

# VPLIV STIKOVANJA ARMATURNIH PALIC S PREKRIVANJEM NA TOGOST RAZPOKANEGA NATEZNEGA ARMIRANOBETONSKEGA ELEMENTA: NUMERIČNI MODEL

## INFLUENCE OF REBAR LAP SPLICES ON STIFFNESS OF TENSIONED REINFORCED CONCRETE ELEMENT: NUMERICAL MODEL

**doc. dr. Drago Saje, univ. dipl. inž. grad.**

drago.saje@fgg.uni-lj.si

**prof. dr. Igor Planinc, univ. dipl. inž. grad.**

igor.planinc@fgg.uni-lj.si

**izr. prof. dr. Sebastjan Bratina, univ. dipl. inž. grad.**

sebastjan.bratina@fgg.uni-lj.si

Univerza v Ljubljani, FGG, Jamova 2, Ljubljana

**ZNANSTVENI ČLANEK**

UDK UDK 519.876.5:691.328.1

**Povzetek** | V članku predstavimo preprost numerični model za analizo vpliva stikovanja armaturnih palic s prekrivanjem na togost razpokanega nateznega armiranobetonskega elementa. V numeričnem modelu armaturne palice in betonski ovoj obravnavamo ločeno, stik med njimi pa upoštevamo z nelinearnim modelom konstitucijskega zakona. Materialne parametre modela stika določimo z lastnimi eksperimenti. Ker so posplošene ravnotežne enačbe matematičnega modela nelinearne, te rešimo z deformacijsko metodo končnih elementov. V modelu razpoke upoštevamo diskretizirano, kot kriterij za pojav razpoke v betonu pa upoštevamo doseg njegove natezne trdnosti. Učinkovitost predstavljenega numeričnega modela prikažemo s parametričnimi študijami. Analiziramo vpliv dolžine prekrivanja armaturnih palic in trdnostne lastnosti betonskega ovoja na togost razpokanega armiranobetonskega elementa. Študije so pokazale, da je število razpok v stabiliziranem stanju pri elementih iz betona visoke trdnosti večje kot pri elementih iz betona običajne trdnosti. Posledično so razpoke ožje, kar zagotavlja elementom iz betona visoke trdnosti večjo trajnost. Študije so pokazale tudi, da je lahko potrebna dolžina stikovanja s prekrivanjem za prenos sile z ene armaturne palice na drugo pri elementih iz betona visoke trdnosti zelo majhna.

**Ključne besede:** armiranobetonski element, razpokanost, stikovanje s prekrivanjem, beton visoke trdnosti, MKE

**Summary** | The paper presents a relatively straightforward numerical model for the analysis of the influence of rebar lap splices on the stiffness of cracked tensioned reinforced concrete element. The numerical model considers the rebars and the concrete separately, whereas the contacts between them are considered with nonlinear constitutional model. We defined the material parameters of the model with our own experiments. Due to nonlinear generalized equilibrium equations of the model, they are solved with strained-based finite element method. In the model cracks are considered discretely, whereas for the appearance of cracks in the concrete the tensile strength

criterion is taken into account. The efficiency of the presented numerical model is shown with parametric studies. We analyse the influence of the rebar lap splice lengths and the strength of the concrete on the stiffness of the cracked RC element. Studies show that the number of cracks in stabilized condition is larger for high strength concrete elements than for normal strength concrete. As a consequence, cracks are narrower, which provides better durability to the high strength concrete elements. Studies also show that for high strength concretes the rebar lap splices, required for the transfer of force from one rebar to another, can be very small.

Key words: reinforced concrete element, cracking, lap splice, high-strength concrete, FEM

## 1 • UVOD

Pojav razpok in njihova velikost pomembno vplivata na togost in trajnost armiranobetonske (AB) konstrukcije. Zato moramo skladno z zahtevami evropskega standarda evrokod pri AB-konstrukcijah razpoke omejiti do te mere, da ne ogrožajo uporabnosti oziroma trajnosti konstrukcije ter da ne vplivajo na njen videz (SIST, 2005a). V normalnih pogojih sta število in velikost razpok v konstrukciji odvisna predvsem od količine in razporeditve armature, od debeline krovnega sloja betona in od sprjemne lastnosti stika med betonom in armaturo.

Pojav razpok pri AB-konstrukcijah in njihovo širjenje sta fizikalno zelo zahtevna procesa. Posledično je tudi matematično modeliranje tega pojava zelo zahtevno. Tako v znanstveni in strokovni literaturi zasledimo predvsem zelo veliko poenostavljenih modelov za analizo nastanka in širjenja razpok izoliranih delov konstrukcij. Najpreprostejši tak model je osno obtežen AB-element, sestavljen iz armaturne palice in betonskega ovoja. V sklopu tega preprostega modela predpostavimo, da betonski ovoj razpoka, ko normalna napetost doseže natezno trdnost betona. V naslednji fazi procesa, ki ga imenujemo faza nastajanja in širjenja razpok, sta nerazpokana dela betonskega ovoja med seboj povezana z armaturno palico in tudi z agregatnimi zrni, ki povezujejo dele betonskega ovoja ob razpoki (Cerioni, 2011). S povečevanjem obtežbe se širina razpoke povečuje, prav tako pa napetosti v nerazpokanih delih betonskega ovoja. To privede do naslednjih faz procesa, kjer nastajajo nove razpoke. Razpoke v AB-elementu tako nastajajo in se širijo pa tudi krčijo, vse do t. i. stabiliziranega stanja, ko je razdalja med sosednjima razpokama tako majhna, da napetosti v nerazpokanih delih betonskega ovoja kljub povečevanju natezne sile elementa te več ne dosežejo natezne

trdnosti betona. To stanje je odvisno od kvalitete oziroma nosilnosti stika med betonom in armaturo, ki določa prenos natezne sile iz armaturne palice v betonski ovoj. Raziskave kažejo, da moramo pri matematičnem modeliranju obnašanja stika upoštevati poleg mehanskih lastnosti betona in armature tudi dva različna geometrijsko in konstrukcijsko pogojena načina porušitve stika. Odvisna sta predvsem od debeline krovnega sloja betona in od morebitnega objetja betona. Ko ima AB-element zadostno debelino krovnega sloja betona in ustrezno objetje betona s prečno (strižno) armaturo, nastopi porušitev stika z izvlekom armature, ki je pogojena s strižno porušitvijo betona med rebri armaturnih palic. Ko pa debelina krovnega sloja betona ni zadostna oziroma betonski ovoj ni objet ali pa je slabo objet, se stik poruši, kot poročajo številni raziskovalci, zaradi razcepljanja okoliškega betona. Radialna obremenitev armature na okoliški beton povzroči, da se ta obnaša kot debelostenski cilindar, povzročena obtežba cilindra pa nastanek natezних obročnih napetosti. Ko te napetosti dosežejo natezno trdnost betona, nastopi porušitev v obliki razcepljanja okoliškega betona. Ta pojav povzroči v modelu konstitucijskega zakona nenaden padec nosilnosti stika med armaturno palico in betonom ((Canbay, 2005), (fib, 2013), (Lagier, 2016a), (Tastani, 2015)).

Pogosto zaradi konstrukcijskih razlogov (npr. prekratke palice, faznost gradnje) armaturne palice vzdolž AB-elementa niso neprekinjene. V takih primerih moramo izvesti stikovanje armaturnih palic, običajno s prekrivanjem. Najnovejši eksperimentalni rezultati kažejo, da je tudi v območjih stikovanja armature s prekrivanjem obnašanje stika med betonom in armaturnimi palicami podobno kot v območjih, kjer je v betonskem ovoju le ena palica ((Chowdhury, 2012), (Tastani, 2015)).

Z razvojem betonov visoke trdnosti in uporabe le-teh v AB-konstrukcijah zasledimo v znanstveni literaturi tudi eksperimentalne študije obnašanja tovrstnih konstrukcij v območju stikovanja armature s prekrivanjem. Največ raziskav zasledimo pri betonih, ki so ojačeni z jeklenimi vlakni, saj ti zaradi visoke trdnosti betona bistveno izboljšajo mehanske lastnosti stika ((Lagier, 2016a), (Lee, 2016)). Kar nekaj eksperimentalnih raziskav pa se pričakovano osredinja tudi na analizo vpliva stikovanja armature s prekrivanjem na togost upogibnih AB-elementov ((Gilbert, 2015), (Hassan, 2012), (Mousa, 2015), (Rakshanimehr, 2014)) in na vpliv stikovanja s prekrivanjem na togost AB-stebrov pri cikličnem obteževanju (Chowdhury, 2012). Za zdaj pa v literaturi redkeje zasledimo analitične in numerične modele za analizo vpliva stikovanja armaturnih palic s prekrivanjem na obnašanje AB-elementov. Chowdhury s sodelavci (Chowdhury, 2012) poroča v svojih raziskavah o relativno preprostem analitičnem modelu za analizo cikličnega odziva AB-stebra z upoštevanjem stikovanja armature s prekrivanjem, Tastani s sodelavci (Tastani, 2015) pa podaja poenostavljene izraze za analizo napetostnega in deformacijskega stanja in razpokanosti betona v območju stikovanja armature s prekrivanjem. Nekateri raziskovalci, na primer Lagier in sodelavci (Lagier, 2016b), pa območje stikovanja armature s prekrivanjem analizirajo s komercialnimi računalniškimi programi (npr. Abaqus).

