



PRESEK

- UREJENA LEPOTA RASTLIN – FILOTAKSA IN FIBONACCIJEVA ŠTEVILA
- SLUH
- KAKO SO UGOTOVILI NATANČNO OBLIKO IN VELIKOST ZEMLJE
- VIZUALNA KRIPTOGRAFIJA – ŠUM SKRIVNOSTI



Cenjeni bralci!



→ Pred vami je posebna, jubilejna izdaja revije *Presek*. Vsebinsko zrcali vsebino zadnjega desetletja. Z njo obeležujemo štiridesetletnico izhajanja revije. Ob tej priložnosti je *Presek* prejel prestižno priznanje Slovenske znanstvene fundacije: *Prometej znanosti za odličnost v komuniciranju*. *Presekova* zgodba se je začela pred 40. leti na občnem zboru Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije v Murski Soboti, na katerega je skupina mladih navdušencev prinesla prvo in edino številko lista z imenom *praPresek*. V *praPreseku* so bili zapisi z matematičnih in fizikalnih tekmovanj v letu 1971, dodan je bil matematični, fizikalni in astronomski članek, pa rubrike Premisli in reši, Bolj za šalo kot zares in Bistroidec. Sčasoma se je vsebina razširila tudi na računalništvo in v štiridesetih letih je *Presek* našel svoje ugledno mesto v slovenski strokovni literaturi za mlade.

Presek je fenomen v svetovni naravoslovni periodiki za mlade. Že od začetka žanje občudovanje v mednarodni skupnosti. Zato se s ponosom in brez lažne skromnosti lahko veselimo podeljenega priznanja. Doslej je izšlo že okrog 220 števil *Preseka*. Na spletni strani PRESEK.SI so kazala vsebin dosedanjih *Presekov* in ponatisi večine člankov. Iz njih lahko razberete, kako velikemu številu ljudi gre zasluga za priznanje. Ne gre prezreti skrbnega lektoriranja in kakovostnega tehničnega dela. Vsi, ki so sodelovali tako ali drugače, zaslužijo našo pohvalo in zahvalo.

SLIKA.

Slika s podelitve priznanja. Od leve: Aleš Mohorič, Tomaž Skulj, Marija Vencelj, Edvard Kramar in Peter Petek.



Presek

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje letnik 40, šolsko leto 2012/2013, številka 6

Uredniški odbor: Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Mojca Čepič, Mirko Dobovišek, Vilko Domajnko, Bojan Golli, Andrej Guštin (astronomija), Marjan Jerman (matematika), Martin Juvan, Maja Klavžar, Damjan Kobal, Lucijana Kračun Berc (tekmovanja), Peter Legiša (glavni urednik), Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Aleš Mohorič (odgovorni urednik), Marko Razpet, Andrej Taranenko (računalništvo), Marija Vencelj, Matjaž Vencelj, Matjaž Zaveršnik.

Dopisi in naročnine: DMFA-založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana, telefon (01) 4766 553, 4232 460, telefaks (01) 4232 460, 2517 281.

Internet: www.presek.si

Elektronska pošta: presek@dmfa.si

Naročnina za šolsko leto 2012/2013 je za posamezne naročnike 16,69 EUR – posamezno naročilo velja do preklica, za skupinska naročila učencev šol 14,61 EUR, posamezna številka 3,76 EUR, dvojna številka 6,89 EUR, stara številka 2,71 EUR, letna naročnina za tujino pa znaša 25 EUR.

Transakcijski račun: 03100-1000018787.

Devizna nakazila: SKB banka d.d. Ljubljana, Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana, SWIFT (BIC): SKBAS12X, IBAN: SI56 0310 0100 0018 787.

Založilo DMFA-založništvo

Tehnična urednica Tadeja Šekoranja

Oblikovanje in ilustracija Polona Šterk Košir

Tisk Tiskarna Pleško, Ljubljana

Naklada 1400 izvodov

© 2013 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije - 1896

Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

Poštmina plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevi naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učencem višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Slike v elektronski obliki morajo biti visoke kakovosti (jpeg, tiff, eps, ...), velikosti vsaj 8 cm pri ločljivosti 300 dpi. V primeru slabše kakovosti se slika primerno pomanjša ali ne objavi. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželena velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku na naslov uredništva DMFA-založništvo, Uredništvo revije *Presek*, p. p. 2964, 1001 Ljubljana ali na naslov elektronske pošte presek@dmfa.si.

Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem uredništvo prosi avtorja za izvorno datoteko. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

Kazalo

UVODNIK

- 2** Cenjeni bralci!

MATEMATIKA

- 4-8** Urejena lepota rastlin – Filotaksa in Fibonaccijeva števila
(*Marija Vencelj*)

FIZIKA

- 9-12** Sluh
(*Janez Strnad*)
- 12-15,18** Uho
(*Andrej Likar*)
- 18-20** Razmisli in poskusi – Pregled vprašanj in nalog
(*Mitja Rosina*)
- 20-21** Poizkuševalnica in poizkuševalci
(*Mojca Čepič*)

ASTRONOMIJA

- 22-25** Kako so ugotovili natančno obliko in velikost Zemlje
(*Marijan Prosen*)

RAČUNALNIŠTVO

- 26-30** Vizualna kriptografija – Šum skrivnosti
(*Martin Pečar*)

RAZVEDRILO

- 31** Naravoslovna fotografija – Pregled prispevkov
(*Aleš Mohorič*)
- 16-17** Nagradna križanka
(*Marko Bokalič*)
- 25** Rešitev nagradne križanke Presek 40/5
(*Marko Bokalič*)

TEKMOVANJA

- priloga** Naloge z regijskega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2011/12
- priloga** Naloge z državnega fizikalnega tekmovanja srednješolcev Slovenije v šolskem letu 2011/12
- priloga** 32. tekmovanje iz fizike za srebrno Stefanovo priznanje

SLIKA NA NASLOVNICI: Z leti se nabere veliko številčk. Presek se lahko pohvali s pestro in bogato vsebino.



SLIKA 3.



SLIKA 4.

tudi matematična knjižnica Fakultete za matematiko in fiziko v Ljubljani.

Filotaksa

V nadaljevanju si bomo podrobneje ogledali posebno značilnost nekaterih rastlin, poznano pod imenom **filotaksa**. Dobesedni prevod besede je urejenost listov, vendar pod njo razumemo tako pravilno urejenost listov na veji kot urejenost lusk na storžu ali cvetov v cvetnem košku.

Če vzamemo v roke lipovo vejico (slika 7) in sledimo njenim listom od začetka do konca vejice, vidimo, da izraščajo listi izmenično na nasprotnih straneh vejice. Podobno razporeditev listov lahko opazimo še pri nekaterih drugih rastlinah, npr. pri brestu ali lovorikovcu. Koti med zaporednimi listi na vejici (natančneje, med mesti, kjer listi izraščajo) so med seboj enaki, merijo 180° , to je $\frac{1}{2}$ **polnega obrata**. Pri pokonci postavljeni vejici lahko tudi rečemo, da moramo od danega lista **enkrat** (po vijačnici) obiti vejico, da pridemo do prvega naslednjega lista, ki izrašča navpično nad njim. Pri tem pridobimo vzdolž veje **dva** lista. Pravimo, da imajo take rastline polovično filotakso (filotakso $\frac{1}{2}$).

SLIKA 2.

PIERIS (zgoraj) in RODODENDRON (spodaj) imata filotakso $3/8$

vejša je samopodobnost rastlin, to je lastnost, da je posamezen kos geometrijsko podoben celoti. Tako so včasih lističi peresasto deljenega lista še enkrat razrezani na manjše lističe, pri čemer je del lista na naslednji stopnji enake oblike kot ves list. Tako je npr. praprot. S tema dvema vprašanjema se ukvarja zanimiva knjiga *The Algorithmic Beauty of Plants* P. Prusinkiewicza in A. Lindenmayerja (Springer-Verlag, New York, 1990).

Knjiga uspešno povezuje biologijo z matematiko in računalništvom. Primerjava pravih rastlin z računalniško narisanimi modeli je v veliko pomoč pri presoji, kako dobri so modeli. Lahko pa bi tudi rekli, da gre za povezavo med znanostjo in umetnostjo. Iz knjige vam predstavljamo računalniško narisane javor (slika 3) in cvet sončnice (slika 4). V knjigi sta sliki barvni in zato še prepričljivejši. Knjigo hrani



Pri bukvi, leski, ognjenem trnu (slika 7) ali oslezu potrebujemo za prehod od enega lista k naslednjemu zasuk za tretjino polnega obrata. Govorimo o filotaksi $\frac{1}{3}$.

Marelica ima filotakso $\frac{2}{5}$, torej je kot med dvema zaporednima listoma enak $\frac{2}{5} \cdot 360^\circ = 144^\circ$. To pomeni, da moramo **dvakrat** okrog veje, da pridemo do lista, ki prvi po vrsti izrašča natanko nad izbranim. To se zgodi pri **petem listu**. Tako filotakso imata tudi hrast in krvenka (slika 7).

Nadalje imajo topol in hruška ter okrasna grma rododendron in pieris (slika 2) filotakso $\frac{3}{8}$, vrba in mandelj filotakso $\frac{5}{13}$.

Vidimo, da so števcvi in imenovalci ulomkov, s katerimi se izraža filotaksa, Fibonaccijeva števila

- 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

Posamezna filotaksa je kvocient dveh Fibonaccijevih števil $\frac{f_{k-1}}{f_{k+1}}$, katerih vrstni indeks v Fibonaccijevem zaporedju se razlikuje za 2. Enako dobro bi lahko uporabili pare zaporednih Fibonaccijevih števil. Matematik takoj vidi, da je negativnemu zasuku za $\frac{3}{8}$ polnega obrata enakovreden pozitivni zasuk za $\frac{5}{8}$ polnega obrata. V splošnem preide na ta način f_{k-1}/f_{k+1} v f_k/f_{k+1} . Toda filotakso so seveda definirali botaniki. (Najnujnejše o Fibonaccijevih številih in zlatem razmerju najdete na koncu članka.)

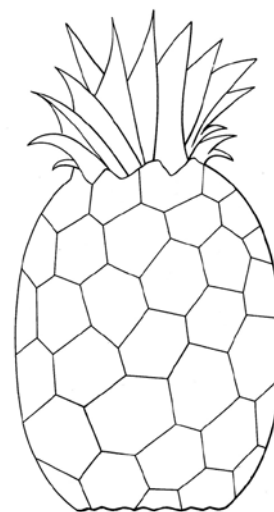
Drugačen tip filotakse srečamo pri urejenosti cevastih cvetov nekaterih košaric, npr. socvetja v sredini koška sončnice ali marjetice, pri urejenosti ananasovih lusk ali lusk storža jelke in pinije. Tu so cvetovi oz. luske urejeni v spiralastih ali vretenastih zavojih.

Pri cvetu marjetke in ivanjščice (slika 1) lahko sledimo, gledano iz centra glavnice, 34-im spiralam v negativni smeri in 21-im spiralam v pozitivni smeri. Pri manjših sončnicah je v dveh smereh razločno vidnih 34 oziroma 55 spiral, pri večjih tja do 89 in 144 ali celo 144 in 233 pri nekaterih posebnih vrstah, ki imajo v košku tudi preko 2000 cvetov. Pri računalniško narisani sončnici na sliki 4 poteka 34 spiral v negativni smeri in 55 v pozitivni smeri.

Štirikotne luske storža pinije (slika 7) so urejene v treh polžastih spiralah. Proti levi se od osnove rahlo dvigajo tri, nekoliko bolj strmih je pet spiral, ki so usmerjene v desno, osem najbolj strmih spiral pa spet poteka v levo. Posebno razločni so zavoji pri ananasu (slika 5), katerega bolj ali manj šestko-

tne luske so vidno urejene v vijačnice, ki potekajo v treh različnih smereh. Opazimo lahko pet vzporednih vrst, ki vodijo v desno položno navzgor, osem vrst gre nekoliko bolj strmo levo navzgor, 13 vrst pa se strmo ovija desno navzgor. (Včasih so smeri ustrezno zamenjane.)

Vidimo, da se tudi pri tem tipu filotakse pojavljajo samo Fibonaccijeva števila.



SLIKA 5.

Lista smo imenovali zaporedna, če med njima, vzdolž vejice, ne izrašča noben drug list. Govorimo tudi o zaporedju listov na vejici, pri čemer jih navadno številčimo od osnove vejice proti njenemu koncu. Tudi cevaste cvetove košaric ali luske storžev lahko postavimo v zaporedje, glede na njihovo oddaljenost od osnove, čeprav so posebej pri glavicah košaric te razdalje izredno majhne. Koti med zaporednimi listi, cvetovi ali luskami so pri večini rastlin natanko določeni, odvisni so le od rastline oz. njene filotakse. Na fotografijah, ki smo jih posneli za Presek, tega razumljivo ne moremo razločno opazovati, v naravi pa je snovi za opazovanje dovolj.

Koti, ki pripadajo posameznim vrednostim filotakse, so enaki $f_{k-1}/f_{k+1} \cdot 360^\circ$, $k = 2, 3, 4, \dots$. To so zapored koti:

- $180^\circ, 120^\circ, 144^\circ, 135^\circ, 138.5^\circ, 137.1^\circ, \dots$

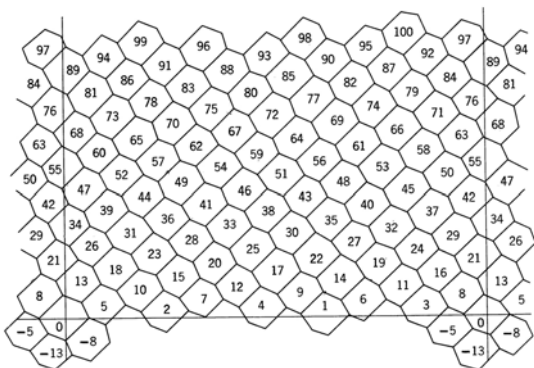
Ker zaporedje kvocientov $\frac{f_{k+1}}{f_k}$ zaporednih Fibonaccijevih števil konvergira k razmerju zlatega reza $\tau = 1,6180339\dots$, konvergira zaporedje filotaks k vrednosti $1 - \tau^{-1} = 0,3819660\dots$ in z njim zgornje za-

poredje kotov proti

$$\blacksquare (1 - \tau^{-1}) \cdot 360^\circ = 0,3819660 \cdot 360^\circ = 137,5^\circ.$$

Ta kot imenujemo tudi Fibonaccijev kot.

