

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ (1646–1716) – ŽIVLJENJE IN DELO

JURIJ KOVIČ

Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko, Univerza v Ljubljani
FAMNIT, Univerza na Primorskem

Math. Subj. Class. (2010): 01A90, 01A45, 01A50

Leibniz je pomemben ne samo kot matematik, temveč tudi kot filozof in izumitelj. Tudi 300 let po njegovi smrti je njegovo delo še vedno živo in intenzivno proučevano. V tem članku je na kratko skiciran njegov prispevek k razvoju matematike.

Leibniz is important not only as a mathematician but also as a philosopher and inventor. Even 300 years after his death his work is still alive and intensively studied. In this paper we briefly present his contribution to the development of mathematics.

Uvod

Nemški polihistor Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) je eden od velikanih v zgodovini matematične in filozofske misli ter eden najbolj univerzalnih in najnaprednejših mislecev 17. stoletja. Izredno delaven, hitro učljiv in široko izobražen je Leibniz stremel k iskanju univerzalne metode (*ars inveniendi*), ki bi olajšala matematično ustvarjanje in odkrivanje novih spoznanj, ter k veliki sintezi vsega znanja; v zvezi s tem je razmišljal tudi o univerzalnem jeziku (*characteristica universalis*), ki bi logično sklepanje reducirala na algebraično manipuliranje s simboli.¹ S svojim prispevkom k matematiki je, predvsem kot eden od iznajditeljev *infinitesimalnega računa* ter izumitelj računskega stroja (ki je, za razliko od predhodnih Pascalovih strojev, »znan« ne samo seštevati in odštevati, temveč tudi množiti in deliti), pomembno vplival na smer njenega nadaljnega razvoja. V njegovih razmišljanjih nekateri proučevalci njegovega dela vidijo tudi zametke moderne matematične logike, posredno pa tudi računalništva.

¹Verjel je, da bo s pomočjo tega konceptualnega jezika mogoče reducirati miselne procese na bolj ali manj mehanične postopke, tako da bo celo najbolj zapletene koncepte mogoče obravnavati s podobno lahkoto kot številke ali diagrame. Bistvena odlika takšne simbolične logike naj bi bila v tem, da bi bila možnost zmote, če se držimo njenih pravil, onemogočena [4, str. 182]. Del tega univerzalnega jezika naj bi bil tudi t. i. *calculus ratiocinator*, ki naj bi, po mnenju nekaterih (npr. logika Fregeja), anticipiral ideje računalniških programov (computer software), po mnenju drugih (npr. kibernetika Wienerja) pa tudi zasnovo samih računalnikov (computer hardware).

Pri proučevanju Leibnizevega življenja in dela igrajo poleg njegovih že izdanih del ter še neobjavljenih rokopisov ključno vlogo tudi številna pisma iz njegove obsežne korespondence. V tistem času, ko je bilo matematičnih revij še zelo malo, matematiki pa so ljubosumno skrivali svoja odkritja drug pred drugim, je bilo izmenjavanje pisem med matematiki ključna oblika izmenjavanja in širjenja matematičnih idej. Pri tem je, tudi zaradi napak pri prevajanju in prepisovanju izvornikov ter zamud pri dostavljanju pisem, dostikrat prihajalo do obžalovanja vrednih nesporazumov in neutemeljenih zamer ter obtožb o plagiatorstvu.

