SECHZEHNTER

JAHRESBERICHT

DER K. K.

OBER-REALSCHULE

in Görz.

Am Schlusse des Schuljahres

1876

HERAUSGEGEBEN

VOM DIRECTOR

Dr. Egid Schreiber

INHALT

GÖRZ
Gedruckt bei Mailing — Im Selbstverlage der Lehranstalt.

SECHZEHNTER

JAHRESBERICHT

DER K. K.

OBER-REALSCHULE

in Görz.

Am Schlusse des Schuljahres

1876

HERAUSGEGEBEN

VOM DIRECTOR

Dr. Egid Schreiber

INHALT

GÖRZ

Gedruckt bei Mailing — Im Selbstverlage der Lehranstalt.

Construction der Linien zweiter Ordnung

aus umschriebenen Vierecken.

Tritt im constructiven Zeichnen die Linie zweiter Ordnung lediglich als Mittel zum Zwecke auf, dann bildet man nur ihre Bestimmungsstücke ab und beherrscht hiemit, ohne den Umfang dieser Curve zu benützen, ihre Beziehungen zu anderen Gebilden der vorgelegten Construction. Sehr oft bildet aber der Kegelschnitt einen integrirenden Bestandtheil des Resultates in der Art, dass das Zeichnen seines Umfanges unerlässlich erscheint und dann handelt es sich wohl darum, mit möglichster Schonung der Zeichnungsfläche einfach und sicher einzelne Punkte sammt den zugehörigen Tangenten der Curve zu ermitteln. Der letztere Zweck kann wieder auf doppelte Art erreicht werden: Man benützt entweder die Hilfsmittel des Projicirens und bleibt unter steter Rücksichtnahme auf die Beziehungen der Projection zu dem räumlichen Gebilde ausschliesslich auf dem Boden der descriptiven Geometrie, oder man bildet zuvor irgendwelche Bestimmungsstücke der Curve ab und bedient sich von hier an beliebiger projectivischer oder analytischer Methoden.

Es sei beispielsweise von einer Ellipse im Raume eine Parallel- oder eine Centralprojection auf vorgelegter Bildebene zu suchen. Von irgendeinem der Ellipse umschriebenen Parallelogramme kann das Bild stets sehr leicht ermittelt werden und durch dieses Viereck ist dann die Projection der gegebenen Curve vollkommen bestimmt. Die Seiten desselben geben bekanntlich 4 Tangenten, deren Berührungspunkte in den Projectionen der Seitenhalbirenden des Parallelogrammes liegen und das Bild des Mittelpunktes der Curve im Raume liegt im Schnitte der Diagonalen dieses Viereckes, ist aber im Allgemeinen wohl zu unterscheiden von dem Mittelpunkte der Curvenprojection. Aus diesen Bestimmungsstücken soll die Linie zweiter Ordnung unabhängig von ihren anderweitigen räumlichen Beziehungen gezeichnet werden.

Wir besitzen bereits viele Methoden, Punkte und Tangenten der Kegelschnitte zu finden. Zumeist wird aber der Mittelpunkt, die Axen oder ein Paar conjugirter Diameter vorausgesetzt; der Zeichner muss, den Zirkel sehr oft mit dem Lineal vertauschend, manche lästige Nebenconstruction zuvor ausführen, die Zeichnungsfläche ausserhalb des erwähnten Viereckes mehr als erwünscht in Anspruch nehmen und auch oft mit unzugänglichen und unsicheren Hilfspunkten arbeiten. Naturgemäss fällt die erwähnte Aufgabe der Geometrie der Lage zu, welche den Kegelschnitt der fünf Punkte oder der fünf Tangenten unter Wahrung der grössten Allgemeinheit zu behandeln weiss. Aber gerade dieser Umstand, welcher bei Behandlung eines gegebenen Falles einer ungünstigen und zweifelhaften Annahme Thür und Thor offen lässt, dürfte wohl jenen Gründen beizuzählen sein, warum die schönen Errungenschaften der neueren Geometrie bisher in weiteren Kreisen der praktischen Constructeure noch so wenig Verbreitung gefunden haben. Und in der That, ernennt man zwei beliebige Punkte der Curve zweiter Ordnung zu Mittelpunkten projectivischer Strahlenbüschel oder erwählt man zwei beliebige Tangenten zu Trägern projectivisch proportionaler Punktreihen und erzeugt mit diesen Gebilden die gesuchte Curve einmal punktweise und das zweitemal als Einhüllende eines Strahlenbüschels zweiter Ordnung, so ist es sehr fraglich, ob die ganze Construction stets die nötige Durchsichtigkeit hervorkehrt, ob sich alle Schnitte brauchbar und benützbar ergeben und ob der enge Rahmen, in welchem sich die Hilfsconstructionen bewegen dürfen, — ein Umstand, welcher namentlich bei complicirteren Darstellungen eine besondere Würdigung erheischt — nicht übermässig überschritten wird. Der praktische Zeichner, dem die Klarheit und Uebersichtlichkeit seiner Darstellungen mit der Genauigkeit derselben Hand in Hand geht, verzichtet gerne auf die Allgemeinheit und lässt sich eine für seine Zwecke sehr wohlthätige Einschränkung der anderen Methoden gerne gefallen, benützt Lineal und Zirkel um so bereitwilliger, je besser er bei den vorzunehmenden graphischen Operationen über die Lage der einzelnen Hilfspunkte und Hilfslinien vorweg orientirt ist.

Ein ganz spezielles Verfahren, aus einem umschriebenen Parallelogramme den Kegelschnitt punktweise mittels Strahlenbüschel zu erzeugen, hat bereits eine grosse Popularität erlangt, aber gewiss nicht durch die neuere Geometrie; dafür darf aber letztere für das Schwerfällige und Unzulängliche dieser Methode nicht verantwortlich gemacht werden. Nachdem zuvor die Seiten und die Seitenhalbirenden in gleiche oder verhältnisgleiche Theile getheilt wurden, construirt man zwei Strahlenbüschel, deren Elemente in bestimmter Ordnung genommen Punkte der Curve zweiter Ordnung erzeugen. Abgesehen von dem mühsamen und zeitraubenden Eintheilen, wodurch die Zeichnungsfläche auch weniger geschont wird, ist diese Methode nur den umschriebenen Parallelogrammen gut angepasst und liefert schliesslich blos Punkte; die Tangenten in denselben ergeben sich entweder gar nicht oder wenigstens nicht unmittelbar.

Ich habe es versucht, den fruchtbaren Anschauungen der neueren Geometrie mit analytischen Hilfsmitteln entgegen zu gehen, um Behufs einer einfachen, sicheren und allgemeineren constructiven Behandlung der mehrerwähnten und namentlich für den praktischen Zeichner sehr wichtigen Aufgabe solche Eigenschaften aufzufinden, die auf das constructive Gebiet geeignet übertragen Methoden liefern, welche sowohl in der Parallel - als auch in der Centralprojection gut brauchbar sind, die gegebenen Bestimmungsstücke einfach und in ganz bestimmter Ordnung benützen, sich zumeist nur des Lineals bedienen, jedes müssigen u. lästigen Eintheilens entbehren, unzugängliche und unsichere Schnitte thunlichst vermeiden, den engen der Hilsconstruction zugemessenen Raum nicht überschreiten, die Zeichnungsfläche vor Constructionslinien möglichst verschonen, und nicht nur die Tangenten der Curven zweiter Ordnung, sondern auch sofort die Berührungspunkte derselben geben. Im Folgenden stelle ich die Resultate in Form von einfachen Aufgaben zusammen, welche dem Bereiche der Praxis entnommen und besonders für die Bedürfnisse des darstellenden Geometers zurecht gelegt sind.

Construction der Ellipse.

Fig. 1. Es sei Fig. 1 M N P Q das den Axen der Ellipse umschriebene Rechteck, $AB = 2\,\mathbf{a}$, $CD = 2\,\mathbf{b}$; **o** der Mittelpunkt der Ellipse und der Ursprung des Axensystems **x y**, auf welches wir die folgende Rechnung beziehen.

Durch M werde ein beliebiger Strahl gezogen, auf dem wir die Punkte E und F notiren und der Kürze wegen $\mathrm{o\,E} = \vartheta$ setzen.

Durch die Punkte

$$M \begin{cases} x = -a \\ y = b \end{cases} \quad \text{und} \quad E \begin{cases} x = \vartheta \\ y = o \end{cases}$$

ist die Gerade M E bestimmt und wir erhalten als deren Gleichung:

$$b\,x + (\vartheta + a)\,y = b\,\vartheta \quad .\ .\ .\ .\ .\ \quad \mathrm{M\,E.}$$

Daraus ergeben sich für $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ die Coordinaten des Punktes F:

$$F \begin{cases} x = a \\ y = \dfrac{\vartheta - a}{\vartheta + a}\,b \end{cases}$$

Wir projiciren E parallel zu C D auf P Q und erhalten:

$$G \begin{cases} x = \vartheta \\ y = -\,b \end{cases}$$

Durch F und G ist eine Gerade bestimmt, deren Gleichung ϑ als Parameter enthalten muss und wir können dieselbe füglich als eine Function von ϑ ansehen:

$$F(\vartheta) = (y - b)\,\vartheta^2 + 2\,b\,x\,\vartheta - a^2\,(y + b) = o \ldots \mathrm{F\,G}$$

Bekommt ϑ andere Werte, dann erhalten wir auch andere Positionen von F G. Aendert sich ϑ stetig, dann ändert auch ϑ die Richtung und die Lage stetig und hüllt folglich eine Curve ein, welche bekanntlich sofort resultirt, wenn aus

$$\frac{d\,F(\vartheta)}{d\,\vartheta} = \vartheta\,(y - b) + b\,x = o$$

und aus $F(\vartheta) = o$ die Grösse ϑ eliminirt wird. Bestimmen wir etwa aus der letzten Gleichung $\vartheta = \dfrac{b\,x}{b - y}$ und setzen diesen Wert in $F(\vartheta) = \mathbf{o}$, so erhalten wir

$$a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2$$

als die Gleichung des gesuchten Ortes. R F ist sohin eine Tangente der Ellipse, deren Halbaxen **a** und **b** sind und dem gegebenen Rechteke M N P Q eingeschrieben ist.

Lassen wir nun $F(\vartheta) = 0$ und $\frac{d\,F(\vartheta)}{d\,\vartheta} = 0$ bezüglich **x** und **y** coexistiren, so finden wir den Schnitt zweier unmittelbar aufeinander folgender Tangenten, d. h. den Berührungspunkt H von F G:

$$H \left\{ \begin{array}{l} x = \dfrac{2\,a^2}{\vartheta^2 + a^2}\,\vartheta \\[2ex] y = \dfrac{\vartheta^2 - a^2}{\vartheta^2 + a^2}\,b \end{array} \right.$$

Die Coordinaten dieses Berührungspunktes zeigen eine sehr bemerkenswerte Eigenschaft, welche sofort in die Augen springt; es ist nämlich:

$$\frac{x}{\vartheta} = \frac{2\,a^2}{\vartheta^2 + a^2} \quad \text{und} \quad \frac{y}{b} = \frac{\vartheta^2 - a^2}{\vartheta^2 + b^2}$$

woraus unmittelbar folgt:

$$\frac{x}{\vartheta} + \frac{y}{b} = 1,$$

ein sehr schönes Resultat, welches uns anweist E von C aus zu projiciren, um sofort den Berührungspunkt H zu erhalten, oder mit anderen Worten: der Berührungspunkt H liegt auf der Geraden C E, welche auf den Axen die Abschnitte ϑ und **b** erzeugt.

Fassen wir nun diese Ergebnisse zusammen, so gelangen wir zu folgendem sehr praktischen Verfahren:

Durch M ziehe man einen beliebigen Strahl E F, projicire E parallel zu dem anderen Durchmesser nach G, so ist F G eine Tangente der Ellipse, deren Berührungspunkt im Schnitte mit der Geraden C E liegt.

Lassen wir ϑ das Interwall von **o** bis **a** durchlaufen, so bekommen wir alle Tangenten und auch sofort deren Berührungspunkte in dem Quadranten B P D. Wollten wir in allen 4 Quadranten Tangenten und deren Berührungspunkte construiren, so werden wir behufs einer geordneten und gleichmässigen Darstellung die Axen und die Ecken des umschriebenen Rechteckes entsprechend vertauschen.

Die Tangente G F und deren Berührungspunkt können wir noch auf eine andere Art ermitteln. Ziehen wir durch die Punkte

$$M \left\{ \begin{array}{l} x = -a \\ y = b \end{array} \right. \quad \text{und} \quad G \left\{ \begin{array}{l} x = \vartheta \\ y = -b \end{array} \right. \quad \text{eine Gerade:}$$

$$(\vartheta + a)\, y - 2\, b\, x + b\, (a - \vartheta) = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; M\, G$$

und bringen dieselbe mit der **y** Axe zum Schnitt, so erhalten wir die Coordinaten des Punktes

$$K \begin{cases} x = 0 \\ y = \dfrac{\vartheta - a}{\vartheta + a}\, b \end{cases}$$

welche, mit den früher angegebenen Coordinaten von F verglichen, ergeben dass O K = B F ist.

Aus den Coordinaten des Berührungspunktes H erhält man mühelos die folgenden Relationen:

$$\frac{x}{-a} = \frac{-2\, a\, \vartheta}{\vartheta^2 + a^2} \quad \text{und} \quad \frac{y}{\dfrac{\vartheta - a}{\vartheta + a}\, b} = \frac{(\vartheta + a)^2}{\vartheta^2 + a^2}$$

und hieraus durch Addition:

$$\frac{x}{-a} + \frac{y}{\dfrac{\vartheta - a}{\vartheta + a}\, b} = 1 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad A\, K$$

d. h. der Berührungspunkt H liegt auf einer Geraden, welche auf den Axen die Abschnitte — **a** und $\dfrac{\vartheta - a}{\vartheta + a}\, b$ erzeugt, und das ist offenbar die Gerade A K. Wir können daher diese zweite Erzeugungsart als Controll benützen oder wir sind darauf geradezu angewiesen, wenn etwa der Schnitt von M E mit A B ein schiefer, also unsicher wäre und dies macht sich umso geltender, je grösser die Axendifferenz ist.

Das Wenige, was wir bei verstehender Untersuchung aus der analytischen Geometrie benötigten, beschränkt sich auf die Gleichung der Geraden, welche durch zwei Punkte geht, und diese ist eben so für ein schiefwinkeliges Axensystem giltig; wir konnten daher dieses gleich ursprünglich voraussetzen. An Stelle des den Axen umschriebenen Rechteckes träte dann das einem beliebigen Paare conjugirter Diameter umschriebene Parallelogramm. Die vorige Construction bleibt auch hier in voller Geltung.

Fig. 2. In Fig. 2. wurde die Ellipse aus einem umschriebenen Parallelogramme gezeichnet, indem auf die bereits erwiesene Art eine Reihe von Tangenten sammt deren Berührungspunkten bestimmt wurde. Es versteht sich von selbst, dass bei der praktischen Ausführung von den projicirenden Strahlen nur die nötigen Schnittpunkte ersichtlich zu machen sind, damit die Zeichnungsfläche vor überflüssigen Constructionslinien verschont bleibe. Gleichzeitig möge aus dieser Figur entnommen werden, wie die Anordnung behufs einer übersichtlichen Construction, bei der man es nur mit brauchbaren Schnitten zu thun hat, zu treffen sei.

Das Trapez M′ N′ P′ Q′ Fig. 3 sei die Perspective eines Parallelogrammes M N P Q, welches einem Kreise oder einer Ellipse im Raume, deren Projection gesucht wird, umschrieben wurde, wobei wir uns die Seiten M N und P Q notwendig parallel zur Bildebene zu denken haben; O′ der Schnitt der beiden Diagonalen, ist das Bild des Mittelpunktes. Das Bild des zur Bildebene parallelen Diameters A B geht durch O′ parallel zu M′ N′ während C′ D′ die Projection des conjugirten Diameters durch den Schnitt von M′ Q′ und N′ P′ als den gemeinsamen Fluchtpunkt dieser Geraden geht, der aber in den meisten Fällen unbenützbar liegt. Erinnern wir uns, dass das Theilungsverhältnis der zur Bildebene parallelen Strecken auch in der Centralprojection unverändert auf die Bilder derselben übergeht, dann sehen wir auch sofort ein, dass C′ und D′ die Strecken M′ N′ und P′ Q′ halbiren; folglich kann auch das Bild dieses Diameters stets leicht und sicher gezeichnet werden. Die Seiten dieses Trapezes bilden 4 Tangenten an die Projection des Kegelschnittes und A′, B′, C′ und D′ sind deren Berührungspunkte. Erwägt man, dass die früher erwiesene Construction auf Eigenschaften beruht, welche durch das Projiciren nie verloren gehen, so muss alsbald zugegeben werden, dass auch hier Tangenten und ihre Berührungspunkte nach wie vor gefunden werden. Die Rolle, welche zuvor die Eckpunkte des Parallelogrammes und die conjugirten Diameter gespielt, übergeht unverändert auf die Ecken des Trapezes und die Bilder A′ B′ und C′ D′. Wählen wir die in Fig. 1 zuerst angeführte Erzeugungsart, bei welcher parallel zu C D projicirende Strahlen zu ziehen sind, dann müssten wir im gegebenen Falle perspectivische Parallele ziehen, also Gerade welche durch den Schnitt der nicht parallelen Seiten des Trapezes gehen. Ergäbe sich dieser benützbar, dann ist die Construction eben so leicht wie früher. Ist dies aber nicht der Fall, dann wähle man die zweite Erzeugungsart, bei welcher Parallelstrahlen zu dem zweiten Diameter A B zu ziehen sind. Und da in der Perspective Gerade, welche zur Bildebene parallel sind, wieder parallele Bilder haben, so kann die Construction gerade so elegant wie früher angeordnet und ausgeführt werden, wie aus Fig. 3 zu ersehen ist. Fig. 3.

Die Ellipse aus dem umschriebenen Trapeze zu zeichnen ist von besonderem Belange für die Perspective. Soll von einem Kreise oder einer Ellipse ein centrales Bild construirt werden, so lässt sich am einfachsten dieser Curve ein Parallelogramm umschreiben, dessen zwei Seiten zur Bildebene, folglich auch zur Spur der Ebene des Kegelschnittes parallel sind. Von diesem Parallelogramme suche man das centrale Bild und von da an ganz unabhängig einige Tangenten sammt deren Berührungspunkten.

Wäre keine Seite des umschriebenen Parallelogrammes parallel zur Bildebene, dann ist unter Voraussetzung, dass kein Punkt desselben in der durch das Auge parallel zur Bildebene gelegten Ebene sich befindet, dessen Bild ein Trapezoid, auf welches die

vorige Construction ebenso anwendbar als gut brauchbar ist, wenn es uns nur gelingt, die unzugänglichen Fluchtpunkte der Gegenseiten zu umgehen. Es sei also Fig. 4 M′ N′ P′ Q′ das Bild eines
Fig. 4. der Ellipse im Raume umschriebenen Parallelogrammes. O′, der Schnitt der beiden Diagonalen, ist die Perspective des Mittelpunktes und die Geraden A′ B′ und C′ D′ welche durch diesen Punkt nach den unzugänglichen Fluchtpunkten der Gegenseiten gehen, sind die Bilder der conjugirten Durchmesser A B und C D im Raume; ihre Schnitte mit den Seiten des Viereckes geben vier Berührungspunkte. Wir haben also in erster Reihe durch O′ nach dem Schnittpunkte von M′ N′ mit Q′ P′ die Gerade A′ B′ zu ziehen. Zu diesem Zwecke constrairen wir zu dem Dreiecke Q′ M′ O′ ein ähnliches und in Bezug an den unzugänglichen Schnitt von M′ N′ mit Q′ P′ auch ähnlich liegendes Dreieck. Man ziehe z. B. P′ **1** || Q′ M′, ferner durch **1** eine Parallele zu M′ O′; im Schnitte beider erhalten wir ω, einen zweiten Punkt der Geraden A′ B′. Notirt man in den Rechtecken A′ B′ N′ M′ und A′ B′ P′ Q′ die Schnitte ihrer Diagonalen, so ist auch C′ D′ sofort bestimmt. Zieht man durch ω eine Parallele zu C′ D′ so weit bis M′ N′ und Q′ P′ in ihrer Verlängerung geschnitten werden, so erhalten wir ein Dreieck P′ **m n** $\sim \triangle$ M′ Q′ O′ und beide sind auch ähnlichliegend in Bezug auf den unzugänglichen Fluchtpunkt. Nach diesen Vorbereitungen wird es uns ein Leichtes sein die frühere Construction mit viel Erfolg auszuführen. Auf C′ D′ ein beliebiger Punkt α angenommen und von M′ aus nach δ projicirt. Legt man das Lineal an Q′ α an und verschiebt es parallel bis es durch P′ geht und notirt auf dieser Geraden den Schnittpunkt β, so hat man in $\alpha\,\beta$ eine Gerade, welche nach dem Fluchtpunkt von A′ B′ geht und auf dieser machen wir blos den Schnitt γ ersichtlich. $\delta\,\gamma$ giebt sofort eine Tangente, deren Berührungspunkt **a** auf der Geraden A′ α liegt, von welcher wir blos den Schnitt mit $\delta\,\gamma$ ersichtlich machen. Dieses einfache Verfahren findet seine Erklärung in der Eigenschaft ähnlicher und ähnlich liegender Dreiecke, so wie in dem Umstande, dass die vorerwiesene Tangentenconstruction durch das Projiciren nicht alterirt wird.

Um andere Tangenten sammt deren Berührungspunkten zu erhalten, mögen auf C′ D′ andere beliebige Punkte angenommen werden, für welche dasselbe Verfahren gilt wie für den Punkt α; denn das Dreieck P′ **m n** leistet für alle denselben Dienst. Dass man die Construction wesentlich vereinfacht, wenn auf die Bilder der symmetrisch liegenden Tangenten gebührend Rücksicht genommen wird, ist klar; im übrigen lassen wir die Fig. 4 selbst sprechen.

Ein anderes Verfahren an die Ellipse Tangenten sammt ihren Berührungspunkten geläufig zu construiren, wollen wir Fig. 5 ableiten.

a b c d sei ein Parallelogramm, welches einem beliebigen Paare

conjugirter Diameter umschrieben wurde; $AB = 2\,\mathbf{m}$ und $CD = 2\,\mathbf{n}$ seien die Masszahlen derselben.
Wir machen zuvor das Axensystem **x y** für die folgende Untersuchung ersichtlich, ziehen die Gerade B C und legen sodann einen beliebigen Strahl parallel zur Axe der **x**, welcher auf B C und **b c** die Schnittpunkte α und β erzeugt.
Projicirt man nun α von **c** aus auf die Gerade **a b** nach γ, so hat man in $\beta\,\gamma$ sofort eine Ellipsentangente, deren Berührungspunkt M im Schnitte von der Geraden $D\,\alpha$ liegt.
Aus der Gleichung der Geraden B C:

$$\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; BC$$

erhalten wir, wenn $B\,\beta$ der Kürze wegen mit ϑ bezeichnet wird, für $y = \vartheta$ die Coordinaten von α:

$$\alpha \begin{cases} x = \dfrac{m}{n}\,(n - \vartheta) \\ y = \vartheta \end{cases}$$

Ziehen wir durch $c \begin{cases} x = m \\ y = -n \end{cases}$ und α eine Gerade:

$$m\,\vartheta\,y + n\,(\vartheta + n)\,x = m\,n^2 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; c\,\alpha.$$

Daraus erhalten wir für $y = n$ den Punkt γ:

$$\gamma \begin{cases} x = \dfrac{n - \vartheta}{n + \vartheta}\,m \\ y = n \end{cases}$$

Die Gleichung der Geraden $\beta\,\gamma$ wird offenbar ϑ als Parameter enthalten und wir können daher dieselbe als eine Function von ϑ leicht auf die Form bringen:

$$F(\vartheta) = (m + x)\,\vartheta^2 - 2\,m\,y\,\vartheta + n^2\,(m - x) = 0$$

Erhält ϑ andere Werte, so bekommt auch die Gerade $\beta\,\gamma$ andere Positionen; suchen wir den geometrischen Ort, welcher von dieser Schaar von Geraden eingehüllt wird.
Zu diesem Behufe bilden wir:

$$\frac{d\,F(\vartheta)}{d\,\vartheta} = (m + x)\,\vartheta - m\,y = 0, \text{ woraus } \vartheta = \frac{m\,y}{m + y}$$

Eliminiren wir mittels dieses Wertes aus $F(\vartheta) = 0$ die Variable ϑ so erhalten wir sofort:

$$m^2\,y^2 + n^2\,x^2 = m^2\,n^2$$

als die Gleichung des gesuchten Ortes und dies ist offenbar die Mittelpunktsgleichung der Ellipse, deren conjugirte Diameter 2 **m**
Fig. 5. und 2 **n** mit den in Fig. 5 gegebenen identisch sind und $\beta\,\gamma$ ist daher eine Tangente dieser Ellipse.

Lassen wir nun $F(\vartheta) = 0$ und $\frac{d\,F(\vartheta)}{d\,\vartheta} = 0$ bezüglich x und y coexistiren, so erhalten wir daraus die Coordinaten des Berührungspunktes M:

$$M \left\{ \begin{aligned} x &= \frac{n^2 - \vartheta^2}{n^2 + \vartheta^2}\; m \\ y &= \frac{2\,n^2}{n^2 + \vartheta^2}\; n \end{aligned} \right.$$

und da diese der Gleichung der Geraden $D\,\alpha$:

$$y - \frac{n\,(\vartheta + n)}{m\,(\vartheta - n)}\,x + n = 0 \;\; . \; . \; . \; . \; . \;\; D\,\alpha$$

wie leicht zu ersehen, Genüge leisten, so ist hiemit auch der zweite Theil der obigen Behauptung bewiesen.

Denken wir uns in Fig. 5 die Axen **x**, **y** mit einander vertauscht und in Bezug auf dieses Axensystem die vorige Rechnung consequent durchgeführt, so kommen wir zu dem Ergebnisse, dass wir auch hier die Tangenten und ihre Berührungspunkte noch auf eine zweite Art erzeugen können. In Fig. 5 wurde eine dieser Tangenten ersichtlich gemacht: $\lambda\,\mu$ beliebig aber parallel zu C D gezogen, λ von **b** aus nach ν projicirt und man hat sofort in $\mu\,\nu$ eine Tangente; projicirt man λ von B aus nach N, so hat man den Berührungspunkt derselben. Ist die Differenz der gegebenen Diameter gross, dann wähle man jene Erzeugungsart, bei der sich alle nötigen Schnittpunkte sicher ergeben.

Fig. 6. In Fig. 6 wurde nach dieser Methode eine Ellipse gezeichnet, für welche das den Axen A B und C D umschriebene Rechteck **a b c d** gegeben ist. Auf B C wurden drei beliebige Punkte α, β und γ angenommen, sodann das Lineal parallel zu C D durch diese Punkte verschoben und gleichzeitig die Schnittpunkte 1 α' I, 2 β' II und 3 γ' III notirt; α, β, γ von **a** aus, α' β' γ' von **d** aus auf **b c** projicirt und die entsprechenden Punkte verbunden, so hat man fofort in zwei Quadranten je 3 Tangenten construirt, deren Berührungspunkte sich auch sofort ergeben, wenn die Punkte α, β, γ und α' β' γ' von A aus auf die entsprechenden Tangenten projicirt werden. Für die andere Hälfte wurde die Anordnung ebenso getroffen. Die Punkte α, β, γ wurden zwar beliebig, jedoch mit Rücksicht darauf angenommen, dass es für praktische Zwecke besonders geboten erscheint, an der Stelle der grössten Krümmung der Curve

nahe liegende Tangenten sammt deren Berührungspunkten zu construiren.

