiska se da pokazati, da je vzdolžna komponenta hitrosti na disku v_0 enaka povprečni vrednosti hitrosti vhodnega in izhodnega toka, kar podaja enačba 3.20:

$$v_0 = \frac{(v_{\text{vhodni tok}} + v_{\text{izhodni tok}})}{2} \Rightarrow v_{\text{izhodni tok}} = v_{\text{vhodni tok}} (1 + 2a).
 \tag{3.20}$$

Od tod sledi enačba 3.21:

$$\begin{aligned}
 \Delta T &= 2\pi r \cdot \rho \cdot v_{\text{vhodni tok}} (1+a) \cdot (v_{\text{vhodni tok}} (1+2a) - v_{\text{vhodni tok}}) \cdot dr \\
 &= 2\pi r \cdot \rho \cdot v_{\text{vhodni tok}}^2 (1+a) \cdot 2a \cdot dr \\
 &= 4\pi r \cdot \rho \cdot v_{\text{vhodni tok}}^2 (1+a) \cdot a \cdot dr.
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Za kotne momente gibalnih količin toka pa velja:

$$\begin{aligned}
 \Delta Q &= \text{spremembi kotnih momentov gibalnih kolicin toka} \times \text{polmer propelerja,} \\
 &= \text{masni pretok} \times \text{sprememba kotne hitrosti} \times \text{polmer propelerja,} \\
 &= 2\pi r \cdot dr \cdot \rho \cdot v_0 (v_\theta (\text{izhodni tok}) - 0 (\text{vhodni tok})) \cdot r.
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Z upoštevanjem ohranitve kotnih momentov gibalnih količin toka v povezavi s spremembo hitrosti toka v vzdolžni smeri lahko pokažemo, da je kotna hitrost v izhodnem toku dvakrat večja kot hitrost na disku propelerja, kar je podano z enačbo 3.23:

$$v_\theta (\text{izhodni tok}) = 2b \cdot \Omega \cdot r. \tag{3.23}$$

Od tod sledi:

$$\begin{aligned}
 \Delta Q &= 2\pi r \cdot \rho \cdot v_{\text{vhodni tok}} (1+a) \cdot (2b\Omega) \cdot r \cdot dr \\
 &= 4\pi r^3 \cdot \rho \cdot v_{\text{vhodni tok}} (1+a) \cdot b\Omega \cdot dr.
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Ker zadnji enačbi za ravnovesje momentov gibalnih količin toka vsebujeta spremenljivki $\{a$ in $b\}$, potrebni za izračun doprinosov segmenta propelerja k skupnem potisku in vrtilnem momentu, enačbi 3.21 in 3.24 ne moreta biti neposredno uporabljeni za določitev faktorjev vzdolžnega in kotnega vpadnega toka. Kljub temu razpolagamo s sistemom nelinearnih enačb 3.12, 3.14, 3.17, 3.18, 3.21 in 3.24, v katerih nastopajo štiri vnaprej neznane spremenljivke ΔT , ΔQ , a in b . Sistem enačb je torej rešljiv, rešitev pa je potrebno poiskati iterativno.

Za reševanje metode elementarne delitve propelerja z iterativnim pristopom je najprej potrebno podati začetni vrednosti parametrov a in b . Le-te uporabimo v enačbah 3.17 in 3.18 in tako lahko izračunamo vpadni kot toka na kraka propelerja. Nato uporabimo izračunane vrednosti, ki veljajo za segment propelerja, za izračun

celotnega potiska in vrtilnega momenta po enačbah 3.12 in 3.14. S tema približnima vrednostima potiska in vrtilnega momenta lahko s pomočjo enačb 3.21 in 3.24 izboljšamo oceni za vrednosti parametrov a in b . Ta postopek je potrebno ponavljati, dokler vrednosti a in b ne konvergirata znotraj določenih mej. Poudariti je potrebno, da konvergenca takega nelinearnega sistema enačb ni zagotovljena. Kadar gre za linearni matematični model profila propelerja, se uporablja *Crank-Nicholsonova tehnika popuščenja* za zagotavljanje konvergence. Kadar so v ospredju obravnave nelinearne značilnosti, tudi pojavi pri nizkih hitrostih, pa je zagotavljanje konvergence znatno težja naloga. Obravnava tega dela ne zajema. Za dokončno napoved vrednosti potiska T in vrtilnega momenta Q s pomočjo iterativno določenih vrednosti parametrov a in b se uporabita enačbi 3.12 in 3.14.

Skupni potisk in vrtilni moment propelerja je vsota prispevkov vsakega segmenta propelerja:

$$T = \sum \Delta T(\text{vsi segmenti}), \quad (3.25)$$

$$Q = \sum \Delta Q(\text{vsi segmenti}). \quad (3.26)$$

Brezdimenzijska koeficienta potiska C_T in vrtilnega momenta C_Q se določita s pomočjo enačb:

$$C_T = \frac{T}{\rho \cdot n^2 \cdot D^4}, \quad (3.27)$$

$$C_Q = \frac{Q}{\rho \cdot n^2 \cdot D^5}, \quad (3.28)$$

kjer so n vrtljaji motorja, izraženi s kotno hitrostjo [1/s] in D je premer propelerja. Izkoristek propelerja je tako določen:

$$\eta = \frac{J}{2\pi \left(\frac{C_T}{C_Q} \right)}, \quad (3.29)$$

pri čemer je

$$J = \frac{v_{\text{vhodnik}}}{(nD)}. \quad (3.30)$$

Enačbi 3.27 in 3.28 bi lahko uporabili tudi obratno, tako da iz njiju izrazimo potisk T in vrtilni moment Q . Če sta poznana koeficienta C_T in C_Q , izračun potiska in vrtilnega momenta ni problematičen. Iskani veličini sta le funkciji gostote zraka, premera propelerja in števila vrtljajev v enoti časa. V našem primeru nimamo poznanih koeficientov potiska in vrtilnega momenta, ampak jih skušamo šele določiti.

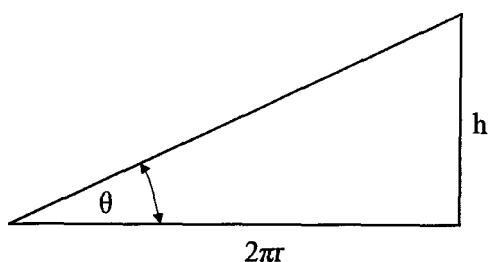
V enačbah 3.10 in 3.11 (za izračun vzgona in upora profila) se pojavita koeficient vzgona C_v in koeficient upora C_u . To sta eksperimentalno določeni konstanti, ki sta lastni vsakemu profilu propelerja. S pomočjo enačb 3.10 in 3.11 se izračunata sili vzgona in upora na določen del profila propelerja. Sila vzgona deluje pravokotno na smer gibanja profila, medtem ko je sila upora vzporedna s smerjo gibanja in ima smer upiranja gibanju. Dobljeni sili je smiselno razstaviti in sešteti v silo potiska T in silo, ki povzroča vrtilni moment Q/r . Vpadni kot toka zraka na kraka propelerja (α) določimo s pomočjo enačbe 3.18, kot, ki ga oklepata sili vzgona in potiska (ali trenje in sila, ki povzrača vrtilni moment), pa določimo s pomočjo enačbe 3.7 in ga označimo s Φ .

Vrednosti koeficientov vzgona in upora je potrebno zagotoviti v širokem območju vpadnih kotov. Vpadni koti so pri nizkih hitrostih leta lahko razmeroma veliki, tudi do 50° in več, medtem ko imajo deli propelerja pri visokih hitrostih leta lahko celo negativni vpadni kot. Poleg tega za propelerje veljajo posebna *Reynoldsova števila* (majhne tetive profila), zato se pri modeliranju propelerja predlaga uporaba podatkov za koeficienta propelerja (C_v in C_u) iz drugih simulacijskih modelov, ki so bili razviti v drugih študijah [28]. Koeficienta sta:

$$C_v = 6,2 \cdot \alpha, \quad (3.31)$$

$$C_u = 0,008 - 0,003 \cdot C_v + 0,01 \cdot C_v^2. \quad (3.32)$$

Nagib krakov propelerja igra pomemno vlogo. Predpostavimo primer propelerja, ki ima podatke 25 X 15. To pomeni, da ima propeler premer 25 cm, ob enem vrtljaju pa bi se translatorno premaknil naprej za 15 cm. Iz teh podatkov lahko določimo nagib krakov propelerja na začetku in na koncu. Kraka propelerja seveda nimata enakega nagiba glede na razdaljo od osi vrtenja, kar je očitno. Če želimo, da se vsak del kraka ob enem obratu propelerja premakne naprej za enako razdaljo, morajo deli krakov propelerja imeti različne nagibe. Nagib krakov določimo po načelu navojnice. Zamislimo si obrat propelerja in opazujmo, koliko se propeler premakne po višini. Na sliki 3.17 je prikazan način določitve nagiba krakov propelerja na začetku in koncu.



Slika 3.17: Določanje nagiba krakov propelerja

Nagib segmenta kraka propelerja na razdalji r se računa po relaciji:

$$\Theta = \arcsin\left(\frac{h}{2\pi r}\right), \quad (3.33)$$

kjer je r razdalja od osi vrtenja in h premik propelerja naprej ob enem obratu propelerja. V našem primeru je nagib krakov na začetku ($r = 2,5$ cm) enak 72° , na koncu ($r = 12,5$ cm) pa 11° . Začetek kraka se zaradi konstrukcije propelerja jemlje na razdalji 2,5 cm. Za segmente krakov propelerja med začetno in končno točko se za določanje nagiba upošteva linearna interpolacija. Tetiva propelerja c se smatra kot povprečna širina.

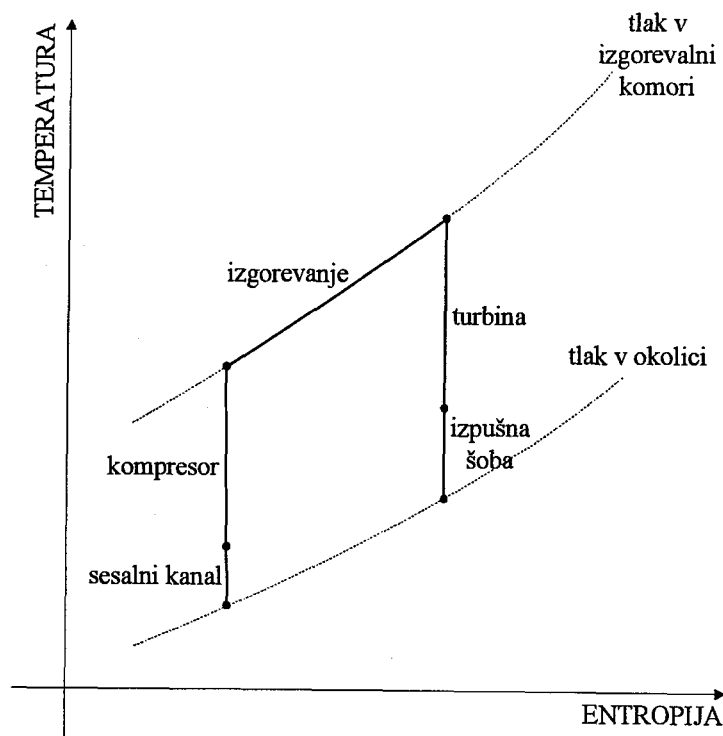
Pogon je potrebno tudi pravilno namestiti na letalo. Že dejstvo, da propeler povzroča vrtilni moment, ki vpliva na obnašanje letala v letu, terja iskanje rešitve. Vrtilni moment, ki ga povzroča propeler, povzroča protimoment, ki se odraža na letalu po

načelu akcije in reakcije. Neposredna posledica tega je, da se bo letalo skušalo zavrteti v drugo smer, kot se vrti propeler. Omenjeni protimoment se v praksi rešuje z rahlim zamikom pogona (motorja s propelerjem) v desno od simetrijske osi skozi letalo, gledano iz pilotske kabine. Vse to seveda velja, če se vrti motor v desno, gledano iz pilotske kabine. Z omenjeno konstrukcijsko korekcijo se lahko učinek protimomenta propelerja precej zmanjša. Podobno tok zraka za propelerjem povzroča povečan vzgon krila v delu, kjer se tok zraka z večjo hitrostjo kot v drugih delih krila preliva preko krila. Z večanjem obratov motorja je ta pojav izrazitejši. Tudi ta pojav se običajno korigira konstrukcijsko, s tem da se motor namesti na letalo pod rahlim kotom od osi letala obrnjen navzdol (proti tlom).

Predstavljen model propelerskega pogona dobro napove velikost potisne sile pri danih razmerah. Izračuni upoštevajo propeler s fiksnim nagibom krakov, kar je v veliko primerih povsem sprejemljivo. Za propelerje z gibljivim nagibom bi bilo potrebno enačbe popraviti. Slabost metode je, da je zaradi iterativnega načina reševanja razmeroma počasna. Model predpostavlja, da se propeler pri obravnavi vrti z določenim številom vrtljajev in ta spremenljivka je vhod v model propelerskega pogona. V tem kontekstu ni nikjer zajet batni motor, ki propeler vrti in katerega opis predstavlja dodatno težavnost. Opis delovanja batnega motorja *SIMDLAV* ne zajema.

3.3.2 Reaktivni motor

Za reaktivne modele letal *SIMDLAV* predpostavlja uporabo modela turbinskega motorja. Uporabnik lahko na enostaven način in s smiselnimi podatki definira reaktivni model motorja, ki upošteva vplive zaradi višine in hitrosti leta. Najenostavneje opišemo in napovemo obnašanje reaktivnega motorja z uporabo enodimenzionalne plinske dinamične in termodinamične analize. Če predpostavimo, da motor deluje po principu idealnega *Braytonovega cikla*, potem moramo za opis reaktivnega motorja slediti toku zraka preko idealnega vhodnega sesalnega kanala, stiskanja v kompresorju, izgorevanju v izgorevalni komori pri konstantnem tlaku in ob ekspanziji preko prehoda turbine skozi izpušno šobo. Slika 3.18 prikazuje toplotni cikel v reaktivnem motorju.



Slika 3.18: Toplotni cikel reaktivnega motorja

Za obravnavo reaktivnega motorja po opisanem postopku je potrebno privzeti naslednje predpostavke:

- a) vsesavanje zraka preko vhodnega sesalnega kanala in stiskanje v kompresorju poteka brez izgub (pri konstantni entropiji),
- b) izgorevanje pri konstantnem tlaku,
- c) turbina pridobi vso potrebno energijo za pogon kompresorja in ventilatorja na vходу,
- d) ekspanzija izgorelih plinov skozi izpušno šobo do tlaka okolice poteka brez izgub.

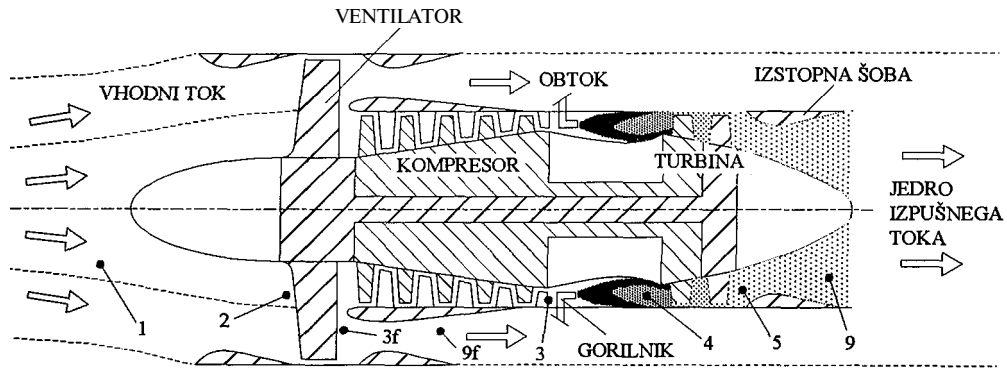
Pri preprostem modelu reaktivnega motorja porast hitrosti izpušnih plinov v izpušni šobi glede na hitrost zraka, ki vpada v vhodni sesalni kanal, predstavlja idealno merilo za proizvedeno potisno silo. Merilo za potisno silo predstavlja enačba 3.34:

$$T = \dot{m}(v_{izpuh} - v_{vhod}), \quad (3.34)$$

kjer je v_{izpuh} hitrost izpušnih plinov v izpušni šobi, v_{vhod} hitrost zraka, ki vstopa v sesalni kanal, \dot{m} je masni pretok zraka in goriva skozi motor. Če je reaktivni motor zgrajen tako, da ima ob glavnem toku zraka in izpušnih plinov še dodaten obtok hladnejšega zraka, se seštejeta potiska obeh tokov. Z razvitim modelom reaktivnega motorja, ki bo predstavljen v nadaljevanju, lahko modeliramo katerikoli realni reaktivni motor. V namen analize in simulacije modela reaktivnega motorja je nujno potrebno podati višino leta in hitrost leta v enoti hitrosti zvoka V_{MACH} . Prav tako je potrebno podati tlačna razmerja, ki jih ustvarjajo kompresor (*Compressor Pressure Ratio - CPR*), ventilator v sesalnem kanalu (*Fan Pressure Ratio - FPR*), obtoka zraka (*Bypass Ratio - BR*) in gorivo/zrak (*Fuel/Air - F*). Na podlagi podanih vrednosti program izračuna ustvarjen potisk. Program ne upošteva efektov drugega reda.

Skica reaktivnega motorja je podana na sliki 3.19. Motorje razdeljen na posamezne sekcije in vsako sekcijo bomo opisali z enačbami. Z indeksom k simbolu veličine bomo označili navezavo na sekcijo. Najprej definirajmo konstante, ki jih bomo potrebovali. S p_o bomo označili zračni tlak okolice, s T_o pa temperaturo okolice. Specifično toplotno kapaciteto zraka pri konstantnem tlaku označujemo s c_p ,

specifično toplotno kapaciteto zraka pri konstantni prostornini pa označujemo s c_p . Njuno razmerje imenujemo razmerje specifičnih toplotnih kapacitet in ima vrednost γ . Specifična plinska konstanta zraka je R .



Slika 3.19: Reaktivni motor v prerezu

Razmere v sekciji 1 podajata naslednji enačbi:

$$T_1 = T_0, \quad (3.35)$$

$$P_1 = P_0 P_0. \quad (3.36)$$

Sekcija 2 opisuje razmere, ko zrak vpada na lopatice vhodnega ventilatorja. Tlak in temperatura zraka se določita po enačbah:

$$T_2 = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot V_{MACH}^2 \right) \cdot T_1, \quad (3.37)$$

$$P_2 = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \cdot P_1. \quad (3.38)$$

Ker obravnavamo splošnejši primer reaktivnega motorja, moramo sekcijo 3 razdeliti v del, ki opisuje razmere v motorju in del, ki opisuje razmere v obtoku. Navezavo na obtok označimo z indeksom b (Bypass). Razmere v motorju podajata enačbi:

$$p_3 = p_2 \cdot CPR, \quad (3.39)$$

$$T_3 = \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} \cdot T_2, \quad (3.40)$$

razmere v obtoku (3f) pa:

$$p_{3b} = p_2 \cdot FFR, \quad (3.41)$$

$$T_{3b} = \left(\frac{p_{3b}}{p_2} \right)^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} \cdot T_2. \quad (3.42)$$

Stisnjen zrak za kompresorjem vstopa v izgorevalno komoro. Izgorevanje poteka pri konstantnem tlaku, temperatura pa se dvigne. Razmere na sekciji 4 opišeta naslednji enačbi:

$$p_4 = p_3, \quad (3.43)$$

$$T_4 = T_{TMax}, \quad (3.44)$$

kjer je T_{MAX} največja temperatura, ki se razvije v izgorevalni komori (približno 1000 °C). Razmerje gorivo/zrak izračunamo po enačbi 3.45:

$$F = (T_4 - T_3) / (h_z / c_p - T_4), \quad (3.45)$$

kjer je vrednost h_z specifična entalpija zraka. Za obtok zraka (9f) lahko zapišemo:

$$p_{9b} = p_1, \quad (3.46)$$

$$T_{9b} = \left(\frac{p_{9b}}{p_{3b}} \right)^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} \cdot T_{3b}. \quad (3.47)$$

Razmere v izstopni šobi (za turbino) podajata enačbi 3.48 in 3.49:

$$T_5 = T_4 - (T_3 - T_2 + BR \cdot (T_{3b} - T_2)) / (1 + F), \quad (3.48)$$

$$p_5 = \left(\frac{T_5}{T_4} \right)^{\left(\frac{\gamma}{\gamma-1} \right)} \cdot p_4. \quad (3.49)$$

Podobne razmere so v toku izpušnih plinov takoj za izpušno šobo, zato lahko zapišemo:

$$p_9 = p_5,$$

$$T_9 = T_5.$$

Tok vročih plinov, ki izhaja iz izpušne šobe, ekspandira in se s tem ohlaja. Tlak se zato izenači z zračnim tlakom v okolici, temperaturo pa lahko izračunamo. Spremenljivkam v enačbah dodamo še indeks 0, kar simbolizira preračun razmer iz sekcije 9 na okolico:

$$p_{90} = p_1, \quad (3.52)$$

$$T_{90} = \left(\frac{p_{90}}{p_9} \right)^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} \cdot T_9. \quad (3.53)$$

Podobno velja za obtok:

$$p_{9b0} = p_1, \quad (3.54)$$

$$T_{9b0} = \left(\frac{p_{9b0}}{p_{9b}} \right)^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} \cdot T_{9b}. \quad (3.55)$$

Hitrost izpušnih plinov je:

$$V_9 = \sqrt{2c_p T_9 \left(1 - (p_{90}/p_9)^{((\gamma-1)/\gamma)} \right)}, \quad (3.56)$$

hitrost toka zraka v obtoku pa:

$$V_{9b} = \sqrt{2c_p T_{9b} \left(1 - (p_{9b0}/p_{9b})^{((\gamma-1)/\gamma)} \right)}. \quad (3.57)$$

Hitrost zraka, ki vpadla v sesalni kanal je:

$$V_{vhodni} = V_{MACH} \sqrt{\gamma T_1 R} . \quad (3.58)$$

Končno lahko zapišemo enačbo za izračun potiska T :

$$T = V_g A_g p_g / (RT_g) \cdot (I + F) V_g + BR V_{gb} - (I + BR) V_{vhodni} , \quad (3.59)$$

kjer je A_g presek izpušne šobe.