V članku bomo predstavili nov numerični model za analizo togosti razpokanega nateznega AB-elementa z upoštevanjem stikovanja armature s prekrivanjem. Opisani numerični model predstavlja razširitev modela za analizo togosti razpokanega natezno obremenjenega AB-elementa z neprekinjeno armaturo, ki smo ga predstavili v (Bajc, 2013). Nastajanje in širjenje razpok bomo v modelu upoštevali z modelom diskretne razpoke (Yankelevsky, 2008), pojav delne povezanosti betonskega ovoja ob razpokah z agregatnimi zrni pa

z nelinearnim modelom vzmeti (Rabczuk, 2005). Konstitucijski zakon stika med betonskim ovojem in armaturnimi palicami bomo upoštevali z delno modificiranim nelinearnim modelom skladno z literaturo (Fib, 2013), za katerega bomo materialne parametre določili z lastnimi eksperimenti. Učinkovitost razvite-

ga numeričnega modela bomo prikazali s parametrično študijo. Pri tem bomo analizirali vpliv dolžine stikovanja s prekrivanjem in trdnostne lastnosti betonskega ovoja na togost razpokanega AB-elementa.

Članek ima poleg uvodnega poglavja še tri poglavja. V drugem poglavju predstavimo

bistvene značilnosti numeričnega modela za analizo togosti razpokanega AB-elementa z upoštevanjem stikovanja armature s prekrivanjem. V tretjem poglavju s parametrično študijo prikažemo učinkovitost predstavljenega numeričnega modela. Na koncu podajamo zaključke in uporabljene vire.

## 2 • NUMERIČNI MODEL

### 2.1 Osnovne enačbe

Obravnavamo natežno obremenjeni AB-element z začetno dolžino  $L$  in s konstantnim prečnim prerezom  $b/h$ . Armaturo AB-elementa sestavljata dve palici s premerom  $\emptyset$  in ploščino prečnega prereza  $A_s$ . Palici se na sredini dolžine elementa stikata s prekrivanjem dolžine  $l_0$ . Razmik med njima je tolikšen, da je zagotovljen ustrezen prenos sile preko betona z ene palice na drugo. Prva armaturna palica je na prostem koncu AB-elementa vpeta, druga pa na drugem prostem koncu elementa obtežena z natezno točkovno silo  $P$ . Na sliki 1 prikazujemo nerazpokan in razpokan AB-element ter oznake vseh pomembnih geometrijskih količin.

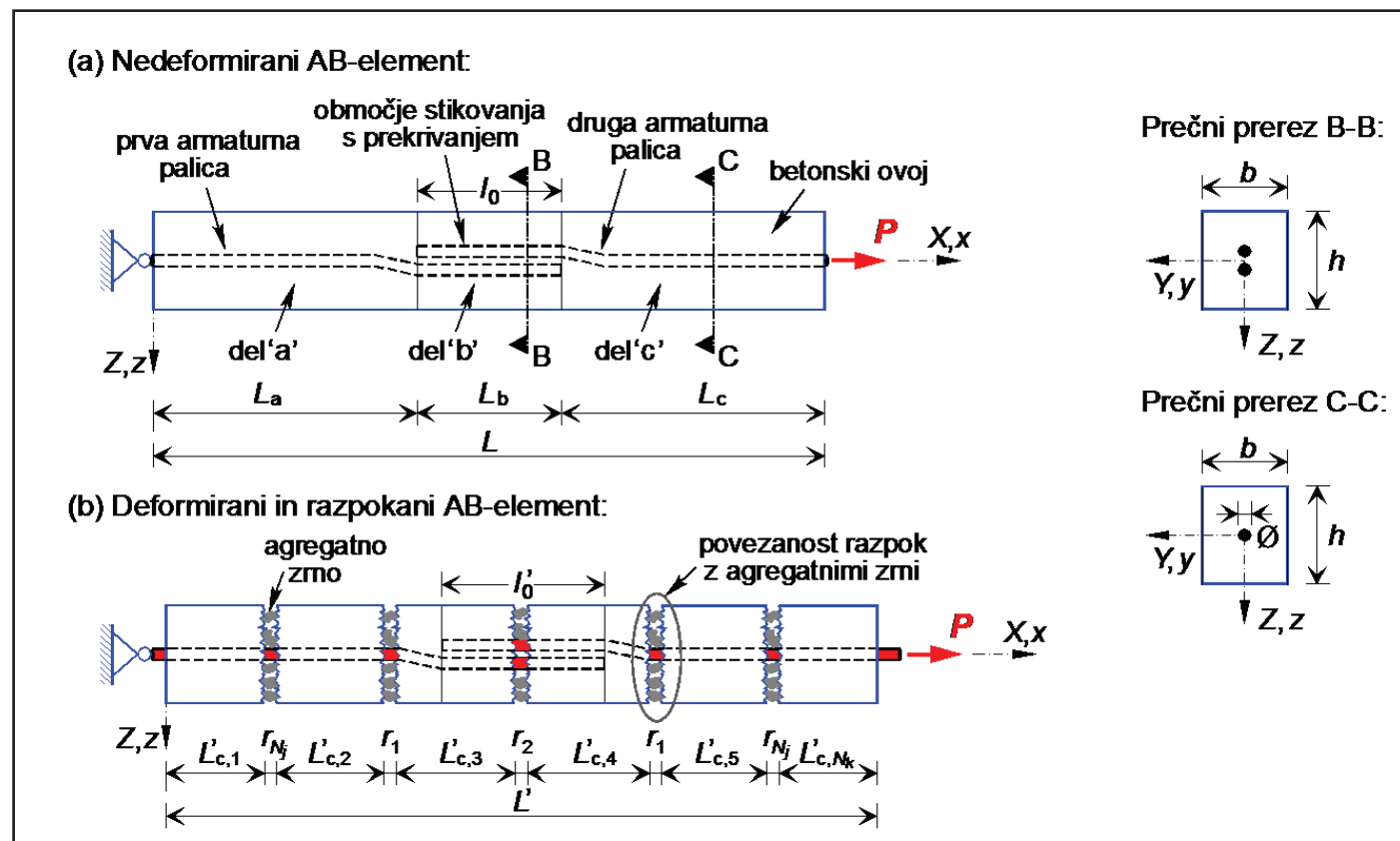
Deformiranje AB-elementa opišemo v ravnini ( $X, Z$ ) prostorskega desnosučnega Kartezičnega koordinatnega sistema. Pri formulaciji numeričnega modela AB-element razdelimo na tri dele z oznakami 'a', 'b' in 'c'. Dela 'a' in 'c' sta dela elementa z eno armaturno palico, del 'b' pa določa območje stikovanja armaturnih palic s prekrivanjem. Pripadajoče dolžine označimo z  $L_a, L_b = l_0$  in  $L_c$  (glej sliko 1(a)). Za AB-element oziroma za vse njegove dele predpostavimo, da težiščne (referenčne) osi betonskega ovoja in armaturnih palic sovpadajo in ležijo v težiščni osi betonskega ovoja. Z  $N_j$  označimo število različnih (ne identičnih) razpok, z  $N_k$  pa število nerazpokanih beton- skih odsekov AB-elementa. Širino  $j$ -te identične

razpoke označimo z  $r_j$  ( $j = 1, \dots, N_j$ ), dolžino  $k$ -tega deformiranega in nerazpokanega beton- skega odseka pa z  $L'_{c,k}$  ( $k = 1, \dots, N_k$ ). Z izrazom identična razpoka označujemo razpoke, ki nastopijo sočasno in se jim širina med deformiranjem spreminja enako.

Osnovne enačbe numeričnega modela za odseka 'a' in 'c' smo detajlno predstavili že drugje (Bajc, 2013), zato jih na tem mestu ne navajamo. Natančneje predstavimo le posplošene ravnotežne enačbe za odsek 'b' in pripadajoče povezovalne enačbe odsekov s pripadajočimi robnimi pogoji.

Osnovne predpostavke predstavljenega numeričnega modela so:

- ravni prečni prerezi, pravokotni na nedeformirano referenčno os, ostanejo ravni in pravokotni tudi na deformirano referenčno os,



Slika 1 • Nedeformirani in deformirani natežno obremenjeni AB-element. Oznake pomembnih geometrijskih količin.

- oblike in velikosti prečnih prerezov betonskega ovoja in armaturnih palic se med deformiranjem ne spreminjajo,
- betonski ovoj se v nategu obnaša linearno elastično do pojava razpoke; ta nastane takrat, ko beton doseže natežno trdnost,
- armaturna palica se obnaša linearno elastično do meje plastičnosti,
- razpokanost AB-elementa upoštevamo z modelom diskretne razpoke,
- velikost zamikov na stiku med betonskim ovojem in armaturno palico je relativno majhna, konstitucijski zakon stika je nelinearen,
- pojav delne povezanosti betonskih ovojev ob razpoki z agregatnimi zrni modeliramo z nelinearno vzmetjo.

