Učenje enake verjetnosti v prvem razredu osnovne šole

Learning about equal probability in the first class of primary school

Σ Povzetek

V raziskavi, ki smo jo opravili, smo ugotovili, da imajo učenci prvega triletja velike težave pri napovedovanju enake verjetnosti. V članku je predstavljen učni pristop za poučevanje enake verjetnosti v prvem razredu ter rezultati, ki pričajo o ustreznosti oblikovanega učnega pristopa.

Ključne besede: obdelava podatkov, kombinatorika, verjetnost, statistika.

Σ Abstract

In the research that we carried out, we find out that prediction of equal probability causes great problems for pupils in the first triennium. The article presents a teaching approach which enables teaching of equal probability in the first class and the results which confirm the adequacy of the teaching approach designed.

Key words: *probability, teaching of equal probability, first class*

Maja Škrbec

Osnovna šola Notranjski odred Cerknica

α Uvod

Verjetnost je matematična disciplina, ki se ukvarja z izračunavanjem verjetnosti različnih dogodkov. Vsebine iz verjetnosti se v učnem načrtu za matematiko kljub nedavni prenovi pojavijo šele v devetem razredu, kar pomeni, da se učni načrt glede začetka obravnave vsebin iz verjetnosti ni spremenil (Učni načrt: Matematika, 2005; Učni načrt: Matematika, 2011). Ne glede na to, pa so te vsebine neformalno vpeljane že v prvo triletje, kar se kaže z njihovim vpisom v nekatere učbeniške komplete. Ob pregledu enaindvajsetih potrjenih učbeniških kompletov za prvo triletje je bilo ugotovljeno, da so v učbenikih in delovnih zvezkih, ki so namenjeni poučevanju matematike, vsebine iz verjetnosti vključene le v štiri učbeniške komplete (Škrbec, 2008). To pomeni, da so v učbeniških gradivih le izjemoma, in še to v manjšem obsegu, tako da se lahko zgodil, da se nekateri otroci z njimi srečajo šele v drugem triletju ali še pozneje.

O poučevanju verjetnosti v osnovni šoli Cotič zapiše: »Poučevanje in učenje verjetnosti v osnovni šoli ni eksplicitno in formalno, ampak je zgolj sistematično pridobivanje izkušenj, na podlagi katerih bomo pozneje (v srednji šoli) učinkoviteje obravnavali verjetnost, ki je z vidika poučevanja in učenja zelo zahtevna, saj imajo kljub formalno neoporečnemu pouku srednješolci in študentje o verjetnosti pogosto neprave predstave. V osnovnošolskem programu pri pouku matematike ne govorimo o formalni definiciji verjetnosti in toliko manj o računanju verjetnosti, ampak učence na podlagi intuicije in ludizma pripravljamo na kasnejšo matematično analizo slučajnih dogodkov« (Cotič, 1999, str. 70). Učenci naj bi si na začetku šolanja torej pridobili le konkretne izkušnje, na podlagi katerih bi v poznejšem izobraževanju lažje pridobivali formalno znanje.

Zanimivo pa je, da sta v kurikulumu za vrtce cilja, ki se nanašata na verjetnost, in sicer govorita o tem, da se otrok seznani z verjetnostjo dogodkov ter uporabi izraze za opisovanje verjetnosti dogodka (Kurikulum za vrtce, 1999).

β Poučevanje vsebin iz verjetnosti

Učenje matematičnih pojmov lahko poteka predvsem na dva načina, in sicer na behaviorističen ali na kognitivističen način (Hodnik Čadež, 2004). Primernejši za obravnavo matematičnih pojmov je kognitivističen način učenja, saj je pregled razumevanja večji, bolj upošteva predznanje, zrelost oz. pripravljenost za učenje (Hodnik Čadež, 2004). Učenje, ki temelji na izhodiščih konstruktivizma, poteka takole:

- **ugotavljanje obstoječih pojmov** – na različne načine se ugotavljajo otroške zamisli o nekem pojavu;
- **rekonstrukcija obstoječe ideje** – predznanje je izhodišče za načrtovanje učne ure, ki naj temelji na **kognitivnem konfliktu** (učenec naj bi ugotovil, da je njegovo znanje ali pojmovanje nepravilno);
- **ubeseditev nove opredelitve** – spremembe tudi dokumentirajo in primerjajo z začetno (Marentič Požarnik, 2000).

Konstruktivisti so v ospredje učenja postavili izkušnje. Bruner (1966, v Plut Pregelj, 2000) pravi, da otrok prevaja izkušnje na tri načine, in sicer konkretno, grafično in simbolno. O omenjenih reprezentacijah Hodnik Čadež (2003) zapiše:

- **konkretne reprezentacije** zajemajo vse reči, ki jih učenec uporablja kot pripomočke za učenje. Najpogosteje se te reprezentacije uporabijo v uvodni fazi učenja določenega matematičnega pojma;
- **grafične reprezentacije** predstavljajo nekakšen most med konkretnimi reprezentacijami in matematičnimi simboli

ter vodijo od konkretnega proti abstraktnemu. Najbolj so zastopane na razredni stopnji pri ponazarjanju matematičnih idej;
– med **matematične simbole** uvrščamo npr. števke od 0 do 9, znake za operacije ter relacije. V procesu učenja je najpomembneje vzpostaviti povezave med simboli in referencami, ki morajo biti učencem blizu oz. jim morajo nekaj pomeniti.

Na podlagi teh treh načinov prevajanja izkušenj naj bi potekal kognitivni razvoj in na takšen način naj bi potekalo tudi učenje tako pri otrocih kot tudi pri odraslih – zagotovljena naj bi bila možnost za razvijanje in negovanje vseh načinov predstavljanja (konkretnega, grafičnega in simbolnega) (Bruner, 1966, v Plut Pregelj, 2000). Hodnik Čadež (2003) poudari, da je pri razumevanju matematičnih pojmov bistveno prehajanje med posameznimi reprezentacijami.