Im Hinblicke auf Fig. 3 kann auch nach der in Fig. 5 begründeten Methode die Ellipse aus dem umschriebenen Trapeze recht vortheilhaft gezeichnet werden. Liegt der Schnitt der nicht parallelen Seiten benützbar, dann sind beide Erzeugungsarten gleich brauchbar. Im gegentheiligen Falle wähle man jene, welche von diesem Schnittpunkte unabhängig ist. Die Anordnung kann ähnlich der Fig. 3 getroffen werden.

In Fig. 7 wurde vorausgesetzt, das Viereck a' b' c' d' sei die Perspective eines der Ellipse im Raume umschriebenen Parallelogrammes a b c d, O das Bild des Mittelpunktes und die Geraden A' B, C' D welche durch O nach den Fluchtpunkten der Gegenseiten gehen, seien die Bilder der conjugirten Diameter A B und C D; aus diesen Bestimmungsstücken soll mittels der vorhin erklärten Methode die Projection dieser Ellipse unabhängig construirt werden. Liegt einer der beiden Fluchtpunkte der Gegenseiten benützbar, dann wähle man jenes Verfahren, bei dem der gegebene Fluchtpunkt benützt werden kann. In Fig. 7 wurde angenommen, der Fluchtpunkt V der Geraden a b und b c liege benützbar. Im weiteren ist Anordnung und Ausführung aus der Figur selbst zu entnehmen. Wäre keiner der beiden Fluchtpunkte brauchbar, dann wird man zwei ähnliche und in Bezug auf den unzugänglichen Fluchtpunkt auch ähnlich liegende Hilfsdreiecke construiren wie in Fig. 4. Fig. 7.

Construction der Parabel.

Die in der Praxis häufig vorkommende Aufgabe, eine Parabel aus einem Parallelogramme A B C D (Fig. 8) zu construiren, ist identisch mit der Aufgabe: Fig. 8.

Eine Parabel zu construiren, für welche gegeben sind: O x die Richtung eines Diameters, O der Endpunkt desselben und eine conjugirte Sehne C D.

Bezeichnen wir mit M und N die Halbirungspunkte von A o und B o so sind bekanntlich M C und N D Tangenten dieser Parabel und C, D die Berühsungspunkte derselben. Machen wir das Axensystem x y ersichtlich, auf welches die folgende Untersuchung bezogen wird, projiciren alsdann einen auf der Axe der x beliebig angenommenen Punkt P parallel zur y Axe nach L auf die Tangente N D, so ist die Gerade L R, welche durch L parallel zu M P gezogen wird, eine Tangente der Parabel, deren Berührungspunkt Q sofort resultirt, wenn man P von C aus auf R L projicirt. Setzen wir der Kürze halber O E = a und E C = b, dann ist die Gleichung der Geraden, welche durch die Punkte

$$N \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{b}{2} \end{cases} \text{ und } D \begin{cases} x = a \\ y = -b \end{cases} \text{ geht:}$$

$$2\,a\,y + b\,x + a\,b = 0 \;\ldots\ldots\ldots\; N\,D,$$

woraus, wenn $O\,P = \vartheta$ gesetzt wird, für $x = \vartheta$ sich die Coordinaten von L ergeben:

$$\left.\begin{array}{l} x = \vartheta \\ y = -\frac{a + d}{2\,a} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\; L.$$

Durch die Punkte

$$M \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{b}{2} \end{cases} \text{ und } P \begin{cases} x = \vartheta \\ y = 0 \end{cases} \text{ geht die Gerade:}$$

$$y = -\frac{b}{2\,\vartheta} x + \frac{b}{2} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; M\,P.$$

Die Gleichung eines beliebigen durch L gezogenen Strahles ist offenbar:

$y + \frac{a + \vartheta}{2\,a} = m\,(x - \vartheta)$, wobei m den vorläufig noch unbestimmten Richtungskoefficienten vorstellt. Bringen wir die Bedingung in Rechnung, dass $L\,R \,||\, M\,P$, so muss $m = -\frac{b}{2\,\vartheta}$ sein. Setzen wir diesen Wert in die letzte Gleichung und schreiben diese als eine Function von ϑ in folgender Form:

$$F(\vartheta) = b\,\vartheta^2 + 2\,a\,\vartheta\,y + a\,b\,x = 0 \;\ldots\ldots\; L\,R.$$

Nimmt ϑ andere Werte an, so erhält auch L R andere Positionen. Fragen wir nun unter Voraussetzung einer stetigen Aenderung von ϑ nach der Einhüllenden Curve und bilden zu diesem Behufe:

$\frac{d\,F(\vartheta)}{d\,\vartheta} = a\,y + b\,\vartheta = 0$, woraus $\vartheta = -\frac{a\,y}{b}$

Eliminirt man mittels dieses Wertes aus $F(\vartheta) = 0$ die Variable ϑ, so bekommt man:

$$(2\,a\,y - b\,x - a\,b) . (a\,y^2 - b^2\,x) = 0$$

Der Nullmachende Wert des ersten Faktors:

$2\,a\,y - b\,x - ab = 0$ gibt sofort:

$$\frac{y}{\frac{b}{2}} + \frac{x}{-a} = 1 \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad MC,$$

die Gleichung einer Geraden, welche auf den Coordinatenaxen die Abschnitte $\frac{b}{2}$ und $-a$ erzeugt und dies ist offenbar die Gerade MC, von der wir bereits wissen, dass sie eine Tangente der Parabel und C ihr Berührungspunkt sei. Es ist höchst interessant zu bemerken, dass die Rechnung diesen Grenzfall, für welchen zufolge unserer Construction RL mit MC zusammenfällt, als eine singuläre Auflösung ausscheidet.

Der nullmachende Wert des zweiten Faktors giebt:

$y^2 = \frac{b^2}{a} x$ und dies ist die fragliche Parabel. RL ist sohin eine Tangente derselben. Lassen wir $F(\vartheta) = 0$ und $\frac{dF(\vartheta)}{d\vartheta} = 0$ bezüglich **x** und **y** coexistiren, so erhalten wir die Coordinaten des Berührungspunktes Q:

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{\vartheta}{a} \\ y' &= -\frac{b\,\vartheta}{a} \end{aligned}\right\} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad Q.$$

Bezeichnen wir die vorhin angesetzten Werte der Coordinaten der Punkte C und P kurzweg beziehlich mit x'' y'' und x''' y''' dann finden wir ohne viel Mühe die Relation:

$$\frac{x' - x''}{y' - y''} = \frac{x' - x'''}{y' - y'''} = \frac{a - \vartheta}{b},$$

woraus unzweideutig hervorgeht, dass die Punkte Q, P und C in einer Geraden liegen.

Eleganter kommen wir auf diese Eigenschaft, wenn wir die Gleichung der Geraden PQ aufstellen, welche sich sofort auf folgende Form bringen lässt:

$$(y - b) = \frac{b}{a - \vartheta}(x - a) \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad PQ.$$

Aus dem Baue dieser Gleichung geht unmittelbar hervor, dass die Gerade PQ durch den Punkt $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ geht und dies ist eben der Punkt C.

Dass wir behufs einer symmetrischen Darstellung MC mit ND und C mit D vertauschen und dann ebenso die erwiesene Construction anwenden können, geht aus vorstehender Rechnung unmittelbar hervor.

Fig. 9. In Fig. 9 soll aus dem Rechtecke **a b c d** eine Parabel gezeichnet werden, für welche die Axe A **x**, der Scheitel A und die conjugirte Sehne **b c** gegeben sind.

Wir machen A M = M **a** und A N = N **d** und erhalten sofort M **b** unb N **c**, die Tangenten in **b** und **c**. Durch die beliebig auf A **x** angenommenen Punkte α, β, γ, δ verschieben wir parallel zu **a d** das Lineal und notiren auf M **b** und N **c** die Schnittpunkte 1, 2, 3, 4 und I, II, III, IV. Parallel zu M α verschiebe man das Lineal bis es durch 1 geht und ziehe diese Gerade, welche eine Parabeltangente ist, deren Berührungspunkt im Schnitte der Geraden **b** α liegt. Eine zweite Tangente erhält man, wenn parallel zu M β durch II eine Gerade gezogen wird; ihr Berührungspunkt ist im Schnitte der Geraden **b** β; ebenso ergeben sich beliebige andere Tangenten und deren Berührungspunkte. Die symmetrisch liegenden Tangenten bekommt man auf ähnliche Art. Zieht man z. B. parallel zu N γ durch den Punkt 3 einen Strahl, so giebt dieser eine Tangente, deren Berührungspunkt auf der Geraden c γ liegt. Die Punkte α, β, γ, δ sind wenn auch beliebig doch so angenommen, dass man dort, wo die Curve am stärksten gekrümmt ist, auch nahe liegende Tangenten bekomme. Bei der pratischen Ausführung können alle Gerade, welche blos die Richtung anderer Geraden bestimmen gar nicht und von den übrigen Hilsstrahlen nur die nötigen Schnitte gezeichnet werden, damit die Zeichnungsfläche vor allen unnützen Linien verschont bleibe. Dass diese Construction ebenso handzuhaben ist, wenn die Parabel aus einem Parallelogramme zu construiren ist, folgt aus Fig. 8.

Die in Fig. 5 erwiesene Methode, Tangenten sammt ihren Berührungspunkten an die Ellipse zu construiren, lässt sich auch sofort auf die Parabel übertragen, wenn wir nur letztere als das
Fig. 10. centrale Bild einer Ellipse ansehen. Denken wir uns Fig. 10 das der Ellipse umschriebene Parallelogramm **a b c d** so in die Grundebene gelegt, dass der Diameter A B in den Grundschnitt G G zu liegen kommt. Das um die Horizontslinie H H′ in die Bildebene umgelegte Auge falle mit C, dem Endpunkte des zweiten Diameters C D zusammen. Die Distanz C C′ wählen wir gleich dem Abstande des Punktes C von dem Grundschnitte G G′. Dann liegt **c d** sammt dem Berührungspunkte D in einer durch das Auge parallel zur Bildebene gelegten Ebene, der Verschwindungsebene, und das centrale Bild der Ellipse ist bei dieser Anordnung eine Curve zweiten Grades mit einem unendlich fernen Punkte und einer unendlich fernen Tangente, und das ist die Parabel. Machen wir nun den Fluchtpunkt **v** für die parallelen Geraden **a d** und **b c** ersichtlich, dann bekommen wir sofort **a′ b′** als das Bild von **a b**. Nebenbei bemerken wir, dass **a′** und **b′** die Halbirungspunkte von **a** C und **b** C sind. Die unendlich fernen Punkte der Strahlen C **c** und C **d** sind offenbar die centralen Bilder von **c** und **d**; ebenso hat D den unendlich fernen Punkt von der Geraden C D zum Bilde und die

Gerade B C fällt mit ihrer Perspective zusammen. Ueberlegen wir, das die vorerwiesene Construction in Fig. 5 auf Eigenschaften beruht, welche durch das Projiciren nicht verloren gehen und dass die centralen Bilder der Ellipsentangenten und deren Berührungspunkte notwendig Tangenten und deren Berührungspunkte für die Parabel geben müssen; dann werden wir um den letzteren Zweck zu erreichen, die Construction von Fig. 5 lediglich in Perspective zu setzen haben.

Vorhin wurde $\alpha\ \beta$ parallel zu A B aber sonst beliebig gezogeñ, die Perspective $\alpha'\ \beta'$ ist also wieder parallel zu A B. Alsdann wurde α von d aus nach γ projicirt und $\beta\ \gamma$ gab eine Ellipsentangente. Hier wüssen wir α' von dem unendlich fernen Punkte d′ projiciren; $\alpha'\ \gamma'$ ist sohin parallel zu A a′ und $\beta'\ \gamma'$ ist eine Parabeltangente. Der Berührungspunkt M der Ellipsentangente liegt auf der Geraden D α, für die Parabel müssen wir α' von dem unendlich fernen Punkte D′ projiciren, d. h. der Berührungspunkt M′ der Parabeltangente liegt auf der Geraden, welche durch α' parallel zu C D gelegt wird.

C D gibt die Richtung eines Durchmessers der Parabel, C den Endpunkt desselben und A B eine conjugirte Sehne. Wenn also diese Bestimmungsstücke gegeben sind, so können wir von der eben abgeleiteten schönen Construction Gebrauch machen. Hiernach wurde in Fig. 11 aus dem Parallelogramme m n p q eine Parabel gezeichnet, für welche A x ein Durchmesser und n p eine conjugirte Sehne ist. Wir machen zuerst die Halbirungspunkte M und N der Strecken A m und A q ersichtlich, ziehen M n und N p, die Tangenten an die Parabel in den Punkten n und p. Auf A n die beliebigen Punkte α, β, γ angenommen und einmal parallel zu m q auf M n nach I, II und III projicirt und dann parallel zu M n nach 1, 2, 3. 1 I, 2 II, 3 III sind Tangenten der Parabel, deren Berührungspunkte im Schnitte der durch α, β und γ parallel zu A x gezogenen Geraden liegen. Fig. 11.

Wie die weitere Construction für den übrigen Theil der Parabel übersichtlich zu halten sei, ist aus Fig. 11 hinreichend ersichtlich.

Die in Fig. 5 begründete Construction für die Ellipse lässt zwei Erzeugungsarten zu, je nachdem wir den Strahl $\alpha\ \beta$ entweder parallel zu dem einen Diameter ziehen oder $\lambda\ \mu$ parallel zu dem anderen. Untersuchen wir nun wie sich die Construction für die Parabel aus der zweiten Methode ergiebt. Ziehen wir also in Fig. 10 $\lambda\ \mu$ parallel zu C D, projiciren λ von a aus nach ν, so ist $\mu\ \nu$ eine Ellipsentangente, deren Berührungspunkt auf der Geraden A λ liegt. Setzen wir diese einfache Construction in Perspective, so erhalten wir ein zweites Verfahren, Tangenten sammt deren Berührungspunkten an die Parabel zu construiren. Lassen wir im Uebrigen die Figur für sich selbst sprechen und erwähnen blos, dass $\lambda'\ \mu'$ offenbar in V verschwinden muss und 0 C = C V ist.

Fig. 12. Von dieser Construction wollen wir in Fig. 12 eine kleine Anwendung machen. Das Trapez $m' n' p' q'$ sei etwa das perspectivische Bild des Parallelogrammes $m n p q$ von Fig. 11, wobei wir uns selbstverständlich die Seiten $m n$ und $p q$ parallel zur Bildebene zu denken haben.

Die Gerade $A' x'$, welche durch den Schnitt der Diagonalen parallel zu $m' n'$ geht, ist das Bild des Durchmesser der Parabel, A' das Bild seines Endpunktes und $m' q'$ die Perspective einer conjugirten Sehne. Bei dieser Anordnung wird das Bild der Parabel wieder eine Parabel sein und wir sollen dasselbe aus dem gegebenen Trapeze construiren. Wir verlängern $A' x'$ und machen $A' v = A' x'$ verbinden m' und q' mit v und erhalten $M' m'$, $M' q'$ die Parabeltangenten in m' und q'. Die beliebig auf $A' q'$ angenommenen Punkte α', β' und γ' projiciren wir von v nach I, II und III und dann von M' auf die Gerade $q' N'$ nach 1, 2, 3. Die Geraden 1 I, 2 II, 3 III sind Tangenten an die gesuchte Parabel, deren Berührungspunkte sich sofort ergeben, wenn $\alpha' \beta' \gamma'$ von m' auf die entsprechenden Tangenten projicirt werden. Wie die Construction für den anderen Theil der Parabel zu halten sei, ist aus der Figur ersichtlich.

Construction der Hyperbel.

Fig. 13. In Fig. 13 seien $A B = 2 a$ und $C D = 2 b$ die reelle und die imaginäre Axe einer Hyperbel, K L M N das denselben umschriebene Rechteck und $x\, y$ das Axensystem, auf welches wir die folgende Untersuchung beziehen.

Projicirt man einen beliebig auf der x Axe angenommenen Punkt P einmal von M auf N K nach R und dann parallel zur y-Axe auf die Asymptote 0 N nach S, so erhält man in R S unmittelbar eine Hyperbeltangente, deren Berührungspunkt T auf einer durch P parallel zur anderen Asymptote 0 K gezogenen Geraden liegt.

Setzen wir $0 P = \vartheta$, dann ist die Gerade welche durch die Punkte

$$M \left\{ \begin{array}{l} x = a \\ y = b \end{array} \right. \quad \text{und} \quad P \left\{ \begin{array}{l} x = \vartheta \\ y = 0 \end{array} \right.$$

geht, durch die Gleichung bestimmt:

$$y = \frac{b}{a + \vartheta} (\vartheta - x) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad M P,$$

woraus für $x = a$ die Coordinaten des Punktes R folgen:

$$\left.\begin{aligned} x &= a \\ y &= \frac{\vartheta - a}{\vartheta + a}\, b \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad R.$$

Die Asymptote 0 N hat zur Gleichung:

$$y = \frac{b}{a}\, x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 0\,N$$

und daraus ergeben sich für $x = \vartheta$ die Coordinaten des Punktes S:

$$\left.\begin{aligned} x &= \vartheta \\ y &= \frac{b}{a}\, \vartheta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad S$$

Die Gleichung der durch R und S bestimmten Geraden muss offenbar eine Funktion von ϑ sein und lässt sich daher in folgender Form schreiben:

$$F(\vartheta) = (a\,y - b\,x)\,\vartheta^2 + 2\,a^2\,b\,\vartheta - a^2\,(a\,y + b\,x) = 0 \quad \ldots \quad R\,S.$$

Lassen wir ϑ sich stetig ändern, dann ändert auch die Gerade R S Richtung und Lage stetig und wir fragen nach dem geometrischen Orte, welchen die Geraden R S einhüllen. Zu diesem Behufe bilden wir:

$$\frac{d\,F(\vartheta)}{d\,\vartheta} = \vartheta\,(a\,y - b\,x) + a^2\,b = 0, \text{ und daraus folgt:}$$

$$\vartheta = \frac{a^2\,b}{b\,x - a\,y}$$

Mittels dieses Wertes eliminiren wir aus $F(\vartheta) = 0$ die Variable ϑ und erhalten sofort:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

als die Gleichung des fraglichen Ortes, der offenbar mit der zu construirenden Hyperbel identisch ist. R S ist sonach eine Tangente derselben.

Lassen wir die Gleichungen $F(\vartheta) = 0$ und $\frac{dF(\vartheta)}{d\vartheta} = 0$ bezüglich x und y coexistiren, so erhalten wir daraus die Coordinaten des Berührungspunktes T:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{a^2 + \vartheta^2}{2\vartheta} \\ y &= \frac{\vartheta^2 - a^2}{2a\vartheta}\, b \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad T.$$

Daraus ergeben sich augenfällig folgende Relationen:

$$x - \vartheta = \frac{a^2 - \vartheta^2}{2\vartheta} \text{ und } \frac{a\,y}{b} = \frac{\vartheta^2 - a^2}{2\vartheta} \quad ; \text{ mithin:}$$

$$\frac{a\,y}{b} = -(x - \vartheta) \quad , \qquad \text{oder:}$$

$$y = -\frac{b}{a}(x - \vartheta)$$, eine sehr durchsichtige Gleichung, welche besagt, dass der Berührungspunkt auf einer Geraden liegt, welche zu der Asymptote o K parallel ist und durch den Punkt, dessen Coordinaten $\left\{ \begin{array}{l} x = \vartheta \\ y = o \end{array} \right.$ geht, und dies ist offenbar der Punkt P, wodurch der zweite Theil der obigen Behauptung ganz einfach bewiesen ist.

Alle vorhin gewonnenen Ergebnisse, gelten offenbar auch für ein schiefes Axensystem, folglich gilt auch diese Construction auch dann, wenn das einem beliebigen Paare conjugirter Diameter umschriebene Parallelogramm gegeben ist. In Fig. 14 wurde nach dieser Methode eine Hyperbel construirt, deren conj. Diameter AB und C D gegeben sind. Aus dieser Darstellung möge entnommen werden, wie Behufs einer zweckmässigen Anordnung die Eckpunkte des umschriebenen Parallelogrammes α β γ δ bei der praktischen Ausführung symmetrisch zu vertauschen und von den Constructionslinien nur die nötigen Schnitte zu markiren sind. In Fig. 12 wurde der Umfang der Hyperbel absichtlich nicht gezeichnet sondern nur die Tanpenten zunächst der Berührungspunkte stärker gezogen, um recht augenfällig zu zeigen, wie genau als durch diese wenigen Tangenten und deren Berührungspunkte die gesuchte Curve bestimmt ist.

Fig. 14.

Um den Scheitel herum liefert diese Methode die Tangenten und deren Berührungspunkte sehr einfach und sicher. Im weiteren Verlaufe wird der Schnitt der Tangente mit der Asymptote unbenützbar, folglich auch die erwähnte Construction weniger brauchbar und umständlich. Um gerade diesen Fehler zu beheben leiten wir in Fig. 15 eine andere Construction ab, welche ebenso einfach als bemerkenswert ist.

Fig. 15.

L M P Q sei das den Axen AB und CD umschriebene Rechteck einer Hyperbel; A und B die Scheitel derselben. Beziehen wir die folgende Untersuchung auf die Asymptoten der Hyperbel als Coordinatenaxen, ω sei der von denselben eingeschlossene Winkel, und **p** und **q** zwei Strahlen, welche durch den Scheitel B parallel zu den Asymptoten gelegt wurden. Zieht man durch **o** einen beliebigen Strahl, der mit der positiven **x** Axe etwa den Winkel φ einschliesst, notirt auf demselben die Punkte α, β und γ, welche auf **p**, **q** und der Geraden MP liegen, zieht dann durch α und β beziehungsweise Parallele zu den Asymptoten **y** und **x**, so schneiden sich diese in einem Punkte R der Hyperbel; R mit γ verbunden giebt sofort die Tangente **t** im Punkte R.

Da $Om = On = \frac{1}{2} OM = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$ ist, so hat man sofort die Gleichungen für die Strahlen p und q:

$$y = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad p$$

$$x = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad q$$

Die Gleichung des beliebig durch den Ursprung gezogenen Strahles $O\alpha$ sei:

$$y = n\,x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad O\alpha$$

wobei der Richtungscoefficient $n = \frac{\sin\varphi}{\sin(\omega - \varphi)}$.

$O\,\alpha$ mit p zum Schnitt gebracht, giebt den Punkt α:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{1}{2n}\sqrt{a^2 + b^2} \\ y &= \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \alpha$$

$O\,\alpha$ zum Schnitt gebracht mit dem Strahle **q** giebt β:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} \\ y &= \frac{n}{2}\sqrt{a^2 + b^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \beta$$

Die Geraden, welche durch α und β parallel zu den Coordinatenaxen gezogen werden, schneiden sich in dem Punkte R, dessen Coordinaten offenbar sind:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} \\ y &= \frac{n}{2}\sqrt{a^2 + b^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad R$$

Für andere Werte von **n**, bekommen wir auch für R andere Paare zusammengehöriger Coordinaten. Eliminiren wir aus den letzten zwei Gleichungen **n**, so bekommen wir eine Gleichung zwischen **x**, **y** und den gegebenen Parametern, die, weil von **n** unabhängig, für jeden beliebigen Wert desselben giltig ist, folglich der analytische Ausdruck des von R erzeugten geometrischen Ortes ist. Durch Multiplication der letzten zwei Gleichungen erhalten wir sofort

$$x y = \frac{a^2 + b^2}{4}$$ und dies ist offenbar die Gleichung der zu construirenden Hyperbel.

Bezeichnen wir mit ξ und η die Coordinaten des Berührungspunktes, so ist

$$y \xi + x \eta = \frac{a^2 + b^2}{2}$$ die Gleichung der Hyperbeltangente

im Punkte (ξ, η), bezogen auf die Asymptoten als Coordinatenaxen. Für ξ und η die Coordinaten von R gesetzt, so erhalten wir

$$\frac{y}{n} + n x = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad t$$

die Tangente an die Hyperbel im Punkte R und ihr Schnitt mit der Geraden O α giebt den Punkt γ:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{1}{n+1}\sqrt{a^2+b^2} \\ y &= \frac{n}{n+1}\sqrt{a^2+b^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \gamma$$

Aus diesen Gleichungen ergiebt sich unmittelbar:

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{y}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 1 \text{, d. h.:}$$

der Punkt γ liegt auf einer Geraden, welche auf den Axen die Segmente $\sqrt{a^2 + b^2}$ erzeugt und dies ist die Gerade MP, wodurch auch der letzte Theil der obigen Behauptung bewiesen ist.

Für die Tangenten, deren Berührungspunkte sehr nahe dem Scheitel liegen, ist diese Methode praktisch nicht gut brauchbar, weil diesfalls die Punkte γ und R, wodurch die Tangente bestimmt ist, sehr nahe an einander liegen. Aber gerade an dieser Stelle liefert die frühere Methode ganz sichere Resultate.

Da die frühere Ableitung eben so gut dann gilt, wenn von der Hyperbel ein paar conjugirter Diameter gegeben wären, so gilt auch die eben abgeleitete Construction auch für das umschriebene Parallelogramm ganz unverändert.

Fig. 16. In Figur 16 wurde die Hyperbel aus dem den Axen AB und CD umschriebenen Rechtecke $\alpha\ \beta\ \gamma\ \delta$ nach dieser Methode construirt. Der Umfang derselben wurde nicht gezogen, sondern nur die Tangenten zunächst der Berührungspunkte stärker gehalten um recht augenfällig zu zeigen, wie die Form der Curve durch diese Bestimmungsstücke schon hervortritt. Von den projicirenden Strahlen blos die nötigen Schnitte zu notiren und die ganze Construction recht übersichtlich und symmetrisch darzustellen, mag aus der Figur selbst entnommen werden.

Die darstellende Geometrie

als Unterrichtsgegenstand an Realschulen.

Unter demselben Titel veröffentlichte Herr Director Ambròzy in dem vorjährigen Programme der Bielitzer Oberrealschule einen Artikel, worin er in gedrängter Kürze die herrschenden Vorurtheile über den Unterricht in der darstellenden Geometrie an unseren Realschulen widerlegt, die Ursachen der im allgemeinen schlechten Unterrichtserfolge in diesem Gegenstande bespricht und auch geeignete Vorschläge macht, den zahlreichen Missständen zu begegnen. Dass dieses Thema ein zeitgemässes ist, muss wohl zugegeben werden; denn es berührt eine brennende Frage unseres gegenwärtigen Realschulwesens, über die wunderbarer Weise gerade unter Fachleuten an berufener Stelle ein sehr geringer Meinungsaustausch gepflogen und zur Klärung und Sichtung der verschiedenen in neuester Zeit sich geltend machenden Ansichten noch wenig beigetragen wurde. Ich habe diesen Artikel mit grosser Aufmerksamkeit gelesen, einmal schon darum, weil dies einer der ersten Beiträge zu der oberwähnten Frage ist und zugleich kommt diese Arbeit aus der Feder eines älteren Lehrers, der also ein richtiges Urtheil über den Gegenstand sowohl, als auch über die Methode unserer Lehrbücher haben kann, und da der Verfasser noch überdies Director einer öff. Oberrealschule ist, wird er auch angeben können, wie weit das Ziel und wie hoch die Anforderungen in dieser Disciplin bei gerechter Würdigung der anderen Lehrgegenstände gestellt werden können, damit der Erfolg zu der aufgewendeten Zeit im richtigen Verhältnisse stehe und jede Ueberbürdung der Schüler sorgsam hintan gehalten werde.