Skladno z omenjenimi predpostavkami sestavljajo kinematične, ravnotežne in konstitucijske enačbe AB-element na delu 'b', tj. na območju stikovanja armaturnih palic s prekrivanjem, naslednji sistem navadnih diferencialnih in algebrskih enačb ( $p = 1, 2$ ):

- kinematične enačbe:

$$u'_{c,b} - \epsilon_{c,b} = 0, \tag{1}$$

$$u'^p_{s,b} - \epsilon^p_{s,b} = 0, \tag{2}$$

$$\Delta^p_b = u^p_{s,b} - u_{c,b}, \tag{3}$$

- ravnotežne enačbe:

$$N'_{c,b} + \sum_{k=1}^2 p^p_{X,c,b} = 0, \tag{4}$$

$$N^p_{s,b} + p^p_{X,s,b} = 0, \tag{5}$$

$$p^p_{X,c,b} = -p^p_{X,s,b}, \tag{6}$$

- konstitucijske enačbe:

$$N_{c,b} = E_c A_c \epsilon_{c,b}, \tag{7}$$

$$N^p_{s,b} = E_s A_s \epsilon^p_{s,b}, \tag{8}$$

$$p^p_{X,c,b} = f^p(\Delta^p_b). \tag{9}$$

Pomen oznak v enačbah (1) do (9) je naslednji ( $p = 1, 2$ ):  $u_{c,b}$  in  $u^p_{s,b}$  so vzdolžni pomiki referenčne osi betonskega ovoja oziroma  $p$ -te armaturne palice,  $\Delta^p_b$  je zamik na stiku med betonskim ovojem in  $p$ -to armaturno palico,  $\epsilon_{c,b}$  in  $\epsilon^p_{s,b}$  označujejo specifično spremembo dolžine betonskega ovoja oziroma armaturnih palic,  $N_{c,b}$  in  $N^p_{s,b}$  so osne sile,

$p^p_{X,c,b}$  in  $p^p_{X,s,b}$  pa so tangentne (strižne) komponente kontaktne linijske obtežbe na stiku med betonskim ovojem in  $p$ -to armaturno palico. Oznaka ( $\bullet$ ) v enačbah (1)–(9) in v nadaljevanju pomeni odvod količine po materialni koordinati  $x$ , s katero identificiramo deleč AB-elementa na referenčni osi. Sistem enačb (1)–(9), s katerimi opišemo obnašanje AB-elementa na območju stikovanja armaturnih palic s prekrivanjem, imenujemo posplošene ravnotežne enačbe AB-elementa na odseku 'b'. Sestavlja ga 15 enačb za prav toliko neznanih količin ( $p = 1, 2$ ):  $u_{c,b}$ ,  $u^p_{s,b}$ ,  $\Delta^p_b$ ,  $\epsilon_{c,b}$ ,  $\epsilon^p_{s,b}$ ,  $N_{c,b}$ ,  $N^p_{s,b}$ ,  $p^p_{X,c,b}$  in  $p^p_{X,s,b}$ . S povezovalnimi enačbami povežemo posplošene ravnotežne enačbe dela 'a' in 'b' oziroma dela 'b' in 'c' v AB-element:

$$u_{c,a}(L_a) = u_{c,b}(0), \quad u^{p=1}_{s,a}(L_a) = u^{p=1}_{s,b}(0), \tag{10a}$$

$$u_{c,b}(L_b) = u_{c,c}(0), \quad u^{p=2}_{s,b}(L_b) = u^{p=2}_{s,c}(0). \tag{10b}$$

Robni pogoji za osni pomik oziroma osno silo na začetku oziroma koncu armaturne palice so:

$$u^{p=1}_{s,a}(0) = 0, \quad N^{p=1}_{s,b}(L_b) = 0 \quad \text{in} \tag{11}$$

$$N^{p=2}_{s,b}(0) = 0, \quad N^{p=2}_{s,c}(L_c) = P.$$

Robna pogoja za nerazpokan betonski ovoj pa sta:

$$N_{c,a}(0) = 0, \quad N_{c,c}(L_c) = 0. \tag{12a}$$

Ko betonski ovoj razpoka, se pojavijo dodatni robni pogoji na betonskem ovoju. Pri  $j$ -ti razpoki ( $j = 1, \dots, N$ ) sta dodatna robna pogoja na koncu levega nerazpokanega betonskega

odseka  $L_{c,k}$  oziroma na začetku desnega betonskega odseka  $L_{c,k+1}$  naslednja:

$$N_{c,k}(L_k) = N_f(r_j), \quad N_{c,k+1}(0) = N_f(r_j), \tag{12b}$$

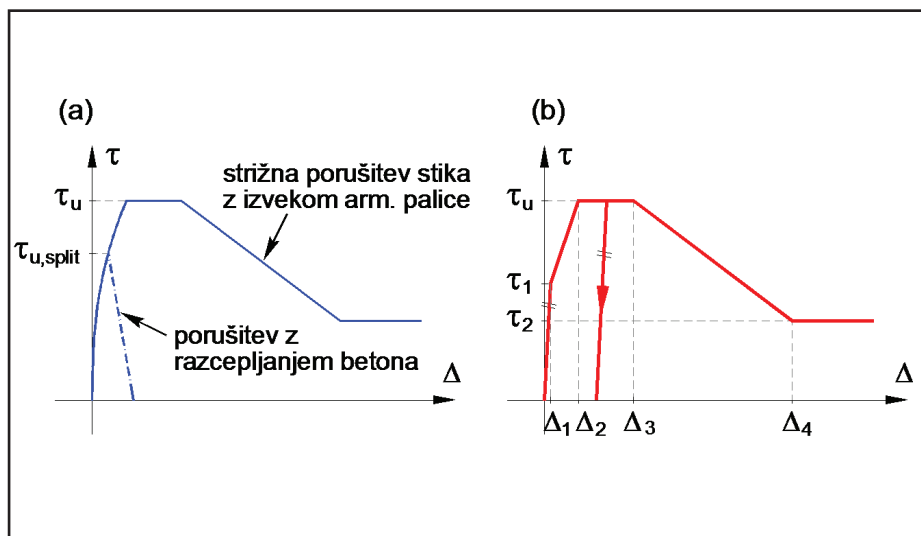
kjer smo z  $N_f(r_j)$  označili osno silo v nelinearni vzmeti, s katero modeliramo pojav delne povezanosti betonskih ovojev ob razpoki z agregatnimi zrni.

## 2.2 Konstitucijski zakoni

Konstitucijska zakona obravnavanega natezno obremenjenega AB-elementa ločeno določata modela za beton in jeklo. Za natezno obremenjeni beton velja do nastanka razpok linearna elastična zveza (tj. do natezne trdnosti betona), za armaturni palici pa do meje plastičnosti. Dodatno pa konstitucijske zakone AB-elementa določajo tudi model stika med betonskim ovojem in armaturno palico ter model vzmeti, s katerim opišemo stopnjo povezanosti betonskih ovojev ob razpoki z agregatnimi zrni. Ker sta linearno elastična modela konstitucijskega zakona za beton in jeklo zelo preprosta (glej enačbi (7) in (8)), v nadaljevanju detajlneje opišemo le nelinearno konstitucijska zakona stika oziroma vzmeti.

### 2.2.1 Konstitucijski zakon stika

V literaturi (Fib, 2000) lahko zasledimo veliko eksperimentalnih raziskav o stopnji povezanosti (stika) med betonom in armaturno palico. Največkrat raziskovalci opišejo zvezo v obliki funkcijske zveze med zamikom  $\Delta$  in strižno (sPrijemno) napetostjo  $\tau$ . Omenili smo že, da je ta zveza odvisna tudi od načina



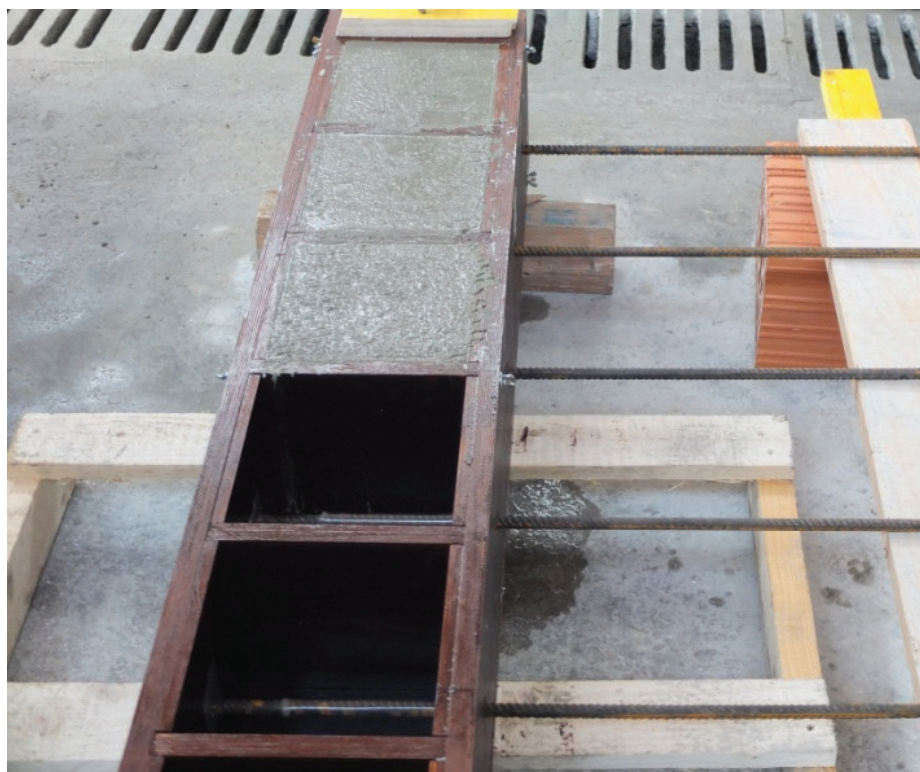
Slika 2 • Konstitucijski zakoni stika med betonom in armaturo: (a) zakona skladno z literaturo (Fib, 2013), (b) modificiran zakon stika.

porušitve stika. Stik se lahko poruši strižno z izvlekom armaturne palice oziroma zaradi razcepljanja okoliškega betona. Značilna konstitucijska modela stika za oba načina porušitve prikazujemo skladno z literaturo (Fib, 2013) na sliki 2(a). V predstavljenem numeričnem modelu uporabimo nekoliko modificirano obliko modela konstitucijskega zakona stika, ki predpostavi porušitev stika z izvlekom, in sicer v obliki odsekoma linearne zveze (slika 2(b)). V modelu smo s  $\tau_1$  označili strižno napetost na meji elastičnosti, s  $\tau_u$  strižno (sprjemno) trdnost stika, s  $\tau_2$  pa preostalo strižna trdnost, z  $\Delta_1$  do  $\Delta_4$  pa pripadajoče zamike.

