

# OPIS KRIVULJ TE<sup>^</sup>ENJA JEKEL Z RAZLI<sup>^</sup>NIMI MATEMATI<sup>^</sup>NIMI MODELI

## THE DESCRIPTION OF TRUE STRESS - TRUE STRAIN CURVES BY DIFFERENT MATHEMATICAL MODELS

BORIS ARZEN<sup>1</sup>, D. SKOBIR<sup>1</sup>, B. KOSEC<sup>2</sup>, D. KMETI<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>IMT, Lepi pot 11, 1000 Ljubljana

<sup>2</sup>Univerza v Ljubljani, NTF - OMM, Aker-eva 12, 1000 Ljubljana

<sup>3</sup>MATKONER, Lepi pot 11, 1000 Ljubljana

*Prejem rokopisa - received: 1997-10-01; sprejem za objavo - accepted for publication: 1997-12-19*

Natan-no poznanje preoblikovalnih sposobnosti jekel, ki jih prikazujemo s krivuljami te-enja, je pri razvijanju tehnologij preoblikovanja velikega pomena. Najpogosteje jih ugotavljamo s preizkusom, ki je po na-inu preoblikovanja -im bolj podoben na-rtovanemu preoblikovalnemu procesu. Krivulje te-enja velikokrat opisujemo z eksperimentalno ugotovljenimi vrednostmi preoblikovalnih trdnosti, ali pa z razli-nimi matemati-nimi izrazi. V delu smo prikazali krivulje te-enja za {tiri vrste jekel, ki se po preoblikovalnosti precej razlikujejo. Podali smo jih v obliki eksponentne funkcije in polinoma druge stopnje ter naredili primerjavo med funkcijskimi in dejanskimi vrednostmi preoblikovalnih trdnosti. Namen dela je bil ugotoviti, s katerim matemati-nim izrazom lahko preoblikovalne trdnosti opi{emo tako, da so razlike med dejanskimi in funkcijskimi vrednostmi najmanj{e.

klju-ne besede: jeklo, deformacija, krivulja te-enja, matemati-ni model

Steel deformation abilities are described by true stress - true strain (stress - strain) curves. Their exact knowledge is of a great importance at development of steel deformation technologies and at construction of remaking devices. The stress - strain curves are established by tension, compression or torsion tests, mainly as possible by similar test like at projected deformation process. The course of stress - strain curves are often pictured by experimental results or by mathematical terms. The mathematical term, by which we wish to describe the deformation abilities of the steel, as exactly as possible, is chosen to get the minimum difference between experimental and functional results. In the paper the true stress - true strain curves of four different steels are represented. The curves were described by exponential and polynomial functions. In the work the differences between functional results and real deformation stresses were presented also. The deformation abilities of the choosen steels were made by compression tests. It is represented that not correct choosen function has a great influence on realistic presentation of the steel deformation abilities, specially at lower and higher deformation degrees.

Key words: steel, deformation, true stress - true strain curve, mathematical model

### 1 UVOD

Preoblikovalne sposobnosti jekel in drugih kovin pogosto opisujemo s krivuljami te-enja, ki jih nekateri imenujejo tudi krivulje plasti-nosti. Njihovo natan-no poznanje je klju-nega pomena pri razvijanju tehnologij preoblikovanja kovin, konstruiranju preoblikovalnih naprav in projektiranju ter ugotavljanju nosilnosti kovinskih konstrukcij. Ugotavljamo jih lahko z nateznim, tla-nim ali torzijskim preizkusom. Navadno izberemo preizkus, ki je po na-inu preoblikovanja -im bolj podoben obravnavanemu preoblikovalnemu procesu. Potek krivulj te-enja jekel velikokrat opi{emo z eksperimentalno ugotovljenimi preoblikovalnimi trdnostmi (napetostmi) -  $k_f$ , ali pa z razli-nimi matemati-nimi funkcijami, ki bolj ali manj natan-no opisujejo eksperimentalno dobljene rezultate.

