

# MINLP-OPTIMIRANJE SOVPREŽNEGA STROPNEGA SISTEMA Z I-NOSILCI

## MINLP OPTIMIZATION OF A COMPOSITE I BEAM FLOOR SYSTEM

doc. dr. Tomaž Žula, univ. dipl. inž. grad.

tomaz.zula@um.si

prof. dr. Stojan Kravanja, univ. dipl. inž. grad.

stojan.kravanja@um.si

Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo, prometno inženirstvo in arhitekturo

ZNANSTVENI ČLANEK

UDK 519.853:624.016

**Povzetek** | V prispevku predstavljamo stroškovno optimiranje sovprežnega stropnega sistema. Konstrukcija je sestavljena iz armiranobetonske plošče in jeklenih I-nosilcev. Optimiranje je izvedeno z mešanim celoštevilskim nelinearnim programiranjem (MINLP). Razvit je bil optimizacijski model, kjer je podrobna namenska funkcija lastnih izdelavnih stroškov podvržena pogojem iz statike konstrukcije in dimenzioniranja. Pogoji dimenzioniranja so definirani v skladu z Evrokodom 4. Za reševanje nekonveksnega, nelinearnega in kombiniranega diskretnozveznega optimizacijskega problema sovprežnega stropnega sistema smo uporabili modificirani algoritem zunanje aproksimacije s prostivjo enačb (Modified OA/ER). Poleg izračunanih minimalnih lastnih izdelavnih stroškov konstrukcije so bile dobljene še optimalna trdnost materiala betona in jekla ter dimenzije prečnega prereza stropnega sistema. Na koncu članka je predstavljen računski primer optimizacije sovprežnega stropnega sistema.

Ključne besede: sovprežne konstrukcije, stroškovno optimiranje, optimiranje standardnih materialov, optimiranje diskretnih dimenzij, mešano celoštevilsko nelinearno programiranje, MINLP

**Summary** | This paper presents the cost optimization of a composite I beam floor system, designed to be made from a reinforced concrete slab and steel I sections. The optimization was performed by using the mixed-integer non-linear programming (MINLP) approach. An accurate economic objective function of the self-manufacturing costs was developed and subjected to design, resistance and deflection (in)equality constraints. Dimensioning constraints were defined in accordance with Eurocode 4. The Modified Outer-Approximation/Equality-Relaxation (OA/ER) algorithm was applied for the solution of non-convex, non-linear combined discrete-continuous optimization problem of the composite structure. The optimal result includes the minimal produced costs of the structure, the optimal concrete and steel strengths, and dimensions of the structure. A numerical example of the optimization of a composite I beam floor system is presented at the end of this paper.

Key words: Composite structures, Cost optimization, Standard material optimization, Discrete sizing optimization, Mixed-integer non-linear programming, MINLP

## 1 • UVOD

Sovprežni stropni sistemi, sestavljeni iz betona in jeklenih I-nosilcev, predstavljajo stroškovno učinkovito vrsto konstrukcijskih elementov v gradbeništvu. Zato je njihova uporaba postala zelo priljubljena konstrukcijska rešitev med arhitekti in inženirji. Posledično je optimizacija sovprežnih konstrukcij priljubljeno področje tudi med raziskovalci.

Zaradi znatnega napredka računalništva in računalniške strojne opreme je bilo razvitih in uporabljenih več učinkovitih metod in algoritmov za izračun optimalnih sovprežnih konstrukcij. Adeli in Kim (Adeli, 2001) sta za optimizacijo sovprežnih plošč uporabila algoritem nevronske dinamike (neural dynamics). Kravanja in Šilih (Kravanja, 2003), Klanšek in Kravanja ((Klanšek, 2006a), (Klanšek, 2006b)) so za raziskavo konkurenčnosti različnih sovprežnih stropnih sistemov uporabili metodo nelinearnega programiranja (NLP). V nadaljevanju so naštetih raziskovalci za optimalno obliko sovprežnih konstrukcij uporabili različne algoritme. Kaveh in Ahangaran (Kaveh, 2012) sta uporabila algoritem družbenega harmonijskega iskanja (social harmony search), Poitras idr. (Poitras, 2011) roj delcev (particle swarm optimization), Se-

nouci in Al-Ansari (Senouci, 2009) pa genetski algoritem (genetic algorithm).

V prispevku predstavljamo stroškovno optimiranje sovprežnega stropnega sistema. Optimiranje konstrukcije je izvedeno z metodo mešanega celoštevilskega nelinearnega programiranja (MINLP). MINLP je kombinirana diskretnozvezna metoda optimiranja, pri kateri se sočasno izvaja diskretno optimiranje materiala (trdnostnega razreda), diskretno optimiranje standardnih dimenzij (standardnih jeklenih prerezov nosilcev in armaturnih mrež), zaokroženih dimenzij (debeline armiranobetonske plošče) in optimiranje zveznih parametrov (stroškov, mase).

Kombinirani diskretnozvezni optimizacijski problem sovprežne konstrukcije MINLP je obsežen, nekonvexen in nelinearen. Optimiranje zato poteka v treh korakih. V prvem koraku se izvede generacija mehanske superstrukture različnih alternativ materiala, standardnih dimenzij in zaokroženih dimenzij. Drugi korak obsega razvoj modelne formulacije MINLP. Zadnji korak pa predstavlja rešitev definirane optimizacijskega problema MINLP. Optimiranje konstrukcije je izvedeno

z modificiranim algoritmom zunanje aproksimacije s sprostitvijo enačb (Modified OA/ER-algoritem), ((Kravanja Z., 1994), (Kravanja S., 1998a), (Kravanja S., 1998b)). Uporabimo dvofazno MINLP-strategijo, kjer opravimo optimiranje v dveh zaporednih fazah, kar pospeši konvergenco OA/ER-algoritma oz. omogoči izračun rezultata.

Namen optimiranja je določiti minimalne lastne izdelavne stroške sovprežnega stropnega sistema. Namenska stroškovna funkcija je podvržena pogojnim (ne)enačbam, poznanim iz analize in dimenzioniranja sovprežnih konstrukcij. Pogoji dimenzioniranja so definirani v skladu s standardi Evrokod (Evrokod 1, Evrokod 2, Evrokod 3 in Evrokod 4), pri čemer so zadovoljeni vsi pogoji za mejno stanje nosilnosti in mejno stanje uporabnosti.

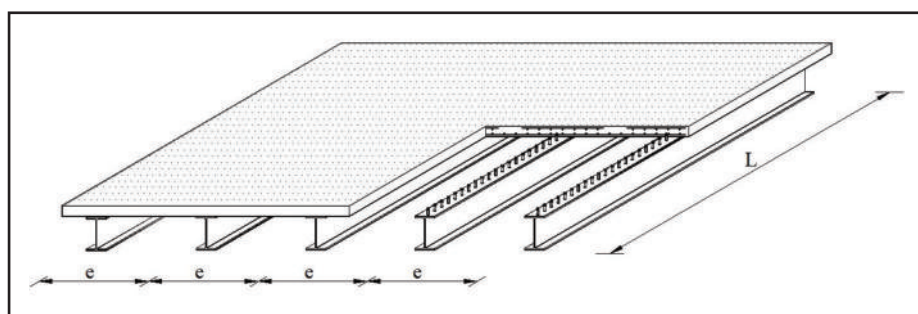
Sovprežni stropni sistem sestavljajo armiranobetonska plošča in jekleni I-nosilci, ki so lahko varjeni I-prerezi, standardni vročevaljani IPE-prerezi ali standardni vročevaljani HEA-prerezi. Odpornost sovprežnega sistema je odvisna tudi od lege nevtralne osi, ki lahko leži v armiranobetonski plošči, v zgornji pasnici I-prereza in v stojini I-prereza. Ker na ta način obstaja več možnosti odpornosti sovprežnega prereza, smo razvili različne optimizacijske modele v kombinaciji med I-prerezi in legami nevtralnih osi.

## 2 • SOVPREŽNI STROPNI SISTEM

Sovprežni stropni sistem je statično obravnavan kot prostoležeči sovprežni nosilni sistem, glej sliko 1. Obravnavana konstrukcija je sestavljena iz množice sovprežnih nosilcev z medsebojnimi vodoravnimi razmikmi  $e$ . Vsak sovprežni nosilec je nadalje sestavljen iz sodelujoče širine betonske plošče  $b_{eff}$  in enega jeklenega dvojno simetričnega I-prereza.

Armiranobetonska plošča in jekleni nosilec sta medsebojno povezana preko valjčnih moznikov, ki so privarjeni na zgornjo pasnico I-nosilca in zabetonirani v ploščo, slika 2. Pri tem so zadoščeni vsi pogoji polne sovprežnosti. Med betoniranjem so nosilci podprti z vmesnimi podporami tako, da se po strditvi betona lastna in spremenljiva obtežba v celoti prenese na sovprežni prerez.