Osnovni biografski podatki

Rodil se je 1. julija 1646 v Leipzigu. Oče Friedrich Leibniz, ki je bil profesor moralne filozofije v Leipzigu, mu je umrl pri šestih letih. Do dvanajstega leta se je (večinoma sam!) že precej dobro naučil latinščine in grščine, da bi lahko študiral knjige iz očetove knjižnice. Posebej veliko je bral metafizične knjige. V šoli je spoznal Aristotelovo logiko in teorijo kategoriziranja znanja, s katerima pa ni bil posebej zadovoljen. Pri štirinajstih letih se je vpisal na univerzo v Leipzigu, kjer je, poleg odlično poučevane filozofije in slabo poučevane matematike, študiral tudi retoriko, latinščino, grščino in hebrejščino. Z matematiko se je začel resneje ukvarjati razmeroma pozno. Na univerzi v Leipzigu je 1666 obranil habilitacijo, niso pa mu dovolili doktorirati iz prava, češ da je premlad; na univerzi v Altdorfu pa je na podlagi disertacije *De casibus perplexis in iure* 1667 doktoriral iz prava. Kmalu po svojem prihodu v Pariz 1672 je začel študirati pri Christanu Huygensu. Od njega se je naučil pomembne lekcije, da ni dovolj, če matematična dela prebira kot romane, brez pozornega poglobljanja v podrobnosti, kar je v svojem mladostnem pretiranem optimizmu in zaverovanosti v lastne ustvarjalne moči počel dotlej, temveč da mora resno preštudirati vso relevantno literaturo s področja, na katerem želi prispevati kaj novega in pomembnega. V svojih matematično najbolj ustvarjalnih letih (1672–1676) je živel v Parizu. V teh letih je ob intenzivnem proučevanju del matematikov preteklosti dobil večino svojih najboljših matematičnih idej. Po prvem od dveh obiskov Londona, kjer je angleškemu matematikom predstavil svoj računski stroj, je bil 1673 izvoljen za člana Royal Society. Leibniz je bil tudi sposoben diplomat, več številih jezikov. Ker po izteku svoje diplomatske kariere v Franciji ni dobil primerne zaposlitve na univerzi, je (nerad, a v odsotnosti boljše možnosti) sprejel službo upravitelja velike knjižnice pri knezu v Hannoveru. Tam je, v zadnjih letih svojega življenja precej zagrenjen zaradi prioritetnega spora z

Newtonom (glede odkritja infinitezimalnega računa) in neosnovanih obtožb o plagiatorstvu, tudi umrl 14. novembra 1716. Njegovo smrt so takrat v znanstvenih krogih komaj registrirali. Danes se Leibnizu na čast prirejajo kongresi (v letu 2016 je bil že deseti!), še vedno izdajajo njegova zbrana dela, njegovo delo pa tudi na veliko in sistematično proučujejo, prevajajo, mnogi pa v njem še vedno najdejo tudi spodbude za svoje ustvarjalno delo. Po njem se imenuje tudi Leibnizeva nagrada (prvič podeljena 1985, letno podeljena do deset posameznikom ali raziskovalnim skupinam v Nemčiji za izjemne raziskovalne dosežke).

Leibniz je bil v marsičem prvi (ali vsaj prvi na Zahodu). Izumil je (neprotislovni!) diferencialni in integralni račun neodvisno od Isaaca Newtona (1643–1727). Leibnizeva notacija \int za integral (iz leta 1675) in odvod (kot kvocient diferencialov $\frac{dy}{dx}$) se je široko uveljavila takoj od njene objave dalje. Znan je tudi Leibnizev harmonični trikotnik, po njem se imenujejo še formula za izračun determinant, pa tudi Leibnizevo integralsko pravilo, Leibnizeva formula za odvod produkta in Leibnizev test (za konvergenco alternirajočih vrst). Našel je tudi formulo (oz. počasi konvergirajočo in za računanje decimalk neuporabno vrsto) za pi: $\pi/4 = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots$ (iz leta 1673). Predstavil je binarno aritmetiko in menda celo predlagal njeno uporabo z uvedbo nekakšnih luknjanih kartic.

Leibnizev Zakon zveznosti: »*Natura non facit salta.*« oz. »*Narava ne dela skokov.*« in Transcendentalni zakon homogenosti sta dobila svojo matematično implementacijo šele v 20. stoletju (v nestandardni analizi). Bil je eden od najbolj produktivnih izumiteljev na področju računskih strojev. Njegov aritmometer je bil prvi masovno proizvajani mehanični kalkulator. Binarni sistem, ki ga danes uporabljajo vsi računalniki, je našel (prepoznal) v diagramih znamenite kitajske *Knjige sprememb (I Ching)*. Kako je gledal na računanje, lepo kaže njegova izjava iz njegove razprave o računskem stroju iz leta 1685: »*Kajti ni vredno odličnih mož, da izgubljajo ure kot sužnji z računskim delom, ki bi ga mirno lahko poverili komurkoli drugemu, če bi se uporabljali stroji.*«

Leibniz je pomembno prispeval tudi k fiziki in tehniki; anticipiral je koncepte, ki so se pojavili šele mnogo kasneje v filozofiji, verjetnostnem računu, biologiji, medicini, geologiji, psihologiji, lingvistiki in računalništvu. Bil je tudi eden izmed prvih paleontologov. Pisal je dela s področja filozofije, prava, etike, teologije, zgodovine in filologije. Njegovi prispevki k tem obsežnim področjem so bili raztreseni po različnih znanstvenih revijah, v desetinah tisočih pisem in v neobjavljenih rokopisih.