Za učenje verjetnosti pa ni dovolj poznati le načina razvijanja matematičnih pojmov, temveč je treba med drugim poznati ravni oz. korake učenja verjetnosti ter pri posameznem koraku upoštevati konstruktivističen način razvijanja pojmov. Nivoji oz. koraki učenja verjetnosti, na podlagi katerih naj bi učenci pozneje spoznali klasično in statistično definicijo verjetnosti, so:

– **sprejeti negotov dogodek** (sprejeti dejstvo, da se neka stvar lahko zgodi ali pa tudi ne – slučajni dogodek),
– **znati predvideti** (napovedovati verjetnost dogodkov v negotovih naključjih, preveriti svoje napovedi in ugotoviti, da ni nujno, da se napoved uresniči),
– **primerjati verjetnost** (na podlagi izkušenj ugotoviti, da so nekateri dogodki bolj, drugi pa manj verjetni),
– **statistično pojmovati verjetnost** (temelji na velikem številu poskusov, na podlagi katerih se izračuna statistično verjetnost poskusa, in sicer tako, da število dogodkov deli s številom vseh poskusov),
– **predstaviti preproste kombinatorične situacije z diagrami** (s preglednico in kombinatoričnim drevesom predstaviti kombinatorične situacije),
– **izpeljati elementarne ocenitve verjetnosti** (s pomočjo diagramov napovedati izid oz. izpeljati ocenitev verjetnosti) ter
– **uporabljati klasično definicijo verjetnosti** (končni cilj vseh zgoraj opisanih nivojev) (Valenti, 1987, v Cotič, 1999).

Učence morajo najprej sprejeti negotov dogodek, nato znati predvideti in primerjati dogodke pa tudi statistično pojmovati verjetnost, kar do pred kratkim potrjeni učni načrt za matematiko ni upošteval. V njem je bil namreč zapisan cilj, da učenci devetega razreda pridobivajo izkušnje o numerično izraženi vrednosti (Učni načrt: Matematika, 2005). Preskočenih je bilo torej kar nekaj učnih korakov poučevanja verjetnosti. V novem učnem načrtu, ki velja od leta 2011, se cilji ravno tako pojavijo šele v devetem razredu, vendar pa med drugim piše, da izvajajo poskuse in opazujejo izbrane dogodke pa tudi napovedujejo verjetnost dogodka (Učni načrt: Matematika, 2011). Z vidika obravnave vsebin iz verjetnosti v devetem razredu osnovne šole je posodobljen učni načrt prinesel pozitivne spremembe.

γ Učenje verjetnosti

Z učenjem verjetnosti se je ukvarjal Fischbein s sodelavci (Fischbein in Gazit, 1984;

Fichbein, Pampu in Manzat, 1970). Raziskavo, ki se je nanašala na učenje verjetnosti, je opravil tudi Lecoutre (1981, v Fischbein in Gazit, 1984) in ugotovil, da so študenti, ki obiskujejo univerzo in so bili deležni učenja o vsebinah iz verjetnosti, dosegli slabše rezultate kot tisti študenti, ki učenja o vsebinah iz verjetnosti niso bili deležni. Poleg tega je ugotovil, da so bili najuspešnejši tisti študenti, ki so imeli največ izkušenj z igrami na srečo (Lecoutre, 1981, v Fischbein in Gazit, 1984).

Fischbein, Pampu in Manzat (1970) so objavili raziskavo, v okviru katere so ugotavljali vpliv različnega načina učenja pri otrocih, starih pet, devet in dvanajst let. Med drugim so ugotovili, da na reševanje nalog iz verjetnosti vpliva tudi poučevanje, saj je bila pri težjih nalogah razlika med vsemi skupinami, ki so bile deležne različnega načina poučevanja, opazna, in sicer v korist poučevanja omenjenih vsebin (Fichbein, Pampu in Manzat, 1970). S tem je dokazal, da je mlajše otroke mogoče učiti pojmov iz verjetnosti.

Kako otroci na razredni stopnji na intuitivni ravni sprejemajo in usvajajo najosnovnejše koncepte verjetnosti, sta raziskovala Ficshbein in Gazit (1984). Ugotovila sta, da se da brez večjih težav poučevati vsebine iz verjetnosti, kar pozitivno vpliva na otrokove predsodke in napačne predstave o zaporedju dogodkov in negotove situacije, hkrati pa ima to poučevanje negativen učinek na ugotavljanje enake verjetnosti (Fischbein in Gazit, 1984). Tako je kontrolna skupina, ki ni bila deležna učnih ur iz verjetnosti, pri nalogi, kjer je bila verjetnost enaka, odgovarjala pravilneje kot skupina, ki je bila tega deležna (Fischbein in Gazit, 1984). Učenje verjetnosti je imelo pri tej nalogi negativen učinek. Vendar je bilo v kontrolni skupini več tistih otrok, ki so dali pravilno razlago, zakaj je verjetnost enaka (Fischbein in Gazit, 1984). Žal Fischbein in Gazit (1984) o tem, kako je potekalo učenje, v svojem delu ne zapišeta ničesar. Vendar pa menita, da bi se dalo premagati težavo negativnega učinka učenja z oblikovanjem nalog, kjer bi se učenci seznanili z računanjem razmerij in verjetnostnih ocen (Fischbein in Gazit, 1984).

Ob prebiranju literature in raziskave, ki smo je opravili in je v nadaljevanju kratko predstavljena, smo se začeli spraševati ali je mogoče otroke prvega razreda naučiti tako težko vsebino, kot je pravilno napovedati enako verjetnost. Zanimalo nas je tudi, ali bo tudi naša metoda imela negativen učinek, se pravi bodo rezultati skupine, ki je bila deležna poučevanja enake verjetnosti, slabši od rezultatov skupine, ki ni sodelovala pri poučevanju.