Predstavljen model reaktivnega motorja ne določi protimomenta zaradi vrtenja ventilatorja, kompresorja in turbine. Uporabnik mora glede na vrsto letala smiselno podati koeficiente, ki določijo pripadajoč motor (CPR , FPR , BR , presek izpušne šobe). Predstavljen model motorja določi potisk, ki je odvisen od uporabniško podanih parametrov motorja, upošteva tudi hitrost in višino leta.

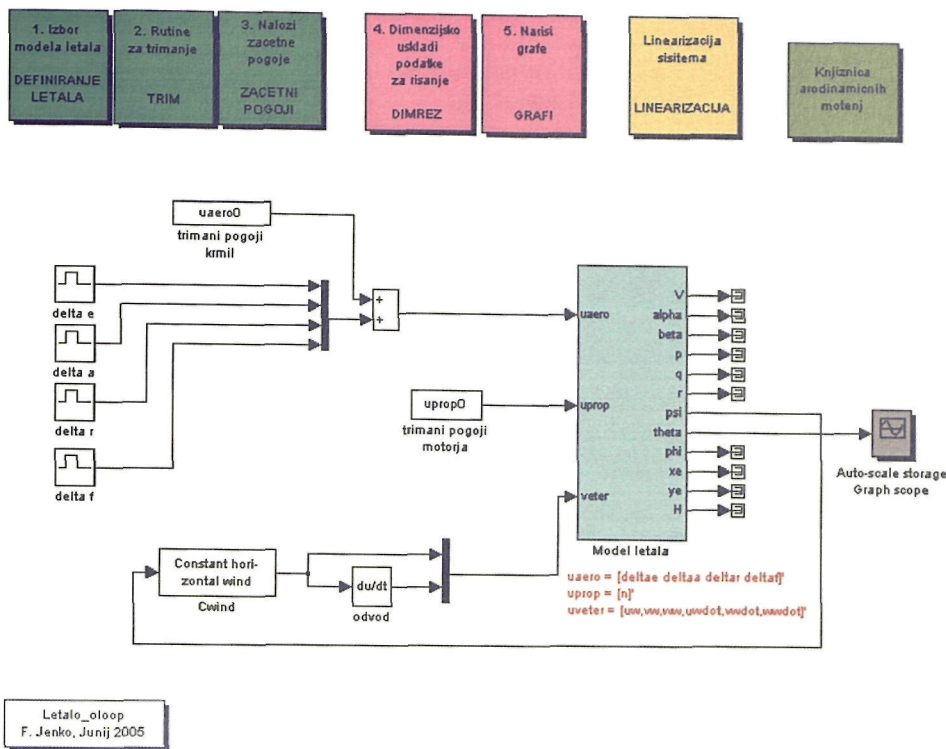
3.4 Atmosfera in veter

SIMDLAV v celoti povzema model atmosfere in vetra, ki sta bila predstavljena v razdelkih 2.8 in 2.9. Izračuni za atmosfero se v programu uporabijo pri določanju aerodinamičnih sil in vplivajo na velikost ustvarjenega potiska motorja. Uporabljen je standardiziran model atmosfere *ICAO*. Veter v večini primerov predstavlja motnje v modelu letala. V programu *SIMDLAV* so vplivi vetra zajeti v enačbah gibanja. Model vetra ima predpisano strukturo, in sicer se poda s tremi konstantnimi hitrostmi in tremi odvodi hitrosti. *SIMDLAV* ima za namen modeliranja vetra neposredno navezavo na knjižnico *ToolboxaFDC 1.2*. Če definiramo veter, da deluje v smeri osi $-z$, lahko modeliramo termiko in na ta način lahko v programu simuliramo tudi let jadralnih letal, saj s programom *SIMDLAV* lahko konstruiramo tudi jadralna letala.

3.5 Simulacija in animacija leta

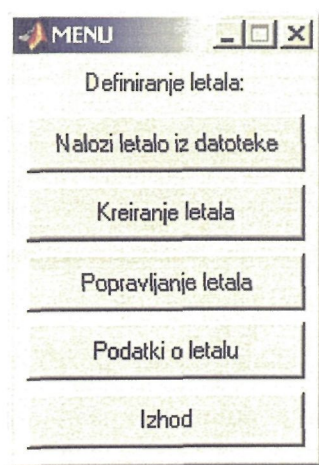
V dosedanjih poglavjih in podpoglavjih smo večinoma govorili o matematičnih modelih in opisih sestavnih delov. Če vse to smiselno povežemo in izračune ciklično ponavljamo, že izvajamo simulacijo. *SIMDLAV* teče v okolju *Matlab* in za izvajanje simulacije uporablja kombinacijo namensko napisanih funkcij in grafičnega programiranja v *Simulink-u*. Posebnostim pri gradnji simulacijskega modela in izvajanju simulacije se ne bomo posvečali podrobneje. V nadaljevanju bomo izpostavili simulacijske in animacijske možnosti programa *SIMDLAV*.

Izhodišče programa *SIMDLAV* je nelinearni model letala in vrsta klicev funkcij, ki konstrukcijsko ali vsebinsko vplivajo na gradnjo, simuliranje in analiziranje modelov letal. Sestavlja ga vrsta povezav na dodatno vgrajene knjižnice drugih simulacijskih programov za simulacijo letal (*FDC Toolbox, AeroSim ...*).



Slika 3.20: Osnovni prikaz v programu SIMDLA V

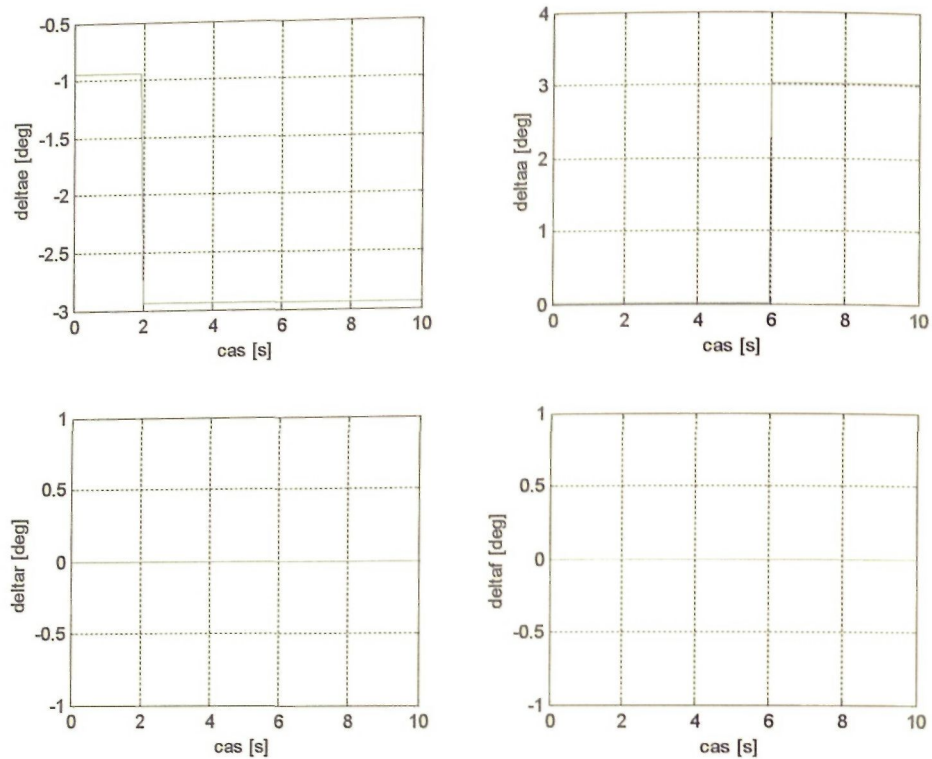
Na sliki 3.20 je prikazan primer osnovne konfiguracije modela letala z ikonami, s pomočjo katerih spreminjamo konstrukcijo letala, dodajamo podrobnejše sisteme, analiziramo letala, načrtujemo vodenje, animiramo ... Izbira blokov po sliki 3.20 uporabniku ponudi vrsto nadaljnjih izborov, kot je prikazano na sliki 3.21.



Slika 3.21: Podizbor "Definiranje letala"

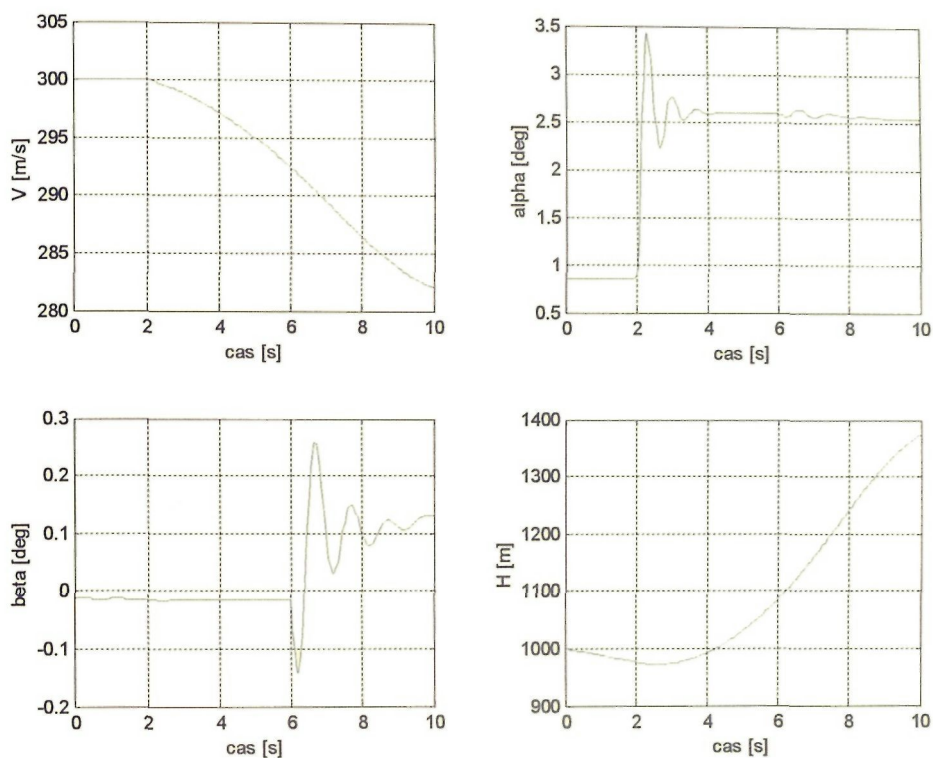
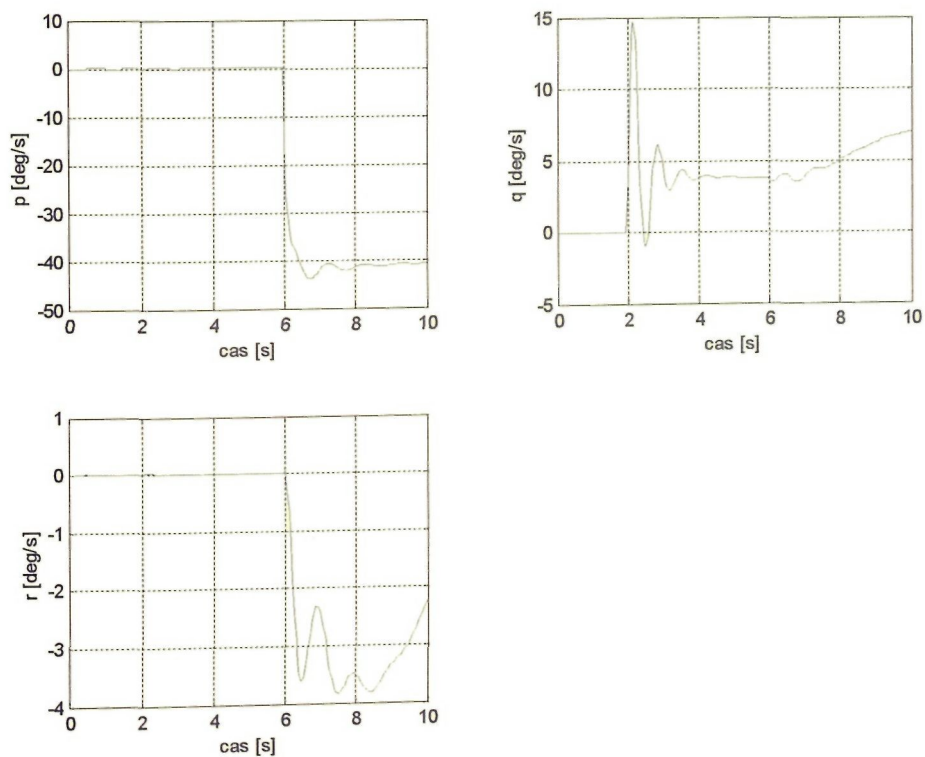
podsystemov zavisi od števila upoštevanih detajlov, ki so bili predstavljeni v prejšnjih razdelkih in tudi od samega načina programiranja, zato se jim ne bomo posebej posvečali.

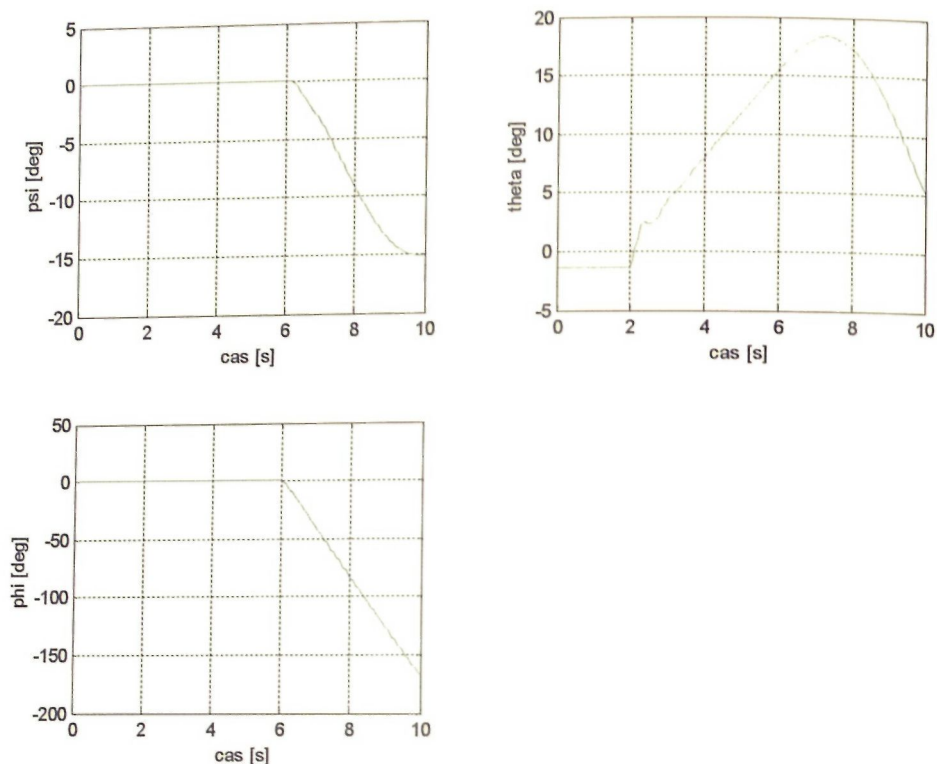
Program *SIMDLAV* je realiziran v okolju *Matlab-Simulink* in zajema vse funkcionalnosti, ki so bile predstavljene do sedaj vključno z dodatnimi, ki bodo predstavljeni v razdelku 3.6. Osnovni namen programa je gradnja matematičnih in simulacijskih modelov realnih letal, njihova analiza obnašanja na podlagi simulacije, načrtovanje vodenja in vrsta drugih možnosti. S pomočjo simulacije lahko spremljamo obnašanje letala preko časovnega poteka spremenljivk stanj, načrtujemo vodenje in spremljamo odzive, letalu lahko dodajamo sisteme (aktuatorje pogonov krmilnih površin) in opazujemo zakasnitve ... Nelinearni model letala v programu *SIMDLAV* je zgrajen zelo odprto in zato lahko dostopamo do (skoraj) vseh spremenljivk in parametrov, jih spreminjamo in ocenjujemo. V osnovi program *SIMDLAV* omogoča prikaz časovnih potekov vseh vhodov in spremenljivk stanj kot izhodov. Za primer vzemimo model letala F-16. Letalo smo definirali na podlagi poznanih podatkov realnega letala, na način, kot je bil opisan v prejšnjih podpoglavjih tega poglavja. Letalo so uravnotežili (strimali) za let naravnost pri hitrosti 300 m/s. Na primeru stopničastih odklonov višinskega krmila za $\delta_e = -2^\circ$ ob času $t = 2s$ in odklonu zakrile za $\delta_a = 3^\circ$ dobimo poteke izhodnjih spremenljivk, kot je prikazano na slikah 3.24 do 3.27.



Slika 3.24: Časovni potek odklonov krmil

Pri spremembi odklona višinskega krmila se letalo začne vzpenjati, posledično mu hitrost upade. Zaradi vzpenjanja mora letalo skupaj ustvariti večjo vzgonsko silo, zato se mu vpadni kot a poveča. Kot bočnega zanosa β se pojavi šele pri odklonu krilc. Takrat se letalo začne vrteti okrog osi x in posledično prehaja v zavijanje. Opisane razmere so prikazane na sliki 3.25. Zaradi odklona višinskega krmila se začne letalo vrteti okrog osi y z neko kotno hitrostjo q , zaradi odklona krilc, pa se letalo začne vrteti okrog osi x s kotno hitrostjo p in posledično še okrog osi z s kotno hitrostjo r . Časovni potek kotnih hitrosti je prikazan na sliki 3.26.

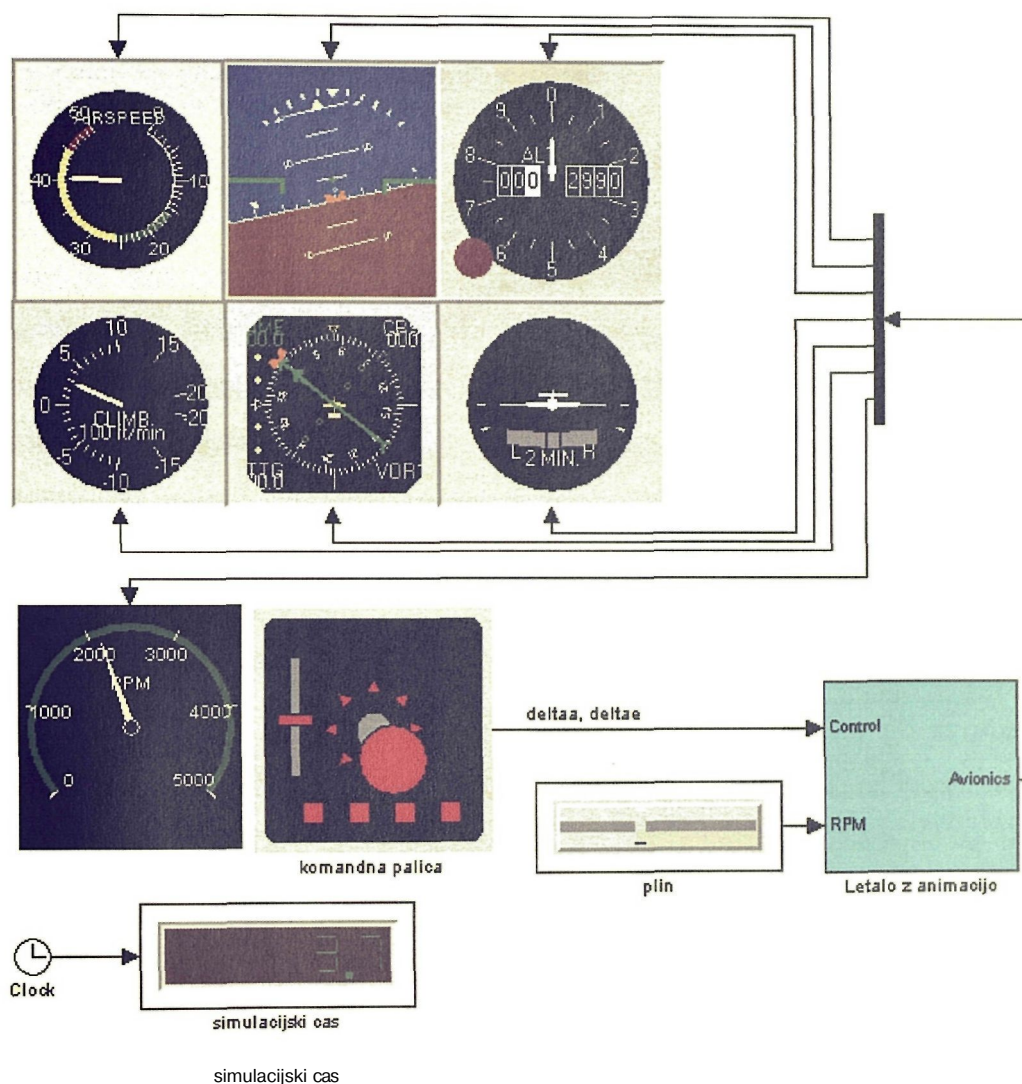
Slika 3.25: Časovni poteki V , α , β , H Slika 3.26: Časovni potek kotnih hitrosti p , q , r

Slika 3.27: Časovni potek kotnih hitrosti ψ , θ , φ

Prikazani grafi so namenjeni predstavitvi rezultatov simulacije modela letala in so del programa *SIMDLAV*. Poleg izrisa predstavljenih veličin lahko uporabnik poljubno izriše tudi druge spremenljivke, saj so spremenljivke v modelu letala zlahka dostopne.