Zanimivo povezavo med posameznimi vrednostmi filotakse najdemo v knjigi Introduction to geometry H. S. M. Coxeterja, od koder je tudi slika 6. Na sliki je prikazano površje ananasa kot plašč pokončnega krožnega valja, razgrnjenega v ravnino. Šestkotne luske so oštevilčene v vrstnem redu glede na njihovo oddaljenost od vodoravne osnove. Da se videti, da je kot med zaporednima luskama Fibonaccijev kot. Luska 0 ima za sosede luske z oznakami 5, 13 in 8, ki določajo vidne smeri v vzorcu.



SLIKA 6.

Če enakomerno raztegujemo sliko v navpični smeri, se manjša topi kot med smerema od središča luske 0 proti luskama 5 in 8, dokler ne postane pravi kot. Tedaj šestkotne luske preidejo v pravokotnike. Vrste (na valju vijačnice), ki pripadajo luski 13, postanejo manj razločne, tri nove vrste, dvigajoče se proti levi, pa postanejo bolj opazne. Tako preprostejšo ureditev smo opazili pri storžu pinije. Nadaljnje raztegovanje bi zakrilo smeri, ki pripadajo številu 8, in odkrilo dve novi smeri, usmerjeni proti desni. Tako ureditev listov smo npr. opazili pri hrastu.

Če pa vzorec stiskamo v navpični smeri, raste kot med smerema od luske 0 proti luskama 8 in 13, dokler ne postane pravi. Tedaj nastopi Fibonaccijevo število 21 kot sosed števila 0, odmakne pa se število 5.

Pri raztegovanju in stiskanju valja njegovega obsega nismo spreminjali. Za spreminjanje vzorca je torej odločilno razmerje višine in premera valja. Če se valj hitreje debeli, kot pridobiva na višini, lahko en par Fibonaccijevih števil preide v drugega, kar se včasih res zgodi pri rasti iste rastline.

Če valj nadomestimo s stožcem, kot je primer pri jelki, ne dobimo vijačnic, ampak polžaste spirale. Če privzamemo, da so tvorilke stožca čedalje bolj pravokotne na os stožca, dobimo mejni primer (marjetica, sončnica), pri katerem polžaste spirale preidejo v logaritmčne spirale.

Kako razkriti skrivnost očitne naklonjenosti narave zlatemu razmerju? Ali morda velja, da rastline sledo naslednjima praviloma, ki ju je za Fibonaccijev kot odkril Vogel?

- Vsak nov list ali cvet je postavljen na mesto, ki je za fiksen kot α zavrteno od položaja prejšnjega lista ali cveta.
- Pozicijski vektor vsakega novega lista ali cveta kaže v najširšo obstoječo vrzel med pozicijskimi vektorji starejših listov ali cvetov.

Gotovo ne gre ugovarjati tema osnovnima predpostavkama (druga je z vidika iskanja svetlobe še kako smiselna), vendar sta nezadostni, kot ugotavlja Ridley, strokovnjak s tega področja. Pojasnjuje:

Medtem, ko je razumno domnevati, da rastline vsebujejo genetsko informacijo za določanje velikosti fiksnega vmesnega kota, je povsem nemogoče samo na tej osnovi fiksirati vmesni kot do take neverjetne natančnosti, kot jo opažamo v naravi, kajti naravna variacija je pri bioloških pojavih normalno precej velika.

Natančnost je res neverjetna. Pri številnih cvetovih sončnic sta npr. opazni spirali 55 in 89. To pa pomeni, da mora pri njih ležati izbrani kot med $\frac{21}{55}$ in $\frac{34}{89}$, kar zahteva relativno napako manjšo od $\frac{1}{4895}$.

Povejmo še, da se pri nekaterih rastlinah filotaksa izraža s posplošenimi Fibonaccijevimi števili, npr. 2, 1, 3, 4, 7, 11, ..., pa 3, 1, 4, 5, 9, ... ali 5, 2, 7, 9, 16, ..., katerih zaporedni kvocienti ne konvergirajo k zlatemu razmerju.

Zato neobremenjeni zaključimo z mislijo, da filotaksa ni kak splošni zakon, ampak osupljivo prevladujoča težnja rastlin.



→ Fibonaccijeva števila

Zaporedje Fibonaccijevih števil $\{f_k, k \in \mathbb{N}\}$ je določeno s predpisom:

$$\blacksquare f_1 = f_2 = 1, \quad f_{k+2} = f_k + f_{k+1}, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Začetek zaporedja je torej takle:

$$\blacksquare 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, \dots$$

Zaporedje kvocientov zaporednih Fibonaccijevih števil $\frac{f_k}{f_{k+1}}$ je:

$$\blacksquare \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}, \frac{13}{21}, \frac{21}{34}, \dots$$

vrednosti filotakse pa so kvocienti $\frac{f_{k-1}}{f_{k+1}}$, kjer je $\frac{f_{k-1}}{f_{k+1}} = \frac{f_{k+1} - f_k}{f_{k+1}} = 1 - \frac{f_k}{f_{k+1}}$.

Zlato razmerje

Če daljico razdelimo na dva dela tako, da je razmerje dolžin večjega in manjšega dela enako razmerju dolžin dane daljice in večjega dela, pravimo, da smo daljico razdelili v zlatem rezu. Delilno razmerje imenujemo zlato razmerje in ga običajno označimo s τ .

Zlato razmerje je pozitivna rešitev enačbe $\tau^2 - \tau - 1 = 0$, in sicer je

$$\blacksquare \tau = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = 1,6180339 \dots$$

Zveza med zlatim razmerjem in Fibonaccijevimi števili

Številu τ pripada neskončni verižni ulomek, v katerem so vsi členi enaki 1, torej:

$$\blacksquare \tau = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}$$

Med vsemi verižnimi ulomki ta ulomek najpočasneje konvergira.

Delni ulomki verižnega ulomka števila τ so enaki kvocientom f_{k+1}/f_k zaporednih Fibonaccijevih števil. Za ilustracijo izračunajmo nekaj začetnih vrednosti:

$$\blacksquare 1 = \frac{1}{1}, \quad 1 + \frac{1}{1} = 2 = \frac{2}{1}, \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}} = \frac{3}{2},$$

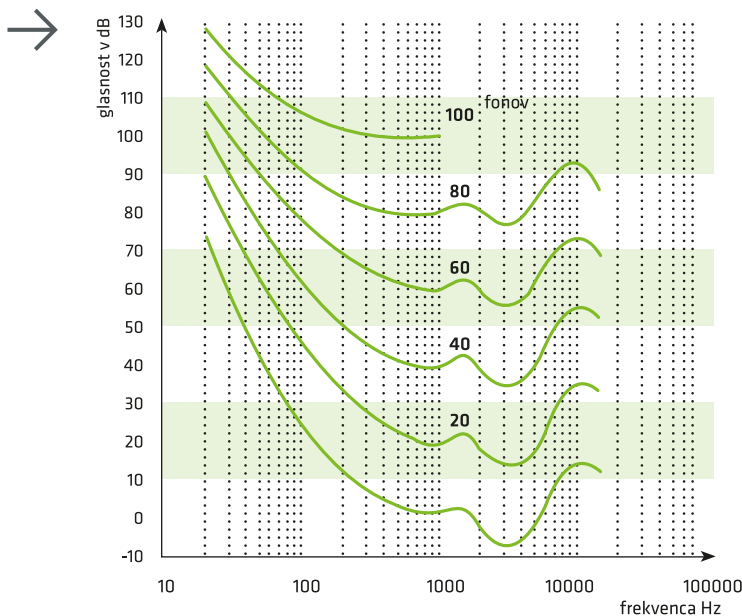
$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}} = \frac{5}{3}, \dots$$



SLIKA 7.
HRAST (levo zgoraj) in KR-
VENKA (desno zgoraj) imata
filotakso 2/5. OGNJENI TRN
(levo spodaj) 1/3, LIPA (de-
sno spodaj) pa 1/2.

To pomeni, da zaporedje kvocientov f_{k+1}/f_k zapo-
rednih Fibonaccijevih števil konvergira k τ . Zapo-
redje recipročnih števil f_k/f_{k+1} konvergira k $\tau^{-1} =$
 $\tau - 1 = 0,6180339 \dots$, količniki $\frac{f_{k-1}}{f_{k+1}}$, s katerimi se iz-
raža filotaksa, pa konvergirajo proti $1 - \tau^{-1} = 2 - \tau =$

× × ×

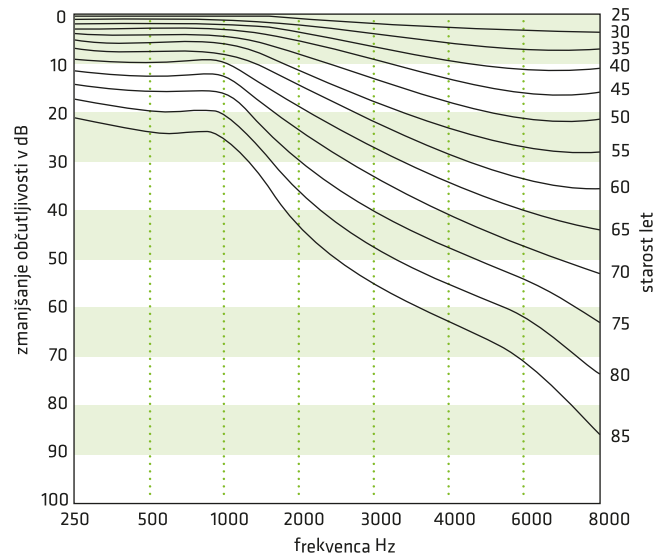


SLIKA 1.

Obrisi enake glasnosti iz ISO Standarda 226: 2003. Na navpično os naneseemo glasnost v decibelih, na vodoravno os pa frekvenco. Črtkane dele so dobili z oceno. Glasnost v fonih je navedena kot parameter. Diagram je dvojnog logaritmičen, na obeh oseh enaki odseki ustrezajo enakim razmerjem, ne enakim razlikam, kakor navadno. Tudi v angleščini še ni enotnega poimenovanja. ISO priporoča za merilnik sound level meter SLM, za glasnost v dB sound pressure level SPL, za glasnost v fonih, kot kaže, ni posebnega imena. V slovenščini še ni ustaljenih izrazov. Za zdaj je smiselno govoriti o glasnosti in iz enot razbrati, ali gre za lestvico z decibeli ali za lestvico s foni. Lestvico s soni uporabljajo le poredko. http://en.wikipedia.org/wiki/Fletcher-Munson_curves

belov), z jakostjo $10 j_0$ glasnost 10 dB, z jakostjo $100 j_0$ glasnost 20 dB, z jakostjo $1000 j_0$ glasnost 30 dB, ... z jakostjo $10^{12} j_0 = 1 \text{ W/m}^2$ glasnost 120 dB. S tem smo upoštevali, da uho zazna zvok na zelo širokem območju jakosti: „glasnosti seštevamo, ko jakosti množimo“. Nismo pa še upoštevali, da je občutek odvisen od frekvence.

Občutka ni mogoče naravnost izmeriti z merilnikom, vsak človek dojame zvok nekoliko po svoje. Zato je treba vključiti v poskus veliko ljudi in se nazadnje dogovoriti za povprečje. Leta 1933 so v Bellovih laboratorijih v ZDA izvedli obsežne poskuse te vrste. Pri tem so udeleženci poskusa primerjali gla-



SLIKA 2.

Občutljivost ušesa se s starostjo zmanjša. Na navpično os naneseemo zmanjšanje glasnosti v decibelih, na vodoravno os pa frekvenco. Starost je navedena kot parameter na desni strani. Spomnimo se, kako smo vpeljali glasnost. Iz podatka v decibelih dobimo ustrezno razmerje jakosti: 0 dB ustreza razmerje 1, 1 dB razmerje 10, 2 dB razmerje 100, ..., 120 dB razmerje 10^{12} . Diagram je delo J. de Laata iz medicinskega centra univerze v Leidnu in je posnet po članku L. F. J. Hermansa Stara ušesa v Europhysics News januarja 2005.

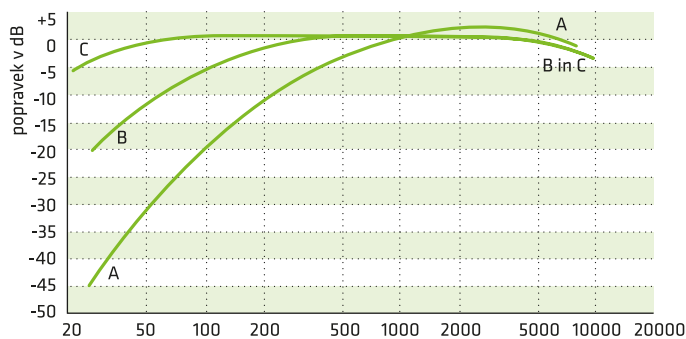
snost tona s frekvenco, ki so jo po potrebi naravnali, z glasnostjo tona s frekvenco 1000 Hz pri različnih glasnostih. Ni lahko ugotoviti, kdaj se zdita tona z različnima frekvencama enako glasna. Povprečja, ki so jih dobili, so ponazorili s krivuljami enake glasnosti. Vrsto poskusov so ponovili leta 1956 v Angliji in dobili so nekoliko drugačne krivulje. Leta 2003 je Mednarodna organizacija za standardizacijo ISO merjenja obnovila in izdala ISO Standard 226: 2003 (slika 1) z obrisi enake glasnosti (Equal Loudness Contours). Novo ime poudari, da gre za primerjavo občutkov, ki vključuje povprečje in v podrobnosti ni nujno uporabna za posamičnega opazovalca.

