

# POJAVI NA VRTEČI SE ZEMLJI – 2

Jože Rakovec in Janez Strnad

Fakulteta za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani

**Povzetek** – Drugi del članka obravnava bolj zapletene pojave v ozračju in oceanih na vrteči se Zemlji. Opiše velike krožne tokove zraka v smeri poldnevnikov in vzporednikov, Rossbyjeve valove, ciklone in anticiklone v ozračju ter Ekmanovo plast v morju in v ozračju. Nazadnje omeni preproste poskuse z vodo v vrteči se valjasti posodi, ki jih je mogoče narediti v šoli. Vreme in njegovo ozadje utegne biti zanimiv predmet za razpravo tudi v razredu.

**Abstract** – In the second part of the article some more complicated phenomena in the atmosphere and in the oceans on the rotating Earth are considered. Great circular air flows in the direction of meridians and parallels are described as well as Rossby waves, cyclones and anticyclones in the atmosphere and the Ekman layer in the sea and in the atmosphere. Finally simple experiments are mentioned with water in a rotating cylindrical container that can be made in school. The weather and its background can be an interesting topic for discussion also in class.

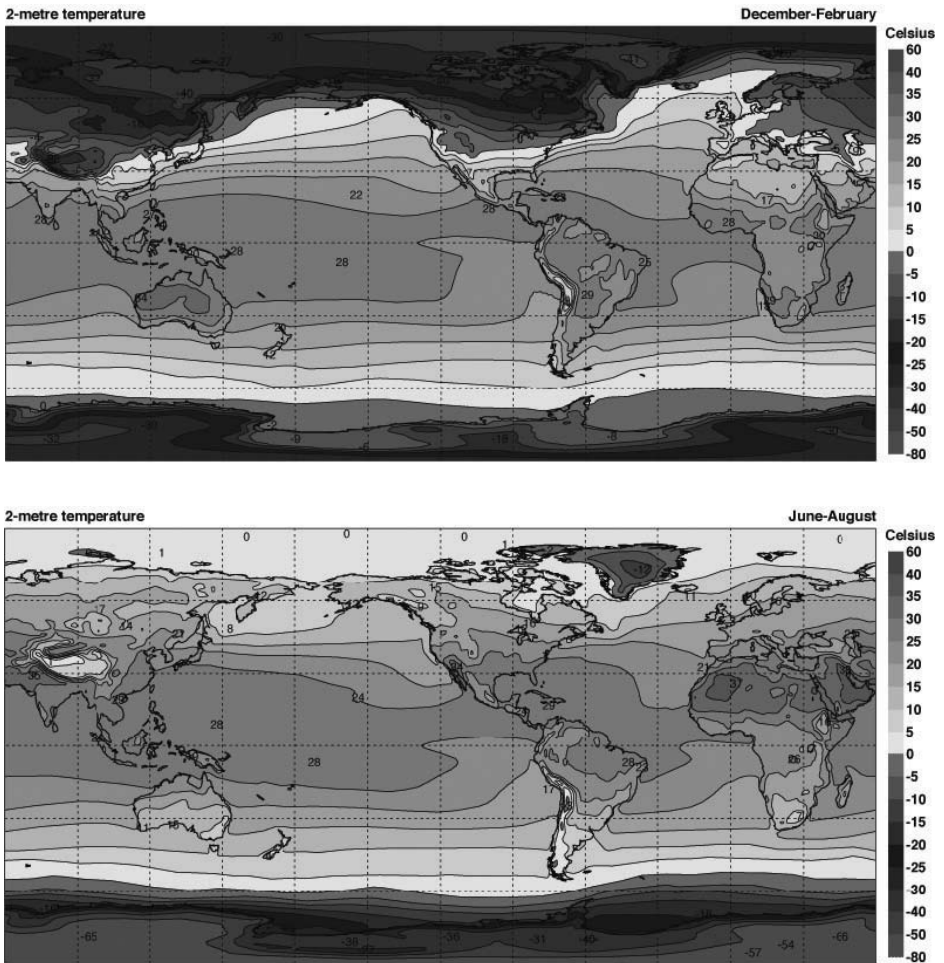
Navedene pojave navadno opišejo v meteorologiji in oceanografiji. Pri njih so okoliščine manj podrobno določene kot pri pojavih, za katere se običajno zanima fizika. Meteorologi in oceanografi si pomagajo z modeli, ki utegnejo biti precej zapleteni. Ker so ti modeli pomembne vezi z zakoni fizike, so opisani kolikor mogoče preprosto. Da ne bi motili bralca, ki ga matematične podrobnosti manj zanimajo, so zbrani v okvirjih in jih je mogoče preskočiti. Preostali del besedila vsebuje dovolj zanimivih podatkov, ki pridejo prav pri razumevanju pojavov v ozračju in v oceanih.

Na Zemlji obstaja več velikih zračnih tokov, ki so v večji ali manjši meri sklenjeni. *Splošno kroženje ozračja* ali *globalna cirkulacija atmosfere* je tak tok največjih razsežnosti. Najmočnejši so splošni vetrovi v vzporedniški ali zonalni smeri zahod-vzhod. V povprečju dosti šibkejša je kroženje v vzporedniški ali meridionalni smeri jug-sever, a je zelo pomembno zaradi prenosa toplote in vlage iz tropskih zemljepisnih širin v višje širine ter za ohranitev gibalne in vrtilne količine Zemlje.

## TOK V SMERI POLDNEVNIKOV

Najbolj je pregret pas okrog ekvatorja. Z letnimi časi se ta pas, *termični ekvator*, premika na sever in na jug. To opazimo predvsem nad celinami, ker so nad oceani zaradi velike toplotne kapacitete vode in njenega mešanja z globljimi plastmi spremembe temperature manj izrazite. Poletni premik termičnega ekvatorja nad severno poloblo je večji

kot nad južno poloblo, ko je tam poletje. Na južni polobli je namreč v primerjavi s severno dosti več oceanov kot kopnega (slika 1).