Dimenzioniranje je izvedeno v skladu z evropskimi standardi Evrokod ((Evrokod 1, 2002), (Evrokod 2, 2004), (Evrokod 3, 2005), (Evrokod 4, 2004)), pri čemer so zadovoljeni



Slika 1 • Sovprežni stropni sistem.

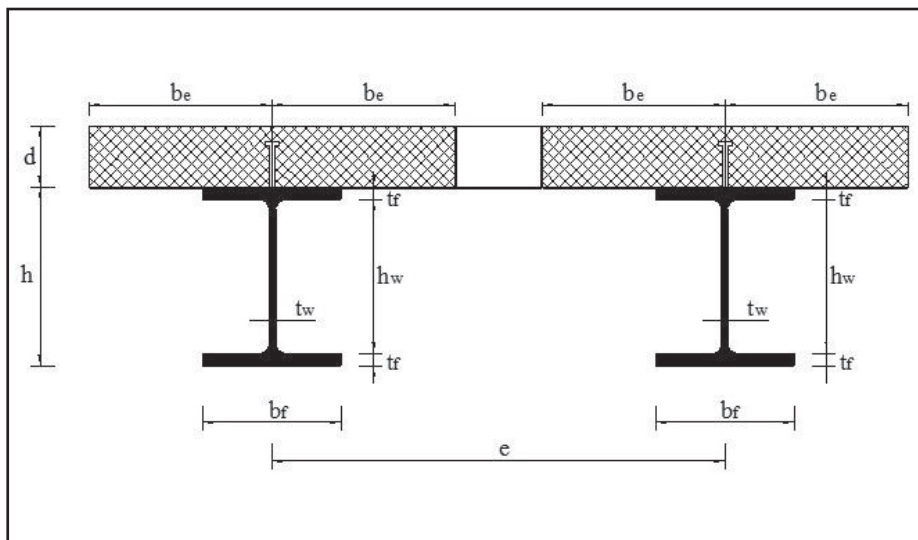
vsil pogoji mejnih stanj nosilnosti (MSN) in uporabnosti (MSU). Sovprežni I-nosilci so dimenzionirani v skladu s standardom Evrokod 4 (Evrokod 4, 2004), po katerem so upoštevane še dodatne zahteve za jekleni del prereza v skladu s standardom Evrokod 3 (Evrokod 3, 2005), za armiranobetonsko ploščo pa dodatne zahteve po standardu

Evrokod 2 (Evrokod 2, 2004). Obtežbe na sovprežnih nosilcih so kombinirane v skladu s standardom Evrokod 1 (Evrokod 1, 2002).

Po MSN so zadoščeni vsi pogoji na plastično upogibno nosilnost sovprežnega prereza, strižno nosilnost sovprežnega prereza, lokalno izbočenje stojine nosilca zaradi striga, strižno

odpornost moznikov (strig in bočni pritisk na beton) in plastično upogibno nosilnost armiranobetonske plošče. Armiranobetonska plošča je dimenzionirana kot kontinuirna plošča, nosilna v eni smeri. Pri dimenzioniranju sovprežnega stropnega sistema smo upoštevali, da nevtralna os lahko leži v betonu, v zgornji pasnici l-prereza ali v stojini l-prereza.

Pri MSU so navpični upogibki sovprežnih nosilcev računani po elastični metodi z upoštevanjem lezenja in krčenja betona pod vplivom stalne obtežbe. Pri tem največji upogibki zaradi stalnih obtežb in spremenljivih obtežb niso presegli predpisanih mejnih navpičnih upogibkov. Prav tako smo kontrolirali končne navpične upogibke in razpoke armiranobetonske plošče ter jih omejili z mejnimi vrednostmi.



Slika 2 • Prečni prerez sovprežnega stropnega sistema z I-nosilci.

### 3 • OPTIMIZACIJSKI MODEL COMBOPT

Ker je optimizacijski problem sovprežnega stropnega sistema nelinearen, nekonvexen in diskretnozvezen, smo za reševanje optimizacije uporabili mešano celoštevilsko nelinearno programiranje MINLP.

#### 3.1 Splošna modelna formulacija MINLP

Splošni nelinearni, nekonvexni in kombinirani diskretnozvezni optimizacijski problem (MINLP) lahko zapišemo v obliki:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = \mathbf{c}^T \mathbf{y} + f(\mathbf{x}) \\ \text{p.p.} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \\ & \mathbf{B}\mathbf{y} + \mathbf{C}\mathbf{x} \leq \mathbf{b} \end{aligned} \quad (\text{MINLP})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x} \in X = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{x}^{\text{LO}} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{\text{UP}} \} \\ \mathbf{y} \in Y = \{ 0, 1 \}^m \end{aligned}$$

pri čemer je  $\mathbf{x}$  vektor zveznih spremenljivk, definiran na definicijskem območju  $X$ , in  $\mathbf{y}$  je vektor diskretnih binarnih spremenljivk, ki lahko zavzamejo vrednost 0–1. Vsakemu alternativnemu konstrukcijskemu elementu superstrukture je dodeljena binarna spremenljivka  $y$ . Element je izbran, kadar je izračunana pripadajoča binarna spremenljivka ena ( $y=1$ ), in iz superstrukture izločen, kadar je izračunana binarna spremenljivka nič ( $y=0$ ). Funkcija  $f(\mathbf{x})$  je namenska funkcija,  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  je množica pogojnih enačb,  $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  pa je množica pogojnih neenačb. Vse funkcije  $f(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  in  $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  so nelinearne, zvezne in zvezno odv-

edljive. Dodan je tudi sistem linearnih enačb in neenačb  $\mathbf{B}\mathbf{y} + \mathbf{C}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$ , ki vsebuje tako zvezne kot diskretne spremenljivke. Stroškovna namenska funkcija z vsebuje stalne izdelavne stroške z linearnim izrazom  $\mathbf{c}^T \mathbf{y}$  in dimenzijsko odvisne stroške, zapisane v nelinearnem izrazu  $f(\mathbf{x})$ .

#### 3.2 Optimizacijski modeli

Za optimizacijo sovprežnega stropnega sistema z I-nosilci smo razvili 18 različnih MINLP optimizacijskih modelov COMBOPT (COMPOSITE Beam OPTimization). Modeli omogočajo različne optimalne rešitve, ki jih dobimo s kombinacijo med:

- 3 različnimi l-prerezi sovprežnega stropnega sistema:
  - jekleni varjeni l-prerez
  - standardni IPE-prerez
  - standardni HEA-prerez
- 3 različnimi legami nevtralnih osi:
  - v betonski plošči
  - v zgornji pasnici jeklenega l-prereza
  - v stojini jeklenega l-prereza
- 2 različnima legama težiščnih osi idealiziranega sovprežnega prereza:
  - v betonski plošči
  - v jeklenem l-nosilcu.

Optimizacijske modele sovprežnega stropnega sistema smo zapisali v višjem algebrskem modelnem jeziku GAMS (General Algebraic Modeling System) (Brooke, 1988). Vsak model vsebuje stroškovno namensko

funkcijo, pogojne (ne)enačbe, celoštevilске in mešane celoštevilске pogojne (ne)enačbe, vhodne podatke (konstante) in spremenljivke, glej sliko 3.