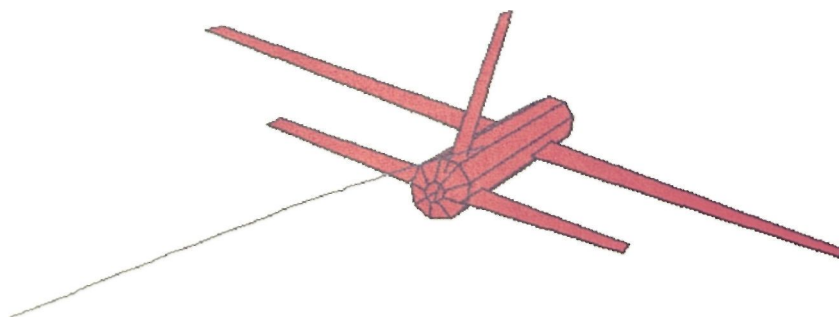
Kljub izrisu 10 spremenljivk, ki opisujejo gibanje letala v prostoru, si le težko predstavljamo, kako je letalo dejansko letelo. Če bi intenzivneje spreminjali odklone krmilnih površin, bi si še dosti težje predstavljali, kako je letalo letelo. Najlažje si je predstavljati let letala, če gledamo iz perspektive pilota v letalu ali, kar nam je še bližje, da opazujemo letalo iz neke fiksne pozicije na Zemlji. Slednje lahko dosežemo, če let letala animiramo. Simulacija nam opiše gibanje letala v prostoru, njegovo pozicijo (x_e, y_e, H) in njegovo lego (ψ, θ, φ) . Če uporabimo te informacije za določanje pozicije in lege in jih uporabimo za premikanje »slike letala«, že lahko govorimo o animaciji leta. Če informacije o poziciji in legi letala še ustrezno prikažemo, dobimo še simulator letanja. *SIMDLA V* ponuja možnost animiranja leta

letala, skupaj s preprostim kokpitom in komandno palico pa lahko izkoristimo simulacij ski model kot preprost simulator letenja. Preprost kokpit v programu *SIMDLAV* je podan na sliki 3.28.



Slika 3.28: Kokpit za simulator letenja

Kokpit letala na sliki 3.28 je primer uporabe osnovnih instrumentov za letenje. Modeli instrumentov so bili dobljeni iz *Simulinkove* knjižnice »Dials & Gauges Blockset«. S pomočjo te knjižnice lahko sestavimo tudi bistveno popolnejši kokpit, celo za poljubno letalo. *SIMDLAV* poleg omenjenega v osnovi obsega tudi skromen model letala, ki ga je mogoče spremljati v letu. Na sliki 3.29 je prikazan model letala za animacijo.



Slika 3.29: Model letala za animacijo v *Matlabu*

Neglede na tip in vrsto letala, ki je predmet simuliranja, se pri animaciji vedno uporabi model letala na sliki 3.29, ki ne povzema oblike po nobenem realnem letalu. Razvit je bil zgolj za namen animacije v *SIMDLAV-u*. Na prvi pogled se zdi nesmiselno animirati vedno isti model, če imamo zgrajen nelinearni model letala in ga glede na postopek definiranja tudi izrišemo. Razlog je povsem preprost. Obstajajo bistveno boljši programi za animacijo in enega takšnih bomo predstavili v naslednjem poglavju. Z animacijo leta v *SIMDLAV-u* sta simulacija in animacija omejena zgolj na *Matlab*. V kolikor animacijo izvajamo z drugim programom, to pogosto pogojuje veliko računalniško zmogljivost, saj je potrebno zagotoviti hkraten tek zahtevne simulacije modela letala in programa za animacijo. Izkaže se, da je v tem primeru bolje uporabiti dva neodvisna in med seboj povezana računalnika (to pa ni vedno lahko zagotoviti).

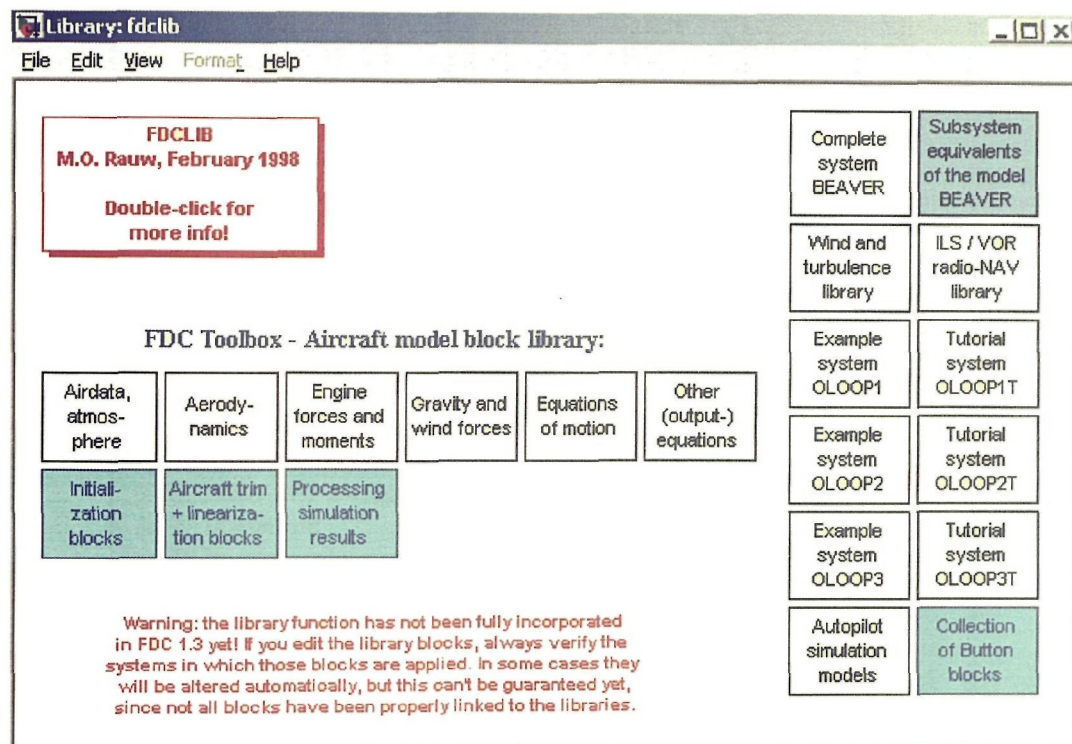
3.6 Primerjava in ostale funkcionalnosti

Program *SIMDLAV* povzema vse lastnosti in funkcionalnosti, ki so bile opisane v poglavju 2. Upoštevanje matematičnih opisov, ki smo jih podali v 2. poglavju privede do modela letala, ki je še vedno razmeroma enostaven, kjub temu pa v simulaciji povzame velik del lastnosti realnega letala. Nelinearni model letala, ki smo ga razvili v poglavju 2, ni zgrajen povsem v skladu z običajno prakso pri gradnji modelov letal. Prednost načina modeliranja letala, ki je bil uporabljen v programu *SIMDLAV*, je v zajetih podrobnostih pri letalu. Običajno so simulacijski modeli letal in preprostejši simulatorji letenja zelo poenostavljeni in lahko le približno opišejo letalo. Takšni programi uporabljajo celo vrsto poenostavitev in približkov. Poteki koeficientov vzgona in upora so eksperimentalno določeni in jih je le težko matematično opisati. Običajni pristop k modeliranju teh karakteristik je, da se »linearni« del karakteristike nadomesti s premico (na sliki 2.7 v območju $\pm 10^\circ$). Poenostavitev je sicer sprejemljiva, ni pa s takšnim načinom mogoče obravnavati let letala v območju porušitve vzgona. Prav tako se običajno ne upošteva odvisnost koeficientov vzgona in upora od hitrosti leta. *SIMDLAV* vse te detajle upošteva. Odkloni krmilnih površin povzročijo povečanje navorov in spremembo pozicije prijemališča aerodinamičnih sil. *SIMDLAV* upošteva spremembe dolžin ročic za izračun navorov, ki tako nastanejo. Prav tako se sproti preračunavajo vse ročice in lege prijamališč sil, upošteva se tudi pozicija prijemališč sil. V ta namen program upošteva koeficient TC_p , ki pove globino prijemališča sil, izraženo v odstotkih dolžine tetive profila. V primerjavi z drugimi programi lahko *SIMDLAV* zelo natančno določi vse navore, ki delujejo na letalo. Razdelitev letala na glavne sestavne dele predstavlja največji odklon od prakse pri modeliranju letal. Prednosti takega pristopa so mnogotere. Vsak sestavni del lahko s stališča aerodinamičnih sil in navorov opišemo zelo natančno. V splošnem *SIMDLAV* predpostavlja, da je letalo sestavljeno iz osmih glavnih sestavnih delov in nekatere med njimi (glede na simetrijsko ravnino) razlikuje še na leve in desne. *SIMDLAV* ne zanemari aerodinamičnih prispevkov trupa. Tako so glavni sestavni deli: trup, krilo (leva in desna polovica), zakrilce (1, d), krilce (1, d), repni višinski stabilizator (1, d), višinsko

krmilo (1, d), repni smerni stabilizator, smerno krmilo. Razdelitev je nujna, saj razmere na levi in desni strani niso enake. Ker imajo sestavni deli lahko še V-lom (krilo in z njim krilca ter zakrilca, repni višinski stabilizator, višinsko krmilo), so aerodinamične sile vsakega sestavnega dela v splošnem odvisne od obeh vpadnih kotov (α in β). *SIMDLAV* tako v splošnem obravnava kar 25 med seboj neodvisnih sestavnih delov. Za vsak sestavni del se izračunata sili vzgona in upora, ki se vsaka razstavi v tri komponente. Vsaka od komponent sil (lahko) povzroča navor v preostalih dveh smereh. V splošnem je letalo v programu *SIMDLAV* v vsakem trenutku opisano s 150 komponentami sil in 300 komponentami navorov. To je velika natančnost opisa, slabost pa je časovna zahtevnost za izračun. *SIMDLAV* omogoča modeliranje leta letala z upoštevanjem porabe goriva. Koncept je zasnovan tako, da se s porabo goriva upošteva sprememba mase letala, težišča letala in vztrajnostnih momentov. To se doseže tako, da se izračunajo vztrajnostni momenti letala, masa in težišče letala pri polnem, praznem in do polovice napolnjenem rezervoarju. Nato se v simulaciji z interpolacijo določajo trenutni vztrajnostni momenti, masa in težišče letala. Zaradi koncepta letala, ki je zasnovan na osnovi sestavnih delov, letala v programu *SIMDLAV* zlahka tudi konstruiramo. Za razliko od večine drugih simulacijskih modelov *SIMDLAV* vedno izračuna in uporabi vse vztrajnostne in deviacijske vztrajnostne momente.

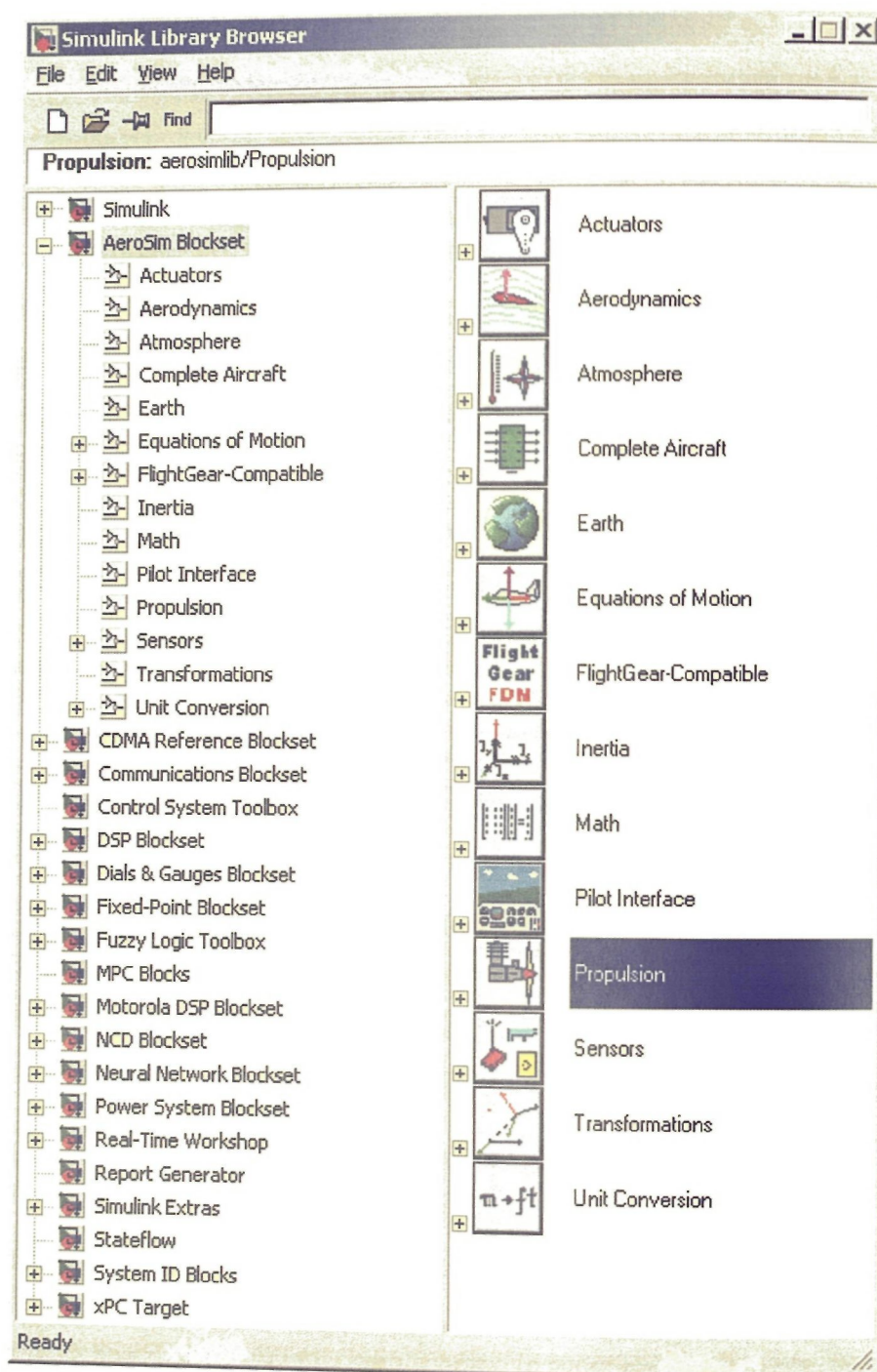
SIMDLAV teče v okolju *Matlab-Simulink* in je zasnovan tako, da omogoča uporabniku izvajati razne spremembe, razširitve in izboljšave na modelu letala. Ena izmed temeljnih lastnosti programa je navezava na obstoječe, po tematiki sorodne programe in knjižnice (*toolbox-e*). *Matlab* v povezavi s *Simulinkom* je močno simulacijsko orodje in ima v osnovi že močno bazo simulacijskih knjižnic. Preko spleta je dosegljiva vrsta aplikacij za modeliranje, simulacijo in animacijo. Najbolj znane so gotovo *FDC - A Simulink Toolbox for Flight Dynamics and Control Analysis*, *AeroSim - Aeronautical Simulation Blocksets, Dials & Gauges Blockset*. Neposredno iz *SIMDLAV-a* je mogoče vzpostaviti povezave na knjižnice teh aplikacij in uporabljati tudi druge modele letal in njihove sestavne dele. Teh aplikacij podrobneje ne bomo predstavljali, omenili bomo le osnovne lastnosti.

FDC (*Flight Dynamics Toolbox*) je programska aplikacija, ki teče v okolju *Matlab-Simulink*. Vsebuje vgrajene knjižnice za modeliranje atmosfere, vetra, instrumentacijskega letenja ILS/VOR, načrtovanje vodenja letal in še vrsto drugih lastnosti. Koncept modeliranja letala je popolnoma drugačen kot v *SIMDLAV-u*. *FDC* je v osnovi omejen zgolj na eno letalo in sicer *DHC-2 'Beaver'*. Aerodinamični model letala je rezultat meritev v vetrovniku in ga predstavlja matrika koeficientov velikosti 6×19 . Če bi želeli ta koncept uporabiti za poljubno letalo bi imeli nemalo težav, saj bi bilo potrebno pridobiti koeficiente za izpolnitev matrike 6×19 , kar pa je praktično nemogoče, saj omenjeni opis ni standarden. Dobra stran aplikacije je veliko primerov in uporabnih knjižnic. Slika 3.30 prikazuje osnovni nivo knjižnice *FDC*.

Slika 3.30: *FDC Toolbox*

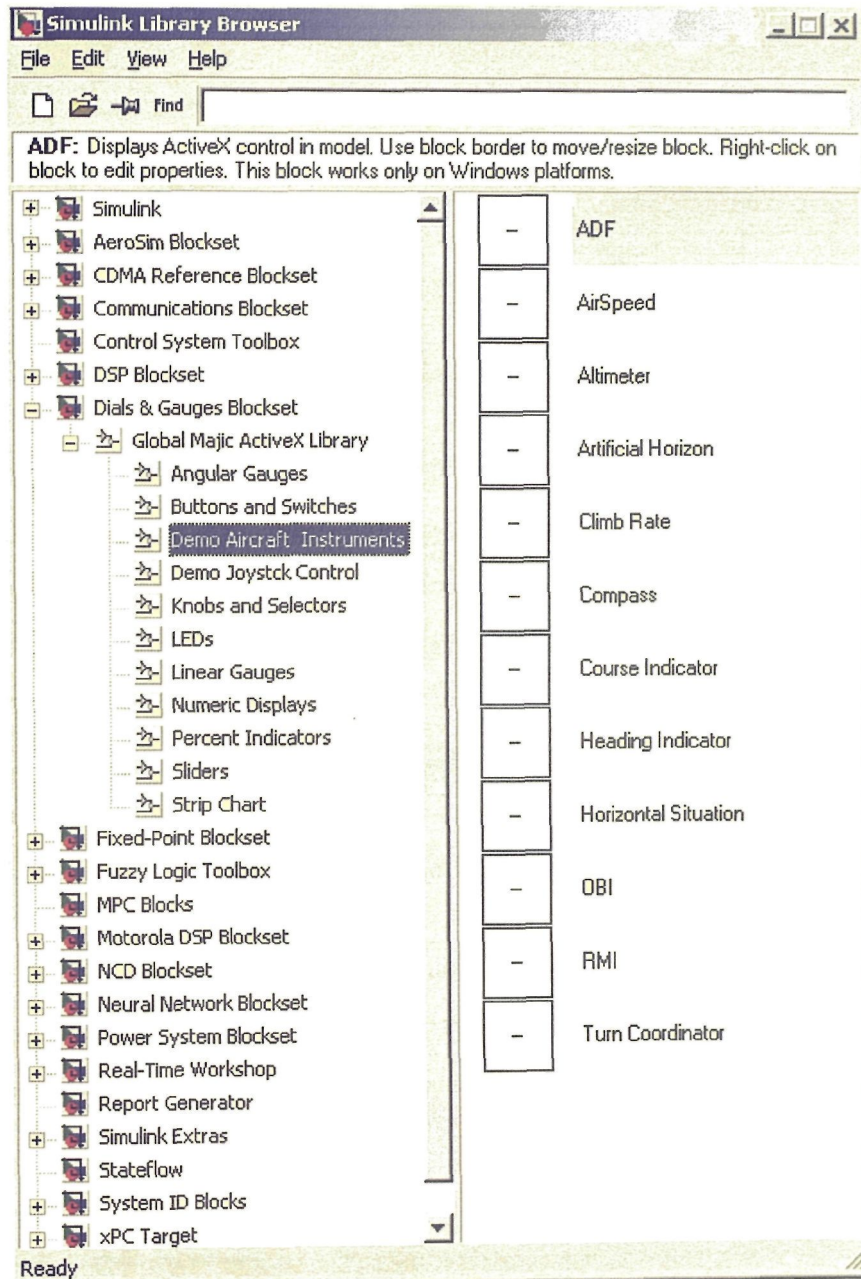
AeroSim je obsežna knjižnica z velikim naborom sestavnih delov letala (aktuatorji, motor, senzorji, enačbe gibanja ...). *AeroSim* je dosgljiv v akademski verziji, sicer je knjižnica v obsežnejši verziji dosegljiva za 2000 USD. Knjižnica omogoča izgradnjo modela kateregakoli letala, vendar je gradnja zelo zahtevna, saj je knjižnica zelo

podrobna, sestavnih delov pa zato zelo veliko. Do knjižnice *AeroSim* lahko dostopamo preko *Simulinka*, saj se ob inštalaciji preprosto doda kot knjižnica blokov v *Simulinkov* knjižnični nabor. V *AeroSim* knjižnici so že narejeni modeli letal Cessna 172, Cessna 182 in Cessna 310. Slika 3.31 prikazuje knjižnico *AeroSim* v *Simulinku*.