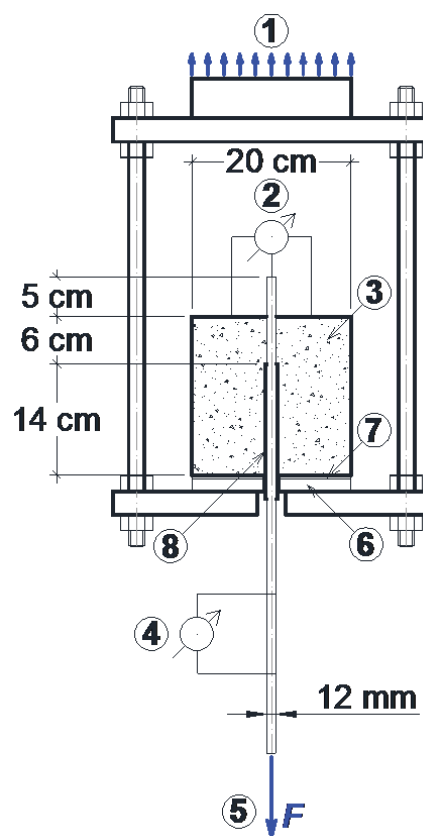
V numeričnem modelu zakon stika (glej enačbo (9)) določa zveza med strižno komponento kontaktne linijske obtežbe  $p_{X_c}^p$  na stiku med betonskim ovojem in  $p$ -to armaturno palico in pripadajočim zamikom. Zvezo med sprjemno napetostjo  $\tau^p$  in kontaktno linijsko obtežbo  $p_{X_c}^p$  predstavlja zveza ( $p = 1, 2$ ):

$$p_{X_c}^p = \pi \varnothing \tau^p = f^p (\Delta^p) \quad (13)$$

kjer smo predpostavili konstantno spreminjanje sprjemne napetosti  $\tau^p$  po obodu



Slika 3 • Kalup za izdelavo preizkušancev.



Slika 4 • Naprava za izvedbo izvlečnega testa (angl. pull-out testa) in geometrijski podatki preizkušanca.

armaturne palice. V predstavljenem prispevku materialne parametre modela stika med betonskim ovojem in armaturnimi palicami določimo z eksperimentalnimi rezultati izvlečnega testa skladno s standardom SIST EN 10080:2005 (SIST, 2005b), ki sta ga izvedla Saje in Lopatič (Saje, 2016). V nadaljevanju na kratko opišemo potek eksperimenta. Preizkušane je betonska kocka z robom dolžine 20 cm, v katero je vbetonirana armaturna palica s premerom  $\varnothing = 12$  mm. Za izdelavo preizkušancev smo uporabili poseben leseni kalup, ki nam je omogočal izdelavo večjega števila preizkušancev hkrati (glej sliko 3).

Izvlačni preizkus smo opravili s pomočjo elektrohidravličnega preizkuševalnega stroja Instron 1345 kapacitete  $\pm 1000$  kN. Na sliki 4 prikazemo dimenzije preizkušanca za izvlečni test, ki smo jih določili glede na premer uporabljene armaturne palice. Objetje

armaturne palice z betonom zagotovimo pri dolžini  $5\varnothing$  oziroma 6 cm. Na preostalih 14 cm pa preprečimo sprijemnost med armaturno palico in betonom z gumijasto cevko. Preizkušane med testom stoji na gumijasti podlagi (7) in dodatni jekleni ploščici (6). Armaturno palico med preizkušanjem vpnemo v spodnjo čeljust (5) preizkuševalnega stroja. V zgornjo čeljust (1) vpnemo podporno jekleno kletko. Spodnjo in zgornjo ploščo kletke povežemo s štirimi navojnimi palicami. Na zgornjem, neobremenjenem koncu armaturne palice z elektronsko merilno urico (2) merimo zamik palice glede na zgornjo ploskev betonskega preizkušanca. Na armaturno palico namestimo ekstenziometer (4), s katerim merimo njeno specifično deformacijo. Natezno obremenjevanje preizkušanca izvedemo z vodenim premikanjem spodnjega bata preizkuševalnega stroja s hitrostjo 0,01 mm/s. Pred začetkom preiskave nas-

tavimo maksimalni hod bata na 50 mm. Izvlačni test izvajamo do porušitve stika med armaturo in betonom ali do mejnega hoda hidravličnega bata, če se ta zgodi prej.

S preizkuševalnim strojem, ustrezno merilno opremo in programsko opremo za zajem podatkov izmerimo silo na poteznem koncu armaturne palice in zamik prostega konca armaturne palice. Pri določitvi sprijemne napetosti upoštevamo predpostavko o enakomerni razporeditvi napetosti vzdolž sidrne dolžine. S tem je sprijemna napetost definirana kot količnik med silo in nazivno ploščino plašča palice na sidrni dolžini.

Preizkus smo opravili za kocko iz betona običajne trdnosti (NSC) in za kocko iz betona visoke trdnosti (HSC). Rezultate meritev prikazujemo na sliki 5. Parametre odsekoma linearnega modela konstitucijskega zakona stika (črtkane črte na sliki 5) določimo tako, da se konstitucijski diagram najbolj prileže rezultatom eksperimenta. Zberemo jih v preglednicah na sliki 5, in sicer ločeno za NSC in HSC. Na sliki 5 dodatno prikazemo še modela konstitucijskega zakona stika za oba načina porušitve skladno z literaturo (Fib, 2013).

### 2.2.2 Konstitucijski zakon vzmeti

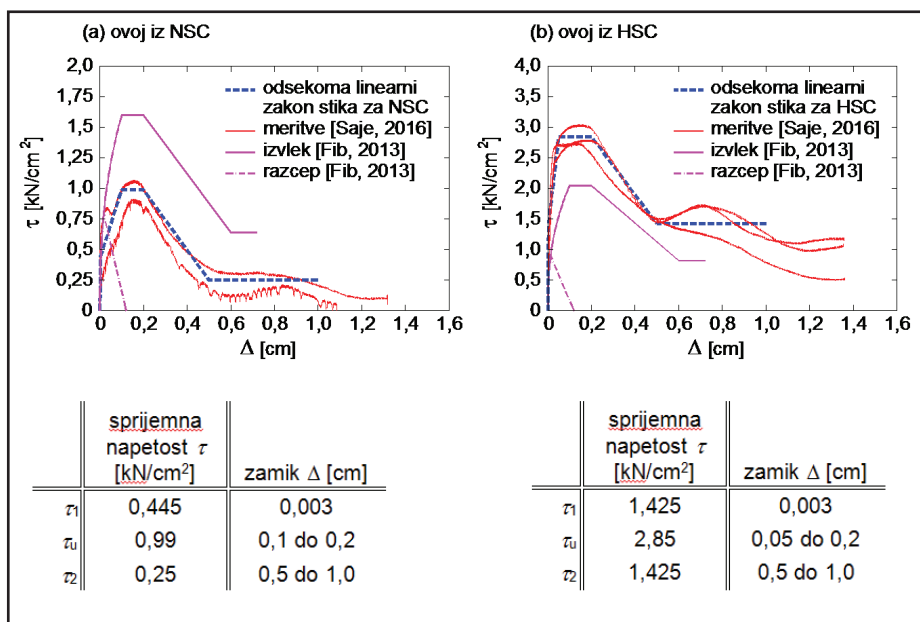
Konstitucijski zakon vzmeti, s katerim modeliramo delno povezanost betonskega ovoja ob razpoki z agregatnimi zrni, povzamemo po literaturi (Rabczuk, 2005) in ga prikazujemo na sliki 6. Podajnost vzmeti je odvisna od natezne trdnosti betona  $f_{ct}$  in energije loma betona  $G_f$ . Največjo širino razpoke označimo z  $w_{crit}$  in jo določimo skladno z izrazom:  $w_{crit} = 2G_f / (f_{ct} (\alpha_t + \beta_t))$ . Konstitucijsko zvezo med normalno napetostjo  $\sigma_r$  in širino razpoke  $r$  določa bilinearna zveza na sliki 6. Konstitucijska zveza, prirejena za AB-element, pa je:

$$N_r(r_j) = \sigma_r(r_j) \cdot A_c \quad (14)$$

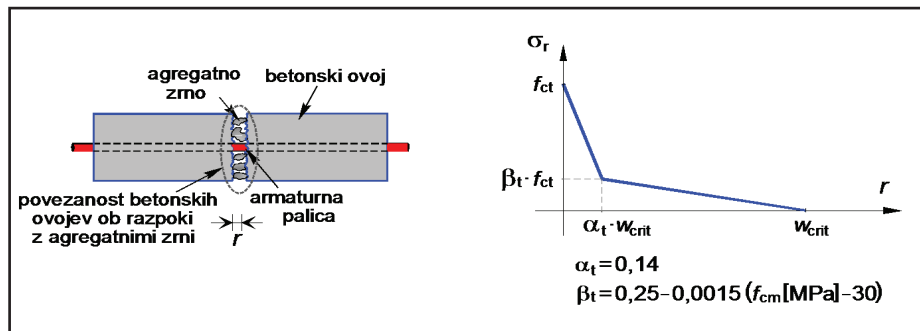
kjer je  $A_c$  ploščina prečnega prereza betonskega ovoja.