Director Ambròzy findet die Ursache der schlechten Unterrichtserfolge aus der darstellenden Geometrie an den meisten Anstalten nicht in der Natur des Lehrgegenstandes, sondern in der unrichtigen Behandlung desselben, was sich einigermassen dadurch entschuldigen liesse, dass für die methodische Behandlung der darstellenden Geometrie als einer Schöpfung der Neuzeit noch wenig geschehen konnte. Als das wesentlichste Gebrechen, welches gegenwärtig dem Unterrichte in der darstellenden Geometrie anhaftet, bezeichnet er den unverhältnissmässig umfangreichen Stoff, der zur Bearbeitung gelangt, und schlägt eine Reducirung desselben vor. Als zweiter Uebelstand bei dem descriptiven Unterrichte werden unsere Lehrbücher bezeichnet, welche gleichsam nur Auszüge aus grösseren Werken sind, auf die methodisch richtige Behandlung und auf die Bedürfnisse der Mittelschulen nur sehr wenig Rücksicht nehmen. Weiters wird eine methodisch correcte Behandlung des Gegenstandes verlangt; auf der ersten Stufe sind nur wenige, aber durch ihre Wichtigkeit hervorragende Partien so zu behandeln, dass hiedurch der Schüler zu einem klaren Verständnisse und einer streng wissenschaftlichen Auffassung des Besprochenen gelange. Nach Massgabe dieser Ausführungen unterbreitet er schliesslich den Fachcollegen einen detailirten Lehrplan für die Ertheilung des Unterrichtes in der darstellenden Geometrie, der mit der Ministerial-Verordnung vom 19. Juli 1870 Zl. 5207 nicht im Widerspruche steht und mit der Erklärung des orthogonalen Projectionsverfahrens beginnt.

Principiell sind diese vier Punkte so glücklich getroffen, dass sie wohl die Zustimmung aller Fachcollegen für sich haben, aber über das Wie, die erkannten Uebelstände zu beseitigen und das Mangelhafte durch etwas Besseres zu ersetzen, dürften wohl die Ansichten divergiren und es wäre in dieser Beziehung nicht ohne Interesse, die verschiedenen Meinungen von Fachmännern zu hören, damit diese wichtige Unterrichtsfrage gehörig beleuchtet, richtig aufgefasst und einer gedeihlichen Lösung zugeführt werde. Dass die Ansichten über diese Frage im Princip gleich und in der Ausführung sich widersprechen können, ist wohl zuzugeben. In dem erwähnten Artikel lese ich beispielsweise: „Die Reducirung des Lehrstoffes auf das unbedingt Notwendige und Wichtige ist ein unabweisbares Bedürfnis für die Erzielung günstiger Resultate, und eine solche Reduction ist ohne Schädigung der eigentlichen Aufgabe des Unterrichtes in der darstellenden Geometrie an Realschulen möglich.“ Vollkommen einverstanden.— Wenn aber weiter gesagt wird, es sei klar, dass die Auflösung des körperlichen Dreieckes auf graphischem Wege gänzlich zu meiden sei, weil diese auf der ersten Stufe des Unterrichtes völlig überflüssig sei, da der Schüler die hiedurch gewonnenen Resultate niemals praktisch verwerten könne; dass diese Constructionen überdies keinen theoretischen Wert haben, weil deren Durchführung in eine Zeit falle, in welcher der Schüler mit den Lehrsätzen der Stereometrie über die Lage der Ebenen zu einander noch nicht so weit unterrichtet sei, um die erwähnten Constructionen mit Verständnis ausführen zu können und endlich, weil man bei der Auflösung gewisser Fälle die Supplementarecke benützen müsse,—so muss ich gestehen, dass mir alle diese Gründe nichts weniger als klar sind, und ich viel eher dem Vorschlage beipflichte, der für eine sorgsamere Pflege des körperlichen Dreieckes einsteht, weil ich darin ein ganz besonderes Unterrichtsmittel erblicke. Eine eingehende Kenntnis des körperlichen Dreieckes ist für jedermann wünschenswert, der auch nur über die Fundamentalsätze der Stereometrie gekommen; ein um so grösseres Interesse hat die körperliche Ecke für den, der fortan zur graphischen Darstellung der ebenflächigen Körper gehen will. Wie stünde es dann mit der streng wissenschaftlichen Auffassung, welche vorhin für alles das, was im descriptiven Unterrichte vorkommt, so entschieden verlangt wurde? Abgesehen von dieser grossen Lücke spreche ich auch aus dem Grunde gegen die ausschliessliche Zuweisung des körperlichen Dreieckes in den mathematischen Unterricht, weil die graphische Auflösung sehr anschaulich ist, vom Schüler leicht erfasst und dauernd behalten wird, folglich sehr geeignet ist, seine Studien in der Stereometrie und der sphärischen Trigonometrie wesentlich zu unterstützen. Ueberdies empfiehlt es sich schon aus pädagogischen Gründen eine so hochwichtige Frage, welche dem Schüler auch im mathematischen Unterrichte manche Schwierigkeit bietet, von den verschiedensten Gesichtspunkten aus zu beleuchten. Ein kleines Beispiel: Die Summe der Seitenwinkel einer dreiseitigen körperliche Ecke liegt zwischen 2 und 6 Rechten. In was degenerirt die Ecke für die untere Grenze? Wer verhilft dem Schüler leichter zu dieser Vorstellung, die graphische oder die mathematische Behandlung? Die Schwierigkeiten, welche sich im descriptiven Unterrichte der graphischen Auflösung nach den vorigen Ausführungen entgegen stellen sollen, bestreite ich ebenfalls. Auf der ersten Stufe meines Unterrichtsganges nehme ich die stereometrischen Fundamentalsätze in anschaulicher und dem Geiste der darstellenden Geometrie angepassten Weise; auf der zweiten Stufe den Punkt, die Gerade, die Ebene und die Beziehungen dieser Gebilde unter einander, und auf der dritten Stufe kommt nach meiner Auffassung die körperliche Ecke zum Vortrag und ist da der beste Prüfstein für den Erfolg, mit dem die frühere Partie abgehandelt wurde. Ich bereite die einzelnen Aufgaben vor, lege sie dem Schüler so zurecht, dass er in allen nötigen Constructionen mir zuvorkommen muss. Ich kann auch nicht zugestehen, dass der Schüler auf dieser Stufe über die Lage der Ebenen zu einander noch nicht soweit unterrichtet ist um diese Constructionen mit Verständnis ausführen zu können. Wäre dies der Fall, so hat er auch in der früheren Partie ohne Verständnis gearbeitet. Wenn der Schüler nicht in die Lage kommt, die gelegentlich der Behandlung der körperlichen Ecke gewonnenen Resultate zu verwerten, so trifft die Schuld den Lehrer, der es verabsäumt das früher Vorgetragene praktisch zu verwerten und in vielseitiger Uebung zu erhalten. Abgesehen davon, dass die Körper, zu deren Darstellung sofort geschritten wird, der Ecken genug haben, ist das körperliche Dreieck ein so eminentes Gebilde, dass es als Unterrichtsmittel sich selbst

Zweck genug ist, weil hier die Denkthätigkeit und das Vorstellungsvermögen vorzüglich geschult wird. An sehr zweckmässigen Aufgaben, welche die Ecke betreffen, haben wir wohl keinen Mangel, ich verweise z. B. auf die Sammlung von Lehrsätzen und Aufgaben aus der Planimetrie und Stereometrie von La Fremoire, worin ich überraschend schöne Aufgaben über das körperliche Dreieck gefunden, die sich durch Leichtigkeit und Eleganz auszeichnen und für die praphische Behandlung wie geschaffen sind. — Dass man bei der Auflösung gewisser Fälle zu der Supplementarecke seine Zuflucht nehmen müsse, ist wahr, aber ist diese Auflösung etwa unrichtig? Ich finde es ganz in der Ordnung, dass der Schüler die Supplementarecke als solche und eine schöne Anwendung derselben kennen lerne. Dass der Lehrer nur die einfachen Fälle nehmen, und die mehrdeutigen übergehen wird, ist wohl für den Unterricht an Realschulen geboten, aber deswegen braucht man nicht das Kind sammt dem Bade zu verschütten.

Mit demselben Rechte könnte man auf andere Partien verweisen; so z. B. beruht die ganze Theorie der Tangirungsebenen auf dem Satze, dass alle Tangenten, welche in einem gewöhnlichen Punkte einer stetig gekrümmten Fläche möglich sind, in einer Ebene liegen. Ist der Beweis, den wir gewöhnlich den Schülern geben und der auch in unseren Lehrbüchern ist, stichhältig? Ich glaube, dass er keinen besonderen mathematischen Wert habe und auch nichts weniger als anschaulich oder überzeugend sei. Und doch bauen wir die ganze constructive Behandlung auf diesem Satze auf *). Der früher ausgesprochene Wunsch, nur die durch ihre Wichtigkeit hervorragenden Partien zu behandeln, spricht auch ganz entschieden für die Ansicht, dass die Construction der körperlichen Ecke aus 3 gegebenen Stücken dem descriptiven Unterrichte an Realschulen gewahrt bleiben müsse.

Ein weiterer Vorschlag des erwähnten Artikels geht dahin, die Theorie der ebenen und aufwickelbaren Linien zu streichen. Gründe: Die wenigen Constructionen, welche bezüglich der ebenen Curven bei Bestimmung der Schnittlinien von krummen Flächen mit Ebenen und der ersteren Flächen untereinander notwendig sind, müssen an den betreffenden Steilen ohnehin kurz erläutert werden, weil unter Hinweisung auf den in der 4ten Classe genommenen Lehrstoff der Lehrer sonst Gefahr lauft, von den Schülern nicht verstanden zu werden. Die aufwickelbaren Curven können ihrer Natur gemäss niemals Gegenstand des Unterrichtes an einer Mittelschule sein. Ohne die Hilfsmittel der analytischen Geometrie

*) In Guglers Lehrbuch der darstellenden Geometrie ist ein anderer Beweis für diesen Satz, der allerdings auch seine Achillesferse hat, wie überhaupt die meisten elementar geführten Beweisführungen, bei denen das unendlich Kleine mit im Spiele ist, aber er ist einfacher und wenigstens anschaulich.

sind die auf graphische Darstellungen gestützten Untersuchungen über die Eigenschaften der ebenen und aufwickelbaren Curven nicht blos entbehrlich, sondern auch geradezu schädlich, weil den Schüler an Flachheit gewöhnend.

Die Tragweite dieses Vorschlages verstehe ich nicht ganz. Eine Untersuchung der aufwickelbaren Curven war meines Wissens nie Gegenstand des Unterrichtes an Realschulen. Das Wenige, was über aufwickelbare Curven im Lehrbuche *) enthalten ist, wurde ja ohnehin meist übergangen, bis auf die Schraubenlinie, von welcher zweifelsohne genommen werden kann: das Entstehungsgesetz, die orthogonale Abbildung, und selbst die Tangentenconstruction in einem Punkte der Curve kann unter Zuhilfenahme eines Cylinders und eines schief geschnittenen Papierstreifens sehr anschaulich gezeigt werden. Damit muss aber Director Ambrozy gewiss einverstanden sein; denn in dem Lehrstoffe, den er für die sechste Classe vorschlägt, ist unter Anderem auch enthalten: „die windschiefen Schraubenflächen, ebene Schnitte derselben und Berührungsebenen an dieselben.“ Will man aber principiell aussprechen, die Erzeugung und Darstellung der krummen Linien, welche sogar schon auf Seite 8 des Lehrbuches vorkommt, ferner das Kapitel von den aufwickelbaren Curven im Allgemeinen ist auszulassen, so wird damit wohl jeder Lehrer einverstanden sein. Ich befürworte auch die vorhin empfohlene Behandlung der Schraubenfläche, ihrer ebenen Schnitte und ihrer Berührungsebenen nicht. Das Wenige, was etwa zur Darstellung einer flachen oder scharfen Schraube nötig ist, werde daselbst angeknüpft und an einem vorgezeigten Modelle, welches die Erzeugung dieser Fläche gut zum Ausdruck bringt, mag sich die Anschauung üben und die Vorstellung kräftigen; alles übrige bleibe weg. Die Berührungsebenen an windschiefe Flächen werden unsere Schüler nur verwirren, weil sie das windschiefe Flächenelement nicht beherrschen. — Für eine Einschränkung der Lehre von den ebenen Curven trete ich ein, aber die constructive Behandlung derselben ganz über Bord zu werfen, wäre wohl ein unverzeihlicher pädagogischer Verstoss und ein gewältiger Rückschritt im constructiven Zeichnen überhaupt. Die Formenlehre der Curventheorie bereichert wesentlich das Begriffsvermögen des Schülers. Offene und geschlossene Curven, Curven mit Schlingen, Schleifen und Spitzen, Curven mit Wende- und Rückkehrpunkten, Curven mit mehrfachen und mit Maximal- und Minimalpunkten, sich berührende und sich schneidende Curven, äquidistante, ähnliche und ähnlich liegende, eben so wie symmetrische Curven werden dem Schüler anschaulich vorgeführt und er verbindet künftighin mit allen diesen Begriffen die richtige Vorstellung. Die Erklärungen über Tangente, Normale, Krümmungs-

*) Ich meine ebenfalls das von Schnedar.

winkel sind sehr einfacher Natur und werden durch die Anschauung wesentlich unterstützt. Der Schüler wird alsdann von selbst den Namen der Curve von durchwegs gleicher Krümmung nennen, eine Linie zeichnen, bei welcher alle Elemente als gleich angesehen werden müssen und eine andere, deren Krümmung in allen ihren Punkten gleich Null ist, die Stelle angeben, wo z. B. die Ellipse am stärksten und wo am wenigsten gekrümmt ist. Es sind ja diese Eigenschaften so innig mit den Linien verwachsen, dass man die letzteren nie, auch selbst mit ganz profanen Augen ansehen kann, ohne an die Existenz der ersteren erinnert zu werden. Der Schüler hört oft nur das, was er bereits geahnt, der Lehrer hat ihm nur zu dem richtigen Ausdruck verholfen. Die Curvenlehre richtig behandelt führt den Schüler zu einer fruchtbaren Anschauung über geometrische Örter und legt auch die Idee nahe, aus einer Linie nach gegebenen einfachen Gesetzen eine andere abzuleiten. Ich erinnere beispielsweise an die Beziehungen zwischen Gegenstand und Bild bei einem Planspiegel. Der Schüler wird angeleitet gegebene Bedingungen constructiv zu behandeln und es ist nicht zu verkennen, dass bei diesen Aufgaben der combinatorische Sinn geweckt und Lust und Liebe zu geometrischen Studien gefördert wird. Der Einwurf, dass der Schüler über die Natur des fraglichen geometrischen Ortes nichts sagen kann, hat nicht viel zu sagen, weil diese Aufgaben auch andere Seiten haben, an die sich sehr interessante Betrachtungen anknüpfen lassen. Nicht der geometrische Ort als solcher, sondern auch alles das, was der Schüler an diesem Orte gelernt, ist für die Schule massgebend.

Die vorher angezogenen analytischen Hilfsmittel, welche eine constructive Behandlung der Curvenlehre erst in der siebenten Classe möglich machen, scheinen ganz speziell die Kegelschnittslinien zu betreffen, wenn der Vortrag aus der analytischen Geometrie über die Curven zweiten Grades nicht hinaus kommt. Es ist allerdings wahr, dass die Behandlung der Kegelschnitte mit diesen Hilfsmitteln eine weitgehende und streng wissenschaftliche sein könnte, dass der Vortrag diesfalls eine grosse Zahl von schönen und fruchtbaren Sätzen in den Bereich seiner Betrachtungen mit Erfolg aufnehmen könnte, die im anderen Falle kaum genannt werden dürfen; aber trotz alledem wäre es eine geradezu drakonische Massregel, die constructive Behandlung erst im siebenten Jahrgang zu nehmen und sonst ganz zu eliminiren. Aus der Grundeigenschaft des Kegelschnittes wird ein Schüler der 4ten Classe mit vollem Verständnisse einzelne Curvenpunkte aufsuchen. Er wird auch damit ausreichen, gewisse charakteristische Punkte zu finden, wie z. B. jene, welche auf der durch die gegebenen Fixpunkte F und F' gehenden Geraden liegen, er wird auch bei einiger Anleitung leicht herausfinden, dass z. B. die Ellipse nach oben und unten, nach rechts und links symmetrisch ist, er wird selbst ansagen und finden, wie gross oder wie klein ein Leitstrahl werden kann; ein einfaches rechtwinkliges Dreieck wird uns die schöne Beziehung zwischen den Axen und der linearen Excentricität aufdecken u. dgl. Den Satz, dass die Normale den von den Leitstrahlen gebildeten Winkel halbirt, theilt man dem Schüler unbewiesen mit und kann ihn etwa irgendwie anschaulich zu machen suchen (der einfallende und der reflectirte Strahl, das Einfallslot). Auf diesem Satze kann man unter Zuhilfenahme der Grundeigenschaft der Curve und der Lehren über das gleichschenklige Dreieck die für die Bedürfnisse der Realschule vollkommen ausreichenden Tangentenconstructionen auch für den Fall, wenn der Umfang der Curve nicht zu benützen ist, ganz logisch und richtig aufbauen. Mehr braucht man dazu nicht. Lässt man auch alles übrige weg, so ist für den constructiven Theil der Geometrie noch immerhin genug geleistet worden. Der Schüler wird sich an dem unbewiesenen Satze eben so wenig stossen, als er viel früher keinen Anstand nahm zu glauben, dass 3.1415926|... die Ludolfische Zahl sei. Erwägt man, dass die Kegelschnitte in der Physik auch schon vor der siebenten Classe nicht umgangen werden können, so ist es schon im Interesse der Concentration des Unterrichtes geboten, die Kegelschnitte so gut als es eben geht zu nehmen. Im constructiven Zeichnen ist der Kegelschnitt sich selbst Zweck, in der Physik blos Mittel zum Zweck, es ist also auch in dieser Beziehung nicht schwer zu entscheiden, wer damit den Anfang machen müsse.

Wegen der grossen Rolle, welche die Kegelschnittslinien im praktischen Leben, in den einzelnen Wissenschaften und in der Natur spielen, muss einige Kenntnis derselben ohneweiters mit zur allgemeinen Bildung gerechnet werden. Verlegen wir die constructive Behandlung derselben in die siebente Classe, wie viel Procent der studierenden Jugend gehen dann diesbezüglich ganz leer aus? Jetzt hat ein absolvirter Unterrealschüler, der nicht selten gleich ins geschäftliche Leben tritt, eine populäre und dann hätte er gar keine Kenntnis dieser Curven. Die Ansicht, dass alle diese Constructionen bei der Bestimmung der Schnittlinien von krummen Flächen mit Ebenen erläutert werden sollen, ist richtig; aber einerlei ist es nicht, ob diese Erklärungen dem Schüler neu oder lediglich eine Wiederholung sind. Ausserdem gehört die Darstellung der ebenen Schnitte der Kegelflächen zu den schwierigeren Aufgaben, es ist daher auch aus pädagogischen Gründen nicht anzuraten, die eigentliche Aufgabe durch ganz neue Erklärnngen aus der Curvenlehre noch mehr zu compliciren. Der Behauptung, es sei ohnehin nur wenig, was man aus der Curvenlehre bei dieser Gelegenheit brauche, pflichte ich auch nicht bei.

Wenn es weiter heisst, dass die Theorie der Linien gleicher Beleuchtungsintensität nicht in die Mittelschule gehöre, weil die diesbezüglichen Constructionen eine zu dem durch dieselben erzielten Nutzen in keinem Verhältnisse stehende Zeitdauer erfordern, so gebe ich gerne zu, dass diese Partie wegbleiben kann, aber vollkommen theile ich diese Ansicht nur dann, wenn es dem Lehrer etwa beifällt, die Schattenlehre auszugsweise nach einem grösseren Specialwerke vorzutragen. Es lässt sich im Gegentheil gerade diese Partie sehr leichtfasslich und knapp für die Realschule im innigen Anschluss an den früheren Lehrstoff zurecht legen. Ich halte keine Partie für so dankbar und anregend im descriptiven Unterrichte wie diese, aber die Behandlung derselben muss auf dem Boden der Schule gewachsen sein. Im Interesse für andere elementare Partien, welche der Schüler vollkommen bewältigen muss, stimme ich nötigenfalls auch dafür, die Intensitätslinien zu streichen.

Als weiteren Übelstand bezeichnet Direktor Ambrozy unsere Lehrbücher, welche nur Auszüge aus grösseren Werken seien, auf die methodisch richtige Behandlung des Gegenstandes nur wenig Rücksicht nehmen, dieselbe erschweren oder gar unmöglich machen. Um dies zu erweisen, macht er auf den nach seiner Ansicht gröbsten Verstoss aufmerksam, welcher in dieser Beziehung fast in allen Lehrbüchern vorkommt. Die Drehung eines Punktes um eine fixe Axe macht dem Schüler erfahrungsgemäss grosse Schwierigkeiten. Für einen günstigen Unterrichtserfolg ist es unbedingt nötig, dass ganz speziell diese Aufgabe richtig verstanden werde und da diese an die Spitze des ganzen Lehrgebäudes ohne stichhältigen Grund gestellt wird, wo der Schüler noch nicht die notwendige Kenntnis über die Beziehungen der Tracen einer Ebene zu den Projektionen einer auf derselben normal stehenden Geraden haben kann, so kann es dem Lehrer nicht gelingen, bezüglich dieser Aufgabe das richtige Verständnis bei seinen Schülern zu erzielen; das Auftreten derselben an der genannten Stelle muss daher als ein durch nichts zu rechtfertigender didaktischer Verstoss angesehen werden.

Der Rat, die Axendrehung später vorzunehmen hat wohl Manches für sich und es liesse sich dieser vermeintlich arge Missstand durch eine ganz einfache Dislocation beheben, welche füglich vorgenommen werden kann, aber nicht muss. Zur Ehre unserer Lehrbücher sei's gesagt, dass hier durchaus keine Gefahr ist, in die Kriegstrompete zu blasen und wenn diese locale Frage thatsächlich ihr grösster Fehler ist, dann erkenne man sie zum mindesten als gut an. Ich muss natürlich jetzt den Beweis für meine Behauptung, der Platz, an dem die Drehung des Punktes im Lehrbuche vorkommt, sei, wennauch nicht der Beste, doch nicht verwerflich, führen, nur muss man mir zugestehen, dass der Schüler den auf den wenigen vorangehenden Seiten enthaltenen Lehrstoff auch faktisch verstehe. Ein Raumpunkt (a_1 a_2) soll um eine in der horizontalen Projektionsebene liegende Drehungsaxe **d** gedreht werden (eine andere Aufgabe kommt im Lehrbuche nicht vor). Die Drehungsebene U*) geht durch **a** senkrecht auf **d**, also steht auch **d** senkrecht auf U. Die horizontale Projectionsebene ist eine durch **d** gelegte Ebene,

*) Die Erklärung der einschlägigen Begriffe geht voran.

folglich ist sie senkrecht zu U, und umgekehrt U senkrecht auf der ersteren. Das Perpendikel $a\ a_1$ welches von a zur horizontalen Projectionsebene gefällt wird, liegt in U, demnach kann a_1 nur in der horizontalen Trace von U liegen; es geht also auch umgekehrt die horizontale Trace von U durch a_1. d steht senkrecht auf U, folglich auch senkrecht auf jeder Fusspunktsgeraden dieser Ebene; die horizontale Trace von U ist aber eine derselben, folglich geht sie nicht nur durch a_1, sondern muss noch überdies senkrecht auf d stehen. Die vertikale Trace von U geht durch den Axenpunkt N und steht, wie bereits bekannt, senkrecht auf der Axe. Der Schnitt von d mit der horizontalen Trace ist der Drehungsmittelpunkt ω. Die Bahn, welche der Punkt bei der Drehung beschreibt, ist ein in U liegender Kreis, dessen Halbmesser $\omega\ a$ ist. Die Perpendikel, welche von beliebigen Punkten dieses Kreises zur horizontalen Projectionsebene gefällt werden, liegen sämmtlich in U, daher auch ihre Fusspunkte nur in der horizontalen Trace dieser Ebene liegen können, d. h. der Kreis hat seine horizontale Projection in der Horizontalspur von U, daselbst muss also auch die horizontale Projection des Punktes a nach der Drehung liegen. Denken wir uns die Drehungsebene um ihre Horizontaltrace in die horizontale Projectionsebene umgelegt; die relative Lage der Strecke $a\ a_1$ zu der Trace ändert sich während der Drehung nicht, u. s. w. Meine Sache war, zu zeigen, dass man den beliebten Schimmel von den Beziehungen der Tracen zu den Projectionen der zu dieser Ebene normalen Geraden bei der Erklärung der Drehung eines Punktes um eine fixe Axe nicht einzuspannen braucht. Von dieser Ansicht dürften auch die Verfasser unserer Lehrbücher wahrscheinlich ausgegangen sein und verdienen dafür keinen so herben Tadel, dass sie dem Schüler die erwähnte Frage sofort vorlegen, als es die gegebenen Mittel nur erlauben, damit er von nun an Gelegenheit habe, dieselbe bei einfachen Aufgaben anzuwenden und vielseitig und stetig durchzuüben. Die gegentheilige Behauptung hat auch vieles für sich. Denn es ist vollkommen richtig, dass die ersten praktischen Drehungsaufgaben sehr einfacher Natur sind, vom Schüler an der betreffenden Stelle unmittelbar ausgeführt werden können, ohne der Axendrehung im allgemeineren Sinne zu gedenken und da letztere dem Schüler bedeutende Schwierigkeiten bereitet, so ist es recht empfehlenswert, ihre Behandlung aufzuschieben. Werden sonach alle Für und Wider der beiden Anschauungen gehörig abgewogen, so ist es nicht so unwahrscheinlich, dass aus dem zuvor so scharf markirten durch nichts zu rechtfertigenden didaktischen Verstoss ein harmloser Streit um des Kaisers Bart wird. Das stereometrische Beweismateriale, welches ich vorhin angezogen, kann doch auf dieser Stufe zur Verwendung kommen und wenn nicht, dann wurde wohl eine pädagogische Todsünde begangen, aber wunderbar genug, dass sie erst auf Seite 23 auf den Pranger gestellt wird und nicht schon auf Seite 6, wo sie noch crasser auftretend, bereits zur Gewohnheitssünde geworden.