Slika 1. Termični ekvator se poleti predvsem nad celinami premakne bolj na sever, kot se pozimi premakne na jug. Slika kaže 40-letno povprečje temperature zraka 2 m nad tlemi. Najbolj sta ogreti osrednja Azija in severna Afrika (zgoraj). Na južni polobli sta najbolj ogreti Avstralija in južna Amerika (spodaj). © ECMWF, z dovoljenjem, iz [http://www.ecmwf.int/research/era/ERA-40\\_Atlas/docs/index.html](http://www.ecmwf.int/research/era/ERA-40_Atlas/docs/index.html).

Ob termičnem ekvatorju se deli zraka dvigajo od pregretih tal proti tropopavzi,<sup>1</sup> ki nad tropskimi predeli doseže višino tudi več kot 14 km, nad polarnimi predeli pa tudi manj kot 8 km. Dvigavanje zraka v višine in odtekanje proč od termičnega ekvatorja povzročita, da

<sup>1</sup> Tropopavza je območje na meji med troposfero, v kateri temperatura z naraščajočo višino v povprečju poje ma, in stratosfero, v kateri temperatura z naraščajočo višino narašča.

je pri tleh ob termičnem ekvatorju krog in krog Zemlje pas nekoliko znižanega zračnega tlaka. Gradientna sila povzroči, da se zrak v spodnji troposferi steka proti termičnemu ekvatorju. Ti stalni vetrovi so *pasati*, vetrovi, ki v višinah pihajo proč od termičnega ekvatorja, pa so *antipasati*. Pri dviganju v območje nižjega zračnega tlaka v višinah se zrak razpenja in *adiabatno* ohlaja, ne da bi z okolico izmenjeval toploto. Pri tem lahko nastanejo oblaki, plohe in nevihte, ki so značilni za tropski pas. Ko se antipasati nad pregretim pasom v višinah usmerijo proti tečajema, se dodatno ohlajajo tudi na tej poti, tokrat z oddajanjem toplote.

Če se Zemlja ne bi vrtela, bi zrak v višinah tekkel od ekvatorja do tečajev, se tam spustil in v manjši višini, bliže tal, vračal proti ekvatorju. V poldnevniški smeri bi se razvil velik krožni tok na vsaki od polobel. Na vrteči se Zemlji je gibanje zraka na velikih razsežnostih bolj zapleteno. Na obeh poloblah se sicer pojavita krožna tokova v navedeni smeri, a od ekvatorja segata le do zemljepisne širine okoli  $30^\circ$ , odvisno od letnega časa. Tam se ohlajeni zrak spušča in ob tleh vrača proti ekvatorju. Ta krožni tok je znan kot *Hadleyeva celica* (slika 2). Na ekvatorju je Coriolisova sila nič, malo proč od njega pa se zaradi nje zračni tok v višinah odkloni proti vzhodu, ob tleh pa proti zahodu (slika 3). Zaradi vrtenja Zemlje pri tleh pasati na severni polobli pihajo od severovzhoda, na južni polobli pa od jugovzhoda.

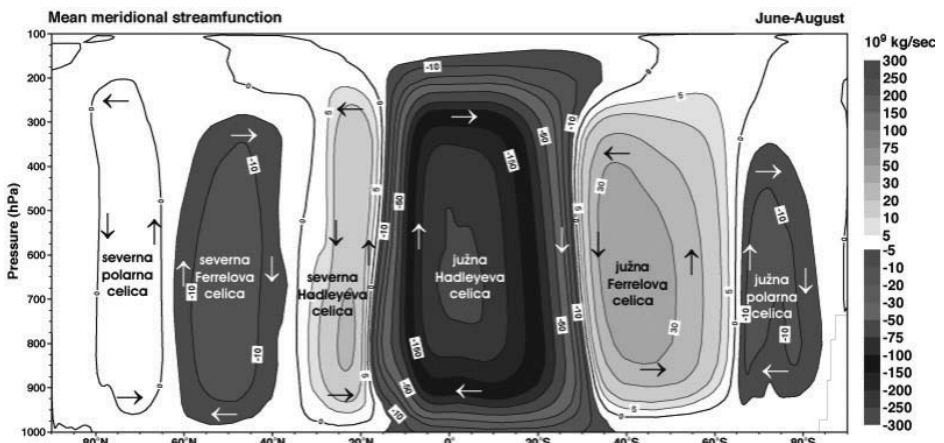
Smer pasatnih vetrov je že leta 1686 poskušal pojasniti Edmund Halley. Leta 1735 jo je pojasnil George Hadley, ki je privzel, da se ohrani gibalna količina delov zraka. Pri gibanju proti ekvatorju se deli zraka oddaljujejo od osi. Da se jim ne bi povečala hitrost, zaostanejo in se odklonijo proti zahodu. Ker ni upošteval, da se ohrani tudi vrtilna količina delov zraka, je pojav pojasnil samo delno.

Ob obeh tečajih se oblikujeta *polarni celici*, v katerih kroži zrak v enakem smislu kot v Hadleyevi celici. Ob tečajih se ohlajeni zrak spušča in ob tleh potuje do zemljepisne širine nekako  $60^\circ$ . Tam se nekoliko ogret dviga in vrača proti tečajema (na sliki 2 je to področje nad južnimi polarnimi območji videti temnosivo, nad severnimi pa belo). Zrak, ki se v polarni celici ob tleh giblje proč od tečaja, se zaradi Coriolisove sile – enako kot v Hadleyevi celici – odkloni proti zahodu. Tudi ob tečajih torej pri tleh prevladujejo vetrovi od severovzhoda (slika 3).