Slika 3.31: Knjižnica *AeroSim*

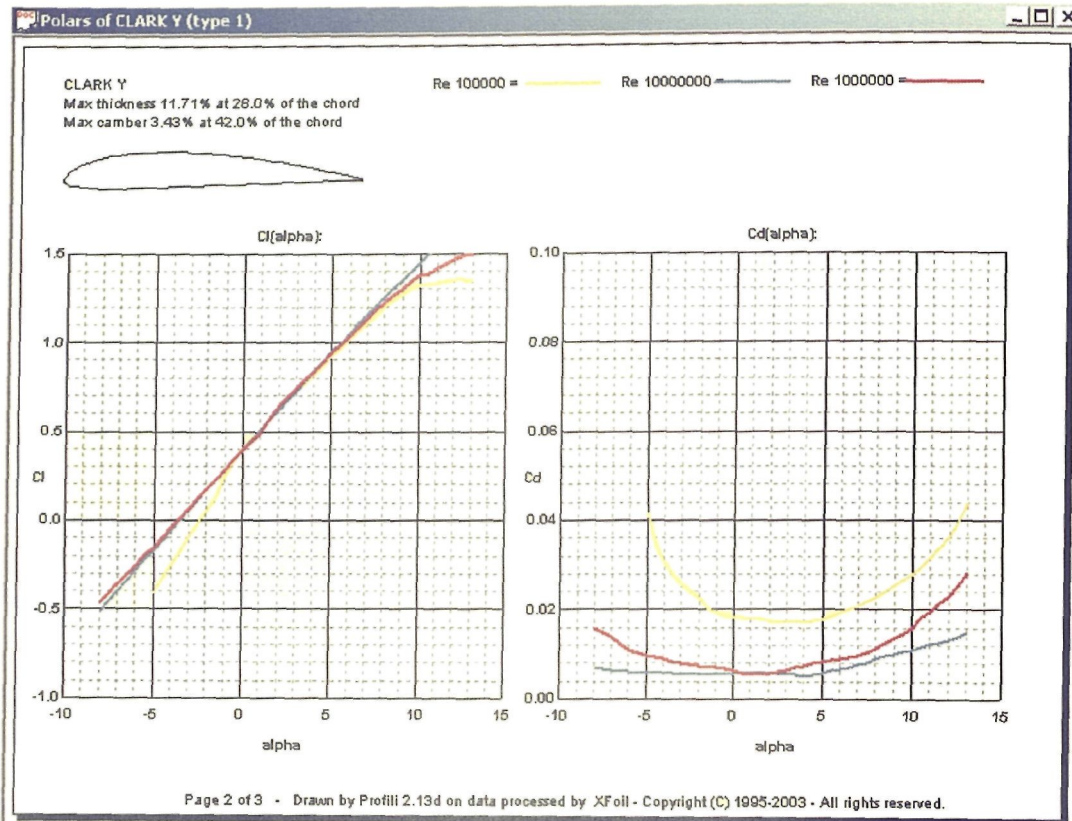
V povezavi z *Matlabom* omenimo še knjižnico *Dials & Gauges Blockset*. Tudi ta je del *Simulinka* in je uporabna za namene gradnje simulatorjev letanje, saj vsebuje celo vrsto že narejenih letalskih instrumentov.



Slika 3.32: Knjižnica *Dials & Gauges Blockset*

Profili 2 so samostojen, komercialno dosegljiv program, ki je bil uporabljen za pridobitev podatkov o profilih. Program sicer omogoča bistveno več funkcionalnosti,

kot smo jih uporabili za potrebe *SIMDLAV-a*. Na sliki 3.33 so prikazani nekateri pomembni podatki, ki jih izračuna program *Profili 2*.



Slika 3.33: Izračun karakteristik profilov s programom *Profili 2*

S programom *Profili 2* smo dobili tudi podatke o porazdelitvi tlaka in obliki profilov, ki smo jih uporabili v programu *SIMDLAV*. Glavna slabost je, da je izračun podatkov, ki jih izračuna program *Profili 2*, vedno omejen na območje vpadnih kotov -8° do $+13^\circ$.

4 Animacija s *FlightGear Flight Simulatorjem*

Animacija leta letala, ki je bila predstavljena v razdelku 3.5, je zelo toga in neprivlačna, saj se letalo giblje v popolnoma praznem prostoru brez objektov, kar ne daje pravega občutka letenja. *Matlab* je program, ki ni namenjen izvajanju animacij, zato animacije, prikazane v razdelku 3.5, nima smisla razvijati podrobneje. Uporabimo raje namensko programsko opremo za animacijo in jo povežimo z modelom letala iz programa *SIMDLAV*. Če uporabimo model letala skupaj s kokpitom in vmesnikom, preko katerega uporabnik krmili letalo (krmilna palica ali računalniška miška), dobimo zelo uporaben simulator letenja.

4.1 *FlightGear Flight Simulator*

Flight Gear Flight Simulator (FGFS) je v osnovi, kot pove že samo ime, simulator. Razvila ga je skupina približno 80-ih navdušencev za programiranje in simulacijo letenja kar preko interneta. Program je prosto dosegljiv, njihov glavni argument za razvoj tako obsežnega nekomercialnega programa pa je, da je dostopen v odprti kodi in ga lahko vsak prilagaja svojim željam. *FGFS* lahko teče v več programskih okoljih (*Windows XX*, *Linux/Unix*, *Mac OS X*), dosegljiva pa je tudi že prevedena EXE

koda za operacijski sistem *Windows*, tako da program ni potrebno dodatno prevajati in inštalirati.

Če *FGFS* teče samostojno in je v funkciji simulatorja, potem za modele letal uporablja posebno obliko zapisov model letal *JSBSim* in *YASim*. Modeli vrste *YASim* bolj poudarjajo podatke o obliki letala in manj aerodinamične koeficiente, modeli vrste *JSBSim* pa so zasnovani na modelih (lineariziranih) realnih letal in zelo natančno simulirajo obnašanje letal v okolici točk, kjer so modeli definirani. V drugih delovnih točkah pa izkazujejo povsem nerealistično obnašanje. Kateregakoli od obeh vrst modelov je zelo težko spreminjati, ker je včasih zelo težko sploh razumeti pomen definiranih koeficientov, kaj šele da bi jih smiselno spreminjali. Dobra lastnost programa *FGFS* je, da lahko izključimo interno uporabo simulacijskega modela (*JSBSim* ali *YASim*) ter namesto tega nanj priključimo zunanji simulacij ski model letala. Zunanji v tem kontekstu pomeni, da se ne izvaja v programu *FGFS*, ampak simulacij ski model letala računa drug program, v našem primeru *SIMDLAV (Matlab)*. Na ta način je *FGFS* v uporabi zgolj za vizualizacijo, vse njegove druge funkcije pa so blokirane. Enostavneje povedano - *FGSF* zgolj interpretira izhode iz enačb gibanja modela letala v programu *SIMDLAV*. Interpretira jih tako, da spreminja lego letala (ga nagiba) in premika teksturo, ki je dejansko model realnega površja Zemlje.

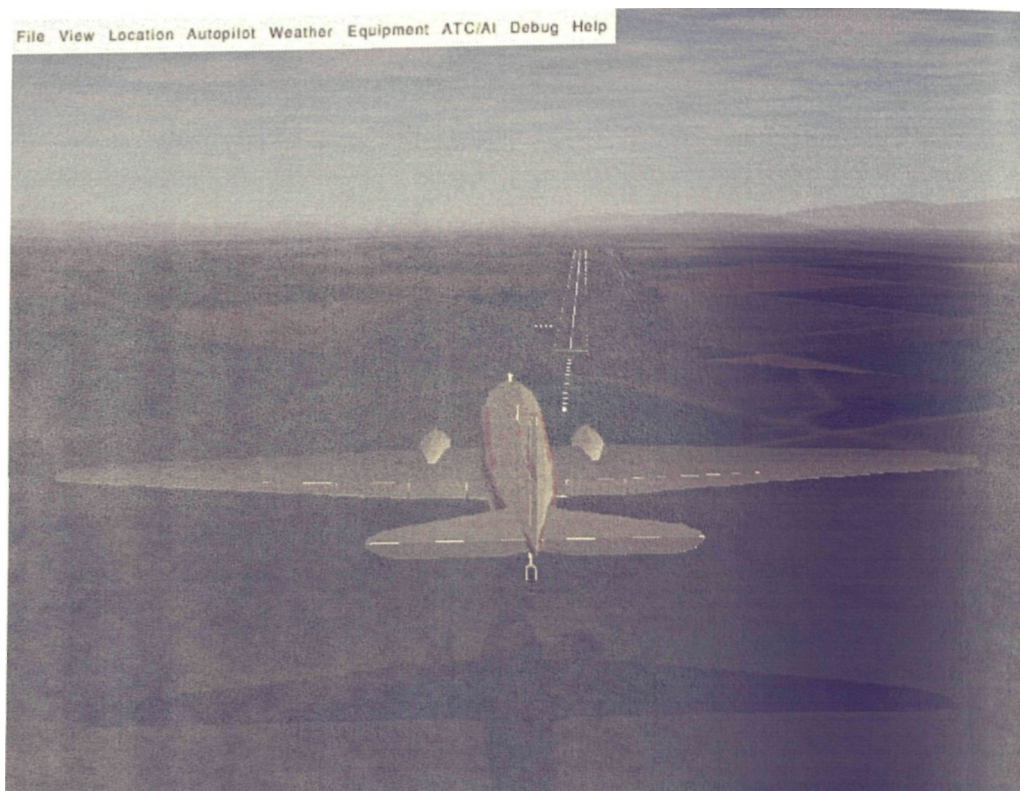
FGFS je zmogljiv grafični program. Program lahko animira velik nabor letal. Denimo Boeing 737, Airbus 320, Cessna 172p SkyHawk, Cessna 310, Concorde, F-16, Soko J-22 Orao, Piper Cherokee Warrior II, Pilatus PC-7, Spitfire IIa, letalo bratov Wright in vrsto drugih. Dostopne so celo zahteve, ki jim mora ustrezati 3D grafični model, da lahko uporabnik izriše svoje letalo (ali kak drug objekt) in ga potem s pomočjo programa *FGFS* animira. Seveda je najbolj smiselno, če imamo za vsak 3D model letala tudi pripadajoč simulacij ski model. *FGFS* ima širok nabor 3D grafičnih modelov znanih letal, ki so dosegljivi na naslovu [24]. *SIMDLAV* s kombinacijo programa *FGFS* lahko pokaže še dodatno veljavo. Če v *SIMDLAV-u* razvijemo model letala, ki je v naboru za animacijo v *FGFS*, je ta kombinacija že simulator letenja.



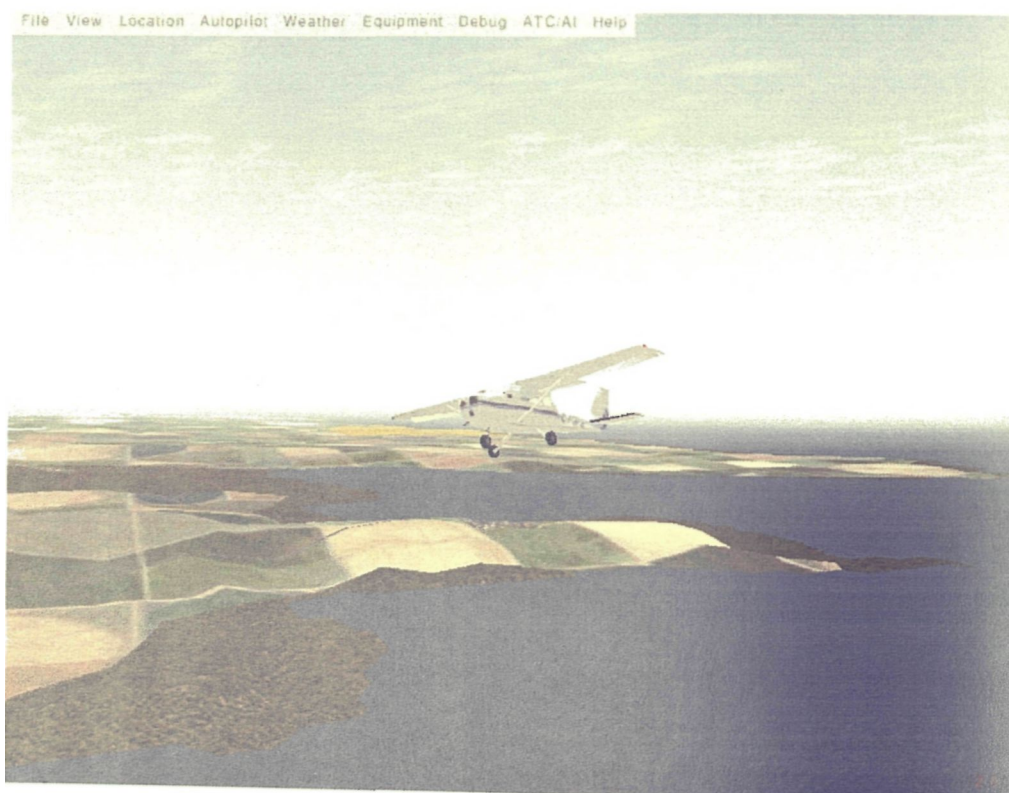
Slika 4.1: Piper Cherokee Warrior II nad Bohinjskim jezerom



Slika 4.2: Boeing 747 v sončnem zahodu nad Ljubljano - spredaj Rožnik, v ozadju desno Šmarna gora



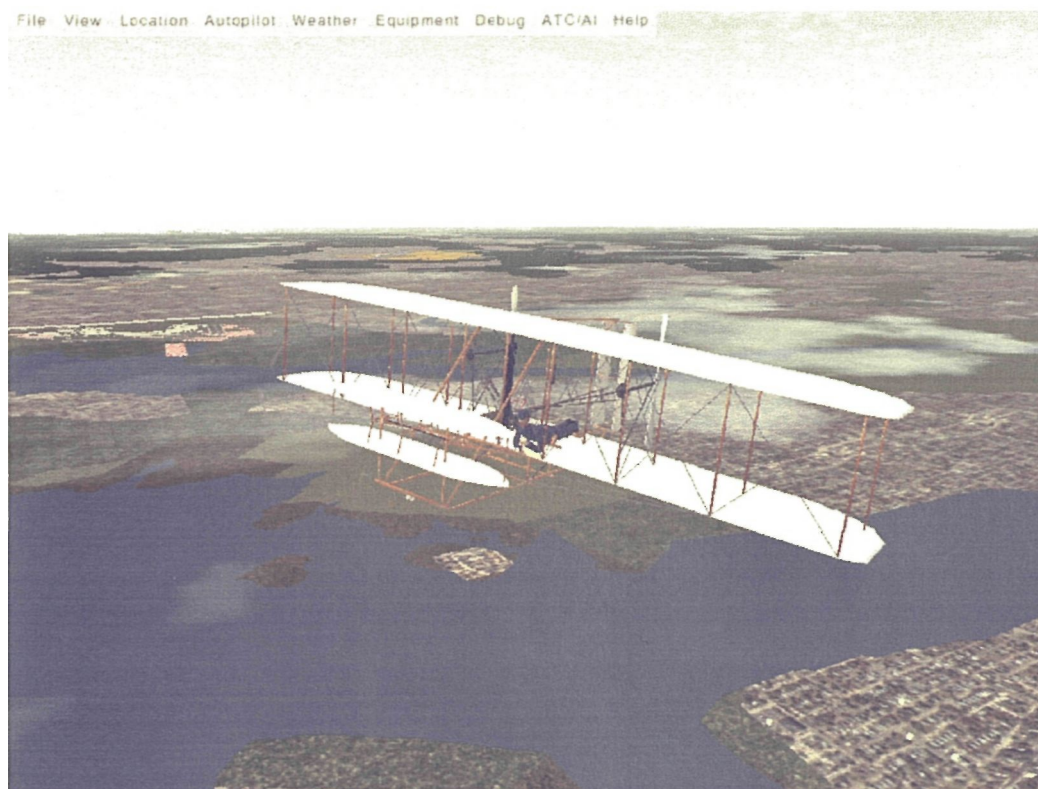
Slika 4.3: DC-3 v nočnem letu in slabem finalu pristaja na Brniku v smeri 31.



Slika 4.4: Cessna 172 nad slovenskim primorjem - v ozadju Piranski zaliv z rtom Savudrija, levo letališče Portorož

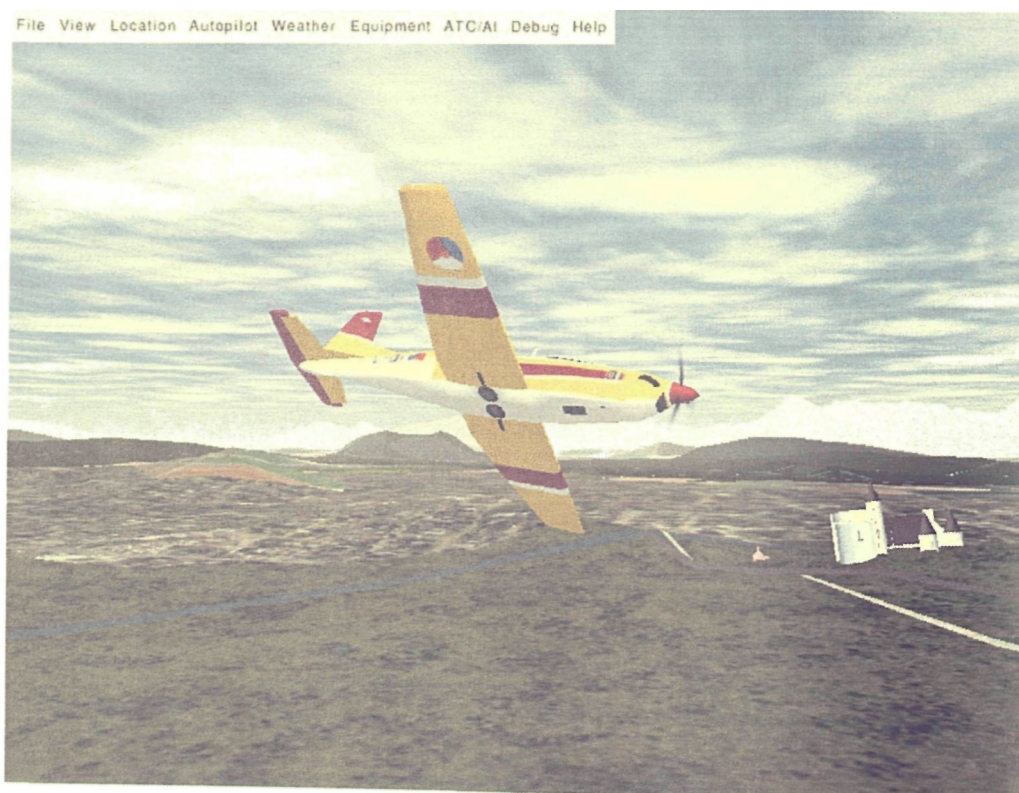


Slika 4.5: F-16 v letu nad Okland Bay Bridgem



Slika 4.6: Letalo bratov Wright - v ozadju pod meglico Jersey City, desno spodaj Manhattan, skrajni levi otok je Liberty Island, levo zgoraj letahšče Newark Liberty

Na slikah od 4.1 do 4.6 so prikazani le nekateri modeli letal iz nabora *FGFS*. Prikazani so v letu nad poznanimi in arhitekturno ali geografsko znanimi mesti, kjer se izkažejo sposobnosti programa *FGFS*. Poleg izpopolnjenih modelov letal je za dobro animacijo potrebno tudi okolje, glede na katerega se letalo giblje. Relief pokrajine, teksture, stavbe, reke, ceste, vremenski in astronomski pojavi dajejo občutek realnega okolja. *FGFS* omogoča možnost simuliranja leta nad katerimkoli delom Zemlje. V ta namen je dosegljiv digitaliziran zemljevid sveta. V njem so v osnovi vrisane teksture površja, relief, reke, ceste, nekatera večja znana mesta imajo dodano še izrazito infrastrukturo (most *Okland Bay Bridge*). Uporabnik lahko na zemljevidu spreminja teksturo površja, postavlja nove objekte (stavbe, konstrukcije, avtomobile, drevesa ...), vriše natančnejše poteke cest in na ta način izpopolni območje, nad katerim želi leteti z letalom. Te spremembe lahko izvajamo s programom *FlightGear Scenery Designer*. Tudi ta program je dostopen v odprti kodi in nekomercialno dostopen. Na sliki 4.7 je prikazan primer dopolnitve obstoječe scene z dodanim (približnim) modelom Ljubljanskega gradu.



Slika 4.7: Pilatus PC-7 v zavoju – vidni so Ljubljanski grad, Ljubljanica s Tromostovjem in v ozadju

Rožnik

Kot primer prikažimo še kvaliteto ujemanja modeliranih arhitekturnih in geografskih značilnosti nekaterih mest v programu *FGFS* z realnimi situacijami. V ta namen smo uporabili program *GoogleEarth*, s katerim lahko dobimo satelitske posnetke celega sveta. Primerjavo bomo naredili le za tista področja, za katera so dosegljivi podrobnejši satelitski posnetki.