Im vierten Punkte hebt Director Ambrozy hervor, eine methodisch völlig correcte Behandlung des fraglichen Lehrgegenstandes sei vor Allem notwendig, wenn das auf diesem Gebiete der Schulthätigkeit angestrebte Ziel erreicht werden solle. Ganz richtig, aber die Winke, welche diesfalls gegeben werden, sind nicht von Belang. Wenn behauptet wird, dass die Mannigfaltigkeit, welche insbesondere in Betreff der Pyramiden, Prismen und krummen Flächen bei dem descriptiven Unterrichte an Realschulen sich so häufig bemerkbar macht, entschieden schädlich und eine Beschränkung derselben im Interesse des Unterrichtes dringend erforderlich ist, dann gestehe ich, dass mir dieser Vorschlag etwas räthselhaft klingt. Unsere Lehrbücher zeigen eine solche Eigenthümlichkeit nicht, und das, was darin zu finden ist, nimmt Director Ambrozy in den proponirten Lehrplan auf. Die Umdrehungsflächen lediglich auf die Kugel und das Rotationrellipsoid zu beschränken, kann immerhin geschehen, aber das ändert an der Sache nichts; im Gegentheil, es ist sehr fraglich, ob eine unsicher gezeichnete Ellipse oder eine aus Kreisbögen einfach gebildete Curve oder auch ein nach dem Curvenbrettchen scharf gezogener Linienzug sich als Meridian bei der Behandlung der verschiedenen die Umdrehungsflächen betreffenden Aufgaben besser empfehle. Von windschiefen Flächen wird im Lehrbuche nur die Schraubenfläche behandelt, und diese wird auch zur Behandlung vorgeschlagen und zwar in dem früher erwähnten Umfange. Kegel- und Cylinderflächen werden auch nach dem Lehrbuche genommen. Bei den Pyramiden und Prismen wird empfohlen, nur jene mit regulärer Basis zu nehmen. Soll vielleicht nebenbei die horizontale Projectionsebene auch zur ständigen Basisebene ernannt werden? Ich glaube, dass ein solcher Vorschlag sich mit dem Wesen des descriptiven Unterrichtes, der doch die Leichtigkeit im Auffassen geometrischer Formen und eine Beweglichkeit des Vorstellungsvermögens erziehen soll, nicht gut verträgt. Einen methodischen Erfolg kann man da auch nicht absehen, denn der Schüler wird z. B. eine beliebige Pyramide viel leichter annehmen, als eine senkrechte, deren Basis regulär ist, und wenn nicht die Darstellung des Körpers, sondern eine an demselben auszuführende Aufgabe Zweck der vorgelegten Construction ist, dann ziehe ich die erstere sogar vor. Diese Aengstlichkeit, welche dem Schüler auf dieser Stufe auch noch sehr wenig zumuthen darf, zeugt, dass es mit der Kenntnis und der nötigen Einsicht in die Beziehungen der Geraden zu Ebenen und der Ebenen untereinander noch immer nicht vorwärts gehen wolle und der Gegenstand im weiteren Fortschreiten nur an Schwierigkeiten gewinne, was doch bei der naturgemässen Behandlung einer mathematischen Disciplin gerade umgekehrt sein sollte. Man gehe in dem erwähnten Vorschlage noch um einen Schritt weiter und trachte diese methodisch correcte Behandlung des Gegenstandes in der angeregten Weise consequent durchzuführen, dann dürfte der Gegenstand etwa noch besser für die Bedürfnisse der Realschulen zurecht gelegt sein, aber man gebe dann auch dem Kinde den rechten Namen und sage statt darstellende Geometrie: „Das Zeichnen der Stereometrie“ Solche Vorschläge legen die Vermuthung nahe, dass es vielleicht anderswo fehle. Ich nehme von dieser Thatsache umsomehr Notiz, als ich dadurch nur in meiner Ansicht: dem Unterrichte in der darstellenden Geometrie an unseren Realschulen fehle zumeist eine positive Basis, bestärkt werde; im folgenden will ich auf diesen Punkt noch zurück kommen.

Der vorgeschlagene detailirte Lehrplan schliesst sich im Ganzen und Grossen unserem zu Recht bestehenden Lehrplane an. Den Lehrstoff für die fünfte Classe finde ich zu gross. Die ebenen Schnitte der Pyramiden und Prismen und die gegenseitigen Durchdringungen dieser Körper können in die sechste Classe verlegt werden, damit das erste Capitel um so gründlicher vorgenommen und vielseitig durchgeübt werden könne. In dem Lehrstoffe für die sechste Classe heisst es Punkt 8: „Gegenseitige Durchdringungen der Kegel-Cylinder- und Rotationsflächen.“ Für einen detailirten Lehrplan ist eine solche Fassung sehr knapp, weil diese Aufgaben an der Realschule nur sehr unvollkommen behandelt werden können. Die Tangentenconstruction an die Projection der Durchdringungscurve könnte allenfalls genommen werden; sie wird aber nicht vorgetragen und vielleicht aus guten Gründen. Die Wendepunkte der Curvenprojection können schon gar keinen Gegenstand des Vortrages bilden, und der Lehrer wird schwerlich andere Eigenschaften der Curve im Raume und ihrer Bilder auch nur im mindesten berühren können, woraus der Schüler die Natur dieser Linien erkennen und sichere Behelfe für die richtige Darstellung derselben gewinnen kann. Wenn je der Schüler Gefahr lauft sich an Flachheit zu gewöhnen, so ist es hier der Fall. Mit grosser Mühe und bedeutendem Zeitaufwand gelangt er zu einem sehr zweifelhaften Resultat, weil diese Aufgaben seine Kräfte thatsächlich übersteigen. Zu zeigen, wie einzelne Punkte der Curve gefunden werden, welche alsdann durch einen stetigen Linienzug zu verbinden sind, genügt zwar vollkommen zur principiellen oder ideellen Auflösung, aber für die graphische Behandlung ist hiemit noch nicht alles erledigt. In dieser Partie würde ich daher eine bedeutende Reducirung vorschlagen. Von den Durchdringungen der Kegel- und Cylinderflächen sollen nur die einfachsten Fälle genommen werden, z. B. wenn die Eintrittscurve eine ebene ist, folglich die Austrittscurve auch eben sein muss, oder irgend ein leichtfassliches Beispiel über Gewölbe u. dgl. Die Schnitte der Kegel- und Cylinderflächen mit den Umdrehungsflächen und die Durchdringungen der letzteren Flächen unter einander erfahren ein wo möglich noch traurigeres Schicksal, also können sie billigermassen aus dem Lehrplan ganz gestrichen werden, eben so wie die ebenen Schnitte und die Berührungsebenen der windschiefen Schraubenfläche. Für die siebente Classe wird auch vorgeschlagen, die Theorie des axonometrischen Zeichnens auf mathematischem Wege zu entwickeln und diese Resultate zur axonometrischen Darstellung einfacher Körper und technischer Objecte anzuwenden.

Bei den gegenwärtigen Zeitläuften, wo die Ueberbürdung der Schüler vielfach beklagt wird und noch überdies meist schlechte Erfolge aus der darstellenden Geometrie vorliegen, kann man auch diesem Vorschlage nicht beipflichten. Die Axonometrie bleibe schon darum ganz weg, weil eine fadenscheinige Vielwisserei nur verderblich ist. Viel empfehlenswerter erscheint es, den Schüler in der letzten Phase seiner Realstudien mit neuen Theorien verschonend, Zeit und Mühe für eine fruchtbare Wiederholung des früheren Lehrstoffes zu sparen.

Obwohl ich mit den Ausführungen des Herrn Director Ambrozy im Prinzip vollkommen einverstanden bin, so kann ich einen nachhaltigen Erfolg für den descriptiven Unterricht auch dann nicht in Aussicht nehmen, wenn alle Winke und Vorschläge, die er behufs Erzielung besserer Unterrichtserfolge hier gegeben hat, realisirt werden, wenigstens insolange nicht, als man diesen Unterricht nicht auf gewachsenen und tragfähigen Boden stellt. Im Interesse dieser wichtigen Frage sei es mir erlaubt meine unvorgreifliche Ansicht im Folgenden kurz zu entwickeln.

Seit einem Vierteljahrhundert ist die darstellende Geometrie Lehrgegenstand unserer Realschulen, welche sich innerhalb dieses Zeitraumes wesentlich geändert haben. Aus der sechsclassigen Realschule ist eine siebenclassige geworden und diese unterscheidet sich von der ersteren wohl durch etwas mehr als um eine positive Classeneinheit. Auf der Oberrealschule von ehemals treten Mathematik und darstellende Geometrie entschieden in den Vordergrund und nehmen den Fleiss und die physische Zeit des Schülers besonders in Anspruch. Die Zahl der wöchentlichen Unterrichtsstunden war für die darstellende Geometrie in jeder Classe grösser und es brachte auch der Unterrealschüler, wenn auch nicht die beste Vorbereitung, also doch eine entsprechende Eignung für den descriptiven Unterricht mit. Die praktische Geometrie in der 2ten und das Bauzeichnen in der 3ten Unterrealclasse haben vielleicht diese Prädisposition bewirkt; damit will ich aber keineswegs eine Sehnsucht nach dem alten Lehrplane ausgesprochen haben.

Auf der Realschule von heute ist die Zahl der humanistischen Fächer vermehrt worden, und nebenher geht die darstellende Geometrie mit verminderter Zahl der wöchentlichen Unterrichsstunden und gebundener Marschroute. Der Schüler hat behufs Erlangung einer allgemeinen und lückenlosen Bildung alle Lehrfächer als gleich wichtig anzusehen und alle mit Fleiss und Bedacht zu pflegen. Die Ansprüche der anderen Disciplinen wurden grösser, die Vorbereitung oder Eignung des Unterrealschülers für den Unterricht in der darstellenden Geometrie entschieden schlechter, und die Schüler selbst — so will es mir scheinen — werden nachgerade jünger und schwächer. Lehrplan, Lehrbuch und Methode haben ihr stereotypes Aussehen behalten, obwohl der erste Unterricht aus der darstellenden Geometrie bereits in die vierte Classe fällt, welche aber keineswegs der ehemaligen ersten Oberrealclasse äquiparirt werden kann. Wie viel hat der Schüler bis dahin von räumlichen Formen kennen gelernt und wie hoch ist seine stereometrische Einsicht überhaupt anzuschlagen? Diese Betrachtung wäre bereits geeignet einige Zweifel über das richtige Verhältnis des Mittels zum Zwecke in der vorliegenden Frage wach zu rufen; setzen wir aber dieses pessimistische Raisonnement ganz bei Seite und sehen uns lieber ganz objectiv in der Schulstube um, was hören wir? Einen lauten Ruf: Die Erfolge sind schlecht, die Schüler arbeiten zu wenig, und als Echo hallt es wider: „Die Schüler arbeiten zu Hause nichts als geometrisches Zeichnen, sie sind überbürdet. Welche Vorkehrungen werden getroffen, um diesen grossen acustischen Fehler zu beheben? Darüber gehen die Meinungen so weit auseinander, dass man bald nicht wüsste, wo den Nagel auf den Kopf zu treffen. Ich halte dafür, dass der erste Unterricht ein verfehlter sei. Wer die Tochter haben will, der halte es mit der Mutter, so sagt's wenigstens ein altes Sprichwort, und was thun wir? Wir wollen die Tochter haben ohne auch nur eine bescheidene Anfrage bei der altehrwürdigen und sonst so wohlwollenden Mutter gehalten zu haben. Was Wunder also, wenn ein handfester Korb unser untheilbares Loos wird.

Der erste Unterricht in der darstellenden Geometrie muss, wenn er den Bedürfnissen unserer Realschulen vollkommen gerecht werden soll, für Schüler berechnet sein, die kaum das 14te Lebensjahr zurückgelegt haben. Diesem Alter darf man nur ein sehr geringes Abstractionsvermögen zumuthen, muss vielmehr Bedacht nehmen, dass alle neuen Begriffe gründlich gelegt und dauernd befestigt werden, wenn der Unterricht in dieser mathematischen Disciplin, wo das Folgende ohne gründlicher Kenntnis des Vorangehenden entweder nur flach oder gar nicht verstanden werden kann, überhaupt auf Erfolg rechnen darf. Der erste Unterricht muss notwendig dort beginnen, wo thatsächlich der Anfang einer methodischen Behandlung zu finden ist, und für den descriptiven Unterricht liegt dieser Urquell unverkennbar in der Stereometrie, der Mutter der darstellenden Geometrie. Die Fundamentalsätze der Stereometrie in anschaulicher und dem Geiste der descriptiven Geometrie entsprechender Behandlung wecken das Abstractionsvermögen des Schülers und führen ihn auf dem natürlichsten Wege in den neuen Gegenstand ein, in welchem sie fortan eine so grosse Bedeutung behalten, dass eine gründliche Einsicht und ein wissenschaftliches Auffassen der descriptiven Methoden ohne sie nicht denkbar ist. Allerdings wird bereits in der dritten Classe Stereometrie vorgetragen, aber man geht viel zu leicht über diese Sätze hinveg, theils aus Mangel an Zeit, theils aus Rücksicht für das unentwickelte Begriffsvermögen des Schülers, und das Wenige, was da genommen wird, nimmt gewiss keine Rücksicht auf die Bedürfnisse der descriptiven Geometrie. Trotz alledem setzen wir wissen- oder gewissenlos einen stereometrisch vorgebildeten Schüler voraus und beginnen sofort mit der orthogonalen Projection auf eine und 2 Bildebenen, aber schon bei dem ersten Beweise, dass die orthogonalen und zugeordneten Bilder eines Punktes in einer Senkrechten auf die Axe liegen, müht sich der Lehrer vergeblich ab, den Schüler zu überzeugen. Denn dieser kann nur ruhig zuhören, gläubigen Sinnes die beredten Worte des Lehrers vertrauungsvoll entgegennehmen und sich schliesslich mit dem überraschend einfachen Resultate zufrieden stellen. Von einer Überzeugung und einer wissenschaftlichen Einsicht kann so lange nicht die Rede sein, als der Schüler die Hilfssätze, welche bei diesem Beweise in's Treffen geführt werden, nicht vollkommen beherrscht, aber nicht etwa dem Wortlaute sondern dem Inhalte nach; er muss sie, ich möchte sagen, selbst erfunden haben. Ist dies nicht der Fall, so kann der Schüler nur wähnen, den Vortrag verstanden zu haben, faktisch nahm er das Resultat des Beweises als mechanisches Merkzeichen hin, und dies ist doch ein furchtbarer Missstand, der auch nicht viel durch ein gelegentliches Einstreuen oder Recitiren bewusster Sätze behoben wird.

Für meine Behauptung spricht auch die sich vielfach bemerkbar machende Erscheinung, dass der mittelbefähigte Schüler von einer Lehrstunde zur anderen mit dem Lehrer wacker Schritt zu halten scheint; der eine hat viele Ursache mit dem anderen zufrieden zu sein, aber gegen alle Erwartung nimmt dieser erfreuliche Zustand bald eine bedauerliche Wendung. Nach Verlauf eines Semesters wird es nachgerade schwüle in den descriptiven Lehrstunden und noch ist ein Schuljahr kaum ins Land gegangen und Schüler und Lehrer stehen sich etwas schroff gegenüber. Von dem auszuführenden Bau ist kaum das erste Stockwerk fertig und schon muss die relative Festigkeit der unterschiedlichen pädagogisch didaktischen Hilfsmittel bedeutend in Anspruch genommen werden, das Ausweichen des Gemäuers hintanzuhalten.

Die folgende Skizze, welche weder auf Mustergiltigkeit noch Vollständigkeit Anspruch macht, diene lediglich als Illustration für eine anschauliche und dem Geiste der darstellenden Geometrie entsprechende Behandlung der stereometrischen Fundamentalsätze, so wie ich sie im Sinne habe.

Die Körper werden von Flächen begrenzt. Der verschiedenen Gestaltung der Körper müssen auch mannigfache Begrenzungen entsprechen, d. h. es giebt sehr viele Arten von Flächen und diese zeichnen sich ebenfalls durch verschiedenartige Eigenschaften aus. Nenne einige Flächen, die dir entweder von Haus aus oder aus dem früheren geometrischen Unterrichte bekannt sind. Auf der Tafelfläche wurde eine Gerade gezogen, kann man daselbst noch andere Gerade nach beliebigen Richtungen ziehen? Wenn die Tafelfläche nach oben, unten, rechts und links über alle Grenzen erweitert wäre, dann könnten wir uns in derselben unbegrenzte Gerade vorstellen, wie viele? Rolle die Zeichentheke zu einem Cylinder und versuche auf dieser Fläche eine Gerade zu ziehen; mache noch eine 2te, 3te ersichtlich und sage etwas über die Richtung dieser Geraden. Versuche auf derselben Fläche eine Gerade nach einer anderen Richtung zu ziehen, was findest du? Bilde aus einem Papierblatte eine Kegelfläche und versinnliche dir darauf einige Gerade und gieb von diesen etwas besonders Bemerkenswertes an. Lässt sich auf der Kegelfläche nach jeder beliebigen Richtung eine Gerade ziehen? Ich denke an jenen Punkt, von wo aus die ganze Kegelfläche mit Geraden völlig bedeckt werden kann, zeige ihn und sage, ob bei der Cylinderfläche ein ähnlicher Punkt vorkommt. — Wenn wir uns aber doch einen solchen Punkt an der Cylinderfläche vorstellen wollten, wo wäre der zu denken? Welche Merkmale haben die eben erwähnten Flächen gemein und wodurch unterscheiden sie sich wesentlich?

Denke an die Kugel und sage, ob es möglich sei, auf dieser Fläche auch nur eine Gerade zu ziehen?*) Merke: Die ebene Fläche oder kurzweg die Ebene zeichnet sich vor allen anderen Flächen durch die besondere Eigenschaft aus, dass in derselben nach allen Richtungen Gerade möglich sind. Wir wollen künftighin die Ebene unbegrenzt denken und auch die Geraden, welche in derselben gezogen werden können, uns als unbegrenzt vorstellen, wenn sonst keine Beschränkung ausgesprochen wird. Die unbegrenzte Gerade wird auch „Strahl" genannt, vielleicht deswegen, weil der Lichstrahl, wenn er in demselben Medium sich fortpflanzt, die Gerade besonders schön versinnlicht. In der Zeichnungsebene werde ein Strahl p und ein Punkt a angenommen. Ziehe durch a eine Gerade q, welche p schneidet und bezeichne den Schnittpunkt mit b. Wenn b auf p in demselben Sinne weiter rückt, was lässt sich über den von p und q eingeschlossenen Winkel sagen? Und wenn dieser Winkel schliesslich zu Null geworden ist, wo liegt dann b und welche besondere Lage hat q angenommen? Von parallelen Geraden können wir uns also vorstellen, dass sie sich schneiden, nur liegt dieser uneigentliche Schnittpunkt in unendlicher Ferne. Wenn wir uns mit dieser Anschauung, welche übrigens mit der, dass

---

*) Auf diese Frage erhielt ich einmal von einem guten Schüler eine bejahende Antwort. Aufmerksam gemacht, die Kugel und die Gerade sich richtig vorzustellen, bleibt der Junge zu meinem nicht geringen Erstaunen doch bei seiner Ansicht. Dann könnten wir auf der halbkugelförmigen Kuppel, welche den eisernen Ofen dort abschliesst, auch eine Gerade ziehen? Auf die zustimmende Antwort heisse ich den Schüler die Kreide zu nehmen und die Gerade wirklich auf dieser sphärischen Umdrehungsfläche zu ziehen, was er auch bereitwilligst thut. Mit grosser Sorgfalt machte er einen Meridian dieser Fläche ersichtlich, trat einige Schritte zurück, brachte sein beobachtendes Auge in die Ebene dieses Meridians und blinselte ihn mit höchst zufriedener Miene an. Natürlich musste ihm diese Curve als Gerade erscheinen. Ich führe diesen Fall an, weil er psychologisch sehr interessant ist.

sich die Parallelen nie schneiden, in keinem Widerspruche steht, befreunden, dann können wir sagen: Jede Gerade einer Ebene schneidet jede andere Gerade derselben Ebene. Wenn wir diesen uneigentlichen Punkt ganz umgehen wollten, müsste es heissen: Jede Gerade einer Ebene schneidet jede andere Gerade derselben Ebene, oder ist zu derselben parallel. Wir wollen die einfachere Fassung dieses sehr wichtigen Satzes uns merken, nur dürfen wir nicht vergessen, dass auch der Fall mit inbegriffen ist, wo die Geraden parallel sind, sich also in unendlicher Ferne schneiden; gehe so weit du willst, du kommst nie zu diesem Punkte und näherst dich demselben auch nicht. Daran wollen wir uns übrigens nicht stossen; das Unendliche ist dem Endlichen unerreichbar.

Zeichne in der Zeichnungsfläche zwei sich schneidende Gerade p und q. Die Hypotenuse des dir zur Hand liegenden Dreieckes versinnliche ein Stück von einer unbegrenzten Geraden, die etwa **r** heissen mag. Der Strahl **r** bewegt sich so, dass er über p und q hingleitet, d. h. in jeder seiner Lagen p und q schneidet. Versinnliche diese Bewegung; was beschreibt oder was erzeugt die Gerade **r**? Bezeichnen wir p und q als Leitgerade und **r** als eine geradlinige Erzeugende; kleide nun das eben erkannte Entstehungsgesetz in Worte. Wie viele Gerade sind durch zwei Punkte und wie viele Ebenen durch zwei sich schneidende Gerade möglich? Was bestimmen zwei Punkte und was zwei sich schneidende Gerade? Siehst du vielleicht im Schulzimmer zwei sich schneidende Gerade, durch welche eine Ebene gelegt erscheint? Sieh' unverwandten Auges zur Tafel und denke dir etwa von dem rechten Auge zu zwei diagonal gegenüberliegenden Ecken der Schultafel Gerade gezogen. Fahre mit der Spitze des Stiftes im Raume so nach, wie du dir diese Geraden denkst und halte alsdann die Ebene des Dreieckes so, wie du dir die durch diese zwei sich schneidenden Geraden bestimmte Ebene vorstellst. Zeichne in der Ebene der Zeichnungsfläche zwei parallele Gerade p und q. Ein Strahl **r** bewegt sich stetig weiter, so dass er in jedem Momente dieser Bewegung p und q schneidet.—Zu versinnlichen. Was erzeugt **r**? Kleide diese Entstehungsart der Ebene in Worte. Wie viel Ebenen sind durch zwei Parallele möglich? Wir erkennen somit, dass zwei parallele Gerade eben hinreichen, aber auch vollkommen genügen zur Bestimmung einer Ebene. Denke nach, ob diese 2te Entstehung der Ebene nicht etwa als ein spezieller Fall aus der ersteren hervorgeht. Nimm in der Zeichnungsfläche eine Gerade p und einen ausserhalb liegenden Punkt a an. Ein Strahl **r** bewegt sich so, dass er stets durch a geht und p beständig schneidet. — Zu versinnlichen. Beantworte auch jetzt der Reihe nach die früher gestellten Fragen. Durch eine Gerade und einen Punkt ist eine Ebene bestimmt; gilt dieser Satz allgemein? Wie gestaltet sich diese Erzeugungsart dann, wenn a in unendliche Ferne rückt? In der Zeichnungsfläche werden drei Punkte A, B, C, welche nicht in einer Geraden liegen, angenommen; wie viele Ebenen sind hiedurch möglich und kann man diese Bestimmungsstücke auf die früheren zurückführen? — Zwei sich schneidende Gerade p und q in der Zeichnungsfläche gegeben; eine dritte Gerade r gleitet über p so hin, dass sie stets zu q parallel bleibt. — Zu versinnlichen. Was erzeugt r? Ist diese Entstehungsart nicht bereits früher angeregt worden? Gib im Zusammenhange die Bestimmungsstücke einer Ebene an.

Ich denke mir eine Gerade, welche mit einer Ebene zwei Punkte gemein hat; was lässt sich mit Bestimmtheit von dieser Geraden behaupten? Wenn wir künftighin nachweisen wollten, dass eine Gerade in einer gegebenen Ebene liegt, oder wenn in einer Ebene eine Gerade anzunehmen ist, was wird da zu thun sein? — Der Stift versinnliche eine Gerade p, welche mit der Zeichnungsfläche nur einen Punkt a gemein hat. Von dieser Geraden sagen wir, sie schneide die Ebene und nennnen a den Schnittpunkt oder die Spur von p auf dieser Ebene.

Ich denke mir eine Gerade p, welche zwei in der Zeichnungsfläche liegende Gerade schneidet; was lässt sich von p sagen? Kann oder muss dieser Strahl in der Zeichnungsebene liegen? —Der Stift versinnliche eine Gerade p, welche die Zeichnungsfläche in einem Punkte a schneidet und merklich nach einer Seite hin geneigt ist; wie viele Gerade der Zeichnungsebene werden von p geschnitten? Zeichne einige derselben und betrachte die Winkel, welche diese Geraden mit p einschliessen; sie sind verschieden; siehst du ungefähr den kleinsten und den grössten derselben heraus? Suche jenen Strahl der Ebene, welcher auf p senkrecht steht, was dir mit Hilfe des rechtwinkligen Dreieckes, welches dir zur Hand liegt, am leichtesten gelingen dürfte. Weil die Winkel, welche p mit den durch a in der Zeichnungsebene gezogenen Strahlen einschliesst, ungleich sind, so wollen wir sagen; p sei zur Zeichnungsfläche geneigt oder schief. Kannst du nun diesen Satz allgemein aussprechen? Wann ist eine Gerade schief oder geneigt zu einer Ebene? Ziehe in der Ebene der Zeichnungsfläche eine beliebige Gerade p und halte das Dreieck so, dass es eine durch p gelegte Ebene vorstelle; wie viele solcher Ebenen giebt es denn? Mache einige ersichtlich? Von diesen Ebenen wollen wir eine beliebige uns nochmals vorstellen und etwa mit U benennen. Ich denke mir 3 Punkte a, b und c; a liegt in der Zeichnungsebene, b in der Ebene U und c in beiden Ebenen gleichzeitig; versinnliche diese Punkte und sage, wie viele es von jeder Art giebt. Kannst du dir die Gesammtheit der Punkte vorstellen, welche sowohl in der Ebene U als auch in der Zeichnungsfläche liegen? Was ist der Schnitt zweier Ebenen? Wodurch ist eine Gerade vollkommen bestimmt? Sollten wir in Hinkunft den Schnitt zweier Ebenen zu construiren haben, was wird zur völligen Auflösung dieser Aufgabe vollkommen genügen? Sehr oft hat man den Schnitt zweier Ebenen zu suchen und man kennt vorweg einen

Punkt, welcher in beiden Ebenen liegt; was ist noch weiter nötig, wenn der Schnitt dieser Ebenen bestimmt werden soll? — Ich denke mir drei Gerade **m**, **n** und **p**; **m** liegt in der Zeichnungsfläche, **n** in der Ebene **U** und **p** in beiden Ebenen; versinnliche dieselben und gib an, wie viele es von jeder Art, giebt. Wenn von einer Geraden **p** erwiesen wird, dass sie gleichzeitig in zwei gegebenen Ebenen **U** und **V** liege, welche besondere Bedeutung kommt dieser Geraden zu? Versuche zwei Ebenen **U**, **V** und eine Gerade **p**, welche in keiner dieser Ebenen liegt, dir so vorzustellen, dass es auf **p** einen Punkt gibt, welcher in beiden Ebenen liegt; wo trifft **p** die Ebenen **U** und **V**?

Die Ebene des Dreieckes stelle abermals eine Ebene **U** vor, welche die Zeichnungsfläche in einer Geraden **p** schneidet. In **U** eine beliebige Gerade **q** angenommen; wo schneidet diese die Zeichnungsfläche? Wenn man alle möglichen Geraden der Ebene **U** mit der Zeichnungsebene zum Schnitt bringt, wo liegen die Spuren dieser Geraden? Wo treffen beliebige Gerade der Zeichnungsfläche die Ebene **U**? Gegeben: zwei Ebenen **U** und **V**, und man bringt eine beliebige Gerade der Ebene **U** zum Schnitt mit der Ebene **V**, was erhält man dadurch? Merke: Ein Punkt des Schnittes zweier Ebenen wird gefunden, wenn man in einer Ebene eine beliebige Gerade annimmt und sie mit der anderen Ebene zum Schnitt bringt. Wie werden wir künftig den Schnitt zweier Ebenen suchen? Ziehe in der vorhin versinnlichten Ebene eine beliebige Gerade **r**, parallel zu der Schnittlinie **p**; wo trifft **r** den Schnitt dieser Ebenen? Die Geraden **p** und **r** haben dieselbe Richtung.