δ Učenje enake verjetnosti

Opravili smo raziskavo, v kateri je sodelovalo 623 otrok, starih od štiri do pet let, pa do tistih, ki obiskujejo tretji razred. Ugotovili smo, da so učenci prvih treh razredov na grafični ravni sposobni razlikovati gotove, mogoče in nemogoče dogodke ter primerjati med seboj verjetnost raznih dogodkov, medtem ko je tega sposobna le polovica od 4 do 5 let starih otrok.

V preizkusu znanja je bila med drugim naloga, ki se je glasila:

V prvi škatli je 5 kroglic, od teh 4 bele in 1 črna. V drugi škatli je 10 kroglic, od teh 8 belih in 2 črni. Sabina bo dobila darilo, če potegne belo kroglico. Iz katere škatle naj Sabina vzame kroglico? Izbirali so lahko med tremi odgovori, in sicer:

a) Iz prve škatle.
b) Vseeno je, iz katere.
c) Iz druge škatle.

Poleg odgovorov sta bili narisani škatli z ustreznimi kroglicami. Odgovor so morali tudi obrazložiti.

Zgornjo nalogo je pravilno rešilo le 16,6 % vseh otrok, ki so bili vključeni v raziskavo. Pravilna rešitev je namreč: Vseeno je, iz katere škatle vleče. Največ učencev (21,4 %), ki so pravilno odgovorili, prihaja iz drugega razreda, kar pomeni, da najstarejši otroci niso bili najuspešnejši. Najmanj pa je pravilno odgovorilo tistih otrok, ki so stari od štiri do pet let (13,6 %). Statistično pomembne razlike med razredi glede ocene pri matematiki nismo mogli izračunati, saj so učenci v prvem triletju ocenjeni z opisno oceno. Odgovor omenjene naloge je bilo treba utemeljiti. Svojo izbiro jih je pravilo utemeljilo le 1,8 %. Največ jih prihaja iz drugega razreda (3,1 %), najmanj (0,6 %) pa iz tretjega.

Na podlagi teh rezultatov in Fischbeinovih raziskav smo si postavili vprašanje, ali je mogoče učence prvega razreda naučiti pravilno napovedovati dogodke, ko je verjetnost enaka. Zaradi tega smo razvil učni pristop za poučevanje enake verjetnosti. Ugotavljanje učinkovitosti oblikovanega učnega pristopa za poučevanje enake verjetnosti v prvem razredu je potekalo na podlagi rezultatov preizkusa znanja, ki so ga prvošolci rešili ob koncu zadnje, četrte šolske ure učenja enake verjetnosti (glej prilogo 1). Vzorec so sestavljali štirje oddelki prvih razredov, in sicer je bilo to 68 otrok (31 dečkov in 37 deklic).

Pri pouku matematike smo izvedli štiri učne ure, ki so trajale 40 minut. Cilj prve učne ure je bil, da učenci napovedo verjetnost raznih dogodkov, kjer verjetnost ni enaka. Namen druge učne ure je bil ugotoviti, kdaj je verjetnost enaka. Pri tretji učni uri so se učenci učili pravično deliti. Zadnja ura pa je bila namenjena spoznavanju tehnike reševanja nalog, kjer je verjetnost enaka, ter preverjanju osvojenega znanja.

Za ugotavljanje, ali so bili cilji posamezne ure doseženi, so učenci rešili tri različne učne liste. Prvega od njih so reševali ob koncu prve učne ure (glej Učni list po prvi učni uri). Drugega je bilo treba rešiti tretjo učno uro (glej Učni list po tretji učni uri), medtem ko so zadnji učni list (glej Preizkus znanja oz. učni list po četrti učni uri) reševali le tisti, ki so bili pri vseh štirih urah učenja vsebin iz verjetnosti. Na podlagi tega se je ugotavljalo, ali je bil učni pristop učinkovit.

Prva učna ura

Kot glavni cilj prve učne ure smo izbrali cilj, da učenci napovedo verjetnost različnih dogodkov, kjer verjetnost ni enaka. Med drugim pa je bil namen, da žrebajo in zapisujejo izide slučajnih dogodkov.

Za uvodno motivacijo je učiteljica povedala naslednjo zgodbo:

Nekoč je v neki vasici živel deček po imenu Samo. V majhni, revni hišici je živel skupaj s svojo mamico. Nedaleč pa je živel hudoben čarovnik, ki je rad nagajal ljudem. In ko se nekega večera Samova mami ni vrnila domov, jo je začel deček iskati. Iskal jo je in iskal, vendar je ni mogel najti. Takrat ga je obiskal hudobni čarovnik in mu povedal, da je zaklenjena v njegovem stolpu za modrimi vrati, ki jih odklene čarobna modra kocka. Deček je hitro stekel tja, vendar so bila vrata zaklenjena. Poleg vrat sta bili dve zaprti škatli. Spet se je prikazal čarovnik in mu rekel, da so v *prvi škatli **tri** čarobne **modre** kocke, ki odklenejo vrata, in **ena bela** kocka, v drugi pa **ena** čarobna **modra** kocka, ki odklene vrata, in **tri bele** kocke. Čarovnik pove še to, da deček lahko iz škatel vleče le miže. Iz katere škatle naj deček vzame kocko? Iz prve, druge, ali je vseeno, iz katere? Zakaj?*

Zgodba je otroke zelo motivirala, saj so želeli pomagati dečku, da bi rešil svojo mamico. Na vprašanje, v katero vrečko naj sežejo, da bi izvlekli pravo kocko, je velika večina pravilno odgovorila.