Slika 4.8: Satelitski posnetek Piranskega zaliva

Na sliki 4.8 je prikazan satelitski posnetek Piranskega zaliva s približno iste pozicije kot je na sliki 4.4. Nepogrešljivi detajli ujemanja v tem primeru so: Savudrija, letališče Portorož, Portoroški zaliv in Piran. Odstopanje napisov krajev lahko pripišemo napačnim koordinatam pozicij mest. Na sliki 4.9 je fotografski posnetek situacije, kot je modelirana s *FGFS* na sliki 4.5. Podobno lahko primerjamo realno situacijo, ki je prikazana na sliki 4.10 z modelirano (4.6). Prikazani satelitski posnetki so narejeni pravokotno na površje, mi pa situacije opazujemo pod določenim kotom, zato pride do nejasnosti in popačitev. Na sliki 4.11 je prikazan vertikalni satelitski posnetek velike ločljivosti Liberty Islanda, ki je bil tako kot drugi dobljen s programom *GoogleEarth*.



Slika 4.9: Satelitski posnetek San Francisca z mostom do Oklanda

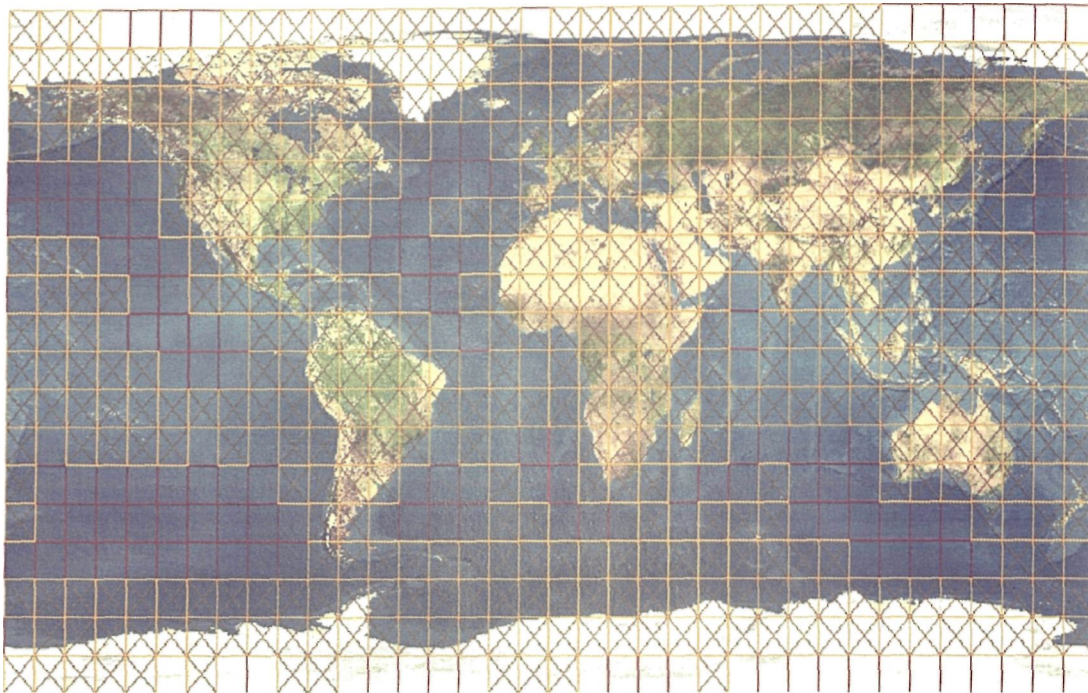


Slika 4.10: Satelitski posnetek New Yorka, Jersey Cityja in Hudson Riverja



Slika 4.11: Vertikalni satelitski posnetek Liberty Islanda z znanim Kipom svobode

Do zemljevida področja, nad katerim želimo z letalom leteti, pridemo s pomočjo karte, ki je prikazana na sliki 4.12. Zemljevid sveta je razdeljen na enaka območja, od katerih vsako obsega področje 10° zemljepisne širine in dolžine. Ti segmenti so na sliki 4.12 označeni z rumenimi pravokotniki. S klikom na določen segment prek interneta naložimo zemljevid na računalnik, ga shranimo na predvideno mesto v programu *FGFS* in že lahko izvajamo simulacijo nad izbranim delom sveta. Takšni segmenti zemljevida so lahko zelo veliki, tudi do 150 MB, odvisno pač od natančnosti opisa površja. Pravokotniki, ki so na sliki 4.12 označeni z rjavo barvo, ne nosijo informacij in predstavljajo po večini oceane in področja večnega snega. Celoten zemljevid sveta, predstavljen na sliki 4.12, obsega podatke v velikosti treh DVD-jev. Zemljevid je dosegljiv na naslovu [22].



Slika 4.12: Digitaliziran zemljevid sveta

Poleg natančnih geografskih opisov področij sveta program *FGFS* zajema tudi astronomske in vremenske pojave. V *FGFS* teče program, ki izračunava gibanje nebesnih teles (Sonce, Luna, zvezde). Preračun se vrši glede na zemljepisno širino in dolžino. Tako čas in mesto vzhoda ali zahoda sonca vedno sovpada z zahodom sonca na področju, kjer z letalom letimo. Enako velja za Luno. Pri Luni je zanimivo tudi, da program opiše njeno vidno obliko (sčip, mlaj in vse prehodne oblike). Program dobi čas ZULU iz ure računalnika, na katerem teče in ga glede na zemljepisno dolžino ustrezno prilagodi. Tako lahko določi intenziteto svetlobe ob sončnem vzhodu ali zahodu, kar program zelo dobro izvede. Na ta način ustvari tudi noč. Na sliki 4.2 lahko vidimo sončni zahod in zato manjšo intenziteto svetlobe. Zaradi izračunavanja gibanja planetov lahko datum in uro na računalniku speminjamo in simuliramo let letala ob različnih časih (lansko leto ali več let v prihodnost). Pozicija Sonca, Lune in zvezd bodo vedno pravilne. *FGFS* omogoča tudi opis vremenskih pojavov. Uporabnik lahko določi nivoje in intenziteto oblakov ter vidljivost skozi ozračje. Na sliki 4.1 je bila vidljivost nastavljena na 20 km, razpršeni oblaki so bili na višini 1750 m, cirusi pa na višini 7000 m.

FGFS je zmogljiv in uporaben program. Uporabniku je v veliko pomoč njegova lastna internetna stran, forum in zbirka pogostih vprašanj, tako da reševanje problemov ne bi smelo predstavljati večjih težav. Program doživlja tudi neprestan razvoj in izboljšave. V tem delu smo uporabili verzijo 0.98. Uporabo *FGFS* za vizualizacijo, podobno kot *SIMDLAV*, uporablja tudi program *AeroSim*. Alternativa *FGFS*-ju je Microsoftov *Flight Simulator 2000*, vendar ni tako razširjen kot *FGFS* in pomoč uporabniku zanj ni tako enostavno dostopna.

4.2 SIMDLA V in FlightGear Flight Simulator

Program *SIMDLA V* pokaže svojo pravo uporabnost šele v povezavi s *FlightGear Flight Simulatorjem*. Če izkoristimo možnosti, ki jih *SIMDLAV* ponuja, lahko zgradimo model (kateregakoli) letala. Če obstaja tudi grafični 3D model tega letala v *FGFS* lahko z modelom letala letimo kjerkoli na Zemlji, vključimo lahko lastne scene in dodamo poljubne detajle. Kombinacija programov je lahko zelo realističen simulator letenja. Na sliki 4.13 je simbolično prikazana povezava obeh programov. Povezava dveh računalnikov, na katerih neodvisno tečeta *SIMDLAV in FlightGear Simulator*, sicer ni nujna, v primeru da razpolagamo z računalnikom z zadostno zmogljivostjo (procesorsko in grafično). Če ta pogoj ni izpolnjen, je priporočljivo uporabiti predlagano povezavo po sliki 4.13.



Slika 4.13: Povezava programov *SIMDLA V* in *FGFS*

V primeru povezave na sliki 4.13 so nekatere funkcionalnosti *FGFS* blokirane; v uporabi so le tiste, ki so potrebne za vizualizacijo. *FGFS* v tem primeru po protokolu dobiva le informacije o poziciji in legi letala ter njegovi hitrosti. Pozicija je določena z zemljepisno dolžino, širino in višino. Lego letala podajajo trije Eulerjevi koti (ψ , θ , φ), njegova hitrost pa je V . Teh sedem veličin je potrebnih za animacijo leta s *FGFS*, *SIMDLAV* jih izračuna precej več. Pozornost velja posvetiti določanju zemljepisne dolžine in širine. Enačbe gibanja, kot smo jih izpeljali v poglavju 2, določajo pozicijo letala s koordinatami x_e , y_e in H , ki so koordinate izražene v koordinatnem sistemu Zemlje. Ko letalo leti, se mu spreminjajo omenjene koordinate, za *FGFS* pa mora biti premik izražen s spremembo zemljepisne dolžine in širine. Rešitev je seveda v

sprotnem pretvarjanju premikov, vendar pretvorba ni enostavna, saj lahko vnaša napake, ki se superponirajo. Za pretvorbo premikov smo uporabili pretvorbo, ki je v *Matlabu* dostopna v obliki funkcije *km2rad*. Za nizke višine leta je pretvorba sprejemljiva, saj funkcija upošteva premike na zemeljski površini. *SIMDLAV* v osnovi predpostavlja vodenje letala s pomočjo računalniške miške in modelirane komandne palice. Prav nobene ovire ni za razširitev in prilagoditev krmilnih vzvodov. V knjižnici programa *AeroSim*, obstaja vmesniški blok, na katerega lahko priključimo igralno palico, ki daje boljši občutek pri krmarjenju letala. S pomočjo knjižnice *Dials & Gauges* lahko uporabnik poljubno natančno oblikuje tudi repliko kokpita za letalo, ki je predmet obravnave.

Sama simulacija letenja poteka na dveh računalnikih, kar pomeni, da je potrebno hkrati spremljati dogajanje na dveh zaslonih, kar gotovo ni prednost. Možnost, ki jo ima *FGFS*, je tudi menjava pogledov na letalo. Tako lahko pogled v *FGFS* nastavimo, kot da pilot sedi v letalu. Za razliko do situacij na prejšnjih slikah, ko smo letalo in okolico opazovali s pozicije zunanjšega opazovalca, je na sliki 4.14 opazovalec (pilot) nameščen v pilotski kabini. Pred seboj vidimo vse pomembne instrumente in le-ti prikazujejo vrednosti, ki jih izračunava *SIMDLAV* in so torej realni parametri leta. Na ta način nam zadostuje spremljanje razmer le na enem zaslonu. V tem primeru držimo v rokah le krmila in spremljamo let na računalniku, kjer teče *FGFS*.



Slika 4.14: Spremljanje leta iz pilotske kabine - P51 Mustang nad Pearl Harbourjem



Slika 4.15: Drugačen pogled iste situacije

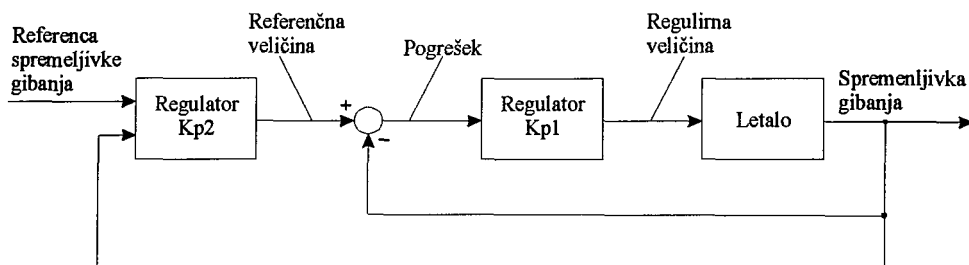
5 Vodenje letala *DHC-2 Beaver*

5.1 Osnovne funkcije avtopilota

Avtopilot v letalstvu pomeni avtomatsko vodenje letala in predstavlja kombinacijo regulacijskih zank, ki imajo kakršnokoli nalogo vodenja letala. Avtopilot mora torej izpolniti več funkcij. Zagotoviti mora, da letalo sledi oziroma leti v nastavljeni smeri ter na želeni višini. Poleg tega mora zagotoviti odklone krmilnih površin, da razvijejo sile in navore na letalu, ki zagotovijo neko ravnotežno gibanje letala. Prav tako morajo razvite sile in navori povrniti letalo v ravnotežno stanje (delovno točko), če so ga motnje spravile izven delovne točke, in/ali slediti spremembam reference višine oziroma smeri. Iz podanih zahtev je moč razbrati, da avtopilot ves čas deluje v okolici delovne točke, torej ohranja neko predvideno ravnotežno stanje (običajno let naravnost) in hkrati izpolnjuje zahteve po želeni smeri in višini leta.

Tipična struktura avtopilota je večzančna. Vzrok, da je temu tako, je v tem, da če se spreminja neka veličina, se vzročno ali posledično spreminja še vsaj ena, in informacije, ki jih ob tem obe veličini nudita, je moč uporabiti skupaj v regulacijske namene. Če se letalu spreminja višina, na kateri leti, se to pozna na spremenljivki, ki opisuje višino leta, pozna pa se tudi na spremenljivki, ki opisuje hitrost dviganja. Povsem očitno namreč je, da če se letalo dviga ali spušča, mora za to razviti hitrost

dviganja ali spuščanja. Podobno se letalu pri zavoju spreminja spremenljivka, ki opisuje smer leta. Ker zavoj letala ni mogoč brez poprejšnjega nagiba, lahko upravičeno trdimo, da če ima letalo nek nagib, posledično tudi zavija. Pri regulaciji višine in smeri (ali katere druge veličine) imamo torej na razpolago regulirano veličino in eno ali več pomožnih reguliranih veličin, ki jih lahko uporabimo v regulacijskih zankah. Običajno gre pri strukturi avtopilota za *kaskadno regulacijo*, ki jo v teoriji sistemov vodenja opišemo kot kombinacijo *notranje* in *zunanje* zanke. Primer kaskadne regulacije je podan na sliki 5.1.



Slika 5.1: Kaskadna regulacija z notranjo in zunanjo zanko

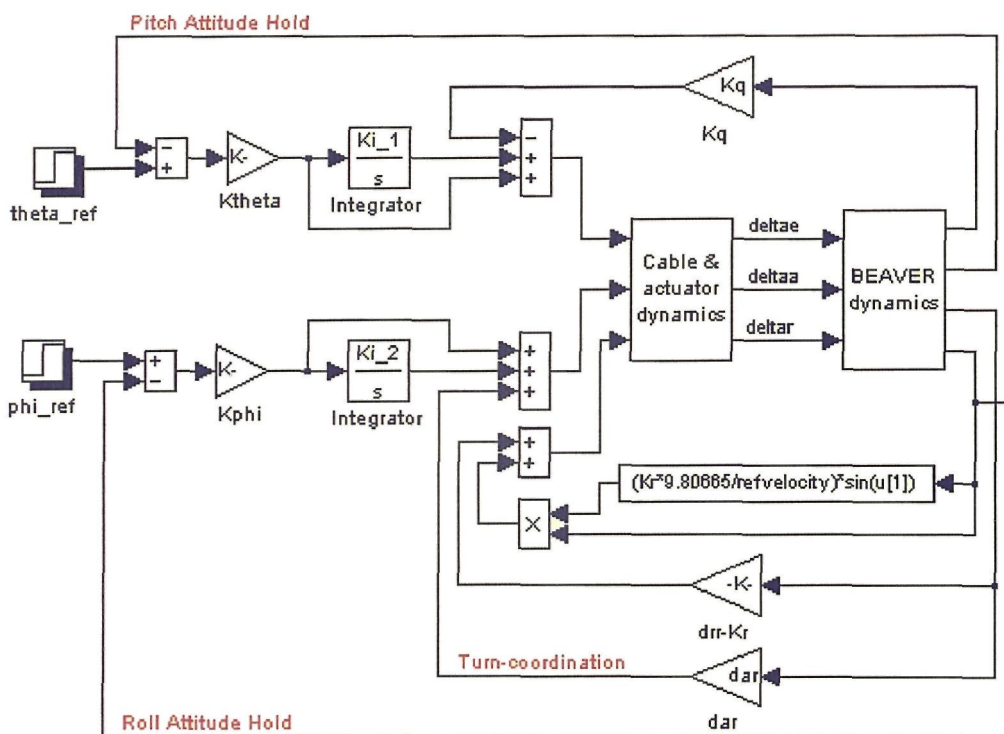
Podana definicija avtopilotov je zelo specifična. S posplošitvami z znanji iz sistemov vodenja bi lahko opisali avtopilot kot skupino kaskadnih regulacij, ki vsaka zase razpade na glavno in pomožno zanko, vsaka s svojim regulatorjem. Ker gre za regulacijo letala, spremenljivke, ki jih reguliramo, praviloma izhajajo iz letalstva, bodo v nadaljevanju uporabljani tovrstni izrazi, čeprav bi se zlahka uporabljali nadomestni posplošeni izrazi iz teorije vodenja sistemov, kot je bilo prikazano. Let letala je moč razdeliti na *vzdolžno* in *prečno* gibanje. Omenjeni gibanji letala sta v splošnem med seboj odvisni, vendar ju je vseeno moč ločiti in razlikovati. Njun medsebojni vpliv je zelo očiten pri letu letala v zavoj, kjer letalo z zavijanjem izgublja višino. Če želimo v omenjenem primeru kompenzirati izgubo višine, je potrebno pri regulaciji upoštevati vzdolžne in prečne medsebojne povezave. Pri letu letala v zavoj so to medsebojne povezave, ki kompenzirajo izgubo višine v zavoju zaradi nagiba letala (prečno gibanje) z odklonom višinskega krmila. Potreben dodaten odklon višinskega krmila lahko natančno določimo s pomočjo fizikalnega opisa in za popolno kompenzacijo izgube višine je potrebno omenjeno kompenzacijo upoštevati. Pri obravnavi leta letala in v tej povezavi obravnavana regulacija se

pojavi še vrsta drugih pomembnih spoznanj. Če si predstavljamo rep klasičnega letala, na katerem sta krmili za smer in višino, in si nadalje predstavljamo celo letalo, (tudi rep letala) zasukano za nek kot φ okrog osi x (*roll*), potem se pokaže še vpliv krmil. Krmilni površini v takšnem položaju (zasukani za kot $<p$) nimata več strogo ločenih krmilnih funkcij kot pri kotu $\varphi = 0^\circ$. Običajno smerno repno krmilo sedaj opravlja še funkcijo višinskega krmila in njegov odklon vpliva na smer ter višino letala. Podobno repno višinsko krmilo v omenjeni situaciji postane še delno smerno krmilo in vpliva na višino ter smer. Če je letalo zasukano za kot $\varphi = 90^\circ$, se funkciji obeh krmil popolnoma zamenjata. Če pa bi letalo letelo zasukano pod kotom $\varphi = 180^\circ$, bi bilo za enako funkcijo krmil potrebno spremeniti predznaka odklonov obeh krmil.

Omenjeni primeri so podani za ilustracijo pomembnosti upoštevanja medsebojnih vplivov vzdolžnega in prečnega gibanja letal. Vplivi vzdolžnega in prečnega gibanja ter funkcije krmil v odvisnosti od lege letala, ki so bili prikazani v prejšnjih primerih, so zelo izraziti in pri načrtovanju vodenja letala je moč izbirati med dvema možnostma. Ena izmed njih je, da pri regulaciji upoštevamo kar največ izrazitih medsebojnih vplivov, takšnih, kot so bili podani v primeru klasičnega letala. Druga možnost pa je, da si izberemo način leta, kjer so razni medsebojni vplivi minimalni ali pa sploh ne obstajajo. Takšnemu načinu leta letala lahko rečemo *delovna točka* in letalo obravnavamo v okolici delovne točke, kjer so omenjeni medsebojni vplivi majhni. Prednosti, v glavnem pa poenostavitve, ki so zajete v drugi možnosti, so številčne, je pa tako zasnovana regulacija uporabna v ožjem področju okrog delovne točke kot tista, ki jo zajamemo s prvo možnostjo. V našem primeru ne bomo razvili novega algoritma vodenja, pač pa bomo uporabili in dopolnili že namensko zgrajen algoritem vodenja za letalo *DHC-2 Beaver* in ga uporabili na istem tipu letala, ki bo zgrajen s programom *SIMDLAV*.

5.2 Avtopilot letala DHC-2 Beaver

V nadaljnji obravnavi bomo uporabili regulacijske algoritme, ki so bili razviti namensko za letalo *Beaver* v delu *FDC Toolbox*. Na sliki 5.2 je prikazan regulator, ki ga bomo označili s PAHRAH. PAH (*Pitch Attitude Hold*) je regulacijski algoritem, ki uravnavanjem odklona višinskega krmila vzdržuje predpisan kot prevračanja (*pitch*, θ) letala. RAH (*Roll Attitude Hold*) je regulacijski algoritem, ki z odkloni krilc (aileronov) vzdržuje predpisano valjanje (φ) letala. RAH je v našem primeru dopolnjen s koordinacijo v zavoju (*turn-coordinator*), ki izpolnjuje dvojno funkcijo. Kar najbolj mora zmanjšati kot bočnega zanosa v zavojih s pravilnimi odkloni krilc in smernega krmila, minimizirati pa mora še neželjena nihanja (sukanja *-yaw*), ki se pojavijo, če letalo vstopi v zavoj zgolj z odkloni krilc.