Ziehe in der Zeihnungsfläche einen Strahl **p**; der Stift versinnliche eine Gerade **q**, welche nicht in der Zeichnungsebene aber parallel zu **p** liegt; wie viele solcher Geraden sind denkbar? Zwei parallele Gerade bestimmen eine Ebene; versinnliche die Ebene der Strahlen **p q**. — Die Gerade **q** schneidet **p** im unendlich fernen Punkte; hat **q** mit **p** etwa noch einen anderen Punkt gemein? Könnte der Schnitt von **q** mit der Ebene **U** noch wo anderwärts als auf **p** liegen? Ist es möglich, dass **q** mit der Ebene der Zeichnungsfläche einen endlich liegenden Punkt gemein habe? Wir sagen demnach, **q** sei auch parallel zu der Zeichnungsebene. Wenn wir nachweisen, dass eine Gerade parallel sei zu einer Geraden, welche in einer gegebenen Ebene liegt, was folgern wir daraus? Sprich diesen wichtigen Satz ganz allgemein aus. — Eine Gerade **p** schneide im Punkte **a** die Zeichnungsfläche; kann man in der Zeichnungsfläche eine Gerade parallel zu **p** ziehen? — Der Stift versinnliche eine zur Zeichnungsfläche parallele Gerade **p**; ziehe in der Zeichnungsfläche einen Strahl **q** parallel zu **p**; wie viele solcher Strahlen giebt es noch? Mache also noch die Strahlen **r**, **s**, **t**, . . ersichtlich, welche ebenfalls in der Zeichnungsfläche liegen und zu **p** parallel sind. — Was ist durch die Strahlenpaare: **pq**, **pr**, **ps**, **pt**, . . . volkommen bestimmt? Versinnliche diese Ebenen und sage, wie die Schnittlinien derselben mit der Zeichnungsfläche heissen, und was ist daran bemerkenswert? Durch die Gerade p, welche parallel zur Zeichnungsfläche geht, lege mehrere Ebenen U, V, W, . . . und denke sie mit der Zeichnungsfläche zum Schnitt gebracht, was kann man von diesen Schittlinien behaupten? Erkennst du hier einen neuen stereometrischen Lehrsatz? Sprich ihn ganz allgemein aus. — Versinnliche eine beliebige Gerade p, welche die Zeichnungsfläche in einem Punkte a schneidet; das Dreieck stelle eine beliebige durch p gelegte Ebene U vor, mache die Spur dieser Ebene in der Zeichnungsfläche ersichtlich. Lege durch p noch andere Ebenen V, W . . und zeichne die Spuren derselben, was findest du? Kann ein beliebig durch a in der Zeichnungsfläche gezogener Strahl als die Spur einer durch p gelegten Ebene betrachtet werden? Erblickst du nicht etwa in dem vorigen Lehrsatz einen ganz speziellen Fall von dem letzteren?

Die Spitze des Stiftes versinnliche einen beliebigen Raumpunkt a, durch welchen eine Gerade p parallel zu der Zeichnungsebene gezogen werden soll; wie viele solcher Geraden giebt es? Eine davon kannst du z. B. auf folgende Art erhalten: In der Zeichnungsfläche ziehe einen beliebigen Strahl p'; durch a und p' ist eine Ebene bestimmt, versinnliche sie und ziehe darin einen Strahl p parallel zu p'. Was lässt sich von p behaupten? Warum muss p auch zu der Ebene der Zeichnungsfläche parallel sein? Ziehe durch a noch eine andere Gerade q ebenfalls parallel zur Zeichnungsfläche; was ist durch die Geraden p und q bestimmt? Versinnliche diese Ebene, die etwa U heissen mag. Du weisst bereits, dass der Schnitt zweier Ebenen durch zwei Punkte bestimmt ist, welche wir erhalten, wenn zwei beliebige Gerade der einen Ebene mit der anderen zum Schnitt gebracht werden; bringe daher p und q zum Schnitte mit der Zeichnungsfläche. Was ist durch diese zwei Punkte bestimmt? Wo liegen sie? Wo liegt sohin der Schnitt der Ebene U mit der Zeichnungsfläche? Merke: von solchen Ebenen sagen wir, dass sie parallel seien. Sage nun: Was versteht man unter parallelen Ebenen? Zieht man in einer zur Zeichnugsfläche parallelen Ebene eine beliebige Gerade r, was behauptest du davon? Beweise, dass r auch zur Zeichnungsebene parallel sein müsse. Was bildet die Gesammtheit der Geraden, welche durch einen beliebigen Punkt im Raume parallel zu einer gegebenen Ebene gezogen werden können? Durch einen Raumpunkt a eine Ebene U parallel zu der Zeichnunsebene zu legen; diese Ebene bestimmst du am einfachsten durch zwei sich schneidende Gerade; sage: wie? Ich denke mir zwei Ebenen U und V; von zweien in der Ebene U liegenden Geraden p und q ist bekannt, dass sie zu V parallel sind; entscheide: kann oder muss U zu V parallel sein? Du thust wohl, wenn du zwei fälle unterscheidest; welche? —

In der Zeichnungsfläche werde ein Punkt a angenommen; von hieraus ziehen wir in derselben Ebene einen beliebigen Halbstrahl, d. h. eine nur nach einer Seite hin unbegrenzte Gerade p; wie viele

Gerade kann man in a senkrecht auf p errichten?*) Nimm das rechtwinklige Dreieck zur Hand, lege den Scheitel des rechten Winkels auf a, lasse die eine Kathete mit p zusammenfallen und bewege die Ebene des Dreieckes so, dass die auf p liegende Kathete ihre Lage unverändert beibehält; wie viele Positionen kann bei dieser Bewegung die andere Kathete, die wir q nennen wollen annehmen? Merke, dass sich der rechte Winkel des Dreieckes nach wie vor nicht geändert hat und du erkennst sofort, dass es unzählig viele Gerade giebt, welche in a senkrecht auf p möglich sind. Halte das rechtwinklige Dreieck in der vor besprochenen Art, so dass also eine Kathete desselben eine beliebige Gerade q versinnliche, welche in a senkrecht auf p steht. Nimm noch überdies das zweite deiner rechtwinkligen Dreiecke, halte es so, dass etwa die Hypotenuse desselben in der Zeichnungsfläche durch a senkrecht auf p stehe und die Ebene desselben, kurzweg U genannt, mit q zusammenfalle. Halte diese Stellung der Ebene U fest, bewege das andere Dreieck wie vorhin und du bemerkst, dass bei dieser Bewegung der Strahl q stets in der Ebene u verbleibt; was erzeugt er also? — Die Gesammtheit der Geraden, welche in a senkrecht auf p stehen, bildet die Ebene U. Die Gerade p steht zu U in einer ganz besonderen Beziehung. a wird der Fusspunkt von p auf der Ebene U genannt; p steht senkrecht auf jeder Geraden, welche durch diesen Fusspunkt in der Ebene U gezogen wird, schliesst mit allen diesen Fusspunktsgeraden gleiche Winkel ein und wir sagen daher,dass p normal oder senkrecht zu U sei. Was kannst du also von einer Geraden p, welche auf einer gegebenen Ebene U senkrecht steht, behaupten? Der Stift versinnliche eine Gerade p, welche auf der Zeichnungsfläche senkrecht steht. Könnte mittels eines rechten Winkels leicht untersucht werden, ob p auch wirklich auf der Zeichnungsebene senkrecht stehe? Prüfe und zeige den Fehler. Von einem beliebigen Punkte der Ebene U denke ich mir einem Strahl senkrecht auf p gezogen; wo schneiden sich diese Geraden? Von beliebigen anderen Punkten der Ebene U werden Perpendikel auf p gefällt; was lässt sich über die Fusspunkte derselben sagen? —

Nehmen wir in der Zeichnungsfläche einen Punkt a an und ziehen durch denselben in dieser Ebene zwei Halbstrahlen p und

---

*) Diese Frage wird sehr selten von Schülern richtig beantwortet. Einige sagen, es sei nur Eine möglich und meinen zumeist die Gerade, welche in a senkrecht auf die Zeichnungsebene errichtet werden kann; andere geben zwei an, indem sie auch noch die Gerade erkennen, welche in a senkrecht auf p steht und in der Zeichnungsfläche liegt. Es fällt mir auf, dass speziell diese Frage mit der Drehung eines Punktes um eine fixe Gerade in einem sehr innigen Zusammenhange steht und dass die Klage: „Die Drehungsaufgaben bereiten dem Schüler ausserordentliche Schwierigkeiten" eine gewisse Popularität erlangt hat. Der didaktische Verstoss von früher besteht also wirklich, aber er trifft nicht den Platz, an welchem die Drehung im Lehrbuche abgehandelt wird, sondern die Sache selbst.

q beliebig, nur sollen sie nicht etwa Winkel von 180° einschliessen. Nimm das eine Dreieck, lege es mit dem Scheitel auf a, lasse eine Kathete desselben mit p zusammenfallen, bewege es wie vorhin, so wird die andere Kathete r die Geraden versinnlichen, welche in a senkrecht auf p stehen, deren Gesammtheit bekanntlich die Ebene U ist, welche in a senkrecht auf p steht. Nimm das andere Dreieck zur Hand, lege es ebenso mit dem Scheitel des rechten Winkels auf a, lasse eine Kathete desselben mit q zusammenfallen, dann kann die andere Kathete s wie zuvor die Geraden versinnlichen, welche in a senkrecht auf q stehen, deren Gesammtheit die Ebene V ist, welche in a senkrecht auf q steht. Versinnliche gleichzeitig mehrere Lagen von den Geraden r und s? Es giebt eine ganz bestimmte Position, für welche r mit s zusammenfällt, nennen wir dieselbe t; mache sie ersichtlich? Diese Gerade t liegt gleichzeitig in den Ebenen U und V; welche besondere Bedeutung kommt ihr also zu? Zwei Ebenen schneiden sich aber nur in einer einzigen Geraden, kann es sohin noch eine andere Position für r und s geben, wo sie ebenfalls zusammenfallen? Es giebt nur eine Gerade, welche in a senkrecht auf p und q steht. Die Gerade welche in a senkrecht auf der Ebene der Zeichnungsfläche steht, ist aber auch senkrecht sowohl auf p als auch auf q, folglich ist sie mit t identisch, d. h. steht eine Gerade senkrecht auf zweien Geraden, welche durch ihren Fusspunkt in der Ebene gezogen werden, so steht sie auch senkrecht auf dieser Ebene, und ist dies der Fall, so steht sie auch senkrecht auf jeder dritten dieser Fusspunktsgeraden.

Versinnliche eine Gerade p, welche auf der Zeichnungsfläche senkrecht steht, und eine zu p parallele Gerade q; es ist zu beweisen, dass auch q auf der Zeichnungsfläche senkrecht stehen müsse. p und q sind parallele Gerade, versinnliche die Ebene U derselben. Die Punkte, wo p und q die Zeichnungsebene schneiden, bezeichne mit a und b und mache die Spur r von U auf der Zeichnungsebene ersichtlich. In der Ebene U merke auf die zwei parallelen Geraden, welche von einer dritten geschnitten werden; zeige die Schneidende und nenne die Geschnittenen. — Die Winkel (p r) und (q r) sind Nebenwinkel, was folgt daraus? Da der Winkel (p r) ein Rechter ist, so muss daher (q r) auch ein Rechter sein. Ziehe nun in der Zeichnungsebene zwei beliebige parallele Gerade s und t durch die Punkte a und b. Wie gross ist der Winkel (p s)? Warum ist er ein Rechter? Vergleiche die Schenkel des Winkels (p s) mit jenen des Winkels (q t), was findest du? Welche Eigenschaft haben Parallelwinkel? Folglich ist auch der Winkel (q t) ein Rechter. q steht also senkrecht auf den zwei Fusspunktsgeraden r und t, was folgt daraus? Und was war zu beweisen? — Versuche folgenden Satz selbständig zu beweisen: Stehen zwei Gerade senkrecht auf derselben Ebene, so sind sie parallel.

Gegeben: eine Gerade p; in einem Punkte a dieser Geraden eine Ebene **U** senkrecht auf **p** zu legen. Wir ziehen durch **a** zwei beliebiege Gerade **q** und **r** senkrecht auf **p**; was bestimmen dieselben? Warum ist **p** auf dieser Ebene senkrecht? Die folgende Aufgabe löse selbständig und versinnliche alles. Gegeben: eine Gerade **p** und ein ausserhalb liegender Punk **a**; durch **a** eine Ebene **U** senkrecht auf **p** zu legen.

Ziehe in der Zeichnungsfläche einen beliebigen Strahl **p** und trachte dir jene Geraden vorzustellen, welche in allen möglichen Punkten von **p** senkrecht auf die Zeichnungsfläche errichtet werden können. Wass lässt sich über ihre Richtung sagen? Was bildet die Gesammtheit derselben? Ist dieses Erzeugungsgesetz einer Ebene früher vorgekommen? Wiederhole es? wersinnliche diese Ebene, welche **U** heissen soll, und zeige den Schnitt von **U** mit der Zeichnungsebene. Von dieser Ebene **U** sagen wir, dass sie auf der Zeichnungsebene senkrecht stehe. Fälle von einem beliebigen Punkte der Ebene **U** eine Gerade **q** senkrecht auf ihre Schnittlinie **p**, so steht **q** auch senkrecht auf der Zeichnungsfläche. Zieht man von einem beliebigen Punkte der Ebene **U** eine Gerade **r** senkrecht auf die Zeichnungsfläche, so liegt sie in **U** und ihr Fusspunkt muss auf **p** liegen. Diese Grundeigenschaften der Ebene **U** gehen aus ihrem Entstehungsgesetze unmittelbar hervor; überzeuge dich hievon und versinnliche alles. — Sage nun allgemein: Wann stehen zwei Ebenen senkrecht auf einander und welche besondern Eigenschaften kommen solchen Ebenen zu?

Versinnliche eine Gerade **p**, welche auf der Zeichnungsfläche senkrecht steht; das Dreieck versinnliche eine durch **p** gelegte Ebene **U**, deren Schnitt mit der Zeichnungsfläche du ersichtlich machen und mit **q** bezeichnen kannst. Merke: **p** steht senkrecht auf der Zeichnungsebene und auf der Schnittlinie **q**, warum? Ziehe von einem beliebigen Punkte der Ebene **U** eine Gerade **r** parallel zu **p** und beantworte nun folgende Fragen: Wo muss die Gerade **r** liegen? Wo trifft sie die Schnittlinie **q**? Wie steht **r** zu **q** und wie zu der Ebene der Zeichnungsfläche? Wenn du von beliebigen anderen Punkten der Ebene **U** Parallele zu **p** ziehst, was lässt sich auch von diesen behaupten? Erkennst du nun, welche besondere Stellung die Ebene **U** zu der Zeichnungsebene hat? Denke dir noch beliebige andere Ebenen durch **p** gelegt und überzeuge dich, ob auch hier die eben erkannten Merkmale zutreffen? Sprechen wir diesen Lehrsatz allgemein aus: Steht eine Gerade senkrecht auf einer Ebene, so steht auch jede durch diese Gerade gelegte Ebene ebenfalls senkrecht auf derselben Ebene.

Gegeben: eine Gerade **p** und eine Ebene **U**; durch **p** eine Ebene **V** senkrecht auf **U** zu legen. Nimm auf **p** einen beliebigen Punkt **a** an und ziehe durch denselben einen Strahl **r** senkrecht auf **U**; was ist durch die Geraden **p** und **q** bestimmt? Beweise, dass diese Ebene senkrecht auf **U** steht. — Wie viele Ebenen kann man durch eine Gerade senkrecht auf eine Ebene legen? Wann eine und wann unendlich viele.

Deine rechtwinkligen Dreiecke mögen nun zwei Ebenen **U** und **V** vorstellen, welche nicht parallel sind und auf der Zeichnungsfläche senkrecht stehen; versinnliche sie, ziehe ihre Spuren **p** und **q** in der Zeichnungsfläche, notire deren Schnittpunkt **a** und errichte in demselben eine Gerade **r** senkrecht auf die Zeichnungsebene. Halte den Begriff von aufeinander senkrechten Ebenen fest und sage: Wo muss **r** liegen? Wenn **r** sowohl in der Ebene **U** als auch in **V** liegt, welche Bedeutung hat **r**? Du siehst nun ein, wenn **U** und **V** senkrecht auf der Zeichnungsebene stehen, so muss auch **r**, der Schnitt dieser Ebenen, ebenfalls auf der Zeichnungsfläche senkrecht stehen. Merke dir diesen Lehrsatz ganz besonders, wir werden uns sehr oft darauf berufen und sprich ihn nochmals, aber ganz allgemein aus.— —

Ich breche dieses erbauliche Zwiegespräch hier ab. Der enge Rahmen eines Programmartikels lässt eine umfassende Behandlung dieser Elemente nicht zu, und das war auch nicht beabsichtigt. Ich wollte blos zeigen, dass die stereometrischen Lehrsätze rein anschaulich im Sinne der darstellenden Geometrie und grundlegend für den ersten Unterricht in diesem Gegenstande so behandelt werden können, dass der Schüler in erster Reihe die nötige Einsicht in die Beziehungen der Geraden und der Ebenen unter einander bekomme; denn diese Erkenntnis muss notwendig einem descriptiven Unterrichte, der auf guter Basis weiter bauend, auch einen guten Erfolg in Aussicht nehmen will, voran gehen und kann lediglich nur durch die Stereometrie, aber keineswegs durch die darstellende Geometrie vermittelt werden. Giebt man andererseits zu, dass unseren Schülern der vierten Classe diese stereometrische Einsicht mangelt, und dass auch unsere für den ersten Unterricht in der darstellenden Geometrie bestimmten Lehrbücher etwa im Interesse strenger Wissenschaftlichkeit darauf keine Rücksicht nehmen, sondern ganz vornehm einen stereometrisch vorgebildeten Schüler schlechterdings voraussetzen: dann wird es wohl gar nicht schwer fallen, den Cardinalfehler in dem descriptiven Unterrichte an unseren Realschulen zu erkennen.

Die Betrachtung der stereometrischen Wahrheiten führte ich auch absichtlich bis zu jenem Satze, der zum gründlichen Verständnis des ersten Fundamentalsatzes der darstellenden Geometrie unbedingt nötig ist. Von hier an könnte erst die Erklärung des orthoganalen Projectionsverfahrens beginnen, wenn man etwa geltend machen wollte, dass die einschlägigen stereometrischen Lehrsätze gelegentlich mit aller Umsicht und Gründlichkeit genommen werden können. Die katechisirende Behandlungsweise mag vielleicht vom Standpunkte der sonst üblichen Lehrmethoden eigenthümlich erscheinen, aber ich habe ihre guten Folgen schon vielfach erfahren. Der Schüler muss dabei Acht geben und beständig denken, sonst wird er gleich ertappt. Er findet nichts, er versteht nichts, er kann sich nichts versinnlichen; das sieht der Lehrer augenblicklich und kann rechtzeitig und in rechter Weise nachhelfen. Denn für einen guten Unterrichtserfolg aus der darstellenden Geometrie ist es unerlässlich, dass der Lehrer die ungetheilte Aufmerksamkeit aller Schüler in jedem Momente der Unterrichtsstunde wirklich für sich habe und stets wahrnehme, ob sein Vortrag auch in Allem und Jedem verstanden und richtig erfasst wurde. Wenn der Schüler die meisten der gestellten Fragen von selbst beantwortet, so bekommt er nicht nur Mut und Selbstvertrauen, sondern auch Lust und Liebe für den Gegenstand, dessen Elemente doch eine so ausserordentlich leichtfassliche und anschauliche Behandlungsweise gestatten, dass man auch den weniger befähigten Schüler getrost mitnehmen kann. Sobald er anfängt dem lebendigen Worte unzugänglich zu werden, so begreife er zuerst mit den Fingern und dem physischen Auge und schliesslich ganz bedächtig mit dem Verstand. Diese Umsicht ist um so gebotener, weil ein solcher Schüler, welcher die Elemente nicht gründlich erfasst, in allen folgenden drei Jahrgängen für den descriptiven Unterricht verloren ist, und hat er den guten Willen weiter zu kommen, so trachtet er das Zuwenig in der mündlichen Leistung selbst gegen den Willen des Lehrers mühsam durch Fleiss im Zeichnen zu ersetzen. Mit bewunderungswürdiger Ausdauer wird ausgezogen und schraffirt, strichlirt und punktirt, beschrieben und dekorirt, beschnitten und radirt, und was ist das Ende vom Lied: Er, der aus der darstellenden Geometrie doch nichts erlernt und aus den anderen Gegenständen auch nahe daran war umzukippen, kehrt bewaffneten Auges an den heimatlichen Herd und an seinen Wangen könnte man schier den Schnitt zweier Ebenen demonstriren.

Die vorhin skizzirte stereometrische Excursion ist am besten geeignet, das Vorstellungsvermögen des Schülers zu wecken, ihn auf dem natürlichsten Wege in die neue Wissenschaft anstandslos einzuführen und mit der Rede-, Denk- und Schlussweise dieser Disciplin nach und nach vertraut zu machen. Ganz unvermerkt gelangt man auf den Boden der darstellenden Geometrie, und man lasse auch hier die Klarheit und Anschaulichkeit des Vortrages in den Vordergrund treten. Eine gute Lehrmethode muss den Schüler nach und nach von der Scholle loslösen, sein räumliches Sehen bilden und eine gewisse Beweglichkeit seines Vorstellungsvermögens erziehen. Der Schüler muss alsbald dahin gebracht werden, dass er sich alle in einer vorgelegten Aufgabe auftretenden Elementargebilde richtig vorstelle, ohne sie auch zuvor greifbar versinnlichen zu müssen. Will der Lehrer prüfen, ob die Auffassung des Schülers richtig sei, oder will er seiner Vorstellung durch ein Anschauungsmittel beispringen, so liefern der Bleistift, die Kante des Lineals, der Zirkel, die Schultafel, die Theke, die zwei rechtwinkligen Dreiecke, die Ebene des Tisches, die Wand- und Fussbodenfläche Materiale genug, aus dem unter der Hand des Schülers ein Modell ebenso entsteht, wie die ideelle Auflösung durch logische Schlüsse zum Resultate gelangt. Soll das Modell einen Wert haben, so muss es der Schüler selbst erfinden. Die Fälle, wo ein fertiges Modell den descriptiven Unterricht beleben soll, sind äusserst dünn gesäet, z. B. Suche eine Gerade, welche drei sich kreuzende Gerade schneidet. Ist diese Aufgabe eindeutig? Suche noch andere Gerade, welche der gestellten Bedingung genügen. Die Gesammtheit der Strahlen, welche die gegebenen Leitlinien schneiden, bildet eine Fläche, welche du dir kaum richtig vorstellen wirst; an diesem Modelle erkenne einen Theil derselben. In allen einfachen und durchsichtigen Aufgaben ist das Mitbringen und Vorzeigen fertiger Modelle ganz entschieden zu verwerfen, weil sie die Schüler nur zerstreuen, die Denkfaulheit unterstützen und eine unzeitige Schaulust wecken, welche mit dem Geiste der darstellenden Geometrie im crassen Widerspruche steht. Die schön angestrichenen Modelle, welche sich nachgerade immer breiter in den descriptiven Unterrichtsstunden machen wollen, sind im günstigsten Falle pädagogische Liebesgaben, in herzlicher Wohlmeinung für die begangenen didaktischen Verstösse reuevoll verabreicht.

Auf der ersten Stufe kann der Unterricht in der darstellenden Geometrie nur sehr langsam fortschreiten. Ein längeres Verweilen bei den ersten Aufgaben und eine vollkommen durchgreifende Behandlung derselben ist hier mehr als in jedem anderen Unterrichtsfache geboten. Damit die Aufmerksamkeit und die Selbstthätigkeit des Schülers stets rege erhalten werde, muss eine prinzipiell wichtige Aufgabe mehrmals, aber stets in einem neuen Gewande vorgeführt werden. Ein Beispiel: der Punkt im Raume. Die orthogonale Projection des Raumpunktes auf einer Bildebene. Das orthogonale Bild und die Ordinate eines Punktes der Grösse und Lage nach gegeben, den Punkt im Raume zu versinnlichen. Die Projection des Punktes auf zwei zugeordneten Bildebenen. Die zugeordneten Bilder eines Punktes gegeben; man versinnliche den Raumpunkt über jeder Bildebene. In beliebigen Ordinalen Bilder von Raumpunkten zu suchen, welche gegebenen Ordinaten entsprechen. Die Projection des Punktes auf drei Bildebenen, wovon die dritte auf den ersteren senkrecht steht. Aus zwei Bildern das dritte zu suchen und den Raumpunkt über jeder Bildebene zu versinnlichen. Aus drei Ordinaten die Bilder zu suchen. Die Bilder gegeben, die Ordinaten der Grösse und Lage nach auszuwerten. Die Projection des Punktes auf drei Bildebenen, wovon die dritte zu einer der ersteren parallel ist und abermalige Erledigung der früheren Fragen. Eben so ist die Projection des Punktes auf drei Bildebenen zu behandeln, wenn die dritte nur auf einer der ersteren senkrecht steht.

Geht man bei diesem Exercitium stets von den Gesetzen des physischen Sehens aus, dann war die Arbeit für Schüler und Lehrer gleich leicht und angenehm und, was noch mehr heissen will: eine der wichtigsten Aufgaben der darstellenden Geometrie wird hiedurch gedeilich gelöst, so dass der Lehrer wohl alle Schüler für sich hat und beide können wohlgemut weiter gehen. Ein vortreffliches Lehrmittel für die methodische Behandlung dieser und auch der folgenden Aufgaben sind zwei Schreibtafeln aus Papier mâché, welche halb durchschnitten und entsprechend ineinander gesteckt die Projectionsebenen in der rechten Zuordnung und auch sofort die in der Zeichnungsfläche vereinigten Bildebenen vorstellen können und von jedem Schüler sammt dem zugehörigen Schreibstifte in die Lehrstunde mitzubringen sind.

Bei Aufgaben, welche dem Schüler auf der ersten Stufe des Unterrichtes bedeutende Schwierigkeiten bereiten und doch gründlich erfasst werden müssen, damit der weitere Unterrichtserfolg nicht zweifelhaft werde, muss der Grundsatz vom Besonderen zum Allgemeinen streng durchgeführt und alle speziellen Fälle eingehend so betrachtet werden, dass die Schüler unter der Hand des Lehrers die nötige Einsicht und Übung erlangen. Nehmen wir eine der meist beanständeten Aufgaben, die Axendrehung, und versuchen, einen Entwurf für deren methodische Behandlung zu skizziren:

Die Drehungsaxe betrachten wir der Reihe nach in folgenden Lagen:

1. In der ersten und senkrecht auf der zweiten Bildebene.
2. In der zweiten und senkrecht auf der ersten Bildebene.
3. Parallel zur ersten und senkrecht auf der zweiten Bildebene.
4. Parallel zur zweiten und senkrecht auf der ersten.
5. In der ersten und geneigt zur zweiten.
6. In der zweiten und geneigt zur ersten.
7. Parallel zur ersten und geneigt zur zweiten.
8. Parallel zur zweiten und geneigt zur ersten.
9. In der Bildaxe.
10. Im Raume und parallel zu beiden Bildebenen.
11. Geneigt zu beiden Bildebenen.