### 2.3 Reševanje enačb

Zaradi nelinearnih konstitucijskih zvez je seveda matematični model nateznega AB-elementa nelinearen in zanj analitičnih rešitev ne poznamo. Zato ga rešimo numerično, in sicer z deformacijsko metodo končnih elementov. Zaradi zaporednega pojavljanja razpok moramo posplošene diskretne ravnotežne enačbe rešiti z inkremento-iteracijskim postopkom. Detajle takega reševanja diskretnih posplošenih ravnotežnih enačb smo natančneje opisali v literaturi (Bajc, 2013).



Slika 4 • Modificirana konstitucijska zakona stika in pripadajoči materialni parametri za betonski ovoj iz: (a) NSC, (b) HSC.



Slika 6 • Konstitucijski zakon delne povezanosti betonskih ovojev ob razpoki z agregatnimi zrni (Rabczuk, 2005).

### 3 • PARAMETRIČNA ŠTUDIJA

S parametrično študijo prikažemo učinkovitost predstavljenega numeričnega modela za analizo togosti razpokanega AB-elementa z upoštevanjem stikovanja armaturnih palic s prekrivanjem. Parametrično študijo vpliva stikovanja opravimo za različne dolžine prekrivanja armaturnih palic ter za betonski ovoj iz betona običajne trdnosti (NSC) in iz betona visoke trdnosti (HSC).

#### 3.1 Osnovni geometrijski podatki

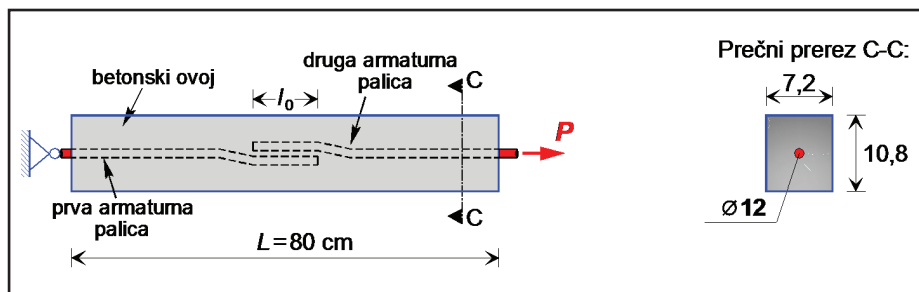
Obravnavamo natezni AB-element z dolžino  $L = 80$  cm in s pravokotnim prečnim prerezom dimenzij  $b/h = 7,2/10,8$  cm (glej sliko 7). Element je armiran z rebzasto armaturno palico premera  $\varnothing = 12$  mm. V osrednjem delu AB-elementa je izvedeno stikovanje armaturnih palic s prekrivanjem, in sicer pri dolžini  $l_0$ . AB-element modeliramo z 80 deformacijskimi linijskimi končnimi elementi. Število prostostnih stopenj je 2641 (element z neprekinjeno armaturno palico (Bajc, 2013)).

V sklopu parametrične študije najprej določimo projektno dolžino prekrivanja  $l_0$  skladno s standardom SIST EN 1992-1-1:2005 (SIST, 2005a). Določimo jo za mejna stanja uporabnosti (MSU) in za mejna stanja nosilnosti (MSN). Vrednosti zberemo v preglednici 1. Ker so vrednosti prekrivanja armaturnih palic skladno s standardom (SIST, 2005a) različne, v parametrični študiji vpliva stikovanja na togost AB-elementa iz betona običajne trdnosti (NSC) izberemo tri različne dolžine prekrivanja:  $l_0^{NSC} = 10, 20$  oz.  $30\varnothing$ . Ker so pri betonih visoke trdnosti projektne dolžine prekrivanja zaradi višjih sprijemnih trdnosti precej manjše, se v sklopu te parametrične študije odločimo še za dolžino  $5\varnothing$ , tako da pri HSC analiziramo vpliv stikovanja na togost elementa za štiri različne dolžine prekrivanja:  $l_0^{HSC} = 5, 10, 20$  in  $30\varnothing$  (preglednica 1).

#### 3.2 Materialni podatki

V parametrični študiji materialne parametre betona NSC in HSC določimo skladno s standardom (SIST, 2005a) na osnovi izmerjenih vrednosti tlačnih trdnosti betonov (glej razdelek 2.2.1). Materialne parametre armaturnih palic pa povzamemo po (SIST, 2005a). Izmerjene oziroma izbrane vrednosti parametrov so naslednje:

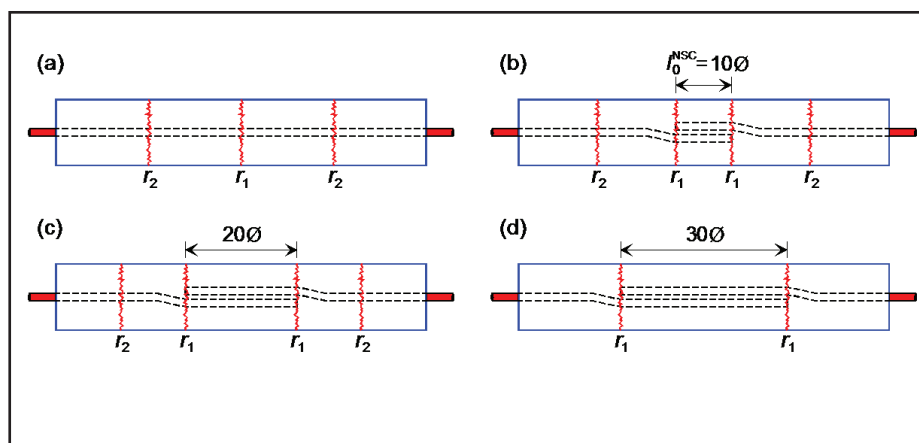
- za beton običajne trdnosti (NSC):  $f_{cm,cube} = 4,9$  kN/cm<sup>2</sup>, elastični modul



Slika 7 • Natezni AB-element s prekinjeno vzdolžno armaturo.

	SIST EN 1992-1-1		
	MSU	MSN	parametrična študija
$l_0^{NSC}$	26,5 $\varnothing$	40 $\varnothing$	10, 20 oz. 30 $\varnothing$
$l_0^{HSC}$	19 $\varnothing$	28 $\varnothing$	5, 10, 20 oz. 30 $\varnothing$

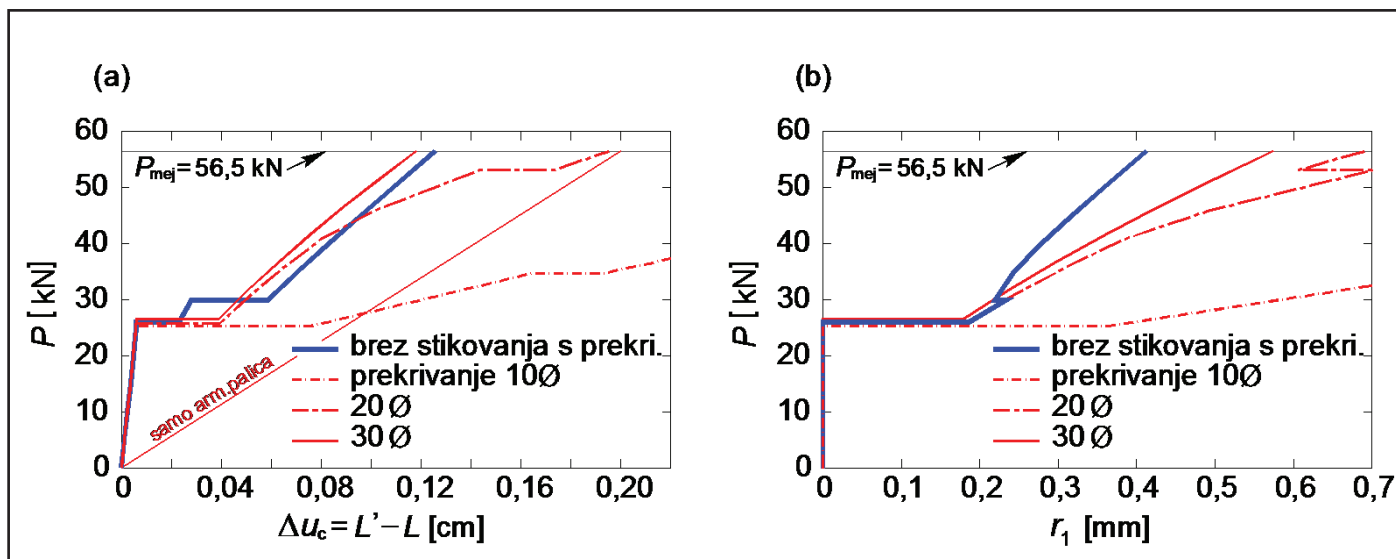
Preglednica 1 • Spreminjanje dolžine prekrivanja armaturnih palic skladno s standardom (SIST, 2005a) in izbrane dolžine v parametrični študiji