#### 3.3 Stroškovna namenska funkcija

V optimizacijskem programu COMBOPT je definirana namenska funkcija lastnih izdelavnih stroškov, ki predstavlja obsežni sistem stroškovnih postavk, zapisanih v obliki nelinearnih funkcij, ki so jih razvili Klanšek in Kravanja ((Klanšek, 2006a), (Klanšek, 2006b)) ter Žula idr. (Žula, 2016). Pri tem namenska funkcija obsega stroške materiala, energije in dela, ki so potrebni za izdelavo obravnavanega sovprežnega stropnega sistema. Namenska funkcija je podana v naslednji obliki:

$$\begin{aligned} \min: \text{Cost} = & \{ C_{M,s} + C_{M,c} + C_{M,r} + C_{M,sc} + C_{M,e} + C_{M,ac,fp,tc} + C_{M,f} \\ & + C_{M,c,ng} + C_{M,c,oxy} + C_{P,c,gm} + C_{P,w} + C_{P,sw} \\ & + C_{P,v} + C_{L,c,oxy,ng} + C_{L,g} + C_{L,p,oi} + C_{L,w} + C_{L,sw} \\ & + C_{L,sp} + C_{L,r} + C_{L,c} + C_{L,v} + C_{L,cc} \} / (\theta L) \end{aligned} \quad (1)$$

kjer spremenljivka  $\text{Cost}$  (€/m<sup>2</sup>) predstavlja lastne izdelavne stroške na enoto uporabne površine sovprežnega stropnega sistema;  $C_{M,\dots}$ ,  $C_{P,\dots}$  in  $C_{L,\dots}$  označujejo posamezne stroškovne postavke materiala, električne energije in dela, izračunane v €, glej preglednico 1;  $L$  (m) je razpon sovprežnega stropnega sistema in  $e$  (m) je medsebojna razdalja dveh sosednjih l-nosilcev. Stroški materiala so: konstrukcijsko jeklo  $C_{M,s}$ , beton  $C_{M,c}$ , rebrasta mrežna armatura  $C_{M,r}$ , valjčni moznički  $C_{M,sc}$ , elektrode  $C_{M,e}$ , antikorozijska barva, protipožarna barva in barva končnega premaza  $C_{M,ac,fp,tc}$ , prefabricirane opažne plošče  $C_{M,f}$ , naravni plin  $C_{M,c,ng}$  in kisik  $C_{M,c,oxy}$ . Stroški električne energije so: proces brušenja robov pločevin  $C_{P,gn}$ , pro-

**PROGRAM COMBOPT**  
za optimiranje sovprežnega stropnega sistema

*Stroškovna namenska funkcija:*  $\min z = \mathbf{c}^T \mathbf{y} + f(\mathbf{x})$

pri pogojih:  $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$

$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$

$\mathbf{B}\mathbf{y} + \mathbf{C}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$

*izračun notranjih statičnih količin*

*Pogojne (ne)enačbe mejnega stanja nosilnosti:*

- plastična upogibna odpornost sovprežnega sistema
- odpornost proti strigu
- strižna odpornost moznikov
- odpornost armiranobetonske plošče proti upogibnemu momentu

*izračun deformacij*

*Pogojne (ne)enačbe mejnega stanja uporabnosti:*

- kontrola navpičnih upogibkov sovprežnega sistema
- kontrola navpičnih upogibkov armiranobetonske plošče
- kontrola razpok armiranobetonske plošče

*Logične pogojne (ne)enačbe diskretnih materialov:*

- izračun standardnega materiala (trdnost betona in jekla)

*Logične pogojne (ne)enačbe standardnih dimenzij:*

- izračun standardnih prerezov
- varjenih prerezov

*Logične pogojne (ne)enačbe zaokroženih dimenzij:*

- izračun debeline armiranobetonske plošče

*Vhodni podatki (konstante):*

- razpon, obtežba, faktorji varnosti, elastični modul, cene materialov, električne energije itd.

*Zvezne spremenljivke:  $\mathbf{x} \in X$*

- Neodvisne: višina profila, meja plastičnosti jekla, tlačna trdnost betona, razdalja med nosilci itd.
- Odvisne: geometrijske karakteristike prereza, lastna teža, nosilnost, upogibki itd.

*Binarne spremenljivke:  $\mathbf{y} \in Y$*

- za izračun standardnega materiala, varjenih prerezov, jeklenih profilov, armaturnih mrež in debeline armiranobetonske plošče

Slika 3 • Struktura programa COMBOPT.

ces obločnega varjenja pločevin  $C_{P,w}$ , proces obločnega varjenja valjčnih moznikov  $C_{P,sw}$  in proces vibriranja betona  $C_{P,v}$ . Stroški dela zajemajo: plinsko rezanje jeklenih pločevin s tehnologijo kisik-naravni plin  $C_{L,c,oxyngr}$ , brušenje robov pločevin  $C_{L,gr}$ , priprava, sestavljanje in pritrdjevanje elementov za varjenje  $C_{L,p,a,b}$ , ročno obločno varjenje  $C_{L,SMAW}$ , polavtomatsko obločno varjenje valjčnih moznikov  $C_{L,sw}$ , peskanje pločevine in nanos antikorozijskega, protipožarnega in končnega premaza  $C_{L,sp}$ , montaža, niveliranje, demontaža in čiščenje opaznega sistema  $C_{L,b}$ , rezanje, postavitve in vezanje mrežne armature  $C_{L,r}$ , betoniranje plošče  $C_{L,c}$ , konsolidacija betona  $C_{L,v}$  in nega betona  $C_{L,cc}$ . Podrobno je stroškovna namenska funkcija predstavljena v člankih Klanšek in Kravanja ((Klanšek, 2006a), (Klanšek, 2006b)), Kravanja s sodelavci (Kravanja, 2017) in Žule s sodelavci (Žula, 2016).

### 3.4 Pogojne (ne)enačbe

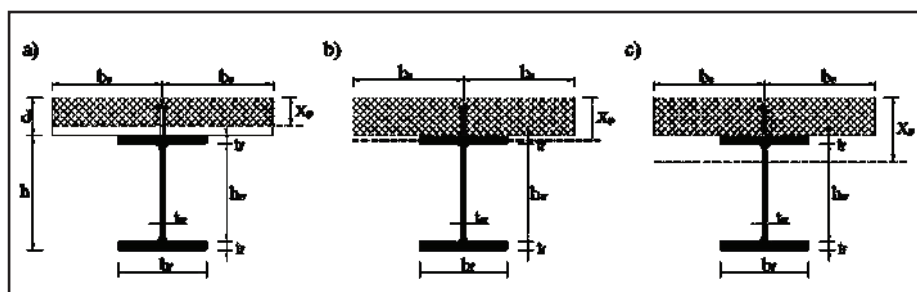
Namenska funkcija lastnih izdelavnih stroškov je podvržena pogojem analize in dimenzioniranja obravnavane sovpredne konstrukcije. Pogojne (ne)enačbe dimenzioniranja sovprednega stropnega sistema so definirane skladno s standardom Evrokod 4. Razdeljene so v dve skupini: pogojne (ne)enačbe mejnega stanja nosilnosti (MSN) in pogojne (ne)enačbe mejnega stanja uporabnosti (MSU). V nadaljevanju so prikazane le nekatere pomembnejše pogojne (ne)enačbe, glej preglednico 2.

Enačbi (2)–(3) obravnavata odpornost sovprednega prereza proti upogibnemu momentu, kjer  $M_{ed,cb}$  predstavlja projektni upogibni moment,  $M_{pl,Rd,cb}$  pa označuje plastično odpornost sovprednega prereza na upogibni moment. Enačbe (4a)–(6a) podrobneje obravnavajo plastično odpornost sovprednega prereza proti upogibnemu momentu, ko leži nevtralna os v betonski plošči, slika 4a, enačbe (4b)–(6b) predstavljajo plastično odpornost sovprednega prereza proti upogibnemu momentu, ko leži nevtralna os v zgornji pasnici jeklenega I-prereza, slika 4b, medtem ko enačbe (4c)–(6c) definirajo plastično odpornost sovprednega prereza proti upogibnemu momentu, ko leži nevtralna os v stojini jeklenega I-prereza, slika 4c. Drugi členi v (ne)enačbah so:  $q_{ed,cb}$  je projektna zvezna obtežba,  $\gamma_g$  je delni faktor za stalno obtežbo,  $\gamma_r$  je delni faktor za spremenljivo obtežbo,  $g$  je stalna obtežba,  $q$  je spremenljiva obtežba,  $A_g$  je prečni prerez jeklenega profila,  $h$  je višina jeklenega profila,  $f_t$  je napetost tečenja,  $f_{ck}$  je