Med polarno in Hadleyjevo celico je *Ferrellova celica* s krožnim tokom v nasprotnem smislu (slika 2). Da obstaja ta celica, so ugotovili v dvajsetih letih prejšnjega stoletja po delu meteorologa Williama Ferrela iz leta 1856. Gibanja zraka v Ferrelovi celici ni mogoče preprosto pojasniti. Celico primerjajo s kroglico ležaja med Hadleyevo in polarno celico. V Hadleyevi celici pasatni vetrovi pri tleh skoraj povsod in skoraj ves čas pihajo na severni polobli od severozahoda in na južni od jugozahoda. V Ferrelovi celici med  $30^\circ$  in  $60^\circ$  zemljepisne širine pa se vetrovi časovno in krajevno spreminjajo. Povprečni tok pri tleh v poldnevniški smeri se pokaže šele kot ostanek po povprečenju po času in po kraju. Tako povprečenje (slika 2 kaže povprečje za 40 let od začetka junija do konca avgusta ter krog in krog Zemlje) nedvoumno podpira obstoj Ferrelovih celic v

poldnevniški smeri. Kroženje zraka v Ferellovi celici je posledica izmenjavanja toplote in vrtilne količine med ekvatorialnimi in polarnimi predeli s poldnevniškimi valovi in vrtinci. To zagotavlja učinkovite prenose s prodori toplega zraka proti tečajema in hladnega proti ekvatorju.

Na območjih spuščanja zraka okrog zemljepisne širine  $30^\circ$  se šibki vetrovi spremenljivih smeri izmenjujejo z brezvetrjem. Tam je v povprečju med  $5^\circ$  in več deset stopinj širok vzporedniški pas *subtropskega povečanega tlaka*. Zaradi adiabatnega segrevanja ob spuščanju zraka je vreme večinoma lepo in je malo padavin. Na tem pasu je veliko puščav, na primer Sahara na severni polobli ter Atakama in Kalahari na južni. Nad morji pravijo temu pasu tudi *konjske širine*, menda po tem, da so se na ladjah, ki so se nekdaj na poti iz Evrope v Ameriko znašle tam v brezvetrju, zaradi podaljšane plovbe in pomanjkanja vode morali odpovedati konjem.



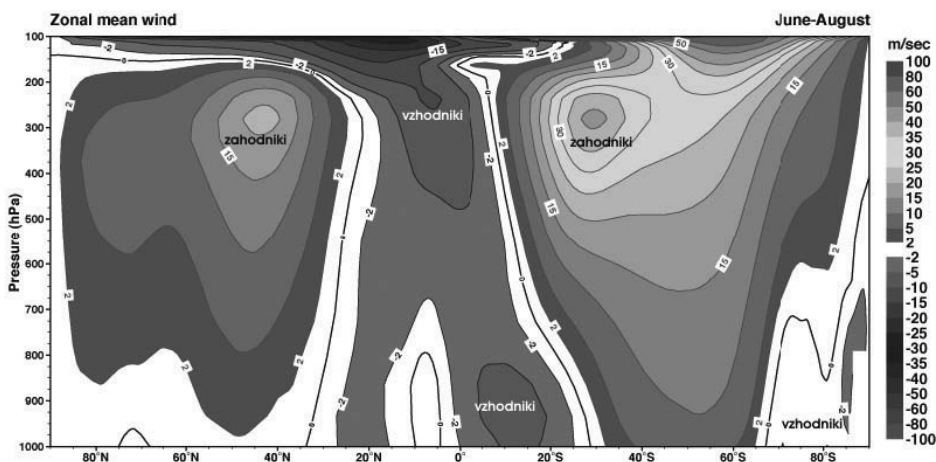
Slika 2: Povprečje kroženja zraka v navpičnem preseku skozi ozračje od severnega tečaja (levo) do južnega tečaja (desno) od tal do višine pri tlaku 100 milibarov (to je v povprečju dobrih 16 km visoko – nad ekvatorjem nekaj višje, nad tečajema nekaj nižje). Povprečje po času obsega tri poletne mesece za 40 let, po kraju pa so povprečena gibanja po vzporednikih krog in krog Zemlje. Smer kroženja kažejo puščice, velikost hitrosti pa gostota črt. Poleti se zrak najmočneje dviga nad termičnim ekvatorjem, ki je tedaj premaknjen skoraj do  $20^\circ$  severne širine, ter najmočneje spušča okrog  $30^\circ$  južne širine. © ECMWF, z dovoljenjem, iz [http://www.ecmwf.int/research/era/ERA-40\\_Atlas/](http://www.ecmwf.int/research/era/ERA-40_Atlas/)

Razmere v ozračju se spreminjajo s časom in celice niso stalne. S premikanjem termičnega ekvatorja se pomikata bolj na sever in na jug tudi Hadleyevi celici na obeh poloblah. Na tokove v ozračju nad kopnim vplivajo tudi vzpetine in še kaj. Opisali smo le povprečno kroženje zraka v poldnevniški smeri. Podobne pojave kot v ozračju zasledimo tudi v oceanih. Morski tokovi, na primer Zalivski tok in Kurošio, so približno geostrofski tokovi velikih razsežnosti.