Dobljene podatke za glasnost izrazimo z novo enoto fon in jih tako razločimo od podatkov na podlagi enotnega slišnega praga v decibelih. Ker izhajajo od frekvence 1000 Hz, se pri tej frekvenci podatki za glasnost v fonih ujemajo s podatki v decibelih. Obrisi pri 0 fonih kaže, da je uho najobčutljivejše pri frekvenci na pasu med 2000 in 4500 Hz. To povezujejo z resonanco zvočne poti v ušesu. Pri frekvenci 1000

Hz komaj zaznamo ton z glasnostjo štiri fone, kar pomeni, da je pri tej frekvenci slišni prag $2,5 \cdot 10^{-12}$ W/m² večji kot f_0 . Na pasu od 500 do 1000 Hz je odvisnost od frekvence šibka in so obrisi približno vodoravni. Pri manjših frekvencah kot 500 Hz in večjih kot 5000 Hz pa je uho precej manj občutljivo. Slednje se pokaže predvsem pri majhni glasnosti in majhni frekvenci. Ton s frekvenco 100 Hz se npr. pri glasnosti 30 dB zdi enako glasen kot ton s frekvenco 1000 Hz pri glasnosti 10 dB. Ton s frekvenco 20 Hz se pri glasnosti 75 dB zdi enako glasen kot ton s frekvenco 1000 Hz pri glasnosti 10 dB. Zaradi tega pri poslušanju glasbe z majhno glasnostjo basi ne pridejo do izraza. Radijski sprejemniki imajo poseben gumb, s katerim lahko v takem primeru base dodatno ojačimo.

Glasnost v fonih podaja slišni občutek, kolikor je to mogoče. Vendar mersko število ni sorazmerno z občutkom. V ta namen so leta 1936 vpeljali še drugo lestvico z enoto son. Ugotovili so, da glasnost orkestrorov leži med 40 in 100 foni in da mora v koncertni dvorani narasti glasnost za 10 fonov, da se zvok zdi dvakrat glasnejši. Zato so glasnosti 40 fonov priredili en son, glasnosti 50 fonov dva sona, glasnosti 60 fonov štiri sone, ... in glasnosti 100 fonov 64 sonov. Tako npr. glasbeni oznaki ff (fortissimo, zelo glasno) približno priredijo 64 sonov, oznaki f (forte, glasno) 16 sonov, oznaki p (piano, tiho) štiri sone, oznaki pp (pianissimo, zelo tiho) en son. Tudi pri zaznavanju svetlobe je vidni občutek v očesu odvisen od frekvence. Tudi pri očesu je gostota najmanjšega energijskega toka, ki ga še zaznamo pri valovni dolžini 555 nm, pri kateri je oko najbolj občutljivo, enaka 10^{-12} W/m². Toda uho je v nekem pogledu zmogljivejše od očesa: v večji meri razloči sestavine z različnimi frekvencami. Oko zazna belo, če so v svetlobi zastopane vse spektralne barve ali samo rdeča in zelena ali samo modra in rumena ... Uho pa loči zvena, to je mešanici tonov, če se ne ujemata po deležu sestavin z različnimi frekvencami. Pri svetlobi povezava med fizikalnim merilom in fiziološkim merilom ni odvisna od jakosti in jo podamo z eno samo krivuljo, relativno občutljivostjo očesa. Pri zvoku pa moramo navesti obrise enake glasnosti za več glasnosti. To je najbrž tudi razlog, da so fiziološko merilo pri svetlobi vpeljali drugače kot pri zvoku. Fiziološko enoto za svetilnost, kandelo, so celo uvrstili med osnovne enote mednarodnega sistema enot.

Pri zvenih je smiselno za vsak ton uporabiti na-



SLIKA 3.

Podatke v merilniku za glasnost v odvisnosti od frekvence pomnožimo s popravkom A, da dobimo glasnost v dB(A), ki je blizu glasnosti v fonih. Krivulja približno ustreza obratni vrednosti obrisa enake glasnosti za 40 fonov. Tudi ta diagram je dvojni logaritmičen. Pomnožimo tako, da logaritem prištejemo, delimo pa tako, da logaritem odštejemo. Popravek C je bolj raven in da glasnost v dB(C), kar je blizu glasnosti v decibelih. Popravek B se redko uporablja. http://www.sfu.ca/sonicstudio/handbook/Sound_Level_Meter.html

vedene ugotovitve in prispevke sešteti po vseh zastopanih frekvencah. Podobno ravnamo pri šumih, ki imajo zvezni spekter. Veliko je še dodatnih zapletov. Udeleženci poskusov, pri katerih primerjajo glasnost za različne frekvence, pred poskusom nekaj časa ne smejo biti izpostavljeni hrupu. Zvoki, ki jih primerjajo, morajo trajati vsaj sekundo ali nekaj sekund. Zvok, ki traja manj časa, npr. 0,1 sekunde, se zdi manj glasen. Enako velja za zvok, ki traja precej več, npr. pet minut. Izidi se spreminjajo tudi iz dežele v deželo, za Japonce so nekoliko drugačni kot za Evropejce. Obrise so dobili z udeleženci starimi od 18 do 25 let. Občutljivost z leti namreč precej izrazito pojema.

To pojemanje z leti postaja vse izrazitejše in se pozna posebno pri večji frekvenci (slika 2). Pri frekvenci 2000 Hz pri 50-ih letih izgubimo 15 dB, kot da bi se jakost približno tridesetkrat zmanjšala, pri 75-ih letih 30 dB, kot da bi se jakost tisočkrat zmanjšala. Pri frekvenci 8000 Hz pri 50-ih letih izgubimo 20 dB, kot da bi se jakost stokrat zmanjšala, pri 75-ih letih pa celo 60 dB, kot da bi se jakost milijonkrat zmanjšala. Podatek, da slišimo zvok do frekvence 20 000 Hz, je potemtakem treba sprejeti s pridržkom. Velja približno za mlade ljudi. Z leti se meja, ki je



→ dokaj zabrisana, premika k vse nižjim frekvencam in se po 70-emu letu premakne tudi pod 8000 Hz. To pri poslušanju radia ne moti veliko, ker lahko povečamo jakost. Bolj moti pri pogovoru dveh v množici ljudi. Soglasnike p, t, k, f, s prepoznamo predvsem po njihovih sestavinah z veliko frekvenco. Zato jih v starosti slabše slišimo, posebno ko se pogovarjamo v množici, in slabše razločimo.

Pri pogovoru s sogovornikom se osredotočimo na zvok, ki prihaja iz določene smeri. To lahko določimo v smeri naprej celo na eno do dve stopinji natančno. Pri tem izkoristimo dva pojava. Prvi je zakasnitev, s katero odmik delov zraka doseže levo in desno uho. Pri tem mora biti valovna dolžina večja od razdalje med ušesoma. V ta namen so uporabne frekvence, manjše od 1500 Hz. Toda v dvoranah pogosto prevladuje hrup z majhno frekvenco, ker se zvok pri odboju tem manj oslabi, čim manjša je frekvenca. Zato opisani pojav ni posebno uporaben. Uporabnejša je zakasnitev, s katero jakost zvoka doseže levo in desno uho. Pri tem ne moti uklon le, če je valovna dolžina manjša kot razdalja med ušesoma. Uporaben je tedaj le zvok s frekvenco nad 3000 Hz. Ker ta zvok stari ljudje slabše zaznavajo, ne morejo izkoristiti tudi drugega pojava. Pomagajo si lahko tako kot naglušni ljudje, ki opazujejo ustnice govorečega.

Ali se vam ni zdela zgodba o decibelih, fonih in sonih precej zapletena? Pri tem niste osamljeni. Podobnega mnenja so tudi strokovnjaki, ki zato opuščajo glasnost v fonih. Pri tem jim pomaga dejstvo, da sodobni merilniki zvok mimogrede razstavijo na sestavine z različnimi frekvencami. Tako je mogoče z elektronskim vezjem upoštevati, da je uho za sestavine pri manjši frekvenci od 2000 Hz in pri večji frekvenci od 4500 Hz manj občutljivo (slika 3). Merilnik potem pokaže glasnost v dB(A), ki približno ustreza glasnosti v fonih. V tem primeru je bolje, da podatki niso zelo natančni. Tako smo na koncu boljše spoznali pomen količine, s katero smo začeli prispevek o hrupu.

Jakost zvoka $j = \frac{1}{2}c\rho(2\pi v s_0)^2 = \frac{1}{2}\rho_0^2/(c\rho)$. c je hitrost zvoka, ρ gostota snovi, v frekvenca, s_0 amplituda odmika, $p_0 = 2\pi v c \rho s_0$ amplituda tlaka. Na slišenem pragu je pri frekvenci 1000 Hz v zraku v navadnih okoliščinah $s_0 = 1,1 \cdot 10^{-6} - 11 \text{ m}$ in $p_0 = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2$.

Glasnost v decibelih je $g = 10 \log(j/j_0)$, log pomeni desetiški logaritem. _____ ✕ ✕ ✕

Uho



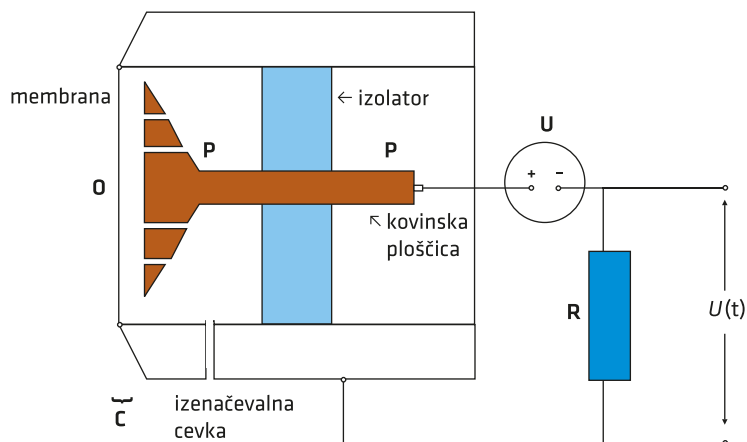
ANDREJ LIKAR

→ V dolgem razvoju živih bitij so se čutila zelo izpopolnila. Za preživetje so pomembna, saj bitju omogočijo, da zazna nevarnost in najde hrano. Tokrat si v grobem oglejmo, kako kopenski sesalci zaznavajo zvok. Ustroj in delovanje ušes sta pri njih presenetljivo podobna. Nekatere vrste so razvile sluh do neverjetnih meja. Tako se netopirji s poslušanjem odmevov lastnega glasu zelo natančno orientirajo in iščejo žuželke, sove v letu pa vodi k plenu njegovo škrebjanje v travi ali pod snegom.

Za merjenje in prenos zvoka uporabljamo mikrofona. V njem v ritmu zvočnih valov niha tanka jeklena opna. Njeno nihanje se spremeni v nihanje električne napetosti med izhodnima žičkama, ki sta zvezani na delovni upor R . Zaradi nihanja opne se spreminja kapaciteta ploščatega kondenzatorja, pri katerem je opna ena plošča, druga pa je debela kovinska plošča z luknjicami, ki primerno dušijo nihanja membrane (slika 1). Napetost iz mikrofona lahko v priključnih elektronskih napravah podrobneje obdelujemo. Najpogosteje jo le ojačimo in prenesemo do bolj ali manj oddaljenega zvočnika, ki jo spet spremeni v zvok.

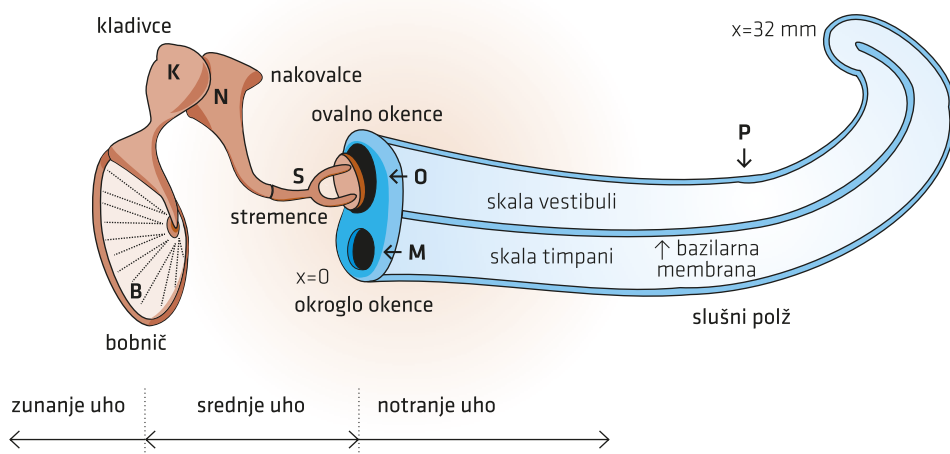
Tudi uho prestreza zvok z napeto kožico, imenovano bobnič, na kateri je pritrjena drobna koščica - kladičve (slika 2). Ta preko nakovalca in stremenca prenese nihanje bobniča v notranje uho. Opni s koščicami pravijo v medicini srednje uho, zunanje uho pa uhlju in sluhovodu do bobniča. Uho je prva stopnja pri razpoznavanju zvoka, ki se opravi v veliki meri v možganih. Nekaj posla v tej smeri pa opravi že notranje uho s tem, da razstavi zvok po frekvencah in tako obdelanega nato prenese v možgane po slušnem živcu.

Notranje uho tvori slušni polž, ki je zavrt v kosti. Izpolnjen je s tekočino, ki je po fizikalnih lastnostih zelo podobna vodi. Za opis delovanja ga precej po-



SLIKA 1.

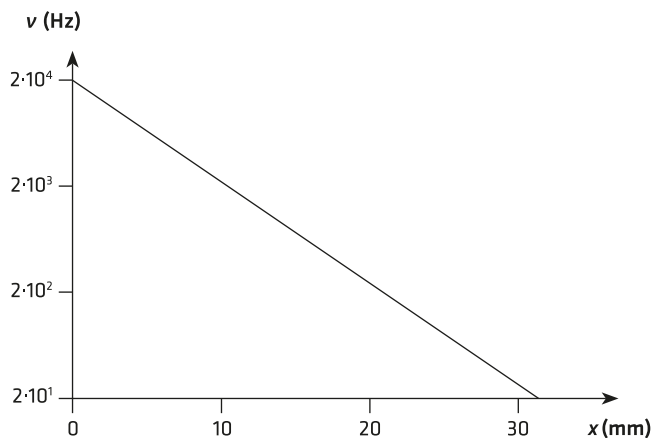
Zgradba in delovanje mikrofona. Sestavlja ga kondenzator (C), upor (R) in napetostni vir (U). Kondenzator tvori tanka napeta opna (O) in kovinska ploščica z luknjicami (P). Z nihanjem opne se spreminja kapaciteta kondenzatorja, to pa povzroča tok skozi upor in padelec napetosti na njem. Opna niha v skladu z nihanjem tlaka v zraku.



SLIKA 2.