Matemati-ne funkcije, s katerimi 'elimo -im natan-neje opisati dejanski potek preoblikovalnih trdnosti jekel, izberemo tako, da je razlika med eksperimentalno dobljenimi in funkcijskimi vrednostmi -im manj{a. Ponavadi se uporablja eksponentna funkcija, ki pa pri ve-ini jekel ni najprimernej{a, ker ne podaja dejanskega napetostnega stanja jekel predvsem pri majhnih deformacijah, pri katerih se jeklo pri-ne deformirati, in velikih

deformacijah, pri katerih je pri projektiranju preoblikovalnih procesov poznanje dejanskih preoblikovalnih trdnosti preoblikovanega jekla velikega pomena.

V prispevku smo prikazali krivulje te-enja za {tiri vrste jekel, ki se po vi{ini preoblikovalnih trdnosti in obliki krivulj te-enja precej razlikujejo.

Preizku{ali smo naslednje vrste jekel:

- jeklo za cementacijo CK15 (<sup>^</sup>.1221)
- jeklo za pobolj{anje 42CRMO4 (<sup>^</sup>.4320)
- jeklo za izdelavo patentirane 'ice CK60 (<sup>^</sup>.1732) in
- avstenitno nerjavno jeklo prokron 11 (<sup>^</sup>.4571)

### 2 EKSPERIMENTALNO DELO IN UGOTOVITVE

#### 2.1 Preizkusi stiskanja in preoblikovalna trdnost jekel

Krivulje te-enja smo izdelali na osnovi rezultatov diskontinuirnega tla-nega preizkusa valj-kov, izdelanih iz preizku{anih jekel. Vsi valj-ki so bili enakih dimenzij, premera 10 in vi{ine 12 mm (razmerje 1:2).

Preizkuse stiskanja valj-kov smo naredili na 500 kN preizku{evalnem stroju INSTRON v mehanskem laboratoriju IMT v Ljubljani. Za zmanj{anje trenja na kontaktni povr{ini med preoblikovalnim orodjem in valj-kom

smo uporabljali teflon s koeficientom trenja  $\mu = 0,02$ . Koeficient trenja smo ugotovili eksperimentalno.

Preoblikovalne trdnosti preizku{anih jekel, izra-unane pri izbranih deformacijah, smo v obliki krivulj prikazali na **sliki 1**, izra-unali pa smo jih z naslednjimi matemati-nimi izrazi (1-4):

$$\varphi = \ln \frac{h_0}{h_i} \quad (1)$$

$$k_{fi} = k_{wi} \cdot \eta_i \quad (2)$$

$$k_{wi} = \frac{F_i \cdot h_i}{V_0} \quad (3)$$

$$\eta_i = \frac{1}{1 + \frac{\mu_i \cdot d_i}{3 \cdot h_i}} \quad (4)$$

kjer pomenijo:  $\varphi$  - logaritemska deformacija,  $h_0$  - za-etna vi{ina valj-ka (mm),  $h_i$  - vi{ina valj-ka po stiskanju (mm),  $d_i$  - premer valj-ka po stiskanju (mm),  $k_{fi}$  - preoblikovalna trdnost (N/mm<sup>2</sup>),  $k_{wi}$  - preoblikovalni odpor (N/mm<sup>2</sup>),  $F_i$  - sila stiskanja (N),  $V_0$  - volumen valj-ka (mm<sup>3</sup>),  $\epsilon_i$  - preoblikovalni izkoristek in  $\mu_i$  - koeficient trenja (za teflon je 0,02).