Proučevanje Leibnizevega življenja in dela

Čeprav je od Leibnizeve smrti minilo že 300 let, je njegovo življenje in delo še vedno predmet intenzivnega proučevanja, ki je doslej obrodilo že več kot 25.000 bibliografskih enot! Proučujejo ga filozofi, matematiki, zgodovinarji, pa tudi številni drugi raziskovalci, ki ga interpretirajo in osvetlujejo na najrazličnejše načine.

V filozofiji je Leibniz najbolj znan po svojem optimizmu oz. zaključku, da je naš svet, v nekem smislu, najboljši možni svet, ki je sploh lahko bil ustvarjen. Iz te ideje se je precej norčeval Voltaire (v romanu *Kandid ali optimizem*). Leibniz je bil, skupaj z Renéjem Descartesom (1596–1650), avtorjem *Geometrije*, tretjega dodatka k *Discours de la Methode*, Leyden 1637, in Baruchom Spinozo (1632–1677), avtorjem dela *Ethica, more geometrico demonstrata*, Opera postuma, Amsterdam 1677, eden od treh velikih racionalistov 17. stoletja. Leibnizevo delo je anticipiralo moderno logiko in analitično filozofijo, vendar se njegova filozofija navezuje tudi na sholastično tradicijo, kjer so zaključki dobljeni bolj z aplikacijo razuma na prvih načelih ali prejšnjih definicijah kot pa na empirični evidenci.

Leibnizeva pisna zapuščina, shranjena v po njem imenovani knjižnici v Hannoveru, spada od 2007 v Unescov seznam svetovne dediščine (Memory of the World). Leibniz je pisal večinoma v treh jezikih: sholastični latinščini, nemščini in francoščini. Šele 1895, ko je Bodemann dovršil svoj katalog Leibnizevih rokopisov in korespondence, je postalo jasno, kako zelo obsežna je Leibnizeva zapuščina (nem. Nachlass): okrog 15.000 pisem več kot 1000 prejemnikom in še več kot 40.000 drugih enot. Njeno sistematično katalogiziranje se je začelo 1901. Ta ambiciozni projekt je moral upoštevati Leibnizeva dela v sedmih jezikih na okrog 200.000 straneh popisane in potiskanega papirja. Ta projekt lahko po obsežnosti primerjamo z izdajanjem Eulerjevih zbranih del (*Opera omnia*), ki prav tako še ni končano.

Tako veliki projekti so zahteven podvig, saj zahtevajo usklajeno sodelovanje velikega števila strokovnjakov (matematikov, zgodovinarjev, jezikoslovcev, računalničarjev itd.), in tako tudi sami po sebi predstavljajo pomemben dogodek oziroma mejnik v zgodovini matematike, tako v vsebinskem smislu kot tudi glede višjih standardov natančnosti in strogosti njenih metod.

Iz te ogromne količine najrazličnejših podatkov (iz pisem, rokopisov, Leibnizevih del in del o njem) različni raziskovalci izpeljujejo različno poglodbene prikaze njegovega življenja, dela, osebnosti ter odnosov s sodobniki. Tako npr. Hofmann, avtor knjige *Leibniz v Parizu 1672–1676*, ugotavlja,

da so prejšnji raziskovalci, ki niso imeli dostopa do primarnih, še neobjavljenih virov, pogosto prihajali do posameznih napačnih hipotez v zvezi z Leibnizevim življenjem in delom [4, str. 294]. Pravi tudi, da je od njega prevzel metodo svoje študije: »kar se da zvesto poročanje o vseh bistvenih detajlih in iskanje povezav, ki pojasnjujejo izvor in rast osnovnih idej, njihove strukture, njihove učinkovitosti in njihovega končnega namena« [4, str. 307]. To je zahtevno delo, pri katerem se ni mogoče omejiti na skiciranje glavnih dogajanj v grobih potezah, ampak je treba »posvetiti ustrezno pozornost drobnim detajlom in proučiti njihov pomen in pomembnost v celotnem vzorcu.« Pozorno branje tega dela je zahtevno, a nagrajujoče delo tudi za bralca!