Für jeden dieser Fälle ergeben sich folgende Aufgaben:

A.) Einen Punkt der Bildebene um einen gegebenen Winkel im bestimmten Sinne zu drehen.

B.) Dieselbe Aufgabe an einem beliebigen Punkte im Raume ausgeführt.

C.) Einen Raumpunkt, wenn möglich, in die Bildebene zu drehen.

D.) Ein Raumpunkt dreht sich um die gegebene Axe; es sind einige seiner Positionen, etwa von 30 zu 30 Graden ersichtlich zu machen.

Dieselben Aufgaben auszuführen für eine Strecke, und da wollen wir wieder folgende Fälle unterscheiden:

α.) Die Strecke sei senkrecht auf der Drehungsaxe.

β.) Parallel zu derselben.

γ.) Geneigt zur Axe und ein Endpunkt liege auf der Drehungsaxe.

δ.) Geneigt und in derselben Ebene mit der Axe; keiner der Endpunkte liege auf letzterer.

ε.) Die Strecke gehe an der Axe im Raume vorüber.

Schliesslich kommen die Axendrehungen von ebenen und beliebigen Polygonen.

Der Einsicht des Lehrers bleibt es überlassen, diese Aufgaben in 4 Gruppen entsprechend einzutheilen:

1. Aufgaben, welche Gegenstand des Vortrages sind.
2. Aufgaben, an welchen der Schüler den Vortrag ausarbeitet und allenfalls in eine Haustheke nur mit dem Bleistifte skizzirt.
3. Aufgaben, welche unter der Leitung des Lehrers im Zeichnungssaale construirt werden, und endlich
4. Aufgaben, welche blos examinando vorgenommen werden.

Die Behandlung complicirter Aufgaben, wo der Schüler Gefahr lauft, sich in dem Wust von Constructionslinien sehr leicht zu verirren, muss für den Massenunterricht methodisch völlig durchgebildet sein, ich möchte sagen bis an die Grenze der Pedanterie. Alle Schüler müssen geometrisch ähnliche Annahmen haben, was durch Coordinaten leicht erreichbar ist; der Anfang der Arbeit sowie der Weg auf dem die Auflösung vorbereitet und das Resultat erreicht werden soll, muss im vorhinein gesichtet werden, auf alle Hindernisse oder etwaige Schwierigkeiten, welche sich im weiteren Verlaufe der Construction entgegen stellen, muss der Schüler gefasst und bereits auch so vorbereitet sein, dass er gegebenen Falles darüber mühelos hinweg kommt. Ein kleines Beispiel: Die Durchdringungen ebenflächiger Körper bieten den Schülern bedeutende Schwierigkeiten, was wohl sehr begreiflich ist, wenn diese Partie eine so lakonische Behandlung erfährt, wie sie in unseren Lehrbüchern leider zu finden ist. Rüstet man den Schüler nur mit der ideellen Auflösung aus, giebt ihm noch überdies den Schnitt einer Geraden mit einer Ebene, oder den Schnitt zweier Ebenen auf den Weg mit der Weisung, die Eckpunkte des Durchdringungspolygons zu finden und sodann ordnungsgemäss zu verbinden, so ist hiemit diese Aufgabe nichts weniger als schulgerecht behandelt worden. Man denke sich einen mittelbefähigten Schüler, der im Zeichnen genug ungeschickt ist, und der sich im Verlaufe der Lehrstunde einen ausgiebigen Gebrauch des Radiergummi nicht versagen kann — solcher Jungen wird es hoffentlich an jeder Anstalt mehr oder weniger geben —; lässt sich erwarten, dass ihm das ordnungsgemässe Verbinden der gefundenen Punkte, was doch unter Umständen das schwierigste an der ganzen Aufgabe ist, gelingen werde? Wird er nicht viel lieber eine neue Zeichnung beginnen, als in dem Wirrsal der bereits vorliegenden Construction einen vermutlichen Fehler suchen? Das Gesammtresultat wäre ein viel günstigeres, wenn in das ganze Verfahren eine stramme Ordnung eingeführt worden wäre. Einen sehr guten Dienst für die methodische Behandlung dieser Aufgabe leistet die Tabelle, welche Professor Schlesinger in seinem Lehrbuche der darstellenden Geometrie vorschlägt. Ein beliebiger Eckpunkt des Durchdringungspolygons wird zum Ausgangspunkte der Arbeit ernannt, mit 1 bezeichnet und in die Tabelle auch so übersichtlich eingetragen, dass sofort ersichtlich wird, auf welcher Kante und in welcher Fläche der nächste Eckpunkt, der mit 1 zu verbinden kommt, liege. Er wird mit 2 bezeichnet und abermals schematisch eingetragen. Die Punkte 1 und 2 sind gleich zu verbinden und zu entscheiden ob $\overline{12}$ sichtbar oder gedeckt sei. Die Kanten, auf welchen die Punkte 1 und 2 liegen, werden auch unmittelbar ordentlich ausgeführt, indem ersichtlich gemacht wird, ob sie sichtbar bis zu den Schnittpunkten oder blos sichtbar bis zur Contour des zweiten Körpers oder vielleicht ganz gedeckt sind. Nachdem dies alles geschehen, lehrt ein Blick auf die Tabelle oder auch ein einfaches Vorstellen des gegebenen Falles, auf welcher Kante und in welcher Fläche der nächste Punkt 3 liege, der nun ebenso zu behandeln ist wie die früheren Punkte. So tritt allmählig die fertige Arbeit wie ein goldener Kern hervor, jedes müssige Versuchen ist beseitigt, alle Schüler arbeiten in demselben Sinne, vollenden ohne Schwierigkeit die Aufgabe gleichzeitig und freuen sich des schönen Resultates.

Schliesslich nur noch eine kleine Bemerkung, die Concentration des descriptiven Unterrichtes betreffend.

Grundsätzlich hat die Vortragsweise vom Besonderen zum Allgemeinen zu schreiten. Es giebt aber trotz alledem einige Partien, für welche die Unterrichtsmethode mehr zusammenfassend sein muss, wenn sie naturgemäss und gleichzeitig genetisch-heuristisch sein soll. Man erzielt beispielshalber durch die gesonderte Behandlung der Pyramiden, Prismen, Kegel und Cylinder, ihrer Darstellung und ihrer Beziehungen zu Geraden und Ebenen eine scheinbare Erleichterung auf Unkosten der wahren, die rechte Ein- und Uebersicht gewährenden Einfachheit, welche gewiss erreicht wird, wenn diese Gebilde mit einem Schlage unter dem Gattungsnamen der Strahlenflächen erledigt werden. Diese Auffassung ist wissenschaftlich gerechtfertigter, dem Geiste der darstellenden Geometrie zusagender und vom pädagogischen Standpunkte umso empfehlenswerter, weil sie bedeutend weniger Unterrichtszeit beansprucht, eine weit genauere Einsicht in das Wesen dieser Gebilde und ihren Zusammenhang unter einander gewährt und ihre Ergebnisse vom Schüler leichter erfasst und dauernd behalten werden, weil sie eben nicht so gesondert da stehen. Hat man sich mit den Strahlenflächen nur einigermassen befreundet, so kann der Vortrag klar und einfach sein; denn diese Auffassnng ist der Sache vollkommen entsprechend und man wird nicht so leicht um ein Wort verlegen sein, welches den entsprechenden Begriff vollkommen deckt. Im Lehrbuche lese ich z. B. an einer Stelle, wo der Verfasser recht deutlich sein will, von „einer pyramidalen Oberfläche der Pyramide"; diese und ähnliche Ausdrucksweisen muss man zum mindesten als gezwungen bezeichnen. Die Entstehung und Eintheilung der Strahlenflächen kann man recht gerne und dankbar aus der neueren Geometrie entgegen nehmen und jedes müssige Geflunker mit Begriffen, welche dieser Wissenschaft eigenthümlich sind, strenge zurückweisen. Eine Methode, welche diese Begriffe mit herüber nimmt und davon schliesslich entweder gar keinen oder wenigstens keinen vernünftigen Gebrauch macht, der die Unterrichtszwecke gedeihlich fördert, ist weder Fleisch noch Fisch und taugt selbstverständlich nichts.

Görz im Juli 1876.

Clemens Barchanek.

Schulnachrichten.

1. Personalstand des Lehrkörpers u. Fächervertheilung.

Dr. Egid Schreiber, Director, Mitglied des Landesschulrates, fung. Landesschulinspector für die ital. Volksschulen, Director der Prüfungs-Commission für allg. Volks- u. Bürgerschulen, Comité-Mitglied des landwirtschaftlichen Lehrercurses. (Naturg. in I).

Franz Erjavec, Professor, Custos des naturhist. Cabinetes, Ordinarius in VII (Naturg. in V-VII, Sloven. in III-V).

Anton Sessich, Professor, Besitzer des gold. Verdienstkreuzes, Mitglied des Bezirksschulrates (Relig. in allen Cl.).

Simon Kos, Professor, (Mathem. in I, III, IV, Physik in VII).

Alois Möstl, Professor, akadem. Historienmaler, Custos der Lehrmittelsammlung für Kalligraphie u. Freihandzeichnen (Freihandzeichn. in II-VII).

Jacob Filippi, Professor (Italien. in allen Cl.)

Clemens Barchanek, Professor, Bezitzer des Anerkennungsdiploms der Wiener Weltausstellung vom J. 73, Custos des geom. Cabinetes, Ordinarius in V (Mathem. in V, geom. Zeichn. u. darstell. Geom. in IV-VII).

Iacob Čebular, Professor, Custos des physik. Cabinetes, Ordinarius in II (Mathem. in II, VI, VII, Physik in IV, VI).

Franz Plohl, Lehrer, Custos der Schülerbibliothek, Ordinarius in I a (Deutsch in I a, b, Kalligr. in I a, Sloven. in I, VI).

Emmerich Müller, Lehrer, Custos der Lehrerbibliothek, Ordinarius in III (Deutsch in III, V-VII, Geogr. Gesch. in III).

Johann Taurer von Gallenstein, Lehrer, Custos des chem. Laboratoriums, Ordinarius in VI (Naturg. in II, Pysik in III, Chemie in IV — VII).

Arthur Cafasso, Lehrer, Custos des geograph. Cabinetes, Ordinarius in IV (Deutsch in IV, Geogr. Gesch. in I a, IV — VII).

Ernst Lindenthal, Supplent, Ordinarius in I b (Kalligr. in I b, II, geom. Zeichn. in I — III).

Franz Vodopivec, Supplent (Geogr. Gesch. in I b. II, Deutsch u. Sloven. in II).

Lorenz Gay, Volksschullehrer (Französ. in allen Cl.).

Michael Komel, Übungsschullehrer, leitete die Vorbereitungscl. A.

Vincenz Dittrich, Volksschullehrer, leitete die Vorbereitungscl. B.

Alois Kurschen, Turnlehrer, leitete den Turnunterricht.

Dienerschaft.

Fiedrich Marzolla, Schuldiener

Anton Puspan, Schuldiener.

---

2. Lehrverfassung.

I. CLASSE.

1. **Religion**, 2 St. Biblische Geschichte des alten Bundes.

2. **Deutsche Sprache.** 6 St. Formenlehre auf Grundlage des nackten u. durch Wenobjekte erweiterten Satzes. Aussprache u. Rechtschreibung. Memoriren u. Reproduciren. Monatl. 2 Schul- u. 4 Hausaufgaben.

3. **Italienische Sprache.** 4 St. Alfabeto italiano, pronuncia delle vocali e delle consonanti, raddoppiamento ed assimiliazione delle medesime, divisione delle sillabe, uso delle lettere majuscole, accento tonico e grafico; dell' interpunzione, delle parti dell' orazione in generale; il sostantivo, l' articolo, l' aggettivo, le voci numerali, il pronome, nomi numerali, comparazione degli aggettivi; conjugazione de' verbi ausiliari e dei verbi deboli. Esercizii di leggere, d' apprendere a memoria, applicazione delle regole grammaticali ed ortografiche con brani di prosa e poesie. 4 compiti al mese.

4. **Slovenische Sprache.** 4. St. Izreka in pravopisje; pravilna in nepravilna sklanja imen; prosti stavek. Čitanje pesni in prozaičnih sestavkov. Vsak mesec po 6 pism. nalog.

4. **Geographie**. 3 St, Grundzüge der mathem. u. physikal. Erdkunde, soweit dieselbe zum Verständnisse der Karte unentbehrlich sind u. in anschaulicher Weise erörtert werden können. Beschreibung der Erdoberfläche in ihrer natürl. Beschaffenheit u. den allgem. Scheidungen nach Völkern u. Staaten auf Grundlage steter Handhabung der Karte.

6. **Arithmetik.** 3 St. Dekadisches Zahlensystem. Die Grundrechnungen mit unbenannten Zahlen ohne u. mit Decimalbrüchen. Grundzüge der Theilbarkeit, grösstes gemeinschaftl. Mass, kleinstes gemeinschaftl. Vielfaches. Gemeine Brüche, Verwandlung derselben in Decimalbrüche und umgekehrt. Rechnen mit benannten Zahlen.

7. **Naturgeschichte.** 3 St. Anschauungsunterricht in der Naturgeschichte. I. Sem. Wirbelthiere, II. Sem. Wirbellose.

8. **Geometrisches Zeichnen.** 6 St. Geom. Anschauungslehre, geom. Gebilde in der Ebene. (Linien, Winkel, Dreieck, Kreis, Ellipse). Combinationen dieser Figuren; das geom. Ornament; Elemente der Geometrie im Raume; Zeichnen nach Draht- u. Holzmodellen.

9. **Kalligraphie.** 1 St. Deutsche Current- u. engl. Schrift.

II. CLASSE.

1. **Religion.** 2 St. Biblische Geschichte des neuen Bundes.

2. **Deutsche Sprache.** 5. St. Wiederholung u. eingehendere Behandlung der gesammten Formenlehre u. die gewöhnlichsten Erweiterungen des einfach. Satzes. Analyse prosaisch. Aufsätze und Memoriren von Gedichten aus dem Lesebuche. 4 schriftl. Arbeiten monatlich.

3. **Italienische Sprache.** 4 St. Riassunto per sommi capi della grammatica della classe prima, quindi osservazioni sulle forme irregolari de' verbi ausiliari e dei verbi deboli; verbi riflessivi, forti, anomali, difettivi, formazione del futuro; preposizioni, avverbi interposti. Esercizi a voce ed in iscritto come nella prima.

4. **Slovenische Sprache.** 4 St. Glagol: sponna, brezsponna, nepravilna in nepopolna sprega; obraževanje zloženih časov in naklonov; terpevna doba; prislov; predlog; veznik; medmet; skladnja: o stavku ali reku sploh, prosti stavek. Čitanje in slovljenje pesni in proz. sestavkov iz Cvetnika za drugi zazred. Vsak mesec po 4 naloge.

5. **Geographie-Geschichte.** 4 St. Specielle Geographie Asiens und Africas; detaillirte Beschreibung der Terrainverhältnisse u. der Stromgebiete Europas an oftmalige Anschauung u. rationelle Besprechung der Schul- u. Wandkarten anknüpfend; Geographie des westl. u. südl. Europas. — Übersicht der Geschichte des Alterthums.

6. **Arithmetik.** 3 St. Das wichtigste aus der Mass- u. Gewichtskunde, von dem Geld- u. Münzwesen, mit besonderer Berück-

sichtigung des französ. Systems. Mass- Gewichts- u. Münzreduction. Allegationsrechung.

7. **Naturgeschichte.** 3 St. Anschauungsunterricht in der Naturgeschichte I. Sem. Mineralogie, II. Sem. Botanik.

8. **Geometrisches Zeichnen.** 3 St. Planimetrie; Übungen mit dem Zirkel u. Reisszeuge überhaupt; Gebrauch der Reisschiene u. des Dreieckes.

9. **Freihandzeichnen.** 4 St. Die in der Natur vorkommenden u. in der Ornamentik auftretenden Blatt- u. Blütenformen auf Grundlage ebener, geom. Gebilde stylistisch entwickelt. Ornamentmotive des Alterthums mit besond. Rücksicht der classischen Style monochrom dargestellt.

10. **Kalligraphie.** 1 St. Deutsche Current-, englische u. französ. Rondschrift.

III. CLASSE.

1. **Religion.** 2. St. Katholische Religionslehre.

2. **Deutsche Sprache.** 4 St. Conjunctionen, Praepositionen, Interjectionen. Die Erweiterungen des einfachen Satzes. Der zusammengesetzte Satz im allgem. Das wesentlichste üb. Orthographie u. Interpunction. 4 schriftl. Arbeiten monatlich.

3. **Italienische Sprache.** 3 St. Ripetizione delle forme irregolari dei verbi, indi forme regolari ed irregolari dei pronomi; derivazione delle parole, composizione delle medesime; sintassi della proposizione semplice e composta. Esercizii a memoria ed in iscritto. 3 compiti al mese.

4. **Slovenische Sprache.** 3 St. Ponavljanje sklanje in sprege. Skladje: glasovna vikšava, izpeljava, sestava. Skladnja do sklonov s predlogi. — Citanje iz Cvetnika. Učenje na pamet. Vsak mesec po 3 naloge.

5. **Französische Sprache.** 2 St. Cursorische Wiederholung des Lehrstoffes der I. u. II. Cl. u. Ergänzung der Formenlehre durch die selteneren, abweichenden Formen. Vollständige Syntax des Nom und Pronom. 4 schriftl. Arbeiten monatlich.

6. **Geographie — Geschichte.** 4 St. Deutschland, die Schweiz, Nord- u. Osteuropa. — Geschichte des Mittelalters mit specieller Berücksichtigung der vaterländischen Verhältnisse.

7. **Arithmetik.** 3 St. Fortgesetzte Uebungen im Rechnen mit besond. Zahlen zur Wiederholung u. Erweiterung des bisherigen Lehrstoffes. Zinseszinsenrechnungen. Die 4 Rechnungsoperationen mit allgem. Zahlen. Quadrirung u. Cubirung des Binoms u. decad. Zahlen. Ausziehung der Quadrat- u. Cubikwurzel.

8. **Physik.** 4 St. Allgem. Eigenschaften der Körper; Wärmelehre. Statik und Dynamik fester, tropfbarer u. ausdehnsamer Körper.
9. **Geometrisches Zeichnen.** 3 St. Mass u. Messen der Strecken, Proportionalität der Streckenpaare; Ähnlichkeit der Dreiecke, ähnliche u. ähnlich liegende geom. Gebilde in der Ebene; Theilung der Strecke im beliebigen, harmonischen, äussern u. mittleren Verhältnisse. Die Kreislehre. Anwendung der Planimetrie auf Beispiele aus der technisch. Praxis.
10. **Freihandzeichen.** 4 St. Populäre Erklärung des wichtigsten aus der Farbenlehre sammt Anwendung der Farbe an Ornamentmotiven der verschiedenen Style des Mittelalters. Der menschliche Kopf in seiner Proportion der 5 Hauptaltersclassen in je 3 Hauptstellungen in Contur.

IV. CLASSE.

1. **Religion.** 2 St. Liturgik.
2. **Deutsche Sprache.** 3 St. Der zusammengesetzte Satz; Perioden. Übersichtliche Wiederholung der Formenlehre. Interpunction, Geschäftsaufsätze; Memoriren u. Reproduciren. 4 schriftl. Arbeiten. monatlich.
3. **Italienische Sprache.** 3 St. Storia della letteratura del trecento e del quattrocento con lettura e commento di brani analoghi; le parti esenziali della prosodia e della metrica; i tropi e le figure; le forme di scrivere più necessarie della vita domestica e sociale. Esercizii come nella III. 3 temi al mese.
4. **Slovenische Sprache.** 3. St. Ponavljanje vsega oblikoslovja. Skladnja: glagol, zloženi in mnogozloženi stavek, vezava besedi in rekov. — Pravila iz prozodije in metrike; opravilna pisma; deklamatorične vaje; čitanje Cvetnika. Vsak mesec po 3 naloge.
5. **Französische Sprache.** 2 St. Syntax des Zeitwortes u. der inflexiblen Redetheile; Gebrauch der Zeiten u. Modi, der Participien u. Negations-Partikeln. Lehre vom franz. Satzbau u. der Interpunction. Elemente der Wortbildungslehre. 4 schriftl. Arbeiten monatlich.
6. **Geographie-Geschichte.** 4 St. Specielle Geographie des Vaterlandes, Americas u. Australiens. — Übersicht der Geschichte der Neuzeit mit besonderer Berücksichtigung der vaterländischen Verhältnisse.
7. **Mathematik.** 4 St. Ergänzung und erweiternde Wiederholung des gesammten arithm. Lehrstoffes der Unterrealschule; Grundoperationen mit allgem. Zahlen, grösstes Mass, kleinstes Vielfaches, Brüche, Gleichungen des 1. Grades mit 1 und 2 Unbekannten.

8. **Physik.** 2 St. Schall, Licht, Magnetismus, Electricität.

9. **Chemie.** 3 St. Übersicht der wichtigsten Grundstoffe und ihrer Verbindungen mit besonderer Berücksichtigung ihres natürlichen Vorkommens.

10. **Geometrisches Zeichnen.** 3 St. Anwendung der 4 algebr. Grundoperationen zur Lösung planimetrischer und stereometrischer Aufgaben. Die perspectivische Ähnlichkeit. Theoretisch constructive Behandlung der Curvenlehre. Die stereometrischen Fundamentalsätze; der Punkt im Raume.

11. **Freihandzeichnen.** 4 St. Die Ornamentik der Renaissance nach Tafelzeichnungen u. plastischen Modellen; der menschl. Charakterkopf nach Tafelzeichnungen. — Die Grundlehren der perspectiv. Erscheinungen u. ihrer Anwendung zur Darstellung ebener u. räumlicher geom. Gebilde sowie Combinationen letzterer zu einfachen architektonischen Objecten in gerader Ansicht.

V. CLASSE.

1. **Religion.** 1 St. Fundamentaldogmatik.

2. **Deutsche Sprache.** 3 St. Allgem. Stylistik, insbesondere der histor. Styl. Lehre von der Betonung und Metrik, von den Figuren und Dichtungsarten mit den entsprechenden Proben aus dem Lesebuche. 2 schriftl. Arbeiten monatlich.

3. **Italienische Sprache.** 3 St. Storia della letteratura italiana del secolo XV. e XVI. con lettura e commenti filologici e stilistici dei rispettivi autori. Dei diversi componimenti in prosa. 2 compiti al mese.

4. **Slovenische Sprache.** 3 St. Nauk o podobah, prilikah in pesniških izdelkih ozirom na Cvetnik. Deklamatorične vaje. Čitanje prevodov iz staro- in novoklasičnega slovstva. Vsak mesec po 2 nalogi.

5. **Französische Sprache.** 2 St. Wiederholung u. Ergänzung des grammatischen Unterrichtes, Erweiterung der lexikalischen Kenntnisse. Sprech- u. Schreibübungen mit besond. Rücksicht auf die franz. Lectüre. Lesung von Musterstücken. 3 schriftl. Arbeiten monatlich.

6. **Geschichte.** 3 St. Pragmatische Geschichte des Alterthums mit steter Berücksichtigung der hiemit im Zusammenhange stehenden geograph. Daten.

7. **Mathematik.** 6 St. Gleichungen des 1. Grades mit mehreren Unbekannten, unbestimmte Gleichungen. Theorie der Zahlen, Brüche, Potenz- und Wurzelgrössen, laterale und complexe Zahlen. Verhältnisse und Proportionen. Gleichungen des 2. Grades

mit 1 u. 2 Unbekannten. — Planimetrie, geom. Constructionen, Anwendungen der Algebra auf Geometrie.

8. **Darstellende Geometrie.** 3 St. Der Punkt und die Gerade im Raume; die Ebene. Beziehungen der Elementargebilde unter einander; die Axendrehung.

9. **Naturgeschichte.** 3. St. Anatom. physiol. Grundbegriffe des Thierreiches mit besonderer Rücksicht auf höhere Thiere; system. Zoologie mit genauerem Eingehen in die niederen Thierformen.

10. **Chemie.** 3 St. Gesetze der chem. Verbindungen, Atome, Molecüle, Aequivalente, Wertigkeit der Atome, Typen, Bedeutung der chem. Symbole und Formeln. Metalloide und leichte Metalle.

11. **Freihandzeichnen.** 4 St. Erklärung des menschl. Kopfes in Bezug auf Knochen- u. Muskellehre mit entsprechenden Übungen nach Tafelzeichnungen u. Reliefs. Das antik-classische Ornament in Anwendung auf Geräte dieses Styles. Perspectiv. Darstellung stereom. Gebilde in gerader Ansicht mit zur Bildebene parallelem Lichtstral beleuchtet.

VI. CLASSE.

1. **Religion.** 1. St. Specielle Dogmatik.

2. **Deutsche Sprache.** 3 St. Abschluss der syntakt. Übungen; Geschichte der deutsch. Literatur bis Klopstock. Lectüre: Iphigenie und Hermann und Dorothea von Göthe. 2 schriftl. Arbeiten monatlich.

3. **Italienische Sprache.** 3. St, Storia della letteratura italiana del secolo XVII. lettura come nella V. Dei varî componimenti in verso. 2 compiti al mese.

4. **Slovenische Sprache.** 3 St. Čitanje kakor v. V. razredu; prevajanje iz nemškega na slovensko. Staroslov. oblikoslovje; slovanske starožitnosti in pregled staroslov. slovstva. Po 2 nalogi na mesec.

5. **Französische Sprache.** 2 St. Fortsetzung der Sprech–u. Schreibübungen, Lesung von Musterstücken prosaisch. u. poet. Form. 3. schriftl. Arbeiten monatlich.

6. **Geschichte.** 3 St. Geschichte des Mittelalters in gleicher Behandlungsweise wie in V.

7. **Mathematik.** 5. St. Logarithmen; Gleichungen höheren Grades, die sich auf quadratische zurückführen lassen, Exponenzialgleichungen, Reihen, Combinationslehre; das Binom. Ebene u. sphaer. Trigonometrie, Stereometrie.

8. **Darstellende Geometrie.** 3 St. Die körperliche Ecke, die Vielflächner. Die Stralenflächner, ihre Eintheilung, Darstellung u. die ebenen Schnitte derselben. Die Umdrehungsflächen. Berührungsebenen an Stralen- u. Umdrehungsflächen. Durchdringungen ebenflächiger Körper.

9. **Naturgeschichte.** 2 St. Anatom. physiol. Grundbegriffe des Pflanzenreiches; systematische Botanik.

10. **Physik.** 4 St. Allgem. Eigenschaften der Körper; Wirkungen der Molekularkräfte, Mechanik, Akustik.

11. **Chemie.** 3 St. Schwere Metalle mit Berücksichtigung der wichtigten metallurg. Processe. Organische Chemie: Constitution der organ. Verbindungen. Homologe u. heterologe Reihen. Chemie der Alkohole u. deren Derivate. Kohlehydrate, Glukoside.

12. **Freihandzeichnen.** 4 St. Die Knochen-u. Muskellehre der menschl. Figur mit entsprechenden Übungen nach Tafelzeichnungen u. Modellen. Die Ornamentik des Mitelalters. Perspectiv. Darstellung stereom. Körper u. architekton. Grundformen mit zur Bildebene schrägem Lichtstral beleuchtet.