Pri žrebanju kock, zapisovanju in branju rezultatov otroci niso imeli težav, saj vsebine iz obdelave podatkov najdemo že v učnem načrtu za prvi razred, v okviru katerih morajo prikazati in brati razne podatke s preglednico in stolpci (Učni načrt: Matematika, 2005; Učni načrt: Matematika, 2011). Rezultati prvega izvlečenja so bili pričakovani, saj so vsi pari izvlekli več modrih kock. Tudi pri drugem žrebanju je bil rezultat pričakovan, tako da je bilo iz rezultatov dobro razvidno, da naj deček vleče iz prve škatle, če želi izvleči modro kocko. Učence je bilo treba pogosto opozarjati na poštenost vlečenja kock in jih opazovati, saj so na vsak način želeli izvleči modro kocko in na ta način pomagati dečku rešiti mamico. Učenci so rezultate znali prebrati in jih primerjati s prvim izvlečenjem. Sami so na podlagi žrebanja prišli do potrditve svoje napovedi, da naj deček vleče iz prve škatle, da bi izvlekel modro kocko. Učiteljica je na tabli obkrožila pravilno rešitev (sliko prve škatle) in na ta način nakazala način reševanja učnega lista ob koncu ure.

Reševanje drugih primerov je poteklo brez težav. Napovedali in z izvlečenjem kock so potrdili, iz katere vrečke je verjetneje, da bo deček izvlekel modro kocko. V prvi vrečki so bile štiri bele in dve modri, v drugi pa dve beli in štiri modre. Učenci niso imeli težav z razumevanjem navodil, izvlečenjem, z zapisovanjem ali pa branjem rezultatov.

Ob koncu učne ure so morali učenci rešiti učni list (glej Učni list po prvi učni uri), s katerim smo preverili pridobljeno znanje. Učenci niso imeli težav z razumevanjem navodila za reševanje, ki se je glasilo:

Če mislite, da je treba seči v prvo škatlo, da bi izvlekli črno kocko, obkrožite prvo škatlo. Če mislite, da je treba seči v drugo škatli, da bi izvlekli črno kocko, obkrožite drugo škatlo. Če mislite, da je vseeno, v katero škatlo sežete, da bi izvlekli črno kocko, potem obkrožite obe škatli.

Rezultati reševanja prvega učnega lista (glej Učni list po prvi učni uri) kažejo na to, da so učenci usvojili cilj prve učne ure, saj je 87 % otrok pravilno rešilo vse naloge iz prvega učnega lista. Največ težav jim je povzročala tretja naloge, saj so bile v obeh škatlah enake kocke, kar pomeni, da je bila verjetnost enaka. Kljub temu jih je pravilno odgovorilo 67,6 %. Da je bil drugi cilj ure dosežen, je bilo razvidno že med učno uro, saj učenci niso imeli težav pri žrebanju, zapisovanju in branju rezultatov.

Učenci so bili ves čas motivirani in delavni. Snov se jim je zdela zanimiva, mogoče zato, ker se razlikuje od drugih vsebin, ki jih obravnavajo pri pouku matematike.

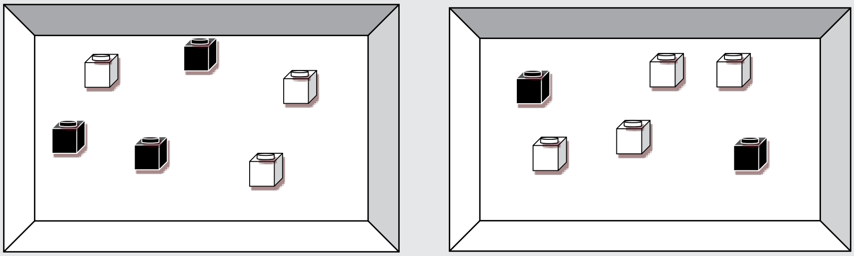
Druga učna ura

Druga učna ura je bila osredotočena na enako verjetnost. Glavni cilj ure je bil, da na podlagi konkretnih izkušenj ugotovijo, kdaj je verjetnost dogodkov enaka.

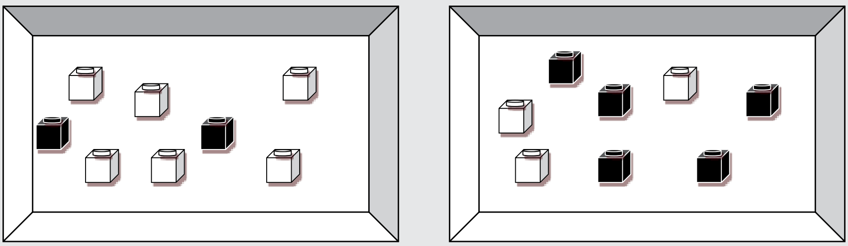
Učni list po prvi učni uri

OBKROŽI ŠKATLO, IZ KATERE NAJ DEČEK VLEČE, DA BI IZVLEKEL ČRNO KOCKO.

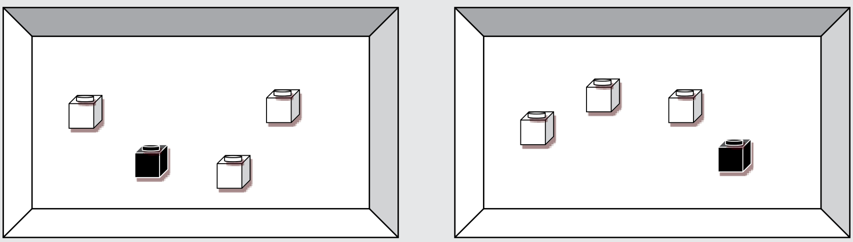
1. NALOGA



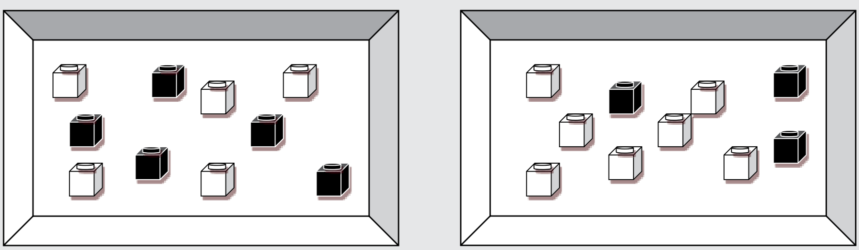
2. NALOGA



3. NALOGA



4. NALOGA



[Slika 1]