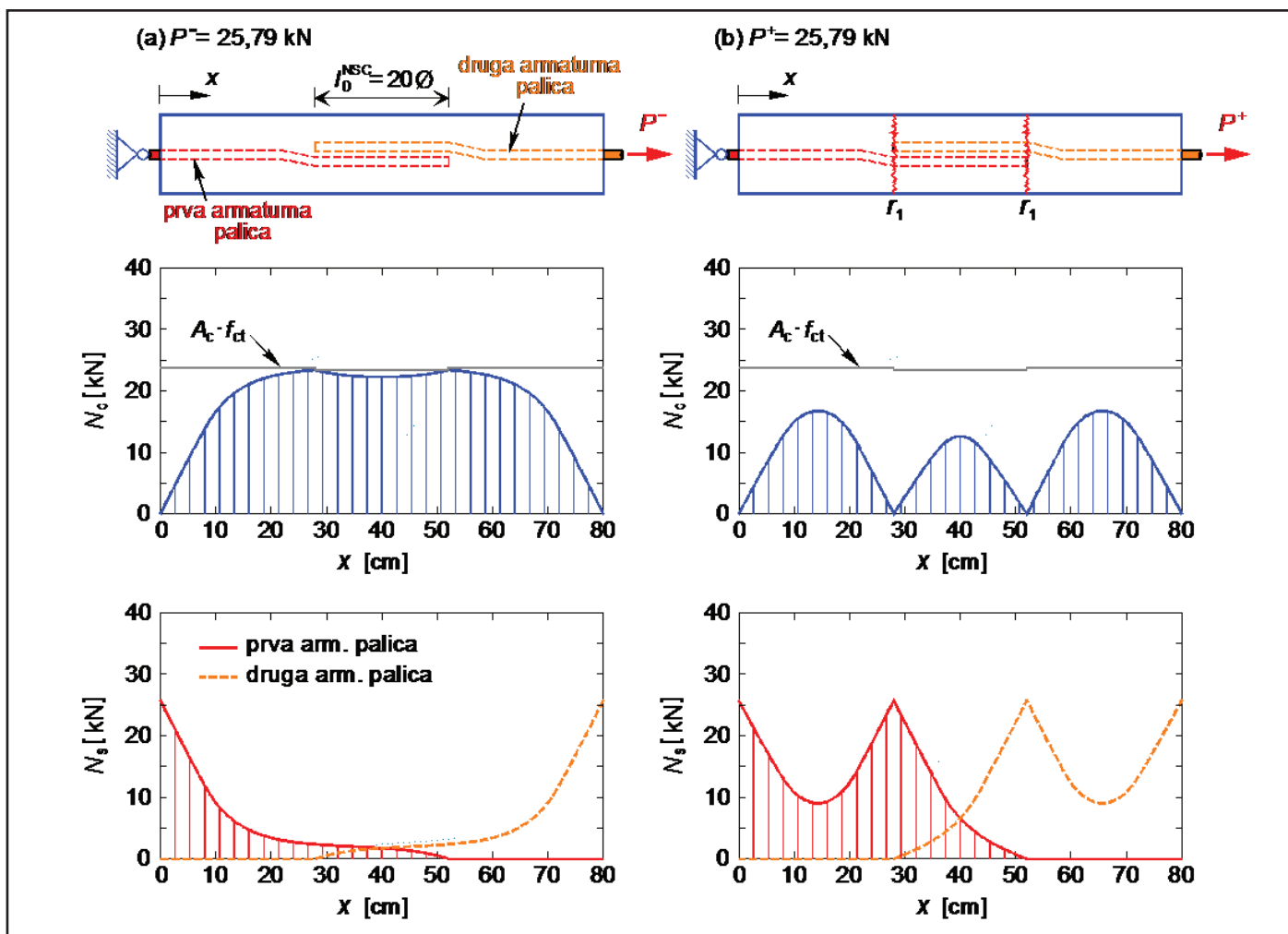
Slika 8 • AB-element iz NSC. Pojavljanje in razporeditev razpok v stabiliziranem stanju: (a) brez stikovanja armature, (b) za stikovanje s prekrivanjem v dolžini  $l_0^{NSC} = 10\varnothing$ , (c)  $20\varnothing$  in (d)  $30\varnothing$ .

- $E_c = 3350$  kN/cm<sup>2</sup>, natezna trdnost  $f_{ct} = 0,31$  kN/cm<sup>2</sup>,
  - za beton visoke trdnosti (HSC):  $f_{cm,cube} = 8,1$  kN/cm<sup>2</sup>,  $E_c = 3900$  kN/cm<sup>2</sup> in  $f_{ct} = 0,44$  kN/cm<sup>2</sup>,
  - za armaturni palici: elastični modul  $E_s = 20000$  kN/cm<sup>2</sup> in mejo elastičnosti  $f_{yk} = 50$  kN/cm<sup>2</sup>; natezna sila na meji plastičnosti je  $P_{mej} = P_y = 56,5$  kN.
- Za materialne parametre zakona stika uporabimo rezultate izvlečnega testa, predstavljene v razdelku 2.2.1. Pri tem predpostavimo

porušitev stika z izvlekom armaturne palice. Parametri so prikazani v preglednici na sliki 5, ločeno za NSC in HSC. Tudi materialne parametre nelinearne vzmeti, s katero upoštevamo vpliv delne povezanosti betonskih ovojev ob razpoki z agregatnimi zrni (glej sliko 6), izberemo za ovoj iz betona običajne trdnosti (NSC): lomna energija betona  $G_f = 90$  N/m,  $\alpha_f = 0,14$ ,  $\beta_f = 0,2335$ , mejna širina razpoke  $w_{crit} = 0,155$  mm, ter za ovoj iz betona visoke trdnosti (HSC):  $G_f = 120$  N/m,  $\alpha_f = 0,14$ ,  $\beta_f = 0,1945$  in  $w_{crit} = 0,163$  mm.



Slika 9 • AB-element iz NSC. Vpliv dolžine prekrivanja armaturne palice na: (a) spreminjanje dolžine elementa, (b) spreminjanje širine prve identične razpoke  $r_1$ .



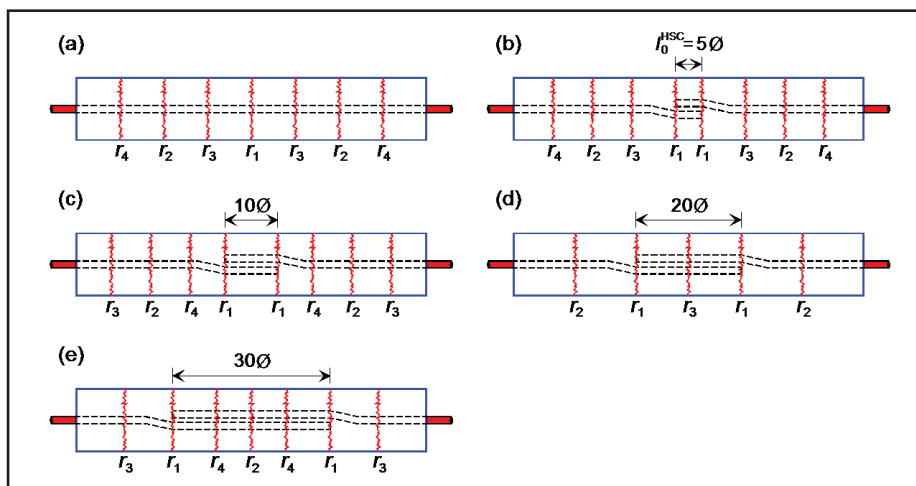
Slika 10 • AB-element iz NSC. Potek osne sile v betonskem ovoju in armaturnih palicah za stikovanje s prekrivanjem pri dolžini 20Ø: (a) tik pred ( $= 25,79$  kN) in (b) tik po nastanku prvih identičnih razpok  $r_1$  ( $= 25,79$  kN).



### 3.3 Analiza vpliva dolžine prekrivanja armaturnih palic (AB-element iz NSC)

V parametrični študiji najprej analiziramo vpliv dolžine prekrivanja armaturnih palic na zaporedje pojavljanja razpok ( $r_1, r_2 \dots$ ) in razporeditev razpok v stabiliziranem stanju pri AB-elementu iz NSC (glej sliko 8). Za primerjavo prikazemo na sliki 8 tudi rezultate analize AB-elementa z neprekinjeno armaturno palico. Pri AB-elementu brez stikovanja armature se prva razpoka  $r_1$  pojavi na sredini dolžine elementa pri natezni sili  $P = 25,97$  kN, za AB-elemente s stikovanjem armature pa se v vseh treh analiziranih primerih pojavita sočasno dve identični razpoki, pričakovano na začetku oziroma koncu stikovanja armaturnih palic. Pripadajoče natezne sile so:  $P = 25,28$  kN ( $\rho_0^{NSC} = 10\emptyset$ ),  $25,79$  kN ( $20\emptyset$ ) in  $26,57$  kN ( $30\emptyset$ ). S povečevanjem obtežbe  $P$  se v vseh primerih dodatno pojavita še dve identični razpoki  $r_2$ , razen v elementu z dolžino prekrivanja  $30\emptyset$ .