VII. CLASSE.

1. **Religion.** 1 St. Moral.

2. **Deutsche Sprache.** 2 St. Geschichte der deutsch. Literatur bis incl. Schiller u. Göthe. Lectüre von Probestücken aus dem Lesebuch. 12 schriftl. Arbeiten jährlich.

3. **Italienische Sprache.** 2 St. Storia della letteratura del secolo XVIII; lettura e commento dei 4 primi canti del Paradiso di Dante. 1 compito al mese.

4. **Französische Sprache.** 2 St. Fortsetzung der Sprech u. Schreibübungen, Ausdehnung der Lectüre auf hervorragendere Werke franz. Autoren. 2 schriftl. Arbeiten monatlich.

5. **Geschichte.** 3 St. Geschichte der Neuzeit mit besonderer Hervorhebung der culturhistorischen Momente.

6. **Statistik.** 3 St. Kurze Übersicht der Statistik Österreich-Ungarns mit eingehender Besprechung der Verfassungsverhältnisse.

7. **Mathematik.** 5 St. Combinationslehre, binom. Lehrsatz, unbestimmte Gleichungen des 1. Grades mit 2 u. 3 Unbekannten; Reihen höherer Ordnung, Kettenbrüche, Stereometrie, sphaerische u. analyt. Trigometrie.

8. **Darstellende Geometrie.** 4 St. Wiederholung des vorhergegangenen Lehrstoffes. Durchdringung der Stralenflächen. Be-

rührungsebenen an Kegel- und Umdrehungsflächen. Die Schattenlehre. Elemente der Perspective.

9. **Naturgeschichte.** 3. St. Kenntnis der wichtigsten Mineralien nach krystallographischen, physikalischen u. chemischen Grundsätzen; Geognosie, Grundzüge der Geologie.

10. **Physik.** 4 St. Electricität, Magnetismus, Wärme, Optik.

11. **Chemie.** 2 St. Proteinstoffe, Alkaloide, aromat. Substanzen. Übersichtliche Wiederholung des gesammten chem. Lehrstoffes.

12. **Freihandzeichnen.** 3 St. Vorherrschende Übungen nach plastischen Modellen u. durchgeführten Vorlagen aus den verschiedenen Zweigen des freien Zeichnens als Wiederholung des gesammten Lehrstoffes. Perspectiv. Darstellung architekton. Objecte mit Schattengebung.

---

3. Lehrbücher.

1. Religion.

Schuster Dr. G. Storia Sacra del vecchio e del nuovo testamento ad uso delle scuole elementari cattoliche. Vienna 1861 (I, II).

— Zgodbe svetega pisma stare in nove zaveze za katoliške ljudske šole. Dunaji 1863 (I, II).

Schiavi Lor. Corso d'Istruzione religiosa ad uso delle classi ginnasiali inferiori. 2. ed. Venezia 1865 (III).

Lesar Ant. Katekizem ali keršanski katoliški nauk. Ljubljani 1862 (III.)

Wappler Dr. Ant. Cultus der kathol. Kirche zum Gebrauche an Untergymnasien u. Unter-Realschulen. 4. Auflage. Wien 1869 (IV.)

— Kathol. Religionslehre für höhere Lehranstalten. 4. Aufl. Wien 1868 (V—VII).

Catechismo maggiore ad uso delle scuole elementari. Vienna 1856 (Vorb. Cl.)

2. Deutsche Sprache.

Heinrich Ant. Grammatik der Deutschen Sprache für Mittelschulen. 2. Aufl. Laibach 1874 (I, II, Vorb. Cl.)

Brandl Dr. J. Deutsche Grammatik, Klagenfurt 1870 (III.—IV.)

Neumann Alois u. **Gehlen Otto,** Deutsches Lesebuch für Gymnasien u. verwandte Anstalten. 5. Aufl. Wien 1874. 1. B. (I.), 2. B. (II.), 3. B. (III. IV.)

Egger Alois, Deutsches Lehr- u. Lesebuch für höhere Lehranstalten. 4. Aufl. Wien 1875. 1. Th. (V.), 2. Th. (VI, VII).

Madiera K. A. Deutsches Lesebuch für die erste Klasse an Gymnasien u. Realschulen. 4. Aufl. Prag 1872 (Vorb. Cl.)

3. Italienische Sprache.

Dematio Fort. Grammatica della lingua italiana ad uso delle scuole, Vienna 1874 (I—III).

Libro di lettura per le classi del ginnasio inferiore. Vienna, 1865 vol. 1. (I). vol. 2. (II).

Ambrosoli Franc. Letture italiane proposte agli scolari della terza classe dei ginnasj. 2. ed. Vienna 1858 (III).

Sarrara Franc. Antologia italiana proposta alle classi dei ginnasi liceali. Vienna 1853—59. vol. 1 (IV), 2. (V), 3, 4 (VI), 5 (VII).

4. Slovenische Sprache.

Janežič A. Slovenska slovnica za domačo in šolsko rabo. 3. Auflage. Klagenfurt 1864 (I—IV).

— Cvetnik Berilo za slovensko mladino. Klagenfurt 1865. 1. Thl. (I), 2. Th. (II).

— Cvetnik slovenske slovesnosti. Berilo za više gimnazije in realke. Klagenfurt 1868. (III—VII).

Miklosich Fr. Slovensko berilo za osmi gimnazialni razred. Wien 1853 (V—VII).

5. Französische Sprache.

Gruner Fr. Schulgrammatik der franz. Sprache. Stuttgart, 1863 (III—VII).

— Übungsaufgaben über die Wort- & Satzfügung. Stuttgart 1863 (III—VII).

Gruner u. **Wildermuth** Franz. Chrestomathie für Real- & Gelehrte- Schulen. Stuttgart 1863. (IV—VII).

6. Geographie,

Seydlitz Ernst. Kleine Schulgeographie. 15. Aufl. Breslau 1874 (I).
— Schulgeographie, grössere Ausgabe. 15. Aufl. Breslau 1874. (II—IV).

Kozenn B. Geographischer Schulatlas. Wien 1874.

Stieler, Schulatlas der neuesten Erdkunde. Ausgabe für die österr. ung. Monarchie in 39 Karten. 53. Aufl. Gotha u. Wien 1873.

7. Geschichte.

Gindely Ant. Lehrbuch der allgemeinen Geschichte für die unteren Klassen der Mittelschulen. 4. Aufl. Prag 1873. 1. B. (II) 2. B. (III) 3. B. (IV).
—— Lehrbuch der allgemeinen Geschichte für die oberen Klassen der Real- und Handelsschulen. 2. Aufl. Prag 1870 (V—VII).

Hannak Em. Österreichische Vaterlandskunde für die höheren Klassen der Mittelschulen. 4. Aufl. Wien. 1874 (VII).

8. Mathematik.

Villicus Fr., Vollständiges Lehr- und Übungsbuch der Arithmetik für Unterrealschul. Wien 1861—1864 (I—IV).

Salomon Josef Dr. Lehrbuch der Elementar-Mathematik für Oberrealschulen. I. Band. Die Elemente der Algebra. 4. Aufl. Wien 1874 (V—VII).

Sonndorfer R. Lehrbuch der Geometrie für die oberen Klassen der Mittelschulen. 2. Aufl. Wien 1873 (V—VII).

9. Darstellende Geometrie.

Močnik, Anfangsgründe der Geometrie in Verbindung mit dem Zeichnen für Unterrealschulen. 15. Aufl. Prag 1873 (I—III).

Snedar R. Grundzüge der darstellenden Geometrie. 4. Aufl. Brünn 1869 (IV— VII).

10. Naturgeschichte.

Pokorny, Illustrirte Naturgeschichte des Thierreiches. 12. Auflage. Prag 1874 (I).

Pokorny. Illustrirte Naturgeschichte des Mineralreiches. 8. Auflage. Prag 1873 (II).

—— Illustrirte Naturgeschichte des Pflanzenreiches 10. Aufl, Prag 1873 (II).

Thomé Otto. Lehrbuch der Zoologie. Braunschweig 1872 (V).

Bill Fr. Grundriss der Botanik für Schulen. 5. Aufl. Wien 1872 (VI).

Kenngott, Lehrbuch der Mineralogie. Darmstadt 1875 (VII)

11. Physik.

Pisko F. J. Lehrbuch der Physik für Unterrealschulen. 10. Auflage. Brünn 1875 (III, IV).

— Lehrbuch der Physik für die oberen Klassen der Gymnasien und Realschulen. 3. Aufl. Brünn 1873 (VI, VII).

12. Chemie.

Kauer, Elemente der Chemie, gemäss den neueren Ansichten für Realgymnasien u. Unterrealschulen 3. Aufl. Wien 1874 (IV).

Lorscheid, Lehrbuch der unorgan. Chemie, nach den neuesten Ansichten der Wissenschaft. 2. Aufl. Freiburg, 1872 (V).

Willigk E. Lehrbuch der Chemie für Real- und Bürgerschulen. 2. Aufl. Prag 1864 (VI—VII).

Verzeichnis der in den oberen Classen gegebenen Aufsätze.

a) Aus der deutschen Sprache.

V. Classe. Die Altäre der philänischen Brüder. — Gudrun am Hofe Gerlindens.—Der Nibelungenhort, nach W. Jordan.—Die Burgunden bei Rüdiger. — Stadt u. Dorf. — Deukalion u. Pyrrha. — Wie förderte Perikles das Wohl der Athener? — Aristides als Gegner des Themistokles u. seine Verbannung aus Athen. — Philipp II. von Macedonien. — Inhaltsangabe des Gedichtes "die Kraniche des Ibykus.„ — Inhaltsangabe des Gedichtes "der Kampf mit dem Drachen.„ — Zu dem Sprichworte „man soll den Tag nicht vor dem Abend loben" ist eine passende Erzählung zu erfinden. —

Welche Gründe bewegen im Schillers'chen Gedichte den Ritter zum Kampfe mit dem Drachen? — Gedankengang der Elegie "Herculanum u. Pompeji." — Ein Brief an einen Freund über eine Sehenswürdigkeit der Natur oder Kunst. — Die Einnahme Roms durch die Gallier. — Die 1. Seeschlacht der Römer. — Die Lage Frankreichs vor dem Auftreten der Jungfrau von Orleans.

VI. Classe. Der schönste Tag während der letzten Ferien.—Der Jahrmarkt einer kleinen Stadt.—Was nützen die Berge?—Die mannigfaltigen Beschäftigungen der Menschen von einem Turme betrachtet.—Ein Gewitter.—Hagen, der getreueste u. zugleich der ungetreueste Held des Nibelungenliedes.—Wohlthätig ist des Feuers Macht, wenn sie der Mensch bezähmt, bewacht.—Parcivals Jugend.—Die Folgen der Kreuzzüge.—Lohengrin.—Charakteristik des Apothekers in Goethes Hermann u. Dorothea.—Der Prophet gilt nirgends weniger als in seinem Vaterlande.—Der Umschwung der deutschen Literatur im 16. Jh. — Böse Gesellschaften verderben gute Sitten (Chrie). — Dem Mutigen ist das Glück hold. (Chrie). — Eine Fastschule, gehalten in der Katharinen-Kirche zu Nürnberg im J. 1520. — Die Schicksale der Tantaliden (nach Goethes Iphigenie auf Tauris). — Das Gold ist schädlicher als das Eisen (Chrie).

VII. Classe. Geschichte eines Wassertropfens.—Durch welche Einrichtungen machte sich Kaiser Maximilian um Deutschland verdient? — Dem Tod entrinnt, wer ihn verachtet; doch den Verzagten holt er ein (Chrie). — Was die Donau erzählen kann (Geordnete Disposition). — Über die Eisenbahnen. — Welchen Nutzen gewähren die Hausthiere dem Menchen? — Wem Gott will eine Gunst erweisen, den schickt er in die weite Welt. — Das papierne Zeitalter. — Laubwald u. Nadelwald. — Wozu man die Steine gebraucht. — Worin Gebirge und Meere einander gleichen. — Gute Bücher gleichen weisen Männern.

b) Aus der Italienischen Sprache

V. Classe. Il mese di Ottobre. — Descrizione delle api. — Le imprese di Ciro. — Ginevra (dall' Ariosto); una leggenda.— Il carnevale in un villagio. — Allessandro magno. — Comparazione fra un castello ed un convento. — Damocle alla corte di Dionisio di Siracusa. — La pesca e la caccia. — Benvenuto Cellini — La seconda guerra Punica. — Descrizione d' una piazza. — Torquato Tasso a St. Anna. — Il terzo canto della Gerusalemme. — La mietitura. —

VI. Classe. Chi è buono? — Una burasca (dall' Eneide di Virgilio). — La prima neve. — Confronto tra il viaggiare in ferrovia ed in vettura. — Aprile quando piange e quando ride. — Un giorno di Maggio in una selva. — Le delizie del secolo (Fulvio Testi). — Gli Arabi. — L'Arcadia, sua diffusione ed influenza. — L'Isonzo dalla sorgente alla foce. — La battaglia di Lepanto. — Vittorio Alfieri. — Un giardino. — Il mese di Luglio.

VII. Classe. I sepolcri di U. Foscolo. — Ad ogni uccello il suo nido è bello. — Perchè è naturale il rispetto verso i vecchi? — Al signor di Montgolfier (Ode ridotta in Prosa di V. Monti.).— Viaggio dantesco dalla selva alla luna. — Sunto dell' ottavo canto del Paradiso (Dante). — Le cause della rivoluzione francese. — Alessandro Manzoni.

c). Aus der Slovenischen Sprache.

V, Classe. Jesen. (Obraz iz narave.). — Žitna bilka, človeška odgojilka. — Predrag i Nenad. (Po srbski narodni pesmi).— Božič na kmetih. — Zimski dan. (Obraz iz narave). —

Gorje, kdor nima doma,
Kdor nij nikjer sam svoj gospod;
Naj križem svet preroma,
Saj vendar tujec je povsod.

(S. Jenko). —

Zidanje Rima. — Moj rojstni kraj. —

Poglej, obrni se okrog,
Zelena gora, živ je log;
Povsod pomladanski cvet
Vesoljni v svate vabi svet. (S. Jenko). —

Hannibal gre čez Alpe. — Ptiči človeku prijatelji in dobrotniki. — Govor na grobu moža rodoljuba. —

Blagor mu, ki v miru njivo orje,
Sedi doma pri svojih brez žalitve. (Schiller-Cegnar). —

Kako se žaba preobrazuje. (Pripoveduje žabji mladini mati žaba). —

Mené se časi, staro se podira,
Življenje novo iz prahu izvira (Schiller-Cegnar). —

Kdor prosi, zlata usta nosi,
Kdor vrača, hrbet obrača. (Narodni pregovor). —

Kres pri Slovanih.
(Bratje, kres nocoj kurimo,
Velik ogenj naredimo,
Dviga naj se do nebes). Boris Miran.

VI. CLASSE. Domačija device orleanske (leposloven popis). — Slovo vojaka gredočega v vojno, z ozirom na samogovor Jovanin. — Izabo vzor brezsrčne matere. — Na kateri zgodovinski prigodbi sloni Schiller-ova tragedija „Devica orleanska". i kako si jo je pesnik preustrojil za svoj umotvor? — „Der elende Kunstrichter", „die verewigte Schande, Lessings Fabeln, prestava iz nemškega. — Zadržek junaške pesmi „Gudrun." — Kralj Atila i papež Leon. — Izgubljen sin, prestava iz staroslovenskega na novoslovensko. — „Zida drobna mravlja varno si mravljišče, dan na dan ukvarja se za blagor hiše" (Jenko). — Kder laž kosi, tam ne večerja (krija). — Zapopadek V. speva Hom. Iliade (čitane po prestavi Koseskega. — Pomen, sličnost i različnost pojmov: kazati, pokazati, odkazati, ukazati, dokazati, izkazati se. — Kratka zgodovina slov. liturgije od Methodija do 19. stol. — „Na meji" iz Stritarjeve „Raja." — Jezik najodličneji i najpogubljiveji ud človeka. — Pogovor Nireja, Terzita i Menipa v Hadu, prestava iz nemškega. — Lipa, naravo-in leposloven popis. — Ako bi sirot ne bilo, žarko solnce nebi svetilo.

5. Freigegenstände.

1. **Italienische Sprache.** I. Curs. 2 St. Die Grundzüge der Formenlehre bis zum Imperativ mit einschlägigen mündlichen u. schriftl. Uebungen. — II. Curs. 2 St. Aus der Tempus- und Moduslehre das Imperfect, Perfect und Plusquamperfect, die bedingende und verbindende Art; Gebrauch der letzteren mit den verschiedenen Praepositionen. Infinitiv, Particip, Gerund, Conjugation der unregelm. Verba. — Der Unterricht, dem Mussafia's ital. Sprachlehre zugrunde gelegt wurde, ward von Prof. Filippi geleilet und von 14 Schülern besucht.
2. **Slovenische Sprache.** I. Curs. 2 St. Aussprache, Orthographie, Betonung und Flexion des Nomens und Verbums; die Praepositionen u. die Bildung der Verkleinerungswörter. — II. Curs. 2 St. Das Verb, seine Eintheilung nach der Zeitdauer und in Classen, die Bildung der Zeiten u. Modi; fragende, beziehliche- u. anzeigende Für- und Nebenwörter. Gebrauch des Genitivs, Dativs und Accusativs und die Uebereinstimmung des Praedicates mit mehreren Subjecten nebst Lectüre und Erklärung ausgewählter Lesestücke. — Lehrbuch: „Janežič's slov. Sprach- und Uebungsbuch für Anfänger", Leiter des Curses Herr Vodopivec, Schülerzahl 12.
3. **Stenographie.** I. Curs. 2 St. Wortbidung und Wortkürzung nebst Lese- und Schreibübungen mit besond. Rücksicht auf die stenographische Kalligraphie. II. Curs. 1 St. Die Satz- u. Wortkürzung mit auf dieselbe bezüglichen Schreibübungen nach Kühnelt's Lehrbuch der deutschen Stenographie. — Der

von Prof. Barchanek geleitete Curs ward von 32 Schülern besucht.

4. **Gesang**. I. Curs. 1. St. Notensystem, Notenkenntnis; Wertverhältnisse der Noten, Pausen und Tactarten. Einübung der Intervalle zur Übung des Gehöres. Der richtige Gebrauch der Singorgane. — II. Curs. 1 St. Der mehrstimmige Gesang mit Terzen- und Sextengängen begonnen. — Der vom Lehrer Komel geleitete Unterricht ward von 30 Schülern besucht.

5. **Turnen**. 3. St. Ordnungs- und Freiübungen. Gerätübungen, wie: Springen (Hoch-, Weit-, Bock- und Pferdespringen); Barren-, Steig-, Reck- und Schaukelübungen. Turnspiele. — Anzahl der Schüler 68, Leiter des Unterrichtes: Turnlehrer Kurschen.

6. Statistische Notizen.

Classe	Schülerzahl	Vaterland: Ortsangehörige	Vaterland: Auswärtige	Religion: Katholiken	Religion: Protestanten	Religion: Israeliten	Muttersprache: Deutsche	Muttersprache: Italiener	Muttersprache: Slovenen	Lebensalter: 9 Jahre	10 Jahre	11 Jahre	12 Jahre	13 Jahre	14 Jahre	15 Jahre	16 Jahre	17 Jahre	18 Jahre	19 Jahre	20 Jahre
Vorb.	96	62	34	94	—	2	2	93	1	1	19	29	18	16	10	2	1	—	—	—	—
I.	65	31	34	62	1	2	7	48	10	—	—	11	12	18	15	5	2	2	—	—	—
II.	37	10	27	36	1	—	6	25	6	—	—	2	7	5	14	8	—	1	—	—	—
III.	25	10	15	24	1	—	1	17	7	—	—	—	—	1	9	8	6	—	1	—	—
IV.	23	14	9	21	—	2	3	15	5	—	—	—	—	2	3	5	9	3	1	—	—
V.	14	3	11	12	1	1	6	5	3	—	—	—	—	—	1	3	2	4	2	1	1
VI.	9	5	4	8	—	1	3	5	1	—	—	—	—	—	—	1	3	1	3	1	—
VII.	9	6	3	8	1	—	3	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	6	1	1
Sum.	278	141	137	265	5	8	31	214	33	1	19	42	37	42	52	32	23	12	13	3	2

Classe	Zeugnisclassen 1876: Vorzug	I. Classe	II. Classe	III. Classe	Interimszeugnis	ungeprüft	Zeugnisclassen 1875: I. Classe	II. Classe	Schulgeld Ertrag: I. Semester	II. Semester	Schulgeldbefreite ganz: I. Semester	II. Semester	Schulgeldbefreite halb: I. Semester	II. Semester	Stipendien: Zahl	Betrag	Aufnahmstaxen fl.	Bibliotheksbeiträge fl.
Vorb.	3	57	33	2	—	1	51	10	347·50	283·75	4	21	51	44	—	—		
I.	3	[illegible]	6	9	9	—	36	9	480	332	—	19	22	18	—	—	116	66·40
II.	2	[illegible]	4	3	8	—	21	6	178	154	14	15	7	7	—	—	10	35·20
III.	3	[illegible]	1	—	3	—	25	4	116	112	9	9	5	6	—	—	4	22·40
IV.	2	[illegible]	2	1	4	—	14	2	88	76	11	13	4	1	1	60·14	—	18·40
V.	2	[illegible]	—	1	2	—	5	2	128	104	1	2	—	—	1	150.—	6	13·60
VI.	3	[illegible]	—	—	—	1	8	3	48	56	4	5	4	—	—	—	4	11·20
VII.	1	[illegible]	1	—	—	—	4	—	48	60	2	1	2	1	—	—	—	8·00
Sum.	19	[illegible]	47	16	26	2	164	36	1437·50	1177 75	45	85	95	77	5	210·14	140	175·20
									2615·25									

Lehrmittelaufwand.*)	
Lehrer-Bibliothek	349·75 fl.
Schüler-Bibliothek	173·88 fl.
Geograph. Cabinet	25·80 fl.
Naturhist. Cabinet	174·03 fl.
Physikal. Cabinet	153·12 fl.
Geometr. Cabinet	40·— fl.
Chem. Laboratorium	119·72 fl.
Zeichnensaal.	115·40 fl.
Zusammen	1151·70 fl.

*) Seit 15. August 1874.

7. Vermehrung der Lehrmittelsammlungen.

A. Lehrerbibliothek.

Durch Schenkung. Jahresbericht des k. k. Ministeriums f. C. u. U. 1875. — Navigazione Austro-Ungarica all' estero nell' anno 1874. — Navigazione e commercio in porti austriaci 1874.— Movimento commerciale di Trieste nel 1874, 75. — Movimento della navigazione in Trieste nel 1875. — Bericht der Handels-und Gewerbekammer pro 1866–70. — Hübel: systemat. geordnetes Verzeichnis der Schulprogramme. 2. Th.; sämmtliche Werke vom *h. k. k. Unterrichtsministerium.* — Die astronom. gäodät. Arbeiten des k. k. militär.-geograph. Institutes 4. B.; vom genannten Institute. — Relazione alla dieta provinciale della princ. contea di Gorizia e Gradisca 1875; vom h. Landtag. — Kohlrauch: Organ des Vereines für Rübenzuckerindustrie, 14. Jhrg., von Herrn Klietsch. — Warnkönig: Don Carlos, Heyse: Hadrian, Boileau-Despréaux: Le Lutrin; v. Herrn v. Kanotay. — Neumann u. Gehlen: deutsches Lesebuch für die I. Cl., Gindely: Lehrb. der allg. Geschichte für Ob. Realschulen, 1.—3. Bd., Močnik: Geometrie für Real- u. Bürgerschulen, Villicus: Arithmetik für Realschulen IV. Th., Gruner: Schulgrammatik der franz. Sprache, Chrestomathie und Uebungsaufgaben; sämmtliche Werke v. Herrn Wokulat. — Neumann und Gehlen: deutsches Lesebuch, IV. Th., Egger: deutsches Lesebuch für Realschulen, I. Th., Engelhard: Lesebuch für angehende Gabelsberger Stenographen, Lehr- und Lesebuch für Schüler an gewerbl. Vorbereitungsschulen, Mazzoleni: Statistica della monarchia Austro-Ungarica, Trampler: Leitfaden der allg. Geographie; sämmtl. Werke von der Hölder'schen Verlagshandlung. — Heinrich: deutsches Lesebuch für die I. Cl. der Mittelschulen, Heinrich: deutsche Grammatik, Suppan: Lehrb. der Geographie; v. der Kleinmayer' schen Verlagshandlung. — Streissler: Elemente der darstell. Geometrie, v. Dir. Schreiber. – Pokorny: 1. Zoologia, 2. Storia naturale delle piante; v. Herrn Prof. Sessich. – Mühry: allgem. geographische Meteorologie v. Herrn Vogrich.

Durch Ankauf: Joachimsthal: Anwendung der Differenzial- u. Integral-Rechnung. – Günther: Lehrb. der Determinantentheorie. — Kenngott: Lehrb. der Mineralogie. — Sachs: Geschichte der Botanik. — Grelle: analyt. Geometrie der Ebene. — Fuchs: Anleitung zum Bestimmen der Mineralien. — Andree: Der Weltverkehr u. seine Mittel. — Umlauf: Geographie Oesterreichs. — Adam: Aufgaben aus der Buchstabenrechnung. — Navier: Lehrb. der Differential- u. Integralrechnung. 2 Bd. — Scherr: allg. Literaturgeschichte. — Autenheimer: Lehrb. der Differential- u. Integralrechnung. — Koppe: Anfangsgründe der Physik. — Heussi: der physikalische Apparat. — Reis: Lehrb. der Physik. — Hölzel: der deutsche Aufsatz. — Arborio Mella: la Gerusaleme di Torquato Tasso. — G. Mestica: Istruzione di letteratura. 2 Bd. — Isidoro la Lumia, storia della Sicilia sotto Guilielmo il buono. — A. Zambelli: Niccolo Macchiavelli. — Düntzer: Erläuterungen zu den Werken Schiller's, Goethes, Lessings, Herders, Wielands und Klopstocks. — Odermann: das Ganze der kaufmännischen Arithmetik. — Prati: Opere. — Bocci: Dizionario di Dante Alighieri. — Dimitz: Geschichte Krains, 3 Thl. — Recknagel: Compendium der Experimentalphysik. — Just: botanischer Jahresbericht. — Darvins gesammelte Werke, 15.—36. Hft. — Enciclopedia di chimica (Forts.). — Tomaseo: Dizionario della lingua italiana, 6 Hft. — Jagic: Archiv für slav. Philologie. — Grunert: Archiv für Mathematik u. Physik. — Hoffmann: Zeitschrift für mathem. u. naturwissenschaftl. Unterricht. — Verordnungsblatt des Ministeriums für C. und U. 1876. — Zarnke: literar. Centralblatt 1876. — Arendt: chemisches Centralblatt 1876. — Miklosich: vergleichende Grammatik der slov. Sprachen II. Bd. — Honegger: Grundsteine einer Culturgeschichte der neuesten Zeit, 3. u. 4. Bd. — Forbiger: Hellas u. Rom. — Blasius: Naturg. der Säugethiere Deutschlands. — Keyserling & Blasius: Wirbelthiere Europas. — Hayek: Handbuch der Zoologie, 1.—4 Lfg. — Martin: Praxis der Naturgeschichte. — Verhandlungen der k. k. zool. bot. Gesellschaft in Wien. 1876. — Festschrift zur Feier des 25jährig. Bestehens der k. k. zool. bot. Gesellschaft in Wien. — Mousson: Physik auf Grundlage der Erfahrung. 3 Bd. — Kolbe: Journal für prakt. Chemie 1876. — Müller-Pouillet: Lehrbuch der Physik u. Meteorologie. 3 Bd. — Noll: der zoologische Garten. — Kaufmann u. Schwenck: Aufgabensammlung aus der darstell. Geometrie. — Cremona: der graphische Calcül. — Schurmann: Proportionslehre. — Lorey: der geom. Anschauungsunterricht. — Staudt: Geometrie der Lage; Beiträge zur Geometrie der Lage. — Klingenfeld: darstell. Geometrie für Gewerbeschulen; darstell. Geometrie für techn. Lehranstalten. — Weissenborn: cyclische Curven.