Bobnič (B), klativce (K), nakovalce (N) in stremence (S) tvorijo srednje uho. Stremence prenaša tresljaje v polž (P) preko ovalnega okenca (O). Slušni polž je polžasto zavita votlina, ki jo omejuje kost in je napolnjena s tekočino z lastnostjo vode. Bazilarna membrana deli polž na dva povezana dela. Polž smo razvili, da je slika bolj pregledna. Skala vestibuli je votlina, ki se razteza na zgornjem delu od ovalnega okenca s stremencem do vrha polža, skala timpani pa je spodnja votlina od vrha do okroglega okenca, ki z upogljivo membrano preprečuje, da bi tekočinastekla iz polža.

enostavimo. Najprej ga v mislih razvijemo v ravno, ožečo se cevko, ki je predeljena s tanko membrano na dve povezani cevki, ki ju imenujemo skala vestibuli in skala timpani (slika 3). Membrana se namreč tik pred najožjim delom polža konča. Membrana je elastična in prenaša svoje nihanje na drobne slušne celice, ki posredujejo njeno nihanje preko vlaken slušnega živca v možgane. Membrani pravijo bazilarna membrana. Stremence pritiska preko ovalnega okenca na tekočino skale vestibuli, na isti strani skale timpani pa se tanka opna okroglega okenca upogiba v srednje uho. Dolžina razvitega polža L_p je le 32 mm. Ker je hitrost zvoka v vodi 1500 m/s, bi bila valovna dolžina tona s frekvenco 1 kHz, ki ju uho najbolj zazna, v njej dolga kar 1,5 m. To je krepko nad dolžino polža. Za večino frekvenc, ki jih uho zaznava, lahko zato obravnavamo slušni polž kot togo votlinico, ki je napolnjena z nestisljivo te-



SLIKA 3.

Lastna frekvenca bazilarne membrane kot funkcija lege x na logaritmičnem diagramu.

→ kočino, po kateri se širi zvok z neskončno veliko hitrostjo. Zaradi pregrade, ki jo tvori bazilarna membrana, nastane med skalama tlačna razlika, ki poganja nihanje bazilarne membrane.

Izračunajmo tlačno razliko vzdolž bazilarne membrane. Denimo, da niha stremence harmonično z amplitudo z_0 in kotno frekvenco ω_0 , torej

$$\blacksquare z(t) = z_0 \sin(\omega_0 t).$$

Ker je tekočina v obeh skalah nestisljiva, mora slediti nihanju stremenca. Vsak del tekočine torej niha prav tako kot stremence. Sila, ki poganja del tekočine od mesta, ki je za x oddaljeno od stremenca do okroglega okenca, mora biti zaradi 2. Newtonovega zakona

$$\blacksquare F = m(x)a,$$

kjer smo z $m(x)$ označili maso opazovanega dela tekočine, z a pa njen pospešek. Tlak na tem mestu je potem

$$\blacksquare p(x) = \frac{F}{S} = \frac{m(x)a}{S}.$$

Pospešek a harmonično nihajoče tekočine je povezan z amplitudo in frekvenco tako, kot pri nihalu, in sicer velja

$$\blacksquare a(t) = -z_0\omega_0^2 \sin \omega_0 t = -\omega_0^2 z(t).$$

Masa $m(x)$ je za cevko s konstantnim prerezom S kar sorazmerna z dolžino opazovanega dela tekočine $l = L - x$, kjer smo z L označili celotno dolžino obeh skal, ki je $L = 2L_p = 64\text{mm}$. Prostornina opazovanega dela tekočine je torej $V(x) = (L - x)S$, masa pa

$$\blacksquare m(x) = \rho(L - x)S.$$

Tlak vzdolž skal je torej

$$\blacksquare p(x) = \rho(L - x)\omega_0^2 z(t).$$

Tlak torej enakomerno pada od stremenca do konca polža in še naprej do okroglega okenca, kjer je zelo blizu ničle, saj se opna okroglega okenca podaja skoraj brez tlaka. Razlika tlakov, ki poganja bazilarno membrano, torej prav tako enakomerno pada od naj-

večje vrednosti $p(0)$ do nič na koncu polža, kjer se tekočini v skalah stikata:

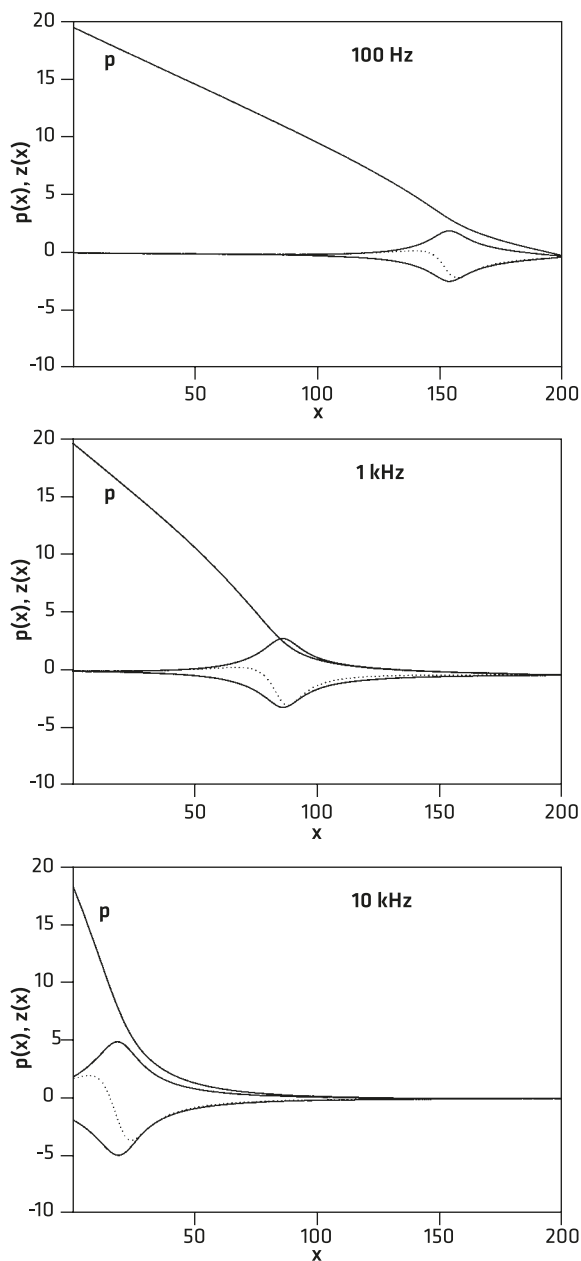
$$\blacksquare \Delta p(x, t) = \rho(L_p - x)\omega_0^2 z(t).$$

Zaradi te tlačne razlike se bazilarna membrana podaja. Membrana je elastična, njene lastnosti pa se vzdolž membrane močno spreminjajo. Na začetku, ob ovalnem okencu, kamor je pripeto stremence, je zelo toga, potem pa vse mehkejša. Tudi njena debelina se spreminja, na začetku je tenka, na koncu pa postaja vse debelejša. Z merjenji in računanjem so dognali, da je njena masa na površinsko enoto podana z izrazom $\frac{m}{S} = 0,770e^{\kappa_m x} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$, koeficient vzmeti na površinsko enoto pa $\frac{k}{S} = 2,1 \cdot 10^{10} e^{-\kappa_k x} \frac{\text{kg}}{(\text{m s})^2}$. Konstanti v eksponentu imata vrednost $\kappa_m = 50\text{m}^{-1}$ in $\kappa_k = 210\text{m}^{-1}$, x pa spet merimo od stremenca proti koncu polža. Taka razporeditev mase in koeficienta prožnosti privede do tega, da lahko opišemo bazilarno membrano kot množico nihal, ki se jim lastna frekvenca zmanjšuje vzdolž polža. Zveza med oddaljenostjo membrane od stremenca x in ustrezno lastno krožno frekvenco na tem mestu je eksponentna in jo zapišemo kot

$$\blacksquare \omega(x) = \omega_{max} \left(\frac{\omega_{min}}{\omega_{max}} \right)^{\frac{x}{L_p}}.$$

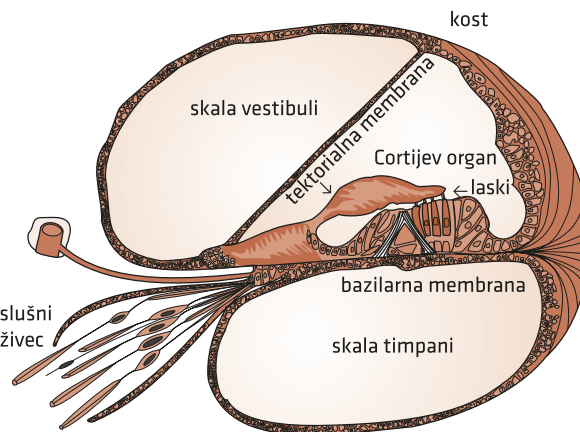
Maksimalna krožna frekvenca ω_{max} ustreza tonom na zgornji slišni meji, to je 20 kHz, minimalna ω_{min} pa tonom na spodnji meji, to je 20 Hz. Na začetku, ko je $x = 0$, je lastna krožna frekvenca membrane $\omega(0) = \omega_{max}$, proti koncu polža, ko je $x = L_p$, pa tisočkrat manjša, $\omega(L_p) = \omega_{min} = \frac{\omega_{max}}{1000}$ (slika 4). Nihala so tudi močno dušena, nekoliko manj pri koncu polža.

Zaradi tlačne razlike, ki niha s frekvenco poslušane tona ω_0 , se tako močno odzove le del membrane, pač tisti, ki je ubran na to frekvenco. Na sliki 5 je prikazanih nekaj odzivov za različne frekvence. Zaradi podajanja bazilarne membrane se spremeni tudi tlačna razlika v skalah. Tega tu ne bomo podrobneje obravnavali, na sliki pa je ta vpliv upoštevan. Tlak na slikah zaradi preglednosti ni prikazan v pravem merilu. Amplituda nihanja stremenca je pri vseh treh frekvencah enaka, začetna strmina krivulje tlaka pa bi morala biti sorazmerna z ω_0^2 . Nihanje bazilarne membrane prenašajo v možgane celice, ki so s tankimi laski razpete med bazilarno membrano in t.i. tektorialno membrano. Ob nihanju bazilarne



SLIKA 4.

Nihanje bazilarne membrane pri nekaj frekvencah. Dušenje membrane je za visoke frekvence nekoliko manjše od dušenja, ki ga pričakujemo od instrumentov, proti nižjim frekvencam pa nekoliko pojema. Računali smo s konstantnim dušenjem. Krivulje tlaka zaradi preglednosti niso narisane v enakem merilu pri vseh treh frekvencah. Amplitude nihanja membrane so podane pri konstantni amplitudi stremenca. Potemnjeni del prikazuje amplitudo nihanja v odvisnosti od kraja, pikčasta krivulja pa podaja odmik bazilarne membrane od mirovne lege v trenutku, ko smo zajeli krivuljo tlaka.



SLIKA 5.

Prečni prerez cevke slušnega polža. V srednjem delu je prikazan Cortijev organ, ki omogoča prenos tresenja bazilarne membrane na celice z laski. Organ z ogradjem v obliki črke Δ ima enako zgradbo vzdolž celotne polžaste cevi.

membrane celice aktivirajo njihovi laski, ki nihajo zaradi medsebojnega strižnega gibanja obeh membran (slika 6).




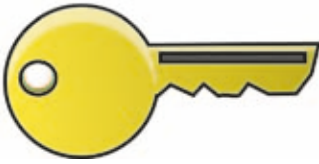
Morda preseneča, da se znatno odzove zelo velik del bazilarne membrane na ton z eno samo frekvenco. Pred oči nam stopi črtast spekter, ki ga imajo toni in pričakujemo, da se bo ton v polžu preslikal na nihanje bazilarne membrane na podoben način. To utrjuje še dejstvo, da lahko glasbeno nadarjeni ljudje ločijo med tonoma, ki se po frekvenci ločita le za nekaj nihajev v sekundi. Zavedati pa se moramo, da je uho le prva stopnja pri zaznavi tonov. Mnogo, na način, ki ga še ne razumemo v celoti, prispevajo možgani. Bazilarna membrana bi se sicer lahko odzvala v mnogo ožjem pasu, če bi nihala manj dušeno. Pri razpoznavanju zvoka pa bi bila to ovira, saj bi se membrana tresla tudi potem, ko zvoka ne bi bilo več. Prav tako bi kratkotrajne tone slišali slabše kot tone, ki trajajo dlje časa. Vse pa kaže, da na dušenje bazilarne membrane aktivno vplivajo na določen ton uglasene celice z laski tako, da se v pravilnem ritmu krčijo in raztezajo in s tem močno ojačijo nihanje bazilarne membrane prav v področju največjega pasivnega odmika. Rečemo lahko, da se dušenje na mestu, kjer je nihanje membrane največje, za trenutek zelo zmanjša, morda celo vzbuja nihanje, namesto da bi ga zaviralo.