## KROŽENJE V SMERI VZPOREDNIKOV

Na obeh poloblah je na območju okoli širine  $30^\circ$ , kjer se zrak spušča, zračni tlak na splošno višji kot v predelih bližje tečajema. Zato je v zmernih in visokih širinah gradientna sila usmerjena proti tečajema. Coriolisova sila pa vetrove odkloni vzporedno z izobarami v smer zahod-vzhod. Tako na tem območju prevladujejo vetrovi z zahoda, ki prispevajo k *zonalni cirkulaciji* okrog Zemlje. Ti zahodniki pa ne pihajo naravnost, ampak izrazito vijugajo proti severu in proti jugu, kar je glavni vzrok za spremenljivo vreme. Z njimi pretežno od zahoda proti vzhodu potujejo vremenske spremembe z občasnimi toplejšimi tokovi od juga in hladnejšimi od severa (slika 4).

Naključni vrtilčni tokovi nič ne prispevajo k povprečju po času in po kraju v smeri vzporednikov. V preostalem povprečju so skoraj povsod najmočnejši zahodniki pod tropopavzo na višini okrog 9 km (pri tlaku okrog 300 milibarov) pri širini okoli  $40^\circ$  do  $50^\circ$ , odvisno od letnega časa (slika 3). V tropih in subtropih prevladujejo vzhodniki po vsej višini tja v stratosfero, ob tečajih pa le v spodnji troposferi (na tej sliki za poletje so izraziti ob južnem tečaju). Prav ob termičnem ekvatorju pa gre zonalna hitrost proti nič.



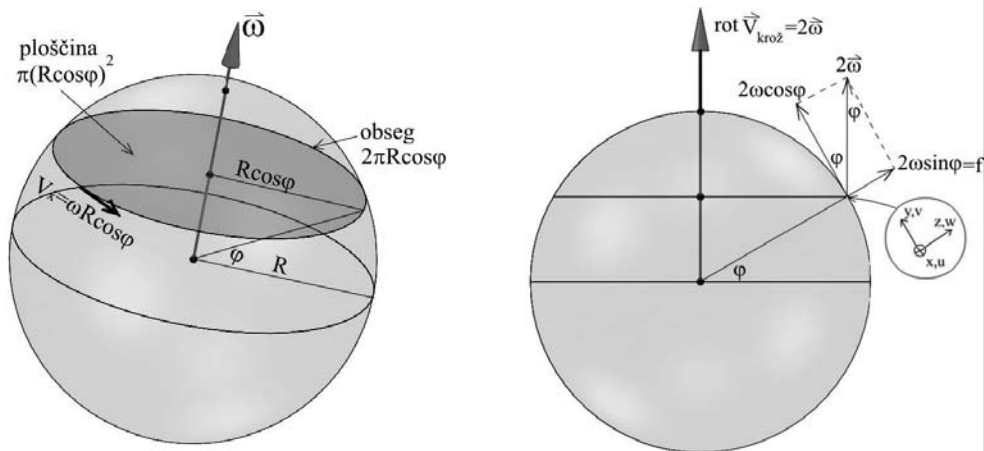
Slika 3: Poletno kroženje zraka v smeri vzporednikov. Narisano je 40-letno časovno povprečje hitrosti vetra, povprečeno tudi krajevno po vzporednikih krog in krog Zemlje. Pozitivne vrednosti pomenijo zahodnike, negativne pa vzhodnike. © ECMWF, iz [http://www.ecmwf.int/research/era/ERA-40\\_Atlas/](http://www.ecmwf.int/research/era/ERA-40_Atlas/)

## ROSSBYJEVI VALOVI

Coriolisova sila se spreminja z zemljepisno širino. To pripelje v ozračju do pomembnega pojava na velikih razsežnostih. Pojava ne moremo preprosto nazorno pojasniti, zato se opremo na enačbe hidrodinamike nevizkoznihih tekočin.

Cirkulacijo  $\Gamma = \oint \vec{V} \cdot d\vec{s}$  vpeljemo z integralom vektorja hitrosti po sklenjeni krivulji. Iz Stokesovega izreka  $\oint \vec{V} \cdot d\vec{s} = \int \text{rot} \vec{V} \cdot d\vec{S}$ , v katerem teče integral na desni po ploskvi, ki jo ograja sklenjena krivulja, izhaja, da je  $\text{rot} \vec{V} = \zeta$  ploskovna gostota cirkulacije, *vrtničnost*. Os  $x$  in komponento hitrosti  $u$  kot ponavadi usmerimo proti vzhodu ter os  $y$  in komponento hitrosti  $v$  proti severu. Za horizontalne vetrove ima vrtničnost samo komponento v radialni, to je v navpični smeri:  $\zeta = \partial v / \partial x - \partial u / \partial y$ . Pri gibanju tekočine se vrtničnost ohrani, če na dele tekočine ni zunanjih sil. V ozračju v navpični smeri težo izravna vzgon, v vodoravni smeri pa sta izravnani gradientna in Coriolisova sila.

K vrtničnosti prispeva tudi vrtenje Zemlje. Točke na površju Zemlje enakomerno krožijo po vzporednikih s kotno hitrostjo  $\omega$ . Vektor hitrosti ima edino komponento v tangentialni smeri  $V_x = \omega R \cos \varphi$ . Cirkulacijo po vzporedniku izračunamo tako, da hitrost pomnožimo s potjo, saj ima hitrost po vsem vzporedniku smer poti:  $\Gamma_x = \omega R \cos \varphi \cdot 2\pi R \cos \varphi$ . Delimo jo s ploščino objetega kroga  $\pi(R \cos \varphi)^2$ , pa dobimo vrtničnost  $2\omega$ . Ta ima smer zemeljske osi, pri geografski širini  $\varphi$  pa je njena komponenta v navpični smeri  $2\omega \sin \varphi = f$ , to je Coriolisov parameter.