$C_{Ms}$	Cena konstrukcijskega jekla S 235 za 8 mm debelo jekleno pločevino: $c_s = 1,25$ €/kg
	$C_{Ms} = c_s \cdot (a_1 \cdot f_y^2 + a_2 \cdot f^2 + a_3 \cdot f_y \cdot t + a_4 \cdot f_y + a_5 \cdot t + a_6)$ (€/kg); $a_1 = -3,7313 \times 10^{-4}$ ; $a_2 = -1,7170 \times 10^{-2}$ ; $a_3 = -4,9858 \times 10^{-4}$ ; $a_4 = 2,8962 \times 10^{-2}$ $a_5 = 1,2934 \times 10^{-1}$ ; $a_6 = 4,4147 \times 10^{-1}$ $f_y$ (kN/cm <sup>2</sup> ); $t$ (cm) debelina pločevine
$C_{Ms}$	Cena konstrukcijskega jekla S 235 za standardni prerez IPE 80: $c_s = 1,25$ €/kg
	$C_{Ms} = c_s \cdot (a_1 \cdot f_y^2 + a_2 \cdot h^2 + a_3 \cdot f_y \cdot h + a_4 \cdot f_y + a_5 \cdot h + a_6)$ (€/kg); $a_1 = 1,8783 \times 10^{-4}$ ; $a_2 = 3,0707 \times 10^{-4}$ ; $a_3 = 1,6530 \times 10^{-5}$ ; $a_4 = -3,3288 \times 10^{-3}$ $a_5 = -1,3915 \times 10^{-2}$ ; $a_6 = 1,0630 \times 10^0$ $f_y$ (kN/cm <sup>2</sup> ); $h$ (cm) višina profila
$C_{Ms}$	Cena konstrukcijskega jekla S 235 za standardni prerez HEA 100: $c_s = 1,25$ €/kg
	$C_{Ms} = c_s \cdot (a_1 \cdot f_y^2 + a_2 \cdot h^2 + a_3 \cdot f_y \cdot h + a_4 \cdot f_y + a_5 \cdot h + a_6)$ (€/kg); $a_1 = 2,1982 \times 10^{-4}$ ; $a_2 = 6,2266 \times 10^{-5}$ ; $a_3 = 4,1031 \times 10^{-5}$ ; $a_4 = -5,3682 \times 10^{-3}$ $a_5 = 4,9888 \times 10^{-4}$ ; $a_6 = 9,8361 \times 10^{-1}$ $f_y$ (kN/cm <sup>2</sup> ); $h$ (cm) višina profila
$C_{Mc}$	Cena betona C 20/25: $c_c = 85,00$ €/m <sup>3</sup>
	$C_{Mc} = c_c \cdot (k_1 \cdot f_{ck}^2 + k_2 \cdot f_{ck} + k_3)$ (€/kg); $k_1 = -3,2220 \times 10^{-2}$ ; $k_2 = 4,0571 \times 10^{-1}$ ; $k_3 = 1,8829 \times 10^{-1}$ $f_{ck}$ (kN/cm <sup>2</sup> )
$C_{Mf}$	Materialni strošek prefabriciranih opažnih plošč:
	$C_{Mf} = c_{Mf} \cdot 1/n_{uc} \cdot A_{cs}$ $c_{Mf} = 30,00$ €/m <sup>2</sup> $C_{Mf}$ cena prefabriciranih opažnih plošč; $n_{uc}$ število ciklov uporabe opažnih plošč, od 10 do 100; $n_{uc} = 30$ $A_{cs}$ površina opaža na sovpredni nosilec; $A_{cs} = e \cdot L$ (m <sup>2</sup> )
$C_{Mr}$	Cena armaturnega jekla S 400 0,70 €/kg
$C_{Msc}$	Cena valjčnih moznikov 0,50 €/moznik
$C_{Me}$	Cena elektrod 1,70 €/kg
$C_{Mac}$	Cena antikorozijskega zaščitnega premaza 0,85 €/m <sup>2</sup>
$C_{Mtp}$	Cena protipožarnega zaščitnega premaza R 30 9,00 €/m <sup>2</sup>
$C_{Mtc}$	Cena končnega zaščitnega premaza 0,65 €/m <sup>2</sup>
$C_{Mng}$	Cena naravnega plina 0,50 €/m <sup>3</sup>
$C_{Mox}$	Cena kisika 1,60 €/m <sup>3</sup>
$C_P$	Cena električne energije 0,10 €/kWh
$C_L$	Stroškovna urna postavka delavca 20,00 €/h

<sup>\*</sup>napetost tečenja jekla, <sup>\*\*</sup>tlačna trdnost betona

Preglednica 1 • Stroškovni parametri materiala, energije in dela v optimizacijskem modelu COMBOPT



Slika 4 • Lege plastičnih nevtralnih osi.

karakteristična tlačna trdnost betona,  $\gamma_s$  je delni varnostni faktor za jeklo,  $\gamma_c$  je delni varnostni faktor za beton,  $b_s$  sodelujoča širina betonske pasnice na vsaki strani stojine,  $d$  je debelina armiranobetonske plošče,  $x_p$  je oddaljenost nevtralne osi od zgornjega roba sovprednega prereza: za nevtralno os v armiranobetonski plošči enačba (6a), za nevtralno os v zgornji pasnici I-prereza enačba (6b) in za nevtralno os v stojini I-prereza (6c). Odpornost sovprednega prereza proti strigu opisujejo enačbe od (7) do (9), kjer je

upoštevana nevarnost lokalnega izbočenja zaradi striga.  $V_{Ed,cb}$  predstavlja projektno strižno silo,  $V_{b,Rd,cb}$  je projektna strižna odpornost z upoštevanjem lokalnega izbočenja stojine,  $\chi_v$  je zmanjševalni koeficient strižnega izbočenja,  $t_f$  je debelina pasnice,  $t_w$  je debelina stojine in  $\gamma_{M1}$  je delni faktor odpornosti elementov. Enačbe (10)–(12) predstavljajo strižno odpornost moznikov.  $V_l$  je vzdolžna strižna sila,  $n_{sc}$  je število moznikov,  $P_{rd}$  je projektna strižna nosilnost moznika,  $a$  je koeficient, odvisen

Mejno stanje nosilnosti (MSN)	
- odpornost proti upogibnemu momentu sovprežnega stropnega sistema z I-nosilci:	
$MEd,cb \leq Mpl,Rd,cb$	(2)
$MEd,cb = qEd,cb \cdot L^2 / 8$ kjer je $qEd,cb = (\gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q \cdot e)$	(3)
kadar plastična nevtralna os leži v betonski plošči (glej sliko 4a):	
$(Aa \cdot fy \cdot \gamma_c) / (0.85 \cdot fck \cdot \gamma_a) \leq 2 \cdot be \cdot d$	(4a)
$Mpl,Rd,cb = (h / 2 + d - (Aa \cdot fy \cdot \gamma_c) / (4 \cdot be \cdot 0.85 \cdot fck \cdot \gamma_a)) \cdot Aa \cdot fy / \gamma_a$	(5a)
$xp = (Aa \cdot fy \cdot \gamma_c) / (2 \cdot 0.85 \cdot fck \cdot \gamma_a \cdot be \cdot \gamma_a)$	(6a)
kadar plastična nevtralna os leži v zgornji pasnici I-nosilca (glej sliko 4b):	
$2 \cdot be \cdot d < (Aa \cdot fy \cdot \gamma_c) / (0.85 \cdot fck \cdot \gamma_a) \leq 2 \cdot be \cdot d + 2 \cdot (fy \cdot \gamma_c) / (0.85 \cdot fck \cdot \gamma_a) \cdot bf \cdot ff$	(4b)
$Mpl,Rd,cb = (Aa \cdot (h / 2 + d / 2) - bf \cdot xp \cdot (xp - d)) \cdot fy / \gamma_a$	(5b)
$xp = d + ff + Aa / (2 \cdot fw) - (0.85 \cdot fck \cdot \gamma_a \cdot be \cdot d) / (fw \cdot fy \cdot \gamma_c) - ff \cdot bf / fw$	(6b)
kadar plastična nevtralna os leži v stojini I-nosilca (glej sliko 4c):	
$(fy \cdot \gamma_c) / (0.85 \cdot fck \cdot \gamma_a) \cdot (Aa - 2 \cdot ff \cdot fw) > 2 \cdot be \cdot d$	(4c)
$Mpl,Rd,cb = (Aa \cdot (h / 2 + d / 2) - ff \cdot bf \cdot (d + ff) - fw \cdot (xp - ff - d) \cdot (xp - ff)) \cdot fy / \gamma_a$	(5c)
$xp = d + ff + Aa / (2 \cdot bf) - (0.85 \cdot fck \cdot \gamma_a \cdot be \cdot d) / (bf \cdot fy \cdot \gamma_c)$	(6c)
- odpornost prosti strižni sili sovprežnega stropnega sistema z I-nosilci	
$VEd,cb \leq Vb,Rd,cb$	(7)
$VEd,cb = qEd,cb \cdot L / 2$ kjer je $qEd,cb = (\gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q \cdot e)$	(8)
$Vb,Rd,cb = (\chi_v \cdot fy \cdot (h - 2 \cdot ff) \cdot fw) / (3^{1/2} \cdot \gamma_{M1})$	(9)
- strižna odpornost moznikov	
$VI \leq 1/2 \cdot nsc \cdot PRd$	(10)
$VI = \min \{ Aa \cdot fy / \gamma_a; 2 \cdot be \cdot 0.85 \cdot fck / \gamma_c \}$	(11)
$PRd = \min \{ 0.29 \cdot a \cdot dsc^2 \cdot (fck \cdot Ecm)^{3/2} / \gamma_v; 0.8 \cdot fu \cdot \pi \cdot dsc^2 / (4 \cdot \gamma_v) \}$	(12)
- odpornost armiranobetonske plošče proti upogibnemu momentu	
$MEd,cs \leq Mult,cs$	(13)
$MEd,cs = qEd,cs \cdot e^2 / 16$ kjer je $qEd,cs = (\gamma_g \cdot pc \cdot bcu \cdot d + \gamma_q \cdot q \cdot bcu)$	(14)
$Mult,cs = 0.48 \cdot 0.85 \cdot fck \cdot bcu \cdot xpc^2 / \gamma_c + As \cdot bcu \cdot (d - c - xpc) \cdot fya / \gamma_s$	(15)
Mejno stanje uporabnosti (MSU)	
- kontrola navpičnega upogibka sovprežnega stropnega sistema z I-nosilci	
$\delta_2 \leq L / 300$	(16)
$\delta_2 = 5 \cdot q \cdot e \cdot L^4 / (384 \cdot Ea \cdot Il)$	(17)
$\delta_{max} \leq L / 250$	(18)
$\delta_{max} = \delta_2 + \delta_{cr} + \delta_{sh}$	(19)
$\delta_{cr} = 5 \cdot q \cdot e \cdot L^4 / (384 \cdot Ea \cdot Icr)$	(20)
$\delta_{sh} = Msh \cdot L^2 / (8 \cdot Ea \cdot Ish)$	(21)
- kontrola navpičnega upogibka betonske plošče med I-nosilci	
$\delta \leq L / 250$	(22)
$\delta = \zeta \cdot \delta_{II} + (1 - \zeta) \cdot \delta_I$	(23)
$\zeta = 1 - 0.5 \cdot (\sigma_{sr} / \sigma_s)$	(24)
$\delta_{II} = k \cdot (pc \cdot bcu \cdot d \cdot e^4 / (Ec,eff \cdot Ic) + q \cdot bcu \cdot e^4 / (Ecm \cdot Ic))$	(25)
$\delta_I = k \cdot (pc \cdot bcu \cdot d \cdot e^4 / (Ec,eff \cdot Iu) + q \cdot bcu \cdot e^4 / (Ecm \cdot Iu))$	(26)