V uvodu so učenci obnovili zgodbo prejšnje učne ure in učiteljica je zgodbo nadaljevala:

Deček se je pravilno odločil za drugo škatlo in izvlekel pravo kocko, odklenil vrata, vendar v sobi ni bilo njegove mamice. Spet se je pojavil čarovnik in mu obljubil, da mu ne bo več nagajal, če še zadnjič izbere pravo vrečko in potegne iz nje modro kocko, ki so čarobne in odklenejo zaklenjena vrata. Povedal mu je, da so v prvi vrečki ***ena modra*** *in* ***tri bele*** *kocke, v drugi* ***ena modra*** *in* ***tri bele kocke*** *in v tretji ravno tako* ***ena modra in tri bele*** *kocke. Opozoril ga je, da mora med žrebanjem mižati. Iz katere vrečke naj deček vzame kocko? Iz prve, druge, tretje vrečke, ali je vseeno, iz katere? Zakaj?*

Tudi v tej zgodbi konec postavlja problem, v katero vrečko naj seže deček, da bi izvlekel modro kocko in s tem rešil mamico. Večina učencev je bila mnenja, da je vseeno, v katero seže, saj so v vseh treh vrečkah enake kocke (ena modra in tri bele). To so dokazali z izvlečenjem kock. Pravilno rešitev učiteljica pokaže tako, da na tabli obkroži slike vseh treh vrečk. Tudi v tem primeru je učiteljica morala opozarjati na poštenost izvlečenja.

Sledilo je zastavljanje novega problema, ki so ga skoraj vsi učenci narobe napovedali. Učiteljica je eno izmed treh vrečk z enako vsebino stresla v eno darilno vrečko, preostali dve vrečki pa v drugo darilno vrečko. Po zastavljenem vprašanju, v katero naj deček seže, da bi izvlekel modro kocko, je večina vprašanih po pričakovanju odgovorila, naj seže v drugo, ker je v njej več modrih kock. Po delitvi oddelka v dve skupini, razdelitvi eni skupini darilno vrečko s prvo vsebino, drugi skupini pa drugo, izvlečenju, zapisovanju rezultatov in poročanju so ugotovili, da je verjetnost enaka. Tudi tokrat je učiteljica na tabli obkrožila obe sliki. Učiteljica pove pravilo:

Če imamo tri vrečke, v katerih so enake kocke, in eno vrečko stresemo v eno škatlo, preostali dve vrečki pa v drugo, je vseeno, iz katere škatle vlečemo.

Učence opozori, da si ga morajo zapomniti. Učenci pri ponovitvi pravila niso imeli težav. Po enakem postopku so rešili še en primer (v prvi ena modra in štiri bele, v drugi pa dve modri in osem belih) in prišli do enakega rezultata. Ob koncu ure je učiteljica še enkrat preverila pomnjenje pravila in ugotovila, da so si ga učenci zapomnili.

Učenci so z zanimanjem sledili dogajanju. S konkretnimi izkušnjami so ugotovili, kdaj je verjetnost enaka, in si zapomnili dano pravilo.

Tretja učna ura

Učni načrt za matematiko v prvem razredu še ne vsebuje deljenja ali obravnave delov celote in s tem polovice (Učni načrt: Matematika, 2005; Učni načrt: Matematika, 2011), zato je bila ena šolska ura namenjena učenju pravičnega deljenja na polovico.

Ura se je začela z matematičnim problemom, kako pravično razdeliti na dva dela, in sicer dva modra in štiri rdeče žetone. Deljenje predmetov na konkretni ravni ni povzročalo težav. Nekaj več so jih imeli, ko so morali z obkrožanjem na listu pravično razdeliti naslikane predmete. Takrat so si vzeli nekaj več časa za premislek. Tudi pri deljenju predmetov naloge, kjer je bilo treba pravično razdeliti štiri rdeče in tri modre žetone, so poklicani učenci nekaj časa razmišljali, kaj naj naredijo, ko en predmet ostane. Skupaj so ugotovili, da se v tem primeru predmetov ne da pravično razdeliti, ne da bi enega pri tem razrezali. Sliko teh predmetov je učiteljica prečrtala in tako prikazala način reševanja učnega lista, načrtovanega za reševanje ob koncu učne ure (glej Učni list po tretji učni uri). Pri nadaljevanju pravičnega deljenja ni bilo težav. Skupaj so pravično razdelili žetone pri sedmih različnih nalogah.

Pri ponavljanju so vsi učenci želeli ponoviti pravilo, ki so si ga morali pri prejšnji uri zapomniti, in pri tem niso imeli težav. Učiteljica je na prvi list položila en moder in tri rdeče žetone, na drugi list pa dva modra in šest rdečih žetonov. Postavila je vprašanje, iz katere škatle naj vleče deček, če bi želel imeti moder žeton. Kljub poznavanju pravila je večina učencev menila, naj vleče iz druge, kjer je več modrih žetonov. Učiteljica je nato žetone iz prvega lista stresla v eno vrečko, eden izmed učencev pa je pravično razdelil žetone iz drugega lista v dve vrečki. Ko so si učenci ogledali tri vrečke in jih je učiteljica spomnila na pravilo, so ugotovili, da je vseeno, od kod bi potegnili žeton. Brez težav so na enak način rešili še en primer. Težava je ponovno nastala, ko so bile v prvi škatli ena modra in tri rdeče, v drugi pa ena modra in šest rdečih žetonov. Brez razmišljanja je nekaj učencev trdilo, naj sežejo v drugo škatlo. Šele ob izvlečenju (brez zapisovanja) so ugotovili, da je večja verjetnost, če bi vlekli iz prve škatle.