Ker se ohrani skupna vrtničnost  $\zeta + f$ , velja enačba  $d(\zeta + f)/dt = 0$ . Vrtničnost  $\zeta$  je odvisna od časa  $t$  neposredno in posredno preko koordinat  $x(t)$  in  $y(t)$ . Od zadnje je odvisna vrtničnost zaradi vrtenja Zemlje  $f$ :

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dt} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} u + \frac{\partial \zeta}{\partial y} v + \frac{\partial f}{\partial y} v = 0.$$

V zadnjem členu je  $\beta = \partial f / \partial y = (\partial(2\omega \sin \varphi) / \partial \varphi) d\varphi / dy$ , saj je  $y = R\varphi$  in  $d\varphi / dy = 1/R$ . Pri širini  $46^\circ$  je  $\beta = 2\omega \cos \varphi / R = 1,59 \cdot 10^{-11} / (\text{sm})$ . Vzemimo, da se hitrost delov zraka proti vzhodu ne spreminja:  $u = \bar{u}$ . Potem od vrtničnosti preostane samo  $\zeta = \partial v / \partial x$ . Ponavadi je  $\partial \zeta / \partial y \ll \partial f / \partial x = \beta$  in smemo zanemariti člen  $v \partial \zeta / \partial y$  v primerjavi s

členom  $\beta v$ . Enačbo  $\frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} + \bar{u} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \beta v = 0$ , ki preostane, rešimo z nastavkom za hitrost  $v$  v smeri proti severu v obliki ravnega valovanja  $v = v_0 \cos(2\pi/\lambda)(x - Ct)$  z valovno dolžino  $\lambda$  in fazno hitrostjo  $C$  proti vzhodu. Po odvajanju ostane enačba  $(2\pi/\lambda)^2 Cv - \bar{u}(2\pi/\lambda)^2 v + \beta v = 0$ , iz katere izluščimo zvezo:

$$C = \bar{u} - \beta(\lambda/2\pi)^2.$$

Zaradi sprejetih približkov je enačba samo približna. Leta 1940 je pojav raziskal švedski meteorolog Carl Gustav Rossby [1], [2].

Rossbyjevi valovi z valovno dolžino  $\lambda = 2\pi\sqrt{\bar{u}/\beta}$  imajo fazno hitrost nič,  $C = 0$ , in mirujejo glede na površje Zemlje. Če teče zrak proti vzhodu s konstantno hitrostjo  $\bar{u} = 10$  m/s, meri pri tem valovna dolžina  $\lambda = 2\pi\sqrt{\bar{u}/\beta}$  okoli 5500 km. Tak primer se zgodi nekajkrat v letu. Včasih se poleti nad vso Evropo več tednov skupaj zadržuje dobrih dva tisoč kilometrov širok greben Rossbyjevega vala, ki kar vztraja in vztraja. Takrat imamo »pasje dneve«. Vzporednik  $45^\circ$  ima obseg dobrih 28 tisoč kilometrov, tako da bi se po njem lahko zvrstilo le pet tako dolgih valov. Učinek zaradi odvisnosti Coriolisove sile od zemljepisne širine, ki ga zajame koeficient  $\beta$ , se torej pokaže še na večjih razdaljah kot učinek Coriolisove sile same. V naravi je ponavadi poleti okrog Zemlje pet ali šest valov, pozimi, ko je pas valov pomaknjen v višje zemljepisne širine, pa so lahko le štirje, morda samo trije. Če je valovna dolžina manjša, je fazna hitrost  $C > \bar{u}$  in valovi potujejo proti vzhodu – čim krajši so, tem hitreje potujejo. Zato so meteorologi še pred uvedbo napovedovanja vremena z računalniškimi modeli izoblikovali pravilo za napoved vremena: »Čim ožja je dolina Rossbyjevega vala, tem hitreje potuje proti vzhodu. Ob takih primerih poslabšanje vremena sicer prinese močne padavine, a poslabšanje je kratkotrajno. Hitro se spet zjasni, ko se dolina premakne proti vzhodu.« Če je valovna dolžina večja od kakih 5500 km, je  $C < \bar{u}$  in valovi kljub splošnemu toku od zahoda potujejo proti zahodu. To pa se zgodi le redkokdaj.

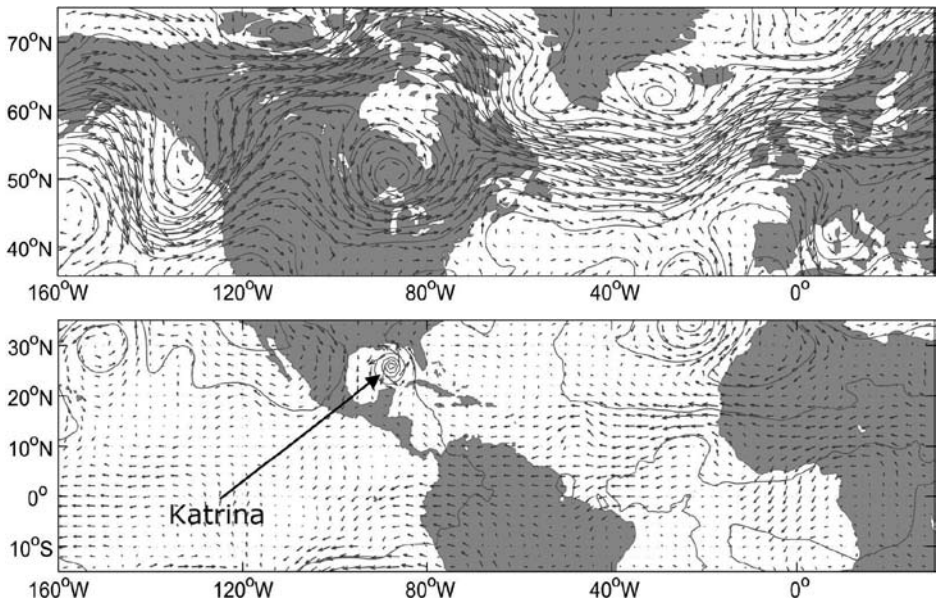
V zračnem vrtincu na območju nizkega tlaka deli zraka na sredini krožijo v nasprotni smeri vrtenja urnih kazalcev. To je *ciklon*, kot ga je v svoji knjigi leta 1848, v pismih pa že prej, poimenoval kapitan in naravoslovec Henry Piddington. Okrog območij z visokim zračnim tlakom pa se oblikuje zračni vrtinec v smeri vrtenja urnih kazalcev. To je *anticiklon*, ki ga je opisal Francis Galton leta 1863.