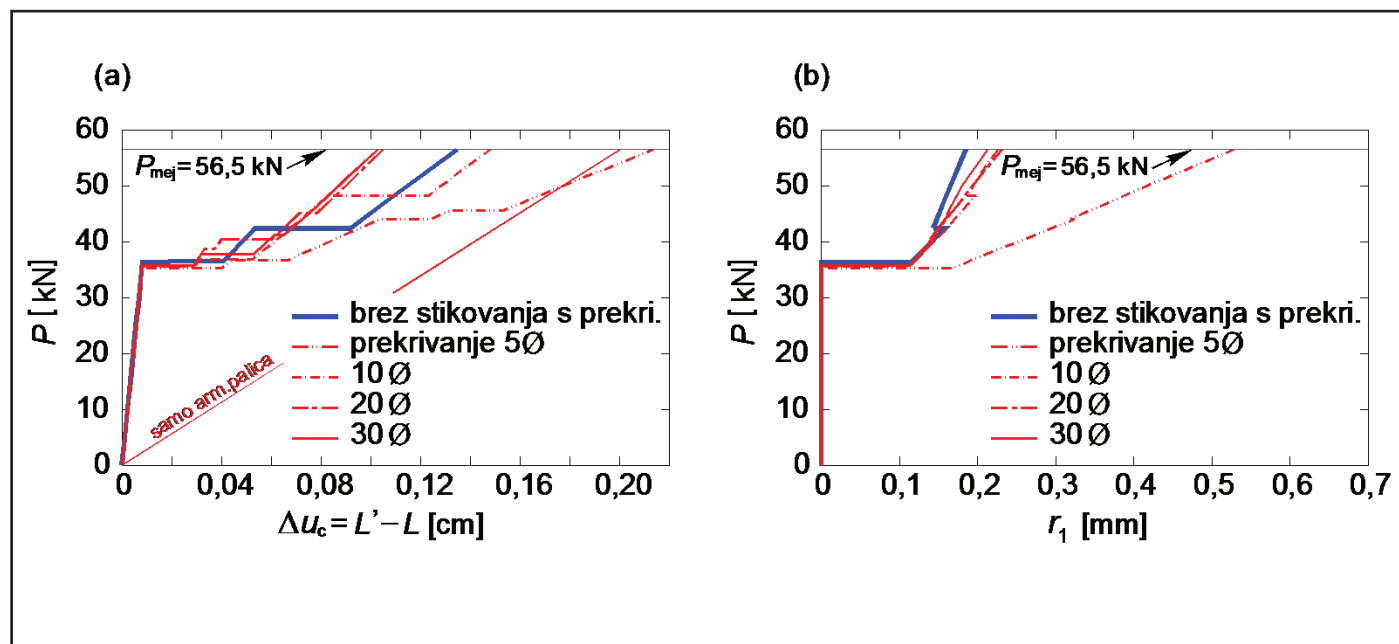
Na sliki 9(a) in 9(b) prikazujemo za vse obravnavane AB-elemente spreminjanje dolžine betonskega elementa oziroma spreminjanje širine prve razpoke  $r_1$  v odvisnosti od velikosti natezne sile  $P$ . S primerjavo rezultatov nedvoumno ugotovimo, da ima dolžina prekrivanja velik vpliv na togost razpokanega AB-elementa ter tudi na spreminjanje širine prve razpoke  $r_1$ . Za AB-element s prekrivanjem  $10\emptyset$  je togost bistveno manjša od togosti AB-elementa brez stikovanja armature. Ko dolžino prekrivanja povečamo na  $20\emptyset$ ,



Slika 11 • AB-element iz HSC. Pojavljanje in razporeditev razpok v stabiliziranem stanju: (a) brez stikovanja armature, (b) za stikovanje s prekrivanjem v dolžini  $5\emptyset$ , (c)  $10\emptyset$ , (d)  $20\emptyset$  in (e)  $30\emptyset$ .

se togost razpokanega AB-elementa bistveno poveča, vendar je pri visokih nivojih natezne sile ( $P > 40$  kN) še vedno manjša od togosti AB-elementa brez stikovanja armature. Za dolžino prekrivanja armaturne palice  $30\emptyset$  se togost AB-elementa še dodatno poveča. Zdaj je ta v celoti primerljiva s togostjo AB-elementa brez prekinjanja armature tudi pri visokih nivojih natezne osne sile. Dodatno lahko tudi ugotovimo, da je sprememba dolžine razpokanega AB-elementa s stikovanjem armature pri dolžini  $30\emptyset$  celo manjša od spremembe dolžine elementa brez stikovanja. Je pa širina prve identične razpoke  $r_1$  za vse elemente s stiko-

vanjem armature s prekrivanjem vedno večja od širine prve razpoke pri AB-elementu brez stikovanja armature. Zanimivo je tudi, da se ob pojavu druge identične razpoke  $r_2$  širina prve razpoke  $r_1$  nekoliko zmanjša. V vseh primerih pa širina prve razpoke že takoj po nastanku preseže vrednost  $0,2$  mm. Zato je v teh primerih vpliv delne povezanosti betonskega ovoja ob razpoki z agregatnimi zrni zane-marljiv, saj je širina razpoke večja od kritične širine  $w_{crit} = 0,155$  mm, ki še zagotavlja prenos normalnih napetosti  $\sigma$ , med sosednjima nerazpokanima deloma betonskega ovoja (glej sliko 6).



Slika 12 • AB-element iz HSC. Vpliv dolžine prekrivanja armaturne palice na: (a) spreminjanje dolžine elementa, (b) spreminjanje širine prve identične razpoke  $r_1$ .

Na sliki 10 za AB-element z dolžino prekrivanja  $20\varnothing$  prikazujemo potek osne sile v betonskem ovoju oziroma v obeh armaturnih palicah tik pred nastankom oziroma tik po nastanku prve identične razpoke  $r_1$ , torej pri sili  $P = 25,79$  kN. Tik pred nastankom prvih identičnih razpok  $r_1$  je na mestu predvidenega nastanka razpoke napetost v betonskem ovoju enaka natezni trdnosti betona, armaturni palici pa sta skoraj neobremenjeni. Takoj po nastanku razpoke pa napetost v betonskem ovoju na tem mestu pade na nič, tako da celotno obremenitev AB-elementa prevzame armaturna palica.

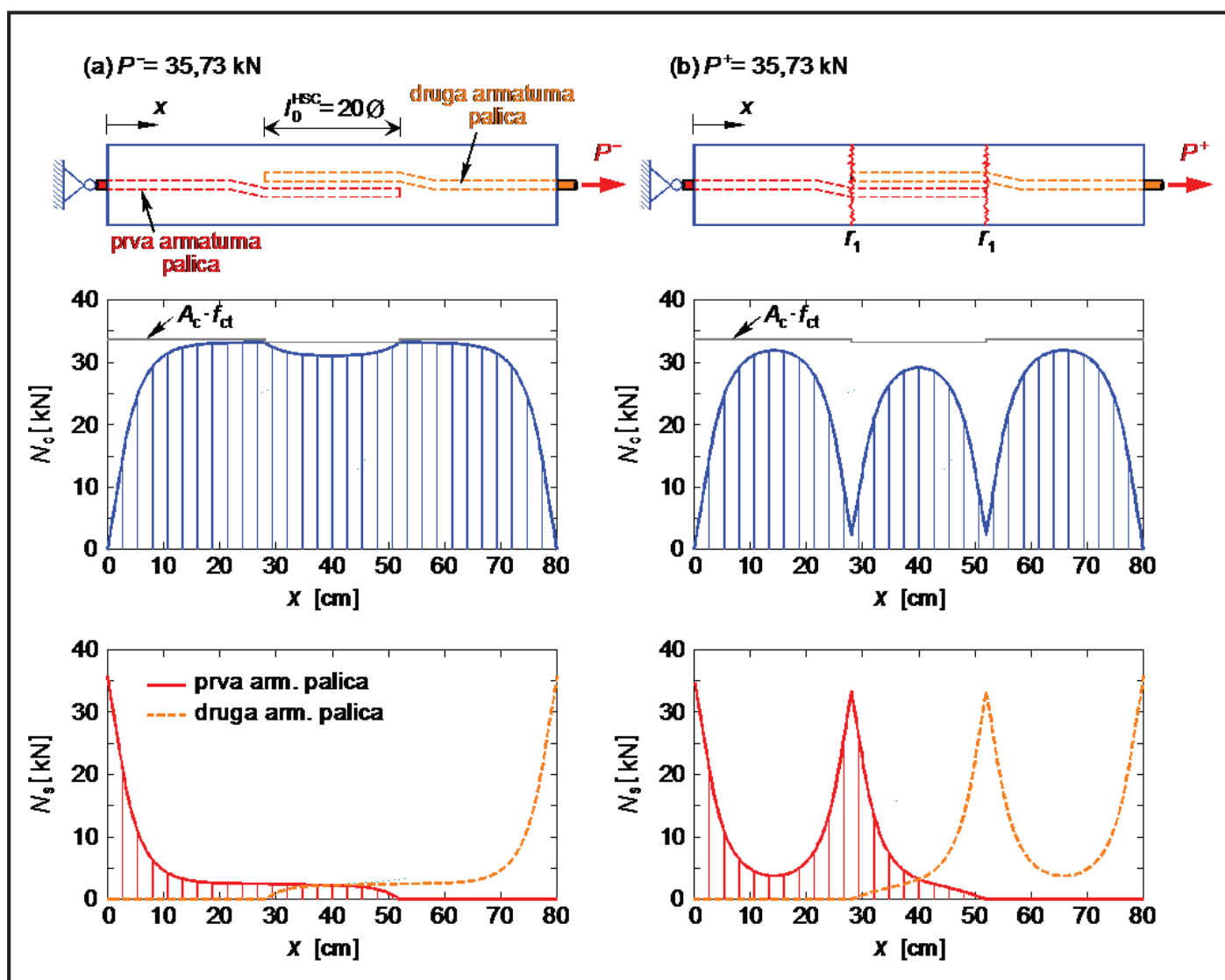
### 3.4 Analiza vpliva dolžine prekrivanja armaturnih palic (AB-element iz HSC)

Podobno parametrično študijo vpliva stikovanja armaturnih palic s prekrivanjem smo

izdelali še za AB-element iz betona visoke trdnosti (HSC). Tako lahko analiziramo tudi vpliv kvalitete betona na togost nateznega AB-elementa. Rezultate analize prikazujemo v istem zaporedju, kot smo jih prikazali v razdelku 3.3. Na sliki 11 tako najprej prikažemo v AB-elementu zaporedje pojavljanja razpok ( $r_1, r_2 \dots$ ) in njihovo razporeditev v stabiliziranem stanju v odvisnosti od dolžine prekrivanja armaturnih palic. Prve identične razpoke  $r_1$  se pojavijo na enakih mestih kot pri AB-elementih iz NSC, le natezne sile so zaradi višje natezne trdnosti betona nekoliko večje. Tako se v AB-elementu brez stikovanja armaturnih palic prva razpoka pojavi pri sili  $P = 36,26$  kN, v AB-elementih s stikovanjem armaturnih palic pa sočasno na začetku oziroma koncu stikovanja. Pripadajoče natezne sile so:  $P = 35,27$

kN ( $f_0^{\text{HSC}} = 5\varnothing$ ),  $35,63$  kN ( $10\varnothing$ ),  $35,73$  kN ( $20\varnothing$ ) in  $35,80$  kN ( $30\varnothing$ ). S povečevanjem natezne sile se pojavljajo nove razpoke. Njihovo število je v stabiliziranem stanju precej večje kot pri AB-elementih iz NSC, in to ne glede na dolžino prekrivanja. Zanimivo je, da se za dolžini prekrivanja  $20\varnothing$  oz.  $30\varnothing$  razpoke pojavijo tudi na območju stikovanja armaturnih palic.

