

# **PRESEK**

**List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje**

ISSN 0351-6652

Letnik **20** (1992/1993)

Številka 6

Strani 322-324

Andrej Likar:

## **ČEBELA NA PAŠI**

Ključne besede: fizika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/20/1151-Likar.pdf>

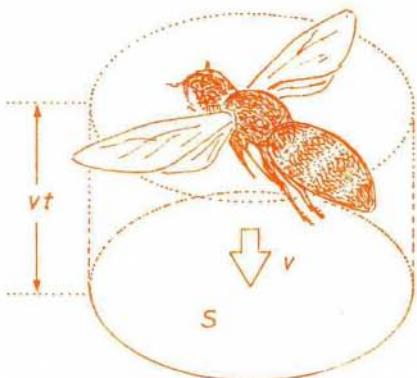
© 1993 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije  
© 2010 DMFA – založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

## ČEBELA NA PAŠI

Opazujmo čebelo, ki na cvetovih nabira nektar. Zdi se, da leti brez truda in da pri tem ne opravi kaj dosti dela. Ali je res tako? Ocenimo torej, koliko sladkorja mora čebela pojesti zgolj zato, da se šest ur obdrži lebdeč v zraku. Obravnava bo kar se da preprosta, saj nam gre le za grobo oceno.

Slika 1. Pri lebdenju potiskajo krila zrak navzdol. Poenostavljeno privzamemo, da se le zrak v stebričku s presekom  $S$  in višino  $vt$  giblje navzdol s hitrostjo  $v$ . Gibanje zraka je v resnici zelo zapleteno. Pri oceni preseka  $S$  upoštevamo, da je dolžina čebele 1,5 cm.



Pri lebdenju mora čebela s krili ustvariti curek zraka s hitrostjo v navzdol, nasprotna sila zraka na krila pa pri tem uravnovesi težo čebele. Silo izračunamo iz zakona o gibalni količini: Sunek sile na telo je enak spremembi gibalne količine tega telesa. Pri nas je telo stebriček zraka z višino  $vt$  in presekom  $S$  (slika 1). Čebela ta stebriček v času  $t$  s krili pospeši od mirovanja do hitrosti  $v$ . Pri tem naj bo čas  $t$  mnogo daljši od časa enega zamaha s krili. Sunek sile je kar produkt med silo in časom, ko ta sila potiska telo,  $Ft$ ; sprememba gibalne količine telesa pa je pri nas kar  $m_z v$ , saj na začetku zrak z maso  $m_z$  miruje, na koncu pa se giblje s hitrostjo  $v$ . Velja torej:

$$Ft = m_z v.$$

Maso stebrička zraka izračunamo tako, da prostornino stebrička pomnožimo z gostoto zraka:

$$m_z = \rho S v t.$$

Iz obeh enačb sledi, da je sila  $F$  kril na stebriček zraka:

$$F = \rho S v^2.$$

Po tretjem Newtonovem zakonu je sila stebrička zraka na krila prav tako velika, a usmerjena nasprotno. Prav ta sila uravnoveša težo čebele, saj le-ta med lebdenjem miruje. Iz pogoja:

$$F = mg,$$

kjer smo z  $m$  označili maso čebele,  $g$  pa je pospešek prostega pada, sledi za hitrost  $v$ :

$$v = \sqrt{\frac{mg}{\rho S}}.$$

Iz čebelarskih knjig zvemo, da je masa čebele delavke okrog 80 mg, pri letenju pa s krili zamahne 200-krat v sekundi. Presek zračnega stebrička  $S$  ocenimo na  $2 \text{ cm}^2$ . Hitrost zraka v stebričku je potem  $v = 2 \text{ ms}^{-1}$ . Preverimo ta rezultat s frekvenco, s katero čebela maha s krili. Privzemimo, da nihajo krila sinusno z amplitudo  $s_0$ . Povprečna hitrost kril navzdol je potem

$$\bar{v} = \frac{2s_0}{T/2}.$$

Upoštevali smo, da se krila v polovičnem času  $T$  celega nihaja premaknejo za dvojno amplitudo. Povprečna hitrost  $\bar{v}$  pa mora biti dvakrat večja kot hitrost zraka v stebričku, saj so krila dejavna le pri zamahu navzdol:

$$\bar{v} = 2v.$$

Frekvence je iz teh enačb:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{v}{2s_0}.$$

Dvojno amplitudo  $2s_0$  ocenimo na 1 cm in dobimo  $\nu = 200 \text{ s}^{-1}$ , kar se sklada s pravo vrednostjo.

Kljub smiselnemu rezultatu za hitrost  $v$  moramo priznati, da smo opisali lebdenje zelo grobo. Gibanje zraka je pri lebdenju zelo zapleteno. Podrobna opazovanja so pokazala, da pri vsakem zamahu krila ustvarijo svitkast zračni vrtinec, ki potuje navzdol. Podoben svitek dima znajo kadilci oblikovati z usti.

Mehanično moč, ki jo opravljam krila, dobimo iz znane zveze:

$$P = Fv.$$

Sila  $F$  je pri lebdenju enaka teži, torej:

$$P = mg \sqrt{\frac{mg}{\rho S}}.$$

Z navedenimi podatki je to  $P = 1,6 \text{ mW}$  ali, preračunano na en kilogram mase čebele,  $P/m = 20 \text{ W/kg}$ . Človek z maso 70 kg, ki dela z močjo 1,4 kW, ima enako razmerje med močjo in maso.

Za šesturno lebdenje, kolikor ocenujemo, da čebela dnevno preživi v zraku, opravi čebela delo:

$$A = Pt = 1,6 \cdot 6 \cdot 3600 \text{ mWs} = 35 \text{ J}.$$

Koliko medu mora pojesti, da lahko opravi tolikšno delo? Pri zgorevanju enega kilograma sladkorja se sprosti 14 MJ energije. Čebela torej porabi najmanj 2,5 mg sladkorja za svoj let, če vso sproščeno energijo porabi prav za opravljanje dela. Vemo pa, da živali le približno eno tretjino sproščene energije porabijo za opravljanje dela, ostali dve tretjini pa se izgubita s hlajenjem telesa. Tudi pri toplotnih strojih je tako. Čebela porabi za let kar 8 mg sladkorja, kar je kar desetina njene mase. Z našega stališča je let hudo garanje. Koliko sladkorja pa čebela prinese dnevno v panj? Denimo, da šteje čebelja družina 40000 delavk, ki v ugodnih razmerah prinesejo v panj dva kilograma sladkorja na dan. Na eno čebelo odpade torej dnevno 50 mg sladkorja. Tudi če so naše ocene za faktor 2 napačne, vidimo, da porabi čebela za svoj let precejšen del sladkorja, ki ga nabere.

*Andrej Likar*