Pri gibanju po krožnici pride do izraza centripetalni pospešek. Upoštevati ga moramo v neinercialnem koordinatnem sistemu, ki se giblje skupaj s krožečimi deli. V ciklonu centrifugalna sila deluje v isto smer kot Coriolisova sila in obe skupaj držita ravnotežje gradientni sili. Ker obe naraščata z naraščajočo hitrostjo, je hitrost vetra pri enakem tlačnem gradientu nekoliko manjša od geostrofske hitrosti. V anticiklonu pa centrifugalna sila deluje v isto smer kot gradientna sila in obe skupaj uravnoteži Coriolisova sila. To se lahko zgodi pri večji hitrosti. Zato je pri takem *gradientnem ravnotežju* hitrost kroženja v anticiklonu pri sicer enakem tlačnem gradientu večja kot v ciklonu. Pomembno je tudi, da

bi se na sredini anticiklona deli zraka gibali po močno ukrivljenih krivuljah in bi centrifugalna sila močno narasla. Zato v sredini anticiklonov tri sile ne morejo biti v ravnotežju. Tam sploh ni tlačnih razlik in torej tudi ne vetrov. Tako so sredine krožnih anticiklonov obsežna območja z enakomernim tlakom in z brezvetrijem. V sredini ciklonov pa lahko pihajo zelo močni vetrovi. Tam so tudi pri velikih ukrivljenostih krivulj, po katerih potujejo deli zraka, in pri velikih tlačnih gradientih, uravnotežene tri sile.

## CIKLONI IN ANTICIKLONI

V Rossbyjevih valovih v višinah, npr. pri 5500 m pri zračnem tlaku 500 milibarov, je sem in tja kak krožen, vase zaključen vrtinec. Še više, npr. pri 9000 m pri tlaku 300 milibarov, ni skoraj nobenega vrtinca, pač pa so pri tleh izobare večinoma marsikje sklenjene v bolj ali manj krožne krivulje ciklonov in anticiklonov. Deli zraka se gibljejo vzporedno s temi sklenjenimi krivuljami.



Slika 4: Slika kaže vetrove v višinah približno na 5500 m nadmorske višine, natančneje na ploskvi s tlakom 500 milibarov 25. avgusta 2005, ko je New Orleansu grozil tropski ciklon Katrina. Zgoraj: dokaj močni zahodniki v zmernih in velikih širinah v Rossbyjevih valovih vijugajo na sever in na jug. V vijugastem toku so tudi trije zaključeni vrtinci – cikloni: eden med Islandijo in Grenlandijo, drugi nad vzhodno Kanado in tretji nad zahodno kanadsko obalo. Ker je prikazano samo območje na severni polobli v zmernih širinah od 160° zahodne do 30° vzhodne dolžine, bi bilo krog in krog Zemlje lahko pet ali šest takih ciklonov (zgoraj). V subtropskih in predvsem v tropskih predelih so vetrovi dosti šibkejši in pihajo pretežno kot vzhodniki; močni so lahko v tropskih ciklonih, kot je bila Katrina, druga dva ciklona – severozahodno od Sahare in v Pacifiku zahodno od Kalifornije – pa sta bila le zmerna ciklona (spodaj). Sliko je prijazno dala na voljo Nedjeljka Žagar.



## EKMANOVA PLAST

Na meji med zrakom in vodo, med vodo in tlemi ter med zrakom in tlemi pride do še bolj zapletenih pojavov. Fridtjof Nansen je na ladji Fram v severnih polarnih predelih leta 1898 opazil, da ledene gore potujejo v smeri, ki je za  $20^\circ$  do  $40^\circ$  odklonjena proti desni od povprečne smeri vetrov. Uvidel je, da so v ravnovesju tri sile. Nalogo je rešil Vagn Walfrid Ekman leta 1902 v doktorskem delu [3]. V *Ekmanovi mejni plasti* se deli vode pod gladino gibljejo s stalno hitrostjo v smeri, v kateri se uravnovesijo sila vetra, ki poganja vodni tok, Coriolisova sila, ki je pravokotna na to smer, ter upor, ki ima nasprotno smer vetra. Po rešitvi enačb deli vode na gladini – in z njimi ledene gore – potujejo pod kotom  $45^\circ$  proti desni glede na smer vetra s hitrostjo, veliko manjšo od hitrosti vetra. V plasti pod gladino se velikost hitrosti manjša, njen odklon glede na smer vetra pa večja. Hitrosti se z globino spreminjajo po vijačni *Ekmanovi spirali*. Globino, v kateri se deli vode gibljejo v nasprotno smer kot na gladini, imajo po dogovoru za globino Ekmanove plasti. Ta globina je odvisna še od zemljepisne širine in sega od nekaj deset do nekaj sto metrov. Ekmanove enačbe so približne, ker privzamejo, da se vpliv vetra nespremenjeno nadaljuje v globljih plasteh. V naravi se razmere spreminjajo z globino. Drugi oceanografi so dopolnili Ekmanove izsledke in izdelali merilne naprave, s katerimi so proti koncu prejšnjega stoletja okvirno podprli enačbe.