V nadaljevanju na sliki 12(a) in 12(b) prikažemo še spreminjanje dolžine betonskega ovoja oziroma spreminjanje širine prvih identičnih razpok  $r_1$  za vse analizirane AB-elemente. Pri elementu z dolžino prekrivanja  $5\varnothing$  je togost precej manjša od togosti AB-elementa brez stikovanja armature. Pri preostalih AB-elementih s prekrivanjem armaturnih palic v dolžini  $10\varnothing, 20\varnothing$  in  $30\varnothing$  pa se njihova



Slika 13 • Potek osne sile v betonskem ovoju in armaturnih palicah v AB-elementu iz HSC za stikovanje s prekrivanjem  $20\varnothing$ : (a) tik pred nastankom in (b) tik po nastanku prvih razpok  $r_1$ .

togost precej poveča in je primerljiva s togostjo AB-elementa brez stikovanja armature. Zanimivo je, da dolžina prekrivanja  $10\varnothing$  ali več nima omembe vrednega vpliva na širino prvih identičnih razpok  $r_1$ . Širine teh razpok pa so primerljive s širinami razpok AB-elementa brez stikovanja armature. V teh primerih širina

prve razpoke praktično ne preseže vrednosti 0,2 mm.

Na koncu za AB-element iz HSC z dolžino prekrivanja  $20\varnothing$  prikažemo še potek osne sile v betonskem ovoju oziroma v obeh armaturnih palicah tik pred nastankom oziroma tik po nastanku prve razpoke  $r_1$ , tj. pri

sili  $P = 35,73$  kN (glej sliko 13). Opazimo, da zdaj napetost v betonskem ovoju na začetku oziroma koncu stikovanja armaturnih palic ne pade na nič. To je posledica vpliva delne povezanosti betonskih ovojev ob razpoki z agregatnimi zrni, saj je širina razpoke manjša od  $w_{crit}$  (glej sliko 6).

## 4 • SKLEP

V članku smo predstavili nov numerični model za analizo vpliva dolžine stikovanja armaturne palice s prekrivanjem na togost razpokanega natezno obremenjenega AB-elementa. Model je zasnovan na deformacijski metodi končnih elementov. Za konstitucijski zakon stika, s katerim smo opisali stopnjo povezanosti armaturnih palic in betonskega ovoja, smo izbrali delno modificirano obliko zakona skladno z literaturo (Fib, 2013). Materialne

parametre modela pa smo določili z lastnimi eksperimenti. S parametričnimi študijami smo analizirali vpliv stikovanja s prekrivanjem na togost razpokanega AB-elementa iz betona običajne in visoke trdnosti. Ugotovili smo, da se v betonskem ovoju iz betona visoke trdnosti razpoke pojavijo pri večji natezni sili kot pri betonskem ovoju iz betona običajne trdnosti. Podobno je tudi število razpok v stabiliziranem stanju večje, posledično so

razpoke ožje, kar zagotavlja večjo trajnost AB-elementa iz betona visoke trdnosti. Dodatno smo ugotovili, da ustrezen prenos sile iz ene armaturne palice na drugo zagotavlja že zelo kratka dolžina prekrivanja, ki je bistveno krajša od priporočene v Evrokodu 2. Pri tem smo seveda predpostavili, da se okoliški beton ne začne razcepljati. Naše nadaljnje delo bo usmerjeno predvsem v pridobivanje lastnih eksperimentalnih podatkov, s katerimi bomo lahko validirali natančnost in s tem tudi primernost predstavljenega numeričnega modela za določitev togosti nateznih AB-elementov.

## 5 • ZAHVALA

Predstavljeni rezultati so pridobljeni v sklopu dela programskih skupin Gradbene konstrukcije in gradbena fizika (P2-0158) ter Mehanika konstrukcij (P2-0260), ki ju financira Javna

agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije. Za finančno pomoč se ji iskreno zahvaljujemo.

## 6 • LITERATURA

- Bajc, U., Bratina, S., Saje, M., Planinc, I., Nelinearna analiza razpokane armiranobetonske natezne palice – primerjava numeričnih metod, *Gradbeni vestnik*, 62:105–116, 2013.
- Cerioni, R., Bernardi, P., Michelini, E., Mordini, A., *A general 3D approach for the analysis of multi-axial fracture behavior of reinforced concrete elements*, *Engineering Fracture Mechanics*, 78:1784–1793, 2011.
- Canbay, E., FroschLagier, R. J., Bond Strength of Lap-Spliced Bars, *ACI Structural Journal*, 102:605–614, 2005.
- Chowdhury, S. R., Orakcal, K., An analytical model for reinforced concrete columns with lap splices, *Engineering Structures*, 43:180–193, 2012.
- Fib, International Federation for Structural Concrete, Bond of reinforcement in concrete: state-of-art report prepared by Task Group Bond Models, Lausanne: FIB, 2000.
- Fib, International Federation for Structural Concrete, fib Model Code for Concrete Structures 2010, Berlin: Ernest & Sohn GmbH & Co. KG., 2013.
- Gilbert, R. I., Kilpatrick, A. E., The strength and ductility of lapped splices of reinforcing bars in tension, *Australian Journal of Structural Engineering*, 16: 35–46, 2015.
- Hassan, M. N., Feldman, L. R., Behavior of Lap-Spliced Plain Steel Bars, *ACI Structural Journal*, 109:235–243, 2012.
- Lagier F., Massicotte B., Charron J. P., Experimental investigation of bond stress distribution and bond strength in unconfined UHPFRC lap splices under direct tension, *Cement and Concrete Composites*, 74:26–38, 2016a.
- Lagier, F., Massicotte, B., Charron, J. P., 3D Nonlinear Finite-Element Modeling of Lap Splices in UHPFRC, *Journal of Structural Engineering ASCE*, 142:04016087-1–14, 2016b.

- Lee, J. K., Bonding Behavior of Lap-spliced Reinforcing Bars Embedded in Ultra-High Strength Concrete with Steel Fibers, *KSCE Journal of Civil Engineering*, 20:273–281, 2016.
- Mousa, M. I., Flexural behaviour and ductility of high strength concrete (HSC) beams with tension lap splice, *Alexandria Engineering Journal*, 54:551–563, 2015.
- Rabczuk, T., Akkermann, J., Eibl, J., A numerical model for reinforced concrete structures, *International Journal of Solids and Structures*, 42:1327–1354, 2005.
- Rakhshanimehr, M., Esfahani, M. R., Kianoush, M. R., Mohammadzadeh, B.A., Mousavi, S. R., Flexural ductility of reinforced concrete beams with lap-spliced bars, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 41:594–602, 2014.
- Saje, D., Lopatič, J., Bond strength between steel rebar and concrete, 9th International Concrete Conference 2016 Environment, Efficiency and Economic Challenges for Concrete, Dundee, Scotland, UK, 1049–1056, 2016.
- SIST, SIST EN 1992-1-1:2005, Evrokod 2, Projektiranje betonskih konstrukcij – Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, Slovenski inštitut za standardizacijo, Ljubljana, str. 227, 2005a.
- SIST, SIST EN 10080:2005, Jeklo za armiranje betona – Varivo armaturno jeklo – Splošno, Slovenski inštitut za standardizacijo, Ljubljana, str. 69, 2005b.
- Tastani, S. P., Brokalaki, E., Pantazopoulou, S. J., State of Bond along Lap Splices, *Journal of Structural Engineering ASCE*, 141:04015007-1–14, 2015.
- Yankelevsky, D. Z., Jabareen, M., Abutbul, A. D., One-dimensional analysis of tension stiffening in reinforced concrete with discrete cracks, *Engineering Structures*, 30:206–217, 2008.

**VABILO**

## ZVEZA DRUŠTEV GRADBENIH INŽENIRJEV IN TEHNIKOV SLOVENIJE

vabi na

REDNO SKUPŠČINO,

ki bo v četrtek, 15. junija 2017, s pričetkom ob 12. uri,  
v prostorih Gostilne Livada, Hladnikova 15, Ljubljana.

Skupščina bo obravnavala in sprejemala:

1. Poročilo o delu ZDGITS v letu 2016
2. Poslovno poročilo ZDGITS za leto 2016 z bilanco stanja in izkazom poslovnega izida
3. Letni program in
4. Finančni načrt ZDGITS za leto 2017
5. razrešila organe ZDGITS in izvolila nove ter
6. podelila priznanja zaslužnim in častnim članom ZDGITS.

Predsednik ZDGITS

doc. dr. Andrej Kryžanowski, univ. dipl. inž. grad