Čeprav dela prejšnjih raziskovalcev glede korektnosti svojih trditev niso vselej na ravni del kasnejših zgodovinarjev, pa vendarle niso brez vrednosti, saj v njih lahko najdemo veliko informacij, pomembnih za nadaljnje raziskovalno delo. Tako je npr. o sporu med Newtonom in Leibnizem poleg drobne knjižice [3] iz leta 1956 vredno prebrati npr. tudi poglavje V iz knjige: Charles Bossut, *A General History of Mathematics from the Earliest Times to the Middle of the Eighteenth Century*, natisnjene 1802, v kateri je avtor dejstva analiziral in skušal iz njih izpeljati logične posledice. Celotno poglavje je na voljo na strani [1]. Leibnizevo delitev različnih znanstvenih področij najdemo na strani [5], njegove misli o računskem stroju pa na [7].

Posamezniku je seveda nemogoče proučiti tolikšno obilje virov. Za prvo orientacijo po Leibnizevem matematičnem prispevku bi morali vsaj v grobem poznati matematično ozadje oziroma obzorje tistega časa: takšna raziskava pokaže, da so bile v tistem času aktualne teme, kot so npr. problem rektifikacije krivulj (računanje dolžine loka krivulje), neskončne vrste (seštevanje, konvergenca, uporabe itd.), iskanje rešitev polinomskih enačb (z zaključenimi formulami po vzoru Cardanovih za enačbe 3. stopnje, pa tudi z neskončnimi vrstami – v tem je bil mojster zlasti Newton, ki pa svojih izsledkov ni preveč rad objavljaj!), izražanje ploščin likov (pod raznimi krivuljami v koordinatnem sistemu) s ploščinami kroga, stožnic itd., izražanje stožnic s 5 točkami (Newton). Po drugi strani pa bi morali za pravilno razumevanje in ovrednotenje najpomembnejšega Leibnizevega matematičnega prispevka (iznajdba simbolične verzije infinitezimalnega računa za razliko od Newtonove, utemeljene bolj na neskončnih vrstah) najprej poznati vso problematiko neskončno majhnih količin od starogrške matematike dalje, kot je opisana npr. v poglavju o nestandardni analizi iz knjige [2, str. 237–254]. Šele potem, ko vemo, da je Leibniz pri proučevanju Pascalove zapuščine naletel na idejo, da je mogoče računati določene integrale tudi s pomočjo

trikotnikov, se je smiselno potruditi razumeti enega izmed temeljnih Leibnizevih rezultatov, transmutacijski izrek, s pomočjo katerega je zlahka izračunal nekatere težje določene integrale. Leibniz je namreč 1673 iznašel integracijsko metodo, pri kateri je ploščino območja pod konveksno krivuljo najprej izrazil kot vsoto ploščin trikotnikov s skupnim vrhom, potem pa vsakega od teh trikotnikov nadomestil s ploščinsko enakim pravokotnikom. S to metodo je lahko hitro in enostavno dobil vse rezultate predhodnikov, nanašajoče se na t. i. »geometrijske kvadrature«².

Proti koncu svojega življenja je Leibniz skušal popisati vsa svoja odkritja. To je bilo praktično nemogoče zaradi gore papirjev, ki jih je popisal in shranil v vseh teh letih. O Leibnizevih izjemnih sposobnostih in njegovi univerzalnosti veliko pove Diderotova misel: »*Ko človek primerja svoje talente z Leibnizevimi, je v skušnjavi, da bi vrgel stran svoje knjige in šel tiho umret v temo kakšnega pozabljenega kota.*«

K rehabilitaciji Leibnizevega ugleda v Angliji, zavrnitvi očitkov o njegovem plagiatorstvu v zvezi z iznajdbo infinitezimalnega računa in h kritičnemu pogledu na Newtonovo podcenjevalno držo do Leibniza, Flamsteda in Whitsona je pomembno prispeval Augustus de Morgan [6, str. 101, str. 112–114] v vrsti del, objavljenih v letih med 1846 in 1855. Njegov cilj je bil korektno predstaviti zgodovinsko resnico ne glede na ozire nacionalnosti, takšna ali drugačna prepričanja in znanstveni ugled vpletenih v t. i. prioritetni spor med Newtonom in Leibnizem (ibid, str. 90–91).