Preglednica 2 • Pogoje (ne)enačbe (MSN) in (MSU) v optimizacijskem modelu COMBOPT

od vitkosti moznika,  $d_{sc}$  je premer valjčnega moznika,  $E_{cm}$  je sekantni modul elastičnosti betona,  $f_t$  natezna trdnost jekla,  $\pi$  je Ludolfovo število in  $\gamma_v$  je delni faktor za projektno strižno nosilnost moznika.

Obravnavane enačbe (13)–(15) določajo odpornost armiranobetonske plošče proti upogibnemu momentu, kjer  $M_{Ed,cs}$  in  $M_{ult,cs}$  označujeta projektni upogibni moment in plastično upogibno odpornost prereza armiranobetonske plošče.  $p_c$  je prostorninska teža betona,  $b_{cu}$  je enotska širina betonske

plošče (1m),  $c$  je debelina krovnega sloja betona,  $x_{pc}$  je oddaljenost nevtralne osi od zgornjega roba betonske plošče,  $f_{yd}$  je meja plastičnosti armature,  $\gamma_s$  je delni varnostni faktor za armaturno jeklo.

Pogoje (ne)enačbe mejnega stanja uporabnosti so definirane z enačbami (16)–(26). Navpični upogibki sovprežnega nosilca so preverjeni z enačbami (16)–(21), kjer je  $\delta_2$  upogibek sovprežnega nosilca zaradi spremenljive obtežbe,  $\delta_{max}$  je upogibek sovprežnega

nosilca zaradi celotne obtežbe,  $\delta_{cr}$  je upogibek sovprežnega nosilca zaradi lezenja betona in  $\delta_{sh}$  je upogibek sovprežnega nosilca zaradi krčenja betona.  $M_{sh}$  je upogibni moment zaradi krčenja betona,  $E_a$  je elastični modul konstrukcijskega jekla,  $I$  je idealiziran vztrajnostni moment sovprežnega prereza,  $I_{cr}$  je idealiziran vztrajnostni moment zaradi krčenja betona in  $I_{sh}$  je idealiziran vztrajnostni moment sovprežnega prereza zaradi lezenja betona. Pogoji za navpični upogibek armiranobetonske plošče so prikazani v enačbah (22)–(26), kjer je  $\delta$  upogibek armiranobetonske plošče zaradi celotne obtežbe,  $\delta_I$  je upogibek armiranobetonske plošče zaradi celotne obtežbe pri upoštevanju nerazpokanega prereza in  $\delta_{II}$  je upogibek armiranobetonske plošče zaradi celotne obtežbe pri upoštevanju razpokanega prereza.  $\zeta$  je koeficient porazdelitve,  $\sigma_{sr}$  je napetost v natezni armaturi razpokanega prereza pri obtežnih pogojih nastanka prvih razpok,  $\sigma_s$  je napetost v natezni armaturi pri razpokanem prerezu,  $E_{c,eff}$  je učinkoviti modul elastičnosti betona,  $E_{cm}$  je sekantni modul elastičnosti betona,  $I_u$  je vztrajnostni moment nerazpokane betonske plošče širine 1m,  $I_c$  je vztrajnostni moment razpokane betonske plošče širine 1 m.

### 3.5 Logične pogoje (ne)enačbe

Mešane linearne omejitve  $\mathbf{Py}^e + \mathbf{M}(\mathbf{d}^{mat}) \leq \mathbf{m}$  definirajo diskretne materiale  $\mathbf{d}^{mat}$ . Posamezni diskretni material  $\mathbf{d}^{mat}$  (trdnost betona, napetost tečenja jekla) je definiran kot skalarni produkt med vektorjem  $i$ ,  $i \in I$ , diskretnimi številskimi vrednostmi alternativ materiala  $\mathbf{q} = \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_i\}$  in vektorjem pridruženih binarnih spremenljivk  $\mathbf{y}^{mat} = \{y_1^{mat}, y_2^{mat}, \dots, y_i^{mat}\}$ , enačba (27). Izračunana je natanko ena vrednost standardnega materiala, ker je vsota binarnih spremenljivk enaka 1, glej enačbo (28);

$$\mathbf{d}^{mat} = \sum_{i \in I} q_i y_i^{mat} \quad (27)$$

$$\sum_{i \in I} y_i^{mat} = 1 \quad (28)$$

Mešani linearni pogoji  $\mathbf{Py} + \mathbf{N}(\mathbf{d}^{st}) \leq \mathbf{n}$  definirajo standardne dimenzije  $\mathbf{d}^{st}$ . Posamezna standardna dimenzija  $\mathbf{d}^{st}$  (jekleni I-profil, debeline pločevin) je definirana kot skalarni produkt med vektorjem  $k$ ,  $k \in K$ , alternativ standardnih dimenzij  $\mathbf{q} = \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_k\}$ , in vektorjem pridruženih binarnih spremenljivk  $\mathbf{y}^{st} = \{y_1^{st}, y_2^{st}, y_3^{st}, \dots, y_k^{st}\}$ , glej enačbo (29). Samo ena diskretna vrednost je lahko izbrana za posamezno standardno dimenzijo, ker je vsota vrednosti binarnih spremenljivk enaka 1, enačba (30).

$$d^t = \sum_{k \in K} q_k y_k^t \quad (29)$$

$$\sum_{k \in K} y_k^t = 1 \quad (30)$$

Mešani linearni pogoji  $\mathbf{Py} + \mathbf{K}(\mathbf{d}^t) \leq \mathbf{k}$  definirajo zaokrožene dimenzije  $\mathbf{d}^t$ . Posamezna zaokrožena dimenzija  $d^t$  (debelina

armiranobetonske plošče) je določena kot skalarni produkt med vektorjem  $m$ ,  $m \in M$ , alternativ zaokroženih dimenzij  $\mathbf{q} = \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_m\}$ , in vektorjem pridruženih binarnih spremenljivk  $\mathbf{y}^t = \{y_1^t, y_2^t, y_3^t, \dots, y_m^t\}$ , glej enačbo (31). Samo ena diskretna vrednost je izbrana za posamezno zaokroženo dimenzijo, saj

vsota vrednosti binarnih spremenljivk znaša 1, enačba (32).

$$d^t = \sum_{m \in M} q_m y_m^t \quad (31)$$

$$\sum_{m \in M} y_m^t = 1 \quad (32)$$

dveh zaporednih fazah, kar pospeši konvergenco OA/ER-algoritma oz. omogoči izračun rezultata:

- Iskanje optimalne rešitve sovprežnega stropnega sistema se začne s prvim NLP-jem, kjer so vse spremenljivke zvezne (tudi standardni material, standardne dimenzije in zaokrožene dimenzije). Dobljeni rezultat predstavlja prvo dobro začetno točko za nadaljnje diskretno optimiranje.
- Ko je optimalni rezultat zveznih spremenljivk dosežen, se v drugi fazi standardni materiali, standardne in zaokrožene dimenzije vzpostavijo v izračun. Sočasno diskretno optimiranje stroškov, standardnih materialov, standardnih in zaokroženih dimenzij se nadaljuje, vse dokler ni dosežen optimalen rezultat.