Uho je tudi glede občutljivosti izreden instrument. Slišimo še tone s frekvenco 1 kHz in gostoto ener-





Nagradna križanka

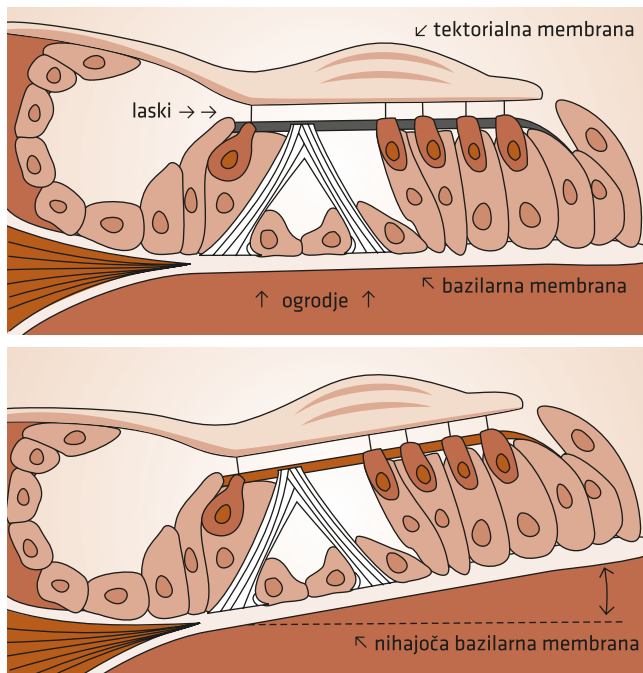
				AVTOR MARKO BOKALIČ	FRANC. DEPARTMA V ALPAH, OB MEJI Z ITALIJO	LEVI PRITOK PADA PRI MANTOVI	GRŠKI JONSKI OTOK	ANITA OGULIN	IGRALKA PIKE NOGAVIČKE NILSSON	POKRAJINA V STARI GRČIJI, DOMOVINA DORCEV	PRIPRAVA ZA MERJENJE KOLIČINE PADAVIN					
				SEVERNI JAPONSKI OTOK												
				STROKOVNJAK ZA KMETIJSTVO												
				NEMŠKI METALEC KROGLE TIMMER-MANN				DRŽAVNI SIMBOL NOVOZEL. STAROSELCI								
				JAZ, ?, ON DOBA OBHODA ZEMLJE OKOLI SONCA			IZRAELSKA DRŽAVNICA (GOLDA) PRIMORSKI SVALJKI			5						
	V NJEM STA ŽIVELA ADAM IN EVA	MONOM	MUSLIMAN. POKRIVALO IT. MATEMATIK IZ 17. STOL.		3	NJO "PROIZVODNJA" CASOPISOV			ANGELA MERKEL			PREGLED POSLOVANJA	OZNAKA IZRAELA	RUSKI PESNIK IN DIPLOMAT V 19. STOL. (FJODOR)	STOPNJA ENACBE ALI POLINOMA	CERKVENI MOTIV MOŠKEGA Z DVIGNJ. ROKAMI
INTERPRET PESMI, DEKLAMATOR									AFRIŠKA DRŽAVA OB RDEČEM MORJU							
									LITERARNA PREDLOGA ZA SNEMANJE FILMA							
SINETIČNI STEROIDI ZA RAST MIŠIC									SKUPNO PRIPRAVLJANJE STELJE NA KOROSKEM		4					
OBLIKA IMENA JOVAN				PREDZAD. GR. ČRKA ELEMENT DELOVANJA PLJUČ				SKLADATELJ BARTOK	VOTLO VALJASTO TELO RAVNINSKA TVORBA				SUNEK POVEČAN. TLAKA ZELENICA V PUŠČAVI			
NAŠ JEZUIT IN NABOŽNI PIŠEC (JANEZ)							FR. LETALEC (LOUIS)									VIŠINA RAVNE POVRŠINE OTRDITEV PENISA
	OTOK PRED OBALO VENEZUELE Z NOTRANJO AVTONOMIJO						RUSKI LETAL. KONSTRUKTOR									
FRANC. MATEMAT. EKONOMIST NOBELOVEC (MAURICE)							ALKALOID V ČAJU IT. SKLADATELJ (ANTONIO)					NOVINEC V STROKI ITAL. KOLESAR (VINCENZO)		1		
NEMŠKI PSIHOANALITIK (WILHELM)						SERVISER ZA PNEVMATIKE KONTAKT	13									PLEMKINJA ŠVICARSKI MATEMATIK (AVTOR PRAVILA)
KRAJ OB AVTOCESTI NA NOTRANJSKEM		17		MORSKA ŽIVAL Z LOVKAMI ŠUM BREZ "SREDINE"					NAŠ PEVEC (GIANNI) ENOLONČNICA IZ JESPRENJA			8				
BIRIŠKA SLUŽBA								VODNA ŽIVAL ZAREZE NA KOŽI OSTARELIH					SNOV ZA GOJENJE BAKTERIJ	STRJENA KRI NA RANI STRONCIJ		
SANI ZA REŠEVANJE V GORAH			BOLEČINA V MIŠICAH, MIŠIČNI MAČEK										POKOJNI IT. DIRKAČ (ALBERTO) BALETKA KLAŠNJA			
											ŠPANSKO LIKERSKO VINO DO, RE, MI, FA, SO, ?	7				
						PREMER PODOLGOVATEGA VALJAST. TELES				14						GORSKA CVETICA
						SLOVAŠKA POLITIČARKA RADIČOVA						100 m ²				PRIJETEN VONJ



15

nadaljevanje
s strani

gijskega toka 10^{-12} W/m^2 , pri katerem nihajo deli zraka le za del polmera molekul. Tolikšna občutljivost je na meji, da bi slišali motnje zaradi termičnega šuma v polžu. Mikrofoni le s težavo sledijo ušesu, ko gre za zelo tih zvok. Opisano ojačevanje v polžu gotovo pripomore k tolikšni občutljivosti ušesa. Celice z laski se v ušesu ne obnavljajo. Prevelik hrup lahko te celice onemogoči tako, da se laski potrgajo. To vodi v gluhost, ki se je ne da ozdraviti.



SLIKA 6.

Celice z laski se vzbudijo, ko medsebojno strižno nihata bazilarna in tektorialna membrana.

× × ×

www.presek.si
www.dmfa.si
www.dmfa.si

× × ×

Razmisli in poskusi



MITJA ROSINA

→ PREGLED VPRAŠANJ IN NALOG

Dragi misleci in poizkuševalci!

V prejšnjih *Presekih* se je zvrstilo že mnogo zgledov iz vsakdanjega življenja, pa tudi nenavadnih pojavov. Škoda bi bilo, če bi potonili v pozabo. Marsikatero ste preskočili, pa jih lahko še vedno poiščete v starih številkah *Preseka*. Če pokukate v odgovore, lahko sami tudi po svoje razmislite in poskuse dopolnite. Veseli bomo, če nam boste poslali svoje rezultate v uredništvo *Preseka*. Pojavi okrog nas vedno znova presenečajo! Zgledi, označeni z *, pa predstavljajo poseben izziv, saj nanje še nismo objavili odgovorov. Časa za razmislek in poizkuse bo med počitnicami več kot dovolj. Vabljeni k razmisleku in poizkušanju.

- [33, št. 1, str. 20] Ali lahko premakneš roko z večjim pospeškom, kot je pospešek prostega pada? *Spusti svinčnik in ga poskusi ujeti!*
- [33, št. 1, str. 20] Ali lahko brez opeklin zdržiš temperaturo nad 1000°C ? *Zamahni s prstom skozi plamen sveče!*
- [33, št. 1, str. 20] Kdaj te napetost 10000 V ne ubije? *Počesi se!*
- [33, št. 1, str. 21] Ali v jasni noči vidiš žarnico na Krvavcu? *Kot zvezdo prve magnitude - če ne bi bilo svetlobnega onesnaženja.*
- [33, št. 1, str. 21] Aleksander Veliki je v puščavi razlil vrč vode. Koliko molekul te vode je danes v tvojem kozarcu soka?
- [33, št. 1, str. 21] Kako ribi uspe v divergentnem toku mirovati glede na breg? *Če prehiti, jo hitrejša voda odnese nazaj.*
- [33, št. 1, str. 21] Ali se les močno poda pri tlaku (10^8 Pa)? *Zbodi s šivanko, pa boš videl, da ne.*
- [33, št. 1, str. 21] Ali lahko napihneš balon na tlak, ki je za 10000 Pa višji od zunanjega? *Poskusi pihati s cevko v en meter globoko vodo!*

9. [33, št. 1, str. 21] Ali lahko poženeš zrak na nadzvočno hitrost? *Zaploskaj! Potisnjeni zrak požene sunek zvočnih valov - pok, toda ne doseže zvočne hitrosti.*

10. [33, št. 1, str. 21] Zakaj se oblak ali megla ne spuščata k tlu? *Saj se, vendar počasi, kak meter na uro.*

11. [33, št. 5, str. 9] Ali lahko dosežeš mehanično moč ene konjske moči (750 W)? *Stopi na mizo!*

12. [33, št. 5, str. 9] Kolikšen navor zmoreš pri sukanju izvijača ali svedra? *Zavrtaj izvijač v dolgo pravo kotno palico in poskusi!*

13. [33, št. 5, str. 9] S kolikšno močjo greje mikrovalovna pečica? *Na naši mikrovalovki piše 600 W. Ali verjameš vse, kar piše? Izmeri čas, potreben da zavre kozarec vode!*

14. [33, št. 5, str. 9] Sobo prijetno grejemo s pečjo 1kW. Koliko ljudi mora biti v sobi, da peč ni potrebna? *Upoštevaj, da vsak oddaja kakih 100 W!*

15. [33, št. 5, str. 9] Kako visok jez bi morali postaviti v Zidanem Mostu, da bi s hidroelektrarno nadomestili jedrsko elektrarno Krško (700 MW)? *Ali bi potopili Ljubljano?*

16. [33, št. 5, str. 9] Koliko avtomobilskih akumulatorjev s 60 Ah bi potreboval avtomobil na električni pogon z močjo 50 kW? *Oceni, ali bi bili težji od avta!*

17. [33, št. 5, str. 9] Iz magnetkov v obliki krožnih ploščic ali palčk sestavi verigo, mnogokotnik in druge like. Katere oblike so stabilne? *Malo se igray!*

18. [33, št. 5, str. 9] Ali ima večjo navidezno velikost Sonce ali Luna? *Pomislj na sončev mrk!*

19. [33, št. 5, str. 9] Knjige v direktni sončni svetlobi niti ob polni Luni ne moremo brati. *S primerjavo z osvetlitvijo z znano žarnico na raznih razdaljah oceni osvetljenost Zemlje opoldne in ob polni Luni!*

20. [33, št. 5, str. 9] Ali je mogoče na Plutonu brati? *To bi bilo večerno branje ob luči.*

21. [35, št. 1, str. 15] Kako daleč lahko sega kupček kart preko roba mize? *Ali uspeš naložiti 10 ali celo 20 kart?*

22. [35, št. 1, str. 18] Trenje navite vrvice. *Zakaj lahko obesiš na škripcu na eno stran veliko težjo utež kot na drugo?*

23. [35, št. 1, str. 18] Zakaj britvica plava? *Koliko sme biti težka?*

24. [35, št. 2, str. 12] Murphyjev zakon. *Tudi po Newtonovem zakonu se kruhek pri padcu obrne.*

25. [35, št. 3, str. 15] Ali je papir prožen? *Je, če ga ne zvijemo preveč; sicer se pa nepopravljivo zmečka.*

26. [35, št. 4, str. 18] Stisljivost snega. *Pomislj, da je v snegu večji volumen zraka kot vode; en meter se sesede do 20 ali celo 10 centimetrov.*

27. [35, št. 5, str. 18] Za koliko bi se spremenila gladina morja, če bi se ves arktični led stalil? *Koliko se dvigne voda v kozarcu z ledom!*

28. [35, št. 6, str. 19] Ali lahko skuhaš čaj na sveči v papirnatem kozarcu? *Da!*

29. [36, št. 1, str. 22] Gugalnica. *Zakaj v smeri naprej noge stegneš, v smeri nazaj pa jih skrčiš?*

30. [36, št. 2, str. 15] Kako deluje javorjevo seme kot propeler? *Primerjaj ga s helikopterjem!*

31. [36, št. 3, str. 19] Kako se vesoljec tehta? *Na vzmetni tehtnici izkoristi vztrajnost, ne pa teže.*

32. [36, št. 4, str. 15] Kako se vesoljec obrne? *Ali se tako kot ti, ko lebdiš v vodi?*

33. [36, št. 5, str. 20] Kako močno dežuje? *Za kvantitativno oceno šteješ število kapljic na m²s.*

34. [36, št. 6, str. 15] Spekter morskih valov. *Ali je res vsak sedmi val močnejši oz. šibkejši?*

35. [37, št. 2, str. 20] Hoja po hlođu. *Po kako debelem hlođu uspeš hoditi?*

36. [37, št. 4, str. 22] Brenkanje na elastiko. *Umeri oz. uglaši tako „glasbilo“!*

37. [37, št. 5, str. 19] Zaigramo s kozarci! *Z dolivanjem vode uglaši takó „glasbilo“!*

38. [37, št. 6, str. 22] Odboj vrtavke ali žoge. *Razloži, zakaj se pri namiznem tenisu „rezana“ žogica čudno odbije!*

39. [38, št. 1, str. 21] Lok in frača. *Oceni prožnostno energijo in ugotovi, koliko se je spremenil v kinetično!*

40. [38, št. 2, str. 19] Zakaj slamnata streha drži vodo? *Pomislj na površinsko napetost!*

41. [38, št. 3, str. 15] Borromejski obroči. *Izdelaj tri med seboj prepletene obroče!*

42. [38, št. 5, str. 22] Kako hitro se svinčnik prevrne? *Tudi če ga pazljivo postaviš navpično, ne zdrži niti sekunde.*

43* [38, št. 6, str. 19] Ali so „varčne žarnice“ zares varčne? *Sam imam raje diode.*

44. [39, št. 2, str. 20] Guncanje. *S katero silo nadoknadiš izgube zaradi trenja?*

45. [39, št. 3, str. 18] Opis barv s tremi barvnimi koordinatami. *Dandanes je zelo lahko sestavljati barve, kar na računalniku.*

46. [39, št. 4, str. 20] Stopinje in tračnice v snegu. *Pošljite nam kako trofejo s preteklih zim!*

47* [39, št. 5, str. 19] Preprost kompas *Vzemi na-*



- *magneteno šivanko, ki plava na vodi.*
 48* [39, št. 6, str. 21] Kako najbolje ohladimo prevroč čaj? *Prelij ga, toda kdaj?*
 49. [40, št. 1, str. 12] Slapovi in tolmeni. *Kako visok mora biti slap, da se bo voda segrela vsaj za eno stopinjo?*
 50* [40, št. 2, str. 18] Kakšna skladovnica iz ploščic je stabilna? *Nariši sile in preveri ravnovesje sil ter navorov na slikah v članku!*
 51* [40, št. 3, str. 15] Kako visok stolp iz kock lahko zgradiš? *Poskusi, ali imaš tako mirno roko, da dosežeš več kot en meter!*
 52* [40, št. 4, str. 14] Ali led plava na alkoholu? *Če ga dovolj razredčiš.*
 53* [40, št. 5, str. 11] Geometrijsko središče Slovenije. *Izreži zemljevid, podpri ga z bucko in preveri, ali je tam res Slivna nad Vačami!*

× × ×

→ → →



SLIKA 1.

Voda v kozarcu deluje kot leča. Knjige v ozadju, ki jih opazujemo skozenjo, vidimo prezrcaljene čez navpično ravnino [1].