Leibnizevi odnosi z matematičnimi sopotniki

Nabor njegovih odkritij in izumov ter seznam področij, na katerih je deloval, sta impresivna že sama po sebi. Klasični univerzitetni sistem ni bil sposoben prenesti tolikšne raziskovalne širine, zato se Leibniz vanj nikoli ni mogel dobro vklopiti. Njegovih preveč naprednih, v tistem času še neuresničljivih zamisli o univerzalnem znanstvenem jeziku in algoritmizaciji deduktivnih postopkov (ki so se uveljavile in doživele svojo realizacijo šele v dobi računalnikov) niso dobro razumeli in sprejemali niti njegovi najbolj izobraženi sodobniki. V tem smislu je doživljal usodo, blagoslov in prekletstvo vseh velikih vizionarjev, ki se kljub intenzivni komunikaciji z drugimi (Leibniz je imel več kot 600, po nekaterih virih celo 1000 korespondentov) lahko počutijo intelektualno zelo osamljene in tako rekoč brez kompeten-

²Ta primer dokazuje, da je za globlje razumevanje matematike in prispevka posameznih matematikov včasih potrebno tudi (za pragmatike časovno prepotratno!) poglobljanje v zgodovino matematike.

tnega sogovornika. Celo njegov mentor Huygens, ki ga je (kot začetnika) sprva blagohotno opogumljal in podpiral z nasveti, katere avtorje naj študira in katerim problemom naj se posveti, se je kasneje, ko je identificiral smer, v katero so se razvijale Leibnizeve ideje, nekoliko odmaknil od njega. Huygens je bil pač predstavnik stare šole, ki je do svojih posamičnih odkritij prihajala z genialnimi, nešablonskimi uvidi in prefinjeno geometrijsko intuicijo v tradiciji posrednih dokazov Arhimedove metode, in ker je bil v tem tako zelo izurjen in izpopolnjen, osebno ni čutil nobene potrebe po novih metodah. Tako tudi ni imel pravega razumevanja ne za Cavalierijevo metodo nedeljivih količin (t. i. indivizibilij, npr. paralelnih daljic, iz katerih je sestavljeno neko območje) ne za Descartesovo algebrsko metodo (ki je geometrijske probleme prevedla na reševanje sistemov enačb) ne za Leibnizevo zamisel, po kateri bi do novih odkritij v matematiki zlahka prišel vsakdo, ki bi vložil dovolj truda, da obvlada zahtevno, novo, analitično metodo, ki je bila tedaj v primerjavi s starimi, že do popolnosti prignanimi geometrijskimi metodami, še precej nerodna [4, str. 298–299].

Zaključimo ta kratki pregled Leibnizevega življenja in dela z mislijo, da se od njega še vedno lahko veliko naučimo, tako v matematiki sami kot tudi pri proučevanju njene zgodovine.

LITERATURA

- [1] C. Bossut, *An Examination of the claims of Leibniz and Newton to the invention of the analysis of infinites*, dostopno na www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Extras/Bossut_Chapter_V.html.
- [2] P. J. Davis in R. Hersch, *The Mathematical Experience*, 6th printing, Birkhäuser, Boston-Basel-Stuttgart, 1987.
- [3] J. O. Fleckenstein, *Der Prioritätstreit zwischen Leibniz und Newton*, Beihefte zur Zeitschrift der Mathematik, 1956.
- [4] J. E. Hofmann, *Leibniz in Paris 1672–1676*, Cambridge University Press, London-New York, 1974.
- [5] *Leibniz, Gottfried Wilhelm*, v: *Encyclopedia.com*, dostopno na www.encyclopedia.com/people/philosophy-and-religion/philosophy-biographies/gottfried-wilhelm-baron-von-leibniz.
- [6] *The history of the History of mathematics, Case studies for the Seventeenth, Eighteenth and Nineteenth Centuries* (ur. Benjamin Wardhaugh), Peter Lang AG, International Academic Publishers, Bern, 2012.
- [7] *The Most Teachable of Mortals*, v: *MathPages*, dostopno na www.mathpages.com/home/kmath335/kmath335.htm.