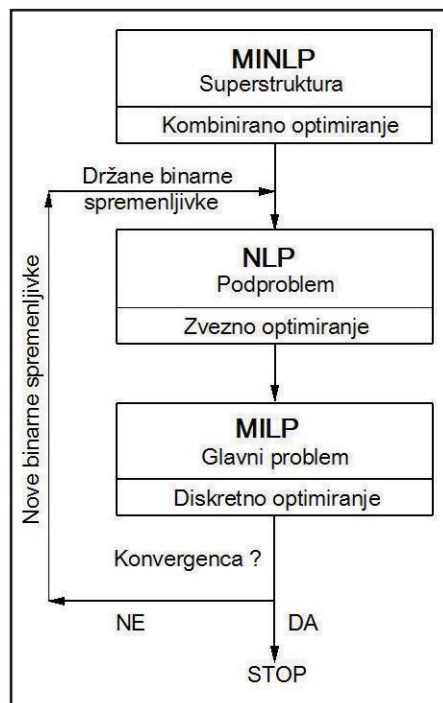
Čeprav so pri uporabi povezane dvofazne MINLP-strategije binarne spremenljivke definirane v enem samem nizu, so v prvi fazi deaktivirane. Binarne spremenljivke alternativ standardnih materialov, standardnih in zaokroženih dimenzij tedaj začasno deaktiviramo (postavimo na vrednost nič). Te binarne spremenljivke aktiviramo v drugi fazi. Isto velja za logične pogoje (ne)enačbe diskretnih spremenljivk materialov, standardnih in zaokroženih dimenzij. Te so v prvi fazi izključene iz modela, v drugi fazi pa vključene v optimiranje. Inicializacijo vhodnih podatkov in spremenljivk izvedemo samo enkrat na začetku. Omenjena povezana dvofazna strategija zagotavlja rešitev globalnega optimuma za konveksne in kvazikonveksne optimizacijske probleme.

I-prereze, standardne IPE- in standardne HEA-prereze s tremi različnimi legami nevtralnimi osi: a) v armiranobetonski plošči, b) v zgornji pasnici jeklenega I-prereza in c) v stojini jeklenega I-prereza.

Namen optimiranja je pridobiti optimalni trdnostni razred betona, optimalno konstrukcijsko jeklo, standardne prereze jeklenih I-nosilcev, standardne prereze armaturnih mrež, razmik med I-nosilci in debelino armiranobetonske plošče pri minimalnih lastnih izdelavnih stroških konstrukcije.

## 4 • MINLP-OPTIMIRANJE

Diskretno MINLP-optimiranje sovprežnega stropnega sistema je izvedeno z modificiranim algoritmom zunanje aproksimacije s sprostitvijo enačb (Modified OA/ER), Kravanja in Grossmann (Kravanja Z., 1994). Modificirani OA/ER-algoritem izmenično rešuje zaporedje optimizacijskih podproblemov nelinearnega programiranja (NLP) in glavnih problemov mešanega celoštevilskega linearnega programiranja (MILP), glej sliko 5. Reševanje posameznega NLP-podproblema predstavlja optimiranje zveznih parametrov sovprežnega stropnega sistema pri držanih, standardnih materialih, standardnih dimenzijah in zaokroženih dimenzijah (pri držanih 0–1 binarnih spremenljivk, izračunanih v prejšnjem MILP) in daje trenutno zgornjo mejo namenski funkciji, ki jo minimiramo. Rešitev posameznega glavnega problema MILP pomeni spodnjo mejo namenski funkciji. MILP vsebuje globalno linearno aproksimacijo superstrukturnih alternativ in identificira nove standardne materiale, nove standardne dimenzije in nove zaokrožene dimenzije (nove 0–1 spremenljivke), tako da spodnja meja ne preseže najboljše zgornje meje. Izmenično reševanje zaporedja NLP-podproblemov in glavnih problemov MILP se pri konveksnih problemih ustavi, ko napovedana spodnja meja preseže najboljše zgornjo mejo. Nekonveksni problemi so izračunani, kadar se vrednost NLP-podproblemov več ne izboljšuje. OA/ER-algoritem zagotavlja za konveksne in kvazikonveksne



Slika 5 • Koraki OA/ER-algoritma.

optimizacijske probleme rešitev globalnega optimuma.

Pri obsežnih nekonveksnih in nelinearnih MINLP-problemi z velikim številom diskretnih odločitev je v splošnem zelo težko doseči optimalno rešitev. Zato uporabimo dvofazno MINLP-strategijo, kjer opravimo optimiranje v

## 5 • RAČUNSKI PRIMER

V računskem primeru predstavljamo sočasno optimiranje stroškov, standardnih materialov, standardnih dimenzij in zaokroženih dimenzij prostoležečega sovprežnega stropnega sistema. Obravnavani sovprežni stropni sistem ima razpon 15 m in je obtežen z lastno težo in enakomerno zvezno spremenljivo obtežbo 4 kN/m<sup>2</sup>, glej sliko 6. Sovprežni stropni sis-

tem sestavlja armiranobetonska plošča, ki je preko valjčnih moznikov povezana z jeklenimi I-nosilci. Premer valjčnih moznikov je 19 mm. Za optimizacijo sovprežnega stropnega sistema smo razvili 18 različnih MINLP optimizacijskih modelov COMBOPT. V prispevku predstavljamo optimizacijo plastične odpornosti sovprežnega stropnega sistema za varjene

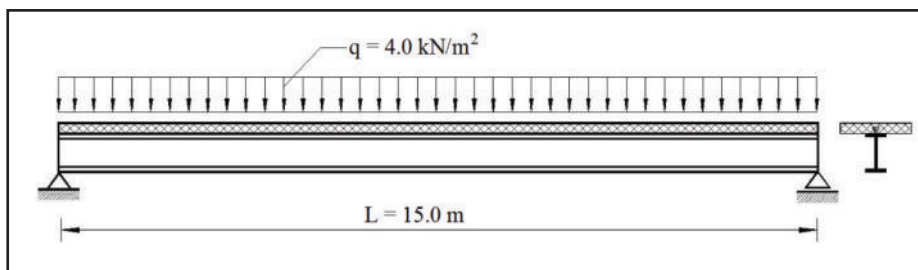
V primeru varjenih jeklenih I-prerezov superstrukturo sovprežnega stropnega sistema predstavlja množica različnih materialnih/dimenzijskih alternativ, dobljenih s kombinacijo:

- 3 različna ( $m_{ij}$ ) konstrukcijska jekla (S 235, S 275, S 355),  $m_{ij} \in M_{ij}$ ,  $M_{ij} = \{1, 2, 3\}$ ;
- 7 različnih ( $m_{ck}$ ) trdnostnih razredov betona (C20/25, C25/30, C30/37, C35/45, C40/50, C45/55, C50/60),  $m_{ck} \in M_{ck}$ ,  $M_{ck} = \{1, 2, 3, \dots, 7\}$ ;
- 9 različnih ( $s_{if}$ ) jeklenih standardnih debelin pločevin za pasnico (od 8 do 40 mm),  $s_{if} \in S_{if}$ ,  $S_{if} = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ;
- 9 različnih ( $s_{iw}$ ) jeklenih standardnih debelin pločevin za stojino (od 8 do 40 mm),  $s_{iw} \in S_{iw}$ ,  $S_{iw} = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ;
- 25 različnih ( $s_{mreža}$ ) standardnih armaturnih mrež za armiranobetonsko ploščo (od R188 do 5xR524),  $s_{mreža} \in S_{mreža}$ ,  $S_{mreža} = \{1, 2, 3, \dots, 25\}$  in
- 27 možnosti ( $r_d$ ) zaokroženih dimenzij debeline armiranobetonske plošče na okrogli centimeter (od 4 do 30 cm),  $r_d \in R_d$ ,  $R_d = \{1, 2, 3, \dots, 27\}$ .

V tem primeru je število definiranih diskretnih binarnih spremenljivk  $m_{ij} + m_{ck} + s_{if} + s_{iw} + s_{mreža} + r_d = 3 + 7 + 9 + 9 + 25 + 27 = 80$ , medtem ko superstruktura vsebuje  $m_{ij} \cdot m_{ck} \cdot s_{if} \cdot s_{iw} \cdot s_{mreža} \cdot r_d = 3 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 25 \cdot 27 = 1,1481 \cdot 10^6$  možnih rešitev diskretnih spremenljivk.