Poizkuševalnica in poizkuševalci

↓ ↓ ↓

MOJCA ČEPIČ

→ Dragi bralci in poizkuševalci

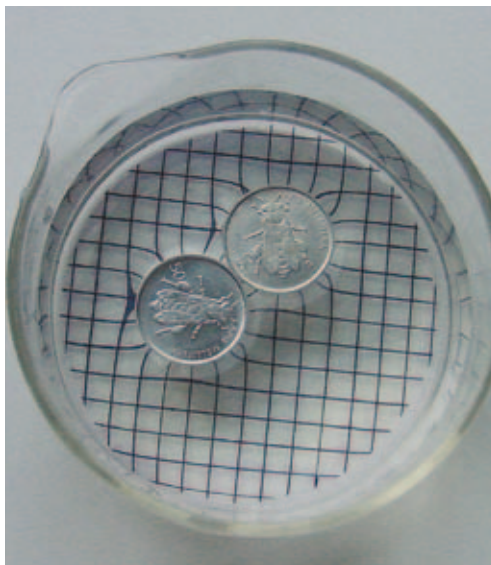
V šolskem letu 2006/2007 smo se v uredništvu PRESEKA odločili, da vpeljemo novo rubriko, poimenovano POIZKUŠEVALNICA. Slovar slovenskega knjižnega jezika te besede ne pozna, seveda pa ni težko uganiti njenega pomena. Rubrika je namenjena mlajšim, pa tudi starejšim bralcem PRESEKA, ki radi sami preverjajo, kaj se dogaja ob različnih pojavih v naravi. Sestavljajo modele dogajanj v naravi, ob njih načrtno spreminjajo posamezne vplive ter ugotavljajo različne povezave med načrtno narejenimi spremembami okoliščin in njihovimi posledicami. Tako aktivnost v znanosti in poučevanju imenujemo poskus, poizkus ali eksperiment. Od tod tudi ime rubrike.

Rubrika je zastavljena na naslednji način. V eni številki je zastavljena naloga, predstavljena kot enostaven poizkus, ki ga lahko bralec izvede v kuhinji, dnevni sobi, kopalnici ali na vrtu. V (praviloma) naslednji številki so predstavljeni rezultati takega poizkusa, ki so ga izvedli avtorji, skupaj z razlago in morda nekaj novimi poizkusi, ki dogajanje dodatno osvetlijo. V nalogah smo se posvetili različnim področjem fizike in naravoslovja. Pri sestavi nalog so sodelovali štirje avtorji: Mojca Čepič, Ana Gostinčar Blagotinšek, Gorazd Planinšič in Nataša Vaupotič. Pri pripravi poizkusov sta pogosto pomagala Gregor Tarman in Goran Iskrič, za koordinacijo rubrike pa je skrbela Mojca Čepič. Teme so bile različne. Namig za večino med njimi je nastal ob vsakdanjih dogodkih, ob dogajanjih v naravi ali pa smo se posvetili izvedbi nekaterih splošno znanih in zanimivih poskusov. Relativno velik delež poizkusov so bili najrazličnejši poizkusi s svetlobo. Ogledevali smo si različne posledice loma svetlobe (slika 1, [1]) in odboja svetlobe (slika 2, [2]). Ogledevali smo si tudi bolj eksotične zadeve, npr. ukrivljenosti vodne povr-



SLIKA 2.

Sonce osvetljuje predmeta na stekleni površini. Svetloba se na površini stekla odbija, v svetlobni lisi na steni pa vidimo podvojeno senco predmetov na mizi [2].



SLIKA 3.

Kovanca, čeprav imata večjo gostoto kot voda, plavata na njej zaradi površinske napetosti. Površinska napetost povzroči posredne interakcije med kovancema, ki se na površini vode privlačita [3].1].



SLIKA 4.

Ledena kocka (zaradi nazornosti obarvana z rdečo jedilno barvo) v olju plava. Kaplja vode iz stajljenega ledu (pod kocko) pa v vodi potone [4].

šine in vplive posrednih interakcij med plavajočimi predmeti (slika 3, [3]). Kar nekajkrat smo se posvečali plavanju in potapljanju ter faznim prehodom in različnim pojavom, povezanih z njimi (slika 4, [4]). Številna druga področja fizike smo srečali manj pogosto, a prav zanemarili nismo nobenega. Vsaj tako se mi dozdeva.

V vsakem letu je bilo objavljenih pet do šest nalog in skoraj toliko odgovorov – nabrala se je zajetna zbirka relativno preprostih poizkusov z različnih področij, ki jih lahko izvede vsak radoveden bralec, lahko pa jih uporabi tudi učitelj za izvedbo naravoslovnega dne. Prav učitelji so, sodeč po pogovorih z njimi, redni bralci naše rubrike in pravijo, da v njej pogosto najdejo kaj zanimivega. Na tem mestu naj gre njim in tudi vsem drugim bralcem prošnja oz. predlog, če imate zanimivo nalogo, pošljite jo, jo bomo skupaj pripravili za poizkuševalnico. Pošljete lahko tudi zgolj vprašanje, če vas zanima razlaga za katerega od naravnih pojavov, v katerega ste se zapopili na izletu. Morda lahko skupaj iz opažanja naredimo tudi poizkuševalnico. Vabljeni.

Literatura

- [1] Čepič Mojca, *Kozarec z vodo*, Presek, 2007/2008, 35 6, str. 22; Čepič M., *Kozarec z vodo: odgovor in nova naloga*, Presek, 2008/2009, 36 2, 13-15.
- [2] Čepič Mojca, *Kakšno obliko ima senca?*, Presek, 2006/2007, 34 3, str. 19; Čepič Mojca, *Svetlobni zajček in dvojna senca: odgovor naloge*, Presek, 2006/2007, 34 3, 20-21.
- [3] Čepič Mojca in Tarman Gregor, *Kako plavajo?* Presek, 2009/10, 37 5, str. 18; Čepič Mojca, *Kje plavajo in zakaj je tako?: odgovor naloge*, Presek, 2009/10, 37 6, 18-21.
- [4] Čepič Mojca in Gostinčar-Blagotinšek Ana, *Olje, voda in led* Presek, 2009/10, 37 1, str. 15; Čepič Mojca, Gostinčar-Blagotinšek Ana, *Olje, voda in led: odgovor naloge*, Presek, 2009/10, 37 2, 18-19.

× × ×

knjeni točki-opazovališči A in B , iz katerih dobro vidimo oddaljene visoke predmete, npr. vrhove hribov, razne stolpe, cerkvene zvonike in drugo. Najprej natančno izmerimo oddaljenost med opazovališčema A in B . To razdaljo navadno imenujemo osnovnica ali baza. Če iz A in B z daljnogledom vidimo predmet, ki leži v točki C , lahko v točki A izmerimo kot med smerema AB in AC , t. j. kot $\alpha = \angle CAB$, v točki B pa kot med smerema BA in BC , t. j. kot $\beta = \angle ABC$. Iz znane (izmerjene) osnovnice $c = |AB|$ in znanih (izmerjenih) kotov α in β lahko narišemo $\triangle ABC$, torej ugotovimo stranici $|AC|$ in $|BC|$, t. j. razdalji od A do C in od B do C . Takšno konstrukcijo trikotnika je mogoče izdelati na papirju v zmanjšanem merilu in v tem merilu dolžini stranic tudi izmeriti, lahko pa dolžino stranic izračunamo potrigonometričnih obrazcih². Ko poznamo $|BC|$, usmerimo merilni daljnogled (teodolit) iz točk B in C proti predmetu, ki leži v novi dobro vidni točki D , in na enak način izmerimo razdalji $|BD|$ in $|CD|$. Če s tem postopkom nadaljujemo, lahko pokrijemo določeni del Zemljinega površja z mrežo trikotnikov ABC , BCD itn. V vsakem od njih je možno zaporedoma določiti vse tri stranice in kote (slika 2).

Ko izmerimo osnovnico $|AB|$ prvega trikotnika, se vse nadaljnje delo osredotoči na merjenje kotov med dvema smerema. S sestavljeno mrežo trikotnikov lahko izračunamo po trigonometričnih pravilih razdaljo od oglišča enega trikotnika do oglišča poljubnega drugega trikotnika, ne glede na to, koliko sta

drug od drugega oddaljena oz. ne glede na to, ali sta med seboj vidna. Tako triangulacija rešuje naloge meritev zelo velikih razdalj na površju Zemlje.

Teoretične osnove triangulacije so preproste, njena praktična uporaba, t. j. delo na terenu, pa je daleč od preprostega opravila. To delo lahko opravljajo le izkušeni opazovalci, ki morajo dobro obvladati metodo triangulacije in tehniko merjenja z zelo natančnimikotomernimi inštrumenti (zdaj uporabljajo že laser). Za opazovališča običajno uporabljajo posebne opazovalne stolpe. Delo tako velike zahtevnosti naročajo in zaupajo za ta namen posebno izurjenim odpravam, katerih terenske meritve trajajo nekaj mesecev ali tudi let.

S triangulacijsko metodo so znanstveniki posredovali natančnejše podatke o obliki in velikosti (razsežnosti) Zemlje. V 17. stoletju je prišlo do velikega in dolgotrajnega spora, ki so ga rešili prav z uporabo triangulacijske metode: angleški fizik I. Newton (1643–1727) je namreč izrekel mnenje, da Zemlja ne more imeti natančne oblike krogle, ker se vrti okrog svoje vrtilne osi. Zaradi vrtenja je ob ekvatorju nekoliko nabrekla, ob polih pa sploščena. Trdil je, da ima obliko pomaranče in ne limone, kakor so mislili na pariškem observatoriju. Newton je pojasnjeval, da so kraji na Zemljinem ekvatorju bolj oddaljeni od središča Zemlje, kakor sta oddaljena severni ali južni Zemljin pol, ali tudi Pariz in London.

Francoska akademija znanosti se je odločila, da preveri pravilnost Newtonovega mišljenja. Če naj

¹Poskusila sta Arabec Biruni v času kalifa Al Mamuna v 9. stoletju in francoski zdravnik Jean Fernel, ki je leta 1528 določil razdaljo med Parizom in Amiensom in je za dolžino kvadranta (1/4) celotnega meridijana dobil številčno vrednost 9954 km. Natančnejši rezultat je pozneje dobil s triangulacijsko metodo Nizozemec Willebrord Snellius leta 1617, ko je meril razdaljo med Alkmarom in Bergenom. Med tema dvema mestoma so niz točk (opazovališč) oblikovala oglišča trikotnikov, vezanih drug na drugega s po eno stranico. Snellius je izmeril vse kote in samo eno stanico, nato pa izračunal ostale stranice. S tem je dobil za dolžino kvadranta meridijana približno današnjo dolžino (10000 km). Francoska akademija znanosti se je nato odločila, da z novim merjenjem pridobi podatke o velikosti Zemlje, kakršne so potrebovali pri nadaljnem znanstvenem delu. To delo so poverili Auzoutu in Picardu. Leta 1671 so zaključili z meritvami in računi, po katerih se je dobljeni rezultat samo nekaj metrov razlikoval od prave vrednosti.

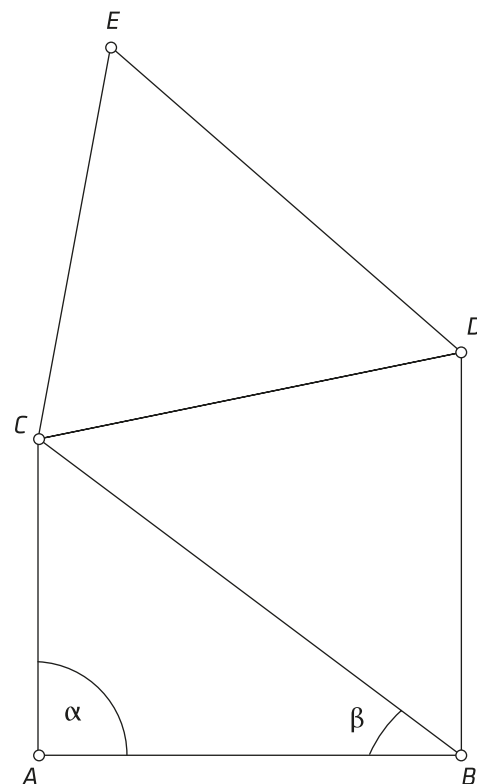
²Po sinusnem izreku sledi $a = c \cdot \sin \alpha / \sin(\alpha + \beta)$, $b = c \cdot \sin \beta / \sin(\alpha + \beta)$, če je c osnovnica. Nadalje lahko uporabimo tudi kosinusni izrek. So pa še druge možnosti. Navedli smo samo temeljne poteze meritev na ravnem delu Zemlje. V resnici je Zemlja ukrivljena in je treba uporabiti obrazce sferne trigonometrije. Do sredine 20. stoletja so dolžino osnovnice izbirali od pet do deset km, njeno dolžino pa izmerili z merilno žico iz invarja (zlitine železa in niklja z zelo majhnim koeficientom toplotnega raztezanja), ki so jo enakomerno napeli preko posebnih stojal. Danes takšno merjenje dolžine izvedejo z laserji ali radarji, s čimer so povečali dolžino osnovnice do 30 km in povišali natančnost meritev do ± 1 mm na 10 km dolžine. Zgrajene so triangulacijske mreže z zapleteno radiolokacijsko aparaturo, postavljeno na vrhu opazovalnih stolpov nad Zemljinim površjem in z odbijalci na geodetskih satelitih okrog Zemlje. To omogoča hkratna merjenja oddaljenosti satelitov od opazovališč in oddaljenosti opazovališč med seboj.

bi imela Zemlja obliko pomaranče, bi morala biti tedaj dolžina poldnevniškega loka, ki pripada središčnemu kotu 1° , blizu Zemljinega pola daljša od ustrezne dolžine poldnevniškega loka ob ekvatorju. To pa je seveda mogoče ugotoviti s triangulacijo. Izmeriti je treba dolžino poldnevniškega loka, ki pripada središčnemu kotu 1° , na površju Zemlje v različnih oddaljenosti od ekvatorja. Na severu in jugu Francije so dolžino 1° loka izmerili pod vodstvom direktorja pariškega observatorija, J. D. Cassinija. Ugotovili so, da je lok na jugu Francije večji od loka na severu Francije. Meritve so kazale v prid Cassiniju. Že se je zdelo, da se je Newton zmotil, da Zemlja ni sploščena kakor pomaranča, ampak ukrivljena kakor limona. Toda Newton ni in ni popustil. Ni se odpovedal svojemu mišljenju. Neusmiljeno je trdil, da Cassini nima prav, da se je zmotil pri meritvah.