Za konec so morali rešiti učni list (glej sliko 2) in z obkrožanjem pravično razdeliti bele in črne kroglice na dva dela. Učenci pri tem niso imeli večjih težav. Zanimivo je, da so imeli največ težav s pravično delitvijo štirih črnih kroglic. Vzrok je bil verjetno v tem, da takšne naloge niso rešili skupaj. Pravilnost vseh nalog je med 88 % in 95 %, kar kaže na dosego zastavljenega cilja.

Po 40 minutah so torej skoraj vsi učenci pravilno rešili učni list in dokazali, da znajo pravično deliti. Učenci so bili pri delu motivirani, vendar je bila motiviranost v primerjavi s prejšnjima urama nekoliko nižja, saj so pri prejšnjih dveh urah, kjer so bile v ospredju vsebine iz verjetnosti, zelo uživali.

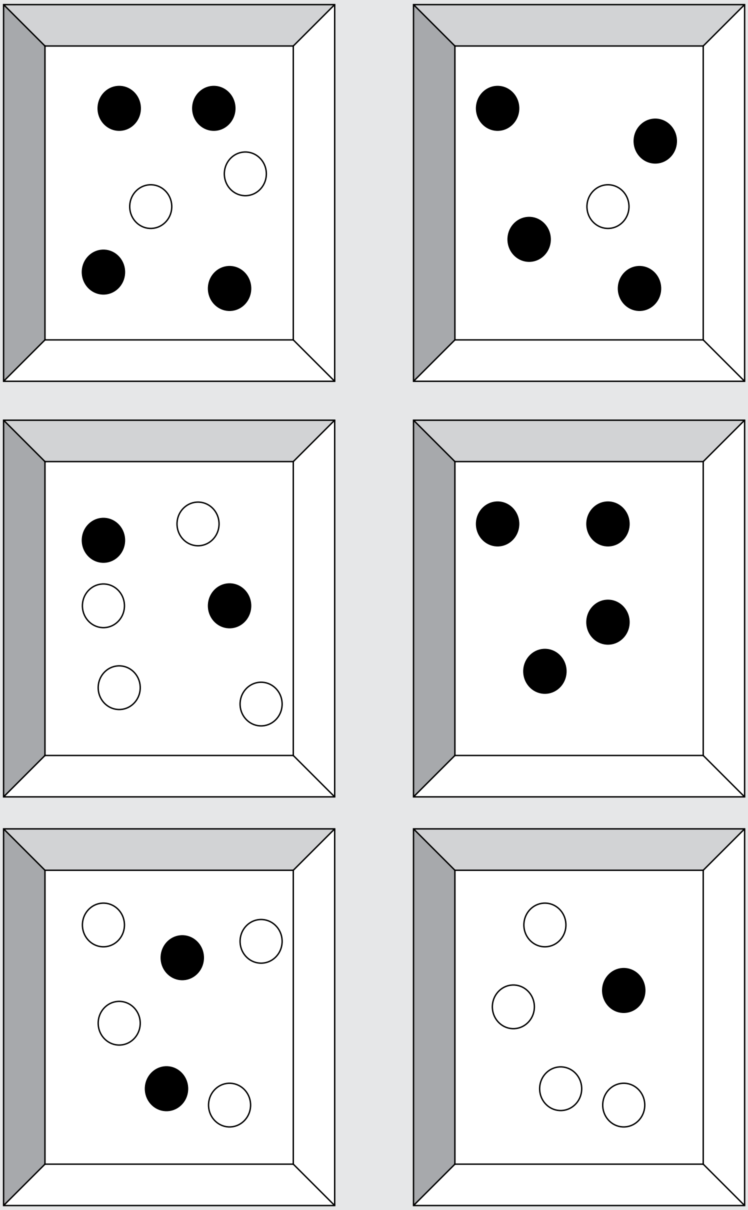
Četrta učna ura

Namen četrte učne ure je bil usvojiti začetni cilj, ki se glasi, da učenci pravilno napovedo dogodek, ko je verjetnost enaka. Ta ura je bila osredotočena na spoznavanje tehnike reševanja nalog, kjer je verjetnost enaka, in na preverjanje usvojenega znanja.

Za začetek je učiteljica pokazala vrečki in pritrdila na tablo sliki, kjer sta v prvi vrečki dve rdeči in tri bele kocke, v drugi vrečki pa štiri rdeče in šest belih kock. Približno polovica učencev je pravilno napovedala, da je vseeno, iz katere vrečke naj vlečemo, da bi izvlekli rdečo kocko. Učenci so pošteno vlekli, hkrati pa navijali in se razveselili vsake rdeče izvlečene kocke. Vsak je moral iz vsake vrečke izvleči dve kocki, da je bila razvidna ustrezna rešitev. Na tabli je učiteljica obkrožila sliki obeh vreč in ponovno nakazala način reševanja učnega lista. Med drugim so učenci znali razložiti, zakaj je vseeno, iz katere vrečke se vleče (kocke lahko pravično razdelimo v tri vrečke z enako vsebino). To so naredili tudi na konkretni (delitev kock na tri enake dele) in slikovni ravni (z obkrožanjem kock na slikah).

Učni list po tretji učni uri

PREČRTAJ ŠKATLI, KJER SE ŽOG NE DA PRAVIČNO RAZDELITI.



[Slika 2]

Na enak način so rešili še dva primera, kjer je bila verjetnost enaka. Pri tem učiteljica poda navodilo, ki ga bodo morali upoštevati pri reševanju učnega lista. Navodilo se glasi:

Najprej obkroži vse kroglice iz škatle, kjer jih je manj, potem pa s pravičnim obkrožanjem razdeli kroglice iz škatle, kjer jih je več. Če ugotoviš, da so povsod obkrožene enake kroglice, je verjetnost enaka in takrat obkrožiš sliki obeh škatel.