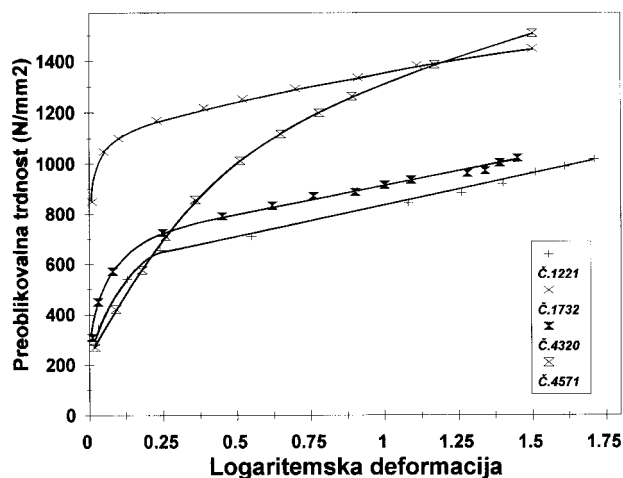
### 2.2 Funkcijske vrednosti preoblikovalnih trdnosti

Preoblikovalne trdnosti vsakega preizku{anega jekla smo opisali z eksponentno funkcijo (5) in polinomom druge stopnje (6):

$$k_f = C \cdot \varphi^n \quad (5)$$

$$k_f = A_0 + A_1 \cdot \varphi + A_2 \cdot \varphi^2 \quad (6)$$

V ena-bah (5) in (6) pomenijo C konstanto funkcije (vrednost  $k_f$  pri deformaciji  $\varphi = 1,0$ ), n eksponent utrjevanja (tudi konstanta funkcije), -leni  $A_0, A_1, A_2$  pa so koeficienti polinoma druge stopnje.



Slika 1: Preoblikovalne trdnosti preizku{anih jekel v odvisnosti od logaritemske deformacije

Figure 1: True stresses of tested steels in dependence of logarithmic deformation

Pri opisu deformacijskih trdnosti z enim polinomom je med funkcijskimi vrednostmi in rezultati meritev pri{lo pri majhnih deformacijah do prevelikih razlik, zato smo v nadaljevanju vse napetosti podali z dvema polinomoma druge stopnje, katerih veljavnost smo podali z mejno logaritemsko deformacijo  $\varphi_m$ .

Konstanti eksponentnih funkcij in koeficienti polinomov so za preizku{ana jekla podani v **tabeli 1**.

Na **slikah 2 do 5** smo za preizku{ana jekla prikazali funkcijske vrednosti preoblikovalnih trdnosti, izra'ene z eksponentno funkcijo in dvema polinomoma druge stopnje. V diagramih so izmerjene vrednosti preoblikovalnih trdnosti vrisane z znaki, funkcijske vrednosti pa s krivuljami.

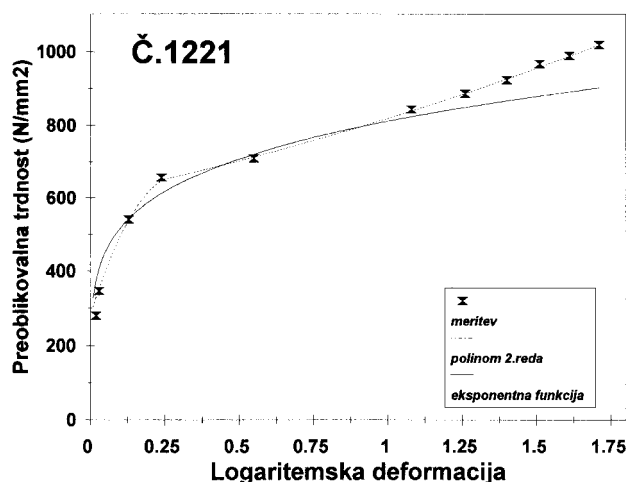
Tabela 1: Konstanti eksponentnih funkcij (C, n) in koeficienti polinomov (A<sub>i</sub>) preizku{anih jekel

Table 1: Constants of exponential function (C, n) and constants of polynoms (A<sub>i</sub>) for tested steels