Ekman je enačbi za geostrofski tok dopolnil s členoma, ki opisujeta delovanje zraka na gladino. Privzel je, da *koeficient vrtnične viskoznosti*  $K$ , ki meri vpliv vrtincev v turbulentnem toku, ni odvisen od globine  $z$ :

$$-fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + K \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + K \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}, \quad z < 0.$$

$\rho$  je tu gostota vode. O rešitvi se najpreprosteje poučimo, če v vodi ni tlačnih razlik in je vzrok za njeno gibanje samo veter nad gladino. Če piha veter proti severu, se rešitvi enačb glasita:

$$u = V_0 e^{\alpha z} \sin(\pi/4 - \alpha z), \quad v = V_0 e^{\alpha z} \cos(\pi/4 - \alpha z) \quad z \quad \alpha^2 = f / (2K).$$

Z globino narašča kot med smerjo toka vode in smerjo vetra v smeri urnega kazalca, velikost hitrosti pa eksponentno pojema:

$$\vartheta = \arctan(u/v) = \pi/4 - \alpha z, \quad \sqrt{u^2 + v^2} = V_0 e^{\alpha z}, \quad z < 0.$$

V dovolj veliki globini se hitrost prilagodi krajevni geostrofskemu toku. Ob dnu pa nastane Ekmanova plast, v kateri so deli vode upočasnjeni in odklonjeni zaradi trenja ob podlago, prav ob dnu pa mirujejo.

Ekmanova plast nastane tudi v ozračju ob tleh, kjer na gibanje zraka vpliva turbulentna viskoznost zraka. Zaradi nje se zmanjša hitrost in posledično še Coriolisova sila. Deli

zraka ob tleh mirujejo glede na tla, više pa se smer vetra suče in hitrost večja, dokler na zgornjem robu veter ne piha v smeri izobar, kot je značilno za geostrofski tok. Ob zmanjšani hitrosti in posledično zmanjšani Coriolisovi sili je na severni polobli veter nekoliko manj odklonjen v desno in pri tleh piha malo bolj »v levo«  
glede na veter v višinah, kjer je viskoznost zanemarljiva. Največji kot glede na izobare je prav pri tleh.

Če nad Ekmanovo plastjo piha geostrofski veter  $U_g$  v smeri osi  $x$ , gibanje delov zraka opišemo z enačbama:

$$u = U_g (1 - e^{-\alpha z} \cos \alpha z), \quad v = U_g e^{-\alpha z} \sin \alpha z, \quad z > 0.$$

V spodnji, okrog 1,5 km debeli Ekmanovi plasti zraka, je torej nekaj vetra tudi poprek čez izobare proti nizkemu tlaku. Posebej pomembno je to pri sistemih krožnih izobar v anticiklonih. V njih se zaradi turbulentne viskoznosti v spodnjem kilometru ali dveh deli zraka gibljejo poprek čez izobare proč od središča anticiklona. Te dele zraka nadomesti zrak, ki priteka od zgoraj. Ker spuščanje pomeni adiabatno stiskanje in segrevanje, v anticiklonih prevladuje vreme brez oblakov. V ciklonih pa se zrak v spodnjem kilometru ali dveh nekoliko steka, se v sredini dviga in v višinah razteka. To dviganje je šibkejše, kot je na območju ciklonov npr. dviganje zraka ob frontah, in zato ni tako pomembno kot spuščanje v anticiklonih.

## PREPROSTI POSKUSI

Pojave, ki spominjajo na nekatere od opisanih pojavov, je mogoče opazovati pri poskusih v majhnem merilu z vodo v prozorni valjasti posodi na vrteči se plošči [4]. Pri vrsti poskusov se na začetku posoda in voda v njej enakomerno vrtita s kotno hitrostjo  $\omega$  v smeri urnega kazalca, ko opazujemo od zgoraj. Na začetku poskusa posodo nekoliko zavremo ali popolnoma zaustavimo. V vrtečem se koordinatnem sistemu pred zaustavljanjem posode voda miruje. Njena gladina je ob steni malo zvišana in ob osi malo znižana. S tem povezani tlak narašča od osi navzven in povzroča gradientno silo proti osi. Specifično silo na del vode v razdalji  $r$  od osi uravnovesi specifična centrifugalna sila:  $(1/\rho)dp/dr = \omega^2 r$ . Od zaustavljanja dalje se v sistemu, ki se vrti z enako kotno hitrostjo  $\omega$ , posoda vrti v nasprotni smeri urnega kazalca, glavni del vode pa še naprej miruje. Ob dnu posode nastane razmeroma tanka mejna plast in prevzame vlogo Ekmanove plasti. Debelina plasti je odvisna od kotne hitrosti, a ne preseže centimetra. Zgornja meja plasti miruje, spodnja meja pa se vrti v nasprotni smeri urnega kazalca. V plasti pride do izraza tretja sila, sila zaradi viskoznosti vode. Ta sila povzroči, da deli vode začnejo slediti gibanju dna v nasprotni smeri urnega kazalca, in sicer tem hitreje, čim bliže dnu so. Zaradi gibanja v tangentialni smeri se pojavi četrti, Coriolisova sila, ki ima po enačbi  $\vec{a}_C = -2\vec{\omega} \times \vec{V}$  smer proti osi. Poleg tega se centrifugalna sila pomanjša, tako da v mejni plasti gradientna sila požene dele vode proti osi. Zaradi te komponente hitrosti proti osi Coriolisova sila

dobi tudi tangentno komponento in odkloni dele vode proti desni glede na smer proti osi. To je mogoče opazovati, če pred začetkom poskusa v vodo vržemo nekaj zrnc kalijevega permanganata in počakamo, da se spustijo do dna. Po nekaterih značilnostih je opisana vrsta poskusov prispodoba za ciklone, velike vrtince v ozračju na vrteči se Zemlji, v katerih zrak na severni polobli kroži v nasprotni smeri kazalca na uri. Vendar so razmere v ozračju precej bolj zapletene. Vrhu tega pojave v ozračju včasih lahko obravnavamo kot stacionarne, medtem ko se pri opisanih poskusih z vodo razmere s časom spreminjajo