Da bi spor, ali ima Zemlja obliko pomaranče ali limone, končno le zaključili, je francoska akademija znanosti poslala leta 1735 eno znanstveno odpravo k ekvatorju, drugo pa v kraje severnega polarnega kroga. Južna odprava je izvedla meritve v Peruju, za meritev je bil izbran lok poldnevnik z dolžino okoli 3° (330 km). Ta je presekala ekvator in prečkal vrsto gorskih dolin in najvišjih gorskih hrbtov Amerike. Delo odprave je trajalo osem let; spopadala se je z velikimi težavami in nevarnostmi, toda znanstveniki so izpolnili svojo nalogo. Dolžino stopinjskega poldnevniškega loka ob ekvatorju so izmerili z veliko natančnostjo. Podobno delo je opravila severna odprava znanstvenikov na Laponskem.

Po primerjavi rezultatov meritev obeh odprav se je pojasnilo, da je „polarna dolžina stopinjskega loka“ daljša od „ekvatorske“. Znanstveniki so končno priznali pravilnost Newtonove teorije – Zemlja ima približno obliko rotacijskega elipsoida. Tako se je končal zoprni in dolgotrajni spor o obliki Zemlje.

Posebna znanost, ki se ukvarja z določevanjem oblike in velikosti Zemlje, in to z zelo natančnimi meritvami razdalj na delih njenega površja, se imenuje geodezija. Šele s podatki geodetskih meritev lahko dovolj natančno povemo, kakšna je resnična oblika Zemlje. Meritve dolžin poldnevniških lokov (ki pripadajo središčnemu kotu 1°), v različnih predelih Zemljinega površja imajo velik praktični pomen za sestavljanje natančnih geografskih kart (zemljevidov). Na geografski karti je kakor na globusu vidna mreža poldnevnikov (krožnice, ki gredo skozi Zemljina pola) in vzporednikov (krožnice, ki so vzpo-



SLIKA 2.

Shema triangulacije – zglede: $|AB|$ – osnovnica ali baza, $|AD|$ – izmerjena razdalja (glej še sliko 1). Če želimo izmeriti razdaljo od A do D, pri čemer iz A točka D ni vidna, najprej v trikotniku ABC izmerimo osnovnico $|AB|$ in kota in ob osnovnici. Iz znane stranice in njej priležnih kotov ugotovimo razdalji $|AC|$ in $|BC|$ (načrtovalno ali trigonometrično). Nadalje iz točke C z merilnim daljnogledom določimo točko D, vidno iz točk C in B. V trikotniku BCD poznamo stranico $|CB|$. Preostane nam, da izmerimo priležna kota ob stranici $|CB|$ in potem določimo razdaljo $|DB|$. Pri znanih $|DB|$, $|AB|$ in kotu med tema smerema lahko določimo razdaljo od A do D. Kako pa bi določili razdaljo med B in E? Razmišljanje o tem je prepuščeno bralcu.

redne z ravnino Zemljinega ekvatorja). Natančnih kart našega planeta ni mogoče izdelati brez poprejšnih dolgotrajnih in skrajno skrbnih ter garaških meritev geodetov. Ti so določali in še vedno določajo korak za korakom v časovnem obdobju številnih let lego različnih krajev na Zemljinem površju, kar potem po dobljenih računih vnašajo v mrežo poldnevnikov in vzporednikov. Da bi imeli natančne karte, je

treba poznati resnično obliko Zemljinega površja. To pa posreduje le geodet, ki mu v zadnjem času izdatno pomagajo tudi umetni zemeljski sateliti (geodetski sateliti). Do danes so geodeti z veliko natančnostjo izmerili številne dolžine lokov poldnevnikov in vzporednikov na različnih predelih Zemljinega površja. Po teh računih so lahko natančno določili premer Zemlje v ekvatorski ravnini (ekvatorski premer) in premer Zemlje v smeri Zemljine vrtine osi (polarni premer). Pokazalo se je, da je ekvatorski premer približno 42,5 km daljši od polarnega. To ponovno potrjuje Newtonovo mnenje, da je Zemlja stisnjena ob polih. Recimo, da bi želeli prikazati, kako se dejanska oblika Zemlje razlikuje od idealne krogle, ki naj jo predstavlja globus s premerom 1 m. Če naj ima ta krogla ekvatorski premer 1 m, je tedaj njen polarni premer komaj za 3,3 mm krajši. To je tako malo, da s prostim očesom tega ne moremo zapaziti. Razsežnost naše Zemlje tako opredeljujeta dva osnovna

podatka:

- ekvatorski premer 12756 km in
- polarni premer 12714 km.

Oblika Zemlje se torej zares zelo malo razlikuje od krogle. Lahko bi si celo mislili, da neravnost oz. razgibanost ali razbrzdanost Zemljinega površja, posebno kar se tiče visokih gorskih vrhov, od katerih doseže Mt. Everest višino skoraj 9000 m, zelo iznakažejo Zemljino obliko. Pa ni tako. Na omenjenem globusu s premerom 1 m prikažemo 9000 m visoko goro kakor prilepljeno zrnce drobne mivke s premerom okoli 3/4 mm, kar je komaj opazna izboklinica. V astronomiji obravnavamo Zemljo kar kot kroglo. Za polmer te krogle pogosto uporabljamo približek 6370 km, v računskih nalogah pa celo 6400 km.

xxx

www.presek.si

www.dmfa-zaloznistvo.si

www.dmfa.si

www.presek.si

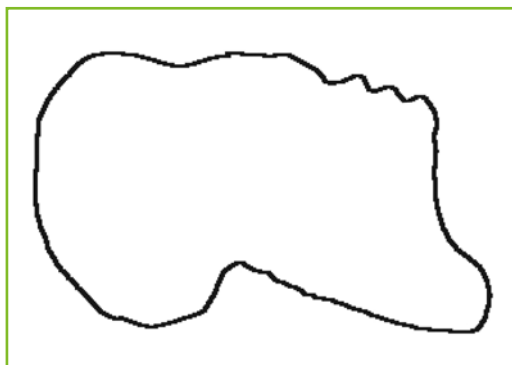


SESTILO										ZVONKO										KRIŽANKE									
KOPERNIK										GERARD										PRESEK									
OPKIKLA										HARE										PRESEK									
BUHLIJ										DODOMA										PRESEK									
GALAKSIJA										KOVANEC										PRESEK									
ULJ MENAM										ADAVIRK										OPEKA									
MORTADELA										MAGELLAN										DSMAN									
TICAGIRO										KLUKUPA										IRMA									
NOGEGE										JAKULACIJA										OTROBI									
VERANSKO										NOLDE										ADIGE									
ZIRASIN										ASIN										NORICE									
LEDOMAT										GONG										BARONAT									
URATIR										RORDER										GOTBAR									
CILINDER										RNER										TAVAR									
NAGAR										ITALIJA										AVILA									
ALEKSINAC										JEDŠENT										JAKOB									
KATEETA										KSAVA										ZDRAHA									

REŠITEV NAGRADNE KRIŽANKE PRESEK 40/5

→ Pravilna rešitev nagradne križanke iz pete številke 40. letnika Preseka je **Računanje točnih vrednosti**. Izmed pravih rešitev smo izžrebali **PREDRAGA GRUJIČA** iz Zagorja, **ŽIGA MAVRARJA** iz Grahovega ob Bači in **ANKO ĐUDARIĆ** iz Celja, ki so razpisane nagrade prejeli po pošti.

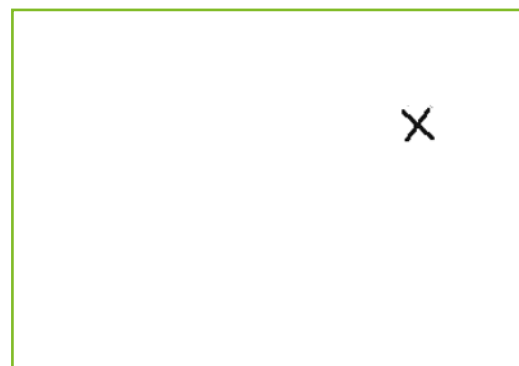
xxx



SLIKA 1.
Zemljevid otoka



SLIKA 2.
Križec označuje skriti zaklad



smiseln pomen, je to zelo verjetno izvorno sporočilo. Verjetnost, da bi dobil smiselno, a napačno sporočilo, je neznatna, če je le tajnopis dovolj dolg. Mogoče je pokazati, da je pri sistemu, kjer vsako črko nadomestimo z neko drugo črko oz. zamenjamo abecedo, za angleško sporočilo potrebna dolžina približno 25 črk.

Vrnimo se k zakopanemu zakladu. Če je najdeni del zemljevida dovolj velik, boste lahko prepoznali otok. Na najdenem delu pa žal ni označenega mesta, kje točno je zaklad zakopan. Gotovo bi vam skrito bogastvo prišlo zelo prav, zato lahko vzamete kramp in lopato, se odpravite na otok ter ga vsega prekopljete. Kriptografi bi to imenovali napad z grobo silo, saj morate v okviru informacije, ki jo imate (uporabljeni šifrirni sistem oz. ime otoka), preizkusiti vse možnosti (uporabiti vse mogoče ključe oz. prekopati vsak kvadratni meter). Če boste problemu namenili dovolj najlepših let svojega življenja, boste zaklad prej ali slej našli.

Vsi, ki želite zakopati zaklad na skrivnem mestu, pa lahko iskalcem še bolj otežite delo, če boste le prebrali nadaljevanje članka. Seveda pa ga lahko preberete tudi le iz radovednosti.

Ker nismo gusarji stare šole, bomo zemljevide namesto na pergament risali na prosojnice. Neuki Sinjebradec bi zemljevid na prosojnici verjetno narisal takole: na eno prosojnico sliko otoka, na drugo pa križec, ki označuje zakopani zaklad (slika 1, slika 2).

Ko prosojnici poravnamo in prekrijemo, je skrivnost razkrita. Tudi vsaka prosojnica zase razkrije nekaj informacije. Tako nam prva razkrije, na katerem otoku nas čaka zaklad. V nadaljevanju se bomo

naučili, kako prosojnici porisati tako, da z vsake posebej nihče ne bo mogel pridobiti nikakršne informacije, obe skupaj pa bosta razkrili skrivnost (tako rekoč $0 + 0 = 1$).

V prejšnjem stoletju so se kriptografi domislili, kako informacijo zakriti tako, da je brez ključa nihče ne bo mogel razkriti. V kriptografiji temu pravimo *popolna varnost*. Dosežemo jo tako, da informacijo "zlijemo" s povsem naključnimi podatki. Tako onemogočimo napadalce, saj morajo le-ti odstraniti naključne podatke, s čimer pa lahko dobijo povsem drugačno sporočilo (primer 1). Ob danem tajnopisu je vsako sporočilo iste dolžine enako verjetno. V tajnopisu lahko najdeš, karkoli iščeš, zato ni več samo ene smiselne rešitve. Tajnopis pa odšifriramo tako, da odstranimo prej dodane naključne podatke.

Primer 1. Pravi ključ je ključnega pomena, četudi je naključen.

$k r u h = P(1. \text{sporočilo})$	$v i n o = P'(2. \text{sporočilo})$
$a s k f = K(1. \text{ključ})$	$n b s ž = K' = K + P - P(2. \text{ključ})$
$l k h o = C(\text{tajnopis})$	$l k h o = C(\text{tajnopis})$

V primeru 1 se zlivanje istoležnih črk (navpično)

→ izvede kot seštevanje zaporednih številčk črk v abecedi ('k' + 'a' = 'l', saj je 12 + 1 = 13), kjer se ta ciklično ponavlja (za 'ž' pride spet 'a'). Če napadalec prestreže tajnopis C , ne more določiti sporočila, ker sta oba ključa K in K' (s tem pa tudi sporočili P in P') enako verjetna, saj sta naključna. Kdor pa pozna ključ, lahko odkrije sporočilo tako, da od tajnopisa odšteje ključ.

Največji problem pri tem šifrirnem sistemu je dolžina ključa — ključ je enako dolg kot sporočilo samo. Pri drugih sistemih je ključ običajno bistveno krajši. Pri enoabecedni zamenjavi je potrebno npr. poznati le zamenjavo za vsako črko, pa lahko s temi manj kot 30-imi podatki zašifriramo in odšifriramo celotno knjigo.

Opisana shema za doseg popolne varnosti se imenuje enkratni ščit (angl. one-time-pad), saj ključ kakor ščit prekrije podatke, uporabimo pa ga lahko samo enkrat (tudi vitezi so morali polomljene ščite zamenjati). Če bi ga uporabljali večkrat, bi napadalec lahko podtaknil njemu poznano sporočilo P , potem pa iz prestreženega tajnopisa C izračunal ključ $K = C - P$. Če je ključ razkrit, sistem ne ponuja nobene varnosti več.

Vemo, da vsako sporočilo lahko zapišemo v dvojiškem zapisu, torej kot zaporedje ničel in enic. Prekrivanje z enkratnim ščitom se v dvojiškem zapisu na istoležnih bitih izvede kot dvojiški *izključni (ekskluzivni) ali XOR* (tabela 1).

XOR	0	1
0	0	1
1	1	0

TABELA 1.
Izključni ali

OR	0	1
0	0	1
1	1	1

TABELA 2.
Ali

Izvorno sporočilo razkrijemo tako, da tajnopis še enkrat prekrivamo s ključem, saj je pri dvojiškem zapisu seštevanje enako odštevanju.

Leta 1994 sta se znana kriptografa Adi Shamir, soiznajditelj sistema javne kriptografije RSA, in Moni Naor domislila *vizualne kriptografije*. Ideja je podobna enkratnemu ščitu, le da namesto zaporedja bitov uporabimo ravnino, tlakovano s črnimi in belimi ploščicami, ki predstavljajo vrednosti bitov. Poleg tega pa namesto operacije 'izključni ali' (XOR) upo-

rabimo operacijo navadni *ali OR* (tabela 2).