	^1221	^4320	^1732	^4571
C	811,653	899,6517	1331,497	1303,843
n	0,19703	0,20894	0,08178	0,45994
A <sub>01</sub>	279,49	322,722	882,11	242,55
A <sub>11</sub>	2548,76	3892,70	3204,20	2046,63
A <sub>21</sub>	-4216,06	-9119,29	-8496,54	-944,91
$\varphi_m$	0,24	0,19	0,18	0,36
A <sub>02</sub>	607,27	680,41	1108,22	530,04
A <sub>12</sub>	172,69	250,63	295,23	1069,59
A <sub>22</sub>	40,14	-15,53	-44,76	-279,27

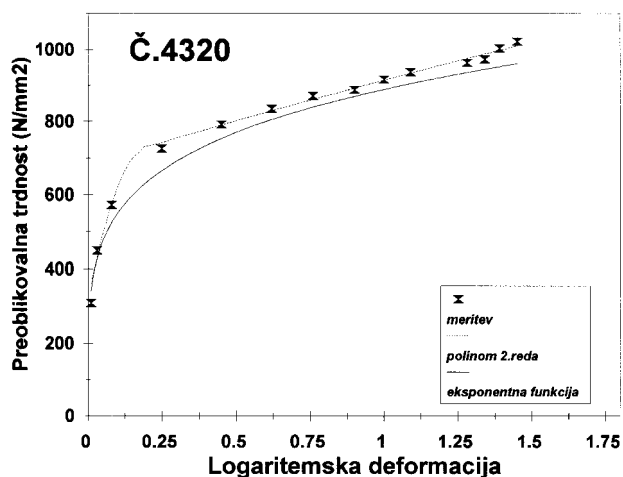
### 2.3 Ugotovitve

Iz prikazanih funkcijskih popisov preoblikovalnih trdnosti jekel in njihove primerjave z izmerjenimi - dejanskimi vrednostmi smo ugotovili, da eksponentna funkcija zelo slabo opisuje dejansko stanje preoblikovalnih trdnosti pri vseh vrstah preizku{anih jekel. Do velikih razlik med funkcijskimi in izmerjenimi vrednostmi pride predvsem pri ve-jih deformacijah jekel, pri katerih so funkcijske vrednosti v ve-ini primerov precej

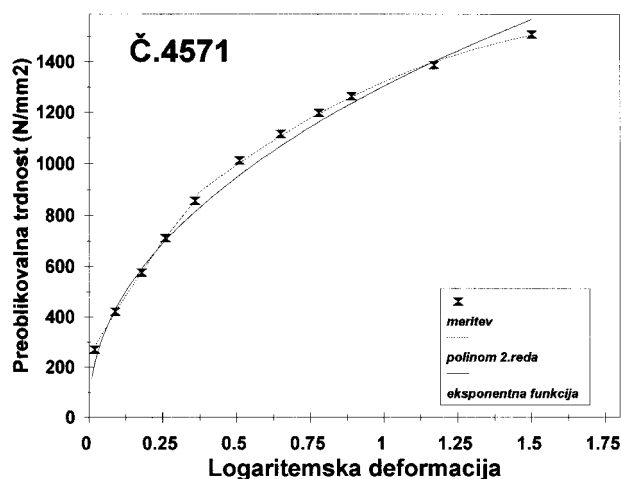


Slika 2: Krivulje te-enja za jeklo CK15 (^1221)

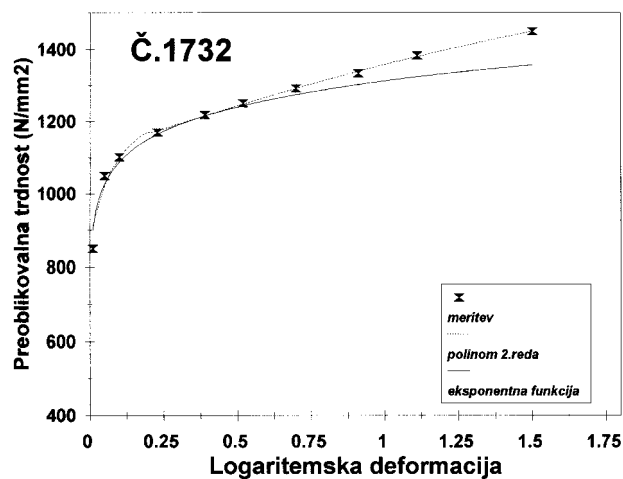
Figure 2: True stress - true strain curves of tested CK15 steel