Za sovprežni stropni sistem, sestavljen iz varjenih I-prerezov, je bil uporabljen MINLP optimizacijski model COMBOPT. Model vsebuje podrobno stroškovno namensko funkcijo, ki zajema lastne izdelavne stroške konstrukcije (stroške materiala, energije in stroške dela). Optimiranje je bilo izvedeno s programskim paketom MIPSYN ((Kravanja S., 2003), (Kravanja Z., 2010)), ki je bil izpeljan iz programa PROSYN (Kravanja Z., 1994). Reševanje MINLP-problema sovprežnega stropnega sistema je bilo izvedeno z dvofaznim optimiranjem in z modificiranim OA/ER-algoritmom zunanje aproksimacije s sprostitvijo enačb. Za reševanje NLP-podproblemov je bil uporabljen program GAMS/CONOPT2 (Drudd, 1994) (splošna metoda reduciranih gradientov), za reševanje glavnih problemov MILP pa GAMS/Cplex 7.0 (Cplex, 2016) (metoda vejanja in omejevanja).

Najboljši rezultat sovprežnega stropnega sistema iz varjenih I-prerezov je dobljen, ko leži nevtralna os v armiranobetonski plošči, glej preglednico 3. Optimalni lastni izdelavni stroški znašajo 69,20 € na m<sup>2</sup> površine stropnega sistema. Poleg optimalnih lastnih izdelavnih stroškov so pridobljeni še optimalni trdnostni razred betona C 20/25, optimalni



Slika 6 • Obravnavani sovprežni stropni sistem.

	a)	b)	c)	opis vrednosti
Varjeni I-prerez	69,20	78,63	86,28	cena (€/m <sup>2</sup> )
	17 C20/25	9 C20/25	8 C20/25	d (cm) beton (MPa)
	787/8	653/8	624/10	h <sub>w</sub> (mm) / t <sub>w</sub> (mm)
	120/8	120/8	120/8	b <sub>i</sub> (mm) / t <sub>i</sub> (mm)
	4,105 S355	2,433 S355	2,420 S355	e (m) jeklo (MPa)
IPE	90,24	97,21	113,27	cena (€/m <sup>2</sup> )
	10 C50/60	13 C20/25	7 C20/25	d (cm) beton (MPa)
	550 S235	550 S355	500 S355	IPE jeklo (MPa)
	3,459	3,200	2,061	e (m)
	104,01	113,88	148,97	cena (€/m <sup>2</sup> )
HEA	12 C50/60	12 C20/25	6 C20/25	d (cm) beton (MPa)
	500 S235	500 S235	400 S275	HEA jeklo (MPa)
	4,059	3,421	1,788	e (m)

Nevtralna os leži v: a) armiranobetonski plošči, b) zgornji pasnici jeklenega prereza c) stojini jeklenega prereza.

Preglednica 3 • Optimalni rezultati sovprežnega stropnega sistema z I-nosilicistem.

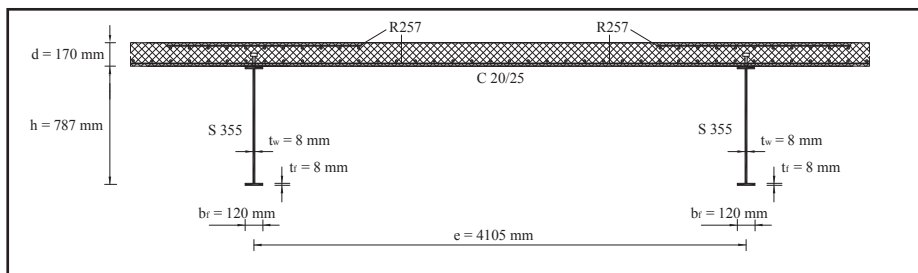
trdnostni razred konstrukcijskega jekla S 355, optimalna medsebojna razdalja med nosilci 4,105 m, optimalna višina jeklenega I-prereza 787 mm, debelina stojine 8 mm, širina pasnic 120 mm, debelina pasnic 8 mm, optimalna debelina armiranobetonske plošče 17 cm in optimalna armaturna mreža R257. Optimalni rezultati so prikazani na sliki 7. Iz preglednice 3 je razvidno, da so optimalni stroški, ko je lega nevtralne osi v zgornji pasnici jeklenega I-prereza, za 14 % višji, in ko je lega nevtralne osi v stojini I-prereza, za 25 % višji kot pri nevtralni osi v armiranobetonski plošči.

Naslednji primer opisuje superstrukturo sovprežnega stropnega sistema, sestavljenega iz jeklenih standardnih IPE-prerezov:

- 3 različna ( $m_{ij}$ ) konstrukcijska jekla (S 235, S 275, S 355),  $m_{ij} \in M_{ij}$ ,  $M_{ij} = \{1, 2, 3\}$ ;

- 7 različnih ( $m_{ck}$ ) trdnostnih razredov betona (C20/25, C25/30, C30/37, C35/45, C40/50, C45/55, C50/60),  $m_{ck} \in M_{ck}$ ,  $M_{ck} = \{1, 2, 3, \dots, 7\}$ ;
- 18 različnih ( $s_{IPE}$ ) jeklenih standardnih IPE-prerezov (od IPE 80 do IPE 600),  $s_{IPE} \in S_{IPE}$ ,  $S_{IPE} = \{1, 2, 3, \dots, 18\}$ ;
- 25 različnih ( $s_{mreža}$ ) standardnih armaturnih mrež za armiranobetonsko ploščo (od R188 do 5xR524),  $s_{mreža} \in S_{mreža}$ ,  $S_{mreža} = \{1, 2, 3, \dots, 25\}$  in
- 27 možnosti ( $r_d$ ) zaokroženih dimenzij debeline armiranobetonske plošče na okrogli centimeter (od 4 do 30 cm),  $r_d \in R_d$ ,  $R_d = \{1, 2, 3, \dots, 27\}$ .

V tem primeru je število definiranih diskretnih binarnih spremenljivk  $m_{ij} + m_{ck} + s_{IPE} + s_{mreža} + r_d = 3 + 7 + 18 + 25 + 27 = 80$ , medtem ko superstruk-



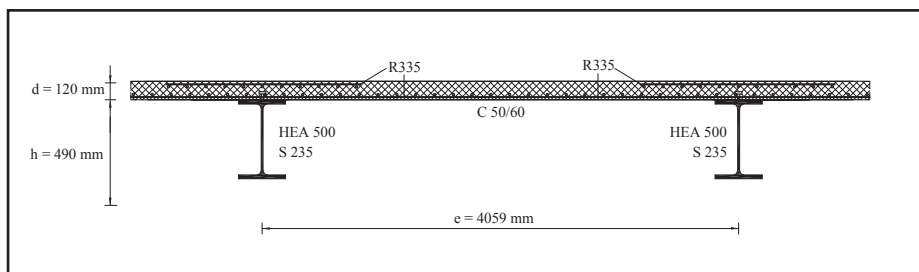
Slika 7 • Optimalni prerez sovprežnega stropnega sistema, sestavljenega iz varjenih I-prerezov.



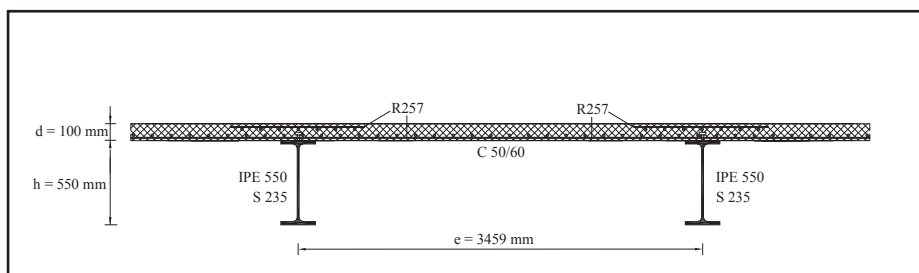
tura vsebuje  $m_{fy} \cdot m_{ck} \cdot S_{IPE} \cdot S_{mesh} \cdot r_d = 3 \cdot 7 \cdot 18 \cdot 25 \cdot 27 = 2,5515 \cdot 10^5$  možnih rešitev diskretnih spremenljivk. Za optimiranje je bil uporabljen MINLP optimizacijski model COMBOPT. Model vsebuje podrobno stroškovno namensko funkcijo, glej enačbo (1).