Slika 5.2: Bločni diagram PAHRAH regulacijskih zank

V koordiniranem zavoju je potrebno odkloniti tako krilca kot smerno krmilo, vendar morata biti njihova odklona nasprotna. Koordinacija v zavoju je dodana s faktorjema *dar* in *drr* v osnovni zanki za dolčanje kota valjanja (*roll*). Če sta ta dva faktorja

pomnožena s kotno hitrostjo r , ustrezno določita koordinacijo v zavoju z ustreznimi odkloni S_a in S_r . Minimiziranje neželenih nihanj (sukanj $-yaw$) zaradi odklona kril se doseže z uporabo relacije po enačbi 5.1, ki pa velja le v kombinaciji s koordinacijo v zavoju:

$$r = \frac{g}{V} \sin \varphi. \quad (5.1)$$

Po večini so konstante regulacijskih zank odvisne od hitrosti leta V . Letalo izkazuje drugačne lastnosti, in sicer glede na hitrost, s katero leti. Izračuni parametrov regulatorja v odvisnosti od hitrosti letala so podani v tabeli 2. Proporcionalni regulator ne zadostuje za izničenje pogreška v ustaljenem stanju, zato je potrebno dodati še integrirni člen. V regulacijski shemi je upoštevana tudi dinamika izvršnih členov. Vsi parametri regulatorja in dinamika izvršnih členov je določena za hitrost 40 m/s. Dinamika izvršnih členov je podana z enačbami od 5.2 do 5.13:

$$A_{\text{višinsko krmilo}} = \begin{bmatrix} -110,95110 & 8,8068 & 23,18856 \\ 0 & 0 & 1 \\ 7,34446 & -809,7962 & -20,1972 \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

$$B_{\text{višinsko krmilo}} = \begin{bmatrix} 25,1568 & 0,0005 \\ 0 & 0 \\ 5,8694 & -0,0516 \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

$$C_{\text{višinsko krmilo}} = [0 \quad 67,1621 \quad 0], \quad (5.4)$$

$$D_{\text{višinsko krmilo}} = [0 \quad 0], \quad (5.5)$$

$$A_{\text{krilce}} = \begin{bmatrix} -10,5970 & -3,2326 & -9,2515 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1,0877 & -684,8274 & -19,6229 \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

$$B_{\text{krilce}} = \begin{bmatrix} 27,4630 & -0,0054 \\ 0 & 0 \\ 3,0187 & -1,1144 \end{bmatrix}, \quad (5.7)$$

$$C_{\text{krilce}} = [0 \quad 83,8753 \quad 0], \quad (5.8)$$

$$D_{\text{krilce}} = [0 \quad 0], \quad (5.9)$$

$$A_{\text{smerno krmilo}} = \begin{bmatrix} -9,2131 & 4,8550 & 14,0889 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0,6720 & -809,2957 & -50,3478 \end{bmatrix}, \quad (5.10)$$

$$B_{\text{smerno krmilo}} = \begin{bmatrix} 24,5709 & 0,0042 \\ 0 & 0 \\ 7,5436 & -0,7416 \end{bmatrix}, \quad (5.11)$$

$$C_{\text{smerno krmilo}} = [0 \quad 57,2958 \quad 0], \quad (5.12)$$

$$D_{\text{smerno krmilo}} = [0 \quad 0]. \quad (5.13)$$

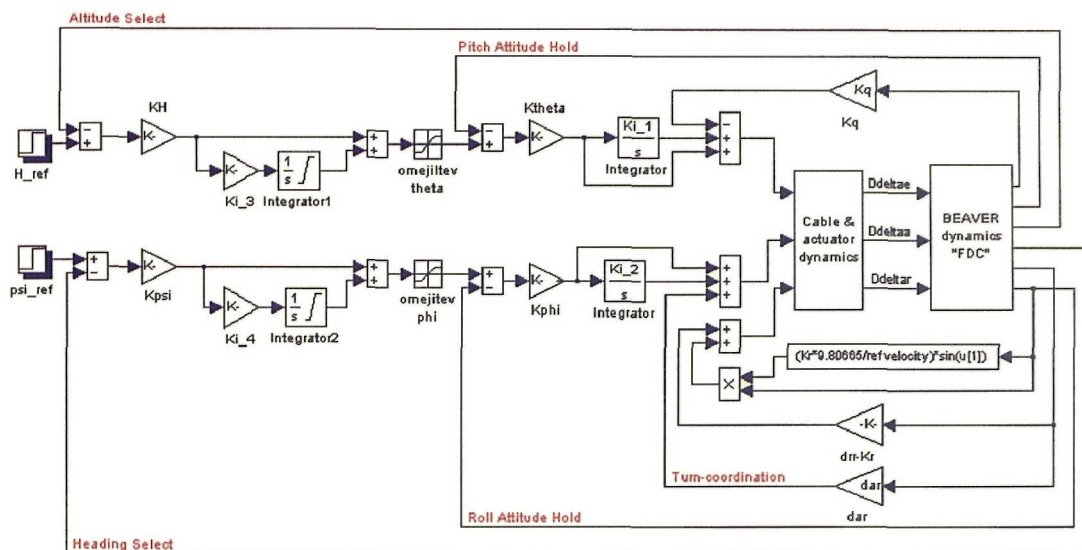
Parametri regulatorja so definirani v tabeli 2, uporabili pa smo definicije parametrov, ki so bili določeni v [12]. Oznaka V v definicijah parametrov regulatorja pomeni hitrost letala.

parameter	vrednost parametra
K_{θ}	$-0,001375V^2 + 0,1575V - 4,8031$
K_q	$-0,000475V^2 + 0,0540V - 1,5931$
K_{i1}	0,5
K_{φ}	$0,000975V^2 - 0,108V + 2,335625$
K_{i2}	0,25
K_r	-4
dar	0,165
drr	$-0,000075V^2 + 0,0095V - 0,4606$

Tabela 2: Parametri regulatorja PAHRAH

V namen izvedbe avtopilota je potrebno regulacijsko shemo na sliki 5.2 dopolniti. Referenčni vrednosti obeh zank sta kot valjanja (*roll*) ter kot prevračanja (*theta*), kar pa nam v primeru, da želimo letalo (s pomočjo avtopilota) prepeljati iz ene točke v prostoru v drugo točko v prostoru, ne pomaga prav dosti. Zato moramo regulacijsko

shemo spremeniti v toliko, da bosta referenčni vrednosti višina leta H in smer leta ψ . Dopolnjena regulacijska shema je prikazana na sliki 5.3.



Slika 5.3: Dopolnjena regulacijska shema

Regulacijsko shemo smo dopolnili s še dvema dodatnima zankama, ki ju imenujemo *Altitude* in *Heading Select*. S pomočjo prve določamo višino leta, s pomočjo druge pa smer leta. V zanki sta dodana regulatorja tipa PI, da izničita pogrešek v ustaljenem stanju. Pomembno se je zavarovati pred *integralskim pobegom*, zato smo uporabili integratorja z omejenima izhodoma. Poleg tega smo omejili tudi največje vrednosti pomožnih referenčnih vrednosti ψ in θ . Omejitev je seveda smiselna, saj letalo ne sme delati preostrega zavoja (velik nagib letala) in se tudi ne sme prehitro dvigovati ali spuščati (kot 6). V obeh primerih se letalu zmanjša hitrost, kar lahko povzroči prevlečen let in posledično strmoglavljenje. Zasnovan regulacijski algoritem namreč ne zajema kontrole hitrosti leta in vplivanja na plin. Opozoriti velja še na eno poenostavitev v regulacijski shemi na sliki 5.3. Referenčna veličina zunanje zanke za regulacijo višine je višina leta. Pogrešek dejanske višine glede na referenčno višino določi kot θ (6), tj. nagib letala glede na zemeljsko površje. To je sicer dobrodošla informacija pri vodenju letala po višini, vendar je potrebna velika mera pozornosti pri načrtovanju regulacije. Kot θ sicer pove, kakšno lego ima letalo glede na površje, v splošnem pa to ni mera, ki bi določala, ali se letalo dviga ali spušča, kar je pomembno pri regulaciji višine. Pri manjših hitrostih se lahko zgodi, da letalo glede na površje leti pod nekim pozitivnim kotom, pa kljub temu

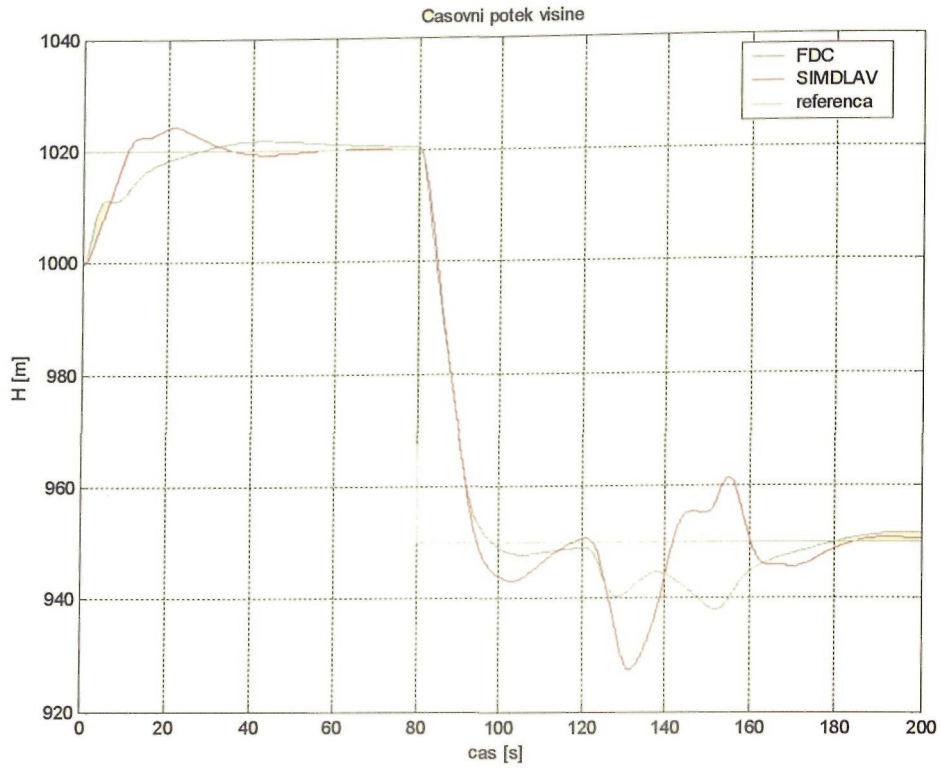
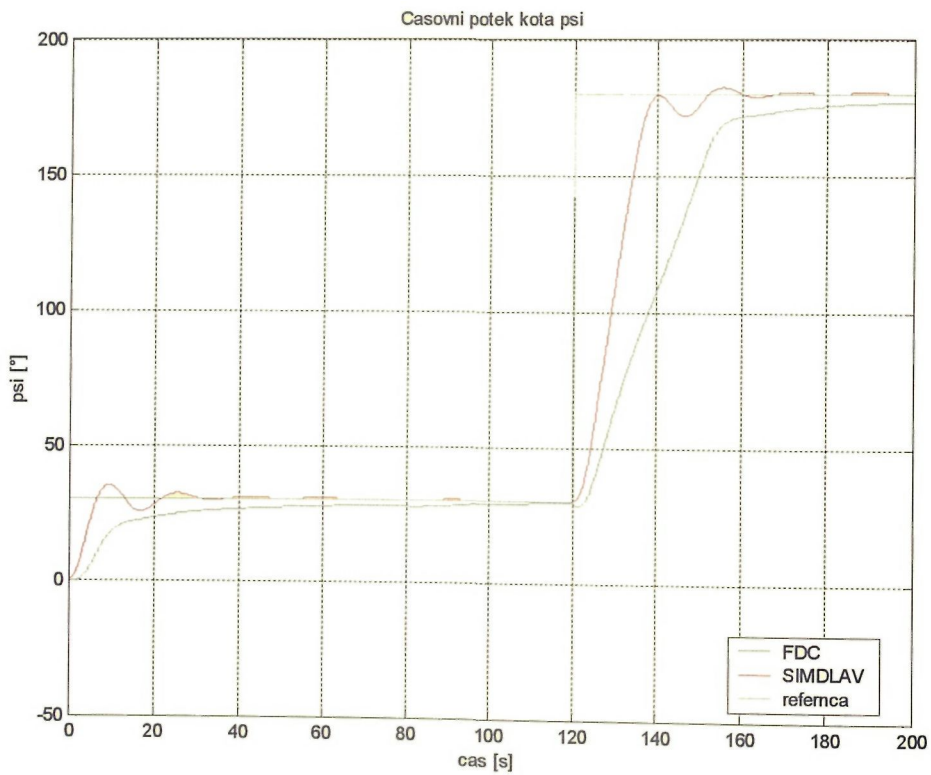
izgublja višino, ker ne ustvari zadosti vzgona. Obratno se lahko zgodi pri velikih hitrostih, ko je letalo glede na površje zasukano z negativnim kotom, pa kljub temu leti naravnost, ker še vedno ustvari dovolj vzgona. Pravilneje bi bilo v regulacijski algoritem vpeljati še eno veličino - *hitrost dviganja H*. V regulacijski shemi na sliki 5.3 bi jo umestili med regulator višine *H* in regulator za regulacijo kota θ . Informacije o hitrosti dviganja zagotavlja nepristransko informacijo o spremembi višine letala. Seveda pa je potrebno hitrost dviganja ali spuščanja letala omejiti, da ne pride do prevlečenega leta in strmoglavljenja. Zavisi od trenutne moči motorja. V našem primeru uporabimo poenostavljeno regulacijsko strukturo, tj. tisto, kjer iz kota θ sklepamo na tendenco spremembe višine leta. To lahko storimo zato, ker poznamo razmere, v katerih bomo algoritem vodenja preizkušali. Kljub temu smo omejili skrajne vrednosti kota θ na $\pm 10^\circ$. Podobno moramo omejiti tudi največje nagibe letala v zavojih (kot *roll*). V našem primeru smo omejitev kota valjanja (φ) omejili na vrednost $\pm 30^\circ$, sicer je struktura regulacijske zanke za določanje smeri leta (kot ψ) zelo podobna regulacijski zanki za določanje višine *H*. Regulacijski algoritem na sliki 5.3 vključuje tudi del za koordinacijo v zavoju in zmanjševanje neželenih učinkov spreminjanja smeri. Parametri regulatorja razširjenega regulacijskega algoritma so podani v tabeli 3, omejitev integratorja *integrator1* je $\pm 0,05$, omejitev integratorja *integrator2* pa $\pm 0,002$.

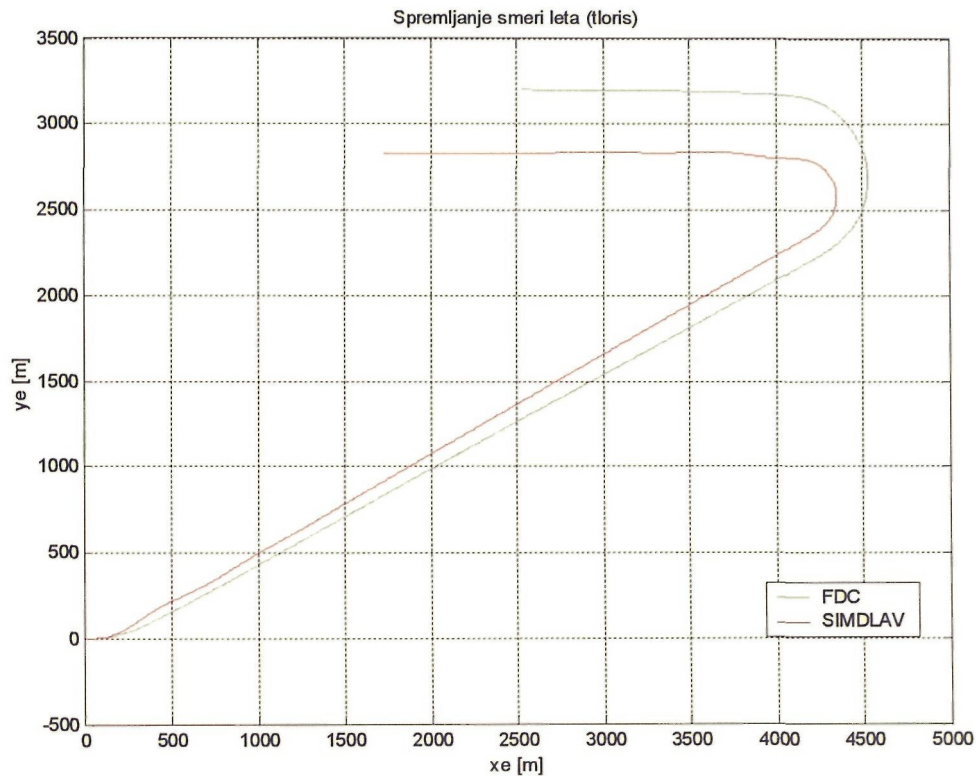
parameter	vrednost parametra
K_H	0,005
K_ψ	0,05V - 1,1
K_{i3}	0,15
K_{i4}	0,01

Tabela 3: Parametri dopolnjene regulacijske sheme

Razvit regulacijski algoritem, ki je prikazan na sliki 5.3, smo v nadaljevanju uporabili za test vodenja letala, in sicer dvakrat. Prvič smo razvit regulacijski algoritem uporabili za vodenje letala *DHC-2 Beaver*, ki je bil določen na podlagi

meritev v vetrovniku na Tehniški univerzi v Delftu oz. Fakulteti za letalsko tehniko. Ta model je bil uporabljen tudi v delu *FDC - A Simulink Toolbox for Flight Dynamics and Control Analysis* [12] in ga lahko smatramo kot neke vrste referenčnega. Drugič pa smo popolnoma isti regulacijski algoritem uporabili za vodenje sicer istega tipa letala *DHC-2 Beaver*, le da tokrat na modelu, ki je bil dobljen s pomočjo razvitega programa *SIMDLAV*. Na podlagi primerjave odzivov iz obeh primerov lahko ocenimo uporabnost in kvaliteto modela letala, dobljenega s pomočjo programa *SIMDLAV*. Testna preizkusa vodenja letala smo izvedli pri popolnoma istih pogojih. Časovna poteka referenčnih signalov sta bila popolnoma enaka, hitrost pa je bila v obeh primerih 40 m/s. Rezultati so prikazani na slikah od 5.4 do 5.6.

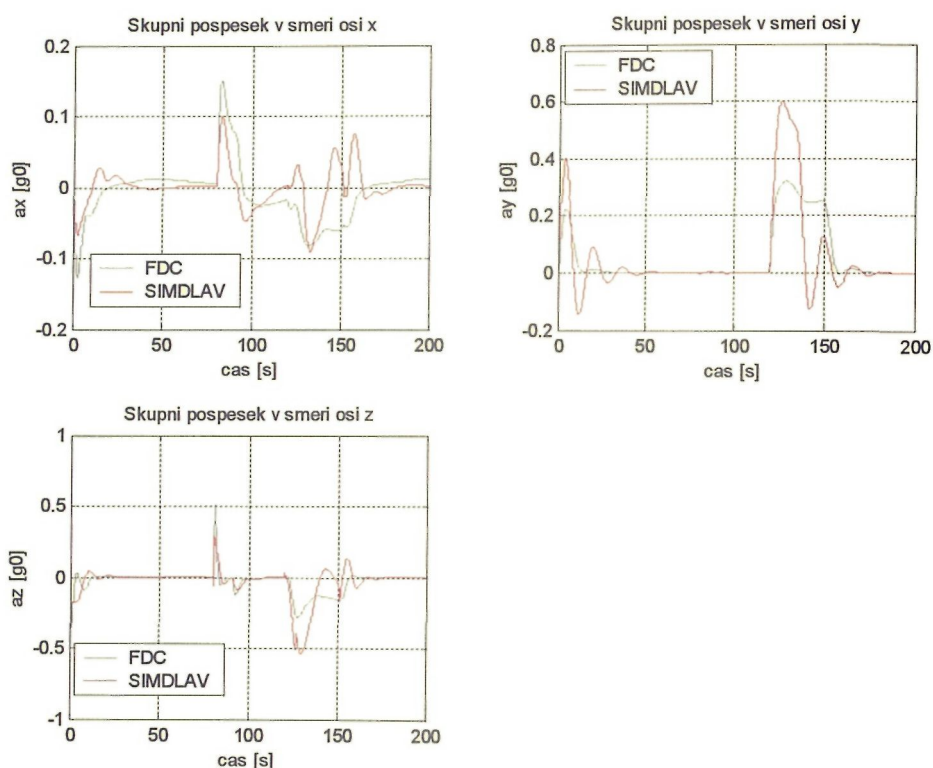
Slika 5.4: Regulacija višine leta H Slika 5.5: Regulacija smeri leta ψ



Slika 5.6: Tlorisni pogled na smer leta

Test, ki smo ga izvedli je na prvi pogled nekoliko neobičajen. Običajno na tak način testiramo robustnost regulatorja, in sicer s tem, da isti regulator uporabimo na različnih modelih. V našem primeru pa smo poleg tega želeli opazovati še odstopanja med modeloma letala istega tipa (*Beaver*), ki sta bila dobljena na dva povsem različna načina. Test smo izvedli tako, da smo (slika 5.3) enkrat uporabili model letala *FDC-Beaver*, drugič pa model letala *SIMDLAV-Beaver*. Primerjava regulacije višine je prikazana na sliki 5.4. Opazimo lahko, da je skupen odziv sistema regulatorja in modela letala, ki smo ga dobili s programom *SIMDLAV* nekoliko hitrejši, sicer pa robustnost regulatorja še vedno zagotavlja stabilno delovanje regulacijske zanke za regulacijo višine leta. Zaradi načina izvedbe testa je lahko edini možni razlog neujemanja odzivov le v odstopanju modelov letal. Če bi želeli iskati vzroke za odstopanje modela *SIMDLAV-Beaver* glede na model *FDC-Beaver*, bi se soočili z zelo težko nalogo, saj bi morali v obratnem vrstnem redu, kot smo letalo gradili, le-tega analizirati in ugotovitve prenesti na fizične sestavne dele letala. Očitno je vir pogreška prav tam skupaj z nenatančno določitvijo težišča letala,

velikosti krmilnih površin in prijemališč aerodinamičnih sil in navorov. Podobno lahko ugotovimo tudi za regulacijo smeri leta, kjer je regulacijski sistem z modelom letala, ki je bil dobljen s programom *SIMDLAV* še nekoliko hitrejši, vendar stabilen. Vzroke za odstopanja gre zopet iskati v prej omenjenih virih napak pri modeliranju. Opaziti je tudi močan medsebojni vpliv višine in smeri leta. Predvsem pri regulaciji višine se močno izrazi vpliv zavijanja letala na spremembo višine leta. Na sliki 5.4 je ta vpliv dobro viden pri času 120 s, kjer je bil prekop smeri leta iz 30° na 180° . To je posledica medsebojnih križnih povezav (vplivov) višine in smeri leta v splošni delovni točki. Ta problem lahko omejimo s posebej načrtovanimi regulatorji za multivariabilne sisteme (kakršen primer letalo gotovo je), ki pa jih v našem primeru ne bomo posebej obravnavali. Omenjamo jih le v toliko, da nakažemo smernice za doseganje še kvalitetnejše regulacije.