Tako kot predhodne naloge so začeli reševati tudi naslednja dva primera, vendar so pri pravičnem deljenju ugotovili, da se kroglic (kjer jih je več) ne da pravično razdeliti ali pa kroglice, ki so obkrožene, niso številčno in barvno enake neobkroženim kroglicam, zato je učiteljica pravilo dopolnila:

Ko se kroglic ne da pravično razdeliti ali pa kroglice, ki so obkrožene, niso enake, dobro poglej obe škatli in premisli, v katero škatlo bi segel.

Učenci, ki so hodili k tabli, so razumeli navodila in jih upoštevali. Nekaj jih je imelo težave, ko je bilo treba z obkrožanjem pravično razdeliti večje število kroglic. Nekateri niso vedeli, kaj naj naredijo, ko so ugotovili, da se kroglic ne da pravično razdeliti. Skupaj so rešili devet različnih primerov. Po rešeni zadnji nalogi so se učenci posedli za svoje mize, učiteljica jim je ponovno podala navodilo in sledilo je reševanje preizkusa znanja. Brez večjih težav so učenci po navodilu obkrožali kroglice, potem pa niso obkrožili škatel, zato je morala nekatere učence na to opozoriti učiteljica.

Rezultati

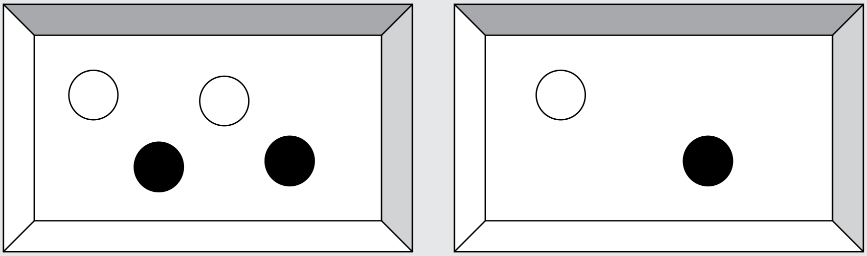
Učenci so po štirih urah matematike reševali preizkus znanja (glej sliko 3). Navodilo za reševanje vseh štirih nalog je enako, kot je bilo navodilo za reševanje primerov, ki so jih reševali med učno uro. Rezultati reševanja tega učnega lista so prikazani v grafu 1.

Iz grafa 1 je razvidno, da je velika večina otrok (86,8 %) prvo nalogo pravilno rešila, saj so obkrožili obe škatli (pred sistematičnim učenjem enake verjetnosti jih je nalogo pravilno rešilo 14,9 %). Enak odstotek (86,8 %) otrok je pravilno rešilo tudi drugo nalogo, kjer je bila pravilna rešitev druga škatla, v kateri so bile dve črni kroglici in štiri bele, v prvi škatli pa se bile le štiri bele kroglice. Prva škatla tretje naloge je vsebovala eno črno in dve beli kroglici, medtem ko je druga škatla vsebovala eno črno in šest belih kroglic. Pravilna rešitev je prva škatla, za katero se je odločilo 76,5 % sodelujočih otrok, kar je med drugim razvidno iz grafa 1. Pravilna rešitev zadnje naloge je bila, da je vseeno, iz katere škatle vleče, saj je bila v prvi škatli ena črna in dve beli kroglici, medtem ko sta bili v drugi škatli dve črni in štiri bele kroglice. Ponovno je največ učencev (64,7 %) pravilno rešilo to nalogo (pred sistematičnim učenjem 14,9 %). Iz grafa 1 se da med drugim razbrati, da je skoraj 75,8 % otrok pravilno rešilo prvo in četrto nalogo, kjer je bila verjetnost enaka, celoten preizkus znanja pa je pravilno rešilo skoraj 80 % sodelujočih učencev.

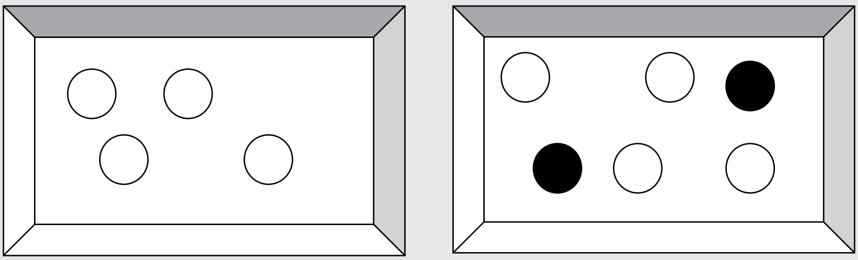
Preizkus znanja oz. učni list po četrti učni uri

PREČRTAJ ŠKATLI, KJER SE ŽOG NE DA PRAVIČNO RAZDELITI.