B. Schülerbibliothek.

Durch Schenkung. Ambach: das Glück des wahren Christen, Belkman: heil. Perlenschnur; v. Herrn Prof. Sessich. — Augier: gli sfrontati; v. einem Ungenannten. — Schiller: Masnadieri, drama; v. Schüler Tonello (III. Cl.). — Molière: 1. le tartufe, 2. le misanthrope, 3. le médecin malgré lui, 4. le precieuses ridicules; Boileau-Despréaux: l' art poétique; Musset: Louison; Chamisso: Peter Schlemihl's wundersame Geschichte, Verne: Reise um die Erde in 80 Tagen; sämmtliche Werke v. Herrn v. Kanotay.

Durch Ankauf. Berthold: das Naturschöne. — Noè: Salzkammergut, Oberbaiern u. Algäu. — Hoffmann: Jugendbibliothek. 5. Bd. — Müller: Cook, der Weltumsegler. — Hauff: Märchen f. d. Jugend. — Grimm: Märchenbuch. — Aimard: Prairieblume. — Hummel: Sigismund Rüstig. — Cooper: Mark's Riff. — Richter: Götter u. Helden, griechische u. deutsche Sagen. — Kohn: Sibirien u. das Amurgebiet. — Richter: Iwein u. Parzival. — Lankenau u. Oelsnitz: Bilder u. Schilderungen aus allen Theilen des europ. Czarenreiches. — Barth: Ostafrica, vom Limpopo bis zum Somalilande. — Jurcic: Slovenska knjižnica, 4 Bd. — Pajk: Zora in Vestnik, 4. Jhrg. — Tomsic: Vertec, 5. Jhrg. — Amicis: Marocco. — Machiavelli: Opere minori scelte. — Cavalcanti: Storie fiorentine. — Strafforello: Nuovo Monte-Christo. — Monti: Prose varie. — Pellico: Manfredo. — Verri: Notti romane. — Familienbibliothek, ausgewählte Erzählungen u. Geschichtsbilder. 5 Bd. — Naturkräfte, 4 Bd. — Hempel: Deutsche Klassiker, 528 Lfg. — Schödler: Knjiga prirode. IV. Bd. — Letopis Matice slovenske 1875. — Russ u. Durigen: Isis 1876.

C. Physikalisches Cabinet.

Durch Ankauf: hydraulische Presse. — Violinbogen. — Ausserdem wurden 11 bereits vorhandene, aber schadhafte Apparate reparirt und zum Gebrauche in Stand gesetzt.

D. Naturhistorisches Cabinet.

Durch Schenkung. Alytes obstetricans Bonap., Bufo calamita Laur. v. Director Schreiber. — Spelerpes fuscus Bonap., Salamandrina perspicillata Savi, Phyllodactylus europaeus Gené v. Herrn Prof. Lazar. — Cardinalis virginianus v. Herrn Postbeamten Finetti. — Vespertilio murinus Schrb., Vesperugo Leisleri Kuhl, V. Kuhlii Natt., Rhinolophus hipposideros Bechst., ferrum equinum Schrb. u. Euryale Blas., Lacerta viridis Gesn., muralis Laur, var. campestris De Betta, Callopeltis Aesculapii Aldr., Zamenis carbonarius Fitz., Vipera ammodytes L., Bufo variabilis Pall., Sciaena cirrhosa, Caranx trachurus L., Zeus Faber L., Atherina aphya, Pagellus erythrinus L., Maena vulgaris C., Trigla hirundo L., Blennius sp., Gobius jozzo u. pagellus, Callionymus belenus, Syngnathus typhle L., Agassizii; Hippocampus brevirostris C., Squalius dobula Haeck., Chondrostoma Genei Bonap., Scardinius erythrophthalmus Bonap., Leucos aula Bonap., Belone vulgaris L., Clupea sardina C., Alosa vulgaris C., Engraulis encrassicholus L., Gadus minutus, Lepadogaster Desfontainii, Solea vulgaris L., diaphana; Squalus catulus L., Raja clavata L., Rocheneier, Sepia officinalis L., Sepiola vulgaris Laur., Loligo sp., Limax cinereo-niger Wolf, Scolopendra sp., Julus sp., Astacus fluviatilis F., Nephrops norvegicus, Apus cancriformis Bach., Sipunculus sp., Lumbricus terrestris L. v. Custos. — Haliotis sp. v. Schül. J. Ritter (VII. Cl.). — Säge von Pristis antiquorum, Pterocceras lambis v. Schül. F. Cuizza (VII. Cl.) — Seeconchylien v. Schül. F. Kopřiva (V. Cl.). — Hornisnest v. Schül. Lazzar (II. Cl.).

Durch Ankauf: Modell eines Menschenkörpers aus Papiermaché in Mannesgrösse mit zerlegbaren Organen. — Schädel eines jungen afrikan. Elephanten. — Cacabis graeca Briss. — Tetrao bonasia L. — Athene noctua Retz. — Ruprecht, Wandtafeln für den naturgesch. Unterricht. — Wenzel, anatom. Atlas über den Bau der Organe des menschl. Körpers. — 1 Drahtscheere.

E. Geometrisches Cabinet.

Durch Ankauf: Eine Suite von Drahtmodellen für das perspectiv. Zeichnen.

F. Geographisches Cabinet.

Durch Ankauf: Sydow, Wandkarte von Australien. — Berghaus, Wandkarte der Erde in Merkators Projection. — Sydow, method. Handatlas. — Wolff, histor. Atlas zur mittleren u. neueren Geschichte. Hft. 1 u. 2. — Dronke, geograph. Zeichnungen. 1 Lfg. — Stülpnagel, Schulwandkarte von Deutschland.

G. Chemisches Laboratorium.

Durch Ankauf: 10 Standgläser. — 12 Wulfische Flaschen. — 7 Pulvergläser. — 14 Trichter. — 6 U-förmg. Röhren. — 3 Trichterröhren. — 3 Sicherheitsröhren. — 12 Kochkolben. — 2 Giftheber. — 20 Eprouvettensätze zu 3 Stück. — 3 Eprouvettenstative. — 10 Filtrirgestelle. — 1 Porzellanteller. — 4 Biberhaarpinsel. — 1 Handblasebalg. — 2 Raspeln. — 9 Stemmeisen. — 1 Blechscheere. — 1 Metallsäge. — Verschiedene Reagentien und Rohmaterialien.

H. Zeichensaal.

Durch Schenkung: Die antike Tektonik v. Schüler Rubbia (VII. Cl.).

Durch Ankauf: Langl, Bilder zur Kunstgeschichte. — Fiedler, anatom. Tafeln des Menschen. — Storck, kunstgewerbl. Vorlegeblätter. — Jakobsthal, Grammatik der Ornamentik. — Köhler, polychrome Meisterwerke. — Grandauer, Elementar-Zeichenschule. — Schmidt, Wandtafeln zum 1. Unterricht im Zeichnen. — Racinet, das polychrome Ornament. — Blaas, die Proportionen des menschl. Kopfes. — Gewerbehalle 1875.

8. Maturitätsprüfung.

Von den im Vorjahre reprobirten Abiturienten stellten sich Johann Kosler, Jacob Merluzzi und Silvius Schewczik am Schlusse des I. Sem. abermals zur Matura, u. wurde die schriftl. Prüfung am 18.—22. Februar abgehalten. Die Clausurfragen waren folgende:

Aus dem Deutschen:

Jüngling! Halte treffliche Bücher gleich weisen Männern.

Aus dem Französischen:

Übersetzung der Fénélon'schen Allegorie „le singe."

Aus der Mathematik:

1. Es ist die Gleichung

$$\left(\frac{1}{x}\right)^{-\log x} - 5\left(\frac{1}{x}\right)^{-\frac{1}{2}\log x} = 24 \text{ aufzulösen.}$$

2. Es ist das sphaer. Dreieck aufzulösen, wenn die Seite $a = 56^\circ\ 19'\ 40''$, die Seite $b = 20^\circ\ 16'\ 38''$, der eingeschlossene Winkel $C = 114^\circ\ 40'\ 16''$ u. der Radius der Kugel $r = 0{\cdot}8595^m$ beträgt.
3. In einer geom. Progression von 4 Gliedern ist die Summe der beiden äusseren Glieder gleich 1085, die Summe der beiden inneren Glieder 210; diese Progression zu finden.

Aus der darstellenden Geometrie:

1. Gegeben: eine Kugel u. eine doppeltgeneigte Ebene **U**. Es ist der gleichseitige, der Kugel eingeschriebene Kegel darzustellen, dessen Basis zu **U** parallel ist.
2. In einer doppeltgeneigten Ebene **U** liegt die Basis eines Tetraëders von gegebener Kante. Die Halbirungspunkte der Kanten bilden die Eckpunkte eines Polyeders, von welchem die Bilder und das Netz darzustellen sind.
3. Von einer quadratischen Platte mit kreisrunder Bohrung ist ein gefälliges perspectiv. Bild zu entwerfen.

Bei der am 7. und 8. März unter dem Vorsitze des Herrn Landesschulinspectors Anton Klodič abgehaltenen mündl. Prüfung wurden die Abiturienten Johann Kosler und Jacob Merluzzi für reif erklärt; dem Maturanten Silvius Schewczik wurde durch Min. Erl. vom 29. April 1876 Z. 6466 die Ablegung einer Wiederholungsprüfung aus Geographie Geschichte am Schlusse des Schuljahres gestattet.

Von den heurigen Septimanern meldeten sich die Schüler **Cuizza Franz, Gresic Gustav, Klietsch Leopold, Pit-**

tamitz August, Ritter Julius und Rubbia Konrad zur Matura; ausserdem wurde durch Erl. des L. Sch. R. vom 12. Juni d. J. Z. 586 der Abiturient Clemens Dornbach unserer Anstalt als Externist zugewiesen.

Die schriftl. Prüfungen wurden am 3.—7. Juli abgehalten; die hiebei zu lösenden Fragen waren folgende:

Aus dem Deutschen:

Der Mensch im unermüdeten Kampfe mit der Natur.

Aus dem Italienischen:

Dimostrisi l' eccellenza dell' agricoltura in confronto delle altre arti; come da essa dipenda il benessere d' una nazione, illustrando il tema con esempi tolti dalla storia si antica, che moderna.

Aus dem Französischen:

Das Lesestück „Alexandre le Grand à Jérusalem" ins Deutsche zu übersetzen.

Aus der Mathematik:

1. Von einer dreiseitigen Pyramide sind die 3 in einer Ecke zusammenstossenden Kanten 9° 15' 18' und die 3 zwischen ihnen liegenden Winkel 28° 19' 37'', 31° 15' 25' und 43° 16' 24''; wie gross ist deren Volumen?
2. Es ist ein gleichwinkliges sphaerisches Dreieck aufzulösen, wenn der Winkel A = 80° 45' 44·3' und der Radius der Kugel $3{\cdot}56^{m}$ beträgt.
3. Es ist die Gleichung

$$\sqrt{\frac{3}{2} - \sqrt[3]{x}} + \frac{3}{\sqrt{4 + \sqrt[3]{x}}} = 2\sqrt{4 + \sqrt[2]{x}} \text{ aufzulösen.}$$

Aus der darstellenden Geometrie:

1. Auf einem Kreiscylinder, dessen Basis in einer doppeltgeneigten Ebene liegt, eine Schraubenlinie durch orthoganale Bilder darzustellen, wobei die Ganghöhe dem Durchmesser der Basis gleich sei.
2. Eine doppeltgeneigte Gerade **p** und einen Würfel beliebig anzunehmen; um **p** als Drehungsaxe werde der Würfel um einem Winkel von 120° gedreht.
3. Von einem hohlen Halbcylinder ein gefälliges perspectivisches Bild darzustellen.

Die Resultate der auf den 28. und 29. bestimmten mündl. Prüfung werden im nächsten Jahre veröffentlicht werden.

Von den 7 Abiturienten zählten 1 17, 3 18, 1 19, 1 20 und 1 21 Jahre; davon hatten 5 7, 1 8 und 1 9 Jahre an der Mittelschule zugebracht.

9. Chronik.

Das Schuljahr wurde in der üblichen Weise eröffnet und geschlossen; dem Beginne des Unterrichtes gingen die Aufnahms- und Wiederholungsprüfungen voraus.

Die Vorbereitungs- und die erste Classe mussten wegen bedeutender Frequenz auch heuer in 2 Parallelen getheilt werden.

Im Lehrkörper fanden seit Herausgabe des letzten Programmes folgende Veränderungen statt:

An Stelle der mit Schluss des Schuljahres 1875 aus dem Verbande des Lehrkörpers getretenen Supplenten Alois Frick, Josef Resch und Johann Unterweger wurden heuer die Supplenten Ernst Lindenthal und Josef Bernad, und statt des letzteren im II. Sem. Franz Vodopivec in Verwendung genommen. Die im Vorjahre durch Wenzel Nemetz besetzte Assistentenstelle wurde auf höheren Befehl aufgelassen. Durch Erlass des h. Unterrichtsministeriums vom 30. Juli 75 Z. 11441 wurde die für Geographie - Geschichte ausgeschriebene Stelle dem Supplenten an der Grazer Oberrealschule Arthur Cafasso verliehen. — Durch Erlass des h. Unt. Minist. vom 29. December 75 Z. 18630 wurde Lehrer Johann Kornfeind vom Schuldienste entlassen; für den dadurch frei gewordenen Unterricht aus dem Französischen ward Herr Lorenz Gay aushilfsweise in Verwendung genommen. — Durch Erlass des h. l. L. Sch. R. vom 19. Jänner 76 Z. 18 ward Lehrer Jacob Cebular, durch Erlass vom 22. Juni 76 Z. 413 Lehrer Alois Möstl unter Zuerkennung des Professortitels definitiv im Lehramte bestätiget. — Durh h. Min. Erl. vom 1. Juni 76 Z. 6539 ward der Lehrer an der Salzburger Realschule Justus Hendrych in gleicher Eigenschaft nach Görz übersetzt.

Durch Allerhöchste Entschliessung vom 13. November 75 ward dem Prof. F. Erjavec die Lehrkanzel der Zoologie an der Agramer Hochschule verliehen; da der genannte jedoch auf diese Auszeichnung verzichtete, so blieb hiedurch der Anstalt der Verlust einer ihrer tüchtigsten Lehrkräfte erspart.

Das erste Semester wurde am 26. Februar geschlossen, das zweite am 3. März begonnen.

Der 1. Mai ward den Schülern in gewohnter Weise freigegeben.

Vom 18.—24. Mai wurde die Anstalt durch die Inspection des k. k. Landesschulinspectors Herrn Dr. Ernst Gnad beehrt.

Die kirchlichen Übungen wurden im Sinne der h. Min. Verord. vom 5. April 70 Z. 2916 abgehalten.

Der Unterricht erlitt heuer keine besonderen Unterbrechungen und war der Gesundheitszustand des Lehrkörpers im allgemeinen ein befriedigender, indem nur bei Lehrer Müller eine etwas länger andauernde (dreiwöchentliche) Krankheit vorkam, die aber in diesem Falle um so misslicher war, als während der Zeit gerade auch Prof. Möstl behufs Ablegung der Ergänzungsprüfung in Wien weilte; wenn auch bei den Schülern die Gesundheitsverhältnisse im ganzen ebenfalls günstig genannt werden können, so hatte die Anstalt doch unter diesen heuer 2 Todesfälle zu beklagen, indem am 22. November der Primaner Covacig, am 27. April der Quartaner Madriz Hercules starben; beide wurden von ihren Mitschülern im Vereine mit dem Lehrkörper zu Grabe geleitet und hatte die Schule namentlich an dem letztgenannten einen ihrer besten Zöglinge verloren.

10. Verfügungen der vorgesetzten Behörden.

1. Erlass des h. Unterr. Minist. vom 21. December 75 Z. 19109, womit eine neue Ferienordnung eingeführt wird.
2. Erlass des h. Unterr. Minist. vom 19. Novemb. 75 Z. 18092 u. 5. Decemb. 75 Z. 19342, vermöge deren die Ertheilung des Religionsunterrichtes in ital. und slov. Parallelcursen auf die beiden untersten Classen zu beschränken ist.
3. Erlass des h. Unterr. Minist. vom 2. Juni 76 Z. 7199, laut dessen sich der Maturitätsprüfung aus dem Italienischen und Slovenischen alle jene Schüler zu unterziehen haben, für welche jene Fächer als ihre Muttersprache einen obligaten Gegenstand bilden.

11. Kundmachung

bezüglich des nächsten Schuljahres.

Das nächste Schuljahr beginnt am 1. October; die Aufnahme der Schüler findet am 27.—30. von 9—12 vormittags und von 3—5 Uhr nachmittags in der Directionskanzlei statt.

Jeder neu eintretende Schüler hat sich unter Abgabe seines gehörig ausgefüllten Nationales*) in Begleitung seiner Eltern oder deren Stellvertreter beim Director zu melden und unbedingt seinen legalen Tauf- oder Geburtsschein beizubringen; Studirende, welche bereits die Mittelschule besuchten, haben ihr letztes Semestralzeugnis vorzuweisen, das bei von auswärts kommenden die Be-

*) Die Formulare dafür sind beim Schuldiener zum Preise von 1 kr. per Stück zu haben.

stätigung der vorschriftsmässig erfolgten Abmeldung seitens der betreffenden Direction enthalten muss.

Zur Aufnahme in die erste Classe ist kein Schulzeugnis, sondern nur der Nachweis über das vollendete oder in dem 1. Quartale des laufenden Schuljahres zur Vollendung gelangende 10. Lebensjahr vorgeschrieben. Ausserdem ist hierzu die Ablegung einer Aufnahmsprüfung erforderlich, bei welcher laut h. Minist. Verordn. vom 14. März 1870 Z. 2370 folgende Anforderungen gestellt werden: *Jenes Mass von Wissen in der Religion, welches in den ersten 4 Jahrescursen der Volksschule erworben werden kann, Fertigkeit im Lesen und Schreiben der Unterrichtssprache und eventuell der lateinischen Schrift, Kenntniss der Elemente aus der Formenlehre der Unterrichtssprache, Fertigkeit im Analysiren einfacher bekleideter Sätze, Bekanntschaft mit den Regeln der Orthographie und Interpunction sowie richtige Anwendung derselben beim Dictandoschreiben, Uibung in den 4 Grundrechnungsarten in ganzen Zahlen.*

Alle Schüler haben den Bibliotheksbeitrag von 80 kr., die neu eintretenden ausserdem noch 2 fl. Aufnahmstaxe zu entrichten.

Zur Aufnahme in die Vorbereitungsclasse ist nur der Nachweis über das vollendete oder im I. Quartale des betreffenden Schuljahres zur Vollendung gelangende 9. Lebensjahr beizubringen; Taxen sind in diesem Falle nicht zu entrichten.

Nach Ablauf der oberwähnten Frist kann die Aufnahme nur über Ermächtigung des h. !. Landesschulrates stattfinden.

ANHANG

Location der Schüler.*)

Vorbereitungsclasse A.

1. Graf **Manzano Franz.**
2. Lamprecht Emil.
3. Gortani Alfons.
4. Chiaruttini Franz.
5. Stabile Josef.
6. Planinšćig Franz.
7. Costantini Gilbert.
8. Zussini Hieronymus.
9. Millok Franz.
10. Gall Karl.
11. Primas Friedrich.
12. Culot Franz.
13. Uggovitzer Anton.
14. Luxa Victor.
15. v. Del Mestri Johann.
16. Zian Johann.
17. Mullon Ernst.
18. Russian Georg.
19. Licen Franz.
20. Primas Johann.
21. Mian Johann.
22. Mungerli Johann.
23. Poliak August.
24. Vinzi Franz.
25. Penaucig Peter.
26. Selva Franz.
27. Panzera Anton.
28. Borghes Anton.
29. Suttor Johann.
30. Cargnel Eugen.
31. Figl Josef.
32. Hartmann Alois.
33. Branz Emil.
34. Ussai Anton.
35. Presel Johann.
36. Darbo Heinrich.
37. Delpin Ferdinand.
38. De Rè Alois.
39. Clansig Johann.
40. Zottig Johann.
41. Rutter Alois.
42. Juch Karl.
43. Lepre Franz.
44. Mez Alois.
45. Nitsch Ludwig.
46. Cadorini Johann.
47. Mrak Sigismund.

Vorbereitungsclasse B.

1. **Marchesan Johann.**
2. **Ulian Hermenigild.**
3. Candido Leo.
4. Prister Heinrich.
5. Bernardelli Josef.
6. Venier Valentin.
7. Ussai Edmund.
8. Sgubin Johann.

*) Die gross gedruckten sind Vorzugsschüler.

9. Rossi Ernst.
10. Sauli Eduard.
11. Cleri Alois.
12. Rajaković Anton.
13. Del Torre Roger.
14. Spongia Marius.
15. Susanna Alfred.
16. Albisser Anton.
17. Pan Romeo.
18. Czar Emil.
19. Godina Johann.
20. Lippizer Franz.
21. v. Pallich Eduard.
22. Siberna Victor.
23. Klemenčič Julian.
24. Komel Richard.
25. Dardi Victor.
26. Jellen Karl.
27. Weisel Gustav.
28. Zich Rudolf.
29. Munich Josef.
30. Kodermatz August.
31. Pitacco Georg.
32. Keck Victor.
33. Marega Jacob.
34. Hübel Franz.
35. Montanari Johann.
36. Paier Catull.
37. Tominz Gustav.
38. Clemente Oderich.
39. Lepre Christian.
40. Rubbia Pompejus.
41. Kerševani Anton.
42. Merluzzi Heinrich.
43. Pincherle Hermann.
44. Nigris Paul.
45. Vidig Anton.
46. Perco Johann.
47. Malner Josef.
48. v. Manzani Hugo.

Ungeprüft:

Streinz Josef.

I. CLASSE A.

1. **Caucic Eugen.**
2. **Bertossi Roger.**
3. **Furlani Ludwig.**
4. Bratovs Franz.
5. Drašček Johann.
6. Dinarich Franz.
7. Gorian Dominik.
8. Frantz Arthur.
9. Braidotti Ludwig.
10. Breziger Josef.
11. Brumat Peter.
12. Bresnig Ludwig.
13. Fabiani August.
14. Komel Franz.
15. Licen Karl.
16. Jaschi Karl.
17. Avanzini Karl.
18. Fermeglia Octavian.
19. Albisser Emil.
20. Krainz August.
21. Favetti Peter.
22. Fillak Anton.
23. Kerševani August.
24. Gruden Fortunat.
25. Albisser Victor.
26. Hebling Arthur.
27. Leon Karl.
28. Hübel Heinrich.
29. Dri Vincenz.

Nicht locirt:

v. Eckhel Richard.
v. Finetti Diego.
v. Finetti Engel.
Jasnig Friedrich.
Leban Lorenz.

I. CLASSE B.

1. Umfer Vincenz.
2. Vidmar Valentin.
3. Ratzmann Alois.
4. Löser Ewald.
5. Vio Julius.
6. Paternolli Guido.
7. Pečenko Franz.
8. Tomadoni Arthur.
9. Macutz Eduard.
10. Simonis Josef.
11. Velicogna Felix.
12. Mandler Achilles.
13. Terpin Josef.
14. Torelli Anton.
15. Nardini Adolf.
16. Bar. Schütte Otmar.
17. Redl Arthur.
18. Sperling Wilhelm.
19. Musina Johann.
20. Nigris Emil.
21. Nanut Victor.
22. Morpurgo Victor.
23. Mora Paul.
24. Presel Hermann.
25. Urbani Romild.
26. Sticsa Eduard.
27. Schultes Wilhelm.

Nicht locirt:

Marussig Oscar.
Pasqualis Franz.
Rosanz Eduard.
Zanutel Alois.

II. CLASSE.

1. **Haller Karl.**
2. **Tosolini Napoleon.**
3. Sussmel Anton.
4. Santarosa Alois.
5. Colautti Nicolaus.
6. Terčič Josef.
7. Gaspari Karl.
8. Crasevitz August.
9. Raza Alois.
10. Forcellini Lorenz.
11. Heberling Rudolf.
12. Cantarutti Alois.
13. Wacha Albert.
14. Wehrle Friedrich.
15. Goglia Victor.
16. Lazzar Heinrich.
17. Marussig Calvan.
18. Juch Victor.
19. Locatelli Georg.
20. Redl Hubert.
21. Savorgnan Franz.
22. Sellak Alois.
23. Mreule Felix.
24. Gregorig Alois.
25. Lokar Johann.
26. Rossi Franz.
27. Carnelli Johann.
28. v. Manzani Camill.
29. Barzellini Franz.

Nicht locirt:

Borghes Victor.
Cesciutti Johann.
Corsig Anton.
Hebat Heinrich.
Nigris Hermenigild.
Rabic Josef.
Rudolf Johann.
Sommariva Heinrich.

III. CLASSE.

1. **Andriani Anton.**
2. **Stegu Anton.**
3. **Zavnik Johann.**
4. Bruschina Anton.
5. Kollmann Richard.
6. Ruepprecht Theodor.
7. Mervic Josef.
8. Bele Anton.
9. Lovisoni Franz.
10. Jaconcig Karl.
11. Zorzi Alois.
12. Montanari Anton.
13. Fidora Alois.
14. Lapanje Vincenz.
15. Sirk Anton.
16. Licen Max.
17. Pagon Josef.
18. Avanzini Michaël.
19. Bridiga Karl.
20. Furlani Eduard.
21. Trampusch Josef.
22. Riaviz Eduard.

Nicht locirt:

Bar. Baselli Arthur.
v. Czermak Richard.
Klauser Johann.

IV. CLASSE.

1. **Möstl Anton.**
2. **Franz Emil.**
3. Bernardis Vincenz.
4. Pelican Emil.
5. Rustia Josef.
6. Lapajne Anton.
7. Corgnolan Alois.
8. Mreule Caesar.
9. Reggio Arthur.
10. Gulin Josef.
11. Bresnig Johann.
12. Mosetič Franz,
13. Kraus Robert.
14. Graf Del Mestri Victor.
15. Heberling Franz.
16. Crasevitz Karl.
17. Kazafura Alexander.
18. Jona Albert.
19. Niederkorn Friedrich.

Nicht locirt:

Anelli Jacob.
Chiaruttini Leopold.
Donda Friedrich.
Lutman Mathias.

V. CLASSE.

1. **Nachtigall Karl.**
2. **Prister Victor.**
3. Lapanja Johann.
4. Michor Peter
5. Leban Josef.
6. Navajolli Alois.
7. Peterlunger Richard.
8. v. Bognar Ernst.
9. Bianchi Anton.
10. Ritter v. Zahony Heinrich.
11. Malusa Bernhard.
12. v. Pokorny Hermann.