Podoben poskus lahko izvedemo tako, da z žličko dalj časa mešamo čaj v skodelici [5]. Če je v čaju ostalo nekaj čajnih lističev, ki so gostejši od vode, ostanejo ti ob dnu in se zaradi opisanega toka v mejni plasti ob dnu naberejo ob osi. Kdo bi pričakoval, da bi centrifugalna sila lističe pognala ob stransko steno skodelice. Zaradi tega so pojav imenovali *paradoks čajnih lističev*. Leta 1926 ga je pojasnil Albert Einstein, ko se je zanimal za nastanek rečnih zavojev. Za opazovalca, ki se giblje skupaj z deli vode, se na zavoju pojavi centrifugalna sila, ki je večja pri večji hitrosti na gladini in manjša pri dnu. V prečni smeri nastane tok vode, na gladini proti zunanjemu bregu, pri dnu pa v nasprotni smeri. Reka izpodjeda zunanji breg in nastane zavoj, meander. Zaradi vztrajnosti delov vode se zavoj seli po reki navzdol.

Tok vode ob dnu proti osi požene tok vode ob osi navpično navzgor, na gladini od osi in ob steni navzdol. Ti tokovi – razen gibanja zaradi Coriolisove sile – ležijo v ravnini, ki vsebuje os posode. Pojavijo se tudi tokovi pravokotno na to ravnino. Zaradi njih po določenem času vsa voda glede na posodo miruje. To se dogodi približno po času, v katerem vsa voda steče skozi mejno plast ob dnu. Z merjenji je bilo mogoče ugotoviti zveze med količinami in se prepričati, da se približno ujemajo z napovedmi računov [4].

V skodelici čaja sta centrifugalna sila in Coriolisova sila v razmerju okoli  $\frac{1}{2}$ . V ciklonu z razsežnostjo tisoč kilometrov je razmerje precej manjše. V hurikanu z razsežnostjo nekaj sto metrov pa je razmerje nekaj sto, tako da ni treba upoštevati Coriolisove sile. To velja tudi za iztočni vrtinec [5].

Pri drugi vrsti poskusov pred začetkom poskusa posoda in voda v njej mirujeta. Ob začetku poskusa poženemo posodo, da se vrtil s kotno hitrostjo  $\omega$  v smeri urnega kazalca, ko opazujemo od zgoraj. V vrtečem se koordinatnem sistemu, v katerem posoda miruje, se voda s kotno hitrostjo  $\omega$  giblje v nasprotni smeri urnega kazalca. Na del vode poleg specifične centrifugalne sile  $\omega^2 r$  deluje specifična Coriolisova sila  $-2V\omega = -2\omega^2 r$ . Negativni znak kaže, da sila deluje proti osi. Vsota je specifična centripetalna sila  $\omega^2 r - 2\omega^2 r = -\omega^2 r$ , s katero v vrtečem se koordinatnem sistemu opišemo kroženje delov vode. Ob dnu posode nastane mejna plast, katere zgornja meja se vrtil v nasprotni smeri urnega kazalca, njena spodnja meja pa miruje. V plasti zaradi viskoznosti vode deli vode začnejo slediti dnu in na spodnji meji mirujejo, deli na zgornji pa krožijo v nasprotni smeri urnega kazalca. Gradientne sile ni, ker gladina še ni ukrivljena. Zaradi

zmanjšane tangentne hitrosti se zmanjša specifična centripetalna sila  $\omega^2 r - 2(\omega r - \Delta V)\omega = -(\omega^2 r - 2\omega \Delta V)$ , kar požene dele vode v plasti proti steni posode. Pojavi se komponenta hitrosti v smeri od osi in Coriolisova sila dobi komponento, ki odkloni del vode na desno od te smeri. Kot prej nastane v ravnini osi krožni tok: ob dnu od osi, ob steni navpično navzgor, na gladini proti osi in ob osi navzdol. Pojavijo se tudi tokovi pravokotno na to ravnino. Zaradi njih nazadnje vsa voda glede na posodo miruje.

## LITERATURA

- [1] C.-G. Rossby, *Planetary flow patterns in the atmosphere*. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., **66** (Suppl.), (1940) 68–87; Rossby waves, Wikipedia.
- [2] Z. Petkovšek, *Dinamika atmosfere*, Obzornik mat. fiz. **22** (1975) 121–128; J. Rakovec in T. Vrhovec, *Osnove meteorologije za naravoslovce in tehnike*, 3. izd., Ljubljana 2007: DMFA - založništvo, 313 str.
- [3] V.W.Ekman, *On the influence of the earth's rotation on ocean currents*, Ark. Met. Astron. Fys. **2** (1905) 1–52 (11); Ekman layer, Wikipedia.
- [4] R. M. Heavers, R. M. Dapp, *The Ekman layer and why the tea leaves go to the center of the cup*, Phys. Teach. **48** (2010) 96–100; A. Tandon, J. Marshall, *Einstein's tea leaves and pressure systems in the atmosphere*, Phys. Teach. **48**, (2010) 292–295
- [5] J. Rakovec, *Zakaj se v skodelici čaja zrna sladkorja zbirajo na sredi ob dnu*, Presek **31** (2003/04) 326–332; J. Strnad, *Iztočni vrtimec*, Presek **22** (1994/95) 264–270.