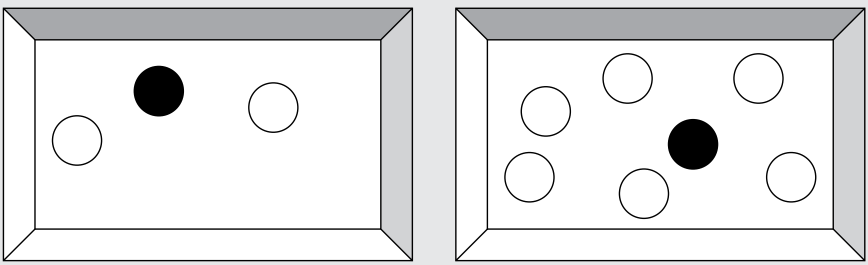
1. NALOGA



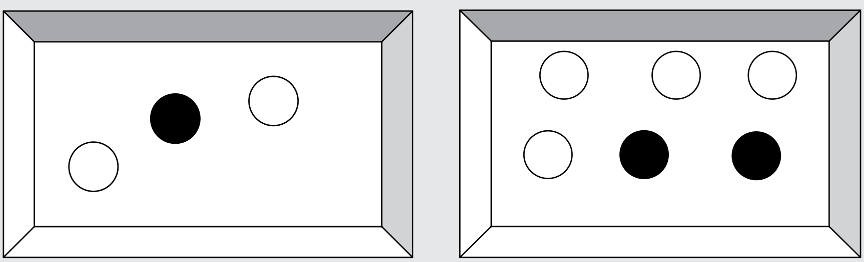
2. NALOGA



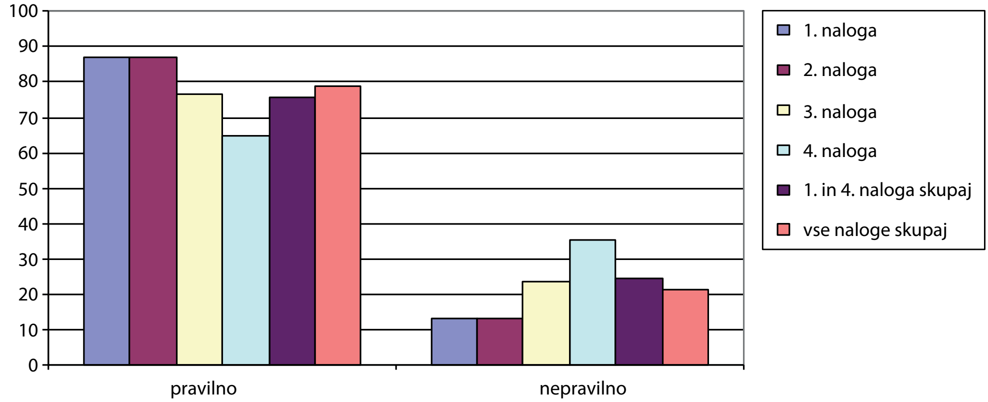
3. NALOGA



4. NALOGA



[Slika 3]



[Graf 1] Uspešnost reševanja preizkusa znanja

Rezultati četrte naloge so v primerjavi s prvo, kjer je bila verjetnost izvlečenja črne kroglice ravno tako enaka, nekoliko slabši, saj je prvo nalogo pravilno rešilo 86,8 % otrok. Razlog za to bi lahko bilo večje število elementov in njihova postavitev na sliki. Pri prvi nalogi so bile kroglice postavljene tako, da je bilo že iz slike hitro razvidno, kako se pravično razdeli kroglice. V drugi škatli četrte naloge pa so bile kroglice bolj 'razmetane', zato so imeli učenci težave s pravično razdelitvijo kroglic.

Če primerjamo rezultat 1. naloge in nalogo s predhodnim testiranjem, kjer je bila verjetnost ravno tako enaka, je razlika očitna in statistično pomembna ($\chi2 = 75{,}358$, $p < 0{,}01$), saj je pri prvem merjenju le 14,9 % otrok pravilno rešilo nalogo, kjer je bila verjetnost enaka. Tudi ob primerjavi 4. naloge in predhodnega testiranja je razlika statistično pomembna ($\chi2 = 42{,}802$, $p < 0{,}01$). V obeh primerih gre za statistično pomembno razliko v korist preizkusa znanja, opravljenega po poučevanju, kar pomeni, da so bili učenci po štirih učnih urah sistematičnega učenja enake verjetnosti uspešnejši kot pri predhodnem testiranju (pred sistematičnim učenjem enake verjetnosti). Ugotovili smo tudi, da med spoloma ni statistično pomembnih razlik.

ε Zaključek

Iz predstavljenih rezultatov lahko sklepamo, da je bila oblikovana metoda uspešna in ni imela negativnega učinka, tako kot ga je imela Fischbeinova. Bila je posebej oblikovana za to starostno skupino, upoštevala je predznanje in sposobnosti učencev, jih motivirala za delo, temeljila je na konkretnem delu in bila je tudi časovno prilagojena. Dokazali smo torej, da je mogoče tudi mlajše otroke naučiti določenih vsebin iz verjetnosti. Tudi mlajšim otrokom je smiselno ponuditi ustrezne izkušnje s področja verjetnosti, izbrati primerno motivacijo in dejavnosti prilagoditi njihovim sposobnostim. Tako si pridobijo znanje in ustrezne izkušnje, ki imajo številne

ζ Viri in literatura

1. Cotič, M. (1999). Obdelava podatkov pri pouku matematike 1–5. Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
2. Fischbein, E. in Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? Educational studies in mathematics, 1 (1), 1–24.
3. Fischbein. E., Pampu, I. in Manzat, I. (1970). Comparison of ratios and the chance concept in children. Child development, 41 (2), 377–389.
4. Hodnik Čadež, T. (2003). Pomen modela reprezentacijskih preslikav za učenje računskih algoritmov. Pedagoška obzorja, 18 (1), 3–21.
5. Hodnik Čadež, T. (2004). Vloga konstruktivizma pri oblikovanju matematičnih pojmov na razredni stopnji. V Marentič Požarnik, B. (ur.), Konstruktivizem v šoli in izobraževanju učiteljev (str. 321–336). Ljubljana: Center za pedagoško izobraževanje Filozofske fakultete.
6. Kurikulum za vrtce. (1999). Ljubljana: Ministrstvo za šolstvi in šport, Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
7. Marentič Požarnik, B. (2000). Psihologija učenja in pouka. Ljubljana: DZS.
8. Plut Pregelj, L. (2000). Analitično-logično in pripovedno mišljenje: nujni sestavini izobraževalno vzgojne dejavnosti (Pomen znanstvenega dela Jeroma S. Brunerja za teorijo in prakso učenja in poučevanja). Sodobna pedagogika, 51 (2), 138–156.
9. Škrbec, M. (2008). Vsebine iz verjetnosti v prvem triletju osnovne šole. Magistrsko delo, Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta.

10. Učni načrt. Program osnovnošolskega izobraževanja. Matematika. (2005). Ljubljana: Ministrstvo za šolstvi in šport, Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
11. Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika. (2011). Ljubljana: Ministrstvo za šolstvi in šport, Zavod Republike Slovenije za šolstvo.