Slika 5.7: Pospeški na težišče letala v smereh koordinatnih osi sistema letala

Slika 5.7 prikazuje časovne poteke pospeškov, ki delujejo na težišče letala v smereh koordinatnih osi koordinatnega sistema letala. Ti pospeški so posledica spremembe smeri leta in sovpadajo s spremembami smeri po slikah 5.4 in 5.5. Primerjava

odzivov s pospeški je zanimiva, ker vidimo velikosti pospeškov, ki delujejo na težišče letala, hkrati pa ti pospeški delujejo tudi na potnike letala. Cilj je seveda čim mehkejše vodenje letala, brez skokov in odvečnih nihanj. Tudi primerjava pospeškov, ki delujejo na letalo zaradi sprememb smeri leta, potrjuje, da letalo *Beaver*, ki je bilo dobljeno s programom *SIMDLAV* odstopa od letala, ki je bil dobljen v vetrovniku. Iz grafov na sliki 5.7 se lepo vidijo obremenitve letala (in potnikov) med spreminjanjem smeri in višine leta. Vidimo, da med celotnim trajanjem leta letala nikoli ni bila presežena obremenitev 0,6 težnostnega pospeška. Pospeški so izraženi v enoti težnostnega pospeška g_0 . Izračun pospeškov smo izračunali po enačbah od 5.14 do 5.16:

$$a_x = \frac{1}{g_0}(\dot{u} + qw - rv), \quad (5.14)$$

$$a_y = \frac{1}{g_0}(\dot{v} + ru - pw), \quad (5.15)$$

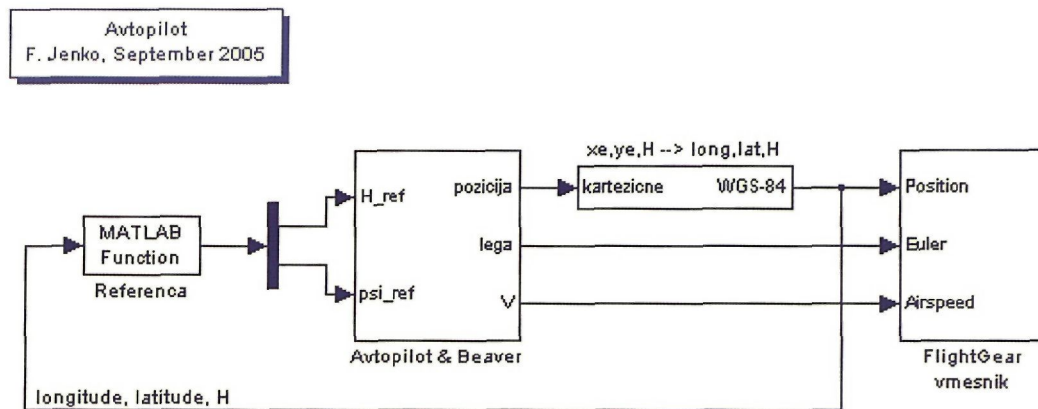
$$a_z = \frac{1}{g_0}(\dot{w} + pv - qu). \quad (5.16)$$

Slika 5.6 prikazuje tlorisni pogled na let letala ob izvajanju primerjav modelov na podlagi odzivov po slikah 5.4 in 5.5. Zaradi hitrejšega odzivanja modela letala *SIMDLAV-Beaver* letalo posledično naredi tudi drugačno pot, čeprav pravilno sledi referenčnim signalom in izniči pogrešek v ustaljenem stanju. Izhajajoč iz razmer na sliki 5.6 lahko ugotovimo, da z omenjenim načinom skoraj nimamo možnosti doseči predpisane točke. Kje je torej vzrok? Opraviti imamo z gibanjem telesa v prostoru, ki ima svojo lastno in časovno spremenljivo hitrost. Če letalo izpolni pogoja sledenju dvema referenčnima spremenljivkama, ki opisujeta gibanje, je to še vedno premalo, da bi lahko natančno predpisali gibanje telesa v prostoru. Z izpolnitvijo sledenju referenčnima vrednostima višine in smeri smo zagotovili le po en pogoj pri določanju pozicije in lege letala. Spomnimo se, da je pozicija telesa v prostoru opisana s tremi koordinatami in lega telesa s tremi koti. Zato moramo za dosego (prelet) predpisane točke v regulacijskem algoritmu upoštevati vse tri koordinate pozicije (x_e , y_e in H). V našem primeru bomo avtopilot poenostavili in predpostavili, da v vsakem trenutku poznamo pozicijo letala (x_e , y_e) in vemo, katero točko moramo

preleteti. Zato moramo glede na razvit regulacijski algoritem s pomočjo koordinat x_e in y_e nekako določiti smer leta ψ , z višino H pa moramo paziti, da smo vedno dovolj visoko nad površjem. Razvoj avtopilota za letalo je širok pojem. To lahko pomeni, da zagotovimo le ohranjanje smeri leta, ohranjanje smeri in višine leta ali celo prelet določenih točk na površju. Posebno pomembna lastnost avtopilotov je izločitev motenj vetra. Veter namreč letalo odnaša iz načrtane smeri, zato bi letalo zgrešilo cilj. Avtopilot mora letalu v vetrovnih razmerah zagotoviti let pod drugačnim kotom, če želi natančno doseči cilj. V nadaljevanju bomo predstavili preprost avtopilot, ki ohranja smer in višino leta ter preleti vnaprej določene točke na površini.

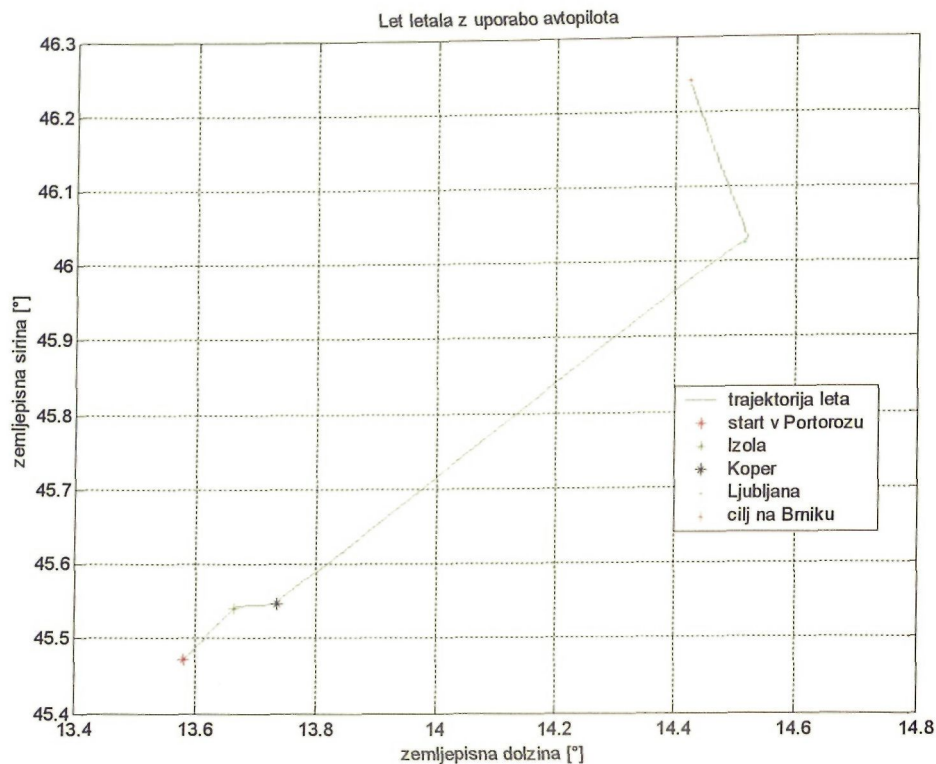
Za ohranjanje smeri in višine leta zadostuje regulacijski algoritem, ki je prikazan na sliki 5.3. Z ustreznim določanjem referenčnih vrednosti višine leta H in smeri leta ψ lahko dosežemo predpisan način leta. V ta namen moramo vključiti še informacije o trenutni poziciji letala in pozicije točk, ki jih želimo preleteti. Glede na regulacijsko shemo na sliki 5.3 moramo dodati še dve povratni zanki z informacijama o trenutni poziciji letala (x_e in y_e). Potrebno je izvesti tudi mehak algoritem določanja nadaljevanja smeri leta iz trenutne pozicije v končno pozicijo in pa določanje višine leta. Regulacijska shema avtopilota za letalo *Beaver* je prikazana na sliki 5.8. Referenčni spremenljivki v sistemu vodenja sta višina leta H in smer leta ψ , izračunati pa ju moramo iz pozicije letala. Točke na zemeljskem površju so običajno podane z *geografsko dolžino* in *širino*, s tujko pogosto imenovani *longitude* in *latitude* v zemljevidih z mrežo WGS-84. Izhod iz našega modela letal so koordinate x_e , y_e in H in veljajo, kot smo omenili že prej, za raven model Zemlje. Zelo koristno je, če koordinatni sistem, v katerem merimo koordinate x_e , y_e in H , orientiramo tako, da os x kaže na sever, os y pa na vzhod, premike letala posebno enostavno preračunavamo v spremembe geografske dolžine in širine. Če privzamemo, da je majhno področje na zemeljski površini ravno, si še dodatno olajšamo delo. V primeru, da opazujemo let letala od neke začetne točke, nam premik letala od te točke predstavljata koordinati x_e in y_e , seveda v ravnem modelu Zemlje. Če preračunamo, kakšno spremembo predstavljajo ti premiki v geografski dolžini in širini, vseskozi vemo, kje na površini Zemlje se letalo nahaja. Preračun premikov na spremembo geografske dolžine in širine smo izvedli s pomočjo funkcij *almanac*,

rad/km in km^2rad , ki so vgrajene v *Matlabu* in upoštevajo preračune na površju Zemlje. Na ta način lahko let letala umestimo na katerokoli področje Zemlje, le da pri tem upoštevamo omejitve, ki izhajajo iz poenostavitve. Prva je, da zamenarimo ukrivljenost Zemlje, druga pa je, da so premiki letala upoštevani glede na površje Zemlje in na višini leta. Če letalo leti dovolj nizko in na kratke razdalje, je napaka dovolj majhna in rezultati uporabni.

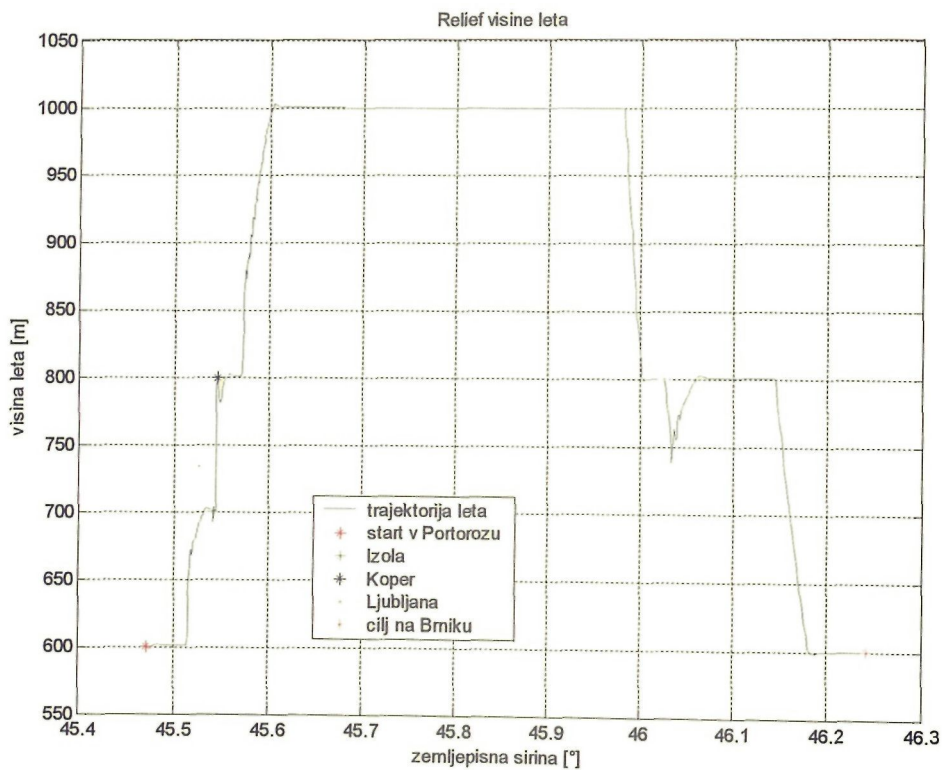


Slika 5.8: Avtopilot letala *Beaver*

Razvit avtopilot za letalo *Beaver* smo uporabili na primeru vodenja letala v realnih razmerah. Letalo bomo začeli opazovati v zraku nad letališčem v Portorožu, kjer bomo vključili avtopilot za nadaljevanje leta ob slovenski obali proti Kopru, od tam naprej proti Ljubljani in dalje proti Brniku, kjer bo konec opazovanja leta. Z avtopilotom nismo vzletali ali pristajali, uporabili smo ga zgolj v namem preleta vnaprej podanih točk. Višina leta je bila vnaprej sprogramirana, ker poznamo profil terena, nad katerim bomo leteli. Graf na sliki 5.9 prikazuje tlorisni pogled na let letala z avtopilotom, graf na sliki 5.10 pa prikazuje višino leta. Višina leta je projecirana zgolj na zemljepisno širino, profil višine leta pa je bil nastavljen še pred simulacijo. Avtopilot, ki smo ga uporabili, ni imel možnosti vplivanja na plin letala, zato je letalo vseskozi letelo z istim plinom tudi ob dvigovanju.



Slika 5.9: Tloris leta letala z uporabo avtopilota



Slika 5.10: Graf višine leta z uporabo avtopilota ob konstantnem plinu

Iz grafov na slikah 5.9 in 5.10 je razvidno, da avtopilot izpolni obe bistveni nalogi, tj. sledenju predpisani višini leta in doseganju željene pozicije. Glavna pomankljivost je gotovo ta, da ne vključuje regulacije plina oziroma vrtljajev motorja, kar v določenih manevrih predstavlja celo nevarnost prevlečenega leta in strmoglavljenje. Da bi se temu izognili, smo omejili hitrost dviganja in spuščanja s kotom θ . Podobno smo omejili hitrost zavijanja letala z največjim kotom nagiba ϕ . Razvit avtopilot tudi ne vključuje posebnih algoritmov uravnavanja smeri leta zaradi vetra. Avtopiloti, ki so vgrajeni v sodobna letala, izpolnjujejo vse te zahteve in še več. Ena od pomembnih lastnosti avtopilotov je tudi, da so sposobni voditi letalo tudi v pristajanje - ILS. Razvit avtopilot tega ne omogoča, je pa mogoča navezava na *FDC Toolbox*, kjer je razvit avtopilot, ki podpira tudi VOR (*Very high frequency Omnidirectional Radio range*) in ILS (*Instrument Landing System*).

File View Location Autopilot Weather Equipment ATC/AI Debug Help



Slika 5.11: Letalo *Beaver* v izvedbi za vzletanje na vodi

6 Ugotovitve

Rezultat magistrskega dela je posplošen nelinearni matematični model letala, v okvir katerega lahko pretvorimo katerikoli model realnega letala. Glavne sklope matematičnega modela predstavljajo aerodinamični opis letala, pogon, gravitacijska sila in vpliv vetra. Vsi ti glavni sklopi z veliko mero natančnosti matematično opišejo obnašanje poljubnega realnega letala. V njih so zajeti detajli, ki so bili bodisi dobljeni na osnovi eksperimentalnih poskusov bodisi s pomočjo računskih postopkov namenske programske opreme ali pa smo za njihov opis razvili posebne matematične modele. Izhodi teh glavnih sklopov so sile in navori, ki delujejo na letalo in povzročajo njegovo gibanje - spremembo lege in pozicije. Enačbe gibanja opišejo gibanje letala in veljajo ob določenih predpostavkah, ki pa bistveno ne omejujejo uporabnosti predlaganega nelinearnega modela letala. Program *SIMDLAV*, ki je bil razvit ob predlaganem nelinearnem modelu letala, povzema vse funkcionalnosti in detajle modeliranja, ki so bili predstavljeni v tem magistrskem delu. Programska aplikacija *SIMDLAV*, ki teče v okolju *Matlab-Simulink*, predstavlja simulacijski model nelinearnega matematičnega modela letala. Še več, *SIMDLAV* poleg realizacije dinamike letala omogoča tudi animacijo leta letala in podaja primer načrtovanja vodenja letala. Z združenimi vsemi temi lastnostmi je *SIMDLAV* samosvoj primer simulatorja letanja, ki ima pred drugimi simulatorji letanja največjo prednost v modularnosti in nudi uporabniku široke možnosti sprememb osnovnega koncepta letala in dodatne modelirane podrobnosti. Veliko podporo mu omogoča

povezava s sorodnima simulacijskima programoma *FDC Toolbox* in *AeroSim*. Animacijske možnosti *SIMDLAV* najuspešneje izkaže v povezavi z namenskim programom *FlightGear Simulatorjem*.

Odgovor na vprašanje, kako dober približek realnega letala lahko podamo s predlaganim konceptom nelinearnega modela letala, lahko podamo le z mero uporabnosti dobljenega simulacijskega modela za namene nadaljnje uporabe. Nekaj primerov smo skozi predhodna poglavja že podali. Modelirane in upoštevane podrobnosti na vseh nivojih omogočajo spremljanje značilnih pojavov in performans letala v katerikoli situaciji in v vseh režimih leta, tudi ob tako kritičnih, kot sta prevlečenem let in porušitev vzgona. Ne zgolj aerodinamični opis letala, tudi sistema pogona in vetra sta modelirana s tolikšno podrobnostjo, da so zagotavljeni uporabni simulacij ski rezultati v primerjavi z realnimi letali. Kvaliteta modela letala, ki je rezultat postopka modeliranja, je odvisna od razpoložljivih podatkov o letalu, ki ga matematično oziroma simulacijsko gradimo. Povsem razumljivo je, da z vsemi bistvenimi podatki o letalih ne moremo razpolagati (vojaška letala), zato moramo za določene nedostopne podatke vzeti približke. Ti pa vnašajo znaten delež v odstopanje simulacijskih modelov glede na realne modele. Koncept gradnje matematičnega (in simulacij skega) modela je ciklični in narava postopka je nenehno izboljševanje in približevanje realnemu modelu. Razvit koncept matematičnega modela letala potrebuje vnos približno 100 pomembnih parametrov (značilnk) o letalu. Na podlagi le-teh se z numeričnimi postopki izračunajo preostali nujni podatki. Model letala je v končni obliki opisan s 150 komponentami sil, ki delujejo na letalo in s 300 komponentami navorov, ki jih povzročajo te iste sile. Število komponent sil in navorov je razmeroma veliko, časovna zahtevnost za njihov izračun pa nezanemarljiva. Prav zaradi zasnove programskega okolja *Matlab-Simulink* se razmeroma velika natančnost opisa letala odraža v počasnosti izvajanja simulacije.

Natančnost gradnje modela letala, modelirane podrobnosti, modularnost, možnost povezave s programsko opremo iste vsebine, povezava s programsko opremo za izvajanje animacije, možnost nadgradnje in nadaljnega razvoja ter načrtovanje vodenja so glavne prednosti in možnosti razvitega koncepta nelinearnega

matematičnega modela letala in njegove realizacije v programski obliki *SIMDLAV*. Poleg obravnave realnih modelov letal lahko pristop k modeliranju letal tudi obrnemo v konstruiranje. S spremembami geometrije in aerodinamike letala lahko s cikličnim postopkom skonstruiramo lastno letalo, proučimo njegovo obnašanje, stabilnost in načrtmo ter preverimo koncept vodenja. Primer vodenja letala istega tipa, za katerega razpolagamo z dvema različno dobljenima matematičnima modeloma, smo obravnavali v poglavju 5. Prav ta primer najbolj objektivno potrди uporabnost modelov letal, zgrajenih na osnovi matematičnega koncepta, ki smo ga razvili v tem delu. Isti regulacijski algoritem je uspešno vodil model *letala Beaver*, ki je bi vzet iz programa *FDC Toolbox* in model letala, ki je bil zgrajen s programom *SIMDLAV*. Prvi model je bil osnovan na podalgi meritev v vetrovniku in ga upravičeno lahko smatramo kot referenčnega. Odstopanja med modeloma v isti regulacijski zanki sta podana na slikah 5.4 in 5.5. Odstopanja so celo presenetljivo majhna, če vzamemo v obzir nabor podatkov, s pomočjo katerih smo model letala *Beaver* v programu *SIMDLAV* zgradili (Tabela B. 1). Za preostale nepoznane podatke smo privzeli ocenjene približne vrednosti.