Slika 3: Krivulje te-enja za jeklo 42CRMO4 (Č.4320)  
Figure 3: True stress - true strain curves of tested 42CRMO4 steel



Slika 5: Krivulje te-enja za jeklo prokron 11 (Č.4571)  
Figure 5: True stress - true strain curves of tested X12CRNI188 steel



Slika 4: Krivulje te-enja za jeklo CK60 (Č.1732)  
Figure 4: True stress - true strain curves of tested CK60 steel

ni' je od dejanskih. Manjša razlika je pri majhnih deformacijah, pri katerih pa so funkcijske vrednosti ni' je ali pa višje.

Povsem druga-e je pri opisu preoblikovalnih trdnosti jekel z dvema polinomoma druge stopnje, pri katerem razlik med funkcijskimi in izmerjenimi vrednostmi ni, tako tudi pri nizkih kot visokih deformacijah jekel. Do manjšega odstopanja pride le v se-i{-u obeh polinomov, kar pa na natan-nost opisa preoblikovalnih trdnosti jekel z dvema polinomoma, pri nizkih in visokih deformacijah, katerih natan-no poznanje pri razvoju tehnologij preoblikovanja je velikega pomena, ne vpliva.

### 3 SKLEP

V delu smo predstavili rezultate raziskav, katerih osnovni cilj je bil izdelati računalniški program za opis

preoblikovalnih trdnosti jekel z matemati-nim modelom, ki bi -im boljše opisal dejansko deformacijsko stanje preoblikovanega jekla. Ugotovili smo, da lahko preoblikovalne trdnosti jekla zelo natan-no opišemo z dvema polinomoma druge stopnje, in to v celotnem podro-ju preoblikovalnosti jekel. Opis je nekoliko slabši v sti-i{-u obeh polinomov, kar pa uporabnost polinomov za prikaz preoblikovalnih trdnosti - krivulj te-enja jekel ne zmanj{uje. Druga-e je pri opisu preoblikovalnih trdnosti z eksponentno funkcijo, pri katerem pride do prevelikih razlik med funkcijskimi in dejanskimi preoblikovalnimi trdnostmi, zato uporabo eksponentne funkcije za opis krivulj te-enja jekel ne priporo-amo v primerih, ko lahko natan-no poznanje preoblikovalnih napetosti jekel odlo-ilno vpliva na uspešen potek dolo-enega preoblikovalnega procesa jekla, ali pa na nosilnost konstrukcije preoblikovalnih naprav.

### 4 LITERATURA

- Howard E. Boyer: Atlas of Stress-Strain Curves, ASTM International, Metals Park, Ohio 44073, 1987
- Ashby M. F.: Physical Modelling of Materials Problems, *Materials Science and Technology*, 8 (1992) 102-111
- B. Kosec, B. Arzenček: Izračun deformacijske trdnosti iz tla-nega preizkusa - Računalniški program, NTF & IMT, Ljubljana, 1992
- B. Arzenček, A. Kveder, K. Kuzman, M. [imnic, A. Lagoja, V. Poga-nik: Vpliv mazivnih snovi na hladno preoblikovanje jekel, *Poro-ila MI*, Ljubljana, 1979
- K. Kuzman, B. Arzenček: Maziva in koeficienti kontaktnega trenja pri masivnem preoblikovanju jekla v hladnem stanju, *BIAM 80*, Zagreb, Zbornik radova, 1980, 3-135 do 3-148
- Kosec B., Kosec F., Kosec L., Kampuž Z.: Matrix Deformation around Hard Phase Inclusion, EUROMAT'97, *Conference Proceedings*, Maastricht, 1, 1997, 545-548