Pri optimizaciji stropnega sistema, sestavljenega iz IPE-profilov, je dobljen najboljši rezultat, ko je lega nevtralne osi v armiranobetonski plošči, glej preglednico 3. Optimalni lastni izdelavni stroški so 90,24 € na m<sup>2</sup> površine stropnega sistema. Najboljši rezultat še vsebuje: optimalni trdnostni razred betona C 50/60, optimalni trdnostni razred konstrukcijskega jekla S 235, optimalno medsebojno razdaljo med nosilci 3,459 m, optimalni prerez IPE 550, optimalno debelino armiranobetonske plošče 10 cm in optimalno armaturno mrežo R257, glej sliko 8. V primerjavi z lego nevtralne osi v armiranobetonski plošči so lastni izdelavni stroški višji za 8 %, ko je lega nevtralne osi v zgornji pasnici IPE-profila, in za 25 %, ko je lega nevtralne osi v stojini IPE-profila.

Superstruktura sovprežnega stropnega sistema, ki ga sestavljajo jekleni standardni HEA-profil, pa se razlikuje od superstrukture IPE-prerezov po mešanem izboru ( $S_{HEA}$ ) standardnih HEA-prerezov (od HEA 100 do HEA 1000),  $S_{HEA} \in S_{HEA}$ ,  $S_{HEA} = \{1, 2, 3, \dots, 24\}$ . Število definiranih diskretnih binarnih spremenljivk je tako  $m_{fy} + m_{ck} + S_{HEA} + S_{mesh} + r_d = 3 + 7 + 24 + 25 + 27 = 86$ . Superstruktura vsebuje  $m_{fy} \cdot m_{ck} \cdot S_{HEA} \cdot S_{mesh} \cdot r_d = 3 \cdot 7 \cdot 24 \cdot 25 \cdot 27 = 3,4020 \cdot 10^5$  možnih rešitev diskretnih spremenljivk. Uporabljen je bil MINLP optimizacijski model COMBOPT sovprežnega stropnega sistema s standardnimi HEA-prerezi. Definirana je podrobna stroškovna namenska funkcija. Tudi pri optimizaciji sovprežnega stropnega sistema, sestavljenega iz HEA-prerezov, je



Slika 8 • Optimalni prerez sovprežnega stropnega sistema, sestavljenega iz IPE-prerezov.



Slika 9 • Optimalni prerez sovprežnega stropnega sistema, sestavljenega iz HEA-prerezov.

dobljen najboljši rezultati, ko nevtralna os leži v armiranobetonski plošči, glej preglednico 3. Optimalni rezultati so lastni izdelavni stroški 104,01 €/m<sup>2</sup>, trdnostni razred betona C 50/60, trdnostni razred konstrukcijskega jekla S 235, medsebojna razdalja med nosilci 4,059 m, prerez HEA 500, debelina armiranobetonske plošče 12 cm in armaturno mrežo R335, glej sliko 9. Dobljeni rezultat daje za 50 % višje stroške v primerjavi z varjenimi I-prerezi, kar je najcenejši sovprežni stropni sistem. Sovprežni stropni sistem, sestavljen iz HEA-profilov in lege nevtralne osi v armiranobetonski plošči je cenejši za 9 %, ko je lega nevtralne osi v zgornji pasnici HEA-profila, in za 43 %, ko je lega nevtralne osi v stojini HEA-profila.

Iz prikazanih primerov je razvidno, da je najcenejši sovprežni stropni sistem sestavljen iz varjenih I-prerezov, sledi mu stropni sistem, sestavljen iz IPE-profilov, medtem ko je najdražji sovprežni stropni sistem sestavljen iz HEA-profilov. Podrobna analiza konkurenčnosti sovprežnih stropnih sistemov, sestavljenih iz I-nosilcev, je predstavljena v članku Kravanja idr. (Kravanja S., 2017), kjer je ugotovljeno, da so varjeni profili optimalni pri razponih, večjih od 11 m. Pri stroškovni optimizaciji obravnavanih sovprežnih konstrukcij smo pokazali, da lega nevtralnih osi vpliva na ceno. Izkazalo se je, da je cena sovprežne konstrukcije najnižja, ko je lega nevtralne osi v armiranobetonski plošči.

## 6 • SKLEP

V članku smo predstavili stroškovno optimiranje sovprežnega stropnega sistema, sestavljenega iz armiranobetonske plošče in jeklenih I-nosilcev. Optimiranje je bilo izvedeno z mešanim celoštevilskim nelinearnim programiranjem (MINLP). Razvili smo

različne optimizacijske modele za ugotavljanje konkurenčnosti sovprežnih stropnih sistemov, sestavljenih iz jeklenih nosilcev z varjenimi I-prerezi, standardnimi vročevaljanimi IPE- in HEA-prerezi. Optimizacijski modeli obravnavajo plastično upogibno odpornost

sovprežnega prereza in tri različne lege nevtralnih osi: v armiranobetonski plošči, zgornji pasnici jeklenega I-prereza in stojini jeklenega I-prereza. Na koncu prispevka smo z računskimi primeri pokazali, da je z MINLP mogoče izračunati optimalni dizajn stroškovno najugodnejšega sovprežnega stropnega sistema za podana razpon in obtežbo.

## 7 • LITERATURA

- Adeli, H., Kim, H., Cost optimization of welded of composite floors using neural dynamics model, *Commun Numer. Methods Eng.*, 17(11), 771–787, 2001.
- Brooke A., Kendrick D. and Meeraus A., *GAMS - A User's Guide*, Scientific Press, Redwood City, CA, 1988.
- CPLEX User Notes, ILOG inc, 2016.
- Drudd, A.S., CONOPT – A Large-Scale GRG Code, *ORSA J. Comput.*, 6(2), 207–216, 1994.
- Eurocode 1, Actions on structures, European Committee for Standardization, Brussels, 2002.
- Eurocode 2, Design of concrete structures, European Committee for Standardization, Brussels, 2004.
- Eurocode 3, Design of steel structures, European Committee for Standardization, Brussels, 2005.
- Eurocode 4, Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, European Committee for Standardization, Brussels, 2004.
- Kaveh A., Ahangaran M., Discrete Cost Optimization of Composite Floor System Using Social Harmony Search Model, *Applied Soft Computing*, No. 1, 12, 372–381, 2012.
- Klanšek, U., Kravanja, S., Cost estimation, optimization and competitiveness of different composite floor systems, Part 1: Self-manufacturing cost estimation of composite and steel structures, *J Construct Steel Res.*, 62(5), 434–448, 2006a.
- Klanšek, U., Kravanja, S., Cost estimation, optimization and competitiveness of different composite floor systems, Part 2: Optimization based competitiveness between the composite I beams, channel-section and hollow-section trusses, *J Construct Steel Res.*, 62(5), 449–462, 2006b.
- Kravanja, S., Kravanja, Z., Bedenik, B. S., The MINLP optimization approach to structural synthesis. Part I: A general view on simultaneous topology and parameter optimization, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 43(2), 263–292, 1998a.
- Kravanja, S., Kravanja, Z., Bedenik, B. S., The MINLP optimization approach to structural synthesis. Part II: Simultaneous topology, parameter and standard dimension optimization by the use of the Linked two-phase MINLP strategy, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 43(2), 293–328, 1998b.
- Kravanja, S., Soršak, A., Kravanja, Z., Efficient multilevel MINLP strategies for solving large combinatorial problems in engineering, *Optimization and engineering*, 4(1), 97–151, 2003.
- Kravanja, S., Šilih, S., Optimization based comparison between composite I beams and composite trusses, *J Construct Steel Res.*, 59(5), 609–625, 2003.
- Kravanja, S., Žula, T., Klanšek, U., Multi-parametric MINLP optimization study of a composite I beam floor system, *Engineering structures*, 130, 316–335, 2017.
- Kravanja, Z., Grossmann, I. E., New Developments and Capabilities in PROSYN, An Automated Topology and Parameter Process Synthesizer, *Computers & Chemical Engineering*, 18(11-12), 1097–1114, 1994.
- Kravanja, Z., Challenges in sustainable integrated process synthesis and the capabilities of an MINLP process synthesizer MipSyn, *Comput. chem. eng.*, 34(11), 1831–1848, 2010.
- Poitras, G., Lefrançois, G., Cormier, G., Optimization of steel floor systems using particle swarm optimization, *J Construct Steel Res.*, 67(8), 1225–1231, 2011.
- Senouci A. B., Al-Ansari M.S., Cost optimization of composite beams using genetic algorithms, *Advances in Engineering Software*, 40, 1112–1118, 2009.
- Žula, T., Kravanja, S., Klanšek, U., MINLP optimization of a composite I beam floor system, *Steel and composite structures*, 22(5), 1163–1192, 2016.