Na ta način slike zašifriramo, ko pa jih odšifriramo, so malce spremenjene, a še vedno prepoznavne. Najpomembneje pa je, da je vizualna kriptografija po sistemu enkratnega ščita podedovala *popolno varnost*. To pomeni, da napadalec ne more prepoznati zašifrirane slike, četudi ima še tako veliko časa in računske moči. Slaba stran popolne varnosti pa je, da je ključ prav tako dolg (obsežen) kot samo sporočilo; zaradi tega ni bistvene razlike med ključem in zašifriranim sporočilom (primerjaj sliko 3 in sliko 4).

Poglejmo si idejo malce podrobneje: sliko bomo razstavili na dve različni, a enako veliki delni sliki (slika 3, slika 4). Vsako točko (angl. pixel) originalne slike bomo na obeh delnih slikah na istoležnih mestih nadomestili s ploščicami, ki imata eno polovico belo, drugo pa črno (tabela 3). Na prvi delni sliki bomo ploščico obrnili naključno, na drugi pa bo njena lega odvisna ob barve originalne točke in lege prve ploščice. Če je bila originalna točka bela, bo lega druge ploščice enaka legi prve, sicer pa jo položimo zrcalno. Z malo razmisleka ugotovimo, da sta legi obeh ploščic naključni, saj smo za prvo to privzeli, drugo pa smo položili glede na prvo, ki leži naključno.

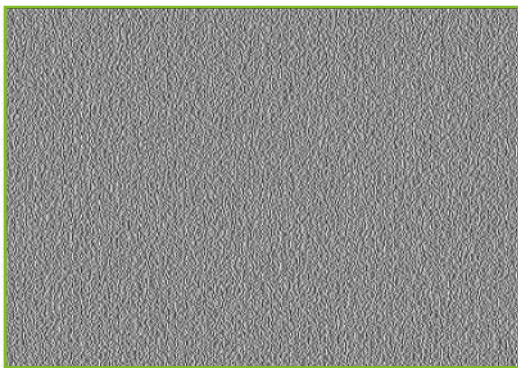
Dešifriranje poteka nekoliko drugače. Predstavljajmo si, da mrežo ploščic narišemo na prosojnico, nato pa, če je ploščica (oz. njen del) črna, ustrezajoči del na prosojnici pobarvamo s črno barvo. Potem obe prosojnici prekrivamo. Kjer je bila vsaj ena od prosojnic pobarvana, vidimo črno, drugje pa je prosojno. Kjer se prekrijeta enako obrnjeni ploščici (npr. prva v zgornji vrstici in druga v spodnji vrstici) sivo. Kjer pa se prekrijeta različno obrnjeni ploščici

verjetnost	$p = 0.5$		$p = 0.5$	
na prvi delni sliki				
originalna slika	črno	belo	črno	belo
na drugi delni sliki				

TABELA 3.

Po shemi točko za točko postopno gradimo delni sliki

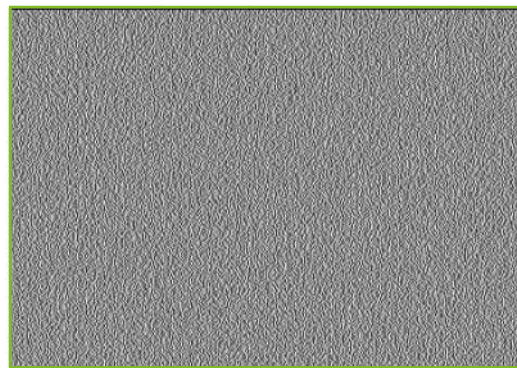
tabele 3), tam oko majhno črno-belo polje vidi kot



SLIKA 3.
Prva delna slika



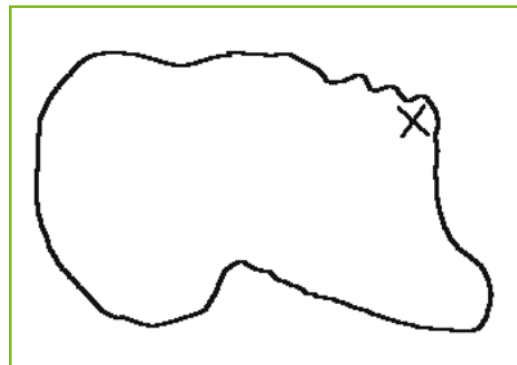
SLIKA 4.
Druga delna slika



SLIKA 5.
Zlita slika oziroma
prekriti delni sliki raz-
krijeta skrivnost



SLIKA 6.
Originalna slika



(npr. prva v zgornji vrstici in prva v spodnji vrstici tabele 3), pa vidimo črno polje.

Torej: originalno sliko razbijemo na dve enako veliki delni sliki, na katerih je vsaka točka naključno bela ali črna (to imenujemo šum). Ko obe delni sliki prekrijemo, zagledamo skrito podoba. Ta podoba je malce spremenjena (slika 5), saj tam, kjer so bile na originalni sliki bele ploščice, dobimo napol črne. Če so ploščice dovolj majhne, oko napol črne ploščice vidi kot sive. Torej iz črno-bele slike dobimo črno-sivo sliko. Kljub tej izgubi kontrasta so enostavne slike še vedno prepoznavne.

Opisali smo osnovno idejo vizualne kriptografije. Kmalu pa so se začele pojavljati nadgradnje te zamisli. Prvo sta podala že Naor in Shamir v svojem članku. Kako zašifrirati sliko, ki ni le črno-bela, ampak vsebuje tudi sive tone? Možen odgovor je: uporabimo okrogle ploščice. Na prvi delni sliki ploščico zavrtimo za naključen kot. Na drugi delni sliki jo položimo enako, če je originalna ploščica bela (prekriti prosojnici bi pokazali napol črn krog), nasprotno, če je originalna ploščica črna (prekriti prosojnici pokažeta črn krog), in ustrezno zavrteno (prosojnici pokažeta krog, katerega več kot polovica je črna) ob ustrezno sivi ploščici (tabela 4). Na ta način dobimo novo prostostno stopnjo (zvezne tone sivine) z (zve-

znim) vrtenjem ploščic. Žal pa je ta način, čeprav zelo eleganten, precej neprikladen za izvedbo s pomočjo računalnika, zato so nove ideje zelo dobrodošle.

prvi del	drugi del	prekrito

TABELA 4.

Okrogle ploščice nam omogočijo šifriranje sive slike

Deljenje skrivnosti

Vizualna kriptografija je tesno povezana s področjem deljenja skrivnosti (glej članek [1]). Spomnimo se zopet kapitana Sinjebradca; imel je tri sinove in namesto rentnega varčevanja jim je namenil del naranega bogastva, ki ga je po stari gusarski šegi zakopal. Bal pa se je pretiranega pohlepa sinov. Ker je želel ohraniti vsaj nekaj družinske sloge, naj bi pri izkopavanju zaklada sodelovala vsaj dva brata; en sam se ne bi mogel polastiti vsega bogastva. Zato je (proti koncu članka že bolj kriptografsko večč) ka-

pitan zemljevid razdelil na tri delne slike na prosajnicah tako, da se skrivnost razkrije, ko sta prekriti vsaj dve delni sliki. To je t. i. *shema 2-od-3*. Možno je skonstruirati tudi bolj zapletene sheme, ki so sestavljene iz več delnih slik, med katerimi so lahko nekatere bolj, druge pa manj pomembne. Oglejmo si preprost primer konstrukcije sheme 2-od-3 (tabela 5, tabela 6).

Ko gradimo tri delne slike, za vsako točko uporabimo tabelo 5, če je točka na originalni sliki črna (ima vrednost 1), oz. tabela 6, če je točka bela (ima vrednost 0); stolpce izbrane tabele naključno premešamo, vrstice premešane tabele pa zaporedoma predstavljajo ploščice na posameznih delnih slikah (slika 7). Enostavno povedano: če je originalna točka bela, so na delnih slikah istoležni kosi ploščic enaki,

1	0	0
0	1	0
0	0	1

TABELA 5.
Šifriranje črne točke.

1	0	0
1	0	0
1	0	0

TABELA 6.
Šifriranje bele točke.



SLIKA 7.
Ploščica, ki prestavlja drugo vrstico tabele 5(010).

če pa je bila črna, se istoležni kosi razlikujejo. V vsakem primeru pa so naključno razporejeni. Tu gre po eni strani za varnost (vsaka ploščica na delni sliki je 1/3 črna), po drugi pa za kontrast. Če prekrivamo ploščici na delnih slikah, ki predstavljata originalno belo točko, namreč dobimo 1/3 črno ploščico, če pa predstavljata originalno črno točko, dobimo 2/3 črno ploščico – kontrast je 1/3. Podrobnejše napotke je moč najti v članku [2]. Članki o barvni vizualni kriptografiji in drugih zanimivostih pa so dosegljivi tudi na spletu z iskanjem po ključnih besedah *visual cryptography* in *secret sharing*. Če bi kapitan Sinjebradec redno bral Presek, bi gotovo vedel, kako doseči popolno varnost za svoje skrivnosti. Morda pa bi ga branje tako prevzelo, da bi mu zmanjkalo časa za gusarske podvige.

Literatura

[1] A. Jurišić, *Kako deliti skrivnosti*, Presek 29 2002, 6, 358–364.

[2] D. Stinson, *Visual cryptography & threshold schemes*, Dr. Dobb's Journal, april 1998, 36–43.

www.presek.si

www.dmfa.si

www.dmfa-zaloznistvo.si

→ → →

SLIKE K ČLANKU PREGLED PRISPEVKOV



Pregled prispevkov



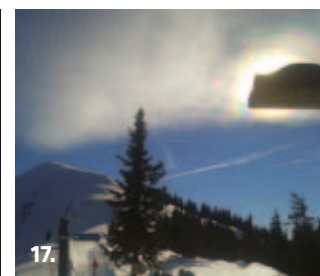
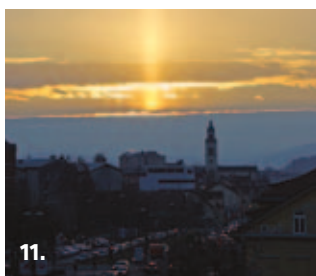
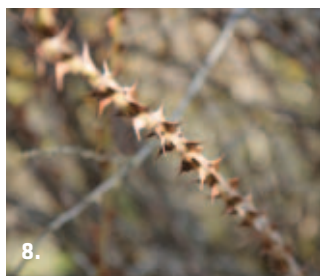
ALEŠ MOHORIČ

→ Če hodimo naokoli z odprtimi očmi, lahko na vsakem koraku opazimo čudeže narave. Nekateri med njimi so tudi lepi, prav vsi pa so osupljivi. Če le morete, jih ovekovečite s fotoaparatom. Slike opazujte z „odprtimi očmi“. Oglejte si skrivnosti, ki jih kaže, in poskušajte razumeti vse pojave, ki pripomorejo k njenemu nastanku. Tako se vam bo odprl čudovit svet naravnih zakonitosti. V tokratni rubriki vam namesto ene fotografije z njenim opisom ponujamo izbor nekaterih fotografij iz starih števil. Takole

skupaj na enem mestu, vam mogoče še boljše pričarajo pisanost pojavov okoli nas.

SLIKA 1.-17.

1. Pojav sončnega stebra, ko se svetloba odbija na drobnih kristalih ledu v ozračju. 2. Buča napolnjena z vodo deluje kot zbiralna leča in na glavo postavi vasico v daljavi. 3. Tudi vodna kapljica, ujeta med padom, je lahko leča. 4. Rožnat lunin mrk še dodatno polepša večerno romantiko. 5. Pajčevina se sveti v mavričnih barvah zaradi uklona svetlobe. 6. Sren pobeli naravo tudi kadar ne sneži. 7. Mavrico lahko naredimo tudi na vrtu, pomagata nam lom in razklon. 8. Za rdečkasto zarjo sončnega zahoda se zahvalimo Rayleighovemu sipanju. 9. Morje megle se pretaka z Jelovice. 10. Morje lučk, nekatere od njih so samo interferenčne slike. 11. Orošena regratova lučka. 12. Ostri trni pokažejo globinsko ostrino. 13. Tudi letala mečejo sence, kar na oblakih. 14. Vodi me pot v daljave, o gledano s prave perspektive. 15. Grejo sončni žarki res tako narazen? Ne, prav vzporedni so. 16. Laserski curek ne najde poti ven zaradi popolnega odboja. 17. Sonce si je nadelo venec.



× × ×

Zgodovina znanosti v stripu

Sredi lanskega decembra je Center za mladinsko književnost in knjižničarstvo pri Mestni knjižnici Ljubljana že tretjič podelil priznanja Zlata hruška. Z njimi so tokrat odlikovali kakovostno najboljših deset odstotkov otroške in mladinske književnosti, ki je izšla v letu 2011. DMFA-založništvo je priznanje prejelo za strip *Življenja Marie Curie*.

Švicarski avtor Raphaël Fiammingo, s kratkim umetniškim imenom Fiami, v tem stripu večjega formata duhovito predstavlja nekaj izsekov iz zgodovine kemije, od Aristotela do današnjega časa. V vsakem razdelku nastopa dekle ali ženska, katere ime je različica imena Marija, v čast veliki znanstvenici Marie Curie. Zgodbice ilustrirajo tudi vlogo žensk v raznih zgodovinskih obdobjih. Predvsem pa so zabavne in obenem poučne, saj zvemo marsikakšno zanimivo podrobnost o nastanku znanstvenih odkritij. Med najbolj posrečenimi je zgodbica o Mendeljejevu in njegovem sestavljanju periodnega sistema elementov. Tudi druge pripovedi ne zaostajajo. Knjigo je odlično prevedel prof. dr. Alojz Kodre.



7,68 EUR



7,68 EUR



8,31 EUR

Pri DMFA-založništvo sta v Presekovi knjižnici izšli še dve knjigi istega avtorja

- *Galilejeva življenja*, z zgodbami iz zgodovine astronomije, od Babiloncev do danes, ter
- *Einsteinova življenja*, z zgodbami iz zgodovine fizike, vse od Sokrata do danes.

Ta dva stripa je prav tako izvrstno prevedel Alojzij Franc Kodre. Sta enako zanimiva, zabavna in poučna in bosta bralcu brez dvoma polepšala dan.

Poleg omenjenih ponujamo tudi druga matematična, fizikalna in astronomska dela. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse publikacije tudi naročite:

<http://www.dmfz-zaloznistvo.si/>

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA-založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga!

Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553.