Priloga A

V tej prilogi bomo podali Newtonove enačbe za togo telo. Vsebina te priloge je obravnava Newtonove mehanike, ki je pomembna za dobro razumevanje enačb gibanja letala. Več detajlov je moč najti v [7].

A.1 Sile na togo telo

Zamislimo si masno točko δm , ki se giblje s časovno spremenljivo hitrostjo \mathbf{V} , ker nanjo deluje sila \mathbf{F} . Obe veličini \mathbf{V} in \mathbf{F} sta merjeni relativno v desnosučnem pravokotnem koordinatnem sistemu togega telesa. Z uporabo Newtonovega drugega zakona lahko zapišemo:

$$\delta \mathbf{F} = \delta m \cdot \dot{\mathbf{V}}. \quad (\text{A.1})$$

Zgornjo enačbo smo uporabili za eno masno točko togega telesa. Če zgornjo enačbo uporabimo za vse masne točke, iz katerih je sestavljeno togo telo, lahko zapišemo enačbo:

$$\sum \delta \mathbf{F} = \sum \delta m \cdot \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{d}{dt} \sum \mathbf{V} \cdot \delta m.$$

Predpostavimo, da ima težišče togega telesa hitrost $V_{t.t.}$ in komponente hitrosti u , v , w izražene v smereh osi X , Y , Z koordinatnega sistema telesa. Hitrost poljubne masne točke togega telesa je potem vsota hitrosti težišča telesa, ki se giblje s hitrostjo $V_{t.t.}$, in hitrosti masne točke, ki jo ima glede na težišče telesa. Če je poznamo pozicijo masne točke glede na težišče telesa in jo označimo kot vektor r , lahko hitrost poljubne masne točke izrazimo v vektorski obliki:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_{t.t.} + \dot{\mathbf{r}} \quad (\text{A.3})$$

in

$$\sum \mathbf{V} \cdot \delta m = \sum (\mathbf{V}_{t.t.} + \dot{\mathbf{r}}) \cdot \delta m = m \mathbf{V}_{t.t.} + \frac{d}{dt} \sum \mathbf{r} \delta m. \quad (\text{A.4})$$

V enačbi A.4 pomeni m skupno maso togega telesa. Za težišče telesa velja:

$$\sum \mathbf{r} \delta m = 0 \quad (\text{A.5})$$

in enačba za izračun celotne sile F , ki deluje na telo, je tako:

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{V}_{t.t.} \quad (\text{A.6})$$

A.2 Navori na togo telo

Navor dM , ki vrtilo telo okrog težišča telesa, se izračuna po enačbi A.7:

$$\delta \mathbf{M} = \frac{d}{dt} (\mathbf{r} \times \mathbf{V}) \delta m = (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{V}) \delta m + (\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{V}}) \delta m, \quad (\text{A.7})$$

kjer je

$$\mathbf{r} = \mathbf{V} - \mathbf{V}_{t.t.} \quad (\text{A.8})$$

in

$$(\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{V}}) \delta m = \mathbf{r} \times \delta \mathbf{F} = \delta \mathbf{M}_{t.t.} \quad (\text{A.10})$$

V enačbi A. 10 pomeni dM_{tt} navor, ki ga povzroča sila dF . Vrtilno količino masne točke glede na težišče letala označimo z dh in ga definiramo z enačbo:

$$\delta h = (\mathbf{r} \times \mathbf{V}) \delta m. \quad (\text{A. H})$$

Z uporabo enačbe A. 11 in predhodno podanih enačb, dobimo odvisnost:

$$\delta M_{t.t.} = \delta h - (\mathbf{V} - \mathbf{V}_{t.t.}) \times \delta m = \delta \dot{\mathbf{h}} + \mathbf{V}_{t.t.} \times \mathbf{V} \delta m. \quad (\text{A. 12})$$

Če prispevek vseh masnih točk seštejemo dobimo:

$$\sum \delta M_{t.t.} = \frac{d}{dt} \sum \delta \dot{\mathbf{h}} + \mathbf{V}_{t.t.} \times \sum \mathbf{V} \delta m. \quad (\text{A. 13})$$

Celotni navor na telo okrog težišča podaja enačba A. 14:

$$\delta M_{t.t.} = \dot{\mathbf{h}}, \quad (\text{A. 14})$$

kjer je h pripadajoča vrtilna količina okrog težišča telesa.

A.3 Vrtilna količina

Opazujmo togo telo, ki ima kotne hitrosti zapisane v vektorju Ω s komponentami p , q , r , ki označujejo vrtenje okrog osi X , Y in Z koordinatnega sistema. Vektor Ω lahko potem zapišemo v obliki:

$$\Omega = ip + jq + kr, \quad (\text{A15})$$

kjer so i , j in k enotni vektorji vzdolž osi X , Y in Z . Skupno hitrost masne točke lahko podamo v vektorski obliki, ki upošteva translacijsko in rotacijsko hitrost:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_{t.t.} + \Omega \times \mathbf{r} \quad (\text{A.16})$$

in vrtilno količino togega telesa okrog težišča telesa zapišemo:

$$\mathbf{h} = \sum \delta \mathbf{h} = \sum \mathbf{r} \times (\mathbf{V}_{t.t.} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \delta m = \sum \mathbf{r} \times \mathbf{V}_{t.t.} \delta m + \sum \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \delta m. \quad (\text{A.17})$$

Prvi člen desne strani enačbe A.17 je enak nič:

$$\left(\sum \mathbf{r} \delta m \right) \times \mathbf{V}_{t.t.} = 0, \quad (\text{A.18})$$

drugi člen pa lahko zapišemo v obliki:

$$\sum \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \delta m = \sum \{ \boldsymbol{\Omega} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}) - \mathbf{r} (\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{r}) \} \delta m = \sum \{ \boldsymbol{\Omega} \|\mathbf{r}\|^2 - \mathbf{r} (\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{r}) \} \delta m. \quad (\text{A.19})$$

Če v enačbah A.16 in A.17 zamenjamo \mathbf{r} z $\mathbf{r} = ix + jy + kz$ in uporabimo v enačbi A.15, dobi slednja obliko:

$$\mathbf{h} = \boldsymbol{\Omega} \sum (x^2 + y^2 + z^2) \delta m - \sum \mathbf{r} (px + qy + rz) \delta m. \quad (\text{A.20})$$

Komponente vektorja \mathbf{h} vrtilne količine vzdolž osi X , Y in Z , označimo s h_x , h_y in h_z in jih izrazimo:

$$h_x = p \sum (y^2 + z^2) \delta m - q \sum xy \delta m - r \sum xz \delta m, \quad (\text{A.21})$$

$$h_y = -p \sum xy \delta m - q \sum (x^2 + z^2) \delta m - r \sum yz \delta m, \quad (\text{A.22})$$

$$h_z = -p \sum xz \delta m - q \sum yz \delta m + r \sum (x^2 + y^2) \delta m. \quad (\text{A.23})$$

simbol	definicija
I_{xx}	$\sum (y^2 + z^2) \delta m$
I_{yy}	$\sum (x^2 + z^2) \delta m$
I_{zz}	$\sum (x^2 + y^2) \delta m$
J_{xy}	$\sum xy \delta m$
J_{xz}	$\sum xz \delta m$
J_{yz}	$\sum yz \delta m$

Tabela A. 1: Masni vztrajnostni momenti in deviacijski masni vztrajnostni momenti

Členi v enačbah od A.21 do A.23 so definirani kot masni vztrajnostni momenti in masni deviacijski vztrajnostni momenti. Z uporabo definicij zapisov v tabeli A.1 lahko enačbe od A.21 do A.23 zapišemo v vektorski obliki kot produkt matrike tenzorja vztrajnostnih momentov \mathbf{I} in vektorja kotnih hitrosti $\boldsymbol{\Omega}$:

$$\mathbf{h} = \mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\Omega}, \quad (\text{A.24})$$

kjer je matrika \mathbf{I} definirana kot:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & I_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.25})$$

A.4 Enačbe gibanja za togo telo

Če izberemo koordinatni sistem, ki je vpet na telo, potem so vztrajnotni momenti in produkti vztrajnosti v enačbah od A.21 do A.23 konstantni. Vrtenje samega koordinatnega sistema potem podaja vektor kotnih hitrosti $\boldsymbol{\Omega}$. Za poljuben vektor \mathbf{r} , ki določa pozicijo v koordinatnem sistemu telesa, lahko zapišemo:

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}. \quad (\text{A.26})$$

Če uporabimo enačbo A.26 skupaj z splošnima enačbama za sile (A.6) in navore (A.14), dobimo odvisnost:

$$\mathbf{F} = m \left(\frac{\partial \mathbf{V}_{t.t.}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_{t.t.} \right) \quad (\text{A.27})$$

in

$$\mathbf{M}_{t.t.} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{h} = \frac{\partial (\mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\Omega})}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\Omega}). \quad (\text{A.28})$$

Vektorski enačbi A.27 in A.28 tvorita osnovo za opis dinamike togega telesa in sta bili uporabljeni za opis gibanja letala v tem delu in programski aplikaciji *SIMDLAV*. Linearne in kotne pospeške iz enačb A.27 in A.28 lahko izrazimo na levi strani in dobimo enačbi A.29 in A.30:

$$\frac{\partial \mathbf{V}_{t.t.}}{\partial t} = \frac{\mathbf{F}}{m} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_{t.t.}, \quad (\text{A.29})$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\Omega}}{\partial t} = \mathbf{I}^{-1} (\mathbf{M}_{t.t.} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\Omega}). \quad (\text{A.30})$$

Enačbi A.29 in A.30 lahko zapišemo po komponentah vzdolž osi koordinatnega sistema v obliki:

$$\dot{u} = \frac{F_x}{m} - qw + rv, \quad (\text{A.31})$$

$$\dot{v} = \frac{F_y}{m} + pw - ru, \quad (\text{A.32})$$

$$\dot{w} = \frac{F_z}{m} - pv + qu \quad (\text{A.33})$$

in

$$\dot{p} = P_{pp}p^2 + P_{pq}pq + P_{pr}pr + P_{qq}q^2 + P_{qr}qr + P_{rr}r^2 + P_lL + P_mM + P_nN, \quad (\text{A.34})$$

$$\dot{q} = Q_{pp}p^2 + Q_{pq}pq + Q_{pr}pr + Q_{qq}q^2 + Q_{qr}qr + Q_{rr}r^2 + Q_lL + Q_mM + Q_nN, \quad (\text{A.35})$$

$$\dot{r} = R_{pp}p^2 + R_{pq}pq + R_{pr}pr + R_{qq}q^2 + R_{qr}qr + R_{rr}r^2 + R_lL + R_mM + R_nN. \quad (\text{A.36})$$

P_{pp} , P_{pq} , ... , R_n so koeficienti, ki so rezultat matričnega množenja in so sestavljeni zgolj iz členov matrike tenzorja vztrajnostnih momentov \mathbf{I} . Podani so v tabeli A.2.

Vektorji $\mathbf{V}_{t.t.}$, $\boldsymbol{\Omega}$, \mathbf{F} in $\mathbf{M}_{t.t.}$ so definirani:

$$\mathbf{V}_{t.t.} = \mathbf{i}u + \mathbf{j}v + \mathbf{k}w, \quad (\text{A.37})$$

$$\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{i}p + \mathbf{j}q + \mathbf{k}r, \quad (\text{A.38})$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{i}F_x + \mathbf{j}F_y + \mathbf{k}F_z, \quad (\text{A.39})$$

$$\mathbf{M}_{t.t.} = \mathbf{i}L + \mathbf{j}M + \mathbf{k}N. \quad (\text{A.40})$$

Enačbe, izpeljane v tej prilogi, opišejo gibanje kateregakoli togega telesa relativno glede na Zemljo, če so izpolnjene naslednje zahteve:

1. Telo mora biti togo skozi ves čas gibanja.
2. Masa telesa mora biti konstantna v časovnih intervalih, ko se gibanje opisuje.
3. Smatra se, daje Zemlja v vesolju nepremična, tj. njeno vrtenje se zanemari.
4. Ukrivljenost Zemlje se zanemari.

Če se izpeljane enačbe uporabijo za opis gibanja telesa, je opis gibanja zaradi domnev 3 in 4 točen le za relativno kratek čas. Za opazovanje daljših časovnih intervalov priporočamo študij [14].

simbol	definicija
$ I $	$I_{xx}I_{yy}I_{zz} - 2J_{xy}J_{xz}J_{yz} - I_{xx}J_{yz}^2 - I_{yy}J_{xz}^2 - I_{zz}J_{xy}^2$
I_1	$I_{yy}I_{zz} - J_{yz}^2$
I_2	$J_{xy}I_{zz} + J_{yz}J_{xz}$
I_3	$J_{xy}J_{yz} + I_{yy}J_{xz}$
I_4	$I_{xx}I_{zz} - J_{xz}^2$
I_5	$I_{xx}J_{yz} + J_{xy}J_{xz}$
I_6	$I_{xx}I_{yy} - J_{xy}^2$
P_1	$I_1 / I $
P_m	$I_2 / I $
P_n	$I_3 / I $
P_{pp}	$-(J_{xz}I_2 - J_{xy}I_3) / I $
P_{pq}	$-(J_{xz}I_1 - J_{yz}I_2 - (I_{yy} - I_{xx})I_3) / I $
P_{pr}	$-(J_{xy}I_1 + (I_{xx} - I_{zz})I_2 - J_{yz}I_3) / I $
P_{qq}	$(J_{yz}I_1 - J_{xy}I_3) / I $
P_{qr}	$-((I_{zz} - I_{yy})I_1 - J_{xy}I_2 + J_{xz}I_3) / I $
P_{rr}	$-(J_{yz}I_1 - J_{xz}I_2) / I $
Q_1	$I_2 / I $
Q_m	$I_4 / I $
Q_n	$I_5 / I $
Q_{pp}	$-(J_{xz}I_4 - J_{xy}I_5) / I $
Q_{pq}	$-(J_{xz}I_2 - J_{yz}I_4 - (I_{yy} - I_{xx})I_5) / I $
Q_{pr}	$-(J_{xy}I_2 + (I_{xx} - I_{zz})I_4 - J_{yz}I_5) / I $
Q_{qq}	$(J_{yz}I_2 - J_{xy}I_5) / I $
Q_{qr}	$-((I_{zz} - I_{yy})I_2 - J_{xy}I_4 + J_{xz}I_5) / I $
Q_{rr}	$-(J_{yz}I_2 - J_{xz}I_4) / I $
R_1	$I_3 / I $
R_m	$I_5 / I $
R_n	$I_6 / I $
R_{pp}	$-(J_{xz}I_5 - J_{xy}I_6) / I $
R_{pq}	$-(J_{xz}I_3 - J_{yz}I_5 - (I_{yy} - I_{xx})I_6) / I $
R_{pr}	$-(J_{xy}I_3 + (I_{xx} - I_{zz})I_5 - J_{yz}I_6) / I $
R_{qq}	$(J_{yz}I_3 - J_{xy}I_6) / I $
R_{qr}	$-((I_{zz} - I_{yy})I_3 - J_{xy}I_5 + J_{xz}I_6) / I $
R_{rr}	$-(J_{yz}I_3 - J_{xz}I_5) / I $

Tabela A.2: Definicije koeficientov vztrajnosti

Priloga B

Letalo in proizvajalec :	DHC-2 Beaver, De Havilland Aircraft of Canada Ltd.
Razpon krila:	14,63 m
Površina krila:	23,23 m ²
Aerodinamična tetiva c:	1,5875 m
V-lom krila:	1°
Profil krila:	NACA 64 A 416
Teža praznega letala:	14970 N
Moč motorja:	450 KS pri 2300 min ⁻¹
Premer propelerja:	2,59 m
Kapacteta rezervoarjev:	521 l
Legi težišča:	med 17,36 % c in 40,24 % c
I _x :	5368,39 kgm ²
I _y :	6928,93 kgm ²
I _z :	11158,75 kgm ²
J _{xy} :	0,0 kgm ²
J _{xz} :	117,64 kgm ²
J _{yz} :	0,0 kgm ²

Tabela B. 1: Razpoložljivi podatki o letalu *DHC-2 Beaver*

Literatura

- [1] Anon, *Approach and Landing Simulation*, AGARD report 632, Ames, 1975.
- [2] Anon, International Standards and Recommended Practise, Annex 10, Volume I, Part I: *Equipment and Systems* and Attachment C to Part I, ICAO, Montreal, Canada, 1968.
- [3] Bojan Orel, *Osnove numerične matematike*, Fakulteta za računalništvo in informatiko, Ljubljana, 1997.
- [4] Borut Zupančič, *Simulacija dinamičnih sistemov*, Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo, Univerza v Ljubljani, SLO.
- [5] Drago Matko, Borut Zupančič, Rihard Karba, *Simulation and Modelling of Continuous Systems-A Case Study Approach*, Prentice Hall, Inc., UK.
- [6] Drago Matko, *Računalniški sistemi v vodenju procesov*, Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo, Univerza v Ljubljani, SLO.
- [7] E. L. Duke, R. F. Antoniewicz, K. D. Krambeer, *Derivation and Definition of a Linear Aircraft Model*, NASA Reference Publication 1207, USA, 1988.
- [8] Franc Jenko, *Vodenje letččega krila*, diplomsko delo, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, Ljubljana 2002.
- [9] Ira H. Abbott and Albert E. Von Doenhoff, *Theory of Wing Sections*, Dover Publications, Inc., New York 1959.
- [10] M. O. Rauw, *A SMULINK environment for Flight Dynamics and Control analysis - application to the DHC-2 'Beaver', Part I: Implementation of a*

- model library in SIMULINK*, Graduate's Thesis, TU Delft, Faculty of Aerospace Engineering, September 1993.
- [11] M. O. Rauw, *A SIMULINK environment for Flight Dynamics and Control analysis - application to the DHC-2 Beaver', Part II: Nonlinear Analysis of the Beaver' autopilot*, Graduate's Thesis, TU Delft, Faculty of Aerospace Engineering, September 1993.
- [12] M. O. Rauw, *FDC 1.2 -A Simulink Toolbox for Flight Dynamics and Control Analysis*, Netherlands, 2001.
- [13] Marius Niculescu, Bill Vaglianti, *Hardware in the loop simulator for the Piccolo avionics*, Cloud Cap Technology, USA.
- [14] D. McRuer, I. Ashkenas, D. Graham, *Aircraft Dynamics and Automatic Control*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, USA, 1973.
- [15] Michael Basler and Martin Spott, *FlightGear Flight Simulator - Installation and Getting Started*, Manual for FlightGear version 0.8.0.
- [16] NACA Technical Memorandum No. 1217, *Lecture Series "Boundary Layer Theory", Part I - Laminar Flows*, (Translation of "Vortragsreihe" W.S. 1941/42 Luftfahrtforschungsanstalt Hermann Goering, Braunschweig), Washington 1949.
- [17] NACA Technical Memorandum No. 1218, *Lecture Series "Boundary Layer Theory", Part II - Turbulent Flows*, (Translation of "Vortragsreihe" W.S. 1941/42 Luftfahrtforschungsanstalt Hermann Goering, Braunschweig), Washington 1949.
- [18] Rafael Cajhen, *Radijsko vodenje letalskih modelov*, Tehniška založba Slovenije, Ljubljana, 1996.
- [19] Rihard Karba, *Modeliranje procesov*, Založba FE in FRI, Ljubljana, 1999.
- [20] Unmanned Dynamics, *AeroSim - aeronautical simulation blocksets*, User's Guide, Version 1.2.

Drugi uporabljeni viri

- [21] <http://jsbsim.sourceforge.net>
- [22] <http://www.flightgear.Org/Downloads/scenery-0.9.8.html>
- [23] <http://www.flightgear.org>
- [24] <http://fgsd.sourceforge.net>
- [25] <http://www.profil2.com>
- [26] <http://www.dutchroll.com>
- [27] <http://www.u-dynamics.com>
- [28] <http://www.aeromech.usyd.edu.au>
- [29] <http://www.mh-aerotools.de>
- [30] <http://www.microsoft.com/games/flightsimulator>
- [31] <http://142.26.194.131/aerodynamicsl>

Programska oprema

- [32] MatlabR12
- [33] FlightGear Flight Simulator 0.98
- [34] Profili 2.15
- [35] AeroSim1.01
- [36] GoogleEarth
- [3 7] FlightGear Scenery Designer 3.0
- [3 8] FDC Toolbox for Flight Dynamics 1.2
- [39] 3DSMAX7.0
- [40] Interaktivni atlas Slovenije

Izjava

Izjavljam, da sem magistrsko delo izdelal samostojno pod vodstvom mentorja prof. dr. Draga Matka. Izkazano pomoč drugih sem v celoti navedel v zahvali.

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Zeljko'.